

HASARD ET MODELISATION

QUELQUES OBJECTIFS POUR L'ECOLE PRIMAIRE.

Claudine Schwartz

Laboratoire de Modélisation et Calcul
IMAG, B.P. 53, 38041 GRENOBLE cedex 9.

Pour entrer dans la problématique des enjeux éducatifs propres à la modélisation, je choisis ici de parler du hasard qui, pour le meilleur et pour le pire, nous accompagne toute notre vie.

Dans une première partie, nous interrogerons des élèves du primaire, des Professeurs des Ecoles, des dictionnaires sur le mot « hasard ».

Dans une deuxième partie, nous nous poserons la question de l'existence du hasard. Et c'est alors que nous parlerons de modèle.

Enfin, ce hasard doit-il et peut-il être un objet d'enseignement en primaire ? Voilà ce qui nous occupera dans la dernière partie.

Ce texte a été écrit à la suite d'une conférence donnée à Dourdan au congrès de la Copirelem, le 9 juin 2006 et en reprend certaines parties. L'objectif de cette version écrite est de proposer des éléments de réflexion et d'introduire un questionnement destiné à nourrir le débat sur certains enjeux éducatifs de l'école primaire. Il ne s'agit aucunement ici de soutenir des thèses ou des théories particulières.

I – DES PAROLES SUR LE HASARD

A l'occasion d'un mémoire professionnel de fin d'études à l'IUFM de Grenoble [1], deux professeurs stagiaires ont interrogé une classe de CM1-CM2 sur le hasard. On trouvera dans l'encadré A quelques unes de leurs réponses ; toutes celles qui sont écrites en caractères droits ont été données plusieurs fois, sous des rédactions diverses. On peut distinguer trois aspects dans ce corpus de réponses :

- le hasard lié à l'imprévisibilité d'événements extérieurs à l'élève,
- le hasard comme absence de stratégie ou de réflexion lors d'une action produite par l'élève,
- le hasard comme coïncidence entre deux événements.

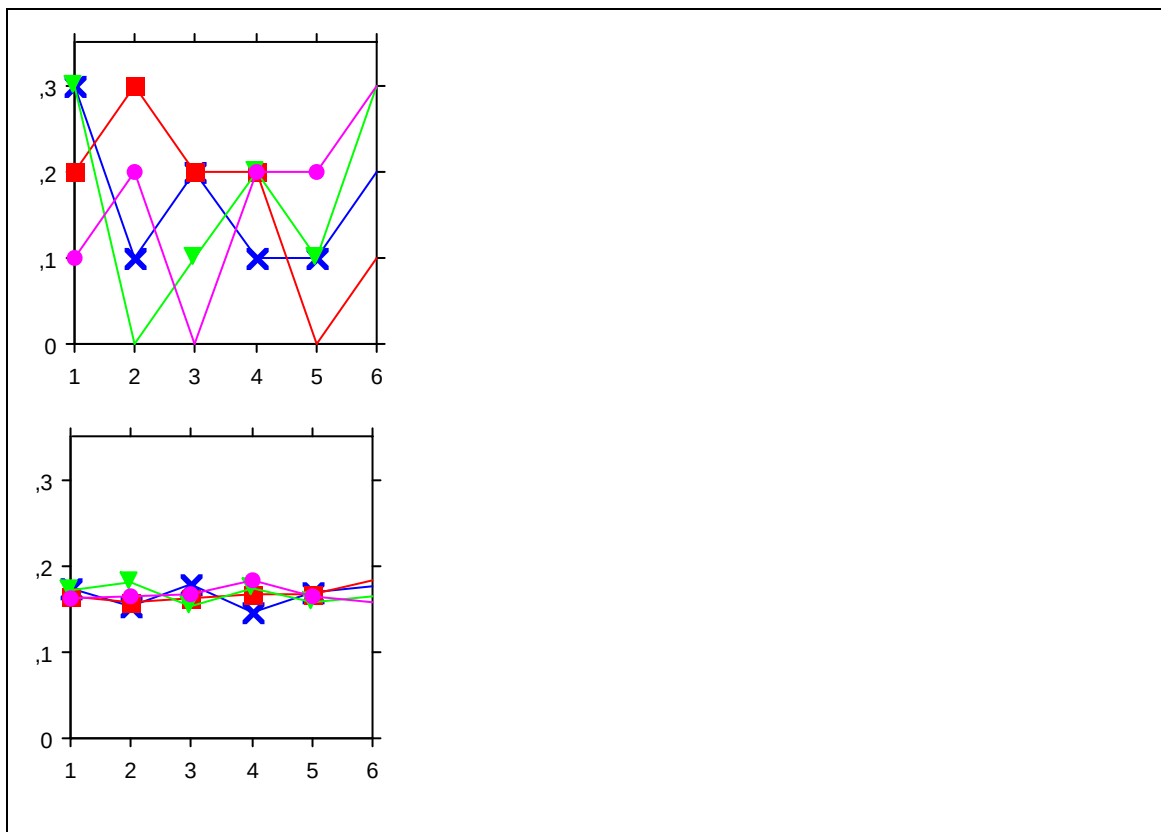
On notera que dans les deux premiers aspects, les événements arrivés *par hasard* résultent d'expériences que l'on peut répéter (les lancers de dés étant des exemples prototypiques). La notion de coïncidence concerne par contre le plus souvent un événement remarquable résultant d'expériences destinées à ne pas être reproduites (par exemple, un homme embarque dans un avion et l'homme qui occupe le siège voisin, qu'il n'avait jamais vu, est né le même jour que lui, dans la même ville).

La réponse en forme d'affirmation, « le hasard n'existe pas » nous a semblé étonnante chez des enfants et il aurait été intéressant de savoir si les deux élèves qui l'ont donnée répétaient ce qu'on leur avait dit, s'ils avaient cru un jour que le hasard existait, etc.

Les réponses en italiques de l'encadré 1 n'ont été obtenues qu'une seule fois. Nous avons été surpris de la réponse « c'est quand c'est pas rangé », qui pourrait témoigner d'une intuition précoce du lien profond entre hasard et désordre ; ainsi, si on a une très grande liste de chiffres dans laquelle on observe un ordre, alors on dira que ce n'est pas une liste de nombres choisis au hasard – mais évidemment il faudra s'entendre sur ce qu'on appelle « un ordre » dans une telle liste. Nous n'avons pas pu réinterroger cet élève, mais il semble aussi qu'il aurait pu confondre les locutions « c'est le hasard » avec « c'est le bazar ». Après tout, le hasard, à petite échelle, c'est bien le bazar et ce n'est qu'en regardant à grande échelle qu'on voit des régularités ou de l'ordre apparaître (voir encadré B).

- quand on ne sait pas ce qui va se passer (résultat d'un lancer de dé).
- c'est une chose où on ne peut pas savoir la réponse / quelque chose que tu ne peux pas savoir / quelque chose que tu ne peux pas prédire / tirer au sort
- une désignation au pif / c'est répondre sans réfléchir ; exemple : quelqu'un te - dit « combien un chat a-t-il de pattes ? » et tu lui réponds « 3 »
- c'est quand tu réponds et tu ne sais pas la réponse
- veut dire sans le faire exprès
- le hasard est une chose où on peut avoir de la chance et de la malchance
- une coïncidence / par exemple, on trouve un billet de 50 euros par terre
- le hasard n'existe pas
- *le hasard c'est un peu de tout*
- *des événements mystérieux de notre vie*
- *c'est quand c'est pas rangé*

Encadré A : réponses d'élèves de CM1-CM2 à la question : que signifie pour vous le hasard ?



Encadré B : Dans le graphique à gauche, on trouve les des fréquences de chaque chiffre pour 4 séries de 10 lancers de dés de couleur ; ainsi les 10 lancers du dé rouge (points représentés par des carrés) ont donné lieu à deux fois la face 1, trois fois la face 2, deux fois la face 3, deux fois la face 4, zéro fois la face 5, une fois la face 6. On peut dire des résultats que « c'est le bazar » : les fréquences varient de 0 à 0,3. Dans le graphique à droite, on trouve les fréquences de chaque chiffre, pour 4 séries de 1000 lancers de dés électroniques : tout s'est aplati entre 0,15 et 0,19.

Nous avons aussi interrogé, en mars 2006, une trentaine de Professeurs des Ecoles, en leur demandant à eux aussi d'écrire ce que signifiait le mot hasard. Les réponses (voir encadré C) relèvent des mêmes catégories que celles des élèves, ce qui a étonné, voire perturbé ces professeurs : s'agit-il là d'un champ où professeurs et élèves en seraient au même point ? Mais cela signifie peut-être simplement qu'au niveau de la signification du mot hasard dans son emploi quotidien, professeurs comme élèves donnent le sens commun, le sens académique donné par le dictionnaire.

- Quelque chose d'imprévu
- C'est l'inconnu / Ne pas savoir ce qu'il y a au tournant
- Les interventions se succèdent, à partir d'un certain moment sans raison humaine
- Quand on laisse libre cours au déroulement des événements, sans intervenir d'aucune manière.
- Un concours de circonstances, c'est-à-dire plusieurs événements prévus ou non qui se fusionnent entre eux et qui font qu'un événement a lieu.
- C'est une intuition heureuse, une part de chance.
- Le hasard n'existe pas.

Encadré C : réponses de Professeurs des Ecoles à la question : que signifie pour vous le hasard ?

Chacun pourra consulter un dictionnaire. Il y retrouvera sans doute les aspects dégagés ci-dessus (imprévisibilité pour les événements venant de l'extérieur, absence de stratégie pour des événements dont on est l'auteur, coïncidence). Dans le Dictionnaire des sciences philosophiques de Franck paru dans la première moitié du 19^{ème} siècle, on trouve, pour le mot hasard :

« ce qui ne paraît être le résultat ni d'une nécessité inhérente à la nature des choses, ni d'un plan conçu par l'intelligence ».

On trouvera cependant, dans de nombreux dictionnaires, un élément supplémentaire, un lien avec la notion de causalité, ou plutôt d'absence de causalité apparente ou connue. Ainsi dans le « petit Robert », édition 2000, on trouve, en plus des notions d'imprévisibilité et de coïncidence :

..... Cause fictive de ce qui arrive sans raison apparente ou explicable, souvent personnifiée au même titre que le sort, la fortune, etc.

L'affirmation par certains professeurs de la non existence du hasard peut être reliée à cette désignation d'une cause purement fictive. La nécessité de systématiquement formuler le cours des événements en terme d'enchaînement d'effets à des causes semble bien ancrée dans l'histoire de l'humanité. Ainsi, la définition devenue classique d'Antoine Augustin Cournot (1801-1877) : le hasard résulte de l'interférence de deux chaînes de causalité différentes. (cette définition est aussi la cinquième de l'encadré C). L'exemple type est celui d'un ouvrier en train de réparer un toit et d'un passant qui marche vers un rendez-vous, l'interférence entre une chaîne de causalité relative à la réparation du toit, et une autre conduit un homme vers son rendez-vous se manifestant par la chute d'une tuile sur la tête du passant.

Cette association entre hasard et causalité, voire hasard et décision divine (celle-ci étant alors la cause de ce qui arrive) se retrouve dans l'usage qu'en font de nombreux auteurs (voir encadré D).

- *Ce que nous appelons hasard, c'est peut-être la logique de Dieu* ».

Georges Bernanos (*Dialogue des carmélites*)

- *Ce qui est hasard à l'égard des hommes est dessein à l'égard de Dieu*

Bossuet (*Maximes*).

- *Il faut, dans la vie, faire la part du hasard. Le hasard, en définitive, c'est Dieu*

Anatole France (*Le jardin d'Epicure*)

- *Laissons le choix au Hasard, cet homme de paille de Dieu*

Marguerite Yourcenar (*Le lait de la mort*).

Encadré D : Quelques exemples de l'usage du mot hasard.

Historiquement le hasard est lié aux jeux ; il se pourrait que les jeux de hasard soient parmi les premières inventions de la société humaine, c'est du moins l'hypothèse émise dans [2], les objets produisant le hasard servant aussi à des pratiques divinatoires. La théorie des probabilités, ou théorie du hasard n'a cependant émergé que bien plus tard, un peu partout dans le monde, à partir du 17^{ième} siècle. Comment se fait-il que ce hasard n'ait pas fait l'objet d'une mathématisation ou d'une approche scientifique plus précoce ? Pourquoi les grecs, qui se sont intéressés aux sections de cônes par des plans, sont passés complètement à côté du calcul des probabilités ? De nombreuses hypothèses ont été avancées partiellement convaincantes [3] ; les principales sont :

- les lancers de dés étant utilisés en matière de divination, cela en rend l'investigation scientifique impossible,
- une théorie scientifique n'émerge que lorsque le besoin s'en fait ressentir,
- une bonne connaissance de l'arithmétique était nécessaire, et aussi, pour comprendre l'intérêt de quantifier la notion de chance, la découverte des théorèmes limites tel la loi des grands nombres.

II – LE HASARD EXISTE-T-IL ?

On peut arriver, pour certaines coïncidences, à estimer très grossièrement les chances qu'on avait de les observer. De nombreuses coïncidences se produisent à chaque instant, la plupart passent inaperçues, soit qu'on n'en ait pas eu connaissance, soit qu'elles présentent trop peu d'intérêt pour être relevées. Chacun de nous est cependant, au cours de sa vie, frappé par certaines de celles qu'il a pu observer, qu'elles soient heureuses, poétiques, ou malheureuses. Comme dit Balzac, dans l'avant propos de *La Comédie Humaine* « *le hasard est le plus grand romancier du monde ; pour être fécond, il n'y a qu'à l'étudier* ». Nous n'allons pas aborder le champ de la littérature et nous laisserons de côté les coïncidences dont parlent Balzac, Cournot et tout à chacun, pour ne nous occuper que du hasard tel qu'on l'observe lors d'expériences reproductibles.

Pour Voltaire et Laplace, le hasard *n'existe pas*, mais est simplement le nom donné à notre ignorance, à notre manque d'intelligence :

« *Ce que nous appelons le hasard n'est et ne peut être que la cause ignorée d'un effet connu.* » Voltaire, 1694-1778, in Dictionnaire philosophique

« *Nous devons envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome; rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé serait présent à ces yeux.* » Pierre Simon de Laplace (1749-1827), Essai philosophique sur les probabilités.

Laplace était mathématicien, ses cours de probabilité et *l'essai philosophique sur les probabilités* (1814) sont restés célèbres. La position énoncée ci-dessus est éclairée par d'autres textes, où il explique que les mouvements des astres ne se font pas *par hasard*, ils ont nécessairement une cause. Ce que Laplace appelle cause d'un événement est en fait une loi physique, c'est-à-dire un modèle dans lequel cet événement est prévisible. Pour lui, la connaissance du monde est la possibilité de le modéliser, de le « mettre en équation » sans que ces modèles fassent intervenir le hasard.

La modélisation est un terme au sens très ouvert, qui recoupe de nombreuses pratiques. Cela commence dès la mise en équation d'un problème d'arithmétique, par exemple : quel est le pourcentage de femmes dans une assemblée, sachant que dans cette assemblée, il y a 63 % de fumeurs, que 40 % des femmes de cette assemblée fument, et que 75 % des hommes fument. Il y a la modélisation de l'ingénieur, qui doit prendre des décisions rapides en fonction d'informations incomplètes (voir [4] et [5]). Et il y a aussi la modélisation de certains chercheurs qui travaillent sur des propriétés de familles de modèles (modèles de diffusion par exemple) ou sur un modèle précis, celui-ci pouvant devenir une théorie (théorie de la gravitation, mécanique quantique, etc).

Un changement décisif dans la vision du hasard est apparue avec la modélisation de phénomènes tels que la trajectoire d'une boule de billard ; une « mise en équation » selon les lois de la physique classique, et la connaissance exacte de la position de départ de la bille, ainsi que la force avec laquelle on la lance suffisent à prévoir sa trajectoire. Mais la connaissance exacte (c'est-à-dire avec une « précision infinie ») de la position initiale de la boule est un concept théorique. La réalité est que la position est connue avec une marge d'incertitude ; dans le cas de la boule de billard, cette incertitude croît exponentiellement au cours du temps, de telle sorte qu'assez rapidement le mouvement réel ne ressemble plus du tout au mouvement calculé dans le modèle précédent : c'est le phénomène du chaos déterministe. On est ainsi en présence d'un phénomène complètement prévisible en théorie, mais le modèle déterministe ne nous est d'aucun secours pour savoir où sera la boule de billard peu de temps après son lancer. Par contre des modèles aléatoires, c'est-à-dire où on fait intervenir une part de hasard, sont efficaces en terme de prévision et d'explication de certains phénomènes observés. Il en est de même d'un lancer d'une pièce ou d'un dé : on peut imaginer écrire les équations du mouvement, mais pour les mêmes raisons, elles ne permettent pas d'expliquer ou de prévoir ce qui se passe effectivement. Dans ces exemples, on bute non sur notre ignorance mais sur le fait que toute mesure physique est entachée d'incertitude.

La question de l'existence du hasard relève ainsi aujourd'hui du domaine de la philosophie ou de l'épistémologie des sciences, mais dans la pratique scientifique, la position est celle que dit en une phrase le mathématicien contemporain David Ruelle [xx] :

« Je préfère ne pas considérer le hasard comme une partie du monde physique, mais comme une partie de sa description ».

Le terme description est à prendre ici au sens de modèle, c'est-à-dire d'une reconstruction du réel par la pensée. Le premier pas vers une modélisation, celui qu'on peut envisager de faire à l'école primaire est d'ailleurs de l'ordre de la description puisque l'usage d'outils théoriques à l'intérieur d'un tel modèle n'est pas envisageable.

Dans le sillage de cette réflexion, rappelons que les nombres entiers aussi sont des fictions : ils n'existent pas dans la nature (on peut trouver trois pommes ou quatre lapins, mais pas les nombres 3 et 4). Pour être plus précis et situer le lieu de ces fictions, nous dirons que les nombres et le hasard sont des objets mathématiques. Ou encore, pour ce qui concerne les dés : il existe des objets du monde réel appelés « dés », mais un dé équilibré est lui, un objet mathématique, un modèle de certains de ces dés.

III – LE HASARD COMME OBJET D'ENSEIGNEMENT A L'ECOLE PRIMAIRE ?

De nombreux pays se penchent aujourd'hui sur la notion de « statistical numeracy », qui en France se retrouve sous l'étiquette « culture citoyenne de l'aléatoire ». Ce domaine couvre l'étude des phénomènes variables : descriptions, représentations graphiques, modèles probabilistes.

Il s'agit en premier lieu d'être capable de communiquer (recevoir et transmettre) des informations ayant trait à des phénomènes aléatoires. Au delà de ce qui concerne la vie citoyenne, les phénomènes aléatoires sont aussi au cœur de nombreuses disciplines : physique, chimie, sciences de la vie et de la terre, économie, sociologie, médecine, géographie.

Il s'agit donc de permettre au plus grand nombre de jeunes à la fois de dépasser le stade de consommateurs passifs d'informations et aussi de bénéficier de formations disciplinaires en phase avec la réalité actuelle de ces disciplines.

Enfin, il convient que l'école transmette l'idée qu'apprendre et raisonner concerne non seulement le champ du déterminisme, mais aussi celui des phénomènes individuellement imprévisibles : après deux siècles où la pensée occidentale a été très marquée, voire assujettie aux règles de la logique aristotélicienne, il s'agit là d'une grande nouveauté. De plus, *dans la vie*, les situations sur lesquelles exercer une pensée déterministe ne sont pas les plus fréquentes, d'où cette vision du mathématicien contemporain D. Mumford :

« I believe stochastic methods will transform pure and applied mathematics in the beginnings of the third millenium. Probability and statistics will come to be viewed as the natural tools to use in mathematical as well as scientific modeling. The intellectual world as a whole will come to view logic as a beautiful elegant idealization but to view statistics as the standard way in which we reason and think. »¹

David Mumford, The downing of the age of stochasticity. [6]

Pendant longtemps, comme s'il restait des traces du lien ancien entre prévision et divination, on oubliait bien souvent de dire que penser et comprendre le hasard (ou l'aléatoire) relevait d'un apprentissage ! Au lieu de ce dire, on mettait plutôt l'accent sur les erreurs classiques que font ceux qui n'ont jamais eu l'occasion d'apprendre les concepts de base, et ce long bêtisier n'est vraiment pas de nature à donner envie de travailler le sujet ! Le fait que cette culture statistique a à voir avec l'éducation est une idée assez récente (l'introduction de l'enseignement de la statistique en collège date de 1986 [7]).

Il semble acquis que penser l'incertain concerne le système éducatif, mais est-ce dès l'école primaire ? Le stade de développement cognitif des jeunes élèves du primaire le permet-il ? Il n'est évidemment pas question, à ce niveau, de parler de probabilités, égales ou non, et encore moins d'avoir une approche des phénomènes imprévisibles

¹ Je pense que les méthodes stochastiques vont transformer les mathématiques pures et appliquées dès le début du troisième millénaire. La théorie des probabilités et la statistique deviendront des outils standards tant en mathématiques que dans la pratique de la modélisation scientifique. La communauté intellectuelle verra la logique comme une idéalisation belle et élégante de notre mode de pensée mais verra la statistique comme notre mode effectif de raisonnement et de pensée. D. Mumford, L'aube de l'ère du stochastique.

dans laquelle la théorie soit première, même en remplaçant les termes de probabilités égales ou inégales par chances égales ou inégales. Cependant, les élèves du primaire sont fort concernés par les jeux de hasard et la variabilité (des tailles, des poids, certains tombent malades et pas d'autres, etc.). Mais plutôt que répondre a priori sur la place de hasard en primaire, regardons la nature des objectifs qu'on pourrait atteindre à ce niveau ; discuter de leur pertinence scientifique, de leur position dans l'ensemble du cursus de la scolarité obligatoire et des moyens pour parvenir à les atteindre permettront de cerner la place que doit tenir le sujet à l'école primaire.

Après diverses expérimentations dans des écoles primaires et deux mémoires [8] et [1], nous proposons comme base de discussion la liste, non limitative, suivante :

- 1- Se familiariser avec le langage des chances égales ou inégales, ou de hasard équitable ou non équitable.

« Prendre conscience qu'il y a plusieurs sortes de hasard et trouver des mots pour le dire permettra d'avoir une base solide autour de laquelle l'intuition peut ensuite se construire. »

- 2- Savoir que les dés et les roulettes n'ont pas de mémoire (d'où l'indépendance des résultats les uns par rapport aux autres), et comprendre les conséquences en termes de prévisibilité.

- Il semble tout à fait possible de faire comprendre aux élèves que comme une roulette n'a pas de mémoire, si elle n'est pas truquée, les chances de tomber sur rouge ne sont pas influencées par le passé, même si on est tombé sur rouge les quelques coups précédents.

- Il paraît d'autant plus nécessaire de poser cet objectif que certaines calculatrices de poche ont une fonction programmée de dé électronique : lors de chaque appui de la touche « dé », on voit le dessin d'un dé apparaître sur l'écran, ainsi qu'un nombre entier variable entre 1 et 6. Si les élèves n'ont pas manipulé des « objet dés », leur faire comprendre qu'un dé n'a pas de mémoire sera très difficile et relèvera de l'autorité du maître.

- 3- Prendre conscience que la chance aux dés n'existe que pendant un temps court et non « toute la vie ».

Se trouver chanceux ou non en ce qui concerne la vie quotidienne relève de la liberté de pensée et de l'histoire propre de chacun de nous ; mais savoir que dans de nombreuses circonstances, cette notion n'est pas étayée par l'expérience relève de l'apprentissage de la vie citoyenne.

- 4- Construire des histogrammes pour représenter une série de données lorsque leur ordre importe peu.

D'après les premières expériences faites, il semble que la représentation en histogramme, dessiné horizontalement comme sur la figure 1 puisse être présentée en cycle 3.



Figure 1 : un histogramme réalisé par des élèves de cycle 3.

5- Introduire le dé électronique

Une expérience prometteuse a été faite [8] où les élèves sont passés de leurs propres lancers de dés à une mutualisation des résultats en classe, puis à l'usage d'un programme sur tableur qui tire des nombres entiers au hasard (hasard équiréparti ou équitable) entre 1 et 6 et trace des histogrammes. Il s'agirait d'une première utilisation, qui prépare l'utilisation de dés électroniques au collège.

Les outils logiciels permettent une approche complètement nouvelle des probabilités et de la statistique, et il est important de réfléchir au moment opportun où se fera le lien entre le dé mécanique et le dé électronique. Signalons qu'au delà d'une pratique pédagogique prometteuse, la simulation sur ordinateur est aujourd'hui une pratique scientifique majeure, à laquelle il convient d'initier les élèves. En effet, au traditionnel couple (expérimentation, modélisation) est venu s'ajouter un troisième terme : la simulation. En termes simplifiés, on peut dire que l'expérimentation, c'est « ce que nous dit la nature » et la simulation, c'est « ce que nous dit le modèle » et la confrontation des résultats d'expériences et de simulations est à la base de la pratique de la modélisation.

6- Observer sur quelques exemples l'apparition de régularités obtenues dans de grandes séries de données.

Cet objectif nécessite d'avoir défini les fractions, et d'avoir initié à l'usage du dé électronique. Il est en retour susceptible d'aider les élèves à s'approprier le sens de la notion de pourcentage. Est-il trop ambitieux à ce niveau ?

Quelques principes

Nous allons maintenant dégager quelques éléments d'une approche de l'aléatoire dans le primaire.

- démarche d'investigation : le domaine de l'aléatoire se prête particulièrement bien à un enseignement fondé sur une démarche d'investigation, comme c'est le cas pour l'enseignement des sciences en primaire en continuité avec ce qui est proposé dans le contenu du site de « La main à la Pâte ».

- aborder la réflexion sur l'aléatoire en lien avec diverses disciplines, dans le cadre de jeux, ou dans de situations où le hasard est un « excipient ».

Les mesures (cela concerne donc la biologie, la physique, la géographie, etc.) sont toujours entachées d'incertitude ; le remarquer, le dire, prendre conscience qu'il ne s'agit pas d'erreur au sens usuel du terme est une première grande rencontre avec le hasard. Par ailleurs, on peut utiliser des dés à 6, 8 ou 10 faces pour construire des nombres avec lesquels on travaillera dans le cadre des mathématiques, le hasard étant alors un excipient, sur lequel on peut néanmoins travailler (voir exemples dans [9]).

- trouver, pour chaque situation, le langage qui convient aux élèves et veiller, dans un premier temps, à les mettre en situation d'élaborer leur propre discours, avec leurs mots à eux.

Ainsi, la locution « hasard équitable » ou « non équitable » a été proposée par des élèves de cycle 3 à propos d'un jeu où les chances de gagner des deux joueurs étaient inégales.

Faut-il travailler sur les représentations a priori des élèves ?

La première phase de l'enseignement d'un concept scientifique à l'école consiste souvent à poser des questions qui aident à faire émerger les représentations a priori qu'en ont les élèves. Dans ce cadre, on trouve dans la littérature des questions telles que les suivantes, pour des élèves d'environ 10 ans.

1- On lance un dé dont trois faces sont bleues, trois faces sont jaunes. Vous devez parier sur une couleur. Laquelle choisir ?

2- On lance un dé dont deux faces sont bleues, quatre faces sont jaunes. Vous devez parier sur une couleur. Laquelle choisir ?

3- Dans une boîte, il y a 3 boules noires et 6 boules blanches ; dans une autre boîte, il y a 7 boules noires et 14 boules blanches. En tirant au hasard, est-ce qu'il y a une boîte dans laquelle on a plus de chances d'avoir une boule noire ?

Les questions 1 et 2 nous paraissent plus de nature à troubler les élèves qu'à faire émerger leurs connaissances a priori, dans la mesure où pour eux, le hasard, c'est l'imprévisibilité, l'impossibilité de choisir. La question 1 est même une sorte de piège puisque les deux paris sont équivalents. Il faudra longtemps avant d'appréhender ce qui est prévisible dans le hasard et d'avoir les concepts pour l'exprimer. Pour pouvoir répondre à ces questions, il faut en fait imaginer qu'on lance de nombreuses fois le dé. Alors, autant vaut le dire et remplacer ces questions par :

1*- On lance un grand nombre de fois un dé dont trois faces sont bleues, trois faces sont jaunes. Que va-t-il se passer ?

2*- On lance un grand nombre de fois un dé dont deux faces sont bleues, quatre faces sont jaunes. Que va-t-il se passer ?

La question 3 est trop difficile : pourquoi 3 chances sur 9 serait-il identique à 7 chances sur 21 ? Cette question pourrait être traitée si on disposait du formalisme dans lequel la probabilité se calcule en faisant le quotient du nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles. Aborder directement et de front la comparaison de deux « formes » du hasard semble bien en dehors de ce qu'on peut faire en primaire. Une bonne réponse serait, dans le cadre d'un enseignement basé sur la méthode d'investigation : « *nous allons construire de telles boîtes et faire des expériences pour comparer les résultats* ». Malheureusement une telle expérience comparative est difficilement interprétable avant le lycée : si on tire m fois une boule, avec remise, dans la boîte à 9 boules, et qu'on obtient n noires, et m fois une boule, avec remise, dans la boîte à 21 boules, dont n' noires, les deux nombres n et n' ont fort peu de chances d'être égaux et à partir de quel écart entre n et n' va-t-on dire que les chances d'avoir une boule noire sont les mêmes ? Cependant, des élèves peuvent avoir l'intuition que c'est pareil, ou peuvent soulever eux-mêmes la question : il convient bien sûr de leur donner la réponse, avec des explications qualitatives liées au stade de réflexion qu'ils ont atteint.

Il nous paraît en fait plus pertinent, si on choisit de voir où en sont les élèves avant de commencer une séquence d'enseignement, de poser des questions plus larges, plus vagues, telles : Que signifie pour vous le mot hasard, ou la locution « chance égale » ?

CONCLUSION

Les positions sur l'approche des phénomènes aléatoires sont variées. Ainsi, Piaget et Inhelder [10] pensent que le dénombrement des issues possibles est la première étape pour un enseignement qui ne vise que la théorie des probabilités (en conséquence, un tel enseignement ne peut être précoce). Il y a par ailleurs ceux pour qui l'observation de différentes sources de variabilité est première, c'est l'option anglo-saxonne notamment. Il semble qu'aujourd'hui, qu'une approche basée sur la modélisation puisse être envisagée et soit très prometteuse. Une telle approche implique un rôle important, voire premier, du questionnement sur des données d'expérience et un accent mis sur ce qui est du domaine de la réalité (un dé en bois par exemple) et ce qui est dans le champ de la théorie (un dé équilibré). A ce titre, l'enseignement de la statistique est aussi celui d'une démarche expérimentale. Inversement, parler du hasard sous l'angle « modèle » permet de prendre conscience des difficultés, de la force et les limites de la modélisation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] *Observation de phénomènes aléatoires par les élèves*. Mémoire professionnel PE2, mathématiques de Ludovic Menegoz et Christine Zampa, sous la direction de G. Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, 2005-2006.
- [2] *Games, Gods and Gambling. The origins and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era*. F.N. David. London, 1962.
- [3] *L'émergence de la probabilité*, Ian Hacking, Seuil, 2002 (première édition anglaise 1975).
- [4] Méthodes probabilistes de prévision, M.C. Viano, actes de *Maths en jeans*, 1997
<http://www.mjc-andre.org/pages/amej/edition/actes/actespdf/97165172.pdf>
- [5] *Philosophie des mathématiques et de la modélisation du chercheur à l'ingénieur*, Nicolas Bouleau, l'Harmattan, 1999.
- [6] *Mathematics towards the third millenium*. Fascicule spécial des actes de l'académie nationale du centre Lincei, série IX, 2000.
- [7] *À l'école des probabilités*, B. Courtebras, PUFC, 2006.
- [8] *Entre hasard et déterminisme : un jeu de dés pour approcher l'aléatoire en cycle 3*. Mémoire professionnel PE2, mathématiques de Isabelle Pinet et Christelle Castebert, sous la direction de G. Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, 2005-2006.
- [9] *La spécificité de la démarche d'investigation en mathématiques*. Catherine Houdement (IUFM Rouen) et Claudine Robert (univ. Joseph Fourier Grenoble)
http://www.xplora.org/shared/data/xplora/pdf/aleatoire_en_cycle3.pdf
- [10] *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*, Jean Piaget et Bärbel Inhelder, PUF, 1951.