

LA GESTION D'UNE SITUATION « OUVERTE » EN MATHÉMATIQUES : QUESTIONS D'EXPERIENCE ET DE RAPPORT AU SAVOIR

Magali HERSANT

Maître de conférences, IUFM des Pays de la Loire

CREN

magali.hersant@paysdelaloire.iufm.fr

Résumé

Cette communication qui est issue d'un travail dans le cadre d'une recherche INRP concerne l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et se situe dans le cadre de la didactique des mathématiques. Son objet est de comparer la gestion effective d'une même situation ouverte par deux enseignants d'expérience inégale : un instituteur maître formateur et un professeur des écoles stagiaire. L'étude comparative s'effectue selon plusieurs axes relatifs à la menée de la séance par les deux enseignants : problème mathématique posé, organisation du travail dans la classe, situation mathématique réellement proposée aux élèves et traitement des propositions des élèves, gestion du tableau. Elle permet finalement de questionner le rôle de l'expérience et celui du rapport au savoir dans l'organisation du débat dans la classe.

En mathématiques, à l'école élémentaire, les situations « ouvertes », dont les situations de débat, constituent des lieux privilégiés pour travailler à la fois la résolution de problèmes et les activités langagières. Les programmes actuels incitent d'ailleurs, après les travaux du groupe ERMEL (ERMEL, 1999), à proposer aux élèves des « problèmes pour chercher » qui conduisent entre autres les élèves à exposer et argumenter leur réponse. Mais il est reconnu que la gestion de ces situations encore peu habituelles en classe de mathématiques est relativement difficile, en particulier pour les jeunes enseignants (Douaire et al., 2003). De ce fait, ces situations interrogent la didactique des mathématiques à plusieurs titres. Les questions portent d'abord sur les apprentissages mathématiques des élèves. D'autres questions concernent les pratiques effectives et la formation d'enseignants : comment les professeurs gèrent-ils ces situations en mathématiques ? En quoi leur gestion dépend-elle de l'expérience d'enseignement du professeur ? Comment former des enseignants à la pratique du débat en classe ?

Dans cette communication, nous abordons ces questions à partir de l'étude comparative de deux séances relatives à une même situation « ouverte » en mathématiques au cycle 3. L'une est menée par un instituteur maître formateur et l'autre par un professeur des écoles stagiaire. L'objet de la comparaison est de comprendre comment les deux enseignants gèrent l'avancée de la situation et de questionner le rôle éventuel de leur expérience dans les décisions qu'ils prennent. La situation étudiée et le cadre de l'analyse sont présentés dans la première partie de ce texte. La comparaison du déroulement effectif dans les deux classes à partir de l'analyse de certains épisodes des séances, en termes d'apprentissage des élèves et de gestion du débat dans la classe, fait l'objet de la seconde partie. En conclusion, nous questionnons les pratiques observées au regard des expériences d'enseignement et du rapport aux mathématiques des deux enseignants.

I – LA SITUATION ÉTUDIÉE ET LE CADRE DE L'ANALYSE

Nous proposons une analyse didactique qui vise d'une part à comprendre la façon dont les deux professeurs gèrent l'avancée de la situation dans la classe et, d'autre part, à envisager les effets de cette gestion sur l'activité mathématique des élèves et leurs apprentissages. Les références théoriques sont principalement celles de la théorie des situations (Brousseau, 1998), notamment la notion de contrat didactique et de répartition de responsabilité entre le professeur et les élèves dans la construction des savoirs et connaissances dans la classe et celle de milieu (Brousseau, 1996 ; Perrin-Glorian & Hersant, 2003).

I – 1 La situation proposée aux élèves

Le problème étudié, dit « Des trois nombres qui se suivent », est extrait de ERMEL (ERMEL, 1999) et conçu pour des élèves de cycle 3. Étant donné un nombre entier naturel n quelconque il s'agit de déterminer s'il peut s'écrire comme la somme de trois nombres qui se suivent. L'ensemble des nombres qui vérifient cette propriété mathématique que nous noterons P par la suite est l'ensemble des multiples de trois.

I – 1.1 Le déroulement prévu

Le problème a été choisi d'un commun accord entre les deux enseignants et le chercheur. La préparation de la situation a aussi été commune. Pour la première séance, l'objectif est que les élèves résolvent le problème pour les nombres 15, 96 et 46, argumentent et débattent à propos des preuves proposées. Les élèves n'auront pas de calculatrice à disposition. Pour les élèves les plus en difficulté lors de la recherche pour 96, il est convenu de proposer le nombre 36. Le déroulement prévu est le suivant. D'abord, poser le problème pour le nombre 15 de façon à s'assurer que les élèves ont bien compris la consigne et en faire une résolution collective, principalement orale. La consigne choisie est « Le nombre 15 peut-il s'écrire comme la somme de trois nombres qui se suivent ? Oui ? Non ? Pourquoi ? ». Ensuite, individuellement et par écrit, les élèves résolvent le problème pour 96 (éventuellement 36), avec une consigne identique. Après la correction de cette question, les élèves cherchent par groupe une solution pour 46 et réalisent une affiche reprenant leur réponse. S'il reste du temps, le professeur demande aux élèves de trouver d'autres nombres « qui marchent » et éventuellement d'émettre une hypothèse sur l'ensemble des nombres (« tous les nombres ») qui vérifient la propriété. Il est plutôt prévu que ces questions fassent l'objet des séances suivantes, conformément à la situation telle qu'elle présentée dans ERMEL.

I – 1.2 Analyse a priori de la situation

L'objet de cette analyse est double : étudier les procédures de résolution possibles pour les élèves ; déterminer les potentialités didactiques de la situation et les interventions nécessaires de l'enseignant.

La situation de la première séance est composée d'une suite de trois petites situations semblables. Dans les deux premières, les nombres vérifient la propriété P , ce qui n'est pas le cas de la troisième.

Lorsque les nombres vérifient la propriété

Raisonnons d'abord sur le cas du nombre 15. Il est assez simple de trouver une décomposition correcte en procédant par essais successifs en partant de la suite 1, 2, 3.

Pour résoudre le problème les élèves peuvent :

- a) Établir une conjecture de type “ oui ” et chercher une décomposition par essais successifs ;
- b) Chercher une décomposition (par essais successifs) sans véritablement établir de conjecture ;
- c) Établir une conjecture de type “ non ” et en chercher une preuve.

Lors du travail individuel, la validation d'une solution va venir essentiellement du contrôle du respect des contraintes. Les élèves n'ont pas de calculatrice à disposition, des erreurs peuvent donc subsister à ce niveau. Par ailleurs, pour un élève qui s'engagerait dans la procédure c, la seule rétroaction possible de la situation elle-même serait qu'il trouve (par hasard) la décomposition correcte. Cela suppose donc qu'il n'a pas réellement établi de conjecture “ non ”. Lors de la mise en commun, les rétroactions vont par contre pouvoir venir des autres élèves qui peuvent proposer des arguments contre les propositions faites. Il est donc possible que la situation soit résolue avec un minimum d'interventions de l'enseignant.

Pour 96, il devient plus laborieux de procéder par essais successifs. Cependant, on peut penser à trouver la suite correspondante en effectuant une division par 3 de 96. Pour traiter ce cas, il devient un peu plus important d'établir une conjecture.

I – 1.3 Lorsque les nombres ne vérifient pas la propriété

Le cas de 46 est plus compliqué que les précédents, en particulier car la preuve fait appel d'une part au caractère discret de l'ensemble des entiers naturels et d'autre part à la croissance de la fonction somme sur les entiers naturels. Or ces propriétés sont à la fois subtiles, transparentes et intuitives pour les élèves. Cela peut nuire à l'instauration d'un débat dans la classe. En effet, au niveau du cycle 3, les élèves vont pouvoir prouver que 46 ne se décompose pas en la somme de trois nombres consécutifs en indiquant que :

- la somme de 14, 15 et 16 vaut 45 ;
- celle de 15, 16, 17 vaut 48 ;
- 46 est compris entre 45 et 48 et on ne peut pas l'atteindre.

La preuve consiste donc non plus à exhiber un triplet correct mais à mettre en relation des arguments pour effectuer, finalement, un raisonnement par l'absurde.

Si un élève conjecture que 46 peut se décomposer en la somme de trois nombres consécutifs et produit un triplet qui permet, à son avis, de le montrer, il est assez facile prouver que le triplet ne convient pas car il ne respecte pas une des contraintes. Dans ce cas, les rétroactions peuvent facilement venir soit de l'élève qui contrôle son résultat, soit des autres élèves de la classe. Dans le cas où l'élève fait la conjecture correcte mais produit une preuve erronée, il sera peut être plus difficile pour les autres élèves de la

classe de réagir aux arguments proposés. Des interventions de l'enseignant sont donc à prévoir à ce moment.

I – 2 Les enseignants et les classes

La situation a été menée et filmée dans deux classes de cycle 3 de la même école, en ZEP, par deux enseignants d'expérience très inégale. Le professeur A est maître formateur et mène la séance dans la classe A qui est le CM1 – CM2 d'une de ses collègues. Le professeur B est une stagiaire de l'IUFM qui mène la séance dans une classe de cycle (CE2-CM1-CM2) qui est la classe habituelle du maître formateur et que nous appellerons classe B. La stagiaire a une licence de mathématiques, ce qui n'est pas le cas du maître formateur. La classe B est réputée plus « difficile » que la classe A, les élèves sont un peu plus en difficulté.

La séance est d'abord réalisée dans la classe A, puis dans la classe B. Le professeur A assiste à la séance menée par le professeur B et réciproquement.

I – 3 Outils d'analyse des interactions observées

Pour l'analyse des interactions didactiques nous considérons deux niveaux (Hersant, 2004). Un niveau global qui correspond à la fonction didactique de l'interaction dans le déroulement du débat, du point de vue du professeur. Un niveau local qui correspond à la façon dont l'interaction est gérée entre les interlocuteurs.

Parmi les interactions observées celles qui correspondent aux propositions formulées par les élèves pour répondre à la question mathématique sont essentielles puisque les objectifs de la séance concernent la formulation de propositions et l'argumentation. Pour l'analyse des propositions d'élèves nous prenons en compte les caractéristiques suivantes qui sont indépendantes :

- conjecture : est-ce que l'élève a établi une conjecture mathématique ? Est-ce qu'il l'explique ? Cette conjecture est-elle correcte ?
- justification : est-ce que l'élève donne explicitement une justification de sa réponse ? Cette justification prend-elle en compte explicitement une, deux, trois ou quatre contraintes ? Est-ce que l'élève propose une décomposition possible ? Si oui, cette décomposition est-elle correcte ?

La proposition d'une décomposition n'implique pas que l'explicitation des trois contraintes (ni même le respect de la contrainte somme). Ainsi proposer une décomposition ne peut pas vraiment avoir valeur de preuve mathématique tant que le respect des contraintes n'est pas explicité. Pour autant, dans certains cas il peut apparaître évident pour les élèves que ces contraintes sont respectées.

La façon dont les propositions des élèves sont traitées par l'enseignant correspond entre autres à une répartition des responsabilités entre le professeur et les élèves et va refléter certains aspects du contrat didactique mis en place dans la classe. Pour chacune des caractéristiques, le professeur peut choisir de l'évaluer, de renvoyer l'évaluation à la classe, à certains élèves de la classe ou à l'élève qui fait la proposition.

II – ÉLÉMENTS DE COMPARAISON DES DEUX SÉANCES

L'étude linéaire comparative des deux séances permet de repérer des différences et des similitudes dans la gestion de la situation par les enseignants A et B. Globalement, il n'y a pas d'écart majeur par rapport à la préparation. Cependant, dans la classe A, la séance va au-delà de ce qui était prévu puisque l'idée que les nombres multiples de trois pourront toujours admettre une décomposition est donnée, tandis que dans la classe B, la séance se clôt sur l'exemple de 96. Les séances ont la même durée (1 h 10 environ) mais le nombre de tours de parole observés dans la classe B est beaucoup plus important que celui observé dans la classe A (plus de 800 contre environ 500). Cet écart est réparti régulièrement au cours des différentes phases de la séance. Intéressons nous maintenant plus précisément à certains moments du déroulement pour préciser ce qui différencie les deux enseignants et le questionner du point de vue de l'expérience, du rapport au savoir mathématique et des apprentissages des élèves.

II – 1 La dévolution du problème

La première intervention des enseignants, qui a un rôle clé dans la dévolution du problème aux élèves, est assez différente à plusieurs niveaux.

II – 1.1 L'enrôlement des élèves dans la résolution mathématique

B n'implique pas vraiment personnellement les élèves dans le problème qui va être donné, elle s'adresse rarement directement à eux (au début, utilisation du “ il faudra ”, puis du “ vous ” et enfin du “ on ”, “ nous ”) :

*le problème aujourd'hui, **il faudra** bien, bien faire attention. **Faudra** toujours justifier, dire pourquoi **on** fait quelque chose, alors **faudra pas** répondre au problème en disant seulement oui, non. D'accord ? **Faudra** toujours dire oui parce que quelquehhhh quelque chose ou alors non parce que quelque chose quelque chose. D'accord ? donc aujourd'hui, je vais vraiment **vous** demander de faire ça. C'est bien, à chaque fois que **vous** répondez à quelque chose... (inaud) c'est toujours de faire des phrases en disant parce que quelque chose. D'accord ? alors **notre** petit problème aujourd'hui, ça va être ... de écrire alors écoutez bien là ça va être un petit peu compliqué au début...d'écrire des nombres d'accord ? comme une somme, une somme c'est comme une addition, de trois nombres qui se suivent. Alors là **ça paraît** un petit peu difficile. **On va... on va** se faire un exemple tous ensemble d'accord ? ... alors l'exemple **tous ensemble** ça va être avec le nombre 15.*

A l'opposé, A s'adresse directement aux élèves dès le début (en gras), puis utilise une fois ou deux le “ on ” à la fin de la présentation. Il précise aussi clairement que le rôle des élèves s'inscrit dans une double logique (souligné) : logique d'apprentissage (apprendre à résoudre un problème), logique d'aide (aider un PE à apprendre son métier, aider un prof de maths de l'IUFM) :

*Donc, **vous votre** rôle il est ... triple : d'abord, ben, **vous** allez apprendre quelque chose, hein, **vous** savez, **vous** savez des choses sur les nombres, **vous** savez faire des opérations, et bien aujourd'hui et puis deux autres fois, mais là ce sera avec Valérie votre maîtresse, **vous** allez apprendre à résoudre un problème en utilisant ce que **vous** savez sur les nombres et sur les opérations. Je peux pas en dire plus pour l'instant, donc ça c'est... **vous** allez apprendre quelque chose, j'espère en tout cas. Deuxième*

rôle, heu... **vous** allez aider heu ... les étudiantes ben... heu ... à apprendre puisque ces étudiantes vont devenir... institutrices l'année prochaine et puis heu... dans deux ans pour heu.. toi je le souhaite. Et dernière chose, et bien **pour nous**, donc Magali qu'est une professeur de maths, à l'iufr, là où on forme les maîtres et bien ce que **vous** ferez nous apprendra pour savoir comment on peut faire faire des maths aux élèves. Voilà. Aujourd'hui.... **on va**... Certains nombres écoutez bien. Certains nombres se décomposent en une somme de trois nombres qui se suivent et d'autres pas. **On va** expliquer tout ça. Et bien aujourd'hui, **on va** apprendre à trouver ces nombres, à en trouver certains et surtout expliquer pourquoi. Je vais vous donner un exemple. ... Par exemple, le nombre 15... 15 il écrit il se décompose en la somme de trois nombres qui se suivent.

II – 1.2 La place du problème dans les apprentissages

B indique aux élèves qu'il va falloir faire attention, expliquer, justifier, dire pourquoi, faire des phrases. Le problème est " d'écrire des nombres comme une somme de trois nombres consécutifs " (B ne rappelle pas à la fin que ce qui est important est de justifier). Elle n'indique pas que cela va servir à apprendre à résoudre des problèmes. Elle place les élèves dans une logique du " faire " (cf. supra).

Au contraire, A situe le problème dans la continuité des apprentissages des élèves et leur indique clairement qu'ils vont apprendre à résoudre des problèmes et en particulier qu'il s'agit d'apprendre à trouver les nombres qui se décomposent en la somme de trois nombres consécutifs, en expliquant pourquoi (cf. supra).

II – 1.3 Le problème mathématique posé

B ne précise pas que certains nombres peuvent se décomposer comme la somme de trois nombres consécutifs et d'autres pas. Elle propose d'écrire " des " nombres comme la somme de trois nombres consécutifs. Ce choix nous amène à envisager deux conséquences opposées concernant l'activité mathématique future des élèves :

- 1) En parlant " de " nombres, B donne un caractère local au travail et peut laisser penser qu'on va travailler sur des nombres pris au hasard, sans s'intéresser au cas général, voire que la décomposition est possible pour tout entier. Cela est contradictoire avec la suite du problème où les élèves auront à trouver un critère qui permet de savoir si un nombre peut se décomposer ou pas comme la somme de trois nombres consécutifs ;
- 2) De cette façon B laisse le problème très ouvert puisqu'elle n'indique pas que qu'il y a une partition entre les nombres qui vérifient la propriété et ceux qui ne vérifient pas. Il est donc possible que cela permette finalement de mieux poser le problème pour les élèves qui " découvriront " d'eux mêmes que tous les nombres ne vérifient pas la propriété.

La suite du déroulement montre que cela n'empêche pas les élèves de penser que certains ne peuvent pas se décomposer comme la somme de trois nombres consécutifs.

L'enseignant A indique clairement que seulement certains nombres vérifient la propriété et précise que l'objet de la séance est de les trouver. Il donne ainsi un caractère plus

général au problème (trouver “ ces ” nombres). Mais il ferme aussi le problème en écartant tout doute chez les élèves.

Ainsi, les deux enseignants donnent aux élèves des perspectives mathématiques différentes et induisent ainsi une activité mathématique différente. Dans un cas, il s'agit de “ faire ” sur des cas particuliers, sans se soucier de dégager des critères généraux ou bien de “ faire ” avec une assez grande ouverture ; dans l'autre cas, le problème est présenté comme un travail sur des exemples pour dégager un critère général.

II – 1.4 La difficulté du problème

B présente à plusieurs reprises le problème comme un problème difficile et “ petit ” alors que A ne donne aucune précision là-dessus au départ. Plus tard, pour le cas de 15, il précisera que c'est “ simple en fait ”.

II – 1.5 Discussion

Le caractère local que B donne au problème peut peut-être s'expliquer par le fait qu'elle n'est que de passage dans la classe. On peut aussi penser que cela est lié à une professionnalisation en cours, à une difficulté à décider de ce qui est essentiel dans une situation et à percevoir les apprentissages comme une continuité. Au contraire, A, qui est aussi de passage dans la classe de CM1/CM2, implique d'emblée plus les élèves et donne une dimension plus générale au problème en le situant dans les apprentissages. Son expérience lui permet peut être de mieux situer le problème dans la perspective d'apprentissages à long terme pour les élèves. Cependant, il semble que B laisse plus d'ouverture au problème que A, ce qui n'est pas sans conséquence sur le contrat didactique mis en place et l'argumentation à venir.

II – 2 La gestion des cas 15 et 96

II – 2.1 Le cas de 15

Le travail sur ce nombre doit permettre aux élèves de comprendre la consigne et la nécessité de respecter les critères suite (les nombres se suivent), somme (leur somme vaut 15) et termes (avoir 3 termes dans la somme). Des différences apparaissent dans la gestion de cette phase au niveau de l'organisation du travail dans la classe, de ce qui est en jeu à ce moment-là, de la façon d'explicitier et de respecter la contrainte “ les trois nombres se suivent ”, du traitement des propositions des élèves.

L'organisation du travail dans les deux classes

B donne les feuilles aux élèves et leur demande un travail individuel rapide. Ce travail est suivi d'un travail collectif et oral plus long. La recherche individuelle devrait permettre à chacun des élèves de “ rentrer ” dans le problème, mais ce moment est si court que ce n'est pas sûr. A propose directement un travail oral.

La situation réellement proposée dans les deux classes et ses enjeux

A annonce clairement que 15 se décompose comme la somme de trois nombres qui se suivent. Il ferme ainsi le problème : les élèves n'ont plus à établir de conjecture, l'enjeu est de travailler sur la justification (exhiber une décomposition de 15 et montrer qu'elle convient). Les propositions des élèves vont être du type : " 15 se décompose en la somme des trois nombres suivants ". Ces propositions d'élèves devront être acceptées ou rejetées par les autres élèves de la classe avec des arguments du type " je suis d'accord / j'accepte la proposition car les trois nombres se suivent et leur somme est 15 ".

B laisse la question ouverte (" on essaie de l'écrire comme une somme ... "). Le problème va vraiment correspondre au traitement d'un premier cas, simple, qui sera l'occasion de s'intéresser particulièrement au respect des contraintes.

Explication de la contrainte " les trois nombres se suivent "

A travaille sur l'expression « trois nombres qui se suivent » à partir de la décomposition de 15 proposée par une élève, Sidonie (interaction 1) :

P : heu... Sidonie.

Si : heu .. 5×3 3×5 .

P : j'entends pas.

Si : 3×5 .

P : comment tu écris ça avec une somme ? 3×5 ?

Si : $5 + 5 + 5$.

P : $5 + 5 + 5$. En effet, 15...

E : inaud¹.

P : alors pourquoi ?

Si : 3×5 ça fait 15.

P : en effet, 15 ça se décompose en la somme de trois nombres, mais est-ce que 5 5 5 se suivent ?

Pe : non.

P : Sidonie, regarde bien. Est-ce que 5 5 5 se suivent ?

Si : comment ça ?

E : non.

P : j'ai trois nombres ... ici qui se suivent. Donc là on a bon, on a trois nombres mais ces trois nombres ne suivent pas. Donc ça ne va toujours pas. Mais on commence à comprendre déjà.

Il n'indique pas explicitement ce que signifie " trois nombres qui se suivent ", bien que l'élève ne semble pas comprendre. A la suite de cette interaction, il rejette la proposition d'un autre élève qui ne respecte pas cette contrainte (« Je ne prends pas $5 + 8 + 2$ ») et en indiquant que c'est comme pour Sidonie. La signification de ce que sont " trois nombres qui se suivent " est laissée en grande partie aux élèves. Ce n'est apparemment pas un enjeu pour le professeur, ce qu'il vise plutôt c'est le respect des contraintes.

¹ Inaud signifie inaudible.

Dans la classe B, un élève propose à voix intelligible mais sans être interrogé la même décomposition que Sidonie. B ne relève pas cette réponse et demande de “ donner 3 nombres qui se suivent ”. Elle va alors travailler, à partir d'un exemple 1 2 3, explicitement sur la signification de l'expression “ nombres qui se suivent ” et le respect simultané des deux contraintes : ici on a trois nombres qui se suivent mais leur somme ne fait pas 15 ”, donc ça ne va pas. La façon dont B gère la parole à ce moment peut permettre de signifier qu'il faut lever le doigt pour pouvoir être interrogé. Par ailleurs, faut-il interpréter le travail spécifique sur le vocabulaire comme un préalable nécessaire pour la stagiaire ?

Le traitement des propositions des élèves

Le tableau suivant indique la façon dont A traite les différentes propositions des élèves.

Propositions		Traitement (dans l'ordre où il est effectué)
3-14	Guillaume : 5 10 15	Contrainte somme : A pose la question et les autres élèves rejettent → Rejetée. A note qu'il y a le respect de la contrainte termes. Contrainte suite : non traitée.
15-30	Sidonie 1 : 3×5	Contrainte somme : A demande à Sidonie d'écrire sous la forme d'une somme .
	Sidonie 2 : 5 5 5	Contrainte somme : A évalue. Contrainte suite : A pose la question, les élèves évaluent.
31-36	Salah : 5 8 2	Contrainte suite : A évalue et rejette la proposition. Contrainte somme : non traitée.
37-42	Coralie : 4 5 6	Contrainte somme : traitée par Coralie, spontanément. Acceptée par les autres élèves. Contrainte suite : A pose la question (Coralie ne le précise pas d'emblée) et les autres élèves valident.

Lorsqu'une proposition d'élève est erronée l'enseignant va :

- soit évaluer la contrainte respectée et demander aux autres élèves de la classe de se prononcer sur le respect de la seconde contrainte (2) ;
- soit demander directement aux élèves d'évaluer la contrainte non respectée et ne pas traiter la seconde contrainte (1) ;
- soit évaluer lui-même la contrainte non respectée et rejeter la proposition (3).

En termes de répartition de responsabilités, on peut donc dire que pour cette phase l'enseignant garde une grande part de responsabilité. Du point de vue des mathématiques, la façon dont il gère cette phase montre implicitement que pour rejeter une proposition, il suffit qu'une des contraintes ne soit pas respectée. Dans la classe B, l'étude aboutit au tableau suivant :

Propositions		Traitement
	Jeffry : 1 2 3	A la demande de B, donner 3 nombres consécutifs. Contrainte suite : donnée. Contrainte somme : traiter par les élèves.
	Mallaury : 5 5 5	Contrainte suite : des élèves évaluent spontanément cette contrainte. B n'en tient pas compte et interroge sur la contrainte somme. Contrainte somme : évaluée à la demande de B. Contrainte suite : nouvelle évaluation à la demande de B.
	E : 5 6 7	Pas traité. Temps de travail personnel.
	E : 4 5 6	Pas traité. Temps de travail personnel.
	Naïm : 4 5 6	Contrainte suite : B pose la question. Plusieurs élèves valident. Contrainte somme : plusieurs élèves valident, B décompose le travail.

Dans cette classe, une part plus importante de responsabilité est laissée aux élèves dans le traitement des propositions faites. En effet, B demande le plus possible aux élèves de valider, quelquefois même quand c'est très simple (pour la somme par exemple). Par ailleurs, B s'attache à vérifier systématiquement le respect des deux contraintes et la contrainte respectée est toujours sollicitée en premier, de façon à ne pas tuer l'intérêt de regarder le respect de l'autre contrainte.

Conclusion

Au cours de cette phase, A ferme à plusieurs niveaux la situation, sans que cela apparaisse lié à une nécessité de gestion (il le fait dès le début) : au niveau mathématique (les élèves n'auront finalement à se prononcer que sur le respect des contraintes), au niveau de la prise de décision des élèves (il évalue certaines propositions et dirige le traitement des autres). Il laisse par contre une ouverture sur la signification de l'expression " nombre qui se suivent " qu'il traite implicitement à travers des exemples et contre-exemples.

B laisse la situation ouverte au niveau mathématique. Elle dirige le travail sur le respect des contraintes à travers un jeu de questions mais n'évalue pas directement les réponses proposées par les élèves et demande toujours la vérification des deux contraintes. Elle laisse aussi une certaine ouverture pour ce qui concerne le travail mathématique.

A semble être essentiellement sur l'objectif " comprendre la consigne " tandis que B semble considérer ce moment déjà comme un moment de recherche et un entraînement à la méthode de vérification des propositions.

II – 2.2 Le cas de 96

Dans les deux classes, le travail est organisé d'abord avec une phase de travail personnel et individuel puis une phase de mise en commun.

La gestion du travail individuel

Dans la classe A, les interventions de l'enseignant concernent :

- des aspects d'organisation liés à l'utilisation d'une feuille, au début du travail surtout (6 interventions sur 27) ;
- la poursuite de la dévolution du problème (19/27) qui est soit individuelle, soit collective (renvoi à la classe la question d'un élève) ;
- l'évaluation des réponses des élèves qui représente le tiers des interventions de l'enseignant à ce moment (5/15). Cette évaluation concerne soit la valeur de vérité (2/5) mathématique de la réponse, soit la justification de la réponse (3/5). Elles sont en général associées à la poursuite de la dévolution du problème.

Ces interventions risquent de restreindre l'activité de l'élève à la recherche d'une réponse de type oui / non sans justification. De plus, elle n'incite pas à travailler sur les aspects contrôle du résultat et organisation du travail. Par ailleurs, elles " tuent " aussi le suspens sur la valeur de vérité des réponses et donc sur la source du débat.

Dans la classe B, les interventions de l'enseignante concernent la gestion du bruit dans la classe, l'organisation du travail sur feuille, la dévolution du problème. La dévolution du problème se fait notamment avec :

- un rappel à l'initiative de B sur la façon dont on répond à un problème et sur les exigences de B ;
- une précision de la façon dont on peut organiser le travail : B conseille de faire des essais.

Les interventions individuelles de B auprès des élèves n'ont pas pour fonction d'évaluer les réponses des élèves (du moins dans ce qui a pu en être retranscrit) mais de poursuivre la dévolution ou d'inciter à la validation par des questions. Lorsqu'elle circule auprès des élèves, B leur indique s'ils peuvent passer au travail sur le nombre 46 mais il ne semble pas qu'elle évalue pour autant la validité de leur réponse pour 96. Elle regarde plutôt s'ils ont produit une réponse conforme à ce qu'elle leur a rappelé au début. Ainsi, B met en place les éléments nécessaires au débat et favorise probablement la problématisation de la question.

Dans les deux classes le contrat didactique établi n'est pas le même. Dans la classe A les élèves ont la responsabilité d'une première production et peu celle de la validation tandis que dans la classe B les élèves ont la responsabilité de la première production et celle de la validation (contrôle). Ces deux contrats renvoient à des règles du débat mathématique différentes.

La gestion des mises en commun

Dans la classe A, la mise en commun consiste essentiellement en une interaction duale entre l'enseignant et l'élève Jonathan qu'il interroge. Sa proposition est : " Oui car $96 = 31 + 32 + 33$ ". Elle est correcte mathématiquement mais l'argument suite n'est pas explicite. La fonction didactique de l'interaction semble être pour l'enseignant de conclure sur le cas de 96. En effet, A évalue la justesse de la proposition (par répétition puis en précisant " t'as juste, tu as raison ", " ça marche, c'est clair ") puis demande à l'élève d'explicitier ses arguments. Comme il n'y parvient pas, c'est un autre élève qui explicite l'argument suite qui sera validé par répétition par l'enseignant.

Dans la classe B, Jordy qui est interrogé fait d'abord une proposition erronée : $31 + 32 + 32$. Des élèves réagissent sans être interrogés et B n'évalue pas la proposition de Jordy. Une fois l'erreur corrigée, B dirige l'évaluation de la proposition en demandant explicitement aux élèves de se prononcer sur le respect des contraintes suite et somme (« est-ce c'est bien des nombres qui se suivent ? » ; « est-ce que la somme ça fait bien 96 ? »). La façon dont elle pose ces questions à la classe induit un peu la réponse, mais il nous semble essentiel que la stagiaire laisse aux élèves une part de responsabilité dans la validation de la proposition.

II – 2.3 La gestion du cas 46

Dans les deux classes, plusieurs élèves ont réfléchi individuellement au problème pour 46 avant la mise en commun pour 96. Un début de résolution orale du problème pour 46 débute naturellement dans la continuité de la mise en commun sur 96.

Dans la classe B, plusieurs élèves prennent la parole pour faire des propositions ou donner d'arguments. B ne prend pas position. Elle s'affaire à permettre la circulation des idées entre les élèves en rappelant par exemple aux élèves d'écouter ce que dit un autre élève, à relancer le problème (par exemple : « on a trouvé pour 15 pour 96 ... mais pour 46 on a un problème ») ou à rapprocher des propositions d'élèves (par exemple « regarde on l'a déjà fait »). Elle tient le rôle de mémoire des échanges entre les élèves et de répartiteur de la parole dans la classe. Au moment où B interrompt le débat pour lancer le travail en groupes, deux types d'arguments ont été émis dans la classe : $14 + 15 + 16 = 45$ et $15 + 16 + 17 = 48$ donc on ne peut pas et on ne peut pas car 46 est un nombre impair². Lors de la mise en commun, les élèves qui justifient l'impossibilité de décomposer 46 en la somme de trois nombres consécutifs par le fait que 46 est impair prennent une place importante. B renvoie d'abord à la classe la possibilité de poser des questions à propos de cet argument, puis précise ce qu'est un nombre impair mais, dans le feu de l'action, se trompe ce qui ne facilite pas la suite du débat. Pour autant, il faut noter qu'elle évalue rarement les propositions des élèves, qu'elle privilégie l'échange entre les élèves. Elle facilite d'ailleurs le débat à plusieurs reprises en exploitant les cas précédemment traités comme exemple ou contre-exemple.

Dans la classe A, la première phase de travail collectif sur le nombre 46 ne permet pas d'aller aussi loin que dans la classe B. Les arguments avancés sont moins bien explicités et sont tous du type « on peut faire 45, on peut faire 48, mais on ne peut pas faire 46 ».

² Les élèves n'ont pas appris précédemment ce qu'est un nombre impair, mais c'est un argument qui a été donné par Victor et qui est repris par les autres élèves.

Lors de la mise en commun, les élèves réagissent peu aux différentes propositions et A évalue les réponses des élèves. Il n'y a pas vraiment de débat. L'attitude moins réactive des élèves dans cette classe peut être liée au contrat didactique instauré au début de la séance par le professeur A. Mais il nous semble aussi que le contrat didactique habituel de la classe où les élèves sont peu habitués à débattre joue un rôle important.

II – 3 Des aspects moins didactiques de la gestion

L'analyse comparative des deux séances fait aussi apparaître des différences dans la gestion d'aspects moins directement didactiques de la séance.

Le professeur A observe et mémorise les productions des élèves lorsqu'il circule dans la classe. Il choisit d'ailleurs ensuite les élèves qui vont aller au tableau sur la base de cette observation et sur des critères plus sociaux (place de l'élève dans le groupe classe). La stagiaire observe les productions des élèves mais ne les mémorise pas. Cela la conduit dans cette séance à envoyer au tableau en premier lieu pour la correction de 96 une élève très en difficulté qui n'a pas réussi le problème pour 96 et à qui elle a demandé de traiter le cas plus simple de 36.

A n'organise pas son tableau comme le fait B avec un coin « brouillon » où les élèves écrivent leurs propositions et un coin « propre » où elle note clairement les conclusions pour chacun des cas sous la forme « Oui on peut décomposer ... en la somme de trois nombres qui se suivent car ... ».

CONCLUSION

Cette étude de cas montre que l'expérience d'un enseignant n'est pas le seul élément qui intervient au niveau de l'instauration des conditions favorables à un débat en mathématiques dans une classe. Il nous semble en effet que la stagiaire par l'ouverture qu'elle laisse à la situation dès le début et le contrat didactique qu'elle instaure favorise plus l'émergence d'une discussion entre les élèves que l'enseignant A. Cette différence de gestion est-elle liée à un rapport aux mathématiques différent chez les deux enseignants ?

RÉFÉRENCES

BROUSSEAU G. (1996) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques, in *Actes de la 8^{ème} Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, in Perrin-Glorian, Noirfalise (ed), I.R.E.M. de Clermont-Ferrand, 3-46.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, La pensée Sauvage.

DOUAIRE J. & AL. (2003) Gestion des mises en commun par les maîtres débutants, *Faire des maths en classe* ?, 53-69.

ERMEL (équipe de didactique de mathématiques), DOUAIRE Jacques (Dir.), HUBERT Christiane (Dir.) (1999) *Vrai ? Faux ? ... On en débat ! De l'argumentation vers la preuve au cycle 3*, INRP.

HERSANT C. (2004) Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques, le cours dialogué, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, **4(2)**, 241-258.

PERRIN-GLORIAN M. J. & HERSANT C. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires, *Recherches en didactique des mathématiques*, **23(2)**, 217-276.