

LES MATHÉMATIQUES DE LA NATURE ET DE LA VIE : UNE CONCEPTION POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES. PRÉSENTATION D'UN EXEMPLE EXTRAIT DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

Charalambos LEMONIDIS

Professeur de didactique des mathématiques
Université de la Macédoine de l'Ouest-Florina, Grèce
lemonidi@eled-fl.auth.gr

Résumé

Notre conception de l'enseignement des mathématiques, que nous avons appelée «Mathématiques de la nature et de la vie», accorde une grande importance aux situations et aux problèmes de la réalité qui peuvent être utilisés dans l'enseignement. Nous considérons qu'établir un lien entre les mathématiques, la vie quotidienne des élèves et leurs expériences augmente leur intérêt et crée une attitude positive envers les mathématiques.

Dans ce travail, nous présentons quatre principes d'enseignement relatifs aux activités et aux scénarios mathématiques qui peuvent être utilisés dans l'enseignement ainsi qu'aux compétences dont les enseignants doivent disposer.

En dernier lieu, nous présentons également un cas extrait de la formation des futurs enseignants à l'école élémentaire avec la conception des mathématiques de la nature et de la vie. Il apparaît que pour les futurs enseignants, la liaison des notions mathématiques et des situations quotidiennes ne va pas de soi. Une intervention explicite est nécessaire auprès des futurs enseignants pour qu'ils deviennent capables d'utiliser, pour leur enseignement, des activités de la vie quotidienne plus riches et essentielles.

I – INTRODUCTION

Les mathématiques de la nature et de la vie sont une conception de l'enseignement des mathématiques développée au laboratoire de Didactique des Mathématiques de Florina (Grèce). Cette conception trouve son application dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire ainsi que dans l'enseignement dispensé aux adultes dans les « Écoles de Deuxième Chance ». Ces dernières regroupent des apprenants qui n'ont pas réussi à terminer leurs études secondaires de premier cycle (collège). Dans ces écoles, l'enseignement des mathématiques s'effectue au moyen de la logique « adult numeracy ».

Apparemment, au niveau mondial, la tendance principale est d'enseigner les mathématiques d'une façon plus proche de la réalité, surtout à l'école élémentaire. L'exemple le plus typique est celui des Hollandais et des Realistic Mathematics Education (RME), influencés par l'optique de Freudenthal sur les mathématiques.

Freudenthal croit que les mathématiques doivent être liées à la réalité, il compte beaucoup sur l'expérience sociale de l'enfant. Il insiste sur l'idée que les mathématiques doivent être une activité humaine. Le point sur lequel se concentre l'enseignement des mathématiques doit être l'activité de mathématisation et les mathématiques ne doivent pas être un système fermé (Freudenthal, 1968).

Notre proposition pour l'enseignement des mathématiques donne une grande importance aux situations et aux problèmes de la réalité utilisés pour l'introduction et l'application des notions mathématiques. Ces situations constituent le terrain sur lequel s'appliquent les mathématiques. De cette façon, les mathématiques sont liées à la réalité. Les thèmes et les scénarios de ces situations peuvent provoquer ou non l'intérêt des élèves. Les situations sur lesquelles certaines notions mathématiques trouvent une application sont alors essentielles en ce qui concerne les motivations et l'intérêt des élèves.

Les objectifs principaux de cette conception de l'enseignement des mathématiques sont les suivants : premièrement, supprimer l'écart entre les mathématiques scolaires et les mathématiques de la vie quotidienne et deuxièmement, l'enseignement des mathématiques doit ensuite faire réagir les élèves, et leur faire accepter avec plaisir les mathématiques, en développant une attitude positive envers elles.

Dans notre expérience de la formation de futurs professeurs d'école en mathématiques, nous avons observé que la compétence de lier les mathématiques à la réalité n'étaient pas évidente. Les futurs maîtres ne distinguent pas facilement ces applications d'une notion mathématique formelle, et inversement, ne considèrent pas les notions mathématiques à partir de situations réelles.

Dans ce travail, nous allons présenter quelques principes didactiques qui caractérisent notre conception. Ces principes donnent certaines lignes directrices relatives aux thèmes et aux scénarios qui peuvent être choisis dans un enseignement. Nous présentons ensuite un exemple expérimental de travaux pratiques en Didactique des Mathématiques réalisés par les étudiants, futurs enseignants à l'école élémentaire. Avec cet exemple, nous montrons comment les étudiants sont conduits à sélectionner et à intégrer dans ces projets d'enseignement des situations extraites de la vie quotidienne et qui sont riches et adaptées.

II – QUELQUES PRINCIPES ESSENTIELS DE NOTRE CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT, QUI DÉTERMINENT LE MATÉRIEL PÉDAGOGIQUE

Nous allons décrire quelques principes essentiels que nous avons adoptés pour l'enseignement des mathématiques. Ces principes déterminent le type de situations auxquelles peut avoir recours l'enseignant.

II –1 L'apprentissage dans l'école et en dehors de l'école. Connaissance et compétences préexistantes des élèves

Alors qu'il est évident qu'une plus forte liaison entre les mathématiques scolaires et les mathématiques de la vie quotidienne enrichira l'apprentissage à l'école, nos connaissances relatives aux compétences mathématiques des élèves dans le cadre des

activités quotidiennes sont très limitées. Par ailleurs, nous ne savons pas comment adapter ces expériences acquises par les élèves aux programmes scolaires.

Beaucoup d'expériences ont été menées sur les mathématiques utilisées par les enfants des pays du Tiers Monde dans leur vie quotidienne. Ces activités sont très différentes des celles des enfants des pays industrialisés (Abreu, 1995 ; Lave, 1977, Nunes et al. 1993 ; Saxe, 1991). Ces études montrent que le contenu mathématique et le processus de résolution d'un problème utilisés par les enfants sont très différents dans l'école et en dehors de l'école. Il apparaît aussi que la réussite dans les activités mathématiques quotidiennes ne se transmet pas obligatoirement dans les compétences mathématiques à l'école.

Dans une recherche précédente, nous avons étudié les prévisions et les estimations faites par des enseignants grecs concernant les capacités arithmétiques de leurs élèves qui entrent en première classe de l'école élémentaire (CP) (Lemonidis, Diamantis, Triantafillidou, 2002). Les résultats de cette recherche montrent que les prévisions des enseignants relatives aux capacités arithmétiques de ces élèves sont éloignées de la réalité dans quelques cas. Par exemple, les enseignants sous-estiment les capacités des élèves dans l'écriture des nombres, la résolution des problèmes d'addition et soustraction simples, *etc.* Il semble que cette attitude soit renforcée par les instructions du programme grec, qui ne tient pas compte des connaissances acquises par les élèves avant leur entrée à l'école.

Les schémas cognitifs préexistants jouent un rôle important dans les processus d'apprentissage. L'homme construit toute nouvelle connaissance sur celles qu'il possède déjà. Le maître doit connaître et essayer d'apprendre les connaissances mathématiques et les capacités préexistantes de ses élèves. Dans plusieurs cas, l'origine de ces connaissances et capacités se situe en dehors de l'école.

II – 2 Mathématiques contextualisées

Les notions mathématiques et leurs applications découlent de la réalité vécue par les individus. L'apprentissage se réalise toujours dans un contexte précis et il est le résultat de besoins individuels. Il sera souhaitable alors que l'apprentissage des mathématiques ne se réalise pas dans un monde neutre et abstrait où les expériences des élèves ne trouvent pas leur place. Cela signifie que l'activité des élèves, face aux situations et aux problèmes qui leur sont familiers et qui résultent du monde où ils vivent, développe les motivations et rend l'apprentissage plus efficace.

Nous nous fondons sur le principe pédagogique et didactique selon lequel un individu apprend mieux quand des motivations et intérêts pour l'apprentissage lui sont fournis et quand il est confronté à une situation-problème à laquelle il participe de façon active et vivante.

Dans notre proposition, les situations utilisées pour l'application des mathématiques ont à faire avec la nature, la vie et la civilisation. En ce qui concerne la nature, on insiste sur les règles et le comportement en vue de la protection de la nature. La civilisation, dans le cas qui nous occupe, est la peinture, la tradition populaire et en général toute œuvre d'art. C'est aussi l'histoire des mathématiques en Grèce et dans le monde entier.

Le nombre de situations empiriques (de la vie quotidienne) où une notion mathématique trouve son application n'est pas illimité. Ces situations empiriques peuvent, d'une certaine façon, être déterminées et évaluées. Certaines de ces applications sont plus riches pour l'enseignement que d'autres.

L'enseignant doit connaître ces applications des mathématiques pour pouvoir les utiliser dans son enseignement.

L'expérience que nous avons acquise dans la formation des enseignants montre que la seule connaissance des notions mathématiques ne suffit pas pour être en mesure de déceler leurs applications dans les situations quotidiennes. Il faut un enseignement spécial pour que les enseignants et les futurs enseignants puissent lier les mathématiques et ces différentes applications dans la vie quotidienne.

On considère habituellement que le travail essentiel de l'enseignant de mathématiques est la décontextualisation. C'est-à-dire qu'il part de situations empiriques et contextualisées et aboutit aux notions mathématiques par abstractions successives. Mais nous ne prenons pas en compte que l'enseignant doit aussi être capable de réaliser la contextualisation. C'est-à-dire qu'il doit pouvoir repérer et sélectionner les applications convenables à l'enseignement des notions mathématiques.

III – 3 Les connexions des concepts mathématiques et leurs rapports avec les autres disciplines

La volonté de mettre l'accent sur les connexions des mathématiques avec d'autres disciplines et sur la contextualisation des mathématiques n'est pas un phénomène récent. Ainsi, les élèves peuvent concevoir les mathématiques en tant que moyen qui les aidera à donner un sens à leur monde. Depuis 1923 déjà, the National Committee on Mathematical Requirements (1923) a constitué un programme complet (curriculum) qui met l'accent sur la fonctionnalité. En 1940, the Committee on the Secondary School Curriculum of the Progressive Education Association (1940) met l'accent également sur un curriculum qui travaille sur les connexions des mathématiques avec les autres disciplines. Ces dernières années, les programmes éducatifs en Grèce (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) donnent une importance particulière à la connexion des notions mathématiques entre elles mais aussi à leur connexion avec les autres disciplines. Il est souligné qu'il ne faut pas présenter les mathématiques comme une série de questions abstraites et éloignées de la réalité, sans liens avec les autres matières cognitives. Il est important de donner à l'enfant la possibilité de manipuler et de découvrir des concepts dans un cadre qui lui permet de réaliser ces connexions. D'ailleurs, les mathématiques sont constituées par des notions interdépendantes et inter-connectées et non par des sujets distincts qui peuvent être enseignés éloignés indépendamment les uns des autres. Le lien avec les autres matières crée une large base conceptuelle, sur laquelle la connaissance prend une dimension plus riche et plus variée.

Selon ce qui précède, il est nécessaire que les enseignants soient capables de manipuler le matériel d'un enseignement des mathématiques qui présentera les caractéristiques de l'approche pluridisciplinaire.

III – 4 Les différents modes de représentation sémiologique du matériel. Les manipulations des enseignants

Des recherches ont montré que la différenciation du mode de présentation d'un concept mathématique peut différencier le comportement des élèves (Duval, 1995 ; Lemonidis, 2003a). Lemonidis (2003a) montre que les différentes représentations des quantités arithmétiques jouent un rôle très important dans l'enseignement et l'apprentissage des premières notions arithmétiques. Ces représentations peuvent apparaître sous des formes différentes, telles que l'iconique, le symbolique, *etc.* Ces différentes expressions impliquent d'une part des situations différentes d'enseignement, et d'autre part, des processus de calcul différents et un autre type de compréhension de la part des élèves. Les résultats d'une expérimentation menée devant deux groupes d'élèves sont les suivants : en ce qui concerne la réussite des opérations simples, le groupe qui a reçu un enseignement expérimental concernant les différentes représentations des quantités arithmétiques a eu des résultats bien supérieurs au deuxième groupe, qui a reçu un enseignement traditionnel.

La façon sémiologique avec laquelle sont présentées aux élèves les différentes activités didactiques joue donc un rôle important dans l'enseignement. Particulièrement chez les très jeunes élèves, la présentation des activités au moyen d'objets naturels, de représentations iconiques ou de représentations symboliques par exemple, différencie chaque fois le comportement de l'enfant et exige une gestion cognitive différente de la part de l'élève. Cela signifie que l'enseignant doit connaître les différentes présentations sémiologiques des situations et doit pouvoir les gérer en fonction des capacités cognitives des enfants. Une étude ayant comme objectif de contrôler les capacités des futurs instituteurs à évaluer et à gérer les diverses représentations de quantités arithmétiques durant les situations d'enseignement a été menée en Grèce (Lemonidis, 2003b). Les résultats de la recherche ont montré que les futurs instituteurs avaient des difficultés importantes à identifier et à gérer ces représentations.

III – EXEMPLE D'EXERCICES DANS LE CADRE DE LA FORMATION DES ÉTUDIANTS À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Nous allons décrire un exercice qui a été réalisé dans le cadre de travaux pratiques mathématiques des futurs instituteurs en 3^{ème} année d'études au département de l'Éducation Primaire de Florina. Ces étudiants ont déjà suivi deux cours semestriels sur des contenus mathématiques et un cours semestriel sur la didactique des mathématiques. À ce cours ont participé 22 étudiants, qui devaient préparer une séance de mathématiques. La première partie du cours suivi par les étudiants est théorique et les prépare à la didactique des mathématiques. Dans la deuxième partie, les étudiants mettent en pratique cette séance de mathématiques et sont évalués. L'exercice que nous allons présenter a été donné durant la première partie du cours, c'est-à-dire pendant la préparation théorique des étudiants en vue de leur enseignement.

Première phase : Une première construction d'activités de la part des étudiants

Les étudiants ont travaillé en groupe. Chaque groupe devait réaliser un enseignement ayant pour sujet « les nombres jusqu'à 10 000 » pour des élèves de 3^{ème} classe de l'école primaire (CE2). Il a été précisé aux étudiants qu'ils devaient s'efforcer de développer des activités introductives qui lient les mathématiques à la réalité et à la vie des élèves.

On leur a également demandé de construire une séance de caractère pluridisciplinaire. Les propositions développées par les étudiants étaient peu imaginatives et stéréotypées en ce qui concerne la protection de l'environnement.

Deuxième phase : Présentation du matériel pédagogique

Il faut signaler qu'à Florina, à l'université de Macédoine de l'Ouest, nous tentons d'exercer les étudiants aux travaux pratiques de Didactique des Mathématiques dans un milieu informatisé. Nous avons construit le «Laboratoire Digital de Didactique des Mathématiques», qui contient de nombreux exemples d'enseignement, des programmes qui familiarisent les étudiants aux notions didactiques, *etc.* L'exemple d'un tel programme appelé « Les objectifs » peut initier les étudiants aux objectifs d'un tel enseignement.

Pendant cette phase, les étudiants ont travaillé, sur ordinateur, les différents exemples d'enseignement concernant les cours portant sur les nombres. Ces enseignements ont été construits sur la base de la logique des mathématiques de la nature et de la vie que nous avons évoquée précédemment.

Nous allons présenter maintenant les situations empiriques utilisées pour l'enseignement des nombres de plus d'un chiffre: l'argent et les correspondances entre les monnaies ; jeux comme celui du caissier ; compléter des chèques où les nombres se présentent sous différentes formes sémiologiques (chiffres, mots-nombre) ; somme d'argent dans des situations diverses (budgets de travaux, *etc.*) ; tableaux de distances (kilométrage) entre villes, population de villages et de villes, altitude de montagnes, longueur de rivières, poids d'animaux (ours, éléphant, *etc.*) ; numéros des chambres dans un hôtel, bougies sur un gâteau d'anniversaire, (grandes bougies qui correspondent à 10 ans et petites qui correspondent à un an) ; compteur de kilométrie de voiture, compteur de réservoir d'essence ; saisir des chiffres sur la calculatrice; représentations graphiques (populations de villages représentées en diagrammes, *etc.*).

Concernant l'histoire des mathématiques, nous avons présenté aux élèves les systèmes arithmétiques romain et grec. Des activités de conversion des nombres dans ces deux systèmes ont été réalisées. Au cours de cette expérience, les abaques ont été présentés ainsi que les différentes civilisations qui les ont utilisés et qui continuent à le faire de nos jours encore. Les abaques verticaux ont été utilisés pour présenter de façon schématique et de façon distincte les différentes unités des nombres.

Un jeu de rôles a été organisé, différentes représentations sémiologiques ont utilisées pour les nombres. Les littéraires écrivent les nombres avec des lettres, les mathématiciens avec des chiffres et les peintres les dessinent sur les abaques.

Concernant la langue et la littérature, certains extraits qui comportaient des nombres ont été présentés.

Troisième phase : Les propositions finales des étudiants

Les étudiants ayant été familiarisés à l'enseignement des nombres grâce au matériel pédagogique, les scénarios des activités, qu'ils avaient initialement proposées, ont été modifiés et leurs enseignements ont été à nouveau développés. Les enseignements et les activités développés par les étudiants au cours de cette phase ont été beaucoup plus

riches et plus essentiels en ce qui concerne les situations réelles auxquelles ils travaillaient. Nous citons ci-dessous quelques sujets d'enseignements choisis par les étudiants :

- jeu avec des jetons. Ici les étudiants ont développé un jeu où les jetons ont une valeur différente selon leur couleur et selon le système de calcul ;
- recette et mesures en ml à la cuisine ;
- projet ayant comme thème le réfrigérateur. Son histoire (date d'apparition). Prix des réfrigérateurs. Que met-on dedans ? Économie d'énergie ;
- projet ayant comme thème la voiture. Les chiffres au compteur kilométrique et sur les plaques d'immatriculation des voitures. Règles de la circulation routière et des panneaux ;
- les lacs. La profondeur des grands lacs du monde ;
- Projet ayant comme thème les sports olympiques. Concours de course. Longueurs de courses. Longueurs et superficies de stades.

IV – CONCLUSION

La conception de l'enseignement des mathématiques que nous avons développée ci-dessus et que nous avons adoptée exige une plus étroite liaison des mathématiques scolaires et des situations quotidiennes, des expériences et des connaissances préexistantes des élèves. Selon cette conception, nous avons développé quatre principes qui déterminent le contenu et l'usage du matériel pédagogique susceptible d'être utilisé en classe. Ces principes déterminent aussi certaines compétences que doivent posséder les enseignants. Nous les décrivons ci-dessous :

Les enseignants doivent être capables de :

- a) Appréhender les situations mathématiques à l'école et leurs relations avec les situations en dehors de l'école. Faire le constat des connaissances sociales, préexistantes et informelles des élèves et les exploiter.
- b) Manipuler des situations empiriques et, par abstractions successives, arriver aux notions mathématiques (décontextualisation). Inversement, parvenir des notions mathématiques abstraites à des applications à la réalité (contextualisation).
- c) Lier les mathématiques avec les autres disciplines dans la perspective d'un enseignement pluridisciplinaire.
- d) Manipuler le matériel didactique en fonction des différents modes de représentation sémiologique selon les capacités des élèves.

Selon le deuxième principe, les enseignants doivent être capables de lier les mathématiques à des situations de la vie quotidienne agréables et familières aux élèves.

Nous pouvons constater, grâce à l'exemple que nous avons présenté mais aussi par notre expérience en formation des enseignants, que la liaison des mathématiques et des situations et phénomènes quotidiens de la vie ne s'effectue pas chez les enseignants sans une intervention spéciale.

Il faut présenter aux enseignants une grande variété d'applications des notions mathématiques dans la vie quotidienne, au moins de celles qui sont les plus importantes.

En se basant sur ces applications, les enseignants et les futurs enseignants pourront les enrichir, en trouver d'autres ainsi que choisir celles qui sont les plus appropriées à leurs enseignements.

BIBLIOGRAPHIE

ABREU G. de (1995b) Understanding how children experience the relationship between home and school mathematics, *Mind, Culture and Activity: An International Journal*, 2, 119-142.

Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) υποχρεωτικής εκπαίδευσης (2002). Υπουργείο εθνικής παιδείας και θρησκευμάτων. Παιδαγωγικό ινστιτούτο.

COMMISSION on the SECONDARY SCHOOL CURRICULUM of the PROGRESSIVE EDUCATION ASSOCIATION (1940) Committee on the Function of Mathematics in General Education, *Mathematics in General Education*, D. Appleton-Century Co, New York.

DUVAL R. (1995) Sémiotique et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels, *Peter Lang, Berne*.

FREUDENTHAL H. (1968) *Why to Teach Mathematics so as to Be Useful* Educational Studies in Mathematics, 1, 3-8.

LEMONIDIS Ch., DIAMANTIS A. & TRIANTAFILLIDOU E. (2002) Teachers estimate the arithmetic skills of their students when they enter the First Grade of Primary School, *ICTM 2*, 1-6 July, Rethimnon.

LEMONIDIS Ch. (2003a) L'enseignement des premières notions arithmétiques selon l'analyse des différentes représentations des quantités. *ANNALES DE DIDACTIQUES ET DE SCIENCES COGNITIVES*, 9, (partie 2) des actes du colloque Argenteratum 2002, 103-117, IREM de Strasbourg.

LEMONIDIS Ch. (2003b) Η αναπαράσταση των ποσοτήτων στις αριθμητικές έννοιες και η ικανότητα των υποψηφίων δασκάλων να τις χειριστούν. [La représentation des quantités des notions arithmétiques et la capacité des futurs enseignants à les manipuler]. Επιστημονική επετηρίδα της Ψυχολογικής Εταιρείας Βορείου Ελλάδος, τόμος 1, σελ. 291-308. Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα.

LAVE J. (1977) Cognitive consequences of traditional apprenticeship training in West Africa, *Anthropology and Education Quarterly*, 8, 177-180.

National Committee on Mathematical Requirements of the MAA (1923) *The Reorganization of Mathematics in Secondary Education*, Mathematical Association of America, Buffalo, N. Y.

NUNES T., SCHLIEMANN A., & CARRAHER D. (1993) *Street mathematics and school mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge.

SAXE G.B. (1991) *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, Lawrence Erlbaum Associates, NJ.