ÉLABORATION DE SUJETS DE CONCOURS POUR LE CERPE

Nicole BONNET
Professeur de mathématiques, IUFM de Bourgogne
IREM de Dijon
nicole.bonnet@dijon.iufm.fr

Pierre EYSSERIC
Professeur de mathématiques, IUFM d'Aix-Marseille
IREM de Marseille
p.eysseric@aix-mrs.iufm.fr

Arnaud SIMARD
Maître de Conférences, IUFM de Franche-Comté
Laboratoire de Mathématiques, Université de Besançon
arnaud.simard@fcomte.iufm.fr

Résumé
Chaque année, la COPIRELEM publie des annales corrigées des sujets de mathématiques du CERPE. Celles-ci sont conçues comme un double outil de préparation au concours pour les étudiants et de formation pour les futurs PE.
Ce travail nous donne l'occasion d'une réflexion critique sur les sujets proposés, sur les questions pertinentes à poser pour sélectionner ceux qui enseigneront les mathématiques dans les écoles, sur les réponses que l'on peut attendre des candidats et sur les compléments de formation à apporter sur les thèmes abordés dans les sujets.
En 2005, notre publication comportait, en plus des annales, des propositions d'exercices construits dans la perspective du nouveau concours.
L'atelier du colloque se situe dans le prolongement de ces travaux et vise à engager une réflexion sur une tâche à laquelle tout formateur de PE sera un jour confronté : l'élaboration d'un sujet du CERPE.
Dans un premier temps, nous avons proposé aux participants, répartis en trois groupes, de construire l'énoncé et le corrigé d'un exercice de mathématiques accompagné de questions complémentaires. Chaque groupe a travaillé sur un thème mathématique différent à partir d'une base de données constituée d'exercices extraits de concours blancs donnés en 2005-06 dans différents IUFM.
Dans un deuxième temps, nous avons confronté les différents exercices élaborés dans les groupes et tenté d'expliciter les critères ayant orienté les différents choix faits.
La durée de l'atelier n'a pas permis d'aller au bout de cette confrontation sur l'ensemble des exercices. Il n'a donc pas été possible de réfléchir à la question de l'assemblage de ces trois exercices en un sujet complet.
Les exercices élaborés dans cet atelier ont été repris par les équipes chargées de la rédaction des annales COPIRELEM du CERPE 2006 et publiés dans celles-ci.

L'atelier s'articule autour de trois pôles :
- **la division euclidienne ;**
- **les constructions géométriques ;**
- **fractions et décimaux**.

Pour chacun d'eux, un corpus d'exercices issus de concours blancs donnés dans différents IUFM au cours de l'année 2005-06 a été proposé aux participants. Il constitue une base de travail pour élaborer un énoncé d'exercice de type concours accompagné de sa question complémentaire. Il est aussi prévu d'en rédiger le corrigé.

Les trois corpus proposés dans l'atelier sont reproduits en annexe, à la fin de ce compte-rendu.

Chaque thème a été pris en charge par un groupe de 5 à 6 personnes avec un des animateurs de l'atelier.

Ci dessous, dans une première partie, nous donnons un aperçu des échanges qui ont eu lieu au sein de l'atelier avant que chaque groupe ne s'engage dans la tâche d'élaboration d'un exercice de concours. Ceux-ci ont fait apparaître des points de vue parfois divergents sur ce que devrait être un « bon sujet » de mathématiques pour le CERPE.

Ensuite, nous relatons le travail des trois groupes et présentons leurs productions.

I – RÉFLEXIONS DES COLLÈGUES CONCERNANT LA CRÉATION DE SUJETS

Il nous est très difficile de faire la synthèse des échanges ayant eu lieu dans l'atelier. Aussi, nous nous contenterons de reproduire, en les regroupant par thèmes, les principaux points qui y ont été évoqués. Certains ont fait rapidement consensus ; d'autres, au contraire, ont été l'objet de débats et les nombreuses questions soulevées restent ouvertes.

Néanmoins, ces discussions ont fait ressortir la nécessité de poursuivre une réflexion collective sur cette question des sujets, afin de construire, à travers eux une culture commune des formateurs et de préciser la place du concours dans le processus de formation des PE.

I – 1 Le contenu de l'évaluation

Le nouveau cadrage du concours rend obligatoire que les questions didactiques soient liées à un exercice théorique. De fait, les exercices avec questions complémentaires concernent en majeure partie le cycle 3. Les sujets n'évaluent donc qu'une partie du programme de l'école.

Des questions se posent :

-Y a-t-il une volonté délibérée de proposer des sujets généraux, voire un peu flous pour que les candidats IUFM ne soient pas avantagés ?

- Comment rendre un sujet effectivement discriminant ?

I – 2 L'articulation entre exercice de mathématique et question complémentaire

Les liaisons entre partie théorique et partie didactique sont généralement peu évidentes, certains des participants les qualifient même de « tirées par les cheveux ».

D'où les interrogations :

- Peut-on traiter les questions complémentaires en faisant l'impasse sur les questions théoriques ?

- La réponse aux questions complémentaires peut-elle avoir une incidence sur la résolution des questions théoriques (donner des idées…) ?

De plus, la nouvelle structure des sujets pose le problème de la compétence – selon l'origine professionnelle - des correcteurs… donc de la validité de l'évaluation. On relate le cas d'une académie où, avant la session 2006, chaque correcteur corrigeait seulement une partie des copies (soit la partie théorique, soit la partie didactique) en fonction de sa compétence. Aujourd'hui, le même correcteur doit corriger l'ensemble des questions… Il devrait donc être compétent à la fois sur les questions de mathématiques et sur celles relatives à leur enseignement.

I – 3 L'implicite dans les sujets

On relève beaucoup d'implicite dans les questions posées en général.

Doit-on et peut-on tout préciser dans les questions (pour lever les implicites) ?

Généralement, les concepteurs de sujets partent d'une réponse pour construire la question. Les candidats, eux, partent de la question pour construire la réponse ! On observe souvent un écart important entre la réponse attendue par le concepteur et celle donnée par le candidat. Cet écart provient-il des implicites contenus dans la question ?

I – 4 Préparer à un concours ou former des PE ?

Certaines précisions s'imposent :

Qu'est-ce qu'un concours de recrutement ? Discrimination des meilleurs candidats ou formation ? Les deux sont-ils conciliables ?

Le concours ne doit pas laisser s'installer des idées fausses. Or, ce peut être l'effet induit par des questions où l'on demande les objectifs d'une séance, laissant ainsi croire au futur PE que les objectifs sont contenus dans le document.

II – AXE DIVISION EUCLIDIENNE

Dans un premier temps, les collègues ont pris connaissance des trois exercices du corpus proposé et ont fait des remarques. Nous les rapportons ci-dessous.

II – 1 Concernant le sujet d'Aix

II – 1.1 Partie théorique

La formulation est jugée « ampoulée » : langage trop formel, usage de lettres systématique. Il y a trop de « pièges » : par exemple des confusions de désignations entre objet et quantité G, g… et N qui exprime un nombre d'ampoules. Les collègues relèvent de grandes incohérences.

Il est également dit que l'exercice apparaît trop discriminant : il ne serait traité intégralement par personne. Effectivement, après avoir interrogé un collègue d'Aix, il reconnaît que le sujet a désemparé les étudiants.

La question 2 a) où il est demandé : « quelle est <u>l'opération qui permet de calculer</u> G en fonction de N ? » a longuement été discutée. Tout d'abord, dans la réponse, ce n'est pas une opération qui est attendue et ensuite, la formulation est non adéquate : il ne s'agit pas de « calculer », mais plutôt d' «exprimer ».

Le sujet a été jugé trop difficile pour des étudiants PE1 qui sont souvent en rupture avec les mathématiques. Dans l'atelier, il a fallu 10 minutes à trois professeurs qui ont travaillé ensemble pour le résoudre ! Il faut écrire les formules dans un sens, puis, pour résoudre, les transformer dans un autre sens.

Le manque de progressivité a également été critiqué : on sait tout faire ou rien faire. De plus, il n'y a pas de réelle ligne directrice dans l'énoncé qui ne semble qu'un prétexte pour arriver aux questions complémentaires.

Le réel enjeu du problème est la numération où la division euclidienne constitue l'outil indispensable pour démontrer le théorème d'existence et d'unicité de l'écriture des nombres entiers dans une base donnée. Un collègue indique qu'il faisait « cela » il y a quelques années, mais que maintenant, il préfère permettre aux étudiants de comprendre la numération avec des manipulations de jetons par exemple dont on fait des paquets.

II – 1.2 Questions complémentaires

Comme il est indiqué plus haut, il s'agit du thème de la numération. De la discussion, il est ressorti que les objets choisis - trombones et boites de trombones - n'étaient pas judicieux. En effet, sur l'annexe 1, le collier de 10 trombones prend plus de place que la boite de 1000 ! Or, comme l'aspect visuel est privilégié dans cette fiche, les représentations proposées à l'étude posent un réel problème.

La production de l'élève Florent est questionnée. *Il compte les dessins et a perdu le sens : il ne voit pas ce que « ça » représente*. Est-il intéressant d'avoir une image aussi compliquée, d'avoir autant d'éléments quand on veut travailler la numération ? l'énergie de l'élève est absorbée par le travail de visualisation !

En conclusion, les collègues pensent que ce sujet doit être totalement refait. Ils estiment qu'il ne faudrait pas le donner « tel que » à des PE1. La reprise de ce sujet demanderait un travail conséquent qu'il n'est pas possible d'entreprendre dans le temps limité de cet atelier.

II – 2 Concernant le sujet de Troyes

II – 2.1 Partie théorique

Le sujet est qualifié d'intéressant, mais il est indiqué qu'il a déjà été largement diffusé auparavant.

L'ordre des questions a été discuté. En effet, il est plus facile de s'engager dans une procédure pour la question c que pour la question b. Des questions formulées de cette manière risquent d' engager les étudiants à utiliser des procédures identiques à celles des élèves et à ne pas percevoir le concept sous jacent.

II – 2.2 Questions complémentaires

Il a été relevé que la première question était plus mathématique que didactique. Un court débat a eu lieu sur la question de la séparation stricte ou non entre questions théoriques et questions didactiques. Peut-on placer des questions mathématiques dans la partie « questions complémentaires » ?

Une critique virulente a été faite sur la question b ; en effet, les procédures attendues sont hors de portée d'un élève de CE2. Il est décidé que si ce sujet était choisi, une modification s'imposera.

II – 3 Concernant le sujet de Toulouse

En ce qui concerne la partie théorique, le groupe a estimé qu'il s'agissait d'un exercice classique, incontournable en PE1. Cependant, il conviendrait de le proposer en formation - par petits morceaux, après un travail sur les diviseurs communs - plutôt qu'en concours blanc.

Pour une nouvelle collègue, la question 1 n'apparaissait pas purement mathématique, mais constituait un problème de recherche. Les autres collègues présents ne partagent pas cet avis. Un débat s'en est suivi sur les divers types de problèmes de l'école élémentaire.

Les participants ont également estimé que le contenu des questions complémentaires était incontournable en formation.

II – 4 La production du groupe

Le choix restait entre les exercices des sujets de Toulouse et celui de Troyes. D'un commun accord, les collègues ont choisi celui de Troyes. Un cahier des charges a été élaboré avant la rédaction du sujet. Il faudrait que celui-ci mette en évidence :

- la connaissance de l'opération division euclidienne (savoir- faire) ;
- la capacité à savoir l'utiliser dans la résolution d'un problème ;
- la capacité à passer à une formalisation ;
- les connaissances arithmétiques.

Il faudrait aussi changer les valeurs numériques (ne pas laisser 23, mais par exemple choisir 7).

Voici le sujet produit :

Exercice (4 points)

Une grande importance sera accordée à la rédaction et aux explications données.
Pour cet exercice, la calculatrice n'est pas autorisée.

1. Parmi les trois nombres suivants : 4 316, 17 034 et 68 901 quels sont les multiples de 17 ? Justifier en écrivant les calculs effectués et expliciter votre démarche.
2. Une puce fait des sauts réguliers de 17 sur une piste numérotée qui peut être prolongée. Par exemple, si elle part de la case 8 et fait deux sauts, elle arrive sur la case 42.
   a) En partant de 23 584 et en faisant des sauts de 17, la puce peut-elle atteindre la case 23 692 ?
   b) En partant de 2 688 et en faisant des sauts de 17, la puce peut-elle atteindre la case 40 598 ?

3. D'une façon générale, si a et b sont deux entiers naturels donnés (a < b), indiquer un procédé général permettant de prévoir s'il est possible d'atteindre b à partir de a en en faisant des sauts de 17.

4.
   a) Quel est le plus petit entier naturel à partir duquel, en faisant des sauts de 17, la puce peut atteindre 52 200 ? Justifier votre réponse.
   b) Quelle est la case la plus proche de 5 000 d'où la puce doit partir pour atteindre effectivement 32 600 ? Justifier votre réponse

Question complémentaire : (4 points)

1 .Un enseignant de CM2 a donné à chacun de ses élèves l'un des trois exercices suivants :

a) On compte de 17 en 17 : en partant de 0, est-il possible d'atteindre le nombre 4 316 ?
b) On compte de 17 en 17 : en partant de 23 584, est-il possible d'atteindre le nombre 23 692 ?
c) On compte de 17 en 17 : en partant de 2 688, est-il possible d'atteindre le nombre 40 598 ?

Il a constaté que les procédures utilisées par les élèves ayant obtenu rapidement des réponses correctes étaient significativement différentes selon l'exercice traité. Expliquer pourquoi ces différences étaient prévisibles.

2. Le document suivant est adapté du manuel « Maths CE2 », Collection Thévenet, Bordas, 2004

I. Maud, Cyril et Magali participent à un jeu.

Ils ont chacun une étiquette avec un nombre de départ et une étiquette avec une consigne.

	Maud	Cyril	Magali
Départ	17 425	18 124	18 542
Consigne	Compte de 100 en 100 dans l'ordre croissant	Compte de 10 en 10 dans l'ordre croissant	Compte de 5 en 5 dans l'ordre croissant

Il y a ensuite six étiquettes «arrivée» ; chaque joueur doit trouver, parmi ces étiquettes, le nombre auquel il va arriver.

18 427	18 214	27 303	18 587	18 325	10 325

• Peux-tu trouver l'étiquette «arrivée» de Maud, de Cyril et de Magali ?

a) Justifier le fait que cet exercice puisse être donné à des élèves de CE2.
b) Proposer, pour chaque problème posé aux personnages du livre (Maud, Cyril et Magali) une procédure autre que celle qui correspond au comptage de n en n qui permettrait de déterminer dans chaque cas, de façon rapide, l'étiquette « arrivée ». Pourrait-on attendre cette procédure d'un élève de CE2 ?

III – AXE CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

Les quatre exercices du corpus proposé ont été choisis pour leurs similarités. En effet les sujets de Dijon et de Lyon sont basés sur le même exercice d'évaluation d'entrée en 6°. Les parties théoriques diffèrent. Les questions complémentaires portent sur des productions d'élèves et là encore, les questions diffèrent. Il en est de même pour les sujets de Reims et Troyes.

Dans un premier temps, les collègues lisent et résolvent les quatre exercices avant de faire des remarques sur chacun d'eux.

III – 1 Concernant le sujet de Dijon

Ce sujet est jugé long et fastidieux. Le nombre d'annexes est trop important. Les codes sont difficiles à utiliser. Même s'il s'agit d'un travail que tout enseignant rencontrera, il ne paraît pas très adapté au concours. La difficulté d'un sujet ne doit pas résider dans la multiplicité des annexes. La relation entre la partie mathématique et la partie didactique est illusoire.

L'intérêt d'un tel sujet est unanimement reconnu mais il semble plus intéressant de le reprendre en travaux dirigés en formation.

III – 2 Concernant le sujet de Lyon

Ce sujet semble plus pertinent que celui de Dijon au niveau d'un concours de recrutement. Mais la partie mathématique semble relativement pauvre et devrait donc être remanier. Le lien entre la partie mathématique et la partie didactique est flagrant : les candidats résolvent le même exercice que celui donné aux élèves, mais, de ce fait, les questions mathématiques apparaissent trop « légères ». Par ailleurs, les questions complémentaires sont jugées trop évasives. Il faut essayer d'être plus précis.

III – 3 Concernant les sujets de Reims et de Troyes

Ces deux sujets ont été rapidement écartés, les collègues ayant choisi de travailler sur les sujets de Lyon et Dijon. Il est tout de même à noter que les sujets de Reims et Troyes proposent une analyse de productions d'élèves très différentes. Pour Troyes, ce sont des productions réelles. Pour Reims, les productions sont réalisées à l'ordinateur. On remarquera également que le sujet de Troyes n'est pas compréhensible au niveau de la question 8 (il manque l'énoncé de l'exercice proposé aux élèves, est-ce un oubli ou est-ce volontaire ?).

III – 4 La production du groupe

III – 4.1 Élaboration du sujet « construction géométrique »

Le choix du groupe est de partir du sujet de Lyon et de le retravailler en incluant des parties du sujet de Dijon.

La discussion est amorcée sur la pertinence des questions théoriques du sujet de Lyon.

- Est-ce trop facile ? Les instruments sont-ils à préciser ?
- Faut-il préciser que les traits de constructions doivent être apparents ?
- Qu'entend-on par programme de construction ?
- Quels sont les incontournables d'un programme de construction ?
- Doit-on attendre les étapes de construction d'une médiatrice ou simplement une phrase du type « construire la médiatrice » ?
- La question 1-4 comporte deux sous questions. Il faut dissocier les questions pour que chaque question ne comporte qu'une réponse.
- Comment reposer la question 1-4 ? La justification est-elle à demander ? Quelle justification est-on en droit d'attendre ? Cette dernière question est plus en rapport avec le corrigé.

La seconde partie de la discussion porte sur la question complémentaire :

- La construction d'une droite parallèle ou d'une perpendiculaire à la règle et au compas sont-elles des compétences qui relèvent de la sixième ?
- La première question complémentaire de Lyon est critiquée. Quelle réponse est-on en droit d'attendre d'un candidat ? A priori, il ne s'agit que de reprendre les étapes de la construction demandée à l'élève, alors quel est l'intérêt de cette question ? Les collègues décident de supprimer cette question.
- Il est décidé de questionner les candidats sur les procédures des élèves de cycle 3 face à l'exercice proposé. Dans un premier temps, les collèges s'interrogent sur

l'implicite suivant : lorsque l'on demande aux candidats d'imaginer des procédures d'élèves, implicitement on pense aux procédures qui aboutissent à la bonne solution. Qu'en est-il des procédures qui ne mènent pas au résultat escompté ? Ce sont toujours des procédures mais doit-on les envisager ? Il semble alors pertinent d'essayer de lever l'ambiguïté. De même, les procédures attendues peuvent être de différents ordres. Il semble alors important de préciser « procédure experte » ou « procédure attendue ». Ces deux termes n'étant pas équivalents, lequel choisir ? Quelle est l'influence de ces termes sur les réponses attendues des candidats ?

- Lorsque l'on parle des questions posées aux élèves, parle-t-on des tâches dévolues à l'élève ?
- Les productions des élèves sont choisies en fonction de leur intérêt parmi les productions analysées dans les sujets de Lyon et de Dijon. Chacune des 8 productions est analysée. Le groupe décide de ne retenir que trois productions : deux de Dijon et une de Lyon. L'accent est mis sur les éléments intéressants que fournissent ces productions. Les commentaires concernant ces productions sont donnés dans le corrigé fourni du problème proposé (voir annexe 6).
- La seconde question complémentaire concerne l'analyse précise des productions. Il s'agit de demander au candidat de repérer les erreurs et de les analyser. Une discussion s'engage sur les termes à employer. « Repérer », « décrire », « identifier »…Quel terme choisir ? Les participants ne veulent pas que les candidats se limitent à préciser où sont les erreurs mais ils veulent également que les candidats décrivent de manière précise l'erreur. Doit-on demander également des origines possibles de ces erreurs, sachant que ce type de question apporte généralement des réponses floues ?
- Les collègues trouvent que ce type d'exercice se prête bien à une question complémentaire concernant les TICE. Ils décident alors d'inclure une question sur les logiciels de géométrie dynamique. La discussion qui s'engage concerne le type de question à poser et le type de question que l'on peut retrouver dans les sujets. A priori ces questions sont toujours critiquables ? Peut-on poser des questions précises sur l'utilisation d'un logiciel ? Tous les logiciels sont-ils à connaître ? Les logiciels ont-ils tous les mêmes caractéristiques (historiques, commandes cachées, menus déroulant…) ? Peut-on citer des noms de logiciels ?…Les collègues décident de poser une question sur l'intérêt de l'utilisation d'un logiciel quelconque de géométrie dynamique pour ce genre d'exercice.

III – 4.2 Le sujet produit

Partie I : Partie théorique

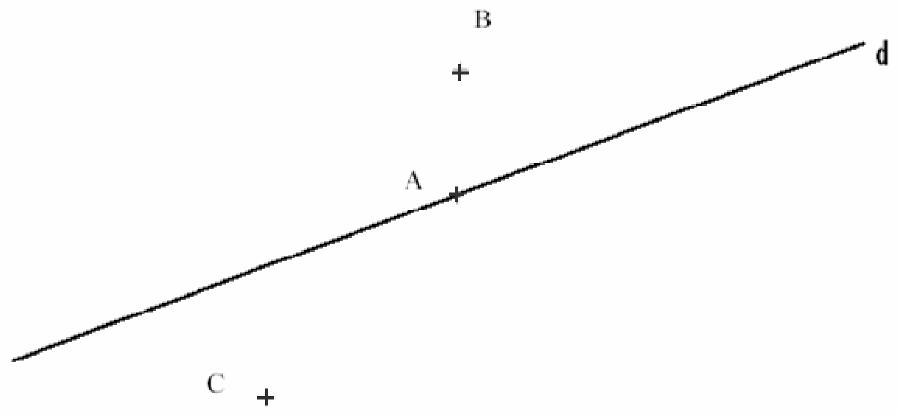
1) Sur l'annexe I , **à rendre avec votre copie,** réaliser la construction suivante, en n'utilisant que la règle non graduée et le compas: (Laisser les traits de construction apparents).

Étape A : Tracer la droite passant par C et qui est perpendiculaire à d.
Étape B : Tracer la droite passant par B et qui est parallèle à d.
Étape C : Tracer les triangles rectangles isocèles d' hypoténuse [AC].
Étape D : Construire un triangle AIJ isocèle de sommet principal I, tel que I est un point de d et B est le pied de la hauteur issue de A (c'est à dire que B est l'intersection de la hauteur issue de A avec le côté opposé).

2) Pour l'étape D, y a t'il plusieurs possibilités ? justifier.[1]
3) Écrire un programme de construction pour les étapes C et D.

Partie II : Question complémentaire

Cet exercice a été donné lors d'une évaluation à l'entrée en sixième :



1. Trace la droite qui passe par les points A et C.
2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite **d**.
3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite **d**.
4. Trace le cercle de centre B passant par A.
5. Trace le cercle de diamètre [AC].

Vous trouverez en annexes les travaux de trois élèves.

a) Quelles procédures (expertes ? exigibles ?) sont attendues d'un élève de fin de cycle 3 pour répondre aux (tâches des) questions 2 et 5. En citer 2 pour chacune des questions.

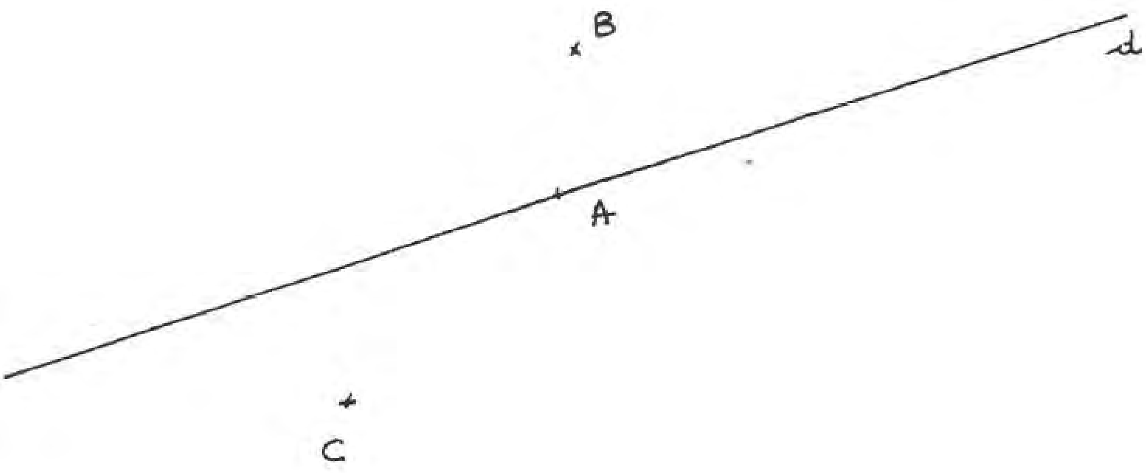
b) Repérer (décrire ? identifier ?) et analyser (faire des hypothèses sur les origines ?) les différentes erreurs pour chaque production.

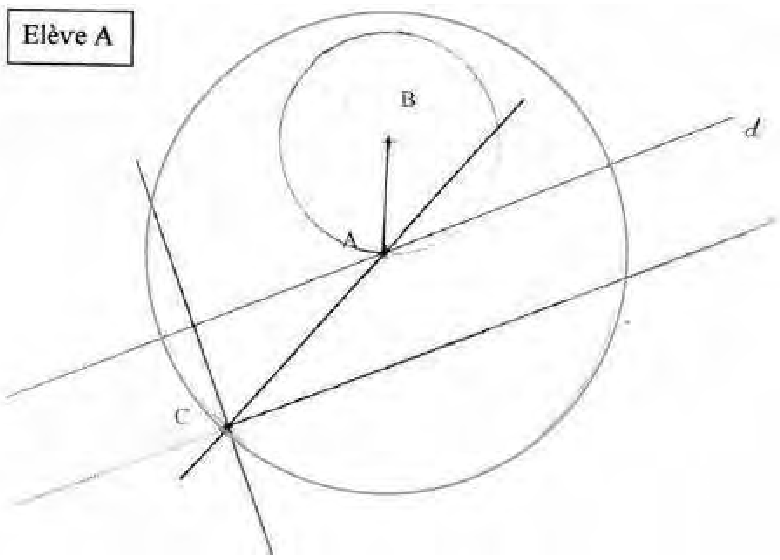
c) Pour quelle construction l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique serait-il pertinent ? Justifier. (Justifier l'apport du logiciel de géométrie dynamique par rapport à l'environnement « papier-crayon »).

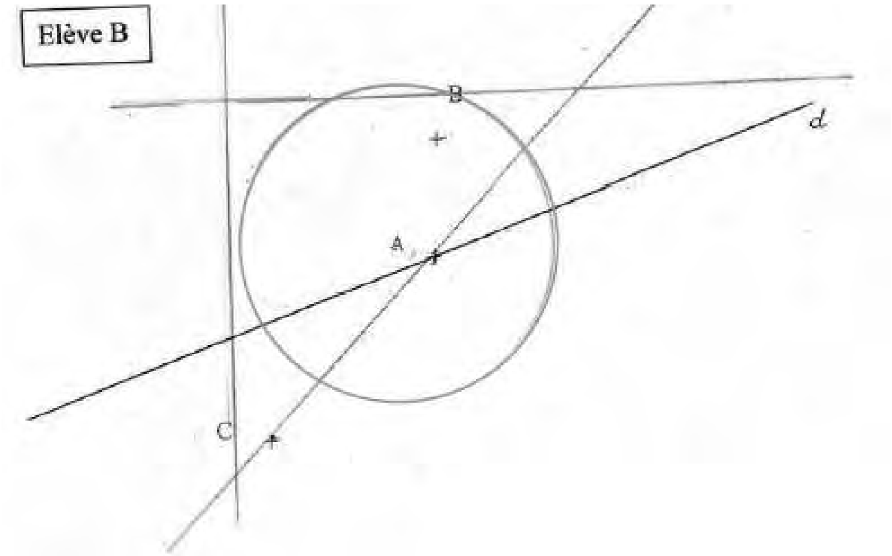
[1] Les éléments qui figurent ici en caractères rouges dans le texte de cet exercice ainsi que dans le corrigé proposé correspondent à ceux qui étaient encore l'objet de débat à la fin de l'atelier.

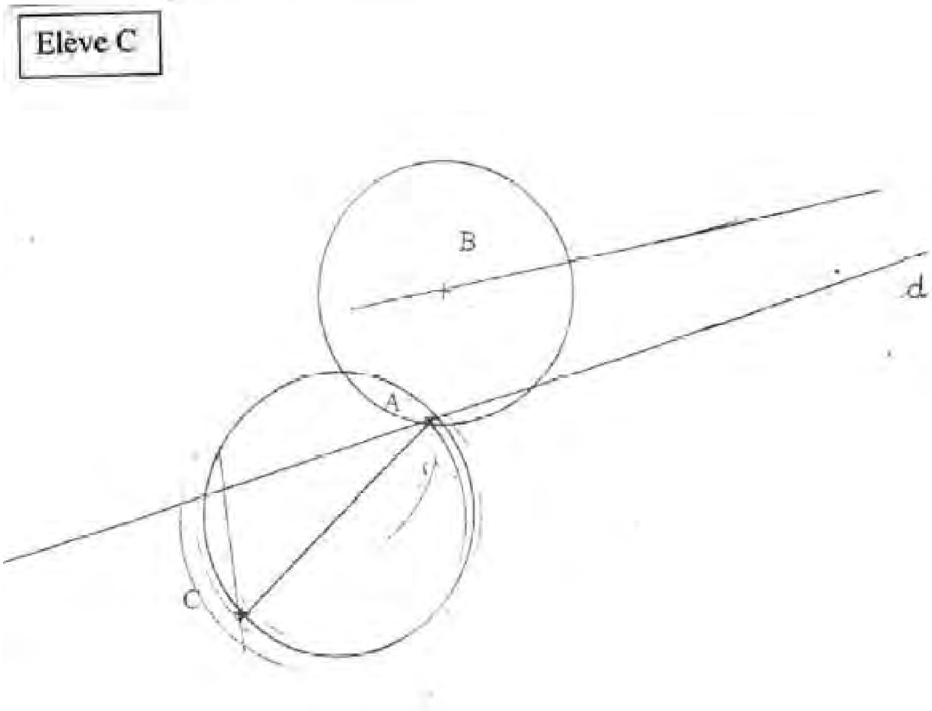
ANNEXE I *à rendre avec la copie*

Nom section









III – 4.3 Élaboration du corrigé « construction géométrique »

Les discussions concernant le corrigé commencent par une mise au point sur la manière dont est corrigé le concours dans les différentes académies. Il est clair que chaque académie est autonome et que rien n'est clairement cadré. Certaines académies acceptent les professeurs d'IUFM en tant que correcteurs, certaines les refusent. Les corrigés envoyés par le ministère servent de base de travail mais chaque commission académique produit son propre corrigé et ce dernier n'est pas disponible (document interne). Le recrutement des correcteurs est une question sensible.

Dans le cadre de travail que nous nous sommes fixés, il s'agit de produire un corrigé qui s'adresse aux PE qui préparent le concours. Le manque de temps pour réaliser un corrigé formateur dans le cadre de cet atelier est manifeste. Les collègues s'orientent donc pour un corrigé sommaire et soumis à un questionnement basé sur les corrigés proposés par Lyon et Dijon.

Les questions de la partie théorique sont laissées de côté. Seules les questions complémentaires sont discutées. En particulier :

- Les procédures attendues basées uniquement sur le perceptif sont-elles des procédures à attendre d'un élève ? Même si ces procédures peuvent donner le résultat, elles ne correspondent pas à une attente claire au niveau mathématique.
- Les productions d'élèves sont résumées sous forme de tableau. La question posée aux candidats demande de relever les erreurs. Doit-on préciser l'absence d'erreur ?

III – 4.4 Le corrigé produit

Question complémentaire :

Question a)

- Pour la question 2

Procédure 1 : Tracer à main levée une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné avec un contrôle perceptif.
Procédure 2 : Tracer à l'aide de l'équerre.
Procédure 3 : Utiliser le pliage.

- Pour la question 5

Construire (trouver ?) le milieu du segment *[AC]*, puis tracer le cercle.
Procédure 1 : Par mesurage et calcul (avec ou sans calculatrice).
Procédure 2 : Par pliage.
Procédure 3 : De manière perceptive uniquement.

Question b)

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4	Question 5
Élève A	Correct	Correct	Tracé d'une parallèle à *d* passant par C et non par B. Il semble qu'il l'ai tracer à l'équerre.	Correct (il trace le rayon[AB])	Confusion rayon diamètre.
Élève B	Tracé imprécis	Confusion « verticale » et « perpendiculaire ». La droite passe par la lettre « C » et pas par le point « C ».	Confusion « horizontale » et « parallèle ». La droite passe par la lettre « B » et pas par le point « B ».	Il trace le cercle de centre la lettre B et passant par la lettre A. Inversion des lettres.	Non réponse.
Élève C	Segment au lieu d'une droite	Contrôle perceptif pour le tracé de la perpendiculaire ou d'une « verticale ».	Perceptif incorrect.	Correct mais imprécis.	Après différents essais il trace perceptivement le cercle sans se soucier du centre.

Question c)

Il s'agit de la question 5 (« *Trace le cercle de diamètre [AC]* »). Un logiciel de géométrie dynamique permet de voir si l'élève construit le milieu du segment pour avoir le centre du cercle. Le logiciel permet de mettre en défaut la recherche perceptive du cercle de diamètre [AC] ; la validation se fait par déplacement d'un des points de la figure et vérification de la « robustesse » de la construction.

IV – AXE FRACTIONS ET DÉCIMAUX

Ce groupe a poursuivi la discussion générale amorcée en début d'atelier sur les critères à respecter pour construire un « bon sujet ». Les questions ci-dessous ont servi de guide dans la construction d'un exercice combinant, en les modifiant, certaines questions théoriques du sujet d'Aix aux questions didactiques du sujet de Nice.

- Quel lien entre l'exercice de mathématiques et la question complémentaire ?

- Quelle quantité de documents peut-on raisonnablement proposer dans un exercice ? La question complémentaire du sujet d'Aix apparaît comme caricaturale avec sept pages de document pour deux questions.

Pour rendre le sujet discriminant :

- Vérifier les compétences du programme du concours : couvrir au mieux le programme en évitant de poser plusieurs fois la même question. On rencontre cet écueil dans les sujets d'Aix , du Havre et de Besançon.
- Lecture et connaissance des IO : attention aux questions qui font encore débat entre nous et qui trouveront davantage leur place dans la formation des PE2 comme les choix à faire au cycle 3 entre les différents significations de $\frac{a}{b}$ (voir le sujet d'Aix).
- Évaluer la compétence à mettre en œuvre une solution originale : donner une place au travail sans appui sur un algorithme.
- Des concepts à tester : problème de densité des décimaux…

Le sujet de Besançon est jugé beaucoup trop formel : on risque de décourager des candidats qui ne seraient pas forcément de mauvais PE.

L'ordre des questions est important : ne pas commencer par les questions les plus difficiles !

Éviter les questions qui commencent par « que peut-on dire ? » qui s'avèrent souvent trop ouvertes et difficiles à évaluer.

Le sujet produit

1) Indiquer deux méthodes possibles permettant de dire si une fraction représente un nombre décimal.

2) Parmi les quatre fractions suivantes, quelles sont celles qui représentent un nombre décimal ? Justifier la réponse.

$\frac{54}{1350}$; $\frac{5}{700}$; $\frac{17}{1024}$; $\frac{50}{1375}$.

3) Quels sont tous les nombres entiers naturels n pour lesquels la fraction $\frac{n}{1050}$ représente un nombre décimal ? Justifier la réponse.

4) Montrer que l'on peut donner, <u>sans calcul,</u> l'écriture à virgule du nombre $\frac{41}{333}$ à partir de l'égalité : $41 = 333 \times 0{,}123 + 0{,}041$.

5) Les nombres représentés par les fractions $\frac{342}{27777500}$ et $\frac{41}{3330000}$ sont-ils égaux ?

Justifier la réponse :

- En utilisant seulement les écritures fractionnaires.
- En utilisant les écritures à virgule de ces nombres.

Question complémentaire :

1. Voici 4 règles erronées utilisées par des élèves pour ranger des nombres décimaux :

<u>Règle 1 :</u>
On ne tient pas compte de la virgule : les nombres décimaux sont considérés comme des nombres entiers sur lesquels est plaquée la virgule.
<u>Règle 2 :</u>
La règle de comparaison des nombres entiers est appliquée aux parties décimales considérées seules.
<u>Règle 3 :</u>
À parties entières égales, le plus grand des deux nombres est celui qui a le plus de chiffres après la virgule.
<u>Règle 4 :</u>
À parties entières égales, le plus petit des deux nombres est celui qui a le plus de chiffres après la virgule.

   1. Donner, pour chacune des quatre règles, une liste de trois nombres décimaux tels que l'application de la règle réalise un rangement exact.
   2. Donner, pour chacune des quatre règles, une liste de deux nombres décimaux tels que l'application de la règle réalise un rangement faux.
   3. Quelle liste de trois nombres décimaux peut proposer un maître pour mettre en échec aussi bien la règle 3 que la règle 4 ?

2. Dans le cadre de l'école primaire, les élèves pensent fréquemment que : « Multiplier un nombre non nul et différent de 1, c'est l'augmenter. ».

   a. Formuler une hypothèse pour expliquer cette conception erronée des élèves.
   b. Un maître dispose-t-il, dans le cadre du programme, d'exemples pour invalider cette proposition ? Justifier la réponse.

3. Un élève a fait la multiplication ci-dessous :

$$\begin{array}{r} 1\,1{,}\,4 \\ \times\ 5{,}\,3 \\ \hline 3\,4\,2 \\ 5\,7\,0 \\ \hline 6\,0\,4{,}2 \end{array}$$

A partir de quelle classe peut-on rencontrer une telle production ? Justifier la réponse.
Formuler une hypothèse d'interprétation de cette erreur.

V – POUR CONCLURE

Le travail de l'atelier s'est terminé par une discussion collective autour de la production du sous-groupe « constructions géométriques » dont voici les principaux éléments :

- Est-il nécessaire de demander une justification de chaque construction ? Pour les étapes A et B il faut préciser qu'il faut laisser les traits de construction apparents (sans plus, cela n'a jamais posé de problème lors des corrections).
- Quel est le lien entre les deux parties ?
- La partie mathématique est-elle vraiment consistante ?
- A propos de la question 1 étape D, il est préférable d'appeler le triangle IAS au lieu de AIS.
- A propos des questions de Dijon : différence de performance entre les tracés des perpendiculaires et des parallèles. La question est fine, elle n'est pas à poser au concours mais à réserver à la formation.
- Le catalogue des erreurs des élèves à l'école élémentaire n'est pas vraiment défini.
- Il faut expliciter davantage le corpus de connaissances exigibles chez le PE pour l'analyse des erreurs.
- Voir les compétences pour lesquelles il est intéressant de proposer des analyses d'erreurs.
- A propos des erreurs, il est à noter l'importance du verbe « analyser ». Deux tâches sont à réaliser : repérer et analyser. Le barème doit distinguer ces deux critères. Le verbe « analyser » comporte-t-il l'implicite « faire des hypothèses sur les origines », « décrire puis catégoriser » ?
- A propos des erreurs : « décrire » semble préférable à « repérer ».
- Discussion autour du codage utilisé dans les évaluations nationales.

L'atelier, s'il a pu déboucher sur de réelles productions, a surtout permis de pointer de nombreuses questions qui mériteraient d'être reprises au cours des prochains colloques.
En effet, il reste encore beaucoup d'implicites à lever quant à nos attentes de formateurs relativement aux sujets du CERPE. Pour évaluer le plus « justement » possibles les compétences attendues des candidats, il faudrait parvenir à définir plus clairement celles-ci avec les modalités de leur évaluation. Un immense chantier, mais aussi un défi pour renforcer la crédibilité de nos formations…

ANNEXE 1 – CORPUS RELATIF À LA DIVISION EUCLIDIENNE

Exercice 4 d'un concours blanc de Toulouse en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Ses annexes

Le corrigé de cet exercice

Exercice 1 d'un concours blanc de Troyes en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Le corrigé de cet exercice

Exercice 3 d'un concours blanc d'Aix-Marseille en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Ses annexes

Le corrigé de cet exercice

ANNEXE 2 – CORPUS RELATIF AUX CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 2 d'un concours blanc de Dijon en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Ses annexes

Le corrigé de cet exercice

Exercice 3 d'un concours blanc de Lyon en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Ses annexes

Le corrigé de cet exercice

Exercice 3 d'un concours blanc de Reims en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Ses annexes

Le corrigé de cet exercice

Exercice 1 d'un concours blanc de Troyes en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Le corrigé de cet exercice

ANNEXE 3 – CORPUS RELATIF AUX FRACTIONS ET AUX DÉCIMAUX

Exercice 1 d'un concours blanc du Havre en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Le corrigé de cet exercice

Exercice 3 d'un concours blanc de Besançon en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Le corrigé de cet exercice

Exercice 1 d'un concours blanc d'Aix-Marseille en 2005-06

Le texte de l'exercice proposé

Ses annexes

Le corrigé de cet exercice

Partie didactique d'un concours blanc de Nice en 1994-95

Le texte de l'exercice proposé

Le corrigé de cet exercice

ÉNONCÉ TOULOUSE – DIVISION EUCLIDIENNE 3,5 + 4 POINTS

1. La partie de droite de cette division a été effacée. On demande de la retrouver *(les justifications ne sont pas demandées).*

```
529565 |
 2466  |------
  2225 |
   542 |
```

2. On a oublié une "division", on sait que le dividende était plus petit que 300, que le quotient était 82 et le reste 47. Quels pourraient être le dividende et le diviseur ?

3. Le quotient de 2 entiers naturels est 6 et le reste est 47. La somme des 2 entiers et du reste est 591. Quels sont les deux entiers ?

4. On veut calculer une valeur approchée au dixième près par défaut du quotient de 129 par17 en utilisant une calculatrice dont la seule touche d'opération disponible est celle de la soustraction *(les touches des autres opérations ne fonctionnent pas).* Proposer une démarche.

Question complémentaire : Procédures de division euclidienne

1) au CM1

Dans la première séance sur la division euclidienne proposée dans une classe de CM1, le maître propose aux élèves le problème suivant :

> Un aviculteur a ramassé 105 œufs. Il les place dans des boîtes contenant chacune 12 œufs.
> Combien de boîtes peut-il remplir ?
> Tous les œufs seront-ils rangés ?

Après une reformulation collective de l'énoncé, un temps de travail individuel, les élèves rédigent une solution par groupes de 4 ou 5 élèves.
Le productions des différents groupes de la classe sont dans l'annexe 2.
Les procédures sont ensuite comparées et le maître dit aux élèves qu'ils viennent de traiter un problème de division et donne le vocabulaire spécifique : "quotient" et "reste".

a) Quel est l'objectif du maître dans cette première séance ?

b) Classez les procédures des différents groupes en les caractérisant.

c) Après avoir observé les procédures des groupes B, D, E et F, le maître se propose d'amener les élèves à faire évoluer la procédure du groupe F. Pour cela, il veut modifier le problème de l'aviculteur. Proposez un énoncé que pourrait utiliser le maître. Justifiez votre proposition en explicitant les variables didactiques sur lesquelles vous avez agi.

d) En fin de séquence, le maître donne aux élèves l'aide-mémoire de l'annexe 3.
Donnez un titre pertinent pour chacune des 4 étapes de cet aide-mémoire

2) au CM2 : exercices de l'annexe 4

a) Quelle est, précisément la connaissance mathématique visée dans ces exercices sur la division.

b) Situez les objectifs de ces exercices dans les programmes de mathématiques du cycle 3 et dites si vous trouvez ces exercices adaptés.

Annexes de cet exercice Corrigé Retour

ANNEXES TOULOUSE – DIVISION EUCLIDIENNE

Annexe 2

12 + 12 24 + 12 36 + 12 48 + 12 60 60 + 12 72 + 12 84 + 12 ~~96~~ ~~+ 12~~ ~~108~~ Il remplit 8 boîtes. Il reste 9 œufs GROUPE A	105 - 12 93 81 - 12 69 57 - 12 45 33 - 12 21 93 - 12 81 69 - 12 57 45 - 12 33 21 - 12 09 8 boîtes sont remplies 9 œufs ne sont pas rangés GROUPE B	12 +12 +12 +12 +12 +12 72 72 +12 84 + 12 ~~96~~ ~~+ 12~~ ~~108~~ 96 + 9 = 105 Il y a 8 boîtes de 12. Il reste 9 œufs GROUPE C
12 x 6 72 12 x 9 108 12 x 8 96 105 – 96 = 9 Il remplit 8 boîtes. Il reste 9 œufs GROUPE D	105 - 12 93 - 12 69 - 24 45 45 - 24 21 - 12 9 Il y a 8 boîtes. 9 œufs ne sont pas rangés. GROUPE E	105 - 36 069 - 36 33 - 24 9 Il peut remplir 8 boîtes. 9 œufs vont rester. GROUPE F

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

Annexe 3

Extrait d'"objectif calcul CM1" (Hatier – 2001)

La division : technique

Exemple : 4 732 ⊦ 16.

a Pour commencer, trouve le nombre de chiffres du quotient.

16 × 100 < 4 732 < 16 × 1 000

Le quotient est compris entre 100 et 1 000. Ce sera un nombre de 3 chiffres.
Indique le nombre de chiffres avec des points.

b Puis construis le répertoire de 16.

16 × 1 = 16
16 × 2 = 32
16 × 3 = 48
16 × 4 = 64
16 × 5 = 80
16 × 6 = 96
16 × 7 = 112
16 × 8 = 128
16 × 9 = 144

c Ensuite pose la division.

les centaines	4 7 3 2	1 6
2 centaines de fois 16 ←	− 3 2 0 0	2 9 5
les dizaines	1 5 3 2	. . .
9 dizaines de fois 16 ←	− 1 4 4 0	unités
les unités	0 9 2	dizaines
5 fois 16 ←	− 8 0	centaines
	1 2	

d Enfin, écris l'égalité qui traduit l'opération que tu viens de faire:

4 732 = (16 × 295) + 12

Cette égalité te permet de vérifier si ton opération est juste et de conclure :
le quotient de 4 732 ⊦ 16 est 295 et le reste est 12, car 12 < 16.

Annexe 4

Extrait de Cap math CM2 (Hatier - 2004)

Chercher : Partages

La calculatrice est interdite

1 Un fil long de 26 m est partagé en 4 morceaux de même longueur.
Quelle est la longueur exacte, en mètres, de chaque morceau ?

2 Douze personnes ont dîné dans un restaurant anglais. Elles décident de se partager l'addition qui s'élève à 225 livres sterling.
Combien chaque personne doit-elle payer ?

3 Un bloc de 120 feuilles de papier a une épaisseur de 15 mm.
Quelle est, en millimètres, l'épaisseur exacte d'une telle feuille de papier ?

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

CORRIGÉ TOULOUSE – DIVISION EUCLIDIENNE

1.

$$\begin{array}{r|l} 5\,2\,9\,5\,6\,5 & 561 \\ \underline{-5\,0\,4\,9} & 943 \\ 2\,4\,6\,6 & \\ \underline{-\,2\,2\,4\,4} & \\ 2\,2\,2\,5 & \\ \underline{-1\,6\,8\,3} & \\ 5\,4\,2 & \end{array}$$

$5049 = 3^3 \times 11 \times 17$ $\quad 2244 = 2^2 \times 3 \times 11 \times 17$ $\quad 1683 = 3^2 \times 11 \times 17$

Le 3 nombres précédents sont des multiples du diviseur cherché. Ce diviseur doit être supérieur au reste 542. Il n'y a que le plus grand diviseur commun de ces 3 nombres qui convienne : 561, c'est le diviseur. Il suffit de faire la division pour trouver le quotient.
1 point

2. Il n'y a pas de solution puisqu'il faudrait trouver pour le diviseur un nombre supérieur au reste, 47 et dont le produit par 82 soit inférieur à 300.
Le premier diviseur possible, 48 est tel que 82 x 48 = 3936 qui est supérieur à 300.
0,5 point
3. Écrivons les égalités données par l'énoncé :

En résolvant le système, on trouve a = 473 et b = 71.
Les deux entiers sont donc 473 et 71.
On vérifie que dans la division euclidienne de 473 par 71 le quotient est 6 et le reste 47.
La somme de 473, de 71 et de 47 est bien 591.
1 point

4. On peut décomposer le travail en deux étapes :
On peut d'abord faire des soustractions successives de 17 en en comptant le nombre, tant que c'est possible : c'est la recherche de la partie entière du quotient.

129 – 17 = 112	n = 1	
112 – 17 = 95	n = 2	
95 – 17 = 78	n = 3	
78 – 17 = 61	n = 4	
61 – 17 = 44	n = 5	
44 – 17 = 27	n = 6	
27 – 17 = 10	n = 7	alors 129 = 7 x 17 + 10

Ensuite, on va chercher la partie décimale (les dixièmes) à partir du reste, l'entier 10 qui vaut 100 dixièmes. On refait des soustractions successives de 17.

100 – 17 = 83	n = 1	
83 – 17 = 66	n = 2	
66 – 17 = 49	n = 3	
49 – 17 = 32	n = 4	
32 – 17 = 15	n = 5	alors 100 = 5 x 17 + 15 ou $10 = \frac{5}{10} \times 17 + \frac{15}{10}$

On a trouvé 129 = 7,5 x 17 + 1,5
Une valeur approchée au dixième près par défaut du quotient est 7,5.
1 point

Question complémentaire

1) au CM1

a) L'objectif du maître est de repérer les procédures personnelles utilisées par ses élèves pour résoudre des situations de division : il s'agit d'une évaluation diagnostique avant d'amener les élèves vers la notion de division euclidienne.
0,5 point

b) On peut distinguer 4 classes de procédures, chacune d'entre elles permettant de résoudre le problème: procédure par addition réitérée, par soustraction réitérée, par soustraction de multiples, procédure multiplicative
Procédure par addition réitérée : les groupes A et C. Il s'agit de l'addition réitérée de 12 jusqu'à ce que la somme dépasse 105, là ils reviennent au terme précédent, 96. Le groupe A ne justifie pas le reste, le groupe C le justifie en donnant une addition qui permet de trouver le complément de 96 à 105. Les deux résultats sont justes, les deux groupes ont bien compté le nombre fois que 12 était ajouté, pour avoir le quotient, 8.
Procédure par soustraction réitérée : le groupe B. Il s'agit de soustraire 12 tant qu'on peut. La dernière différence donne le reste. Le nombre de fois qu'on enlève 12 indique le quotient. Le groupe interprète bien les calculs.
Procédure par soustraction de multiples : les groupes E et F. Les élèves soustraient 12 ou des multiples de 12, 24 ou 36 qui correspondent à 2 ou 3 boîtes d'œufs. Le dernier calcul donne le reste. Les élèves interprètent bien leurs calculs.
Procédure multiplicative : Le groupe D encadre 105 par des multiples de 12, il tâtonne en posant plusieurs multiplications pas 12. Le reste est trouvé en soustrayant 8 x 12 à 105. Bonne interprétation des calculs.
1 point

c) En fait, "en mettant de côté" les stratégies additives des groupes A et C, seules restent les procédures de soustractions du diviseur ou de multiples de celui-ci. "Améliorer" la procédure du groupe F, c'est amener les élèves à diminuer le nombre de soustractions en retranchant un multiple du diviseur mieux adapté. On demande de modifier le problème de l'aviculteur, donc de garder la situation de base en l'adaptant en fonction du nouvel objectif.
Pour l'obtenir, plusieurs moyens sont possibles :
modifier les variables numériques, et principalement le quotient à déterminer ;
donner aux élèves un répertoire des multiples du diviseur qui leur facilite la recherche des multiples successifs à retrancher ;
limiter le nombre maximal d'opérations possibles
Une proposition : "L'aviculteur a ramassé 2475 œufs. Combien de boîtes de 12 œufs peut-il remplir ? Combien d'œufs reste-t-il ?"
Justification : En choisissant un quotient assez grand (il est égal à 206 !) les additions réitérées ou les soustractions réitérées du diviseur lui-même n'ont plus de chance de vivre. De plus les deux premiers chiffres du dividende laissent nettement apparaître un multiple simple et commode du diviseur : 2400 c'est 24 x 100 ou 12 x 200, ou encore 2 fois
12 x 100. Cela devrait inciter les élèves à retrancher 2400 au dividende. Du reste partiel 75 il reste à retrancher 72, c'est à dire 6 fois 12 (là encore les premiers chiffres sont identiques...).
Les variables didactiques sur lesquelles on a agi sont donc : la taille des nombres (plus exactement la taille du quotient), les relations arithmétiques entre le dividende

et le diviseur (facilitant le repérage de multiples du diviseur faciles à soustraire au dividende).
1 point : énoncé 0,5, justification 0,25, variables explicitées 0,25

d) Titres des différentes étapes :
a) Détermination du nombre de chiffres du quotient,
b) Construction du répertoire de 16,
Pose de la division avec la potence,
Vérification de la division.
0,5 point

2) Au CM2

a) il s'agit de calculer un quotient exact décimal, dans une situation de division-partition, pour chacun de ces trois exercices. 0,5 point

b) Les documents d'application de cycle 3 (cités ci-dessous) indiquent que le quotient décimal n'est pas une compétence exigible en cycle 3 mais que cette notion peut être travaillée en résolution de problème en utilisant des procédures personnelles dans le cadre du calcul réfléchi. Des problèmes qui favorisent le recours à un quotient décimal peuvent être des problèmes sur les mesures ou la monnaie.
Les exercices de CM2 proposés dans l'annexe sont donc en adéquation avec le programme.
Extrait du document d'application de cycle 3 :
" Le calcul d'un quotient décimal issu de la division de deux entiers ou d'un décimal par un entier n'est […] pas une compétence exigible au cycle 3. Mais, des situations où les élèves sont conduits à chercher ce type de résultat par des procédures personnelles doivent être proposées.
Par exemple, s'il s'agit de partager équitablement 203 euros entre 5 personnes, les procédures suivantes peuvent être utilisées :
– convertir les 203 euros en 20 300 centimes, puis effectuer la division ;
– donner 40 euros à chacun, puis convertir les 3 euros restants en 300 centimes pour terminer le partage ;
– poser la division de 203 par 5, puis convertir le reste (3 unités) en 30 dixièmes pour poursuivre le calcul.
Dans tous les cas, on reste au niveau d'un calcul réfléchi explicite, sans viser la mise en place d'un automatisme. La calculatrice peut également être utilisée lorsque, par exemple, le calcul de la division de 203 par 5 a été reconnu comme pertinent, l'attention des élèves devant être
attirée sur l'interprétation du résultat affiché, notamment sur les chiffres significatifs de la partie décimale."
0,5 point

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

ÉNONCÉ TROYES – DIVISION EUCLIDIENNE 4 + 4 POINTS

1. a. En partant de 17 584 et en comptant de 23 en 23, peut-on atteindre le nombre 17 692 ? Justifier votre réponse.
b. En partant de 2 197 et en comptant de 23 en 23, peut-on atteindre le nombre 31 600 ? Justifier votre réponse.
c. En partant de 0 et en comptant de 23 en 23, peut-on atteindre le nombre 5 727 ? Justifier votre réponse.
2. D'une façon générale, si a et b sont deux entiers naturels donnés (a < b), indiquer un procédé général et rapide (couper rapide) permettant de prévoir s'il est possible d'atteindre b à partir de a en comptant (couper en comptant) en faisant des sauts de 23 en 23.
3. Quel est le plus petit entier naturel à partir duquel, en comptant de 23 en 23, on peut atteindre 31 600 ? Justifiez votre réponse.

Questions complémentaires

1. Un enseignant de CM2 a donné à chacun de ses élèves l'un des trois exercices suivants :
   a. On compte de 23 en 23 ; en partant de 17 584, est-il possible d'atteindre le nombre 17 692 ?
   b. On compte de 23 en 23 ; en partant de 2 197, est-il possible d'atteindre le nombre 31 600 ?
   c. On compte de 23 en 23 ; en partant de 0, est-il possible d'atteindre le nombre 5 727 ?

   Il a constaté que les procédures utilisées par les élèves ayant obtenu rapidement des réponses correctes étaient significativement différentes selon l'exercice traité. Expliquer pourquoi ces différences étaient prévisibles.

2. Le document suivant est adapté du manuel « Maths CE2 », Collection Thévenet, Bordas, 2004.

I. Maud, Cyril et Magali participent à un jeu.
Ils ont chacun une étiquette avec un nombre de départ et une étiquette avec une consigne.

	Maud	Cyril	Magali
Départ	17 425	18 124	18 542
Consigne	Compte de 100 en 100 dans l'ordre croissant	Compte de 10 en 10 dans l'ordre croissant	Compte de 5 en 5 dans l'ordre croissant

Il y a ensuite six étiquettes «arrivée» ; chaque joueur doit trouver, parmi ces étiquettes, le nombre auquel il va arriver.

18 427	18 214	27 303	18 587	18 325	10 325

• Peux-tu trouver l'étiquette «arrivée» de Maud, de Cyril et de Magali ?

   a. Quels sont les éléments mathématiques communs entre cet exercice et ceux de la question précédente ?
   b. Quelle est la variable essentielle qui permet de donner cet exercice à des élèves dès le CE2 ?

c. Proposer, pour chaque problème posé aux personnages du livre (Maud, Cyril et Magali) une procédure autre que celle qui correspond à la consigne et qui permettrait à des élèves de CE2 de déterminer dans chaque cas, de façon rapide, l'étiquette « arrivée ».

Corrigé de cet exercice Retour

CORRIGÉ TROYES – DIVISION EUCLIDIENNE

1. a. 17 692 - 17 584 = 108 et 108 = 23 × 4 + 16 car 23 × 2 = 46 et 46 × 2 = 92
donc 17 584 + 23 × 4 < 17 692 < 17 584 + 23 × 5 et donc en partant de 17 584 et en comptant de 23 en 23, on n'atteindra pas 17 692.

b. 31 600 – 2197 = 29 403 et 29 403 = 23 × 1278 + 9

Poser la division ou tout autre calcul probant sur la copie !!!

donc 2 197 + 23 × 1278 < 31 600 < 2 197 + 23 × 1279 et donc en partant de 2 197 et en comptant de 23 en 23, on n'atteindra pas 31 600.

c. 5 727 = 23 × 249 donc en partant de 0 et en comptant de 23 en 23, on atteindra bien 5 727.

Poser la division ou tout autre calcul probant sur la copie !!!

Certains ont aussi remarqué que = 5,75 et que 5 750 – 23 = 5 727
car = 11,5 et la moitié de 11,5 est 5,75 donc × 1 000 = 5 750 c'est-à-dire 23 × 250 = 5 750 ce qui prouve ainsi que 5 727 = 23 × 249 sans poser de divisions… D'autres procédures étaient possibles du type de celle du a.

2. D'une façon générale, pour prévoir si on peut atteindre b à partir de a en comptant de 23 en 23, il suffit d'effectuer la division de b – a par 23. Si le reste est nul, on peut le faire et si le reste est non nul, on ne peut pas.

3. 31 600 = 23 × 1373 + 21 Le plus petit entier naturel cherché est donc 21.

Poser la division ou tout autre calcul probant sur la copie !!!

Questions complémentaires

1. Les différences de procédures étaient effectivement prévisibles car :

- de 17 584 à 17 692, l'écart est petit et il est donc possible pour une majorité d'élèves de faire des additions répétées (au maximum cinq) pour trouver la réponse,
- de 2 197 à 31 600, la procédure experte (cf 1. b) est difficile en CM2 (cet exercice est le plus difficile des trois) car il ne s'agit pas ici d'une situation classique de division qui est habituellement pour les élèves une situation de partage équitable. Il est donc plus probable que les élèves vont ajouter à 2 197 des multiples de 23 (230, 2 300, 23 000…) jusqu'à obtenir 31 600 comme y incite l'énoncé…
- de 0 à 5 727, on peut bien sûr envisager la procédure précédente, mais aussi on peut poser la division qui est un peu plus facile à reconnaître dans cet exercice que dans le précédent. Du fait que l'on commence à 0, les élèves peuvent peut-être reconnaître qu'il s'agit de faire des paquets de 23.

2. a. Il s'agit encore :
de compter de n en n à partir d'un entier donné,
de travailler sur de grands nombres,
dans les deux cas, la procédure "experte" conduit à effectuer une division (posée ou non).

b. La variable essentielle est le choix de n dans le comptage de n en n : en CE2, il y a n = 100, 10 ou 5 (compétences de fin de cycle 2) alors qu'en CM2, il y a n = 23.
c. Pour Maud, on peut chercher les nombres se terminant par 25, car compter de 100 en 100 ne modifie pas les deux derniers chiffres, et garder celui qui est plus grand que 17 425 c'est-à-dire 18 325.

Pour Cyril, on peut chercher les nombres se terminant par 4, car compter de 10 en 10 ne modifie pas le dernier chiffre, (et garder celui qui est plus grand que 18 124) c'est-à-dire 18 214.

Pour Magali, on peut chercher les nombres se terminant par 2 ou 7, car compter de 5 en 5 à partir d'un entier se terminant par 2 donne pour dernier chiffre 2 ou 7, et garder celui qui est plus grand que 18 542 c'est-à-dire 18 587.

Énoncé de cet exercice Retour

ÉNONCÉ AIX-EN-PROVENCE – DIVISION EUCLIDIENNE 4 + 5,5 POINTS

Une usine de matériel électrique emballe les ampoules qui lui sont commandées dans trois sortes d'emballages :

Petits cartons contenant p ampoules,
Moyens cartons contenant m ampoules avec m entier multiple de p,
Gros cartons contenant g ampoules avec g entier multiple de m.

1) Justifiez le fait que les quantités commandées doivent obligatoirement être des multiples de p.

Soit N le nombre d'ampoules commandées. On cherche à utiliser le plus possible de gros cartons de préférence aux moyens cartons, et de moyens cartons de préférence aux petits cartons.

On notera G, (resp. M et P) le nombre de gros (resp. moyens et petits) cartons utilisés.

2) a) Dans le cas où $g = 200$; $m = 50$ et $p = 10$, quelle est <u>l'opération qui permet de calculer</u> G en fonction de N ? Quelle opération faut-il faire ensuite pour obtenir M et P en fonction de N ?

Application numérique : calculer G, M et P pour N = 192 310.

b) Dans le cas où $g = 1000$; $m = 100$ et $p = 10$, expliquer comment on peut obtenir les nombres P, M et G sans calcul à partir du nombre N.

Application numérique : calculer G, M et P pour N = 40 520.

3) a) Dans le cas général, quelle est l'opération qui permet de calculer G en fonction de N ?

Quelle opération faut-il faire ensuite pour obtenir M et P en fonction de N ?

b) Dans le cas où $m = p^2$ et $g = p^3$, quelle est l'écriture du nombre N qui permet d'obtenir les nombres P, M et G ?

Application numérique : Trouver cette écriture pour N = 19 824 et p = 12.

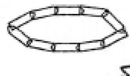
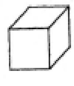
QUESTIONS COMPLÉMENTAIRES :

Il a été proposé en septembre à des élèves de deuxième année de cycle III l'activité «trombones» décrite dans l'ouvrage ERMEL : apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1 de chez Hatier :

<u>LES TROMBONES</u>

Dans cette situation, chaque élève doit déterminer **<u>le nombre d'éléments d'une collection</u>** semi-organisée et dessinée sur une feuille individuelle (cf. annexe 1)

Les élèves disposent des informations suivantes :

- Chaque trombone est matérialisé par 
- Chaque collier contient 10 trombones et est matérialisé par 
- Chaque sachet transparent contient 10 colliers et est matérialisé par 
- Chaque boîte contient 10 sachets et est matérialisée par 

Deux élèves n'ont pu mener la tâche à son terme ou bien ont produit des résultats erronés (leurs productions constituent l'annexe 2 - documents 1 et 2).

1. Quelles sont les connaissances mathématiques visées dans cette activité ?

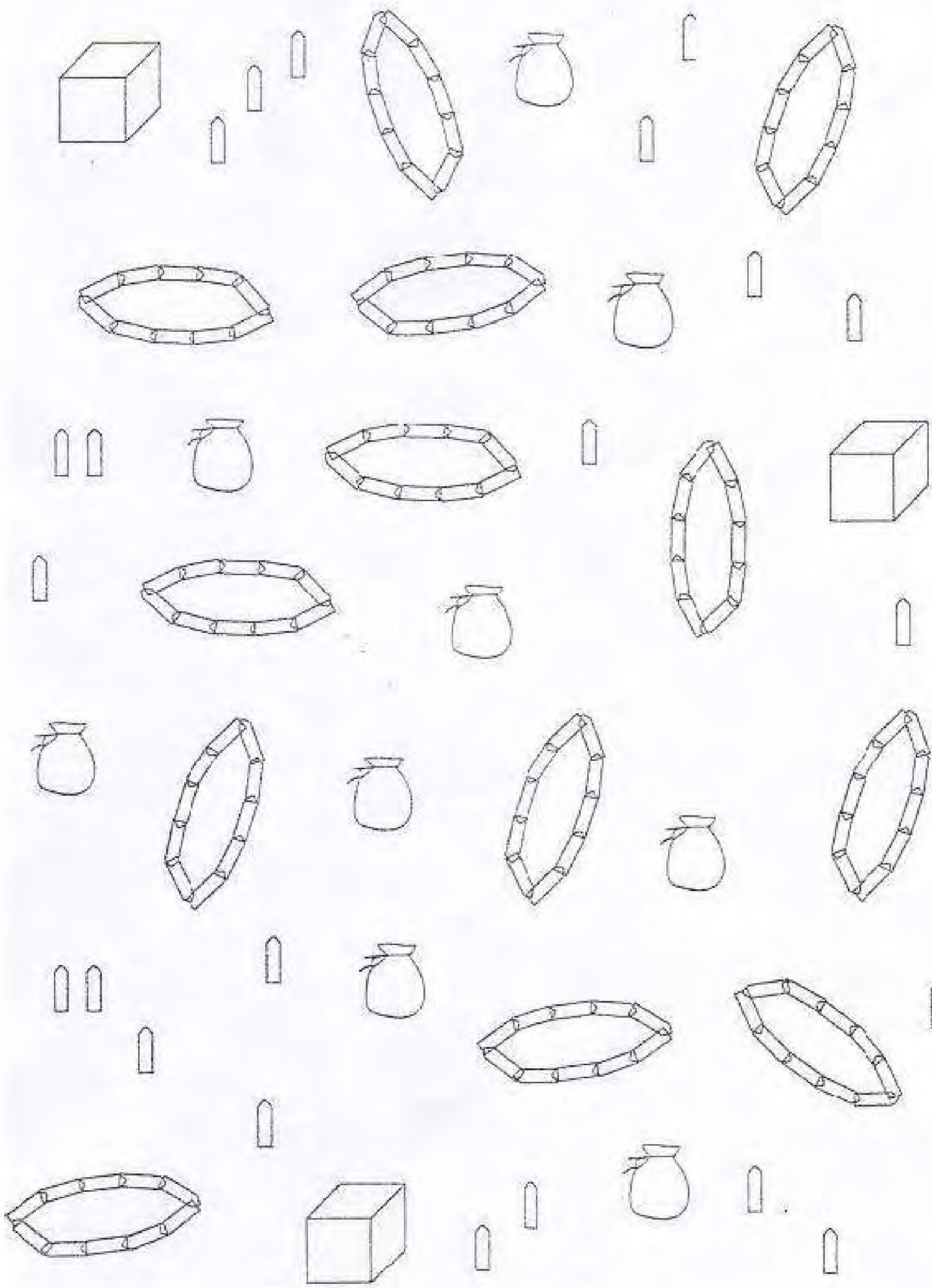
2. a) Donner deux procédures correctes qu'un élève peut utiliser pour déterminer le nombre de trombones par sachet et le nombre de trombones par boîte.

b) Décrire deux procédures correctes qu'un élève peut utiliser pour déterminer le nombre total de trombones, s'il a commencé par dénombrer les différentes collections.
3. Comment justifieriez-vous la place de cette activité dans une classe de CM1 ?
4. Analyser les productions de ces deux élèves.
5. Est-il pertinent d'utiliser la calculatrice pour l'acquisition des connaissances visées dans cette activité ?

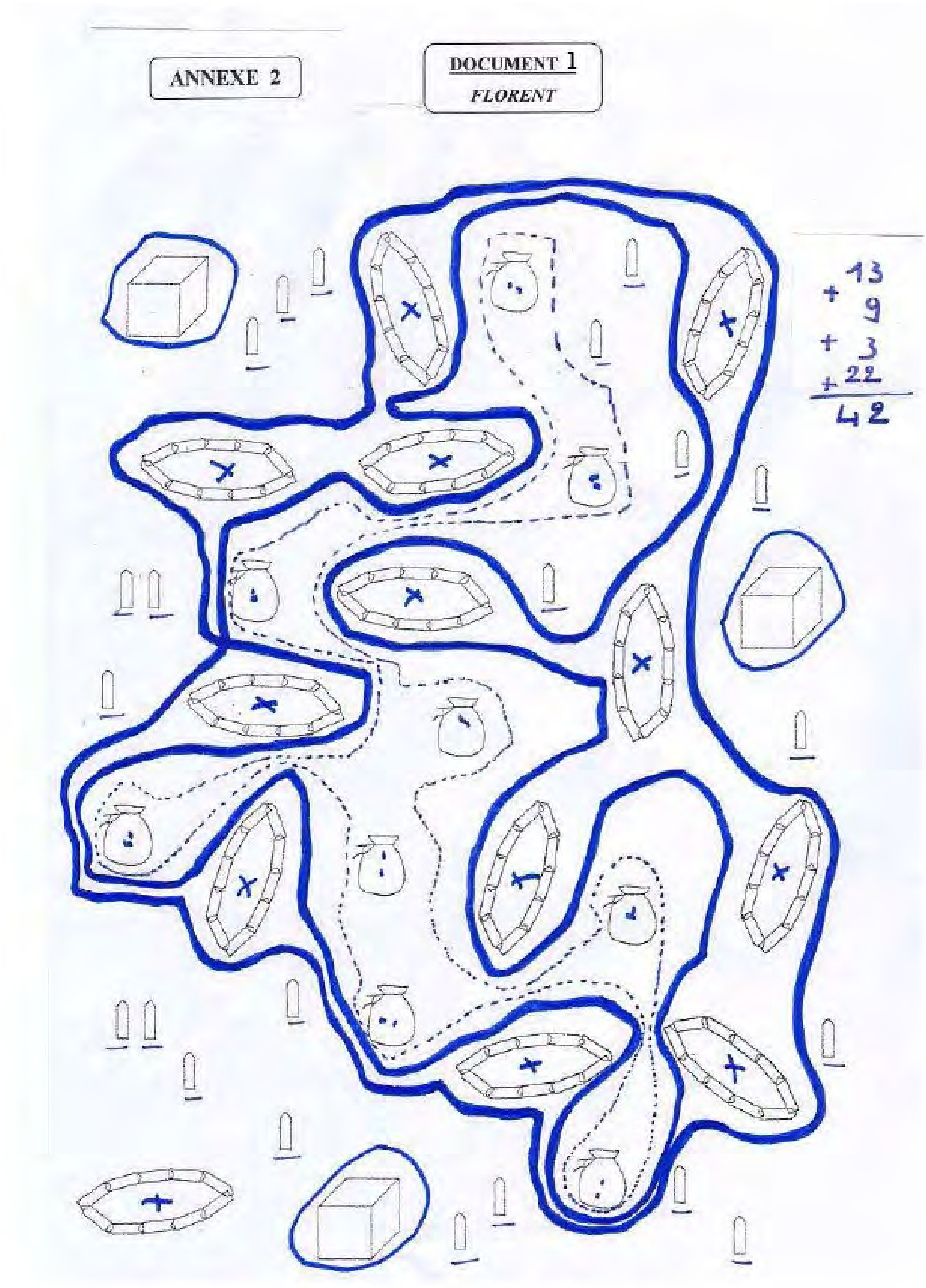
Annexes de cet exercice Corrigé Retour

ANNEXES AIX-EN-PROVENCE – DIVISION EUCLIDIENNE

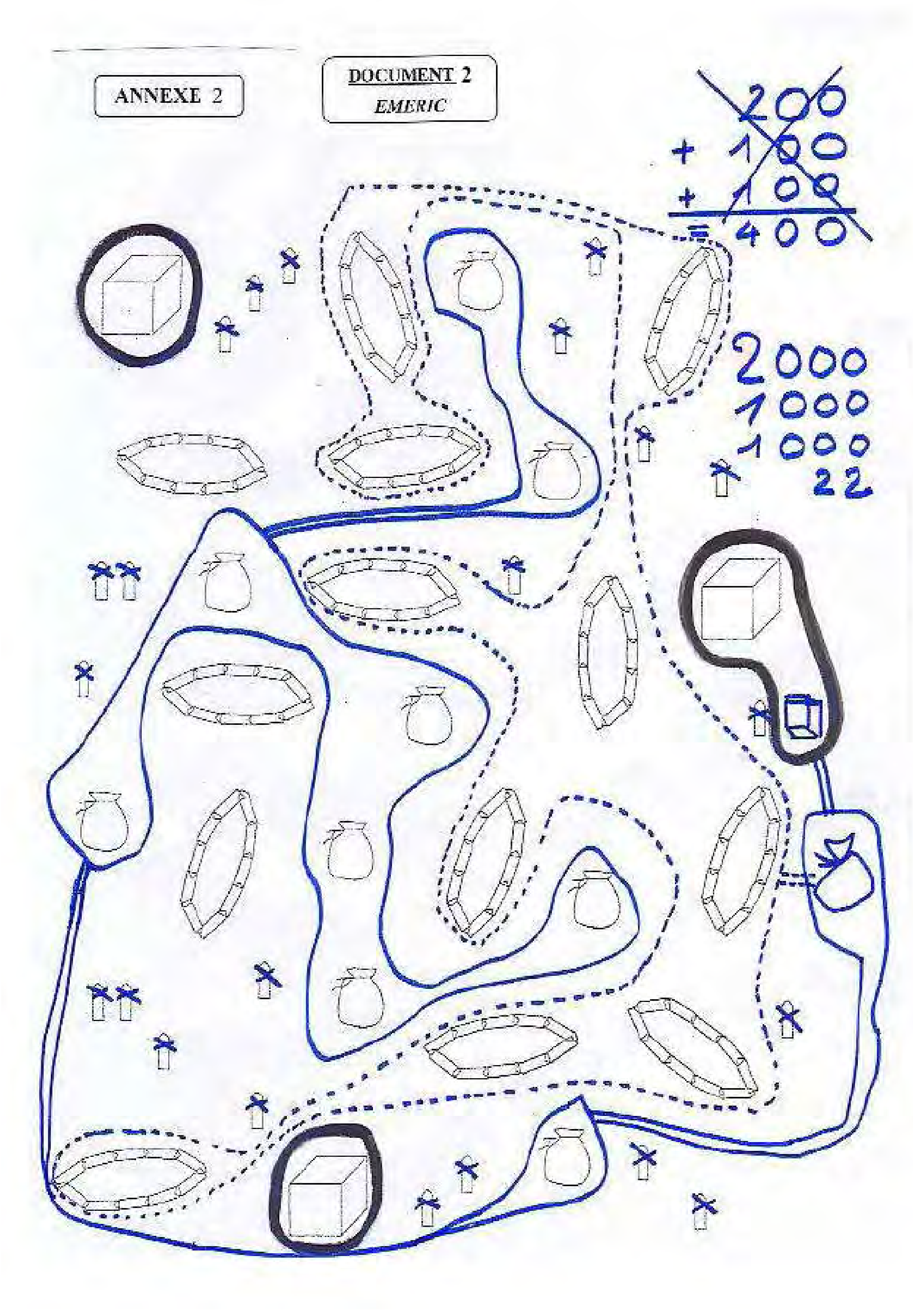
ANNEXE 1



Énoncé de cet exercice Corrigé Retour



Énoncé de cet exercice Corrigé Retour



Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

CORRIGÉ AIX-EN-PROVENCE – DIVISION EUCLIDIENNE

Une usine de matériel électrique emballe les ampoules qui lui sont commandées dans trois sortes d'emballages :

Petits cartons contenant p ampoules,
Moyens cartons contenant m ampoules avec m entier multiple de p,
Gros cartons contenant g ampoules avec g entier multiple de m.

1) Justifiez le fait que les quantités commandées doivent obligatoirement être des multiples de p.

On va commander les ampoules par nombres entiers de cartons :
Les petits cartons contiennent p ampoules.
Les moyens cartons contiennent un nombre d'ampoules m qui est multiple de p.
Les gros cartons contiennent un nombre d'ampoules qui est multiple de m, donc multiple de p (m multiple de p, donc m de la forme $a \times p$; g multiple de m donc de la forme $b \times m$, soit $b \times a \times p$, donc g multiple de p).
Donc tout carton contient un nombre d'ampoules multiple de p.
Le nombre d'ampoules commandées est la somme de trois multiples de p, donc est lui-même un multiple de p.
Barème : 1 point

Soit N le nombre d'ampoules commandées. On cherche à utiliser le plus possible de gros cartons de préférence aux moyens cartons, et de moyens cartons de préférence aux petits cartons.
On notera G, (resp. M et P) le nombre de gros (resp. moyens et petits) cartons utilisés.

2) a) Dans le cas où g = 200 ; m = 50 et p = 10, quelle est l'opération qui permet de calculer G en fonction de N ? Quelle opération faut-il faire ensuite pour obtenir M et P en fonction de N ?

On cherche à utiliser le plus possible de gros cartons, c'est à dire qu'on recherche le plus nombre de paquets de 200 réalisables avec N ampoules.
On obtiendra donc G à partir de N en effectuant la division euclidienne de N par 200 :
$N = 200 \times G + R$ avec $R < 200$.
Ensuite, on cherche le nombre maximum de paquets de 50 réalisables avec les R ampoules qui restent une fois les gros cartons réalisés ; on effectue donc la division euclidienne de R par 50 : $R = 50 \times M + R'$ avec $R' < 50$.
Le quotient nous donne le nombre M de moyens cartons.
Le reste R' nous donne le nombre d'ampoules à emballer dans les petits cartons, donc P est le nombre de dizaines de R' (ou encore le quotient de R' par 10).
Barème : 1 point

Application numérique : calculer G, M et P pour N = 192 310.
$192\,310 = 961 \times 200 + 110$ donc $G = 961$
$110 = 2 \times 50 + 10$ donc $M = 2$ et $P = 1$.
Barème : 0,5 point

b) Dans le cas où g = 1000 ; m = 100 et p = 10, expliquer comment on peut obtenir les nombres P, M et G sans calcul à partir du nombre N.

Dans ce cas N est un multiple de 10.
Soit d son chiffre des dizaines et c son chiffres des centaines, on peut écrire :

$N = 1000.A + 100.c + 10.d$ avec A entier.
Sous cette écriture, il apparaît que :

$G = A$, c'est à dire que G est le nombre de milliers du nombre N,
$M = c$, c'est à dire que M est donné par la lecture du chiffre des centaines de N,
$P = d$, c'est à dire que P est donné par la lecture du chiffre des dizaines de N.

Barème : 1,5 point

Application numérique : calculer G, M et P pour N = 40 520.
$G = 40$ $M = 5$ $P = 2$
Barème : 0.5 point

3) a) Dans le cas général, quelle est l'opération qui permet de calculer G en fonction de N ?
Quelle opération faut-il faire ensuite pour obtenir M et P en fonction de N ?
Dans le cas général, on obtient G comme quotient de la division euclidienne de N par g :

$N = G \times g + R$ avec $R < g$

Ensuite on obtient M et P en effectuant la division euclidienne de R par m :

$R = M \times m + R'$ avec $R' < m$

M est le quotient de cette division et P le quotient du reste R' par p.
Barème : 1,5 point

b) Dans le cas où $m = p^2$ et $g = p^3$, quelle est l'écriture du nombre N qui permet d'obtenir les nombres P, M et G ?
On a : $N = G \times p^3 + M \times p^2 + P \times p$ avec $M < p$ et $P < p$
(si ces inégalités étaient fausses, on pourrait remplir un gros ou un moyen carton supplémentaire).
C'est donc l'écriture en base p du nombre N qui permet la lecture des nombres G, M et P ; en base p, l'écriture de N sera de la forme : $a_n \ldots a_3a_2a_10$.

Le chiffre a_1 immédiatement à gauche du 0 des unités donne le nombre P.
Le chiffre a_2 immédiatement à gauche de a_1 donne le nombre M.
Le nombre écrit à l'aide des chiffre immédiatement à gauche de a_2 (soit $a_n \ldots a_3$) donne G.

Application numérique : Trouver cette écriture pour N = 19 824 et p = 12.
$19\,824 = 11 \times 12^3 + 5 \times 12^2 + 8 \times 12$
Si on utilise les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A et B dans cet ordre écrire les nombres en base 12 l'écriture du nombre N sera : B580
On aura : 8 petits cartons (8 douzaines) ; 5 moyens cartons (5 grosses) et B (c'est à dire onze) gros cartons (onze douzaines de grosses).
Barème : 1,5 point

Question complémentaire :

1) **Quelles sont les connaissances mathématiques visées dans cette activité ?**

- Utiliser des groupements par 10, 100, 1000 pour dénombrer une collection.
- Utiliser l'écriture chiffrée en base 10.

Barème : 0,5 + 0,5 point

2) a) **Donner deux procédures correctes qu'un élève peut utiliser pour déterminer le nombre de trombones par sachet et le nombre de trombones par boîte.**
   * Appui sur le résultat mémorisé : 10 × 10 = 100 (resp. 10×100 = 1000) ;
   * Comptage de 10 en 10 : 10, 20, 30 … 90, 100 avec représentation éventuelle des 10 colliers (resp. de 100 en 100 …) ;
   * Production d'une écriture additive : 10 + 10 + 10 + … + 10 = 100.

<u>Barème</u> : 2 points (1 par procédure correcte avec un maximum de 2 points)

b) **Décrire deux procédures correctes qu'un élève peut utiliser pour déterminer le nombre total de trombones, s'il a commencé par dénombrer les différentes collections.**

* Production d'une écriture additive ou mixte :
  1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + … + 100 + 10 + 10 + … + 10 + 22
  ou 3 × 1000 + 9 × 100 + 13 × 10 + 22
  puis calcul à la main ou avec une calculette.
* groupement-échange puis écriture directe du nombre :
  22 trombones, c'est 2 colliers et 2 trombones,
  13 colliers, c'est un sachet et 3 colliers,
  10 sachets, c'est une boîte ;
  soit 4 boîtes, 5 colliers et 2 trombones, c'est à dire 4052 trombones.

<u>Barème :</u> 2 points (1 par procédure correcte avec un maximum de 2 points)

3) **Comment justifieriez-vous la place de cette activité dans une classe de CM1 ?**

On peut proposer cette activité en début de CM1 avec deux objectifs :
- o Diagnostic des élèves en difficulté sur l'utilisation de la numération chiffrée.
- o Renforcement de la maîtrise de la numération décimale de position : traduction dans l'écriture chiffrée de l'organisation d'une collection en paquets de 10, 100, 1000, … (un travail sur les entiers nécessaire avant de pouvoir aborder les décimaux).

<u>Barème</u> : 2 points (1 pour l'idée d'évaluation diagnostique, 1 pour l'idée de renforcement, consolidation, entraînement)

4) **Analyser les productions de ces deux élèves.**

FLORENT :
Dénombrement des objets représentés.
Addition des nombres d'objets sans tenir compte de leur valeur.
<u>Barème</u> : 1,5 point

EMERIC :
Regroupement par paquets des éléments de même type.
Achève l'organisation de la collection en paquets de 10, 100, 1000 (sauf pour les 22 trombones).
Traduit cette organisation en écriture additive et positionnelle, mais ne tient pas compte des colliers restants.
<u>Barème :</u> 1,5 point

5) **Est-il pertinent d'utiliser la calculatrice pour l'acquisition des connaissances visées dans cette activité ?**

Autoriser la calculatrice risque de favoriser des procédures évitant la réalisation des groupements échanges. Il semble donc préférable de ne pas l'autoriser pour cette activité.

Barème : 1 point

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

ÉNONCÉ DIJON – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES 5 + 4 POINTS

Partie théorique

Dans cette partie, toutes les constructions se font à la règle non graduée et au compas en laissant les traits de construction visibles. Chaque élément de construction doit être justifié.
Par ailleurs toute réponse doit également être justifiée.
ABC est un triangle rectangle en C tel que AC = 8 cm et AB = 10 cm.

1. Calculer BC
2. En utilisant l'annexe 1 où un segment de 4 cm est tracé, construire le triangle ABC en laissant les traits de construction visibles.

Marquer un point F sur le segment [CA]
Tracer la droite passant par F et parallèle à la droite (CB). Cette droite coup (AB) en E.
On pose CF = x.
3. Exprimez AF en fonction de x, puis calculez AE, EB et FE en fonction de x
4. On trace alors le cercle (C1) de diamètre [AF] et le cercle (C2) de centre C qui passe par F.
a) A quelle condition le cercle (C2) aura t-il un rayon double de celui de (C1)
b) Quelle est alors la position du point E ?
5. a) Soit C' le symétrique de C par rapport à O milieu de [AB].
Quelle est la nature du quadrilatère ACBC'
b) Calculez la valeur du rapport $\frac{\text{aireECBF}}{\text{aireACBC'}}$ dans le cas où x = 4 cm

Questions complémentaires

Voir en annexe 2 l'exercice 16 issu du fichier d'évaluation d'entrée en $6^{\text{ième}}$, année 2005.
Il est précisé aux élèves qu'ils peuvent avoir besoin d'une règle graduée, d'une équerre et d'un compas.

1. Après examen des productions des élèves (voir en annexes 4 et 4 bis), pour chacun des items, précisez la nature de l'erreur commise (qui correspondrait aux codes 4, 6, 7 et 9) donnez également des hypothèses expliquant ces erreurs.
   Remarque *: les productions des élèves ont été réduites pour des raisons de mise en page. Mais l'annexe 1 est en grandeur réelle.*
2. Inventoriez les procédures que peut mettre en œuvre un élève de cycle 3 pour répondre à l'item 44 (tracé d'une parallèle à une droite passant par un point donné).
3. Comment expliquez-vous la différence de pourcentage de réussite (code 1) entre les items 43 et 44. (voir annexe 5). Formuler trois hypothèses.

Annexes de cet exercice Corrigé Retour

ANNEXES DIJON – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

Annexe 1
à remettre avec votre copie

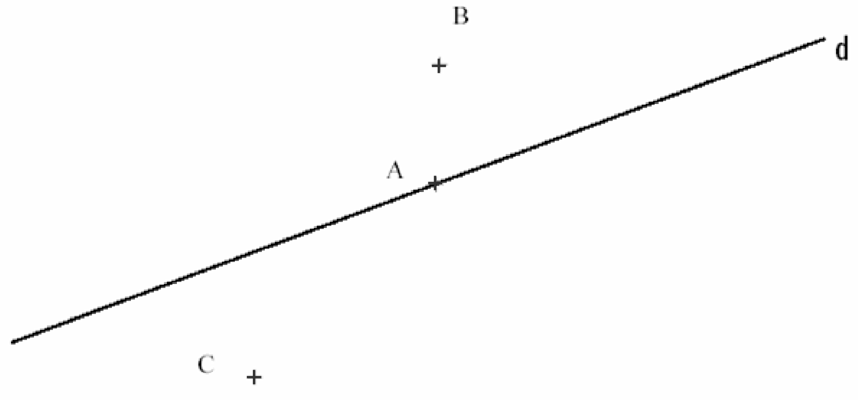
Nom, prénom, groupe
....

4 cm

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

Annexe 2

Exercice 16



1. Trace la droite qui passe par les points A et C. — 1 2 9 0 (42)
2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite **d**. — 1 6 7 9 0 (43)
3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite **d**. — 1 6 7 9 0 (44)
4. Trace le cercle de centre B passant par A. — 1 4 6 9 0 (45)
5. Trace le cercle de diamètre [AC]. — 1 4 6 9 0 (46)

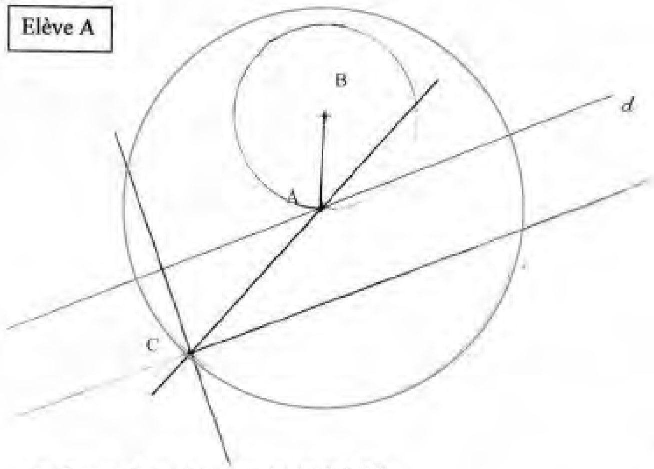
La signification des codes est la même pour tous les exercices du protocole.
Code 1 Réponse exacte attendue, procédure induite par l'énoncé.
Code 2 Réponse exacte : formulation moins attendue ou non exhaustive.
Code 3 Réponse incomplète sans élément erroné. On considère que l'objectif n'est pas atteint par l'élève
Code 4 Réponse partiellement exacte avec éléments erronés.
Code 5 Réponse pouvant être interprétée comme une mauvaise lecture de consigne.
Code 6 Réponse erronée spécifiée.
Code 7 Réponse erronée spécifiée.
Code 8 Réponse erronée spécifiée.
Code 9 Autre réponse erronée.
Code 0 Absence de réponse (l'élève est présent mais n'a pas répondu à la question ou à l'exercice).

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

Annexe 4

Exercice 16

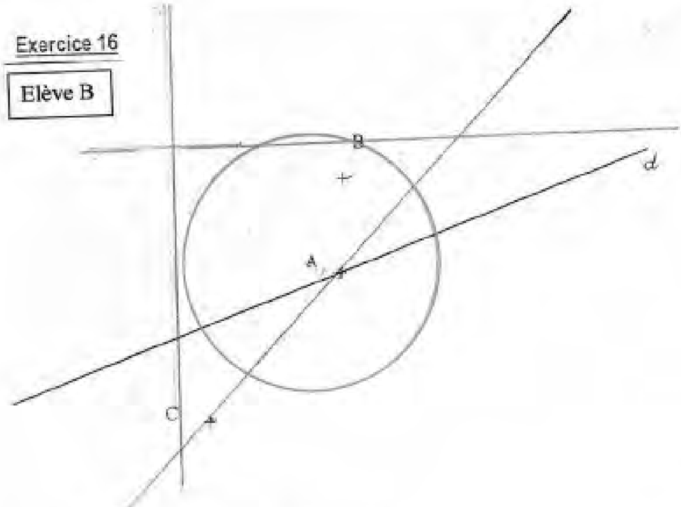
Elève A



1. Trace la droite qui passe par les points A et C.	1 2 9 0	42
2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d.	1 6 7 9 0	43
3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d.	1 6 7 9 0	44
4. Trace le cercle de centre B passant par A.	1 4 6 9 0	45
5. Trace le cercle de diamètre [AC].	1 4 6 9 0	46

Exercice 16

Elève B

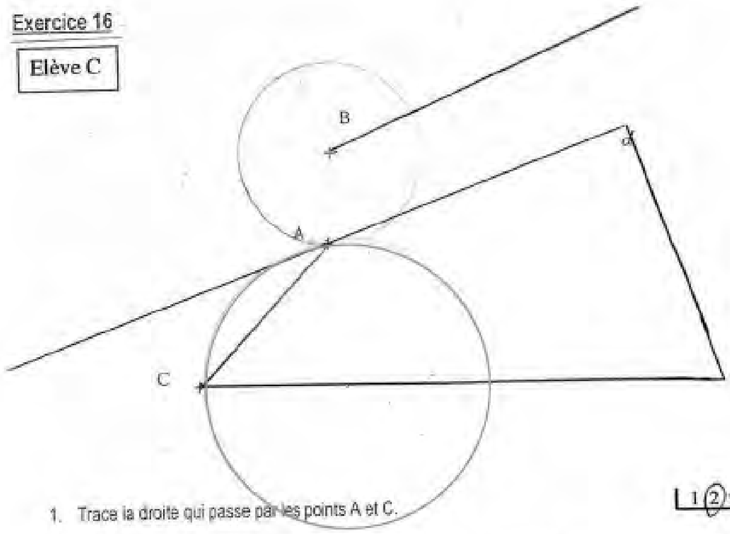


1. Trace la droite qui passe par les points A et C.	1 2 9 0	42
2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d.	1 6 7 9 0	43
3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d.	1 6 7 9 0	44
4. Trace le cercle de centre B passant par A.	1 4 6 9 0	45
5. Trace le cercle de diamètre [AC].	1 4 6 9 0	46

Annexe 4 bis

Exercice 16

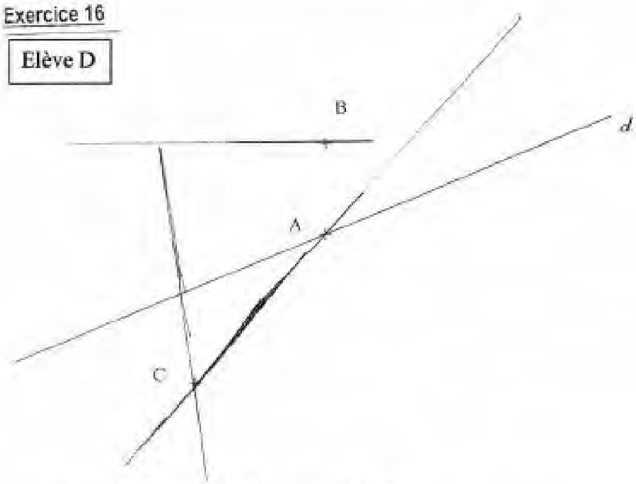
Elève C



1.	Trace la droite qui passe par les points A et C.	1 2 9 0 — 42
2.	Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d.	1 6 7 9 0 — 43
3.	Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d.	1 6 7 9 0 — 44
4.	Trace le cercle de centre B passant par A.	1 4 6 9 0 — 45
5.	Trace le cercle de diamètre [AC].	1 4 6 9 0 — 46

Exercice 16

Elève D



1.	Trace la droite qui passe par les points A et C.	1 2 9 0 — 42
2.	Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d.	1 6 7 9 0 — 43
3.	Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d.	1 6 7 9 0 — 44
4.	Trace le cercle de centre B passant par A.	1 4 6 9 0 — 45
5.	Trace le cercle de diamètre [AC].	1 4 6 9 0 — 46

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

Résultats : Exercice 16 : Score de réussite national à l'exercice : 52,38 %

Annexe 5

item 042 code 1	53,70
code 2	39,67
code 9	3,44
code 0	3,19

item 043 code 1	38,87
code 6	5,65
code 7	9,39
code 9	31,98
code 0	14,11

item 044 code 1	50,22
code 6	6,26
code 7	7,35
code 9	22,06
code 0	14,11

item 045 code 1	63,61
code 4	1,41
code 6	3,10
code 9	7,35
code 0	24,53

item 046 code 1	15,84
code 4	1,11
code 6	23,09
code 9	9,52
code 0	50,44

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

CORRIGÉ DIJON – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

Partie théorique (5 points)

ABC est un triangle rectangle en C tel que AC = 8 cm et AB = 10 cm.

1. **Calculer BC (0,5 point)**

Dans le triangle ABC rectangle en C, on peu appliquer le théorème de Pythagore : $AC^2 + CB^2 = AB^2$; d'où $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$ donc BC = 6

BC = 6 cm

2. **Construire le triangle en laissant les traits de construction visibles. Justifier la construction (1 point)**

Marquer un point F sur le segment [CA]

Tracer à la règle et au compas passant par F et parallèle à la droite (CB) coupe (CB) en E. On pose CF = x.

Construction : voir annexe 2

Description : il n'est pas très difficile d'obtenir 10 cm à partir de 4 cm. Il faut tracer 2 cm. Cela peut être fait en traçant la médiatrice du segment donné au départ de façon à obtenir son milieu.

ABC est un triangle rectangle en C donc C appartient au cercle de diamètre [AB]. On trace donc un segment de 10 cm. AC = 8 donc **C est sur l'arc de cercle de centre A et de rayon 8 cm.**

Le tracé de la parallèle à [CB] passant par F peut se faire selon la méthode dite du « parallélogramme »

***Remarques** :*

- un grand nombre d'étudiants ont ignoré cette description qui cependant n'était pas très complexe. Dommage.

- Il n'était nullement nécessaire d'appuyer la figure sur le segment déjà tracé, celui-ci ne servant que de référence.

3. Exprimez AF en fonction de x, puis calculez AE, EB et FE en fonction de x (1,25 points)

AF = AC – FC = **8 – x ;**

On a la configuration de Thalès dans les triangles AFE et ACB :

D'où : $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{FE}{CB}$

Des deux premiers rapports, on tire **AE** = $\frac{AF}{AC} \times AB$; d'où AE = $\frac{8-x}{8} \times 10 = \frac{5}{4}\mathbf{(8-x)}$

D'où **EB** = AB – AE = $10 - \frac{5}{4}(8-x) = \frac{40-40+5x}{4} = \frac{5}{4}\mathbf{x}$

Du premier et du dernier rapport, on tire FE = $\frac{AF}{AC} \times CB$; d'où **FE** = $\frac{8-x}{8} \times 6 = \frac{3}{4}\mathbf{(8-x)}$

***Remarque :** il est fort judicieux de simplifier au maximum les fractions et les résultats. Le correcteur n'est pas là pour terminer vos calculs.*

4. **On trace alors le cercle (C1) de diamètre [AF] et le cercle (C2) de centre C qui passe par F.**

a) A quelle condition le cercle (C2) aura t-il un rayon double de celui de (C1) (0,5 point)

Si (C1) a pour diamètre AF, son rayon vaut $\frac{8-x}{2}$

(C2) a pour rayon CF = x

Le rayon de (C2) sera le double de celui de (C1) si $2 \times \frac{8-x}{2} = x$ soit 8 – x = x soit 2x = 8

et **x = 4**

b) Quelle est alors la position du point E ? (0,25 point)

F étant au milieu de [AC], comme par construction, la droite (FE) est parallèle à [CB], la réciproque du théorème de Thalès (ou du théorème des milieux) permet d'affirmer que **E est au milieu de [AB].**

5. a) Soit C' le symétrique de C par rapport à O milieu de [AB]. Quelle est la nature du quadrilatère ACBC' **(0,5 point)**

C'est **un rectangle** car ses diagonales sont égales (diamètres d'un même cercle) se coupent en leur milieu.

Remarque *: d'autres méthodes plus ou moins longues ont été trouvées…elles ont été appréciées à leur juste valeur.*

b) Calculez la valeur du rapport $\frac{\text{aireECBF}}{\text{aireACBC'}}$ dans le cas où x = 4 cm **(1 point)**

- le trapèze ECBF est un trapèze rectangle dont la grande base CB mesure 6 cm ; dans le cas où x = 4 cm, la petite base EF mesure 3 cm et la hauteur EC mesure 4 cm.

Aire ECBF = $\frac{(6+3)\text{x}4}{2} = 18$

- Aire ACBC' = 6 x 8 = 48

On a donc $\frac{\text{aireECBF}}{\text{aireACBC'}} = \frac{18}{48} = \frac{3}{8}$

Remarque : $\frac{3}{8}$ *est une valeur exacte, éviter de la transformer en valeur décimale. Ce n'est pas demandé et cela risque de vous nuire un jour où cette fraction ne sera pas un nombre décimal.*

Questions complémentaires (4 points)

Remarques préalables :

- *Il est fort malencontreux de changer les numéros des items. Évitez de le faire, cela rend la correction difficile et ne met pas le correcteur dans de bonnes dispositions.*
- *Éviter également de changer les mots ; un item n'est pas une « question », ni une « étape » quoique cette dernière dénomination serait moins incorrecte que la précédente car il s'agit d'une construction.*
- *Il n'est pas question non plus de critiquer la notation des items car cela n'est pas explicitement demandé. Ceux qui l'ont fait sont hors sujet.*
- *De même on vous demande de commenter les items qui ont obtenu les codes 4, 6, 7 et 9. on ne demande pas de commenter les autres codes.*
- *Il semble également plus pratique d'étudier élève par élève plutôt qu'item par item ce que nous avons fait dans ce corrigé.*
- ***Enfin dernière remarque qui est la plus importante : une analyse doit être la plus fine possible au sens que les propos suivants : « l'élève a fait une erreur d'inattention, l'élève n'a pas compris l'énoncé, l'élève ne comprend pas le vocabulaire, l'élève ne sait pas faire, l'élève ne sait pas utiliser les instruments, l'élève ne sait pas, l'élève n'a pas le matériel… » sont trop faibles ou trop basique pour signifier quelque chose et permettre au maître d'apporter des régulations constructives. Il convient d'évoquer des causalités, comme par exemple la référence au prototype (une parallèle est forcement horizontale) mais encore indiquer ce qui vraisemblablement a produit cette erreur à savoir : une pratique pédagogique défectueuse dans l'approche de la notion.***

1. **Après examen des productions des élèves, pour chacun des items, précisez la nature de l'erreur commise (qui correspondrait aux codes 4, 6, 7 et 9) donnez également des hypothèses expliquant ces erreurs.**

Élève A (0,5 point)

Item 43	Item 44	Item 45	Item 46
Réponse correcte	Code 9. **Description** : l'élève trace la droite qui passe par C et qui est parallèle à (d) au lieu de tracer la parallèle qui passe par B. **Hypothèse explicative :** cette erreur sur la lettre provient certainement du fait qu'il a lu celle-ci dans l'item précédent.	Réponse correcte. L'élève a même pris le soin de tracer le rayon du cercle.	Code 6. **Description** : l'élève trace le cercle de rayon AC. Il confond rayon et diamètre. **Hypothèse explicative** : la raison de cette erreur peut-être une répétition des gestes qu'il a fait dans la question précédente où on lui demandait de tracer un cercle de rayon donné. Autre hypothèse : le nombre important de données à prendre en compte pour réaliser cette figure, ajoutées à la maîtrise insuffisante de la notion de cercle joue également un rôle dans le mauvais pourcentage de réussite de l'item 46. il s'agit peut-être alors de surcharge cognitive.

Elève B (1 point)

Item 43	Item 44	Item 45
Code 6. **Description** : L'élève trace une droite « verticale » ou lieu d'une perpendiculaire. De plus il assimile le point à la lettre qui le nomme ainsi la droite qu'il a tracée passe par la lettre C. **Hypothèse explicative :** cette confusion entre perpendiculaire et verticale semble due aux situations prototypiques de classe où souvent les droites (comme (d) sont tracées horizontalement par le maître. L'horizontale et la verticale sont deux directions naturellement privilégies dans la vie courante. Elles le sont aussi à l'école car les premiers exemples de droite perpendiculaire font référence à la vie courante (côtés du tableau, croisillons d'une fenêtre…). Les premiers dessins faits par le maître au tableau renforcent cette représentation, ce qui amène certains élèves à penser que tracer une perpendiculaire revient à tracer une verticale. D'autre part, la notion de « droit » peut être associée à celle de « vertical » dans l'expression « tiens toi droit »	Code 6. **Description** : L'élève trace une droite horizontale au lieu d'une parallèle. **Hypothèse** identique à la précédente **Description** : de plus il assimile le point à la lettre qui le nomme ainsi la droite qu'il a tracée passe par la lettre B. **Hypothèse explicative :** c'est une erreur liée à la confusion entre signifiant et signifié. Il est vrai que lorsqu'on place un point, la lettre le nommant occupe plus de place et se voit donc mieux que la croix qui le représente.	Code 6. **Description** : l'élève trace le cercle de centre A et de rayon AB (au lieu de tracer le cercle de centre B et de rayon AB. De plus il assimile le point à la lettre qui le nomme ainsi le cercle tracé passe par la lettre B et a pour centre la lettre A **Hypothèse explicative :** la cause de cette erreur est peut-être que le point A est plus visible que le point B car il est à l'intersection de deux droites.

Elève C (0,5 point)

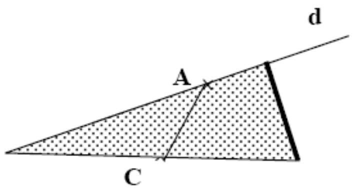
<table>
<tr><th>Item 43</th><th>Item 44</th><th>Item 46</th></tr>
<tr><td>Code 9.

Description : une perpendiculaire à (d) est tracée, mais elle ne passe pas par C.

L'élève semble poser son équerre convenablement le long de la droite (d). la perpendiculaire ne passe pas par C, mais il ne se soucie pas de cela. Il semble suivre les bords de son équerre pour effectuer le tracé.

La difficulté est de coordonner deux gestes : positionner correctement l'équerre et faire en sorte qu'elle passe par C. le positionnement de l'équerre est une difficulté pour cet élève.</td><td>Réponse jugée correcte bien que ce soit une demi droite et que le tracé soit approximatif.</td><td>Code 4.

Description : l'élève trace un cercle de corde [AC] : il passe par A et C mais n'a pas pour diamètre [AC].

Hypothèse explicative : La détermination du centre du cercle demandé dans l'item n'étant pas simple, l'élève semble choisir un point un peu au hasard sur la droite horizontale qu'il a tracée certainement le long de son équerre. Le cercle passe bien par les deux points mais ce n'est pas un diamètre. L'erreur semble donc provenir de la difficulté à trouver le milieu du segment [AC]</td></tr>
<tr><td>

Hypothèse explicative : l'élève n'a pas acquis une image mentale qui permet d'anticiper où sera le tracé demandé. (Manque d'aptitude à mobiliser des images mentales anticipatrices) C'est seulement l'équerre qui le guide et qui lui fait provoquer des erreurs.

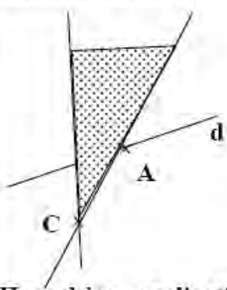
On peut également remarquer que la notion de « droite n'est pas acquise car il trace des segments (item 42) ou des demi droites (item 44)</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Elève D (0,5 point)

<table>
<tr><th>Item 43</th><th>Item 44</th></tr>
<tr><td>Code 9.

Description : Réponse assez approximative.

On pourrait penser que l'élève a placé son équerre de manière incorrecte



Hypothèse explicative : l'élève tente de placer l'équerre comme le maître lui a montré, mais il n'a pas pris en compte le côté de l'équerre que l'on utilise pour le tracé.</td><td>Code 9.

Description : la droite tracée par l'élève passe bien par B, mais il confond aussi parallèle et horizontale.

Hypothèse explicative : hypothèse est certainement identique à ce qui a été dit pour l'élève B.</td></tr>
</table>

2. Inventoriez les procédures que peut mettre en œuvre un élève de cycle 3 pour répondre à l'item 44 (tracé d'une parallèle à une droite passant par un point donné). (0,75 point à 1 point)

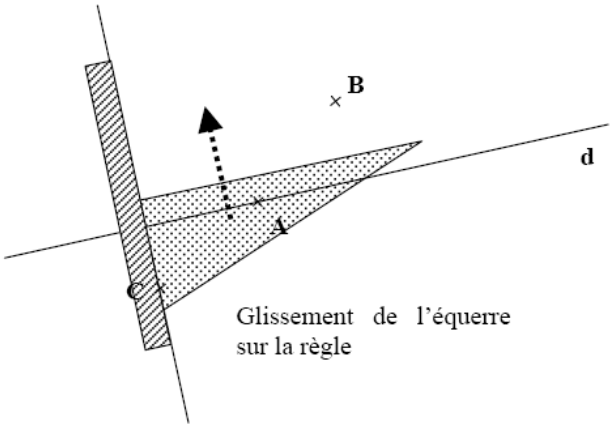
Pour tous les élèves qui ont tracé des parallèles, on peut se demander comment elles ont été tracées. S'agit-il simplement d'un glissement parallèle de la règle ? ou bien les élèves ont ils utilisé la règle et l'équerre ? On peut remarquer que l'élève doit alors avoir des connaissances mathématiques des compétences « manipulatoires » ou « psychomotrices » fines

Manifestement, aucun élève n'a ici tracé de parallèle en utilisant le compas.

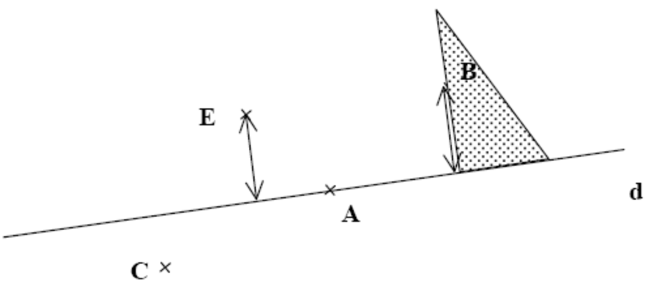
Le tracé de la parallèle « au jugé», par glissement semble être la procédure privilégiée par presque tous les élèves. Ce procédé est à rejeter car il est non précis. Cependant, c'est un bon moyen pour évaluer de façon perceptive l'exactitude d'un tracé.

Avec la règle et l'équerre, on a plusieurs procédures :

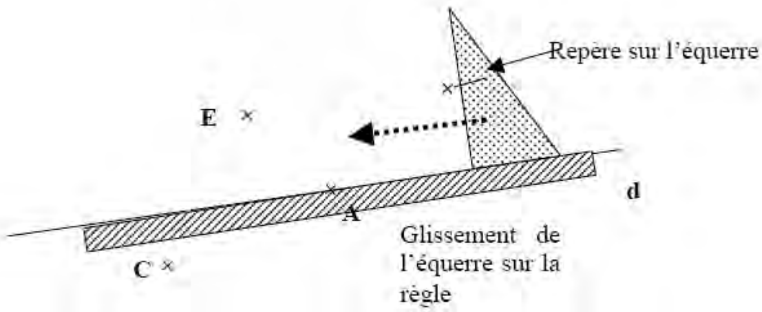
- Si l'item 43 est réussi, il s'agit de tracer la perpendiculaire à cette droite passant par B. **Utilisation de la double perpendicularité.**



- Si l'item 43 est échoué.
  - L'élève peut utiliser la règle plate comme « **bande** » en plaçant un bord de celle-ci sur la droite et en traçant la parallèle le long de l'autre bord.
  - Avec une règle de section carrée, l'élève peut placer celle-ci le long de la droite, suivi d'un ou plusieurs **pivotements de la règle** autour d'une arête avant de tracer la parallèle demandée
  - Il peut également placer un autre point E à une même distance de la droite d que B. Cela nécessite cependant un bon usage de l'équerre et il est alors utile de posséder une équerre graduée. Ou bien de reporter les mesures avec le compas (ce qui complique les manipulations). Tracer avec la règle la droite qui relie ces deux points E et B. on met là en œuvre la notion de **conservation des écarts**. Ce procédé semble à privilégier car il fait appel à la conception première du parallélisme qu'ont les élèves (droites d'écartement constant)



Il peut être utile de faire glisser l'équerre le long de la règle afin d'éviter les erreurs



Remarque : les deux premières procédures n'étant pas exactes, le maître devra privilégier cette dernière.

Avec le compas : méthode du parallélogramme

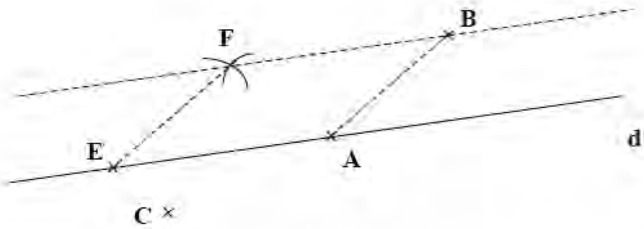
Placer un point E sur la droite d

Tracer un arc de cercle de centre E et de rayon AB

Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon AE

Ces deux arcs se coupent en un point F

La droite cherchée et la droite (EB)



***Remarque :** dans ce genre de question, il n'est pas exclu d'évoquer les procédures élève, mais en spécifiant leur éventuel degré de pertinence.*

3. Comment expliquez-vous la différence de pourcentage de réussite (code 1) entre les items 43 et 44. Formuler trois hypothèses. (0,75 point à 1 point)

Les pourcentages montrent qu'il est plus difficile aux élèves de tracer une droite perpendiculaire à une autre passant par un point que de tracer une droite parallèle à une autre passant par un point.

Cependant, il n'est pas évident que le tracé de la parallèle (étant donné les difficultés exprimées dans la question précédente) ait été réalisé avec justesse. Le code 1 dans la notation l'item 45 semble n'avoir été mis que sur des indices perceptifs. La question précédente montre bien que le tracé d'une parallèle à un droite donnée, en un point donné est plus complexe que celui d'une perpendiculaire à une droite donnée en un point donné.

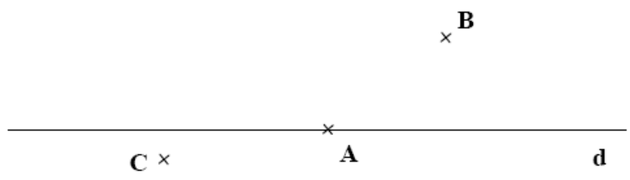
Hypothèse 1 : l'utilisation de l'équerre reste problématique pour beaucoup d'élève qui ne savent pas comment la placer pour avoir un angle droit, alors qu'il est aisé de faire glisser la règle (translation) pour tracer une parallèle (de manière peu précise, mais qui peut satisfaire un élève)

Hypothèse 2 : seul l'aspect perceptif (visuel) a été affecté d'un code 1 par l'enseignant et il est plus facile d'imaginer et d'anticiper le tracé d'une parallèle que d'une perpendiculaire.

Hypothèse 3 : la géométrie est encore délaissée par certains maîtres au détriment des problèmes numériques

Hypothèse 4 : le parallélisme est mieux perçu à l'œil que la perpendiculaire (rails du train, route qui défile en voiture…)

Hypothèse 5 : la position des de la figure donnée au départ n'est pas prototypique. On peut imaginer que si elle avait été la suivante, les items 43 et 44 auraient été mieux réussis



Hypothèse 6 : l'ordre des questions et leur grand nombre peut aussi jouer un rôle déterminant. Si l'item 43 avait été placé en premier, étant donné qu'il n'y avait pas encore de droite tracée, on peut supposer que la réussite aurait été meilleure.

Hypothèse 7 : on trace plus facilement une parallèle par la procédure élève classique qui consiste à faire simplement glisser la rège qu'une perpendiculaire par la procédure théorique habituelle avec l'équerre. (Ce qui tendrait à signifier que la procédure élève est plus performante que la procédure théorique)

Énoncé de cet exercice　　Annexes de cet exercice　　Retour

ÉNONCÉ LYON – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES 3,5 + 3 POINTS

1°) Sur l'annexe I , **à rendre avec votre copie,** réaliser, en n'utilisant que la règle et le compas les constructions suivantes:

1. Tracer la droite passant par C et qui est perpendiculaire à d.
2. Tracer la droite passant par B et qui est parallèle à d.
3. Tracer les triangles rectangles isocèles d' hypoténuse [AC].
4. Construire un triangle AIJ isocèle de sommet principal I, tel que I est un point de d et B est le pied de la hauteur issue de A (c'est à dire que B est l'intersection de la hauteur issue de A avec le côté opposé). Y a – t – il plusieurs possibilités ?

2°) Décrire les étapes des deux constructions réalisées en 3 et 4.

3°) **Question complémentaire:**

Cet exercice a été donné lors d'une évaluation à l'entrée en sixième, avec les consignes suivantes (les élèves disposent de la règle, l'équerre, le compas, … et la calculatrice) :

1. Trace la droite qui passe par les points A et C.
2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d.
3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d.
4. Trace le cercle de centre B passant par A.
5. Trace le cercle de diamètre [AC].

Vous trouverez en annexes II et III les travaux de quatre élèves.

a) Que cherche-t-on à évaluer?

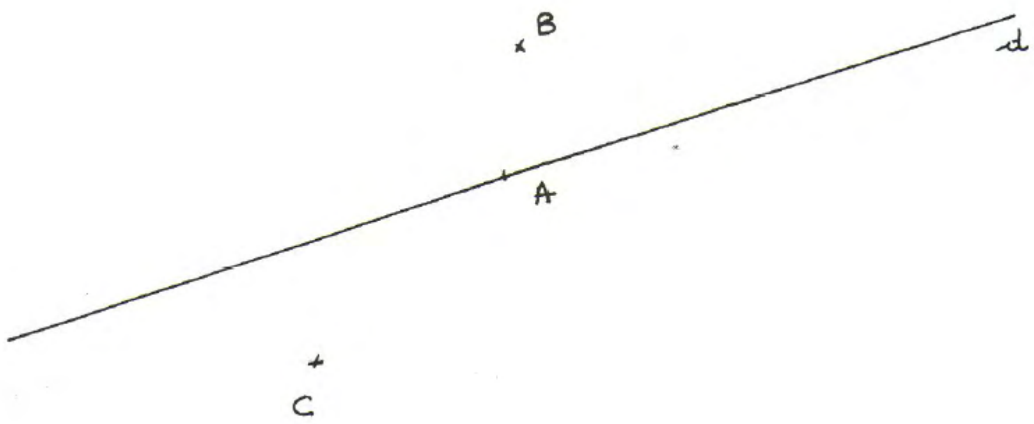
b) Repérer et analyser les différentes erreurs pour chaque production.

Annexes de cet exercice Corrigé Retour

ANNEXES LYON – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

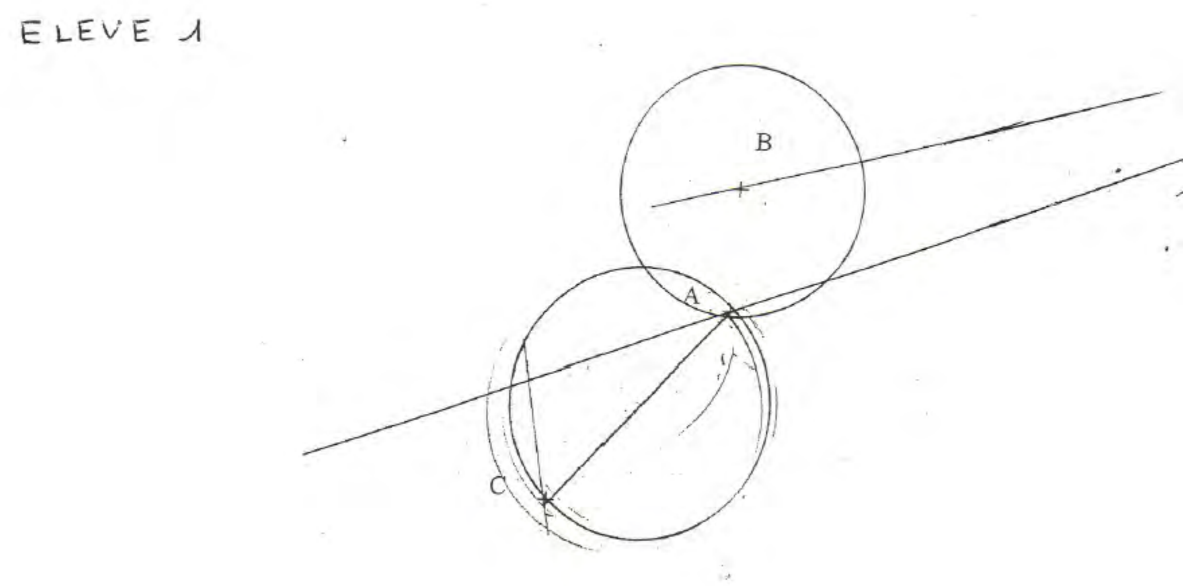
ANNEXE I *à rendre avec la copie*

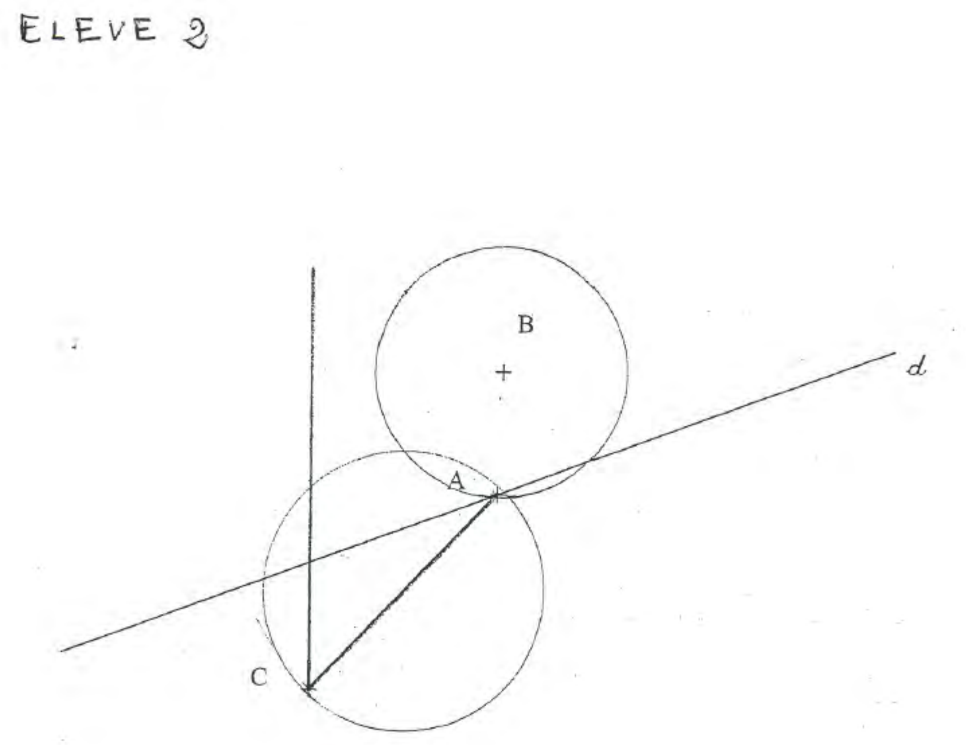
Nom section



[Énoncé de cet exercice](#) [Corrigé](#) [Retour](#)

Annexe II

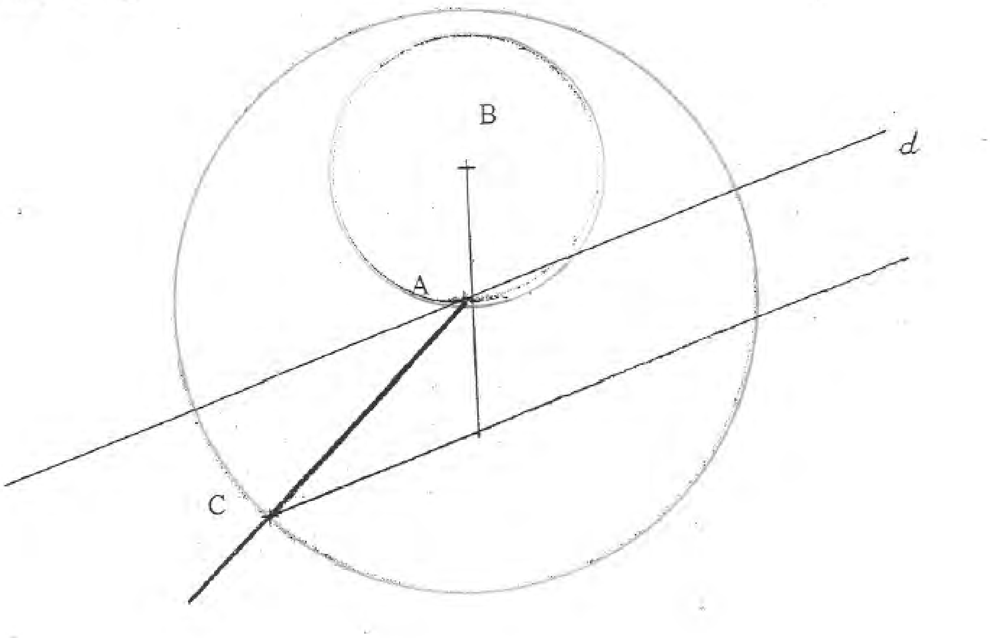




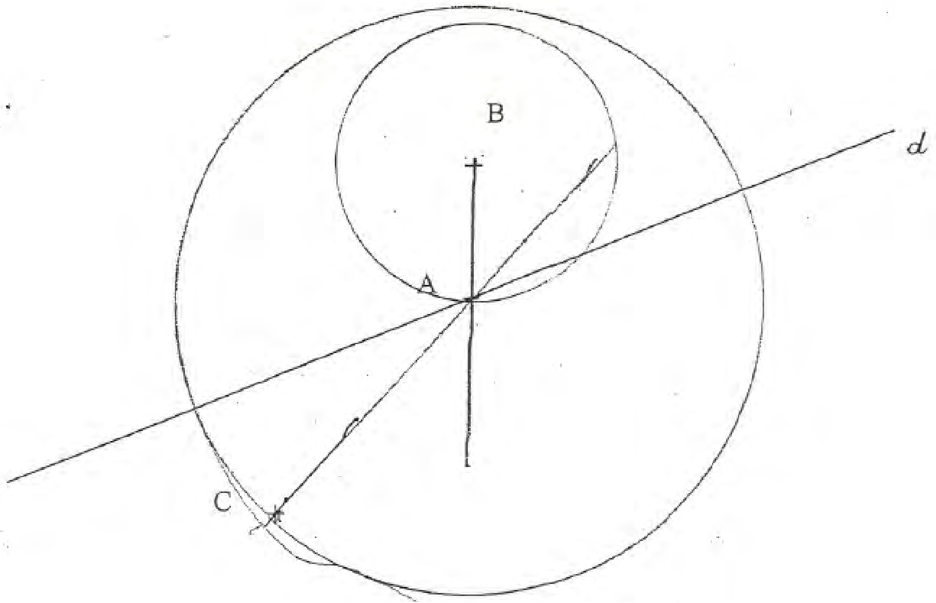
Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

Annexe III :

ELEVE 3



ELEVE 4



[Énoncé de cet exercice] [Corrigé] [Retour]

CORRIGÉ LYON – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

1) **0,25+0,25+0,5+1 points**

Cf. dessin (à photocopier)

2) Q3 **0,5 point**

Tracer la médiatrice de [AC]

Tracer le cercle de diamètre [AC], il coupe la médiatrice en 2 points

Joindre ces 2 points à A et C.

Il y a deux triangles possibles.

2) Q4 **1 point**

Tracer la droite (AB)

Tracer la droite h perpendiculaire en B à la droite (AB) elle coupe la droite d en I.

Tracer un cercle de centre I et de rayon IA il coupe la droite h en deux points J et J. Il y donc deux possibilités.

Joindre les points AIJ, puis AIJ'.

3 a) **1 point**

Compétences évaluées :

- Savoir utiliser les instruments usuels
- Savoir tracer une droite passant par deux points donnés
- Savoir tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné
- Savoir tracer une droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné
- Savoir tracer un cercle de centre donné passant par un point donné
- Savoir tracer un cercle dont on connaît un diamètre.3) b)

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

2

3) b) **4 × 0,5 pt**

Elève 1 :

1• Droite (AC) : Il trace un segment au lieu d'une droite

Origine : Deux hypothèses :

- Dans un enseignement "ostensif " la distinction entre droite et segment ne peut venir que des différences au niveau de leur représentation or ces distinctions sont minimes.
- Lorsque l'élève lit la consigne on peut penser que pour lui ce qui est important c'est " droite " assimilée à " trait " et les points A et C.

2 • Droite perpendiculaire : Trace une droite

approximativement verticale au lieu de tracer une droite perpendiculaire

Origine : Utilisation d'un théorème en acte : « Un droite perpendiculaire à une droite donnée est verticale ».Ce théorème est induit par la représentation prototypique que s'est construit l'élève de deux droites perpendiculaires et éventuellement par le fait que "perpendiculaire " est associé à " angle droit " (association pertinente) et qu'angle droit est associé à " droit " au sens de " tiens toi droit " → vertical.

Comme la droite tracée n'est pas vraiment verticale on peut aussi évoquer une utilisation approximative de l'équerre qui ne serait pas placée exactement sur la droite (d) au moment du tracé.

3 • Droite parallèle : Tracé d'une droite qui passe par B et qui n'est pas exactement parallèle à (d)

Origine : Deux hypothèses :

- L'élève a tracé la droite au jugé en s'assurant seulement que les deux droites ne se coupent pas sur la page. Théorème en acte : « deux droites sont parallèles si elles ne se coupent dans la page ». Ce théorème est certainement induit par des exercices de reconnaissances de droites non parallèles et de l'argument entendu : « Elles ne sont pas parallèles car elles se coupent ».
- L'élève a utilisé maladroitement une procédure de glissement de la règle et il n'a pas jugé nécessaire de contrôler son résultat.

4 • Cercle de centre B : OK

5 •Cercle de diamètre [AC] : Recherche du centre du cercle en tâtonnant.

Origine : Cette procédure peut parfaitement permettre de réussir cette tâche. Si on estime que cette méthode n'est pas correcte c'est en référence à une exigence que l'on souhaite que les élèves s'approprient : pour tracer un cercle dont un diamètre est un segment donné il faut au préalable déterminer le milieu de ce segment. . Mais cette exigence a de la peine à prendre du sens pour certains élèves qui estiment qu'en tâtonnant cela fonctionne très bien. De plus dans les programmes de tracé que les élèves rencontrent il n'y a généralement pas de tracé intermédiaire non demandé comme ici.

Elève 2 :

1 • Comme l'élève A il assimile la droite à un segment.

2 • Plus encore que l'élève A il trace une droite verticale pour tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée.

3 • Il ne trace pas la droite parallèle.

Origine : Manque de temps ou bien il n'a pas de représentation de droites parallèles ou bien après avoir tracé la droite perpendiculaire à (d) il saute involontairement la ligne de l'instruction de tracé de la droite parallèle pour passer au cercle

4 • OK

5 • Imprécision de tracé due à l'ouverture du compas trop grande pour tracer le cercle.

Elève 3 :

1 • Tracé d'une demi – droite : Origine : Après avoir placé sa règle il place son crayon sur le point A (pour assurer la position de la règle) et part de ce point pour rejoindre C qu'il dépasse.

2 • Il trace une droite parallèle à (d).

Origine : Il confond « droites parallèles » et « droites perpendiculaires ». Cette confusion est classique et ce pour plusieurs raisons :

- ces deux notions sont généralement abordées en même temps.
- « perpendiculaires « t « parallèles » commencent par la même lettre.
- dans un enseignement ostensif elle ne prennent pas de sens pour l'élève.

3• Il trace une droite verticale passant par B. Origine : Cf. Confusion « parallèle » et « perpendiculaire » ci – dessus et assimilation « perpendiculaire » et « verticale » → Elève 1.

4• OK.

5 • Il a tracé un cercle de centre A passant par C.

Origine : L'élève est habitué à tracer des cercles de centre donné passant par un point donné, plutôt que des cercles de diamètre donné.

Elève 4 :

1 • Tracé d'une demi – droite d'origine C passant par A.

Origine cf. Elève 3 mais l'élève 4 a commencé par placer son crayon sur C.

2 • Il n'a pas exécuter la procédure 2.

Origine : De l'instruction 1 il a lu directement l'instruction 3.

3 • Il a tracé une droite verticale.

Origine : Confusion « droites parallèles « et « droites perpendiculaires » et « droites perpendiculaires « et « droites verticales ». Cf. Elève 3.

4 • OK

5 • Il a tracé un cercle de centre A passant par C.

Origine : Cf. Elève 4.

A noter un dérapage du compas.

Origine : Difficultés de motricité fine ou mauvaise qualité du compas !

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

ÉNONCÉ REIMS – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES 4 + 4 POINTS

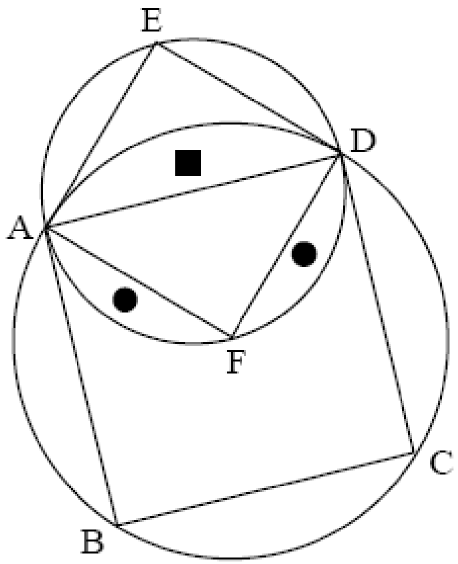


Figure 1

ABCD et AFDE sont des carrés.
Chaque cercle est circonscrit à un des carrés.

I. Étude de la construction de la figure 1

a) Justifier la méthode employée ci-dessous (figure 2) pour construire les points E et F à partir des points A, B, C, D.

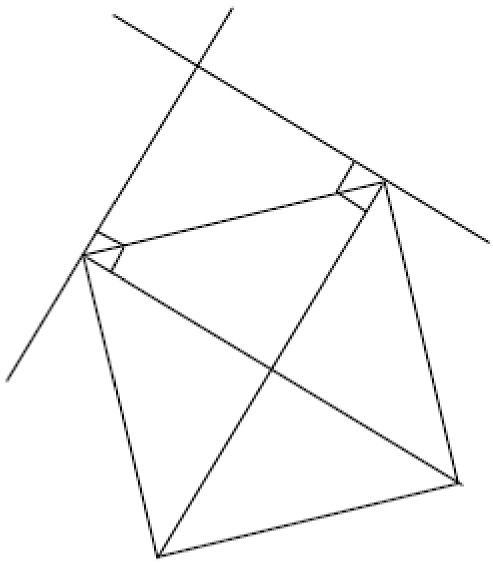


Figure 2

b) Décrire une seconde méthode pour construire les points E et F à partir des points A, B, C, D.
Réaliser la construction sur la figure fournie en annexe 1 (à rendre avec la copie).

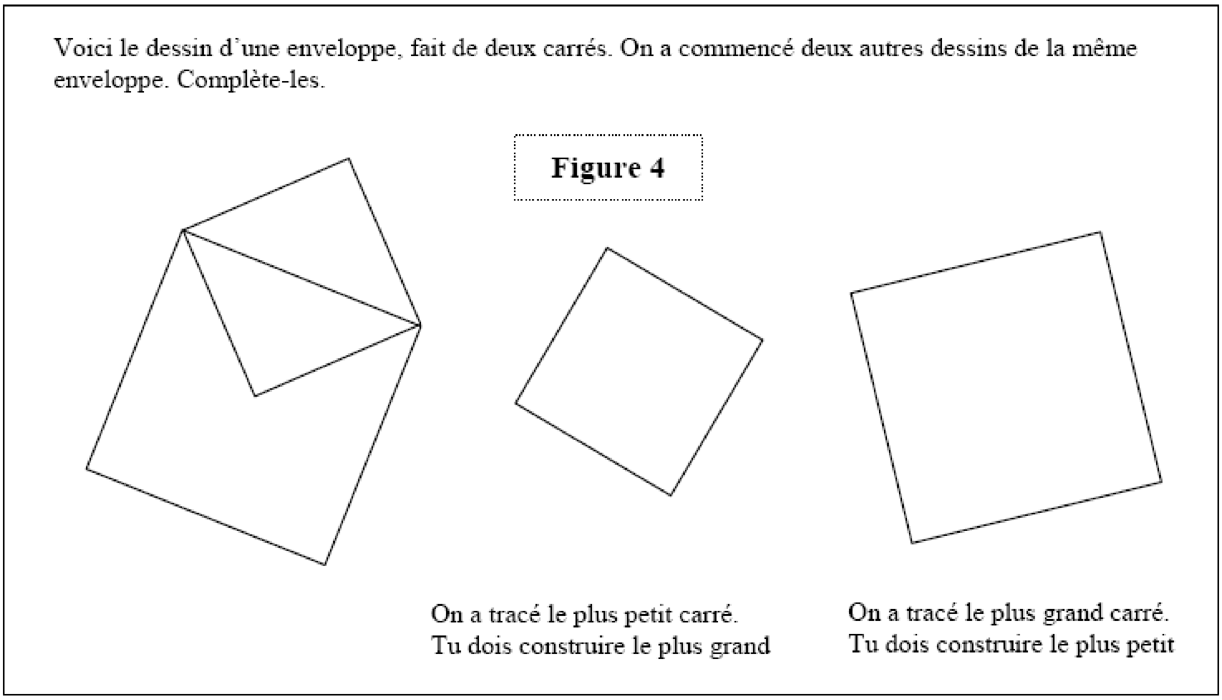
II. Quelques calculs d'aire relatifs à la figure 1

a) On note a la longueur AB. Calculer l'aire du carré AFDE en fonction de a.
b) On note S l'aire de la surface comprise entre l'arc AD (du cercle circonscrit au carré ABCD) et la corde AD (marquée d'un carré noir sur la figure 1) et S' l'aire de la surface

comprise entre l’arc AFD et les cordes AF et FD (marquée de deux ronds noirs sur la figure 1). Monsieur Hippo affirme que *S* et *S’* sont égales. Qu’en pensez vous ? Justifiez votre réponse.

III. Questions complémentaires

L’énoncé ci-dessous (figure 4) est tiré d’un manuel de l’école primaire (Hatier, 1994)



a) A quel niveau de l’école élémentaire peut être proposé cet exercice ? Argumenter votre choix.

Dans la figure 5 de l’annexe 2 sont reproduites quatre productions d'élèves dans lesquelles les traits de construction sont apparents (les élèves avaient droit aux instruments habituels de tracé : règle graduée, équerre, compas).

b) Indiquer les constructions correctes. Pour celles-ci, justifier la validité de la procédure utilisée par l'élève.

c) Pour celles qui sont erronées, indiquer la procédure de l’élève. Préciser ce qui est pertinent dans sa démarche et comment corriger (au plus simple) ce qui ne l’est pas.

d) La méthode présentée plus haut, dont la justification a été demandée dans la question a) de la partie I, n’a été utilisée par aucun élève. Citer deux difficultés, du point de vue des élèves, qui s’opposent à la découverte de cette méthode.

Annexes de cet exercice Corrigé Retour

ANNEXES REIMS – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

A RENDRE AVEC LA COPIE

NOM : PRENOM : GROUPE :

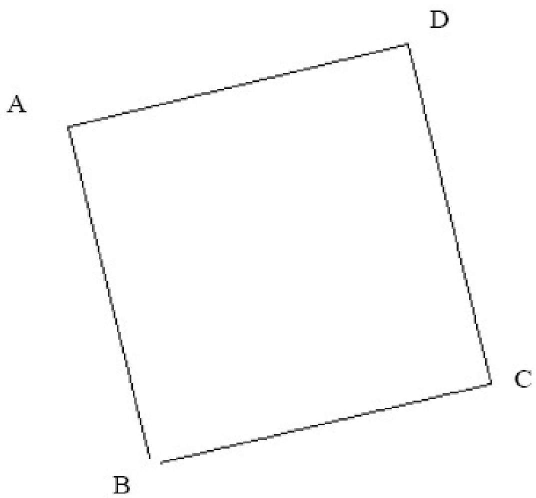


Figure 3

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

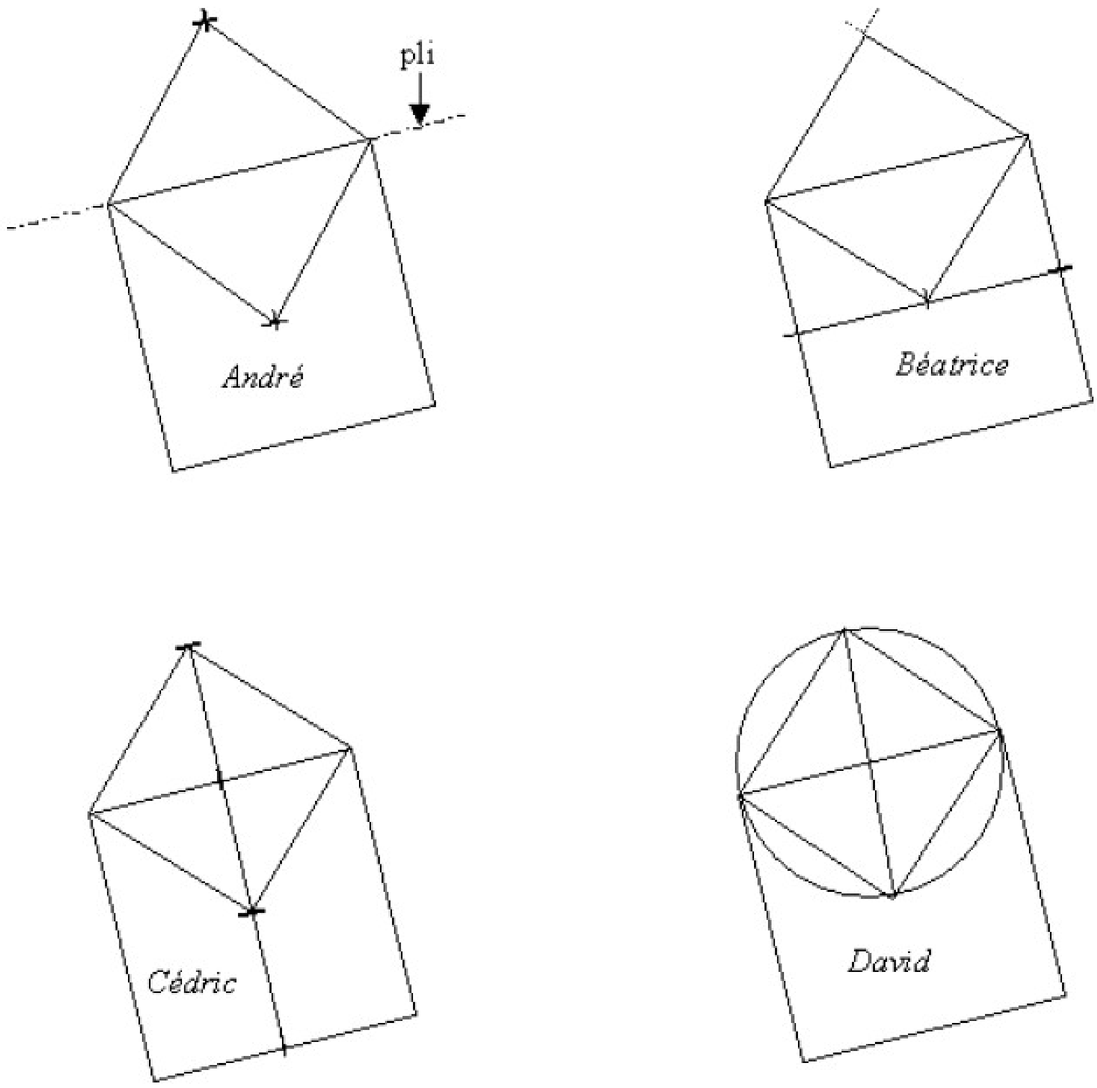


Figure 5

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

CORRIGÉ REIMS – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

I. Etude de la construction de la figure 1

a) Le point F a été construit comme point d'intersection des diagonales [AC] et [BD] du carré ABCD. Par conséquent les longueurs AF et FD sont égales et l'angle $\widehat{AFD}$ est droit.
Le point E a été construit comme point d'intersection de la perpendiculaire à (AF) passant par A et de la perpendiculaire à (FD) passant par D. Par conséquent les angles $\widehat{FDE}$ et $\widehat{EAF}$ sont droits.
Le quadrilatère AFDE ayant trois angles droits est un rectangle. De plus il a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un carré.

b) En voici une parmi d'autres : on construit la médiatrice Δ de [AD], elle coupe [AD] en son milieu I ; puis on trace le cercle de centre I et de rayon AI, il coupe Δ aux points E et F.

II. Quelques calculs d'aire relatifs à la figure 1

a) $AF = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}a$; d'où l'aire du carré AFDE est égale à : $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}a\right]^2 = \frac{1}{2}a^2$

b) Calculons l'aire Z du demi disque AFD de diamètre [AD] : $Z = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{1}{2}AD\right)^2 = \pi\frac{a^2}{8}$.

Calculons l'aire Y du quart de disque AFD de centre F et de rayon FA : $Y = \frac{1}{4}\pi AF^2 = \frac{1}{4}\pi\frac{1}{2}a^2 = \pi\frac{a^2}{8}$.
On constate que $Z = Y$. En soustrayant à Z et Y l'aire du triangle AFD on déduit immédiatement que $S = S'$. Monsieur Hippo avait raison !

III. Questions complémentaires

a) La réussite de cet exercice nécessite la mise en œuvre de compétences (tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point donné, trouver le milieu d'un segment, concevoir et réaliser un programme de construction) qui relèvent du cycle 3.

b) Les productions de Béatrice et Cédric sont correctes.
Pour décrire leurs procédures nous utilisons les notations de la figure 1.
Béatrice a construit les milieux des segments [AB] et [CD], puis le milieu du segment joignant ces milieux. Elle obtient ainsi le point F qui est le centre du carré ABCD. Elle trace ensuite les segments [AF] et [FD]. Enfin elle trace la perpendiculaire à (AF) passant par A et la perpendiculaire à (FD) passant par D, ces droites se coupant au point E. Son quadrilatère AFDE est bien un carré puisqu'il possède trois angles droits et deux côtés consécutifs de même longueur.
Cédric a construit les milieux I et J des segments [AD] et [BC], puis a tracé le segment [IJ] et trouvé son milieu. Il a obtenu ainsi le point F qui est le centre du carré ABCD. Pour obtenir le point E il a prolongé le segment [IJ] d'une longueur égale à IF. Son quadrilatère AFDE est bien un carré puisque ses diagonales se coupent en leur milieu perpendiculairement et sont de même longueur.

c) André a tracé un losange non carré. Il a placé le point F sans doute au jugé, avec assez de précision pour que les distances FA et FD soient « sensiblement égales », puis a tracé les segments [FA] et [FD], avant de compléter la figure par symétrie par rapport à (AD) en utilisant la technique du pliage. (Cette procédure donnera en général un « cerf-volant », c'est uniquement parce qu'il a placé F sur la médiatrice de [AD] qu'il a obtenu un losange). Pour rectifier sa procédure il doit placer le point F exactement au centre du carré, en suivant par exemple la démarche de Cédric.

Remarques : la construction du symétrique d'un point avec règle et équerre relève du collège ; le fait que le dessin à réaliser représente une enveloppe peut inciter les élèves à utiliser la technique du pliage.

David a tracé un rectangle non carré. Tracer le cercle de diamètre [AD] est pertinent, mais il doit ensuite tracer le diamètre perpendiculaire à [AD] pour obtenir un carré.

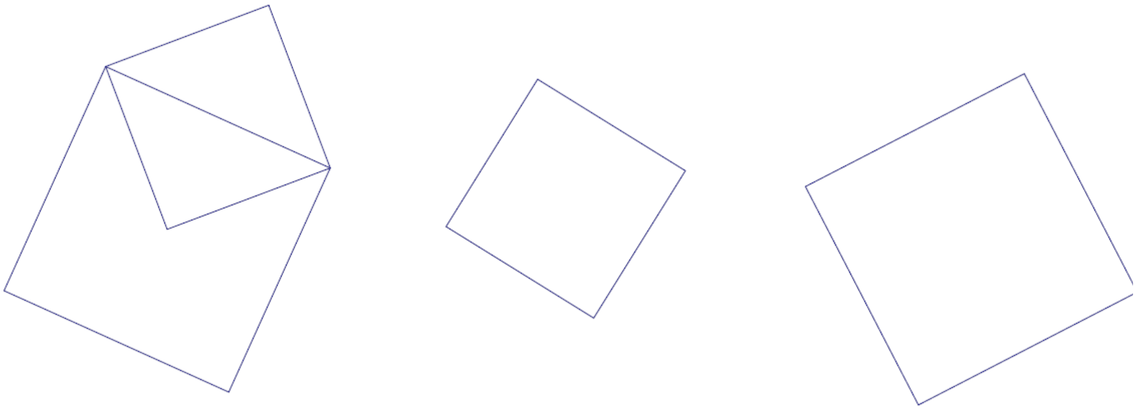
d) Voici deux difficultés qui peuvent expliquer la non utilisation par les élèves de la méthode dégagée dans la question a) de la partie I :
Elle s'appuie sur les propriétés des diagonales d'un carré (pour la construction du point F comme centre du carré ABCD) ce qui n'est pas exigible d'un élève de cycle 3.
Elle nécessite, lors de l'analyse du dessin de l'enveloppe à reproduire, de penser à prolonger les côtés du petit carré ; or ajouter des éléments à la figure fournie dans l'énoncé n'est pas une démarche courante pour un élève.

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

ÉNONCÉ TROYES – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES 4 + 4 POINTS

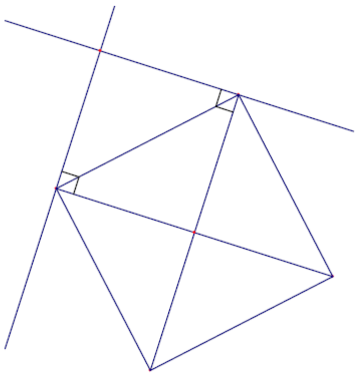
L'énoncé ci-dessous est tiré d'un manuel de l'école Primaire (Hatier, 1994).

Voici le dessin d'une enveloppe, fait de deux carrés. On a commencé deux autres dessins de la même enveloppe. Complète-les.



Dessin 1. On a tracé le plus petit carré
Tu dois construire le plus grand

Dessin 2. On a tracé le plus grand carré.
Tu dois construire le plus petit

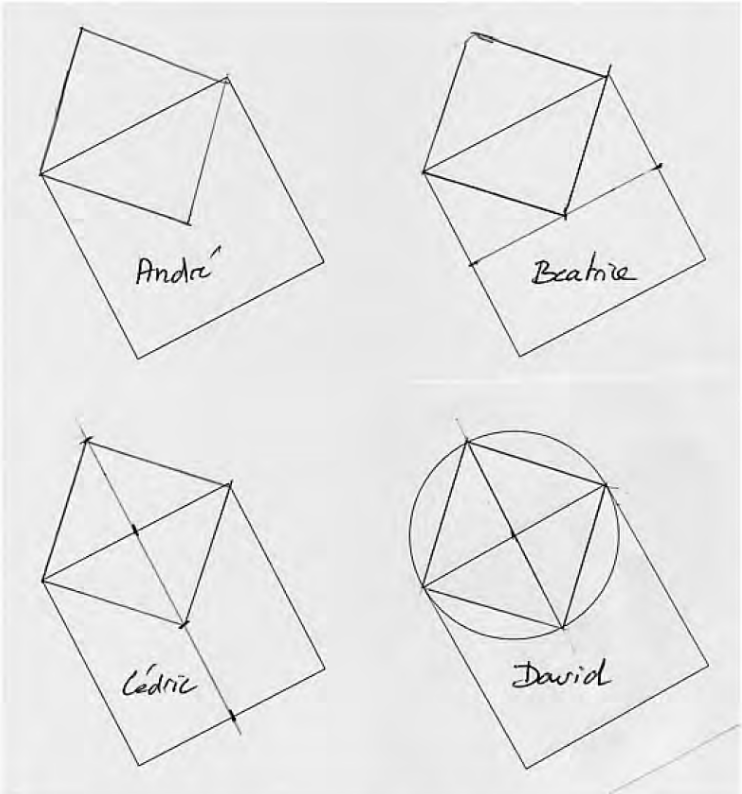


1. Justifier la méthode employée ci-contre, pour construire le « petit carré ».
2. Proposer une seconde méthode de construction de ce petit carré, à la règle non graduée et au compas, sur le dessin 2, ci-dessus. Laisser les traits de construction apparents.
3. Construire le « grand carré », sur le support ci-dessus, à la règle non graduée et au compas. Laisser les traits de construction apparents.

Questions complémentaires

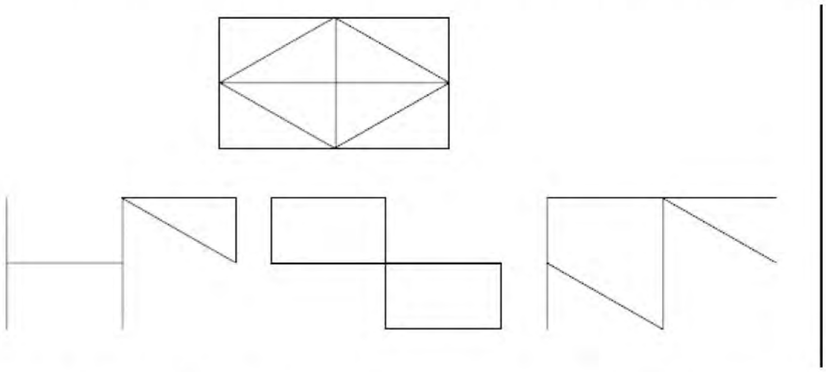
4. À quel niveau de l'école élémentaire peut être proposé cet exercice ? Argumenter votre choix.
5. Parmi les productions d'élèves suivantes (page 2), indiquer celle qui est correcte (les élèves avaient droit aux instrument habituels de tracé : règle graduée, compas, équerre)
6. Pour celles qui sont erronées, indiquer la procédure de l'élève. Indiquer ce qui est pertinent dans sa démarche, et comment corriger (au plus simple) les autres pas.

Corrigé Retour



7. La méthode de la question 1 de l'exercice, qu'on vous a demandé de justifier, n'a été utilisée par aucun élève. Citer deux obstacles, du point de vue des élèves, qui s'opposent à la découverte de cette méthode.

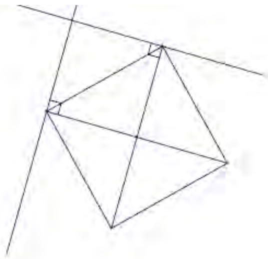
8. Indiquer quelles compétences met en œuvre cet exercice, proposé p. 76 du livret d'accompagnement des programmes 2002 :



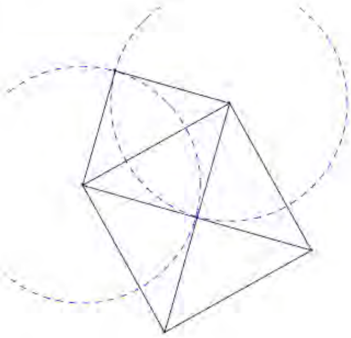
9. Dans l'esprit de cet exemple, proposer une variante de l'exercice initial (Hatier, 1994), permettant à un élève de Cycle 2 de le réaliser.

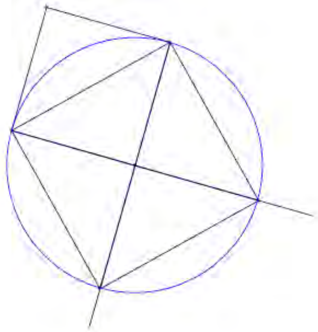
Corrigé Retour

CORRIGÉ TROYES – CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

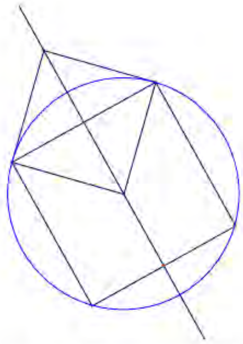


1. ABCD étant un carré, ses diagonales sont perpendiculaires : donc $\widehat{AOB}$ droit.
D'après la construction, AOBE avait déjà deux angles droits ($\widehat{EAO}$ et $\widehat{EBO}$) ; ayant trois angle droits, il est un rectangle.
De plus les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu, et ont même longueur : donc dans ABCD, on a OA = OB (demi diagonales)
Le rectangle AOBE ayant deux côtés consécutifs de même longueur, c'est un carré.
2.
3.





Questions complémentaires



4. La construction des carrés sur papier uni est du ressort du cycle 3 ; la complexité de la construction, exigeant de percevoir d'abord le lien entre petit et grand carré (côtés de l'un = demi diagonales de l'autre) en fait plutôt un exercice de CM.
5. La construction de Cédric est correcte. Il a déterminé (par mesurage) les milieux K et J de deux côtés opposés, puis le milieu O de ces milieux, ce qui lui donne le centre du carré ABCD, et sur la médiatrice de [AB]. Dans le carré ABCD, OK égale un demi côté, soit AK ou KB. Donc, en reportant cette distance OK, par mesurage, sur cette médiatrice, à partir de K, de l'autre côté de (AB), il réalise un segment [EO] de même longueur que AB, et tel que [AB] et [EO] ont même milieu, et sont perpendiculaires.
6. André a réalisé un dessin conforme à sa représentation du carré, relativement correcte. Il a probablement utilisé la règle graduée, en tâtonnant à vue pour la position des côtés, peut-être en utilisant l'équerre pour les deux côtés de gauche (l'angle semble droit), tout en respectant la longueur commune. Mais il n'a visiblement pas perçu que les côtés du petit carré intérieurs au grand carré, en sont les demi diagonales. C'est cette propriété qu'il convient de lui faire percevoir, avant de reprendre sa construction, qu'il pourra continuer par exemple comme au 1).
Béatrice a déterminé (par mesurage) les milieux de deux côtés opposés, puis le milieu O de ces milieux, ce qui lui donne le centre du carré ABCD (Cf. Cédric). Elle obtient donc bien les côtés AO et OB du petit carré. Mais il semble qu'elle ait terminé en posant l'équerre, un côté touchant A, l'autre B, et pivoté l'instrument jusqu'à une position satisfaisante à vue, pour enfin tracer en suivant le contour de l'angle droit de son équerre : ce qui peut expliquer la « rature » au sommet.
David a déterminé (par mesurage) le milieu K de [AB], puis a tracé le cercle C(K ; KA), et une droite approximativement perpendiculaire à (AB), passant par K. Il considère les points d'intersection de cette droite et du cercle comme les deux autres sommets de son « carré ».
Il utilise sans doute en acte la propriété suffisante : « diagonales de même longueur perpendiculaires en leur milieu ».
Il peut donc conserver cette démarche, mais réaliser la droite passant par K, correctement à l'équerre.
7. Deux obstacles, s'opposent à la découverte de la méthode 1) :
   - *La perception des alignements* lorsque les droites ne sont pas matérialisées (le côté du petit carré n'est alors pas perçu comme une demi diagonale du grand).
- *La conception des points d'un polygone comme intersection de deux droites*, ce qui exige de prolonger les tracés au-delà des mesures suffisantes pour les élèves : par exemple, E sera plus spontanément construit en traçant un segment de 3 cm perpendiculaire en A à (AO), et non comme point d'intersection de deux droites (les deux perpendiculaires tracées en 1)).

8. Cet exercice, proposé p. 76 du livret d'accompagnement des programmes 2002, fait compléter l'amorce d'un dessin modèle. Les compétences que l'on veut ici mettre en jeu sont :
   - Savoir identifier les éléments manquants par comparaison avec le modèle (reconnaître éventuellement des sous figures dans l'un, absentes dans l'autre)
   - Percevoir des alignements (segments dans le prolongement d'autres)
   - Percevoir un point comme intersection de deux prolongements de segments existants (les enfants de l'école primaire s'autorisant difficilement à tracer au-delà de ce qui est attendu ; par exemple, dans le dessin (Fig 1) ci-dessous, l'élève peut chercher plutôt à reconstruire des rectangles identiques accolés aux deux existants).
   - Savoir utiliser la règle plate graduée ou non, pour joindre deux points, ou prolonger un tracé.

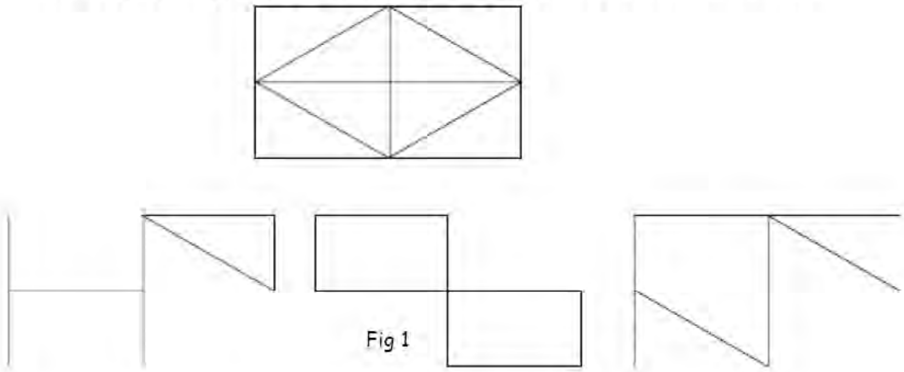
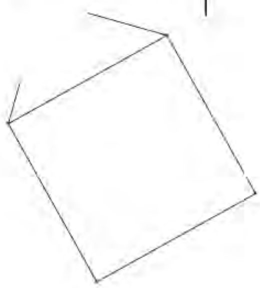


Fig 1

9. Dans l'esprit de cet exemple, et pour travailler à surmonter les obstacles cités en 7), l'exercice initial peut être modifié pour permettre à un élève de Cycle 2 de le réaliser, uniquement à la règle, en l'obligeant à s'appuyer sur l'observation d'alignements, et à déterminer des points comme intersection de prolongements : par exemple, sur le dessin ci-contre, l'élève n'a pas à utiliser l'équerre pour construire les angles droits, qui sont donnés. S'il perçoit l'alignement, sur le dessin initial, de A, O, C d'une part, et B, O, D. d'autre part, O et E peuvent tous deux être déterminés à la règle plate, à condition de s'autoriser à utiliser des prolongements, ou plus généralement, des lignes plus longues que le segment final attendu.



Énoncé de cet exercice Retour

ÉNONCÉ LE HAVRE – FRACTIONS ET DÉCIMAUX 3,5 POINTS

On considère le rationnel r dont l'écriture à virgule est r = 2,370370…, la période étant 370.

1. Décomposer 2368 et 999 en produit de facteurs premiers puis simplifier $\frac{2368}{999}$.

2. Écrire le rationnel r sous la forme d'une fraction irréductible.

3. a) Effectuer la division euclidienne de 64 par 27. En déduire l'écriture de $\frac{64}{27}$ sous la forme de la somme d'un entier naturel et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

   b) Effectuer la division euclidienne de 100 par 27.

   En déduire que $\frac{64}{27} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{19}{270}$.

   c) Déduire de l'égalité précédente le chiffre des dixièmes de $\frac{64}{27}$ et donner la valeur exacte de l'erreur commise en remplaçant $\frac{64}{27}$ par 2,3.

Corrigé Retour

CORRIGÉ LE HAVRE – FRACTIONS ET DÉCIMAUX

1) $2368 = 2^6 \times 37$ et $999 = 3^3 \times 37$, d'où $\frac{2368}{999} = \frac{64}{27}$

2) r = 2,370370…
d'où 1000 r = 2370,370370…
d'où 1000 r - r = 2370 - 2 = 2368
d'où 999 r = 2368. Par conséquent $r = \frac{2368}{999} = \frac{64}{27}$.

3) a) $64 = 27 \times 2 + 10$ (avec $10 \leq 27$). Donc $\frac{64}{27} = 2 + \frac{10}{27}$.

b) $100 = 27 \times 3 + 19$. (avec $19 < 27$). D'où $\frac{100}{27} = 3 + \frac{19}{27}$

et $\frac{64}{27} = 2 + \frac{1}{10} \times \frac{100}{27} = 2 + \frac{1}{10} \times \left(3 + \frac{19}{27} \right) = 2 + \frac{3}{10} + \frac{19}{270}$

c) Par conséquent $2 + \frac{3}{10} \leq \frac{64}{27} \leq 2 + \frac{4}{10}$.

Donc le chiffre des dixièmes de $\frac{64}{27}$ est 3.

$\frac{64}{27} - 2{,}3 = \frac{19}{270}$, l'erreur commise en remplaçant $\frac{64}{27}$ par 2,3 est donc $\frac{19}{270}$.

Énoncé de cet exercice Retour

ÉNONCÉ BESANÇON – FRACTIONS ET DÉCIMAUX 4 + 4 POINTS

Le but de l'exercice est de déterminer l'écriture décimale du nombre $\frac{64}{27}$ **sans effectuer de division autre que la division euclidienne et sans utilisation de la calculatrice**.

1. $\frac{64}{27}$ est-il un décimal? Un rationnel ? On justifiera les réponses.
2. Déterminer la partie entière de $\frac{64}{27}$. On justifiera la réponse. *(On rappelle que la partie entière d'un nombre est le plus grand entier inférieur ou égal à ce nombre.)*
3. a) Montrer que $\frac{64}{27} = \alpha + \frac{b}{27}$ où α est la partie entière calculée précédemment et où b est un entier naturel que l'on déterminera.
   b) En déduire β, le chiffre des dixièmes de l'écriture décimale de $\frac{64}{27}$.
   c) Montrer alors que $\frac{64}{27} = \alpha + \frac{\beta}{10} + \frac{c}{270}$ où c est un entier que l'on déterminera.
   d) En déduire un encadrement de $\frac{64}{27}$ d'amplitude $\frac{1}{10}$.
4. a) Réitérer la procédure amorcée aux questions précédentes pour déterminer le chiffre des centièmes. Quelle est la valeur exacte de l'erreur commise si l'on remplace $\frac{64}{27}$ par *2,37 ?*
   b) Montrer que le chiffre des millièmes est 0.
   c) En déduire le chiffre des dix millièmes.
   d) Conclure et donner une nouvelle justification de réponse à la question 1.

Questions complémentaires :

Un maître a donné dans sa classe l'exercice suivant (Place aux maths éd BORDAS) :

> *Complète avec des nombres entiers :*
>
> *a)* $\frac{7}{6} = \ldots + \frac{\ldots}{6}$ *b)* $\frac{274}{100} = \ldots + \frac{74}{100}$
>
> *Complète avec des nombres entiers consécutifs :*
>
> *c)* $\ldots < \frac{7}{6} < \ldots$ *d)* $\ldots < \frac{274}{100} < \ldots$

5. a) Quel est le niveau de la classe à laquelle s'adresse cette activité ? (Justifiez)
   b) Quelle critique peut-on formuler au regard des programmes ?
6. a) Proposer un raisonnement conforme au programme qu'un élève peut mettre en place pour répondre aux questions a. et c.
   b) Proposer un raisonnement conforme au programme qu'un élève peut mettre en place pour répondre aux questions b. et d. On donnera une procédure différente de celle proposée en a).
7. Les réponses de deux élèves sont données dans l'annexe 3. Préciser pour chacun d'eux les erreurs commises.

Corrigé Retour

CORRIGÉ BESANÇON – FRACTIONS ET DÉCIMAUX

EXERCICE 3 *(8 points)*

1- $\frac{64}{27}$ est une fraction irréductible. Ce n'est pas un nombre décimal. La décomposition du dénominateur en facteur premier est : $27=3^3$. Cette décomposition fait apparaître un facteur autre que 2 ou 5. $\frac{64}{27}$ est le quotient de deux entiers, c'est donc un rationnel.

2- La division euclidienne de 64 par 27 donne : $64=2\times27+10$. Ainsi on en déduit que $\frac{64}{27}=2+\frac{10}{27}$. L'inégalité $\frac{10}{27}<1$ permet d'écrire : $2\leq\frac{64}{27}<3$. La partie entière de $\frac{64}{27}$ est donc égale à 2.

3- a) La question 2. nous donne $\alpha=2$ et $b=10$.

3- b) Il s'agit de déterminer le nombre de dixième dans $\frac{10}{27}$ c'est à dire la partie entière de $\frac{100}{27}$. En effectuant la division euclidienne, on obtient : $100=3\times27+19$. On en déduit alors $\frac{100}{27}=3+\frac{19}{27}$. L'inégalité $\frac{19}{27}<1$ nous permet de conclure que la partie entière de $\frac{100}{27}$ est égale à 3 et donc que $\beta=3$.

3- c) D'après la question précédente on déduit : $\frac{64}{27}=2+\frac{3}{10}+\frac{19}{270}$.

3- d) Par la question c. on obtient un encadrement d'amplitude $\frac{1}{10}$: $2,3<\frac{64}{27}<2,4$.

4- a) Le chiffre des centièmes est donné par le nombre de centième dans $\frac{19}{270}$ c'est à dire la partie entière de $\frac{1900}{270}$ $(=\frac{190}{27})$. La division euclidienne donne : $\frac{190}{27}=7+\frac{1}{27}$. Le chiffre des centièmes de $\frac{64}{27}$ est donc 7 et on a : $\frac{64}{27}=2+\frac{3}{10}+\frac{7}{100}+\frac{1}{100}\times\frac{1}{27}$. La valeur exacte de l'erreur commise en remplaçant $\frac{64}{27}$ par $2,37$ est $\frac{1}{2700}$.

4-b) On peut remarquer que $\frac{1}{27}<\frac{1}{10}$ et donc que $\frac{1}{2700}<\frac{1}{1000}$. Le chiffre des millièmes est donc 0.

4-c) Il s'agit de déterminer le chiffre des dix millièmes c'est à dire le nombre de dix millième dans $\frac{1}{2700}$ soit la partie entière de $\frac{10000}{2700}$ $(=\frac{100}{27})$. Le calcul effectué en 3.b. nous détermine le chiffre des dix millièmes : c'est 3.

Énoncé de cet exercice Retour

4-d) On déduit de la question précédente : $\frac{64}{27}=2+\frac{3}{10}+\frac{7}{100}+\frac{3}{10000}+\frac{19}{270000}$. La poursuite du processus de façon récurrente (utilisation des questions 4.a ; 4.b. ;3.c. en boucle) nous permet d'écrire $\frac{64}{27}=2{,}370370370.....$ L'écriture de $\frac{64}{27}$ admet donc un développement périodique illimité. On en déduit que $\frac{64}{27}$ n'est pas décimal et est rationnel.

<u>Questions complémentaires</u>

5- a) On peut proposer cette activité au cycle 3 en classe de CM2.

5- b) Les programmes précisent à plusieurs reprises que les raisonnements concernant les encadrements de fraction, les écritures sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 « peuvent être appuyés sur une utilisation des fractions dans le cadre de la mesure des longueurs ou des aires » ce qui n'est pas le cas dans ce type d'exercice (qui reste uniquement dans le cadre numérique).

6- a) Pour les questions a. et c. on peut proposer : « Dans $\frac{7}{6}$ (sept sixième), il y a $\frac{6}{6}$ et $\frac{1}{6}$. Or $\frac{6}{6}$ c'est 1. Donc $\frac{7}{6}=1+\frac{1}{6}$ et $1<\frac{7}{6}<2$ car $\frac{1}{6}$ est plus petit que 1. »

6- b) Pour les questions b. et d. on peut proposer : « $\frac{274}{100}=2{,}74=2+\frac{74}{100}$ et $2<2{,}74<3$ ».

7- <u>Analyse de productions :</u>

<u>Etienne</u>

a- Confusion entre $\frac{6}{6}$ et 6. Décomposition de $7 = 6+1$. L'erreur peut provenir de la lecture « six plus un sixième » écrit comme il se prononce $6+\frac{1}{6}$.

c- $\frac{1}{6}$ étant inférieur à 1, le plus petit entier précédent $\frac{7}{6}$ est 6 d'après a., le suivant est donc 7.

b- Même type d'erreur qu'en a.

d- A cela s'ajoute l'erreur de l'encadrement par deux centaines consécutives induite par le 200.

<u>Jean-Claude</u>

a- Pas d'erreur. Il y a réponse à la consigne, mais pas dans l'attente de l'enseignant.

c- Le 0 correspond au 0 du a. mais l'absence de réponse montre que $\frac{7}{6}$ n'est pas perçu comme un nombre.

b- Pas d'erreur.

d- Là encore, la fraction n'est pas perçue dans sa globalité comme un nombre. Seul le numérateur est pris en compte.

Énoncé de cet exercice Retour

ÉNONCÉ AIX – FRACTIONS ET DÉCIMAUX 4 + 3 POINTS

1) Parmi les fractions suivantes quelles sont celles qui représentent un nombre décimal ? Justifier la réponse et donner une fraction décimale associée à chaque décimal :
$\frac{54}{1350}$; $\frac{5}{700}$; $\frac{63}{280}$; $\frac{123}{1200}$; $\frac{50}{1375}$

2) Quelle condition faut-il imposer à l'entier n pour que la fraction $\frac{n}{1050}$ représente un nombre décimal ? Justifier la réponse.
3) Un étudiant cherche à savoir quelle est l'écriture décimale des nombres représentés par les fractions $\frac{342}{277775}$ et $\frac{41}{33300}$.
Il tape les quotients correspondants à chacune de ces deux écritures fractionnaires sur sa calculatrice dont l'écran n'affiche que huit chiffres, et il a la surprise de constater que dans les deux cas la machine affiche :0,0012312.
Que peut-on conjecturer sur la période des écritures décimales de ces deux nombres ? Comment pourrait-on le vérifier ?

Questions complémentaires :
Ces questions s'appuient sur les documents suivants proposés en annexes :

« J'apprends les maths CM1 » édité chez Retz en annexes 1 et 1bis.

« Diagonale CM1 » édité chez Nathan en annexes 2 et 2 bis.

« Pour comprendre les mathématiques CM1 » édité chez Hachette en annexe 3.

1) Quels sont les deux sens de la fraction $\frac{a}{b}$ auxquels les programmes de 2002 font référence ? Quel est celui qui est préconisé par les programmes du cycle 3 ?
2) Chacun des trois documents joints en annexe, présente l'introduction des fractions au cycle 3 dans un manuel différent. Déterminer, pour chacun des manuels, quel est l'aspect de la fraction qui est privilégié lors de cette présentation.

Annexes de cet exercice Corrigé Retour

ANNEXES AIX – FRACTIONS ET DÉCIMAUX

Annexe 1

Troisième période

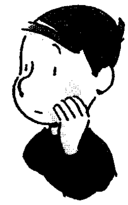
Arithmétique : la division-fraction ; les fractions (comparaisons, sommes) ; la technique écrite de la division (2^e étape) ; la proportionnalité.
Géométrie et mesure : triangles ; parallélogrammes quelconques et particuliers ; aires.

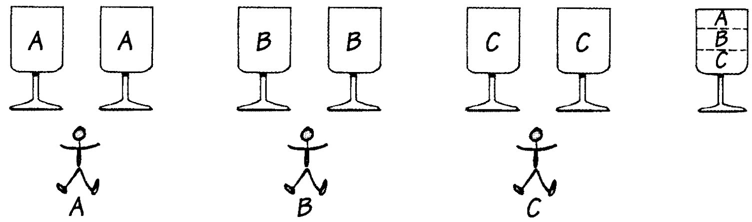
Je découvre

1 *Tu vas apprendre une nouvelle division, celle où l'on partage le reste.*

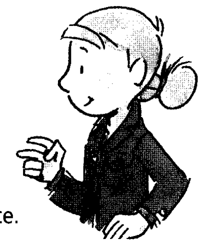
Problème : 7 verres de jus d'orange sont à partager entre 3 enfants.
Quelle sera la part de chaque enfant ?

C'est 7 divisé par 3. Mais attention, ici, il faut partager le reste !





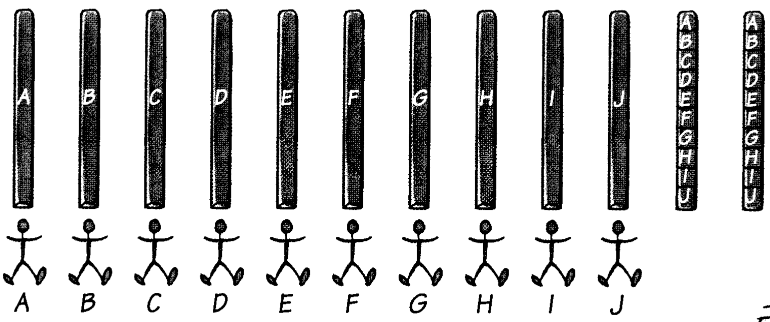
7 divisé par 3, c'est égal à 2 … plus le reste 1, divisé par 3.
On écrit $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$



Et s'il fallait partager 10 verres entre 3 enfants ? Écris l'égalité correspondante.

2 Problème : 12 barres de chocolat sont à partager entre 10 enfants.
Quelle sera la part de chaque enfant ?

C'est 12 divisé par 10. Mais attention, là aussi …



12 divisé par 10, c'est égal à 1 … plus le reste 2, divisé par 10.
On écrit $\frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{10}$

Et s'il fallait partager 24 barres de chocolat entre 10 enfants ? Écris l'égalité correspondante.
Et s'il fallait partager 123 barres de chocolat entre 10 enfants ? Écris l'égalité correspondante.

❶ à ❻ L'écriture 7/3 désigne à la fois la division de 7 par 3 et la fraction « 7 tiers ». De sérieux arguments plaident en faveur d'une introduction de l'écriture *a*/*b* dans le sens « *a* divisé par *b* » (voir p. 4 et 5). Dans cette séquence, et jusqu'à la sq n° 61, on lira donc les écritures 7/3, 12/10, etc.

Annexe 1bis

SÉQUENCE 58

Une nouvelle division et de nouveaux nombres

Calculs proposés par écrit au tableau

1. Divisions par 2 de $n < 200$ (voir p. 11).

2. Divisions par 3, 4... dans des cas (ceux de la sq n° 55) où q = 10, 25, 50, 100...

3 Problème : 13 tartelettes sont à partager équitablement entre 4 personnes.
Quelle sera la part de chaque personne ?

Dessine les tartelettes et effectue le partage. Écris l'égalité correspondante.

J'ai appris

$\frac{17}{3}$ se lit « **17 divisé par 3** » (tu apprendras bientôt une autre façon de le lire).

C'est une nouvelle division, la **division-fraction**, où l'on partage le reste.
Avec cette division, on peut écrire une égalité :

c'est le quotient de la division avec reste...

$\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}$ *... mais le reste a été partagé.*

4 Calcule ces divisions-fractions.

$\frac{561}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{52}{10}$	$\frac{25}{6}$	$\frac{702}{100}$
$\frac{103}{25}$	$\frac{109}{3}$	$\frac{35}{8}$	$\frac{4\,258}{5}$	$\frac{7\,041}{1\,000}$

5 Problèmes

Résous ces problèmes en indiquant si tu utilises la division avec reste ou la division-fraction.

1 ▶ On partage 7 brioches en 2 parts égales.
Combien de brioches y a-t-il dans chaque part ?

2 ▶ On répartit équitablement 13 billes entre 4 enfants.
Combien de billes aura chaque enfant ?

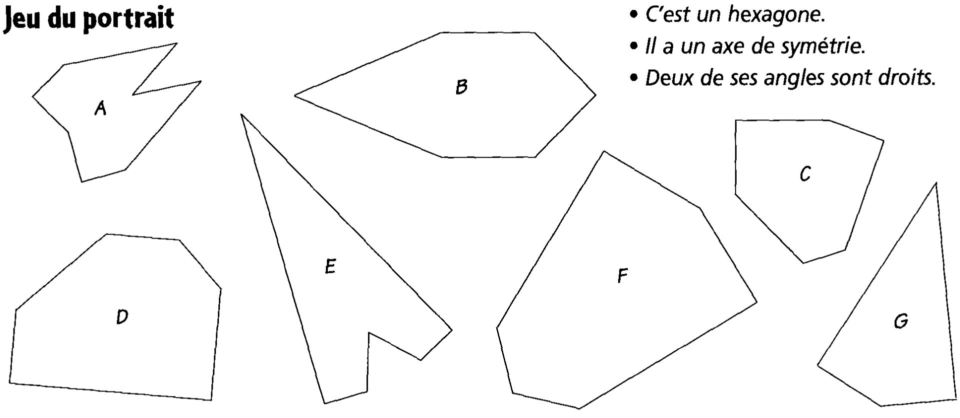
3 ▶ On partage équitablement 14 pains au lait entre 5 enfants.
Quelle sera la part d'un enfant ?

4 ▶ On partage équitablement 26 gaufrettes entre 3 frères.
Combien de gaufrettes chacun aura-t-il ?

Je deviens performant

A Jeu du portrait

- *C'est un hexagone.*
- *Il a un axe de symétrie.*
- *Deux de ses angles sont droits.*

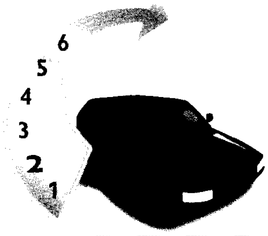


sous la forme « 7 divisé par 3 », « 12 divisé par 10 », etc. Si, cependant, des enfants les verbalisaient sous forme fractionnaire, comme le ferait le sens commun, on ne refuserait pas cette lecture, mais on ne l'institutionnaliserait pas et on ne chercherait pas à l'expliquer.

87

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

Annexe 2

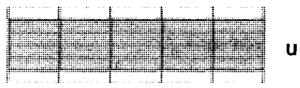


Les fractions (1)

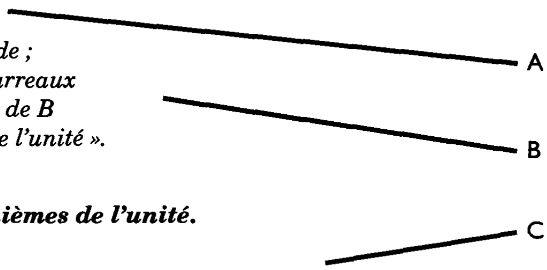
Avec les nombres...
Compléter : 123 = (12 x ☐) + 3
101 = (11 x ☐) + 2   143 = (11 x ☐) +

1 Activité

Pour mesurer les longueurs des segments A, B et C, Léo a utilisé une bande unité u formée de cinq carreaux du quadrillage de son cahier.



a Reproduis et découpe cette bande unité.
Mesure A avec cette unité ; complète :
A mesure ____ u.



• Pour mesurer B, Léo dit :
« J'ai essayé de reporter deux fois ma bande ; mais c'était trop grand. En utilisant les carreaux de ma bande, je peux dire que la longueur de B est égale à une unité et deux cinquièmes de l'unité ».

Explique ce que veut dire *deux cinquièmes de l'unité*.
2 cinquièmes de l'unité u s'écrit $\frac{2}{5}$ de u.

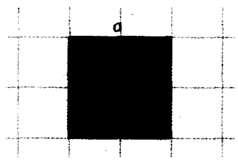
• **Écris un encadrement pour la longueur de C :** $\frac{}{5}$ de u < C < $\frac{}{5}$ de u.

b Dessine sur ton cahier un segment E qui mesure 3 u et un segment F qui mesure $\frac{8}{5}$ de u.

$\frac{1}{5}$ (*un cinquième*) ; $\frac{2}{5}$ (*deux cinquièmes*) sont des **fractions**.

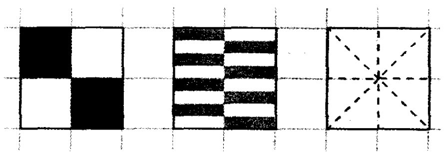
1 Exercices

a Ce carré colorié en rouge est choisi comme unité *a* de surface.
Dessine sur ton cahier deux carrés identiques.
Sur le premier, colorie en rouge une partie correspondant à $\frac{1}{4}$ de *a* ; sur le second, colorie en vert une partie correspondant à $\frac{3}{4}$ de *a*.



Écris ces deux fractions en lettres.

b Quelles fractions de *a* représentent les parties coloriées en bleu, vert et en jaune ?
Cléo affirme que chacune de ces parties coloriées représente la moitié de l'unité *a*.
Est-ce vrai ?
Écris la fraction que représente la moitié de *a*.
Comment lis-tu cette fraction ?



Énoncé de cet exercice   Corrigé   Retour

Annexe 2bis

2

Voici une méthode qui permet de partager un segment en plusieurs parties égales.

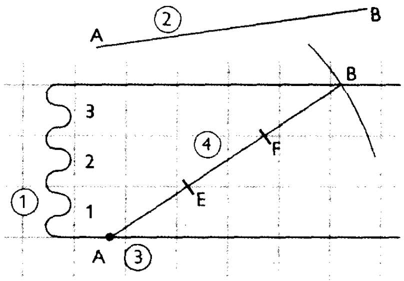
Par exemple, pour partager le segment AB en 3 parties égales :

① **Dessine sur ton cahier une bande à bords parallèles de 3 carreaux de largeur.**

② **Prends un écartement de compas égal à AB.**

③ **Place la pointe de ton compas sur un des bords de la bande et trace un arc de cercle jusqu'à ce qu'il recoupe l'autre bord de la bande.**

④ **Marque les points E et F en t'aidant des lignes de ta bande : tu obtiens les segments AE, EF et FB.**

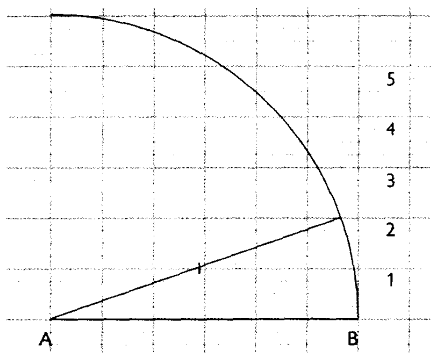


- **Vérifie que les trois segments AE, EF et FB ont la même longueur.**
  Complète à l'aide d'une fraction : AE = EF = FB = ... de AB.

- **Sur ton cahier, dessine en rouge un segment mesurant $\frac{2}{3}$ de AB ; en bleu, un segment mesurant $\frac{4}{3}$ de AB.**

3

Dessine un quart de cercle de centre A et de rayon AB et numérote les lignes de ton cahier comme ci-contre.



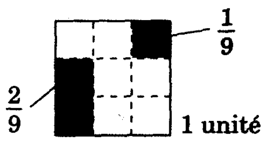
Le tracé du segment bleu permet d'obtenir deux segments mesurant $\frac{1}{2}$ de AB.

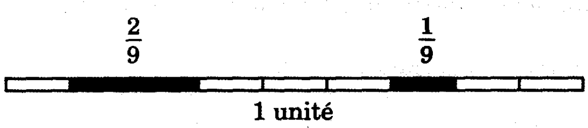
- **Complète la figure pour obtenir des segments mesurant $\frac{1}{3}$ de AB puis $\frac{1}{4}$ de AB.**

- **Trace un segment mesurant $\frac{4}{5}$ de AB.**

Je retiens bien

Des nombres nouveaux : les fractions





La fraction $\frac{2}{9}$ (deux neuvièmes) s'écrit aussi : $\frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ ou $2 \times \frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{9} \times 2$

Lire des fractions usuelles : $\frac{1}{2}$ → **un demi** $\frac{1}{3}$ → **un tiers** $\frac{1}{4}$ → **un quart**

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

Annexe 3

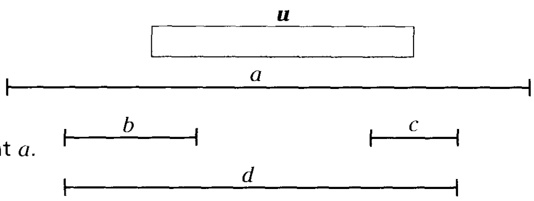
35 De nouveaux nombres : les fractions (1)

Objectifs
- Notion de fraction.
- Utiliser une fraction pour exprimer la mesure d'un segment.
- Placer une fraction simple sur la droite numérique.

Calcul rapide
Somme de multiples de 100.
3 200 + 2 100 = 5 300

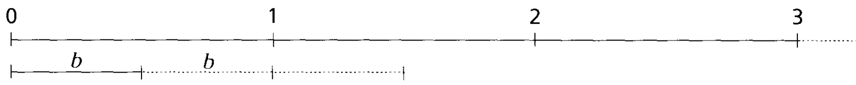
Piste de recherche

De nouveaux nombres



1. Reproduis exactement la bande unité ***u*** et découpe-la.
À l'aide de cette unité, mesure le segment a.

2. Mesure le segment b.
a. Peux-tu exprimer la mesure du segment b avec l'unité ***u*** ?
b. Sur ton cahier, trace une droite et gradue-la avec l'unité ***u***, comme ci-dessous :



Combien de fois faut-il reporter le segment b pour atteindre la graduation 1 ? pour atteindre les graduations 2 et 3 ?

Reproduis, puis complète le tableau ci-contre.
Pour obtenir l'unité ***u***, on reporte 2 fois le segment b.

La mesure du segment b s'écrit 1 : 2 ou $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$ **est une fraction.** On lit : « un demi ».

On peut dire aussi que la longueur du segment b est $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ sont des fractions égales.

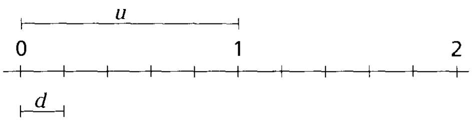
3. Fais le même travail avec les segments c et d.
Écris des fractions qui expriment leur mesure.

Segment b	
Nombre de reports	Graduation atteinte
2	1
4	....
....	....

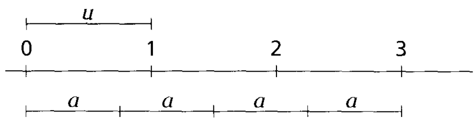
Segment d	
Nombre de reports	Graduation atteinte
2	3
....	....
....	....

Applications

1 En reportant 5 fois le segment d, on atteint la graduation 1.
Écris une mesure du segment d.



2 Observe la droite graduée.
Quelle est la longueur du segment a ?



3 Recopie et complète le tableau ci-contre.
Écris plusieurs fractions égales à la mesure du segment d.
Pour t'aider, tu peux tracer une droite et la graduer.

Segment d	
Nombre de reports	Graduation atteinte
3	4
....	8
9	....

Énoncé de cet exercice Corrigé Retour

CORRIGÉ AIX – FRACTIONS ET DÉCIMAUX

En analysant certaines copies, il semble important de rappeler :

1. **On appelle fraction décimale toute fraction d'entiers dont le dénominateur est une puissance de 10. <u>Exemple</u> : $\frac{23}{100}$. Par contre, la fraction $\frac{23}{20}$ n'est pas une fraction décimale car 20 n'est pas une puissance de 10 (il n'existe pas d'entiers p vérifiant $20 = 10^p$) ;**
2. **Un nombre rationnel qui peut être désigné à l'écrit par une fraction décimale est un nombre décimal ;**
3. **Un nombre rationnel dont la décomposition en facteurs premiers du dénominateur de son représentant réduit (*la fraction d'entiers irréductible*) ne contient que des puissances de 2 et / ou de 5 est un nombre décimal ;**
4. **Un nombre rationnel dont la décomposition en facteurs premiers du dénominateur de son représentant réduit (*la fraction d'entiers irréductible*) contient d'autres nombres premiers que 2 ou 5 n'est pas un nombre décimal**

1) 1.5pt

54/1350 = 2/50 = 4/100 est un décimal puisqu'il peut s écrire sous la forme d'une fraction décimale.

5/700 = 1/140 n'est pas décimal car 1/140 est une fraction irréductible et la décomposition en produit de facteurs premiers de 140 qui est $2^2 \times 5 \times 7$ contient d'autres facteurs que 2 et 5 : le nombre premier 7 (propriété 4 citée ci-dessus).

63/280 = 9/40 = 225/1000 est un décimal puisqu'il peut s écrire sous la forme d'une fraction décimale.

123/1200 = 41/400 = 1025/10 000 est un décimal puisqu'il peut s écrire sous la forme d'une fraction décimale.

50/1375 = 2/55 n'est pas décimal (voir plus haut propriété 4 : $55 = 5 \times 11$).

<u>Barème</u> :
3 décimaux (1pt avec la fraction décimale et –0.5 si 1erreur dans celle ci) et 2 rationnels non décimaux (0.5)

2)1pt

$1050 = 3 \times 7 \times 2 \times 5^2$. Pour que $\frac{n}{1050}$ désigne un nombre décimal il faut que le produit 3×7 disparaisse dans une simplification avec le numérateur n, il faut pour cela que n soit un multiple de 21 (*Si un nombre est multiple de 3 et 7 alors il est multiple de 21*).

<u>Remarque</u> : Le nombre zéro est un multiple de 31. Si n = 0 alors $\frac{n}{1050} = 0$ et zéro est bien un nombre décimal. La propriété est vraie quel que soit n, multiple entier naturel de 21.

3)1.5 pt

On peut conjecturer que les deux fractions sont égales.
Pour cela on peut calculer le produit des extrêmes et le produit des moyens : leur chiffre des unités étant différent, ces deux produits ne sont pas égaux. (Vous pouvez aussi déterminer ces deux produits à l'aide de votre calculatrice). La conjecture est donc fausse.
Ensuite on peut aussi conjecturer une période, par exemple (123) et essayer de retrouver l'écriture fractionnaire correspondant au rationnel dont une écriture décimale serait $0{,}00\overline{123}$. Ce nombre admet un développement décimal illimité périodique dont la période 123 admet trois chiffres

[Énoncé de cet exercice](#) [Annexes de cet exercice](#) [Retour](#)

Posons $X = 0{,}00\overline{123}$ alors $10^5\,X - 10^2\,X = 123$ soit $99\,000\,X = 123$. On en déduit :

$X = \dfrac{123}{99900} = \dfrac{41}{33300}$ c'est donc le 2ème rationnel que l'on retrouve ici.

On peut conjecturer une autre période, par exemple (12312) et essayer de retrouver l'écriture fractionnaire correspondant au rationnel : $0{,}00\underline{12312}$. Ce nombre admet un développement décimal illimité périodique dont la période 12312 admet cinq chiffres.

Posons $Y = 0{,}00\overline{12312}$ alors $10^7\,Y - 10^2\,Y = 12\,312$ et par suite $Y = \dfrac{12312}{9999900} = \dfrac{342}{277775}$. C'est donc le premier rationnel que l'on retrouve ici.

Autres techniques :

On peut chercher à connaître la suite de la partie décimale des 2 quotients.

Plusieurs procédures peuvent être proposées pour faire apparaître la période des suites décimales associées à chacun des deux rationnels.

- On peut effectuer la division « à la main » en s'aidant des chiffres affichés par la machine afin de repérer une répétition du reste à un facteur multiplicatif 10^{-n} près (voir plus loin).
- On peut multiplier la valeur de chacune des fractions par 1000 et voir sur la machine ce qui se produit pour les trois nouveaux chiffres qu'elle pourra afficher. Cela permet d'élaborer des conjectures mais ne fournit pas la certitude de la période.

On peut enfin utiliser la machine pour calculer la valeur des restes à un facteur multiplicatif 10^{-n} près

Pour $\dfrac{342}{277775}$:

- le premier chiffre 1 du quotient est obtenu après un reste, égal à 34 200 centièmes, soit 342 unités ;
- le reste précédant le second chiffre 1 du quotient est égal à : $342 - 277\,775 \times 0{,}00123 = 0{,}33675$;
- le reste suivant le dernier chiffre 2 au quotient est égal à $342 - 277\,775 \times 0{,}0012312 = 0{,}00342$.

Il est donc égal à 10^{-5} près au reste précédant le premier chiffre 1 au quotient et la période de la partie décimale est donc (12312).

	3	**4**	**2**	0	0	0						**2 7 7 7 7 5**
-	2	7	7	7	7	5						0, 0 0 1 2 3 1 2
		6	$_1$4	$_1$2	$_1$2	5	0					
	-	$_1$5	$_1$5	$_1$5	5	5	0					
		0	8	6	7	$_1$0	$_1$0	$_1$0				
		-	8	3	$_1$3	$_1$3	$_1$2	5				
			0	3	$_1$3	$_1$6	$_1$7	$_1$5	$_1$0			
			-	$_1$2	$_1$7	$_1$7	$_1$7	$_1$7	5			
				0	5	8	9	7	5	0		
			-		5	5	5	5	5	0		
						3	**4**	**2**	**0**	**0**	0	Même dividende, on retrouve 123 123….

Remarque : on n'est pas obligé de calculer tous les restes partiels.

Pour 41/33300 :

- le premier chiffre 1 du quotient est obtenu après un reste égal à 4100 centièmes, soit 41 unités ;
- le reste précédant le second chiffre 1 du quotient est égal à : $41 - 33300 \times 0{,}00123 = 0{,}041$

Il s'agit donc du même reste à 10^{-3} près et la période est bien égale à (123).

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

4 1 0 0 0	3 3 3 0 0
. . . . .	0, 0 0 1 2 3 1
. . . . .	
0 0 0 4 1	

Questions complémentaires de l'exercice 1

1) 1.5pt

Les programmes de 2002 font référence à deux sens différents de la notation $\frac{a}{b}$:

- le premier est celui qui s'appuie sur l'interprétation de $\frac{a}{b}$ comme a fois $\frac{1}{b}$ ce qui peut aussi s'écrire : $\frac{a}{b}$ - $= a \times \frac{1}{b}$, la fraction $\frac{1}{b}$ désignant le partage de l'unité en b parts identiques ;

Le « dénominateur » nomme le type de partage de l'unité (en parts égales) alors que le «numérateur» précise le nombre de parts qui sont reportées.

- le second est celui qui considère que la fraction $\frac{a}{b}$ désigne le quotient exact (rationnel) de l'entier a par l'entier b ce qui peut aussi s'écrire : $\frac{a}{b} \times b = a$.

Les documents d'application du programme du cycle 3 encouragent à introduire la notation fractionnaire en l'associant au premier de ces deux sens, le second étant davantage travaillé au collège.

Remarque :
On trouve dans le document d'accompagnement « Articulation école-collège » les passages suivants : Au collège, notamment en Sixième, où la notion de quotient occupe une place centrale, la signification de l'écriture fractionnaire est étendue à la fraction considérée comme quotient : $\frac{3}{4}$ est conçue comme le nombre quotient de 3 par 4, nombre par lequel il faut multiplier 4 pour obtenir 3. Il appartient donc au professeur de collège de faire le lien entre les deux conceptions, celle utilisée à l'école élémentaire et celle qui est travaillée au collège, et de faire en sorte que le quotient a/b acquiert le statut de nombre, nombre qui peut être approché par un décimal.

2) 1.5 pt
Le document associé à l'annexe 1 présente l'écriture fractionnaire comme un moyen de partager le reste d'une division euclidienne pour achever un partage équitable. Cette présentation adopte délibérément le deuxième sens dans lequel la fraction décimale $\frac{2}{10}$ est explicitement présentée comme « 2 divisé par 10 ». Le « J'ai appris » de la page suivante confirme ce parti pris.
Pour juger de la conformité au programme, il faudrait avoir connaissance des autres pages de ce manuel consacrées à l'étude des fractions au cours du cycle 3 pour vérifier que la première définition de a/b est bien rencontrée et travaillée, puisque les programmes de collège précisent qu'elle doit être essentiellement travaillée au cycle 3.

Le document associé à l'annexe 2 présente l'écriture fractionnaire à partir de l'unité qui est partagée en autant de parts égales que l'indique le dénominateur, le numérateur indiquant le nombre de parts. Le

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

quadrillage du cahier est présenté comme un outil permettant de partager une longueur donnée en parts d'égale longueur (guide âne).

Le document associé à l'annexe 3 présente l'écriture fractionnaire comme moyen d'exprimer le résultat d'un mesurage ; la fraction apparaît comme un rapport entre deux grandeurs, ce qui est plus proche du second sens que du premier.

Toutefois, dans le premier exemple il faut 2 longueurs b pour arriver à 1, donc b a pour mesure $\frac{1}{2}$, ce qui peut être considéré comme proche du premier sens.

Dans la foulée les fractions $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, ... sont présentées comme égales à $\frac{1}{2}$ sur la base d'un tableau de proportionnalité, ensuite il faut 3 longueurs c pour arriver à 1 , ce qui renvoie au cas précédent, mais il faut 2 longueurs d pour arriver à 3 et cela renvoie clairement à la deuxième définition de a/b. L'application 1 rejoint les cas de b et c, mais l'application 2 s'en écarte. Finalement cette introduction de l'écriture fractionnaire reste une introduction originale : elle s'appuie sur le sens « quotient de a par b » de la fraction présenté dans le cadre de la mesure ; il s'agit d'un travail sur la commensurabilité : longueurs ayant une commune mesure peu fréquent dans les pratiques de classe, mais qui occupe une place importante dans l'épistémologie des rationnels.

Énoncé de cet exercice Annexes de cet exercice Retour

ÉNONCÉ NICE – FRACTIONS ET DÉCIMAUX 5 POINTS

a. Voici 4 règles erronées selon lesquelles des élèves rangent les décimaux :

Règle 0 :
On ne tient pas compte de la virgule ; les nombres décimaux sont considérés comme des entiers sur lesquels est plaquée la virgule.

Règle 1 :
La règle de comparaison des entiers est appliquée aux parties décimales considérées seules.

Règle 2 :
A partie entière égale, le plus grand des deux nombres est celui qui a le plus de chiffres après la virgule.

Règle 3 :
A partie entière égale, le plus petit des deux nombres est celui qui a le plus de chiffres après la virgule.

1) Donner, pour chacune des quatre règles, une liste de 3 nombres décimaux tels que l'application de la règle réalise un rangement exact.
2) Donner, pour chacune des quatre règles, une liste de 2 nombres décimaux tels que l'application de la règle réalise un rangement faux.
3) Quelle liste de trois nombres décimaux peut proposer un maître pour mettre en échec aussi bien la règle 2 que la règle 3 ?

b. Le processus qui consiste à appliquer ses connaissances antérieures dans un nouveau domaine constitue parfois des obstacles et produit des erreurs.
Exemple : « Multiplier un nombre non nul et différent de 1, c'est augmenter. ».
Est-ce toujours vrai à l'école primaire ?

c. Comment interpréter ces erreurs ?

1.
```
   11,4
 x  5,3
    342
   570
   604,2
```

2. Un enfant place sur la droite numérique croissante 0,2 à gauche de 0,20.

Corrigé Retour

CORRIGÉ NICE – FRACTIONS ET DÉCIMAUX

A. 1 Le rangement 1,1 < 1,11 < 1,111 correct peut être également obtenu par application des règles 0, 1 et 2.

Pour la règle 3, le rangement obtenu 1,1001 < 1,101 < 1,11 est correct.

A. 2 Pour 10,1 et 1,11 : les règles 0 et 1 donnent 10,1 comme le plus petit.

Pour 1,101 et 1,11 : la règle 2 donne 1,101 comme plus grand.

Pour 1,1 et 1,11 : la règle 3 donne 1,11 comme plus petit.

A. 3 Le rangement 1,1 < 1,101 < 1,11 aurait donné 1,101 comme plus grand par application de la règle 2 et comme plus petit par application de la règle 3.

B. « Multiplier un nombre non nul et différent de 1, c'est augmenter. » n'est pas toujours vrai à l'école primaire. Par exemple, la multiplication d'un entier par 0,5 donne la moitié de cet entier.

C. 1 On peut interpréter cette erreur par l'application de la technique de l'addition des décimaux où il y a report de la virgule au résultat à la même place que pour les deux opérandes, ceux-ci étant préalablement disposés de façon à ce que les chiffres de même nature soient l'un au dessous de l'autre.

C. 2 On peut interpréter cette erreur par l'application de la règle de comparaison des entiers à la partie décimale. L'

Énoncé de cet exercice Retour