XXXIème Colloque COPIRELEM

des professeurs et des formateurs de mathématiques
chargés de la formation des maîtres

Actes

Quelles mathématiques
faire vivre à l'école ?
Quels outils pour les maîtres ?

IREM
Instituts de Recherche sur l' Enseignement des Mathématiques

irem Toulouse

Sommaire

Lire et écrire des énoncés de problèmes.. 5
Serge Petit, Annie Camenisch

Résolution de problèmes en CM2 : variations autour d'une séquence ERMEL........................ 6
T. Bautier, G. Gueudet, H. Hili, E. Kermorvant, T. Le Méhauté, G. Le Poche, M. Sicard

Que nous apprend pour la formation des maîtres le travail mathématiques hors classe des professeurs ?.. 7
C. Margolinas, B. Canivenc, MC. De Redon, O. Rivière, F. Wozniak

Construire des outils en didactique des mathématiques pour le formateur des professeurs d'école.. 8
Catherine Taveau, Muriel Fénichel

Comment le jeu mathématique opère t-il sur les apprentissages mathématiques et sur la construction du langage argumentatif ? 9
Didier Faradji

Analyses de pratiques professionnelles en mathématiques avec les PE2. 10
Teresa Assude, Pierre Eysseric

Le calcul par les instruments à calculer 11
Caroline Poisard, Alain Mercier

Une proposition pour tirer l'apprentissage de l'orthogonalité de l'étude des quadrilatères à quatre côtés égaux. 12
Jean-François Grelier

Activités de formation à partir d'un support vidéo.. 13
Gérard Tournier

Analyse de l'usage des logiciels en formation PE en prenant en compte différents logiciels référencés dans les programmes de mathématiques de l'école............................... 14
Laurent Souchard

Quelles mathématiques faire vivre à l'école ? Quels outils pour la formation des maîtres ? Le cas de l'enseignement des solides 15
Jean-Claude Aubertin, Yves Girmens, Claude Morin, Louis Roye

ATELIERS

Vous trouverez ci-après les présentations des ateliers ; revenez sur la page ateliers.htm pour consulter leurs comptes-rendus complets.

LIRE ET ÉCRIRE DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES

Serge Petit,
Professeur de Mathématiques, IUFM d'Alsace
Annie Camenisch,
Maître de conférences Lettres, IUFM d'Alsace

Cet article rend compte d'un atelier participatif autour des difficultés observées en résolution de problèmes dans une classe de cycle 3. Le travail effectué par les deux formateurs de l'IUFM d'Alsace est de mettre en évidence l'importance d'une réflexion sur l'articulation des mathématiques avec la maîtrise de la langue afin de dégager des pistes de travail avec les élèves pour les faire progresser dans les deux domaines à la fois.

Pendant l'atelier les participants ont été amenés à s'interroger sur les questions suivantes :

- Comment favoriser une meilleure compréhension des énoncés de problèmes à partir d'un travail explicite sur la langue en mathématiques ?
- Quel travail de lecture et d'écriture mener à partir des énoncés de problèmes ?
- Comment articuler le travail en mathématiques avec le travail en langue ?

Pour y répondre, un travail d'analyse d'erreurs émanant des productions d'élèves a été réalisé, puis diverses classifications des textes des problèmes ont été proposées.

Puis les formateurs ont présenté le travail mené dans la classe en y intégrant des apports didactiques.

Plan de l'article

1- Analyser des productions d'élèves
Prendre conscience du rôle de la langue
2- Classer selon plusieurs critères
Faire émerger la notion d'histoire
3- Fabriquer des énoncés de problèmes
4- Développer la maîtrise de la langue

Exploitations possibles :

La situation menée dans la classe est reproductible en l'adaptant à sa propre classe et donne des pistes pour les enseignants de l'école primaire sur des situations de maîtrise de la langue en lien avec les mathématiques.

Mots clés :

analyse d'erreurs, analyse de productions, résolution problème, maîtrise du langage

Atelier A2

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN CM2 : VARIATIONS AUTOUR D'UNE SÉQUENCE ERMEL

Thierry Bautier, Ghislaine Gueudet, Hélène Hili,
Erik Kermorvant, Typhaine Le Méhauté,
Gabriel Le Poche et Mireille Sicard.
IUFM de Bretagne et IUFM de Basse-Normandie

Le point de départ de cet atelier est une étude critique portant sur les aides suggérées par ERMEL CM2 sur une de ses séquences, *le mobilier de l'école.* Cette étude conduit à développer des réflexions sur les aides de différentes natures qui peuvent être apportées, sur la pertinence des schémas, du recours à du matériel, le passage à l'écriture, sur la différenciation et sur l'utilisation d'un logiciel adapté.

1) Une expérimentation montre que la présence d'un dessin dans l'énoncé du problème proposé n'a pas d'influence sur la réussite des élèves lors de sa résolution. En particulier, on ne peut pas affirmer que le fait de fournir un dessin aux élèves en difficulté est une aide pour ceux-ci.

2) Par ailleurs, le fait de demander aux élèves de produire un schéma ne semble pas avoir un effet bénéfique sur la résolution des problèmes présentés ici. En particulier, pour les élèves en difficulté, les productions font apparaître la difficulté à se représenter de manière efficace un problème.

3) Par ailleurs, d'autres expérimentations montrent de même que le recours à du matériel, pour un problème où celui-ci est envisageable, ne favorise pas clairement le développement par les élèves de procédures personnelles. Le matériel ne comporte pas en lui-même la structure nécessaire à la résolution du problème. Une piste intéressante est la production d'un logiciel adapté, permettant des manipulations simulées limitées à ce qui est susceptible de faire progresser l'élève dans sa résolution du problème.

4) Enfin, d'autres expérimentations ont montré que les élèves en difficulté peuvent eux aussi participer de façon constructive à la production d'écrits en collaboration avec des élèves plus à l'aise.

Les écrits produits par tous ces élèves sont d'une grande richesse. Le passage à l'écriture leur a souvent permis d'aller plus loin en se posant les bonnes questions.

5) L'atelier a dégagé des conditions pour une différenciation réussie : une évaluation diagnostique, un maître libéré, des conditions matérielles satisfaisantes, des élèves encouragés.

Mots-clés :
résolution de problème, aide, schéma, passage à l'écriture, différenciation, TICE

QUE NOUS APPREND POUR LA FORMATION DES MAÎTRES LE TRAVAIL MATHÉMATIQUE HORS LA CLASSE DES PROFESSEURS ?

Claire Margolinas,
Bruno Canivenc,
Marie-Christine De Redon,
Olivier Rivière,
Floriane Wozniak
Équipe DéMathÉ, UMR ADEF, INRP, Marseille

Résumé :

Dans le cadre d'un groupe d'étude INRP, l'équipe de chercheurs a interrogé des maîtres d'école élémentaire d'au moins cinq ans d'expérience sur leurs pratiques de documentation et de préparation des leçons de mathématiques hors classe.

L'atelier a été consacré à la mise en évidence de la diversité des pratiques recueillies au cours de ces entretiens.

À partir d'extraits d'entretiens avec certains de ces enseignants et de compléments sur ce qu'ils ont dit, la réflexion globale des participants s'est organisée selon deux axes :

- ce que ces résultats impliquent en ce qui concerne la formation initiale,
- ce qu'ils peuvent permettre de prévoir quant à l'impact d'une formation continue.

Les conclusions donnent des pistes de travail, tant pour la formation initiale (dont l'influence parait primordiale sur les pratiques ultérieures des enseignants, même après de nombreuses années), que pour la formation continue (pour laquelle les demandes et besoins sont extrêmement hétérogènes).

Plan de l'article :

1- Le dispositif de l'atelier
2- Impact de la formation initiale sur la conception de l'enseignement des mathématiques
3- Conséquences pour la formation continue

En annexes : Présentation détaillée du contenu des différents entretiens dont sont issus les extraits entendus pendant l'atelier.

Exploitation possible :

Des pistes d'analyse et de réflexion utiles pour la mise en place d'actions de formation tant initiale que continue des professeurs d'école.

Mots clés :

Professeurs d'école, rapport aux mathématiques, formation, pratique enseignante.

Atelier A4

CONSTRUIRE DES OUTILS EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES
POUR LE FORMATEUR DES PROFESSEURS D'ÉCOLE.

Catherine Taveau,
Muriel Fénichel
PIUFM Mathématiques, IUFM de Créteil

Dans cet article, les deux formatrices présentent le projet d'élaboration d'outils multimédia qu'elles ont en cours. Leur objectif est de réaliser des DVD (un par cycle d'enseignement) contenant des séances de classes filmées qui présentent des enjeux d'apprentissage mathématique ciblé. Elles ont la volonté d'expliciter et d'illustrer des concepts didactiques dont l'appropriation est difficile dans une formation de plus en plus courte, et avec un public de PE peu familiers avec l'écrit.

Au cours de l'atelier la réflexion s'est organisée en trois temps, que l'article restitue avec précision.

1) Un état des lieux de l'utilisation de vidéos par les formateurs participants (quelles ressources ? quelles utilisations en formation ?).

2) La rédaction d'un cahier des charges pour la production d'outils vidéo pour la formation prenant en compte les entrées didactiques, pédagogiques et disciplinaires.

3) Autour de quelques passages de la situation « petit moulin » filmés dans une classe de CE1, *(Cette situation propose un apprentissage de l'utilisation du compas et met l'accent sur la relation entre l'instrument et les objets géométriques qu'il permet de tracer.)* le travail a porté sur les exploitations possibles de cette vidéo en formation.

En annexe : présentation de la situation « le petit moulin »

- Une présentation des objets matériels, donnés aux élèves ou produits par eux.
- Le scénario en 5 séances tel qu'il a pu être filmé au CE1 en janvier 2004
- Une proposition pour une autre mise en oeuvre

Ressources pour le formateur:

- Le cahier des charges proposé est utilisable par les formateurs dans la perspective de produire ou d'utiliser des supports vidéo.
- La situation « Le petit moulin » décrite, est reproductible et donne des pistes pour les enseignants de l'école primaire relativement à l'introduction du compas pour tracer des cercles.

Mots clés :
vidéo, formation des maîtres, résolution problème, géométrie

COMMENT LE JEU MATHÉMATIQUE OPÈRE-T-IL
SUR LES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES ET SUR LA CONSTRUCTION DU LANGAGE ARGUMENTATIF ?

Didier Faradji
Concepteur de jeux mathématiques
Intervenant extérieur en formation continue

Cet article présente l'usage en classe de trois jeux mathématiques (***Décadex, Multiplay*** et le ***Magix34***). Une analyse didactique est détaillée afin d'utiliser aux mieux ces supports pour mettre en œuvre des séances d'entraînement et d'approfondissement des contenus mathématiques comme le calcul réfléchi, les propriétés géométriques des quadrilatères particuliers. Plusieurs stratégies de jeu sont proposées afin de développer le raisonnement déductif chez les élèves, en utilisant des pratiques collaboratives de jeu.

La richesse de la conception de chacun de ces jeux (plus spécifiquement ***Magix34***) permet un usage très pertinent avec des élèves du CE1 aux classes de collège.

Plan de l'article

1- Le champ numérique
   - Les décompositions additives et soustractives
   - La multiplication et la division

2- Le champ géométrique

3- La construction du raisonnement : la résolution de problèmes

4- La construction du langage argumentatif
   - L'intérêt des pratiques dites collaboratives
   - Le rôle de l'enseignant

En annexe

Le plateau de chacun des 3 jeux avec les règles pour y jouer.

Exploitations possibles :

les trois jeux analysés pendant l'atelier sont de réels supports didactiques pour développer et entretenir les compétences des élèves dans le calcul, les propriétés géométriques, le raisonnement, la stratégie. Des propositions très concrètes sont évoquées.

Mots clés :

jeu mathématique, raisonnement, calcul mental, réinvestissement de connaissances géométriques, démarche collaborative.

Atelier A6

ANALYSES DE PRATIQUES PROFESSIONNELLES EN MATHÉMATIQUES AVEC LES PE2.

Teresa Assude
UMR ADEF - IUFM d'Aix-Marseille
Pierre Eysseric
IREM de Marseille - IUFM d'Aix-Marseille

Cet article rappelle les textes officiels instituant les analyses de pratiques professionnelles (APP), définit les enjeux et présente trois modalités de mise en œuvre de ces analyses de pratiques professionnelles en mathématiques (APPM) dans une formation PE2 (environ 10 heures sur l'année) : analyse de vidéo avec une séance d'Atelier de Recherche en Mathématiques réalisée par un PE2 dans une classe d'application ; l'instruction au sosie (un entretien de 10 minutes entre un formateur et une PE visant à rendre présent un moment de pratique professionnelle pour le soumettre à l'analyse) ; l'usage de récits de pratiques professionnelles.

En annexes :

Annexe 1 : retranscription d'une instruction au sosie.
Annexe 2 : cinq récits relatifs à une séance en PS de maternelle.
Annexe 3 : extrait du projet d'établissement 2004-2007 de l'IUFM d'Aix-Marseille.

Mots clés

analyse de pratiques professionnelles en mathématiques ; instruction au sosie ; utilisation de vidéo ; récits de pratiques professionnelles.

LE CALCUL
PAR LES INSTRUMENTS À CALCULER

Caroline Poisard
Doctorante à l'Université de Provence,
Laboratoire du Cirade
Alain Mercier
UMR ADEF, Université de Provence, INRP, IUFM d'Aix-Marseille

Cet atelier s'appuie sur des travaux de thèse. Cette recherche s'intitule : « analyse didactique d'une innovation pédagogique ».

Il s'agit d'étudier l'originalité d'une démarche pédagogique qui consiste à construire et à utiliser des objets mathématiques - boulier chinois ; bâtons à multiplier de Néper et réglettes de Genaille-Lucas ; règle à calcul pour additionner ou soustraire - hors du temps scolaire, dans le contexte d'un centre d'animation scientifique et technique, mais en liaison avec le travail en classe.

Les observations ne se sont pas déroulées à l'école, mais dans un centre d'animation scientifique et technique dans lequel les professeurs viennent avec leur classe.

Au centre, lors des séances avec l'enseignant, les instruments sont étudiés en posant aux enfants les questions : Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ?

L'hypothèse est que l'exploration produit une activité qui s'organise bien autour d'un enseignement de mathématiques.

L'exemple du boulier chinois est développé en pointant les savoirs disciplinaires mathématiques mis à jour par cette étude.

Pendant l'atelier les participants ont été mis au travail autour des questions suivantes :

- comment réaliser une multiplication avec le boulier chinois ? Par exemple multiplier 27 par 82.
- le boulier chinois : combien peut-on enlever de boules pour pouvoir encore compter ?
- les bâtons de Néper : comment ça marche ? Peut-on les améliorer c'est à dire prendre en charge la retenue ?
- les réglettes de Genaille-Lucas : comment ça marche ? Comment gérer les retenues pour les multiplications ?

Exploitations possibles :

A partir de la fin du primaire puis au collège, l'étude d'instruments à calculer à partir des questions : "Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ?" permet de réorganiser des connaissances sur la numération positionnelle et les algorithmes de calcul. Cette exploitation n'est pas directe ; la lecture de la thèse devrait permettre de montrer comment la compréhension de la numération et donc des techniques opératoires est renforcée par l'étude des instruments ici proposés.

Mots clés :

Instruments à calculer, boulier chinois, situation problème, numération positionnelle, algorithmes de calcul, techniques opératoires, culture et animation scientifique.

Atelier B2

UNE PROPOSITION POUR TIRER L'APPRENTISSAGE DE L'ORTHOGONALITÉ DE L'ÉTUDE DES QUADRILATÈRES À QUATRE CÔTÉS ÉGAUX.

Jean-François Grelier,
PIUFM Mathématiques, IUFM de Midi-Pyrénées

Cet article présente aux participants les résultats d'une recherche action menée dans une école de Toulouse.

Cette recherche a eu pour objet la réflexion concernant l'apprentissage des notions de perpendicularité et de parallélisme en géométrie.

Dans le cadre de ce travail, un nouveau matériel pédagogique a été construit pour permettre une meilleure appropriation des notions de parallélisme par les élèves.

Une progression est proposée pour l'usage de ce matériel dans les classes de cycle3.

L'article se termine par un questionnement collectif des participants sur l'enseignement de ces notions.

Exploitations possibles

Expérimentation possible du matériel proposé.
Mise en oeuvre de la progression envisagée.

Mots clés

Parallélisme, quadrilatères particuliers, géométrie.

ACTIVITÉS DE FORMATION
À PARTIR D'UN SUPPORT VIDÉO.

Gérard Tournier,
formateur IUFM Midi-Pyrénées site d’Albi

L’objectif de l’atelier est de présenter des vidéos, d’échanger à propos de leurs contenus et d’envisager leur utilisation en formation initiale ou continue des professeurs des écoles.

Deux vidéos ont été projetées.

La première, « au pays des animaux », montre la mise en œuvre d’une activité de résolution de problème en petite section de maternelle. La situation proposée vise à construire le concept de «marquage-désignation »

La deuxième, « étoile», montre une séquence de géométrie en CE1 portant sur la bonne utilisation des outils de tracé et sur l’acquisition d’un langage géométrique. C’est une situation de communication avec production d’un programme de construction justifiant l’acquisition de ce langage.

La vidéo du « banquier cheval », les parties 1,2 et 3 traitant de la numération ont seulement été évoquées.

Plan de l'article :

Échanges autour d'activités de formation à partir d'un support vidéo.

« Au pays des animaux» : une vidéo pour la PS
I- Présentation de la vidéo
II- Commentaires sur le contenu de la vidéo pendant la projection :
III- Remarques effectuées par les participants de l’atelier après la projection :

« Étoile » une vidéo pour le CE1
I - Présentation de la vidéo
II - Description des séances filmées
III- Remarques effectuées par les participants de l’atelier après la projection
Conclusion

Exploitations possibles :

Utilisation d’une vidéo en formation initiale ou continue et émergence des questions qu’elle peut soulever : conduite de la classe, participation des enfants…

Type de contenu :

Cet article est un « outils de formation » et son contenu peut servir à l’analyse de pratiques.

Mots clés :

Résolution de problème en maternelle. Marquage-désignation. Interventions et rôle de la maîtresse. Interactions. Situation de communication.

Atelier B4

ANALYSE DE L'USAGE DES LOGICIELS EN FORMATION PE
en prenant en compte différents logiciels référencés dans les programmes de mathématiques de l'école.

Laurent Souchard
IUFM Paris

L'atelier a été organisé autour de la découverte, la comparaison et l'utilisation de trois logiciels tutoriels fermés : Smao CE2, CM1 et CM2 de chez Chrysis[i] à Poitiers, LiliMini[ii] de l'IREM de Lille, Les maths c'est facile CE2, CM1, CM2 de chez Génération 5[iii] à Chambéry. Plusieurs thèmes mathématiques ont été abordés : les nombres décimaux, le calcul et les opérations et la géométrie (avec une transposition de certains exercices dans un logiciel de géométrie dynamique)

Sept équipes de deux ou trois participants ont travaillé pendant deux heures sur un, deux ou trois logiciels, l'objectif n'étant pas de savoir s'il fallait ou non faire utiliser tel logiciel à tel élève mais bien, grâce à son analyse, de voir comment l'utiliser.

Les analyses ont porté sur la structuration du logiciel (leçon ? exercices d'entraînement ?…), le type d'activité, l'exhaustivité ou non des exercices au regard du champ conceptuel concerné, les aides disponibles, l'évaluation des réponses et le traitement des erreurs, les possibilités d'adaptation, de degré de difficulté, la gestion des élèves et les possibilités de bilan.

La diversité des thèmes d'analyse dans chaque travail de chaque groupe montre avant tout qu'il est très difficile de se centrer sur un thème au cours de l'analyse, même si celui-ci a été clairement déterminé au départ. Aucun groupe n'a réussi à rester dans un thème. Nous avions précisé au début de l'atelier que le but de l'analyse était avant tout de penser à la création de scénario d'usage ou d'apprentissage : seuls trois groupes ont fait apparaître cette notion dans leurs remarques et, sauf une fois, la notion de scénario n'est pas explicite.

Par ailleurs, il est tout à fait intéressant de constater le nombre élevé de remarques concernant l'organisation ergonomique du produit

Pour conclure notre atelier, nous avons voulu donner un exemple de scénario d'apprentissage à partir d'un exercice de LiliMini dans la partie Dessins géométriques, le chapitre Perpendiculaires et parallèles.

Mots clés

Logiciel, tutoriel, fermé

---

[i] www.chrysis.com
[ii] http://lilimath.free.fr/lilimini/
[iii] http://www.generation5.fr/

QUELLES MATHÉMATIQUES FAIRE VIVRE À L'ÉCOLE ?
QUELS OUTILS POUR LA FORMATION DES MAÎTRES ? LE CAS DE L'ENSEIGNEMENT DES SOLIDES

Jean-Claude Aubertin, Yves Girmens,
Claude Maurin, Louis Roye
Formateurs en IUFM, membres de la Copirelem

Ce texte présente le compte-rendu d'un atelier proposé par la Copirelem pour associer les participants du colloque à une réflexion que la commission a engagée sur le thème :
« Quelles Mathématiques faire vivre à l'école ? Quels outils pour la formation des maîtres ? ».

L'objectif de l'atelier est, dans un premier temps, de présenter l'amorce de la réflexion de la Copirelem sur ce sujet puis dans un deuxième temps, de recueillir les contributions des participants à propos de l'enseignement des solides à l'école primaire, vue sous l'angle de la problématique de l'atelier.

Contenu de l'article

1- Présentation aux participants des trois orientations dans lesquelles, d'après la Copirelem, s'inscrivent les apprentissages mathématiques : ***La rationalité et le raisonnement, l'apprentissage culturel, l'intégration sociale et l'apprentissage à la citoyenneté.***

L'atelier se propose de commencer à étudier de quelle manière l'apprentissage des mathématiques, à propos des solides, peut contribuer, à la fois de façon spécifique mais aussi universelle, à développer des compétences relevant de ces trois orientations.

2- Description du déroulement de l'atelier

- Identification par les participants des composantes en matière d'apprentissage qui peuvent relever de ces trois orientations.
- Présentation par les animateurs d'un inventaire de ces composantes, élaboré par la Copirelem lors de leur réflexion initiale.
- Réflexion des participants visant à expliciter et spécifier les divers aspects relatifs à ces trois orientations proposés par les animateurs, sur l'enseignement des solides.

3- Présentation des aspects d'apprentissage rattachés aux différentes orientations que les participants ont identifiés lors du travail en groupes.

4- Présentation d'une grille d'analyse détaillant ces aspects, puis mise en commun du travail effectué, par petits groupes, en s'appuyant sur cette grille.

Exploitations possibles

- Affiner les raisons d'être de l'enseignement des mathématiques à l'école pour soi-même, en tant que formateur et dans la perspective d'alimenter un argumentaire utile pour les débats auxquels tout formateur est amené à prendre part.
- Mieux cerner les enjeux de l'enseignement des mathématiques et identifier des situations et des activités d'apprentissage en relation avec ces enjeux.
- Réfléchir à des stratégies, des outils et des situations de formation des maîtres.

Mots clés

Enjeux, sens, finalités de l'enseignement des mathématiques

LIRE ET ECRIRE DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES

Serge Petit
Professeur de Mathématiques, IUFM d'Alsace
Annie Camenisch
Maître de Conférences Lettres, IUFM d'Alsace

Comment favoriser une meilleure compréhension des énoncés de problèmes à partir d'un travail explicite sur la langue en mathématiques ?
Quel travail de lecture et d'écriture mener à partir des énoncés de problèmes ?
Comment articuler le travail en mathématiques avec le travail en langue ?

De l'école primaire au collège, il semble évident que certaines difficultés des élèves en mathématiques sont souvent dues à des problèmes de lecture. Forts de ce constat, nous avons expérimenté une séquence dans une classe de CE2-CM1 (Classe de Mme Carole Brach à Herrlisheim) visant à articuler les mathématiques avec la maîtrise de la langue. La démarche mise en place tient davantage du tâtonnement que de l'expérimentation scientifique, même si elle prend ses fondements théoriques dans la didactique des mathématiques et du français[1].

L'objectif de notre travail, qui prend appui sur les problèmes additifs, est de rendre les élèves capables de mieux lire des énoncés de problèmes, de mieux les comprendre pour mieux les résoudre, une des compétences spécifiques attendues dans la maîtrise de la langue étant de *« lire correctement une consigne d'exercice, un énoncé de problème »* [2] . Une autre compétence majeure attendue en fin de cycle 3 en mathématiques, puisqu'elle l'est déjà en fin de cycle 2, est que les élèves soient capables de résoudre des problèmes additifs à une transformation, *« de déterminer, par addition ou soustraction, le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités »*[3] .

Cet atelier a placé les participants dans des conditions d'analyse, de production et de réflexion à propos d'énoncés de problèmes issus de la démarche expérimentée.

1. ANALYSER DES PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

Dans l'atelier

<u>Objectif</u> : mettre en évidence les difficultés des élèves et émettre des conjectures quant à leurs origines.

La première étape consiste à analyser des productions d'élèves, soit deux séries de problèmes qu'ils ont essayé de résoudre sans autre consigne. Il s'agit de problèmes additifs présentant les mêmes triplets de valeurs numériques.

[1] Voir aussi, pour des documents plus complets dans le Bulletin Vert de l'APMEP n° 456, Janvier-Février 2005

[2] BOEN numéro spécial du 14 février 2002, programmes de l'école.

[3] Ibid.

Atelier A1 : Lire et écrire des énoncés de problèmes

L'intégralité des productions d'élèves a été soumise à la sagacité des participants qui ont été invités à relever les difficultés rencontrées par les élèves et à émettre des hypothèses sur leur origine.

MATH

Prénom : Sandrine .... Classe : CE2-CM1

Première séance / Série A

Résous les problèmes suivants et écris la solution sur cette feuille.

Problème 1 : Avant la récréation, Augustus Gloop avait 17 bâtons de chocolat. Pendant la récréation il joue et perd 5 bâtons. Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?

17 - 5 = 12

Phrase de réponse : 17 - 5 = 12 il lui reste 12 bâton de chocolat

Problème 2 : Lundi soir, la température dans la cour de l'école était de 17 degrés. Pendant la nuit, elle a baissé de 5 degrés. Quelle température fait-il le mardi matin ?

17 - 5 = 12

Phrase de réponse : 17 - 5 = 12 il y a 12 degrés.

Problème 3 : A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

5 + 12 = 17

Phrase de réponse : il y a 17 persones dans le bus

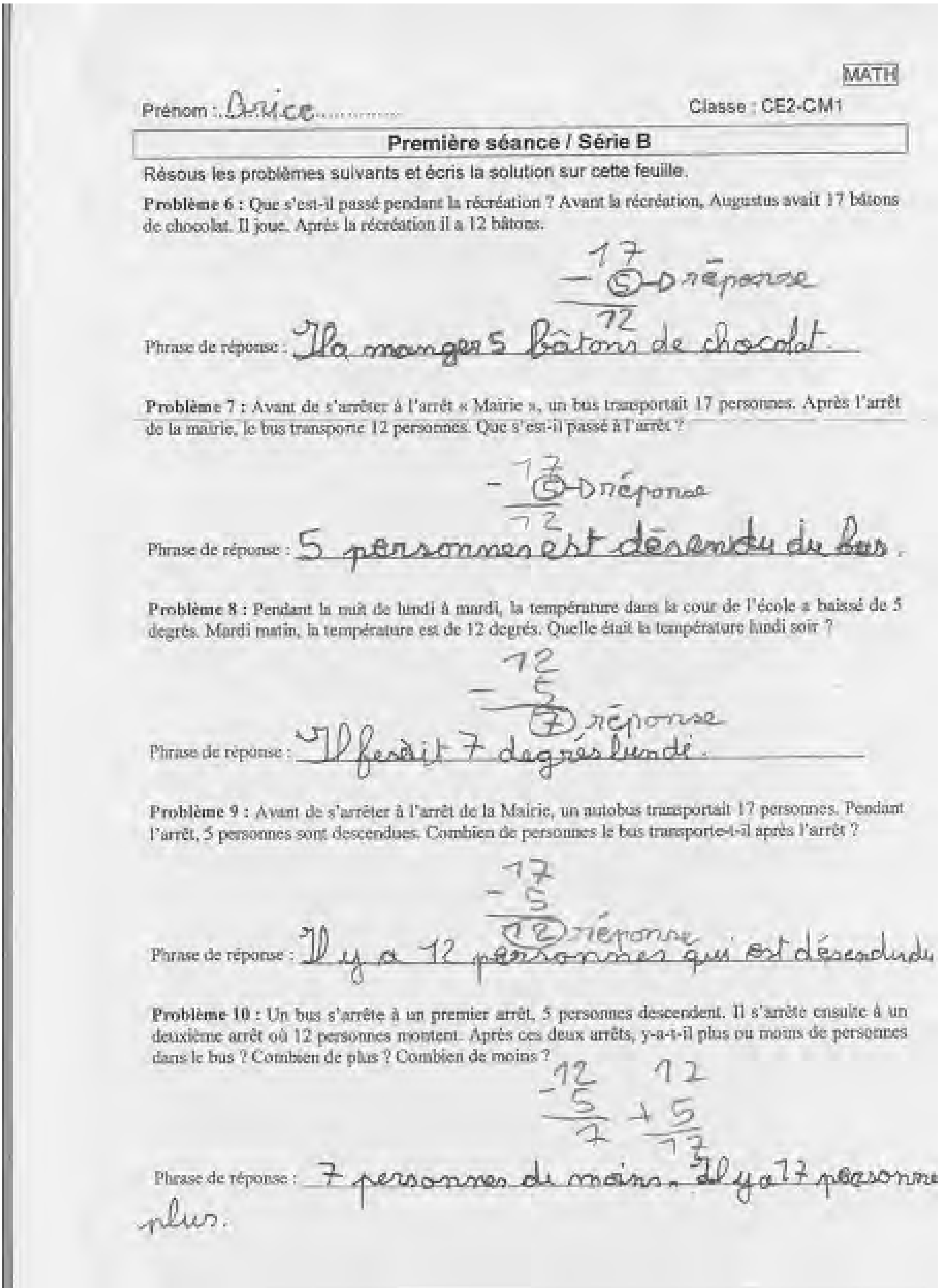
Problème 4 : Lundi soir la température, dans la cour de l'école, était de 17 degrés. Mardi matin, elle est de 12 degrés. Que s'est-il passé pendant la nuit ?

17 - 12 = 5

Phrase de réponse : la temperatiore a baisse de 5 degrés

Problème 5 : Augustus, qui avait inventé un jeu, joue une première partie. Il perd 5 bâtons de chocolat. Il joue ensuite une deuxième partie. Il gagne 12 bâtons. Après ces deux parties, Augustus a-t-il plus ou moins de bâtons qu'avant ces deux parties ? Combien de plus ou combien de moins ?

Phrase de réponse : on ne peux pas savoir. On ne sait pas combien il en a des batons



MATH

Prénom : Brice

Classe : CE2-CM1

Première séance / Série B

Résous les problèmes suivants et écris la solution sur cette feuille.

Problème 6 : Que s'est-il passé pendant la récréation ? Avant la récréation, Augustus avait 17 bâtons de chocolat. Il joue. Après la récréation il a 12 bâtons.

17 − 5 → réponse = 12

Phrase de réponse : Il a manger 5 bâtons de chocolat.

Problème 7 : Avant de s'arrêter à l'arrêt « Mairie », un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

17 − 5 → réponse = 12

Phrase de réponse : 5 personnes est désendu du bus.

Problème 8 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés. Quelle était la température lundi soir ?

12 − 5 = 7 → réponse

Phrase de réponse : Il fesait 7 degrés lundi.

Problème 9 : Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un autobus transportait 17 personnes. Pendant l'arrêt, 5 personnes sont descendues. Combien de personnes le bus transporte-t-il après l'arrêt ?

17 − 5 = 12 → réponse

Phrase de réponse : Il y a 12 personnes qui est désendu.

Problème 10 : Un bus s'arrête à un premier arrêt, 5 personnes descendent. Il s'arrête ensuite à un deuxième arrêt où 12 personnes montent. Après ces deux arrêts, y-a-t-il plus ou moins de personnes dans le bus ? Combien de plus ? Combien de moins ?

12 − 5 = 7   12 + 5 = 17

Phrase de réponse : 7 personnes de moins. Il y a 17 personnes plus.

Photos 1 : Deux exemples de productions d'élèves de chaque série. La classe était partagée en deux groupes chargés de résoudre les cinq problèmes d'une série. Les élèves les plus rapides pouvaient enchaîner sur la

De cette analyse des productions émergent des constats et des hypothèses :

Constats :

- problèmes 5 et 10 massivement échoués[4]
- problème 8 échoué à 50%
- autres problèmes massivement réussis

Hypothèses globales sur l'origine de quelques erreurs :

- différence d'habillage (les températures sont plus difficiles à se représenter)
- structure linguistique plus difficile (compréhension du « ou »)
- double question
- autre type de résolution dans les problèmes 5 et 10 que dans les précédents (problèmes à double transformation)
- ordre de passage des problèmes : « fatigue » de l'élève après la résolution de 4 problèmes
- articulation entre le langage naturel et le langage mathématique
- difficulté due au non respect de la chronologie

Une question a été soulevée d'emblée : comment ces problèmes ont-ils été fabriqués ?

Photo 2 : Analyse de problèmes par les participants à l'atelier A1

Dans la classe

Le but de cette phase de résolution de problèmes était de faire prendre conscience aux élèves que certains problèmes étaient plus difficiles que d'autres, et de leur permettre de trouver pourquoi. Le choix des mêmes valeurs numériques vise à éliminer d'entrée cette première cause, spontanément évoquée par les élèves.

[4] Il s'agit de problèmes à deux transformations, sans que l'état initial ne soit connu ; la question portant sur la comparaison de l'état initial et de l'état final.

Analyse : prendre conscience du rôle de la langue

L'échec en mathématiques ne provient vraisemblablement pas des mathématiques seules (que sont-elles seules ?), mais de la compréhension des énoncés, de la représentation que l'élève peut ou non se forger de la situation à la lecture d'un énoncé.

Or, les programmes insistent sur la nécessaire prise en compte de « la maîtrise du langage »[5] notamment dans le cadre des disciplines :

« La maîtrise du langage et de la langue française constitue l'objectif majeur du programme de l'école élémentaire. Elle donne lieu à des contenus spécifiques. Mais elle se construit aussi dans la transversalité de l'ensemble des apprentissages. »[6]

Cela impose, tant pour les élèves que pour les enseignants :

- d'analyser des productions d'élèves afin de savoir d'où on part, de mieux repérer les difficultés rencontrées par les élèves, tant en lecture et compréhension d'un énoncé, que du point de vue des mathématiques sous-jacentes.
- d'analyser les textes des énoncés pour ce qu'ils sont (des textes d'un type bien particulier), afin de les étudier en tant que textes et de repérer les difficultés éventuelles inhérentes à la langue.

2. CLASSER SELON PLUSIEURS CRITÈRES

Dans l'atelier

Objectif : faire émerger différents classements possibles en montrant que certains d'entre eux peuvent produire des axes de travail intéressants, susceptibles de modifier les performances des élèves en compréhension des énoncés et donc en résolution de problèmes.

Cette deuxième étape a consisté à classer les énoncés de trois manières différentes pour chacun des groupes, en précisant dans chaque cas le critère de classement (excluant explicitement la classification des problèmes additifs selon Gérard Vergnaud[7]) et en proposant des pistes pédagogiques.

Un certain nombre de « critères » ont ainsi été collectés :

- temporalité : ordre des faits différents de l'ordre chronologique
- congruence : ordre de résolution, mots inducteurs d'opération (a baissé, augmente)
- place de la question
- chronologie : marqueurs temporels
- situations : chocolats, température, transport
- structure du récit
- longueur du scénario
- question induisant une opération ou un choix à faire
- nombre de questions
- nature de la question (ouverte ou fermée)
- opération à réaliser (addition, soustraction)

[5] Il n'est donc pas mathématiques à proprement dit.
[6] Ibid.
[7] En effet, elle apparaît « spontanément » dans tous les groupes.

- nombres identiques utilisés

Ces relevés ont permis de tracer en pointillés quelques pistes de travail exploitée par la suite.

Dans la classe

Les élèves ont retenus trois classements, par ordre préférentiel :

- situation
- résolution par addition ou par soustraction
- résultat final

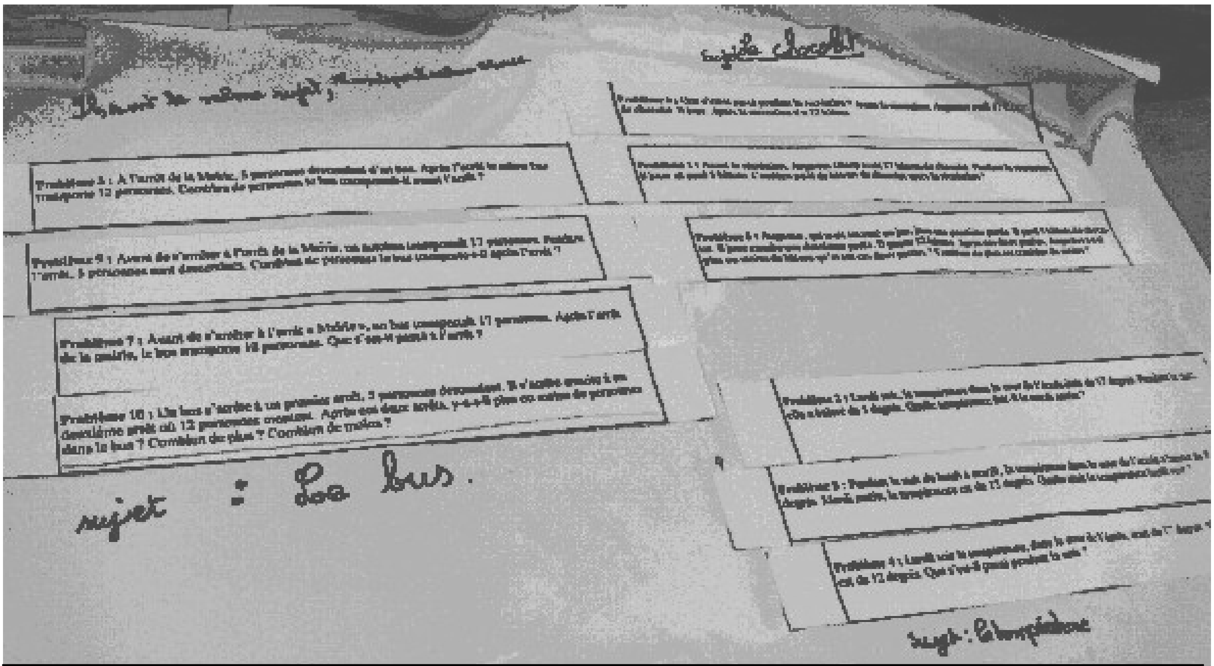


Photo 3 : Les élèves classent volontiers les énoncés par « situation », racontant des histoires de bus, de température ou de chocolat…

Analyse : faire émerger la notion d'histoire

L'activité de classement contraint les élèves à mieux observer les énoncés de problème et donc à mieux les lire. Ce travail est conseillé par les instruction officielles : *« quelques techniques d'exploration du langage doivent être régulièrement utilisées : classer (des textes, des phrases, des mots, des graphies) en justifiant les classements réalisés par des indices précis »*[8].

Cependant, cette activité n'a pas fait apparaître un classement important, celui par « histoire ». Ce classement, qui repose sur la représentation de la situation évoquée par l'énoncé, est essentiel pour la résolution car il rétablit la chronologie événementielle.

Afin de la faire émerger, il est nécessaire de passer par un détour qui consiste, à partir de quelques énoncés choisis, à produire puis à comparer des textes sous contraintes : ordre chronologique, présence de toutes les données contenues dans l'énoncé (incluant la réponse à la question posée). Cette production de textes impose de *« manipuler des unités linguistiques (mots, phrases, textes), c'est-à-dire [de] savoir*

[8] BOEN spécial du 14 février 2002

effectuer certaines opérations de déplacement, remplacement, expansion, réduction d'où apparaîtront des ressemblances et différences entre les objets étudiés. »[9].

Dans la classe

Cet « exercice de style »[10] conduit à des histoires utilisant un scénario identique dont seuls les détails inventés et la mise en mots diffèrent. Une fois dépouillés des informations supplémentaires ajoutées par les élèves, les différents textes ainsi comparés montrent à l'évidence que plusieurs énoncés sont sous-tendus par la même histoire. Ce sont des manipulations sur la langue qui font jaillir cette « évidence ».

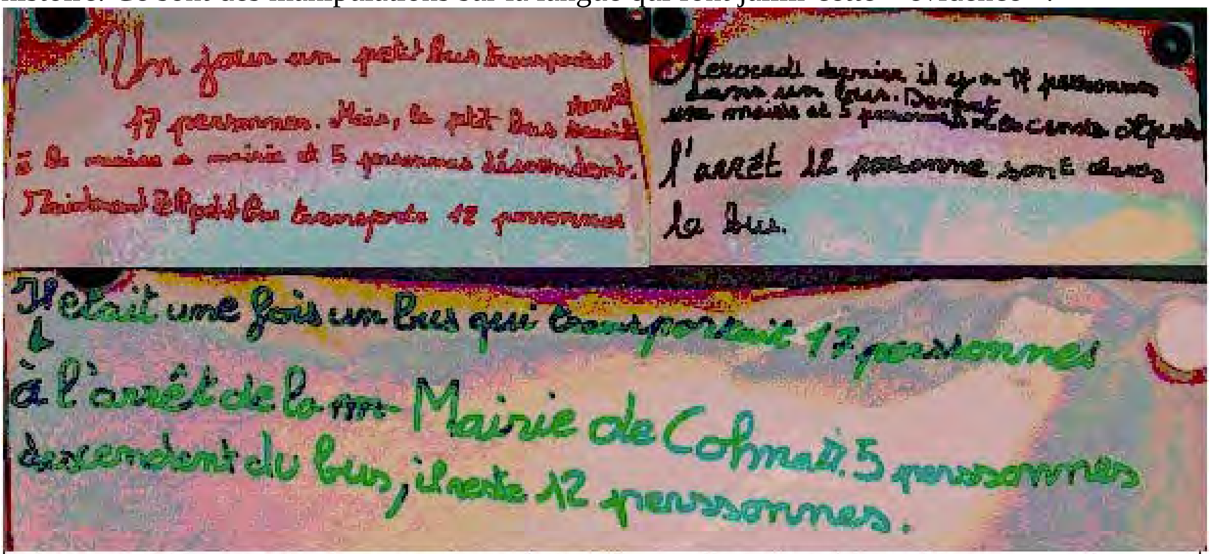


Photo 4 : Trois histoires de bus, issues de trois problèmes différents… Il est désormais impossible de retrouver le problème d'origine…

La conclusion qui s'impose montre qu'à partir d'une même histoire il est possible d'élaborer plusieurs énoncés de problèmes et ce constat conduit tout naturellement à l'analyse de la manière dont les énoncés sont produits.

3. FABRIQUER DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES

Dans l'atelier

<u>Objectif</u> : expliciter la démarche mettant en évidence la fabrication d'énoncés de problèmes et faire fabriquer les énoncés de problèmes relatifs à une histoire.

Notre pari au niveau de l'école pourrait s'appuyer sur cette citation de GUILLEVIC[11] :

Tu sais qu'en écrivant
Tu vas apprendre

Le passage par l'écriture d'énoncés de problèmes peut contribuer à améliorer la lecture et la résolution de problèmes de même nature.

---

[9] ibid.

[10] Les histoires d'autobus ont bien inspiré les *Exercices de style* de Raymond Queneau (Edition illustrée chez Gallimard Jeunesse, 2002). Rien n'empêche de faire de cette activité un atelier d'écriture à visée d'abord ludique, avant d'en venir à une exploitation plus utilitaire.

[11] *Art Poétique*, *Poésie* / Gallimard, 1989.

Le domaine qui a été choisi, celui des problèmes additifs à une seule transformation, permet d'écrire des histoires « simples », simples parce qu'elles ne mettent en jeu que trois périodes :

- une période initiale, celle précédant une transformation ou « avant »,
- la période de la transformation ou « pendant »,
- la période finale, celle suivant la transformation ou « après »,

et qu'elles sont dépouillées de toutes données et informations inutiles (ou presque). Ces « histoires » peuvent donc s'écrire dans un court récit chronologique composé de trois phrases « simples ».

Mais la simplicité des phrases et des histoires ne doit pas dissimuler la complexité de la tâche qui consiste à écrire un texte aussi particulier que l'énoncé de problème. En effet, le problème qui se pose alors est de savoir comment, à partir d'une histoire, fabriquer un tel énoncé.

Dans la classe

Le travail précédent qui a consisté à mettre en évidence l'histoire sous-jacente aux trois énoncés a permis de retenir les règles suivantes, formulées par les élèves.

Pour fabriquer un énoncé de problème du type traité :

- On invente une histoire.
- On change l'ordre du temps.
- On connaît la réponse et on efface une des données, c'est là qu'on met la question.
- On peut alors rédiger la question.
- On vérifie que les phrases sont bien écrites, c'est-à-dire en bon français.

La procédure a été formalisée et rendue plus explicite par l'utilisation d'affiches de couleurs. Chaque phrase (correspondant à une période) est copiée sur une affiche de couleur : bleu pour « avant », blanc pour « pendant », rouge pour « après ».

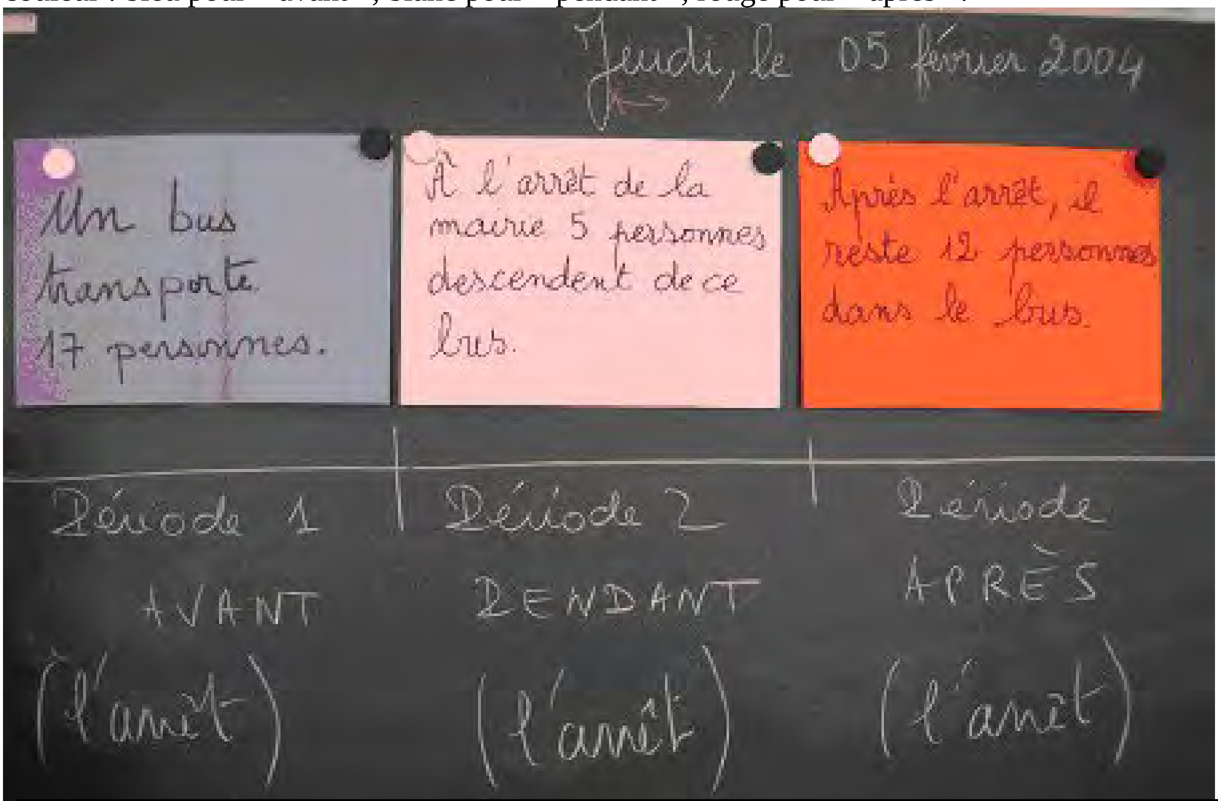


Photo 5 : Le jeu des couleurs ou « drapeau » (bleu, blanc, rouge) permet de mettre en évidence les différentes périodes.

Il suffit à présent de permuter les affiches pour visualiser la modification de la chronologie, de cacher une des données et d'ajouter un point d'interrogation.

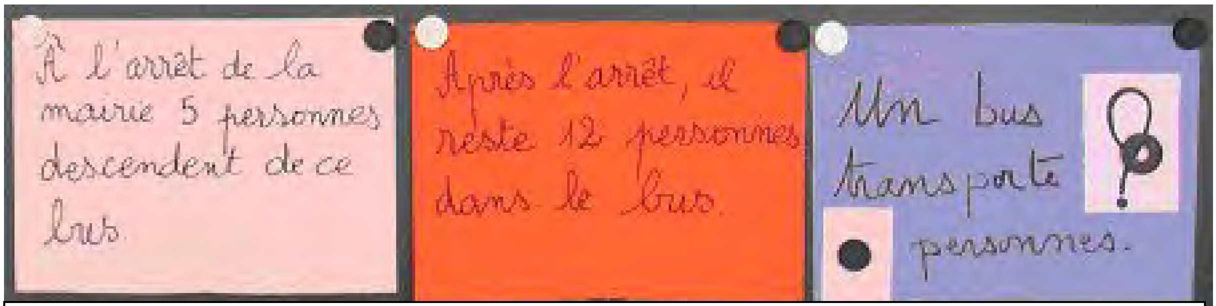


Photo 6 : Le jeu des couleurs ou « drapeau » (blanc, rouge, bleu) facilite le repérage de la chronologie.

A chaque histoire correspondent six énoncés dans lesquels la question porte sur la dernière période exprimée ; dix-huit si la place de la question varie.

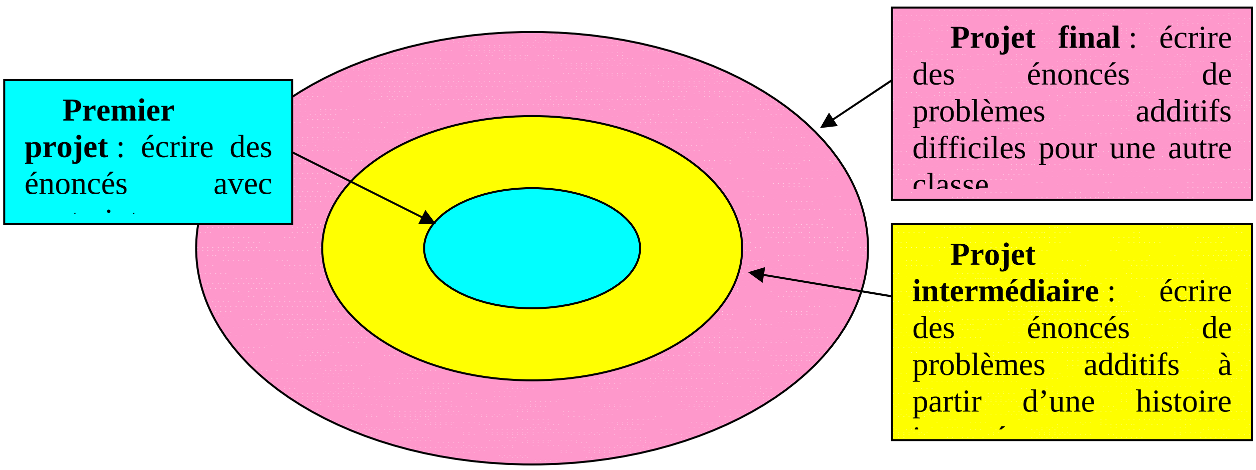
Cette manipulation met en évidence les modifications nécessaires pour rétablir la cohérence textuelle : changements de déterminants, de substituts, de marqueurs temporels (« petits mots », temps des verbes), transformation d'une phrase déclarative en phrase interrogative. Il s'agit alors d'un travail d'écriture nécessitant des apprentissages très précis ou des réinvestissements dans le domaine de la maîtrise de la langue.

4. DÉVELOPPER LA MAÎTRISE DE LA LANGUE

Dans l'atelier

Objectif : Expliciter la démarche du projet d'écriture et proposer une articulation avec le travail en mathématiques.

Produire les énoncés correspondant aux contraintes d'ordre (de « drapeaux ») et de position de la question oblige l'élève à un travail sur la langue. Le travail de production d'énoncés de problèmes va donc tout naturellement s'inscrire dans un projet d'écriture, et même dans plusieurs projets gigognes (rédiger des énoncés avec la contrainte d'une histoire et d'un drapeau, rédiger des problèmes additifs à partir d'une histoire inventée, rédiger des énoncés difficiles pour une autre classe).



Chaque projet d'écriture suit une démarche qui passe par les étapes suivantes :

- écriture d'un premier jet (différentes productions se sont succédées avec des sujets différents, d'abord collectivement, puis par groupes, enfin individuellement)
- confrontation des écrits produits, avec tentative de résolution des problèmes inventés et première évaluation par les élèves eux-mêmes (repérer ce qui ne va pas, si la contrainte a été respectée…)
- analyse collective et individuelle des dysfonctionnements dans les productions,
- établissement à partir des analyses collectives d'une grille de « vérification » qui devient grille de relecture, puis d'évaluation (il est essentiel que cette grille, modulable, ait été réalisée avec les élèves)
- remédiation différenciée pour les élèves qui ne parviennent pas à réviser leur écrit
- lecture d'énoncés de problèmes du même type afin d'en tirer les caractéristiques
- activité décrochée d'observation réfléchie de la langue par exemple sur la syntaxe de la phrase interrogative en mathématiques (différentes formulations possibles des questions, en utilisant « combien » ou « quel »…)
- écritures et réécritures à l'aide de la grille de relecture intégrant explicitement les apprentissages réalisés en observation réfléchie de la langue

Contrairement au projet d'écriture littéraire où les phases de réécriture consistent à modifier afin de l'améliorer un seul écrit, le projet d'écriture autour des énoncés de problèmes additifs se déroule sur plusieurs énoncés avec des habillages différents, intégrant les apprentissages réalisés dans les précédents, notamment au niveau des structures.

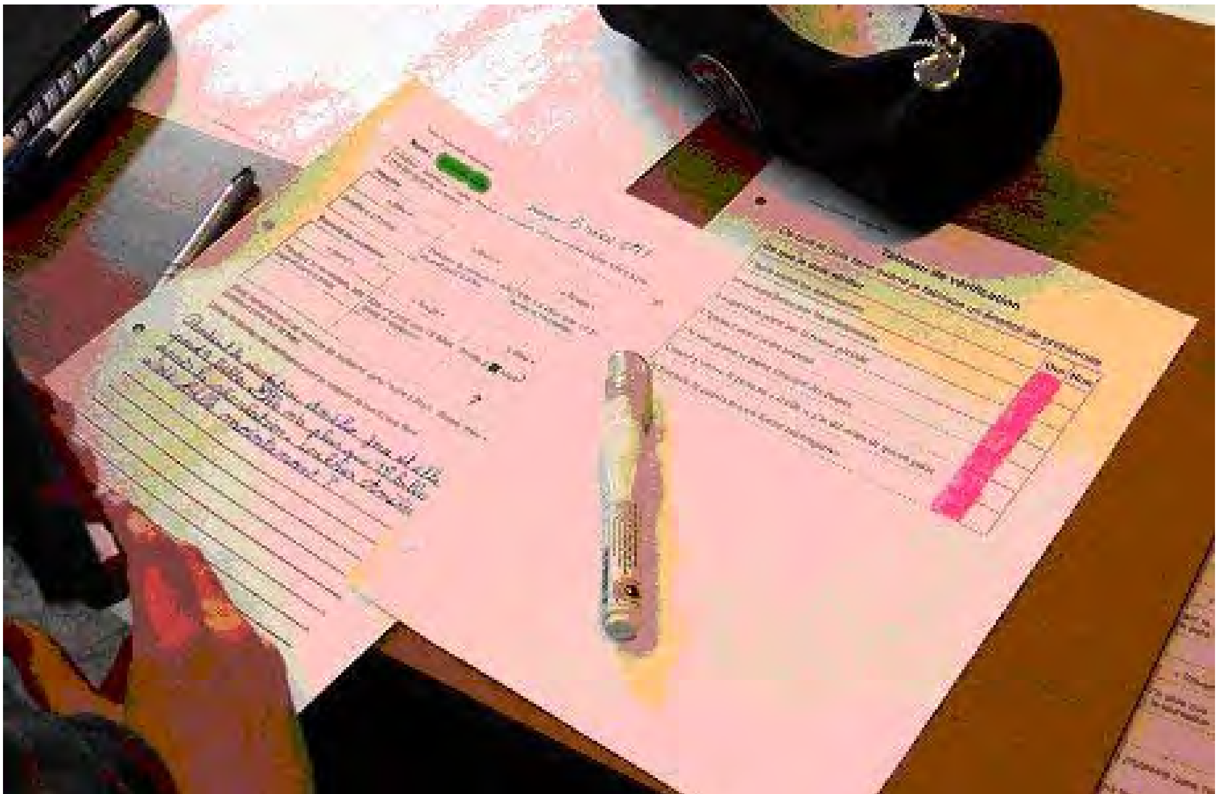


Photo 7 : Production d'élève et tableau de « vérification » des erreurs.

Renvois aux textes officiels

Un travail explicite sur la lecture et l'écriture prend sa place en mathématiques comme le stipulent les programmes du cycle 3 : « *l'enseignement de la lecture et celui de l'écriture sont d'abord, au cycle 3, rattachés aux grands domaines disciplinaires définis par le programme. On lit, on écrit de la littérature, de l'histoire, de la géographie, des sciences, etc*. »

Une partie des activités sur la langue s'inscrit directement dans les périodes réservées aux mathématiques (la rédaction de l'histoire sous-jacente à un problème, la comparaison des textes, quelques ajustements rapides grammaticaux ou orthographiques…) comme le précisent encore les programmes : « *Un temps significatif de chacun d'entre eux [champs disciplinaires] devra être consacré à l'apprentissage du parler, du lire et de l'écrire dans le contexte précis des savoirs et des types d'écrits qui le caractérisent*. »[12]

Une autre partie des apprentissages sera réalisée sous forme d'activités dites « décrochées », par exemple en observation réfléchie de la langue française. Le cas de la formulation des questions, aspect fondamental en mathématiques, puisqu'il permet de mieux cerner l'objet de la question, a été traité de cette manière. L'essentiel est cependant de réinvestir explicitement les apprentissages ainsi réalisés sur la langue dans les projets d'écriture : *« Les connaissances acquises dans les séquences consacrées à la grammaire sont essentiellement réinvesties dans les projets d'écriture (quel que soit l'enseignement concerné). […] La familiarisation acquise avec les structures de la langue permet aussi de résoudre certains problèmes de compréhension face à des textes plus complexes. »*[13]

EN GUISE DE CONCLUSION TRÈS PROVISOIRE

L'atelier a suscité bien des questions et ouvert de nouvelles perspectives de travail. Ainsi, de nombreux participants se demandaient jusqu'où le travail d'écriture permettait de répondre à la fois aux problèmes d'ordre mathématique et à ceux liés à la maîtrise de la langue, c'est-à-dire si le travail sur la langue favorisait une meilleure résolution des problèmes de mathématiques, quels qu'ils soient, et si la démarche d'observation était transférable à des problèmes autres que les problèmes additifs.

[12] BOEN spécial du 14 février 2002
[13] ibid. p 64

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN CM2 : VARIATIONS AUTOUR D'UNE SÉQUENCE ERMEL

Thierry Bautier, Ghislaine Gueudet, Hélène Hili, Erik Kermorvant, Typhaine Le Méhauté, Gabriel Le Poche et Mireille Sicard.
IUFM de Bretagne

Résumé :
A partir d'une critique d'une séquence d'ERMEL, réflexions sur les aides à apporter, sur la pertinence des schémas, du recours à du matériel, le passage à l'écriture, sur la différenciation et sur l'utilisation d'un logiciel adapté.

INTRODUCTION

L'origine de cet atelier est un travail mené dans le cadre du séminaire de didactique des mathématiques de l'IUFM de Bretagne. Aussi il nous semble intéressant de présenter brièvement le principe de ce séminaire[1]. Celui-ci, qui est ouvert à tous, comporte une séance mensuelle d'une durée de trois heures. Certaines séances sont consacrées à des présentations de recherches par des intervenants extérieurs, et les autres à un travail en commun des participants (qui sont pour la plupart des formateurs en mathématiques).

Lors de l'atelier organisé à Foix, nous avons proposé aux participants de reprendre la démarche qui a été la nôtre dans la partie « groupe de travail » du séminaire au cours de l'année 2003-2004.

Notre questionnement s'inscrit dans le thème de l'aide à la résolution de problèmes. De nombreux travaux, parmi lesquels nous retenons plus particulièrement (Julo, 1995, 2001), (Coppé et Houdement, 2002) ont permis d'avancer dans la réflexion sur ces aides. Ils ont suggéré une classification des aides, et mis en évidence la complexité de la question. Pour un problème ou un type de problèmes donné, quels éléments vont pouvoir constituer une aide, et pour quels élèves ? Comment l'enseignant pourra-t-il intervenir auprès d'un élève bloqué sur un problème, et que pourront faire les autres élèves pendant ce temps ? Voilà le type de questions que nous avons proposé aux participants de l'atelier.

[1] Ce séminaire qui se déroule depuis septembre 2002 a été initié par Gérard Sensevy, Gérard Perrot et Ghislaine Gueudet. Sa mise en place a été activement soutenue par la direction de l'IUFM de Bretagne, dans le cadre d'une formation de formateurs centrée sur la recherche. Il est désormais intégré à la deuxième année d'un mastère recherche.

I. POINT DE DÉPART : DES QUESTIONS SUSCITÉES PAR UNE SÉQUENCE ERMEL

Notre point de départ était la séquence ERMEL CM2 intitulée « le mobilier de l'école » (voir en **annexe 1** l'extrait de manuel correspondant). Cette séquence débute par la résolution du problème suivant :

Le mobilier de l'école
Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école. Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises. Le second contient 25 tables. Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires. Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?

Ce problème présente de manière évidente plusieurs difficultés pour les élèves. Ceux-ci doivent tout d'abord bien comprendre l'énoncé, et notamment le fait que chacun des trois chargements pèse 300 kg. Ils doivent ensuite réaliser qu'il est préférable de commencer par fle deuxième chargement, qui permet de déterminer le poids d'une table (cette démarche n'est pas absolument indispensable : il est possible de procéder par essais et erreurs, mais ici les valeurs numériques rendent improbable la réussite d'une telle procédure). Les élèves peuvent ensuite se heurter à des difficultés de calcul. Lorsqu'ils ont trouvé le poids d'une table, ils doivent alors d'une part comprendre qu'ils peuvent réinvestir cette information dans chacun des deux autres chargements ; et d'autre part choisir le premier chargement, qui leur permet de déterminer le poids d'une chaise. Peu d'élèves de CM2 réussissent d'emblée ce problème, et la séquence décrite par ERMEL prévoit donc diverses modalités d'aide à l'intention des autres élèves. Ceci nous a conduits à proposer aux participants les consignes suivantes, pour le début de l'atelier :

- Repérer les aides prévues par ERMEL ;
- Faire l'analyse critique d'au moins une de ces aides ;
- En proposer d'autres (le temps de l'atelier n'a pas permis aux participants de travailler sur cet aspect).

Voici une rapide synthèse des aides relevées par les participants et de leurs commentaires.

- *Lors la présentation du problème, le maître précise que les poids des objets sont les mêmes dans les différents chargements. D'une part, cette précision pourrait être apportée par les élèves eux-mêmes. D'autre part, ne risque-t-elle pas de « tuer » certaines procédures, comme celle par essais et erreurs ?*
- *A la fin de la présentation du problème, le maître précise : « quand vous faites un calcul, vous expliquez à quoi il correspond ». On peut se demander ici s'il s'agit plutôt d'une aide méthodologique ou d'une nouvelle exigence, qui peut engendrer des difficultés pour certains.*
- *Lors de la reprise collective qui suit une courte recherche individuelle du problème, les « bon élèves » doivent montrer aux « mauvais élèves » ce que l'on doit chercher en premier, pour obtenir une solution partielle. Ainsi ce ne sont pas les élèves eux-mêmes qui amènent la question de ce que l'on doit chercher en premier, ce que l'on peut regretter. De plus cette modalité de traitement des réponses erronées : exposition par les élèves qui ont mal commencé de leur démarche, qui sera corrigée par ceux qui ont bien commencé, pose problème.*
- *A la fin du temps de reprise collective, on doit écrire au tableau : « on cherche le poids d'une table en utilisant l'information 25 tables pèsent 300 kg ». Il s'agit en fait d'une nouvelle consigne, à laquelle l'élève est obligé de répondre. Est-ce que*

cette consigne peut aider les élèves à réinvestir cette démarche dans la suite du problème ?

- *Après l'étape de reprise collective, les élèves qui n'avaient pas bien commencé doivent travailler en groupe de deux, et se mettre d'accord. On peut se demander si cette modalité de travail peut réellement amener à un déblocage.*
- *ERMEL suggère de fournir des schémas à certains élèves. Mais la nature de ces schémas n'est pas précisée, elle doit être décidée par le maître. Est-ce qu'un tel schéma apporté extérieurement et non produit par l'élève est réellement susceptible de débloquer la situation ? Cependant cette aide semble potentiellement intéressante à certains participants, qui suggèrent plus généralement de travailler sur des représentations du problème.*

Notre propre étude des aides proposées par ERMEL nous avait conduits à des constats proches de certains de ceux mentionnés ci-dessus. Nous avons ainsi étudié en particulier la question de l'emploi de schémas (présentée ici en partie II), celle du recours à du matériel (partie III), et du passage à l'écriture (partie IV). D'autre part, nous avons souhaité examiner d'autres modalités d'aides conduisant à des variations de la séquence ERMEL. Nous avons retenu ici le recours à du matériel, la mise en place de scénarios permettant un travail en autonomie d'une partie des élèves (partie V), l'un de ces scénarios reposant sur l'emploi d'un logiciel spécifiquement conçu pour cette séquence (partie VI). Lors de l'atelier, les participants se sont répartis en sous-groupes qui se sont chacun penché sur l'un de ces aspects. En plus des brefs résumés de ces sous-ateliers qui vont suivre, le lecteur intéressé pourra trouver sur le CD-Rom des versions longues des présentations de chaque sous-atelier.

II. SCHÉMATISATIONS ET RÉSOLUTION DE PROBLÈMES.

Dans l'activité « le mobilier de l'école » une aide sous forme de schéma est évoquée, ainsi il est écrit à la page 88 (ERMEL CM2) :

« *une aide sous forme de schéma représentant les différents chargements (répétition de 300 kg pour chaque chargement) permet de « débloquer » certains élèves* ».

Il n'y a pas de précision sur le schéma que l'enseignant peut employer. De plus, l'utilité d'un tel schéma renvoie à la question générale du rôle des schémas dans la résolution de problèmes. Il est bien connu que cette question est problématique (voir par exemple Julo (1995), Pfaff (2003)).

Nous avons voulu contribuer à l'étude de cette question en considérant deux cas :

- Le schéma est fourni
- Le schéma doit être produit par l'élève

II.1 Influence du schéma lorsqu'il est fourni dans l'énoncé du problème

Une première question pouvait être posée :

Quel schéma peut-on fournir aux élèves lors de la résolution du problème « le mobilier de l'école » ?

Avec les participants de l'atelier, il nous est apparu que dans le cas présent, il était réellement délicat de trouver un schéma aidant à la représentation et la résolution de ce problème.

Dans une des classes qui ont expérimenté la situation « mobilier de l'école », l'enseignant a fourni aux élèves en difficulté un schéma, donné en **annexe 2**.

Les élèves qui n'avaient pas réussi à commencer la résolution du problème n'ont pas nettement progressé avec ce schéma sous les yeux ; ces élèves ne sont pas allés au-delà du poids d'une table, ce qui correspond au calcul de la première valeur à déterminer.

Ceci pose la question de l'efficacité d'un schéma fourni aux élèves, du moins pour ce problème.

Nous avons poursuivi l'étude de l'influence d'un schéma fourni en utilisant un problème de type « deux équations à deux inconnues » pour lequel on peut penser que le dessin peut être une aide. Nous avons mené cette expérimentation avec dix classes de CM1 et de CM2 (soit 244 élèves en tout).

Le problème de départ était le suivant :

Enoncé A

Caramels et sucettes

Deux camarades Stéphanie et Emilie vont à la boulangerie.
Stéphanie achète 3 caramels et 1 sucette.
Stéphanie paie 65 centimes.
Sa camarade Emilie achète 2 caramels et 1 sucette.
Emilie paie 55 centimes.
Quel est le prix d'un caramel ? Quel est le prix d'une sucette ?

Dans chaque classe, la moitié des élèves avait l'énoncé tel quel (énoncé A), et l'autre moitié un énoncé comportant en plus des dessins (énoncé B, voir **annexe 3**).

Il est à noter que chez les élèves qui n'ont pas eu de dessin fourni dans l'énoncé du problème, pratiquement aucun n'a eu recours à la représentation imagée spontanée.

Si l'on analyse ce problème du point de vue mathématique, on s'aperçoit que les élèves ont à utiliser la soustraction dans un cadre peu habituel pour eux. On peut faire l'hypothèse que le fait de visualiser les confiseries à acheter aura un effet positif sur la résolution du problème ; au moins pour calculer le prix d'un caramel. Voici les résultats obtenus pour ce problème ; nous avions demandé aux enseignants des classes de répartir leurs élèves en « bons », « moyens », « en difficulté », en ce qui concerne les mathématiques.

Pourcentages de réussite au problème « caramels et sucettes »

	Bons élèves	Elèves moyens	Elèves en difficulté
Avec dessin	72,5%	40,4%	24,1%
Sans dessin	69%	41,1%	24%

Les résultats montrent que la présence d'un dessin dans l'énoncé du problème proposé n'a pas d'influence sur la réussite des élèves lors de sa résolution. En particulier, le fait de fournir un dessin aux élèves en difficulté n'est pas une aide pour ceux-ci (ce que montre un test de χ^2 appliqué au tableau ci-dessus).

II.2 La schématisation par les élèves pour mieux appréhender un problème :

Une deuxième question se pose :

Comment introduire le schéma dans les productions des élèves, quel rôle aura ce schéma ?

Avec les participants de l'atelier, nous avons classé les schémas en plusieurs types :

- *schéma spontané*
- *schéma imposé par la consigne*
- *schéma donné dans le texte de l'énoncé*

Et on peut ensuite s'interroger sur le rôle de ce schéma

- *schéma qui aide à la représentation*
- *schéma qui aide à la résolution*
- *schéma qui illustre la solution*
- *schéma qui n'est d'aucune utilité*

Notre idée de départ a été la suivante : soumettre aux 26 élèves d'une classe de CM2 un problème de trois équations à trois inconnues sans les inciter à schématiser quoi que ce soit, évaluer leurs productions, puis, leur soumettre le même problème deux mois plus tard en les obligeant à « faire un dessin ».

Aucun travail spécifique sur la résolution de ce type de problème n'a été fait auparavant par l'enseignant de cette classe. Les élèves de la classe choisie pour cette expérimentation n'étaient pas non plus habitués à résoudre des problèmes à l'aide de schéma. L'objectif était d'essayer de mesurer l'impact d'un dessin produit par l'élève lui-même sur sa résolution.

Cette façon de procéder peut être critiquée car l'énoncé du problème est inchangé entre les deux expérimentations ; on peut penser que certains élèves qui avaient réussi à résoudre le problème lors de la première expérience se souviendront des résultats numériques lors de la deuxième résolution. Cela n'est pas en soi un problème puisque notre but est d'évaluer l'effet d'une schématisation sur les élèves les plus en difficulté. Le problème choisi est le suivant :

Le matériel de géométrie
On a acheté du matériel de géométrie pour une classe : des carrés, des triangles et des disques. 2 carrés et 3 disques coûtent 70 centimes d'euro. 6 carrés coûtent 30 centimes d'euro. 3 carrés, 2 disques et 4 triangles coûtent 95 centimes d'euro. Combien coûte un carré, un disque, un triangle ?

Ce problème a été donné une première fois tel quel, la consigne étant alors simplement de le résoudre.

On peut noter que seuls deux élèves ont spontanément produit un schéma : l'un pour obtenir le prix d'un triangle, l'autre pour illustrer son résultat.

Pour ce qui est de la deuxième expérimentation, nous avons donc repris le même problème. Nous l'avons aussi complété par deux nouveaux problèmes, dont l'analyse figure dans la version longue du compte rendu de cet atelier.

Les élèves avaient pour consigne de résoudre les problèmes dans l'ordre qu'ils voulaient, mais dans tous les cas ils devaient effectuer un dessin ou un schéma.

Les niveaux de réussite sont codés ainsi :

0	Rien
0,25	Choix de la première information pertinente
1	Première donnée numérique juste
1,25	Choix de l'information pertinente suivante
1,75	Réinvestissement de la donnée numérique déjà trouvée
2	Deux données numériques justes
2,75	Réinvestissement des deux données numériques trouvées
3	Toutes les données numériques sont trouvées

Nous donnons dans le tableau ci-dessous les effectifs d’élèves ayant atteint les différents niveaux, toujours en tenant compte de leur niveau en mathématiques estimé par l’enseignante, et en comparant la première expérimentation, a priori sans dessin, et la seconde.

Niveau atteint Epx1/exp2	Bons élèves	Elèves moyens	Elèves en difficulté	Total
0	0/0	1/0	4/4	5/4
1	2/0	2/1	0/0	4/1
1,25	0/0	0/0	1/0	1/0
1,75	0/0	1/0	0/0	1/0
2	0/1	1/0	0/1	1/1
2,75	1/0	3/0	0/0	4/0
3	6/8	3/10	1/1	10/19

Niveau « bons élèves » :

- pour les 6 élèves qui avaient déjà résolu le problème, le schéma est une réponse à la consigne, il ne représente pas toujours la situation et le problème semble avoir été reconnu et résolu de mémoire.
- pour les 3 autres élèves, le schéma a toujours représenté la situation, et il a permis des progrès dans la résolution.

Niveau « élèves moyens » :

- pour les 3 élèves qui avaient déjà résolu le problème, le schéma est une réponse à la consigne, il ne représente pas toujours la situation et le problème semble avoir été reconnu et résolu de mémoire.
- pour les 6 élèves qui ont résolu le problème seulement à la deuxième expérimentation, il est clair que le schéma a été une aide.
- pour le dernier élève, à la deuxième expérimentation une erreur de calcul sur le montant du disque n’a pas permis de déterminer les trois valeurs demandées mais le schéma a été une aide, a permis d'organiser les calculs correctement jusqu'à la troisième valeur comprise.

Niveau « élèves en difficulté » :

- pour les 4 élèves qui n'avaient pas démarré lors de la première expérimentation, le schéma n'a pas aidé à la résolution. Ces élèves n'ont pas su représenter la situation.
- pour 2 autres élèves, le problème a été bien résolu et le schéma a été une aide.
- un dernier élève de ce niveau avait résolu le problème lors de la première expérimentation. Son schéma représente bien la situation, mais le problème semble avoir été reconnu, résolu de mémoire et il y a eu une erreur dans une des valeurs.

Il est aussi à remarquer que 5 élèves, tous niveaux confondus, produisent un schéma qui fait apparaître les informations dans l'ordre où elles vont être utilisées.

II.3 Conclusion sur l'emploi de schémas

Le fait de demander aux élèves de produire un schéma ne semble pas avoir un effet bénéfique sur la résolution des problèmes présentés ici. En particulier, pour les élèves en difficulté, les productions font apparaître la difficulté à représenter de manière efficace un problème.

Un travail de longue haleine sur la réalisation de schémas, sur leur utilisation pour la résolution du problème doit être entrepris auprès des élèves dès le cycle 2 ; ce travail nécessaire a été également mis en avant par les collègues participant à l'atelier. De plus, l'idée de partir des productions des enfants (dessins, schémas etc.) de les analyser collectivement en classe afin de mettre en évidence les éléments pertinents et utilisables pour la résolution d'un problème a été unanimement retenue.

III. LE RECOURS À DU MATÉRIEL

Pour le problème « le mobilier de l'école » sous sa forme initiale, il semblerait difficile d'avoir recours à du matériel. C'est en revanche plus naturel pour des problèmes de structure analogue (c'est à dire qui peuvent se formaliser mathématiquement comme des systèmes linéaires à deux ou trois inconnues et deux ou trois équations) qui concernent des prix de bonbons, ou de matériel de géométrie, avec des valeurs numériques plus faibles.
Dans le cas de ces problèmes, nous faisons l'hypothèse que l'emploi de matériel peut aider les élèves, et même leur permettre de résoudre des problèmes non triangulaires. On peut penser a priori en particulier que l'emploi de matériel favorisera le développement de « procédures personnelles », selon la terminologie employée dans les programmes de 2002.

Nous avons travaillé dans deux classes afin de tester cette hypothèse, en distinguant le cas où le matériel peut être manipulé par les élèves, et le cas où le matériel est simplement montré.

III.1 LES ÉLÈVES, L'ENSEIGNANT, ET LA MANIPULATION.

Nous avons travaillé dans une classe de CM1-CM2 au mois de décembre. Trois séances ont eu lieu. Elles comportaient un temps de recherche en groupe de trois élèves. Dans tous les cas, on a fourni du matériel aux élèves. En fin de séance avait lieu une mise en commun qui se terminait par une correction au tableau. Quatre problèmes en tout ont été étudiés par les élèves. Il y a eu ensuite une évaluation individuelle, 5 mois plus tard.
Pour l'atelier, nous avions soumis aux participants un extrait de transcript dans lequel les élèves travaillaient sur le problème suivant :

Les bonbons
Je suis allé acheter des bonbons à la boulangerie, et je voudrais que vous me disiez combien coûte un bonbon. J'ai acheté des caramels, des frites, et des sucettes. Dans ce sachet il y a 3 sucettes, 3 frites et 3 caramels. Il coûte 1 euro et 5 centimes. Dans ce sachet il y a 3 sucettes. Il coûte 60 centimes. Dans ce sachet il y a 2 sucettes, 9 frites et 2 caramels. Il coûte 1 euro et 5 centimes.

Chaque groupe de trois élèves dispose de trois vrais sachets de bonbons, avec des étiquettes de prix. Cependant, les sachets dans lesquels sont placés les bonbons sont transparents. En conséquence, le réflexe naturel des élèves a été de compter les bonbons à travers le sachet, aucun n'a spontanément ouvert le sachet pour manipuler les bonbons. A cet égard, le choix de bonbons de type « frites » n'était pas très heureux non plus, car ces bonbons laissent sur les doigts du sucre en poudre…La mise en place d'une expérience « réelle » comporte de nombreuses difficultés d'organisation !

Nous observons plus particulièrement un groupe de 3 élèves : Carole, Pierre-Emmanuel (CM2) et Pierre (CM1). Ces élèves ont fait le tableau suivant :

1er sachet	2ème sachet	3ème sachet
1 € 05 cts 3 s 3 f 3 c	60 cts 3 s	1 € 05 cts 2 s 9 f 2 c
0,45	20cts - 1	0,65

Ils ont donc trouvé le prix d'une sucette, et réinvesti cette information dans les sachets 1 et 3 (on peut penser qu'ils auraient trouvé la solution si le problème avait été triangulaire).

En revanche ils n'ont pas ouvert les sachets.

L'enseignant intervient auprès de ce groupe ; en effet, il a pu constater qu'après une intervention de Carole : « il y a 3, 3, et 3 » faite en observant le tableau, les enfants sont bloqués dans la résolution. Il fait le choix d'ouvrir les sachets, et d'initier une manipulation. Les 9 frites et les 2 caramels du sachet *3* sont déposés sur un papier sur lequel il est écrit 65 centimes. A partir du sachet *1*, l'enseignant fait 3 paquets, contenant chacun 1 sucette, 1 frite, 1 caramel. On peut noter que ce ne sont pas les paquets que suggérait l'intervention de Carole. Pour le sachet *1*, les enfants ont déjà remarqué que comme une sucette coûte 20 centimes, 3 frites et 3 caramels coûtent 45 centimes. Après ces manipulations, un élève (se référant au premier sachet) dit « alors il faut diviser 45 par 3 ». Est-ce lié à la manipulation ? On ne peut pas l'affirmer. Une fois la division effectuée, l'enseignant conclut « une frite et un caramel, ça fait 15 centimes ». Pierre-Emmanuel se tourne alors vers les bonbons du sachet *3*, et désignant une frite et un caramel il dit « ça plus ça, ça fait 15 centimes ». L'enseignant continue à contrôler la manipulation, en mettant ces deux bonbons de côté. Ensuite l'élève fait de même avec la sucette et le caramel restants. Il retourne alors au calcul, et parvient à dire que 7 frites coûtent 35 centimes, et finalement, à trouver le prix d'une frite.

Nous n'avons donné ici que les grandes lignes de l'épisode de classe. Les participants de l'atelier, qui disposaient du transcript complet, ont remarqué que :

- *Les élèves n'ont pas tenté eux-mêmes de se lancer dans la manipulation. Ceci est peut-être dû en partie au choix d'un matériel inadapté, mais peut-être aussi aux habitudes en vigueur dans la classe.*

- *Ils avaient en revanche produit un tableau très structuré, montrant notamment le recours à un système d'ostensifs (Bosch, Chevallard 1999) pré-algébriques, avec les lettres employées pour désigner les bonbons. Ceci pose la question de l'intervention de l'enseignant, qui oblige les élèves à changer en faveur d'un ostensif de type matériel, moins élaboré. Il refuse de les laisser développer leurs propres représentations, ici en particulier à cause de l'objectif initial de la recherche.*
- *L'enseignant conditionne fortement les actions des élèves. C'est lui qui produit en fait toutes les manipulations. En conséquence, il s'est de plus consacré, à cause du dispositif choisi, à cet unique groupe. Pourquoi alors ne pas faire faire les manipulations délibérément par l'enseignant au tableau ?*

L'animateur a apporté les réponses suivantes :
- Au moment où il est intervenu, les élèves étaient bloqués. Leur tableau ne suffisait plus à avancer. Au cours de la discussion, Carole a suggéré de diviser par 6, lorsque l'on dispose de 3 frites et 3 caramels. Grâce au matériel, l'enseignant a pu très simplement lui faire prendre conscience de son erreur.
- Les interventions de l'enseignant étaient soigneusement contrôlées, et en particulier limitées à une action sur le milieu matériel. Ainsi le caractère adidactique de la situation est préservé.
- Les manipulations faites par l'enseignant au tableau ne peuvent en aucun cas avoir la même efficacité que les interventions « de proximité » qu'il a eues ici.

En fin d'année (le 11 mai), lors d'une évaluation menée avec le problème « le matériel de géométrie », les élèves ont obtenu les résultats suivants (les codes de réussite sont ceux qui ont été introduits dans la partie II) :

Niveau atteint	CM1	CM2
3	4	9
2	2	4
1	1	4
0	5	1

Ces résultats sont comparables à ceux que l'on a observés dans d'autres classes lorsque le problème « le matériel de géométrie » a été utilisé en tant que diagnostic initial, avant tout travail spécifique. Ils ne suffisent pas pour affirmer que les élèves ont réalisé un apprentissage spécifique lors des séances de décembre, bien que les enseignants aient eu l'impression d'un réel progrès. Un diagnostic initial aurait été nécessaire.

Certains élèves ont dit qu'ils avaient pensé aux problèmes de bonbons en travaillant sur le problème du matériel de géométrie. Est-ce l'emploi du matériel qui les a conduits à se souvenir de ces problèmes ? Il serait intéressant de mettre en place des situations permettant de tester cette hypothèse.

III.2. Matériel présenté au tableau

La seconde expérimentation a lieu dans une classe de CM2. Le problème sur lequel on a travaillé est le suivant :

Les Smarties et les Kit-Kat

J'ai 20 centimes, et comme je suis gourmande, je vais à la boulangerie pour acheter des bonbons.

Je prends une boîte de Smarties, et trois Kit-Kat. Je montre tout ça à la marchande et je lui donne les 20 centimes. Elle me dit : Il manque 6 centimes.

Je suis malheureuse, je vais tout ranger, puis il me vient une idée.

Je reprends une boîte de Smarties, et deux Kit-Kat. Je donne la pièce de 20 centimes à la marchande. Elle me rend 1 centime.

A votre avis, combien coûte le Kit-Kat, et combien coûte la boîte de Smarties ?

Tout cet énoncé est en fait mimé par l'enseignante pour l'ensemble de la classe. Elle colle le matériel correspondant sur le tableau, avec les prix, mais aucun énoncé écrit n'est distribué. Les élèves cherchent la solution individuellement, pendant que l'enseignante circule dans les rangs. En fin de séance une solution est élaborée collectivement.

On observe que tous les élèves ont mis en place des stratégies par essai et erreur. Le fait que le prix d'un Kit-Kat s'obtenait par une simple différence n'a été observé par aucun élève. Lors de la résolution commune, l'enseignante commence par demander le prix de chacun des deux « lots », mais même après cette première étape, on voit que les élèves continuent leurs essais.

Ici encore, les participants disposaient d'un transcript.

> *Ils ont fait remarquer que le fait que les deux lots soient apparents au tableau pouvait accentuer pour les élèves l'idée qu'il s'agissait de deux ensembles séparés, les empêchant ainsi de considérer le deuxième lot comme un sous-ensemble du premier.*
>
> L'animateur a lui-même signalé que dans une véritable situation d'achat, la cliente aurait simplement reposé un Kit-Kat, et la boulangère lui aurait rendu 6 centimes.

Dans la classe de CM1-CM2 citée à la partie précédente, le même problème a été posé, mais cette fois les élèves disposaient de bonbons posés sur leurs tables. Ils ont tous trouvé la solution ; mais il s'agissait de la deuxième séance, qui avait débuté par un rappel des procédures possibles pour le problème « bonbons ». Les élèves avaient donc déjà une expérience du type de démarche à adopter.

Après les diverses expériences que nous avons menées, la question de l'aide possible par le recours à du matériel demeure. En particulier, nos observations ne nous permettent pas de conclure que le recours à du matériel, pour un problème où celui-ci est envisageable, favorise le développement par les élèves de procédures personnelles. Comme dans le cas des schémas (partie II), on observe que l'emploi de matériel nécessite une préparation particulière, rendant cette pratique plus familière. Un objet ostensif (Bosch, Chevallard 1999) quel qu'il soit ne renvoie pas à un non-ostensif sans qu'un apprentissage spécifique ait eu lieu. Est-ce que, une fois cet apprentissage réalisé, le recours à des ostensifs de type matériel peut favoriser la mémorisation de procédures ? Ceci est une autre question, qui demande un travail complémentaire.

IV. LE PASSAGE À L'ÉCRITURE

Le support retenu pour ce sous-atelier est une expérimentation qui s'est déroulée dans une classe de CM1.

Nous n'avons pas particulièrement suivi le scénario préconisé dans la séquence ERMEL "Le mobilier de l'école". Nous avons décidé, dans un premier temps, de proposer aux élèves un test diagnostique "Le matériel de géométrie", problème dans lequel le domaine numérique ne devait pas susciter de difficultés particulières à ces élèves qui venaient juste d'aborder la division euclidienne (voir ci-dessus l'énoncé du problème dans la partie II).

Au cours de la séquence ainsi construite, nous avons essayé de proposer aux élèves des aides en liaison avec la maîtrise du langage. En fonction des besoins et des opportunités, l'enseignante de la classe a organisé des tâches s'appuyant sur les domaines de la langue orale et écrite en prenant ainsi en compte les 3 dimensions présentes dans les documents d'application du cycle 3 : "Parler, lire, écrire en mathématiques".

Les tâches d'écriture ont été nombreuses et variées :

écrire pour rechercher la solution,
écrire pour communiquer sa solution et sa procédure,
écrire pour élaborer une affiche-aide méthodologique destinée aux élèves d'une autre classe,
écrire pour aider un camarade en difficulté,
écrire pour inventer un nouveau problème de même type.

Les écrits ont parfois été élaborés individuellement, par binômes ou par groupes de 3 ou 4 élèves.

A cette époque de l'année, l'enseignante n'avait pas d'exigence particulière quant à la production d'une solution rédigée et aucune action en ce sens n'avait été encore menée.

Lors de la séance 1, une dizaine d'élèves avait trouvé les 3 réponses du problème-test. Il aurait été alors intéressant, en séance 2, de leur demander de rédiger une solution de ce problème mais c'était une consigne qui n'avait pas de sens pour eux. Aussi, la consigne s'est transformée en : "Expliquez comment vous avez réussi à résoudre le problème. "

C'était la première fois que ces élèves étaient confrontés à une telle consigne et les résultats sont assez étonnants. Ces écrits de narration sont d'une grande qualité et nous apportent des informations intéressantes concernant la procédure de résolution mais aussi l'histoire personnelle de l'élève au cours de la recherche. Par ces écrits, les élèves ont pu :

- décrire leur démarche,
- justifier cette démarche,
- exprimer non seulement les difficultés rencontrées mais aussi des éléments qui leur ont permis de dépasser ces difficultés.

Ces narrations ont permis aux élèves d'aller plus loin dans la maîtrise de la résolution de ce type de problèmes. Cette consigne d'écriture a été proposée plusieurs fois au cours de la séquence.

Une piste pour prolonger notre travail serait d'exploiter plus complètement ces écrits : en effet, il aurait été certainement possible de les utiliser au service des élèves en difficulté.

En parallèle, la résolution de ce problème a été l'occasion d'introduire un "modèle" de solution rédigée. L'attitude des élèves a été fort différente face à ce nouvel écrit : certains ne semblent pas en avoir perçu un réel intérêt, d'autres l'ont assimilé à une aide.

Nous avons donc choisi de réfléchir, dans le cadre de cet atelier, à deux points en particulier :

1. Rédiger une solution du problème.
2. Narrer sa recherche.

IV.1 Rédiger une solution du problème

Questions de départ :

- Qu'est-ce qu'une solution rédigée ?
- Quel contenu doit-on, peut-on y trouver ?
- Quelle est l'utilité de rédiger la solution du problème ?
- De quelle façon peut-on exploiter ces écrits ?
- Quelle solution rédigée de ce problème proposeriez-vous dans une classe ?
- Que pensez-vous de la solution rédigée dans cette classe de CM1 (**annexe 4**) ?

La solution rédigée élaborée en classe

La solution rédigée (**annexe 4**) a été construite au cours d'un temps de différenciation. Elle a été conçue pour servir de mémoire :

- **mémoire** pour rendre compte de ce qui a été fait en mathématiques pendant plusieurs jours.
- **mémoire** pour restituer la démarche à suivre (chronologie et contenu) permettant d'obtenir les réponses à la question posée dans le problème.

Questions des participants

- *Pourquoi n'a-t-on pas justifié le choix, la chronologie des différentes étapes ?*
- *Comment donner du sens à cette forme d'écrit ? A qui est-il destiné ? Comment motiver les élèves à produire une solution rédigée ?*
- *Quelle(s) utilisation(s) ultérieure(s) d'un tel travail ?*

IV.2 Narrer sa recherche

Questions de départ

- Observer quelques narrations de recherche. Les comparer. Quels contenus ? Quelles formulations ?
- Imaginer des utilisations possibles pour ces écrits.

Eléments perçus

- structuration en paragraphes,
- utilisation de connecteurs de temps et de connecteurs logiques,
- précision du vocabulaire utilisé,
- informations mathématiques liées à la procédure,
- implication personnelle marquée par un besoin d'expliciter les "passages délicats".

Ces documents d'une qualité certaine auraient pu être utilisés comme support de travail aussi bien pour le groupe-classe que pour les élèves en difficulté.

Différentes suggestions des participants :

- *Proposer aux élèves ayant produit de tels écrits d'aider un camarade en difficulté (tutorat).*
- *Faire étudier, analyser ces écrits à tous les élèves de la classe pour mieux cerner et expliciter les difficultés à dépasser et la procédure à mettre en place.*
- *Elaborer à partir de la comparaison de ces productions une solution rédigée.*

IV.3 Conclusion sur le passage à l'écrit

Il semble que les élèves peuvent progresser par des tâches d'écriture qui ne se résument pas à la simple recherche de la solution d'un problème plus ou moins complexe.

D'autres expérimentations nous ont montré que les élèves en difficulté peuvent eux aussi participer de façon constructive à la production d'écrits en collaboration avec des élèves plus à l'aise.

Les écrits produits par tous ces élèves sont d'une grande richesse. Le passage à l'écriture leur a souvent permis d'aller plus loin en se posant les bonnes questions.

Le prolongement de cette recherche sera de trouver des possibilités d'utilisation et d'exploitation plus variées pour ces écrits et notamment au service d'élèves rencontrant des difficultés.

V LA DIFFÉRENCIATION

V.1 Quelle différenciation ?

Les participants de ce sous-groupe ont comme nouvelles consignes de répondre aux deux questions suivantes :

1, Quelles sont les conditions nécessaires de mise en œuvre d'une différenciation efficace?
2, Quels sont les types de différenciation envisageables pour l'objectif de résolution d'un problème à étapes ?
La synthèse des échanges conduit à mettre en évidence les éléments suivants.

Q1 Conditions de mise en œuvre :

- **un maître « libéré »** : des élèves en autonomie qui lui permettent un appui des groupes en étayage. Cela suppose que les élèves soient capables d'autonomie, mais la différenciation peut justement contribuer à atteindre cet objectif. Les tâches proposées, les modalités d'organisation retenues devraient leur permettre de travailler seuls.
- **des évaluations** : un diagnostic initial, un suivi constant des élèves. Cette évaluation initiale devrait permettre à l'enseignant de définir la composition première de ses différents groupes. Le suivi constant de ses élèves à travers l'étude de leurs productions individuelles devrait lui permettre de réguler son action, en particulier en ce qui concerne la modification éventuelle de la composition des groupes.
- **des conditions matérielles** satisfaisantes qui permettent de modifier la disposition des tables.
- **les élèves**, bénéficiant du soutien de l'enseignant sont **intégrés à l'activité commune**.

Il semble intéressant que, dans l'organisation des activités, les élèves ne sentent pas mis à l'écart. Le fait que leurs réussites soient mises en valeur est perçu comme un élément important de l'action du professeur. L'encouragement affectif, tout au long du travail, est également souligné.

Q2 Types de différenciations envisageables pour cet objectif :

tâche différente :

- un autre contexte : les avis sont divergents lorsque l'on évoque la difficulté supplémentaire due aux grandeurs mises en jeu dans l' énoncé (masse et cardinal)
- d'autres choix de variables numériques

aides :

- à la représentation de la situation : du matériel, des dessins, des représentations, des explications orales ou écrites supplémentaires.
- à la solution : des écrits pour expliquer une étape et fournir la réponse, ..
- présence du maître qui, par son questionnement, accompagne la réflexion, qui apporte la solution en suggérant une étape de résolution.

Ce dernier point a fait l'objet d'un échange entre les participants : certains d'entre eux perçoivent ce type de problèmes comme étant nettement en dehors du programme de mathématiques de cycle 3 et considèrent donc que son intérêt est très limité pour les élèves les plus fragiles.

mise à disposition d'outils :

- une calculatrice qui permet de soulager le travail de l'élève
- un logiciel d'aide, voir la partie VI.

V.2 Un scénario permettant un travail autonome

Nous avons étudié avec les participants à l'atelier un scénario permettant un travail en autonomie d'une partie des élèves.

Présentation de l'expérimentation réalisée

EVALUATION INITIALE : LE MATÉRIEL DE GÉOMÉTRIE

E1 Des sacs transparents contenant le matériel permettent de visualiser celui-ci mais ne sont pas manipulables. L'analyse des productions individuelles permet au professeur de constituer 7 groupes hétérogènes de 3 élèves qui travailleront en autonomie (10 élèves sur 29 élèves réussissent). Certains de ces élèves ont totalement échoué à cette évaluation, mais il ne paraît pas raisonnable que l'enseignant puisse prendre en charge plus de 3 groupes de 3 élèves.

SÉQUENCE A : MOBILIER DE L'ÉCOLE OU MATERIEL DE GEOMETRIE

S1 (60 min) Premières recherches (groupes mobilier) et prise en charge soutien (groupes formes). Les élèves en soutien travaillent sur le problème de l'évaluation initiale avec l'aide de la maîtresse et le matériel effectif.

S2 (55 min) Brassage entre les groupes mobilier et soutien du maître aux groupes formes. Le brassage des groupes en autonomie permet une réponse collective correcte de chacun des groupes.

S3 (55 min) Rédaction des affiches, mise en commun groupes formes (classe entière).

S4 (60 min) Contrôle individuel formes ou mobilier ; collectif classe : institutionnalisation formes. Le contrôle réalisé après une mise en commun permet de mesurer l'impact de celle-ci et celui du travail de groupes.

S5 (40 min) Collectif classe : mise en commun groupes mobilier, institutionnalisation.

Détail des deux premières séances (voir annexe 5 pour l'état des travaux) :

S1

Horaire	Episodes	Remarques

10:40–10:52	*Présentation générale : mise en place des groupes* Soutien : familiarisation, aide à la représentation du problème Autonomes : mise au travail	*Matériel concret avec des consignes de travail : C1 confection des sacs C2 compléter les cases indiquant la composition des sacs.* ***La maîtresse réactive le scénario usuel : les 3 rôles secrétaire, rapporteur et messager; les brassages futurs…***
10:52–11:35	Soutien Autonomes Auprès de 3 groupes	
11 : 23 35'fin séance	Groupe F	*Le premier groupe autonome remplit* ***le « tableau secret »*** *Etat tableau secret : il est entièrement complété.* *(Un brassage sera nécessaire car les propositions sont divergentes)*

Les élèves en autonomie ont pour tâches :

- de résoudre individuellement le problème (cf. **annexe 6**)
- de comparer leurs solutions à trois en se mettant d'accord sur une proposition commune (cf. **annexe 7** fiche collective verte)
  Remarque : s'ils rectifient leur proposition initiale, le changement de couleur de stylo permet au professeur de suivre l'évolution de la réflexion de chacun.
- de proposer au groupe classe leur solution commune. Cette proposition commune est inscrite dans un tableau dit « secret » car accessible au seul regard de la maîtresse.

Ce « tableau secret » à un rôle fondamental : il permet à l'enseignant de suivre l'évolution des groupes en autonomie.

Des rôles précis sont attribués aux 3 membres des groupes :

le rôle du **secrétaire** est d'être le garant du respect des consignes de travail, celui du **rapporteur** est d'inscrire au tableau secret la proposition de son groupe et celui du **messager** de défendre la position commune lors des brassages ultérieurs entre groupes.

L'annexe 5 permet de rendre compte de l'état des travaux à la fin de la séance (productions individuelles et productions collectives).

S2

Horaire	Episodes	Remarques
10:40–10:52	Organisation du brassage	
10:40–11:11	Soutien *Autonomes* Prise en charge collective	Support de la réflexion : objets représentés au tableau
11:13–11:13	Début rédaction	
11:17–11:23	Relance et état des lieux	Feu vert pour rédaction transparents et affiches
11:29:00	Fin séance	Constat de réussite apparente

La maîtresse, en dehors de la présence des élèves, a eu de temps matériel de réfléchir au **brassage des différents groupes** en autonomie : il est organisé de telle sorte qu'au sein des nouveaux groupes constitués la bonne réponse au problème soit représentée par un élève (cf. annexe 5 pour l'organisation des groupes).

Les élèves en autonomie ont pour tâches :

- d'échanger au sein des nouveaux groupes (cf. **annexe 8**)
- de reformer leurs groupes initiaux et de comparer leurs nouvelles propositions issues du brassage (s'ils rectifient leur proposition issue du brassage

sur leur fiche individuelle, ils doivent changer de couleur de stylo).

- de se mettre d'accord sur une nouvelle proposition en utilisant la fiche collective de couleur rouge (cf. **annexe 7**). Cette proposition commune est une nouvelle fois écrit au tableau dit « secret ».

Un seul brassage, réalisé au cours de cette séance, a permis d'obtenir une unicité de propositions.

L'idée fondamentale est de **parvenir,** après éventuellement 2 brassages, **à obtenir la bonne réponse** au sein de chacun des sous-groupes autonomes de 3 élèves **sans intervention du professeur** qui reste uniquement organisateur des brassages.

Il peut ainsi **consacrer l'essentiel de son action aux élèves en soutien.**

VI. UN LOGICIEL SPÉCIFIQUE

L'emploi d'un logiciel pour cette séquence a été envisagé dans le cadre des modalités permettant une différenciation, mais aussi pouvant fournir une représentation du problème en offrant une forme de manipulation.

Le logiciel construit pour l'expérience reprend le contexte des manipulations qui ont été proposées dans certaines classes (voir la partie III, le recours au matériel). Sur la page de travail, trois bocaux présentent respectivement des sucettes, des caramels et des langues de chat, et trois paniers contiennent un assortiment de ces bonbons. Le prix de chaque panier est affiché (prix-énoncé), et la consigne demande de trouver le prix des bonbons.

La contenance de chaque panier a été limitée à 5 bonbons, quel qu'en soit le type (sucette, caramel ou langue de chat).

Une bulle au-dessus de chaque bocal permet à l'élève de proposer un prix pour ce bonbon, parmi des étiquettes allant de 5 en 5 jusqu'à 95 centimes. Dès la sélection de l'étiquette le prix testé s'affiche sur le bocal.

Sous le prix-énoncé de chaque panier un tableau rappelle sous forme d'icônes les types de bonbons présents dans ce panier (1, 2 ou 3 types, pour favoriser la prise en compte de ce critère). Ce tableau affiche (en bleu) le prix-testé par l'élève, c'est-à-dire le prix du panier compte tenu des prix choisis pour chaque bonbon. Cette modalité facilite la stratégie par essais/erreurs et ajustements successifs, en comparant prix-testé et prix-énoncé.

La page de travail est assez complexe et peut être présentée, soit progressivement par une animation disponible avec le logiciel, soit directement en tant que support à un travail sur la lecture d'image.

Notons que ce logiciel fournit essentiellement une représentation du problème, et facilite la stratégie des essais. Il offre peu de possibilités de manipulation, en particulier un transvasement de panier en panier pour en comparer les contenus n'est pas permis. Cette option pourrait être privilégiée pour envisager une autre version.

Le jour de l'atelier à Foix trois versions sont présentées, dont deux (A et B) ont été testées en classe.

La version A pose systématiquement à l'élève un problème de nature triangulaire, les paniers étant remplis aléatoirement avec respectivement 1, 2 et 3 types de bonbons.

La version B propose des paniers remplis de façon aléatoire.

La version C permet à l'élève de remplir lui-même des paniers, pour constituer un problème du même type, qu'il peut ensuite soumettre à un camarade en passant à la page suivante.

Les participants à l'atelier sont invités à formuler des critiques sur la forme du logiciel, et à proposer des scénarii d'utilisation.

Scénarii proposés par les participants :

- *La version A ne semble pas adaptée aux élèves en grande difficulté, qui peuvent notamment rencontrer en outre des difficultés de lecture, ou de manipulation de la souris. Cette version peut être utile aux élèves en cours de stabilisation, qui par exemple ont le sens des opérations mais n'ont pas encore fixé de stratégie efficace pour résoudre ce type de problème. La résolution (sur ce cadre, jugé attractif dans les classes testées) d'un assez grand nombre de problèmes du même type peut faciliter le repérage d'une stratégie efficace : commencer par le panier qui ne contient qu'un type de bonbon ; le réinvestissement de ce premier prix trouvé étant automatiquement traité dans les prix-testés, repérer ensuite le panier qui ne contient que deux types de bonbons, etc.*
- *La version B permet de poser aux élèves ayant réussi le test initial d'autres problèmes faisant intervenir d'autres « gestes » algébriques (un panier peut être contenu dans un autre ou obtenu par combinaison des deux autres, ce qui permet une simplification du problème). Cette version peut ainsi proposer à ces élèves un approfondissement général sur les méthodes de recherche de problèmes complexes.*
- *Les deux versions testées semblent ainsi pouvoir être utilisées de façon enrichissante par deux groupes d'élèves dans la classe (élèves ayant réussi le test et élèves en cours de stabilisation), qui peuvent travailler en autonomie. Nous travaillons actuellement sur la programmation d'un module de recueil des données (problème traité, stratégie de l'élève, temps passé sur le problème…) pour permettre le suivi de ces groupes par l'enseignant.*
- *La version C n'a pas été testée. Mettre l'élève en situation de poser un problème du même type nous paraît une idée à approfondir, mais l'utilité du logiciel pour cette fonction reste incertaine (le traitement des calculs par l'élève qui pose le problème ne semble pas inutile ; de plus, est-il utile de mettre l'élève dans cette situation d'auteur un grand nombre de fois ?).*
- *D'autre part, les élèves en grand difficulté auraient sans doute besoin d'un logiciel de lecture plus aisée, et qui permettrait plus de manipulations. De façon plus immédiate, ils bénéficient surtout de la disponibilité que*

l'enseignant peut dégager en utilisant le logiciel en autonomie pour les autres groupes.

Les principales critiques formulées :

- *L'utilisation d'une monnaie fictive permettrait d'éviter les nombres décimaux intervenant dans les prix en euro.*
- *Il semble souhaitable de reformuler la consigne (*« trouve le prix <u>de chaque</u> bonbon »*), et de ne pas montrer de bonbons dépassant des bocaux (une étiquette suffit).*
- *La présence d'une étiquette* 00 € *dans les bulles peut troubler ; elle permet aux élèves d'annuler un choix précédent, par exemple pour le prix d'une sucette, en visualisant le prix-testé qui tient uniquement compte des prix choisis pour les deux autres bonbons. Elle pourrait être remplacée par une étiquette* « prix non fixé » *ou simplement* « ? ».
- *La version B peut proposer un système d'équations qui laisse libre le prix d'un (voire de deux) des bonbons. Après discussion sur la pertinence de ce type de problème, les participants s'accordent sur l'intérêt de faire rencontrer aux élèves des situations de ce type, à condition que le logiciel les prenne en compte. Un message du type* « Bravo, tu as trouvé les prix des sucettes et des langues de chat ; on ne peut pas connaître le prix des caramels à partir de ces paniers » *est envisagé.*

Une réflexion plus générale s'est ouverte dans l'atelier sur l'utilité d'aborder ce type de problèmes avant le collège. Les participants s'accordent sur l'importance de développer des méthodes de recherche en général, sans institutionnaliser une technique particulière de résolution des problèmes de type « triangulaire ».

CONCLUSION

Revenons sur notre questionnement initial, celui des types d'aides à la résolution de problèmes, et des interventions possibles de l'enseignant pour aider les élèves. Nous n'oublions pas, bien entendu, que le type de problèmes que nous avons retenu est très complexe et spécifique. Ceci nous contraint à une certaine prudence dans nos conclusions, mais nous permet aussi d'éviter l'amalgame entre « élèves en difficulté sur ce type de problèmes » et « élèves en difficulté en mathématiques ». Les principaux constats que nous retenons de nos expérimentations, et des échanges avec les participants à l'atelier sont les suivants :

- Aucun type d'ostensif : matériel, dessin, écrit, ne constitue une aide en lui-même, sans un apprentissage spécifique, au moins pour certains élèves ;
- Les élèves ont progressé lorsqu'on leur proposait de jouer un rôle actif dans l'élaboration d'une aide : dessin, ou affiche en particulier ;
- Il est nécessaire de différencier des groupes au sein de la classe, et l'enseignant doit plus particulièrement intervenir auprès des élèves en difficulté. Différentes organisations permettent une telle intervention ; éventuellement les élèves bloqués sur un problème peuvent travailler en relative autonomie sur un logiciel adapté, mais en dehors de ce cas spécifique, un apport direct de l'enseignant semble indispensable.

Il faut souligner aussi, comme l'ont fait les participants à l'atelier, que les expérimentations menées ont conduit à consacrer en classe un temps important à ce type de problèmes, et qu'il n'est pas clair que les apprentissages réalisés à cette occasion soient transférables à d'autres problèmes. Nous avons donc l'intention de poursuivre notre travail, et en particulier d'étudier l'emploi comme aide des différents types d'ostensifs, à propos d'un thème mathématique moins restreint.

BIBLIOGRAPHIE

Bosch M., Chevallard Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs, *Recherches en didactique des mathématiques* vol 19.1, pp 77-124, La pensée sauvage, Grenoble.

Coppé S., Houdement C. (2002) Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire, *Grand N* n°69, pp 53 à 62

Julo J. (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques* Presses universitaires de Rennes.

Julo J. (2001) Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand N* n° 69.

Pfaff N. (2003) Différencier par les procédures : un exemple pour la proportionnalité au cycle 3. *Grand N n°71.*

Annexe 1
Extrait d’ERMEL CM2 Hatier p. 86 à 91

-2. Le mobilier de l'école (période 2)

. Descriptif rapide

Dans ce problème il y a plusieurs inconnues à différencier (le poids des pièces de mobilier) avec des informations qui mettent en jeu une ou plusieurs de ces inconnues (poids des différents chargements). Il s'agit donc de déterminer l'ordre de traitement de ces informations permettant de trouver successivement les valeurs de ces inconnues.

Objectifs spécifiques

- Prendre conscience de la nécessité de planifier : les données ne sont pas toujours fournies dans l'ordre de leur traitement (étape 3 de la première phase).
- Planifier la tâche au cours d'une mise en commun permettant un échange sur les principales étapes de la résolution (étape 1 de la deuxième phase).
- Rédiger la solution du problème (étape 2 de la deuxième séance).

. Énoncé

" Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises.

Le second contient 25 tables. Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires. Combien pèse une chaise, une table, une armoire?

DÉROULEMENT

Cette situation se déroule sur deux séances :

- une première séance au cours de laquelle les élèves vont être amenés à prendre conscience de la nécessité de planifier, de ne pas prendre les informations dans l'ordre de l'énoncé et à essayer de résoudre le problème après une mise en commun ayant mis en évidence la première information à traiter ;
- une deuxième séance dans laquelle, les différentes étapes étant explicitées collectivement à partir des premières recherches, les élèves vont ensuite mettre en forme la solution du problème.

PREMIÈRE PHASE : Résolution du problème 1

ÉTAPE 1 : Présentation du problème

Le maître peut préciser que chaque chargement fait 300 kg, et que dans chaque chargement le poids d'une chaise, d'une table et d'une armoire ne change pas. Il précise : "Quand vous faites un calcul, vous expliquez ce à quoi il correspond ".

ETAPE 2 : Recherche individuelle

Elle a pour but de permettre aux élèves de " rentrer" dans le problème. Elle doit être de courte durée.

Les productions des élèves sont diverses :

- démarrage de façon erronée :
- des élèves font 15 + 30 = 45 et divisent 300 par 45 et concluent ou non sur le poids d'une table ou d'une chaise ;
- d'autres ne tiennent pas compte de toutes les données et réduisent un chargement à une seule catégorie de mobilier, par exemple" 300 kg = 30 chaises. " ;
- arrêt à la première étape (calcul du poids d'une table) mais ne peuvent continuer ;
- calculs sans signification ;
- calculs cohérents qui permettent d'aller jusqu'au bout de la résolution.

Certains élèves restent bloqués à la première ligne d'information. D'autres calculent bien le poids d'une table en utilisant la deuxième ligne d'information mais ne parviennent pas à " se débarrasser " du poids des 15 tables pour calculer le poids d'une chaise.

ÉTAPE 3 : Reprise collective du problème

On cherche à ce que les élèves sélectionnent les informations à traiter en premier : les informations ne sont pas toujours données dans l'ordre où elles sont à utiliser; en particulier on ne peut commencer le problème par le premier chargement.

. Consigne

" Qu'avez-vous cherché en premier? "

Le maître fait venir au tableau les élèves qui ont démarré de façon erronée. Leurs productions sont discutées et ce sont les élèves qui ont bien amorcé le problème qui formuleront " il ne faut pas prendre la première information. "

Au tableau on écrira :

1° recherche: on cherche le poids d'une table en utilisant l'information 25 tables pèsent 300 kg.

Tous les élèves devraient pouvoir, à la fin de cette reprise, débuter leur résolution par la recherche du poids d'une table.

ÉTAPE 4 : Relance de la recherche du problème

Elle doit être différenciée selon les élèves :

-les élèves qui ont bien démarré continuent seuls : " Vous continuez la résolution du problème. "

- les autres travaillent par deux; le maître met ensemble les élèves qui en sont au même stade de la résolution ; une seule feuille est donnée pour le groupe.

Pour les élèves qui s'arrêteraient au poids de la table, la relance peut être donnée sous la forme :

" Mettez-vous d'accord pour savoir ce qu'il faut chercher maintenant. "

Une aide sous forme de schéma représentant les différents chargements (répétition de 300 kg pour chaque chargement) permet de " débloquer "certains élèves.

La première séance s'arrête après cette étape afin que le maître puisse analyser les productions des élèves pour organiser la mise en commun.

DEUXIÈME PHASE : Rédaction de la solution du problème

ÉTAPE 1 : Mise en commun

Elle a pour objectif de mettre en évidence l'ordre dans lequel on va traiter les informations pour répondre à la question afin que les élèves puissent rédiger la solution du problème en mettant en évidence les différentes étapes de la résolution.

Différentes productions " significatives " en nombre réduit (réécrites par le maître pour une meilleure lisibilité) sont affichées au tableau :

- des procédures erronées, en particulier celles pour lesquelles les élèves font bien apparaître le poids d'une table mais ensuite s'embrouillent dans les calculs successifs ;
- des procédures laborieuses qui ne montrent pas de façon claire les différents calculs successifs effectués ;
- des productions inachevées.

Lors de cette mise en commun, quatre niveaux d'explications fournies par les élèves sur leur travail peuvent apparaître :

1- Ils décrivent les calculs en nommant les opérations utilisées : " pour calculer le poids d'une table, j'ai fait une division (ou j'ai divisé 300 par 25) " ;

2- Les élèves décrivent leur méthode de calcul qu'ils ont effectué : " j'ai calculé le poids d'une table, puis de 15 tables puis... » ;

3- Ils donnent l'ordre dans lequel il faut trouver les poids des différents objets :

" je calcule d'abord le poids de la table puis de la chaise puis de l'armoire " ;

4- Ils justifient cet ordre en disant : " je prends d'abord la deuxième information puis la deuxième puis la troisième ».

Au terme de cette mise en commun, les niveaux 3 et 4 seront écrits au tableau sous la forme :

On prend l'information dans le 2e chargement pour calculer le poids d'une table.

On prend l'information dans le 1er chargement pour calculer le poids d'une chaise.

On prend l'information dans le 3e chargement pour calculer le poids d'une armoire.

ÉTAPE 2 : Rédaction de la solution

Cette rédaction se fait à deux. Les groupes doivent être homogènes pour une discussion efficace.

Pour certains élèves, ce n'est que lors de cette rédaction qu'ils peuvent prendre conscience des différentes étapes.

. Consigne

" Vous rédigez la solution en indiquant les différentes étapes dans l'ordre où il faut les traiter. »

Il subsiste toujours des ambiguïtés pour les élèves sur ce que l'on attend d'eux concernant la forme de la rédaction : certains élèves pensent qu'il faut "raconter tout ce qu'il faut faire " et se lancent dans une production de texte allant jusqu'à expliquer les opérations.

On doit conseiller aux élèves de simplifier leur rédaction mais ce conseil ne peut venir qu'au coup par coup, après que les élèves se soient rendu compte de l'inutilité de certaines explications.

ÉTAPE 3 : Analyse collective des différentes rédactions

Cette analyse est réalisée à partir de certaines productions qui sont sélectionnées selon les catégories suivantes :

- celles qui ne prennent pas en compte une étape importante ;
- celles qui ne formulent pas la réponse au problème ;
- celles qui restent imprécises dans leurs formulations.

Cette analyse ne peut se faire qu'en léger différé, le temps d'organiser matériellement ce moment de mise en commun : ces productions peuvent être réécrites sur une affiche afin d'être lisibles par l'ensemble des élèves, on peut utiliser le support du rétroprojecteur ou faire des photocopies des productions sélectionnées afin qu'un groupe de deux élèves en ait un exemplaire. Cette dernière façon de procéder (combinée avec un affichage collectif) est sans doute la meilleure car elle permet aux élèves de s'approprier les écrits d'autres élèves avant l'analyse collective.

Si le décalage dans les productions des élèves est trop important pour qu'une mise en commun soit efficace pour tous les élèves, on peut prévoir dès l'étape 2 une différenciation :

- pour les élèves qui ont fait une bonne rédaction dès la première séance ou qui ont bien annoté leurs calculs, il est difficile de leur demander une nouvelle rédaction, ils peuvent passer directement à " La commande des maîtres " ;
- pour les élèves qui ont bien entamé la résolution lors de la première séance et ayant annoté leurs calculs, on leur demande de terminer la résolution sans refaire la rédaction ;
- pour les autres élèves, on respecte le déroulement prévu dans l'étape 2 et on constate effectivement qu'en rédigeant, certains prennent conscience de la planification et terminent ainsi la résolution ; d'autres ont encore besoin d'aide pour passer d'une étape à une autre.

TROISIÈME PHASE : La commande des maîtres

Quelques jours après

Cette reprise, indispensable pour les élèves en échec dans le problème précédent, est proposée à tous les élèves. (Pour les élèves ayant parfaitement réussi, le maître insistera sur les consignes de rédaction). Dans cet énoncé des modifications ont été apportées par rapport à l'énoncé précédent, relativement à la place des informations et à l'ordre des calculs successifs.

. Énoncé

Des maîtres achètent des cahiers, des classeurs et des blocs-notes pour leurs classes.

Le premier achète 20 compas et 50 livres. Il paie 900 €.

Le second achète 10 livres, 10 classeurs et 10 compas. Il paie 240 €. Le troisième achète 30 compas, il paie 150 €.

Combien coûte un compas, un classeur, un livre ?

- Lecture silencieuse suivie d'un court entretien oral pour expliciter éventuellement le vocabulaire.
- Résolution du problème en travail individuel avec comme consigne : " vous rédigez la solution en indiquant de façon claire les différentes étapes, vous faites des phrases pour dire à quoi correspondent vos calculs ".
- Mise en commun pouvant être effectuée simplement avec les élèves n'ayant: pas réussi.

Quelques erreurs peuvent subsister :

- des solutions inachevées : " il reste 80 € de compas et de classeurs) " ;
- des résultats et des phrases qui ne correspondent pas : " 10 x 5 = 50, il reste 30 € de classeurs " ;
- des calculs sans phrases explicatives, ce qui entraîne quelques confusions dans l'enchaînement des calculs ;

. des résultats intermédiaires non justifiés car les calculs sont faits mentalement, en particulier pour les classeurs, ne figurent pas les prix de 10 cahiers et 10 compas, 50: 10 est écrit directement.

Il est à remarquer une particularité dans ce problème : la deuxième information incite à diviser par 3 (même nombre de classeurs, cahiers, blocs notes), cette information " piège " doit amener les élèves à mieux lire les informations données et à ne pas extrapoler (sous-entendu : le classeur, le cahier, le bloc- note coûtent le même prix »).

Les élèves, dans l'ensemble, écrivent des phrases de façon concise pour faire comprendre leur solution comme " 50 livres coûtent 800 € ". Certains, parfois, reviennent maladroitement au contexte en précisant en face de l'information "achat du premier maître " mais cette erreur reste marginale.

-

3. Magnétoscope (période 3)

Deux séances

. Description rapide

Il s'agit d'acheter des cassettes pour enregistrer des émissions et de payer le moins cher possible.

Ce problème met en jeu des connaissances dans différents domaines (champ additif et multiplicatif, nombres sexagésimaux).

Dans cette situation, il est d'abord demandé aux élèves de prévoir les différentes étapes puis, après une mise en commun, de rédiger la solution.

. Objectifs spécifiques

~ Sélectionner les informations pertinentes à partir d'un " document brut "(programme de la télévision scolaire).

~ Planifier sa démarche en se posant des questions intermédiaires pour pouvoir répondre à la question posée.

- Optimiser une solution.
- Identifier les caractéristiques de la rédaction d'une solution.

. Énoncé

« Un directeur d'école veut enregistrer sur cassette vidéo toutes les émissions télévisées proposées aux élèves des cycles 1, 2 et 3 au cours du premier trimestre de l'année scolaire 1994-1995.

Il souhaite regrouper, sans les couper, toutes les émissions consacrées :

- aux Badaboks sur une ou plusieurs cassettes ;
- aux Crobs sur d'autres cassettes ;
- au cycle 3 sur d'autres cassettes encore.

De plus, par mesure de sécurité, il prévoit de laisser 5 minutes après chaque enregistrement d'émission.

Pour acheter ses cassettes, il a le choix entre 3 formules :

- acheter des cassettes de 4 heures à 12 € l'une ;
- acheter des cassettes de 3 heures à 10 € l'une ;
- acheter 1 lot de 3 cassettes de 3 heures chacune à 20 € le lot.

Quel sera l'achat le plus avantageux pour ce directeur d'école? "

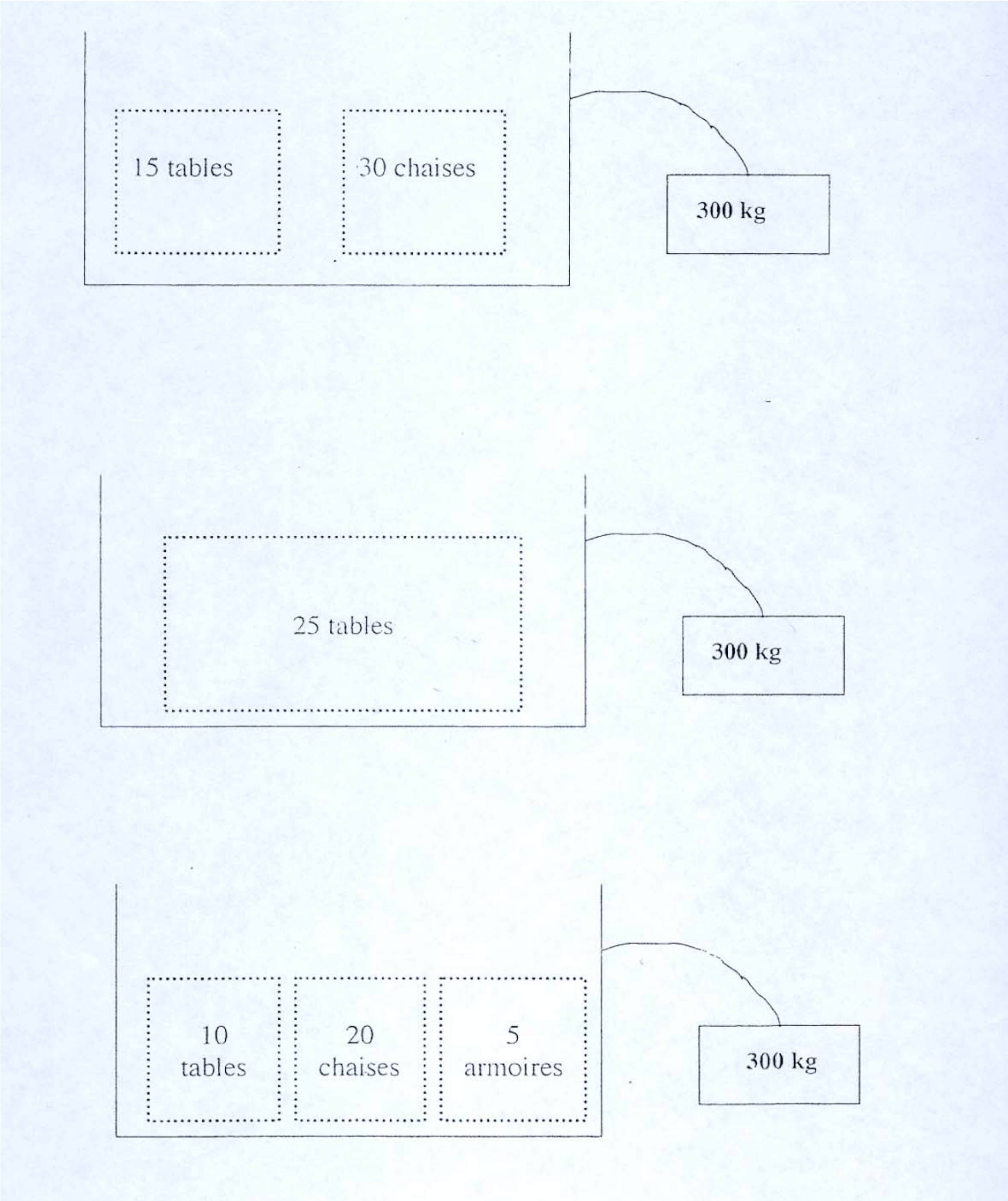
DÉROULEMENT

Il est prévu sur deux séances correspondant aux deux phases :

- la première phase vise à ce que les élèves s'approprient le document " programme de télévision ", puis qu'ils prévoient les différentes étapes et résolvent le problème en élaborant une première rédaction.
- la deuxième phase vise à faire expliciter les critères d'une bonne rédaction de la solution à partir de l'analyse des productions des élèves de la première séance.

Annexe 2

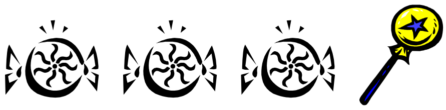
Le schéma fourni aux élèves pendant la séance « mobilier de l'école » annexe



Annexe 3
Caramels et sucettes, énoncé B

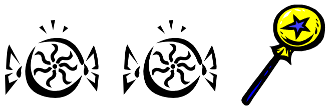
Deux camarades Stéphanie et Emilie vont à la boulangerie.

Stéphanie achète 3 caramels et 1 sucette.



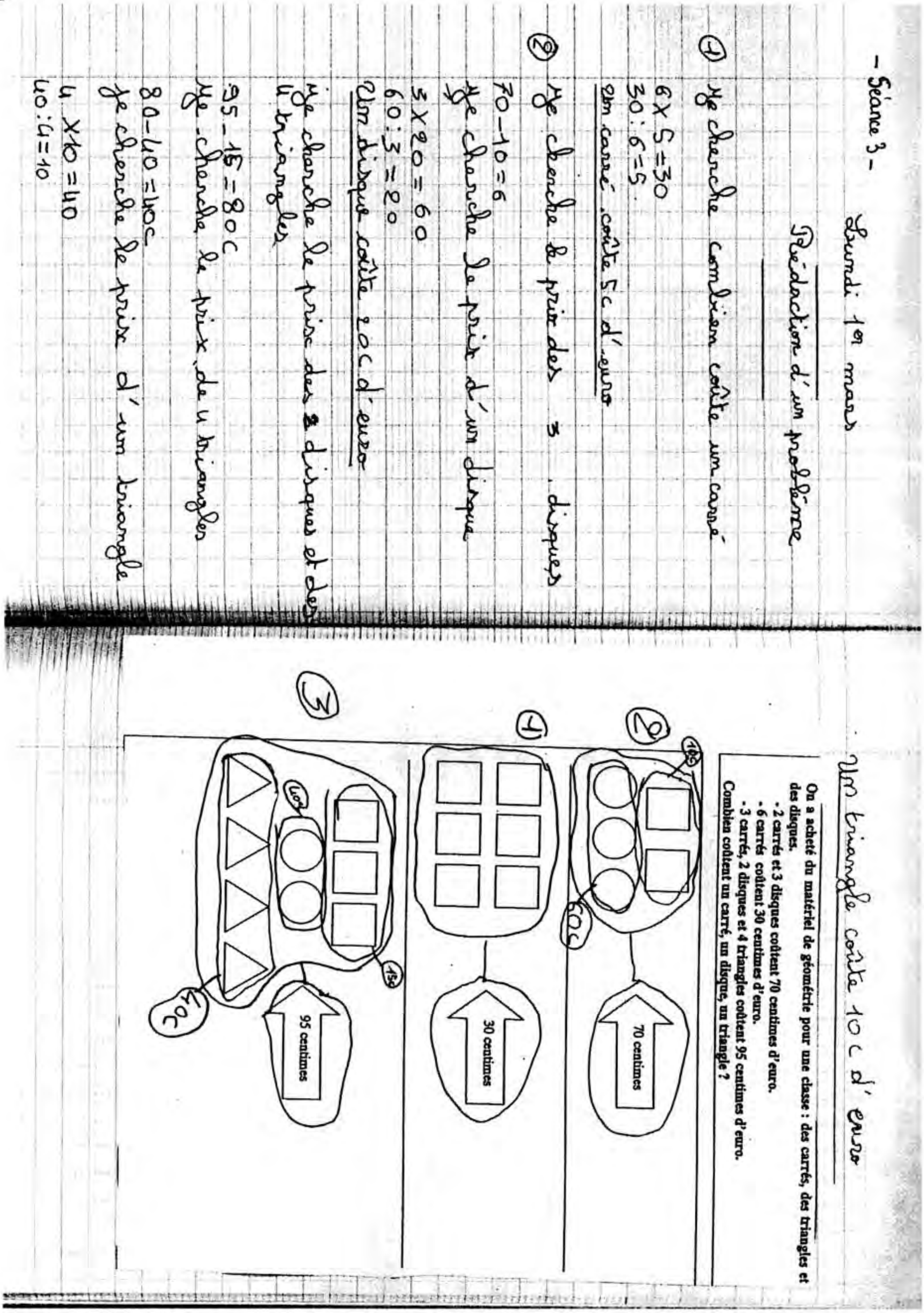
Stéphanie paie 65 centimes.

Sa camarade Emilie achète 2 caramels et 1 sucette.



Emilie paie 55 centimes.

Annexe 4
Solution rédigée en classe de CM1 pour « Le matériel de géométrie ».



– Séance 3 – Lundi 1er mars

Rédaction d'un problème

① Je cherche combien coûte un carré.
6 x 5 = 30
30 : 6 = 5
Un carré coûte 5 c d'euro

② Je cherche le prix des 3 disques
70 – 10 = 6
Je cherche le prix d'un disque
3 x 20 = 60
60 : 3 = 20
Un disque coûte 20 c d'euro

Je cherche le prise des 2 disques et des 4 triangles
95 – 15 = 80 c
Je cherche le prix de 4 triangles
80 – 40 = 40 c
Je cherche le prise d'un triangle
4 x 10 = 40
40 : 4 = 10
Un triangle coûte 10 c d'euro

On a acheté du matériel de géométrie pour une classe : des carrés, des triangles et des disques.
- 2 carrés et 3 disques coûtent 70 centimes d'euro.
- 6 carrés coûtent 30 centimes d'euro.
- 3 carrés, 2 disques et 4 triangles coûtent 95 centimes d'euro.

Combien coûtent un carré, un disque, un triangle ?

Annexe 5
État des travaux

Séquence A : MOBILIER DE L'ECOLE ou FORMES GEOMETRIQUES (23/3/04 S1 10 :39-11 :35 25/3/04 S2 10 :40-11 :35 S3 15 :35-16 :30 S4 2/4 8 :52-10 :48 S5 13 :42-14 :50)

			stade				commentaires	méthode
		proposition	rien	carré ou table	carré disque ou table chaise	tout		dessin représentation calculs
		carré disque triangle ou table chaise armoire						
21	Gr A : secrétaire A1	**test ok**				1		d m a
	s1	4 12 20		1	avec troisième relation		hasard bon	
	A1 D2 A3 s2	4 12 20		1	avec troisième relation		hasard bon	
	aide	**contrôle**		1			c 300 : 30 a 300 : 5	
22	Messager A2	**test**	1					
	s1	6 12 60	1	table copie A1				
	avec D s2	4 12 20		1	copie A1 ?		Hasard bon	
	aide	**contrôle**		1			somme les chaises 300 : (20 + 30) armoires 300 : 5 = 6	
5	Rapporteur A3	**test**			1			mental
	s1	6 6 6	1				somme tables et chaises	
	reste s2	4 12 20			copie A1 ?		Hasard bon	
	aide	**contrôle**			1		armoire 300 : 5	
	collectif	s1	6 12 60 et	4 12 20 hasard	s2	4 12 20	hasard r faux	
3	Gr B : B1	**test ok**				1		d m a

	s1	4 12 40		1		armoire (120 + 80) : 5	
	B1 D3 B3 s2	ar 20		1		le compte est bon idem	
		contrôle ok			1	bien expliqué	
1							
2	B2	**test 5 7 2**	1				d
			tabl				
	s1	10 12 60	e			info ordre texte	
	avec D s2	ar 20		1		le compte est bon idem	
	aide retard	**contrôle**	1			somme les chaises 300 : (20 + 30)	
2							d
9	B3	**test ok**			1		m a s
	s1	4 12 40		1		le compte est bon	
	reste s2	ar 20		1		le compte est bon idem	
		contrôle		1		a 200 : 5 = 40	
			4 12		4 12		
	collectif	s1	40	s2	20	Faux 20c5a 20 x 5	
2	Gr C C1	**test 5 20 15**		1		étourderie	d s
			tabl				
	s1	6 12 48	e			chaises (12 x 15) : 30 armoire 240 : 5 (240 = 120 + ?)	
	C1 F2 C3 s2	4 12 20			1	ok	
		contrôle ok			1	bien expliqué	
1							
1	C2	**test**	1				d
			tabl				
	s1	6 12 8 ?	e			chaises 300 : (30+15) armoires 300 : (10+20+5)	
	avec F s2	4 12 20			1	ok	
	aide retard	**contrôle**	1			pas de sens aux calculs	
2							
3	C3	**test ok**			1		m

	s1	6 6 60		tabl e		chaises (somme) 300 : 50 armoires 300 : 5	
	reste s2	4 12 20			1	ok	
	S5 **Choix pour mise en commun**	**contrôle**		1		*intéressant (abs en s5)*	
	collectif	s1	6 12 60	s2	4 12 20	ok	
10	Gr D :D1	**test ok**			1		mental
	s1	4 12 20			1	ok	
	D1 A2 B2 s2					rien	
		contrôle ok			1	bien expliqué	
8	D2	**test**	1			des égalités	
	s1	5 10 20	1			respect de 1 (15 x 10 + 3 x30) = 300	
	avec A s2					rien	
		contrôle ok			1	ok	
7	D3	**test 5 20 40**		1		55 + 40 = 95	d m a
	s1	4 12 20		tabl e	copie D1?		
	Avec B s2					rien	
	aide	**contrôle**		1	*1*	souvenir des nombres le compte est bon	
	collectif	s1	4 12 20	s2	4 12 20	ok explications?	
4	Gr E E1	**test ok**			1		d m a
	s1	6 6 32	1			somme tables 300 : (15 + 25 +10) et chaises (300 : (30 +20)	
	E1 G2 E 3 s2	4 12 20			1	ok	
		contrôle ok			1	bien expliqué	

15	E2	**test 5 20 8**			1			d
	s1	5 6 50	1				somme ta 300 : (15 + 25 +10) et cha 300 : (30 +20) ar (300 : 5)	
	avec G s2	4 12 20				1	ok	
	aide	**contrôle**	1				*intéressant*	
24	E3	**test ok**				1		mental
	s1	6 6	1				somme ta 300 : (15 + 25 +10) et cha 300 : (30 +20)	
	reste s2	4 12				1	ok	
		contrôle		1			souvenir chaise 4 le compte est bon	
	collectif	s1	6 6 32		s2	4 12 20	ok	
28	G F : F1	**test 5 14 10**		1				d
	s1	4 12 20				1	ok	
	F1 C2 s2	4 12 20				1	ok	
	aide *copie sur 19*	**contrôle**		1			ajout chaises : 6 ajout t et c pour arm 20	
19	F2	**test ok**				1		d
	s1	4 12 20				1	ok	
	avec C s2	4 12 20				1	ok	
		contrôle ok				1	avec explications	
	collectif	s1	4 12 20		s2	4 12 20	ok	***transparent pour synthèse***
26	G G G1	**test ok**				1		mental
	s1	4 12 20				1	ok	
	s2	malade						

		contrôle ok				1	avec explications	
2 5	G2	**test ok**				1		les objets puis leur prix
	s1	absent						
	reste avec E2							
	s2							
		contrôle ok				1	idem que test	
2 0	G3	**test 5 20 0**			1		étourderie	
				tabl e				
	s1	10 12 60					copie sur antoine	
	en E s2							
		contrôle ok				1	avec explications	
	collectif	s1	4 12 20		s2	4 12 20	ok	
			stade				commentaires	méthode
		proposition carré disque triangle	rien	carré	carré disque	tout		d essin / représentation / calculs
1	G H Formes bois	**test**	1					
	s1	5 23 20		1				
	s2					1	ok	
	aide	**contrôle**		1		*1*	souvenirs	
9		**test**		1				d
	s1	5 23 20		1				
	s2	fiche p formes				1	ok	
		contrôle			1	*1*	mémoire du 10	
1		**test**	1					

7								
	s1	5 23 23		1				
	s2					1	ok	
	aide	**contrôle**		1		*1*	disque 23 et 20	
	collectif	s1			s2	5 10 20	ok 2ème transparent	
16	G I Formes échelle	**test**	1					
	s1	5		1				
	mise en commun 1 en s3 s2	5 10 20				1	ok	s a
		contrôle					**absent**	
18		**test**	1					
	s1			1				
	s2	5 10 20				1	ok	s a
		contrôle ok				1	ok	
6		**test**	1					
	s1	5		1				
	s2	le compte est bon		1				
		contrôle ok				1	méthode ?	
	Collectif	s1			s2	5 10 20	ok	
13	G J Formes petites tailles	**test 5 90 38**		1				d
	s1	5		1				
	s2					1	ok	
	aide	**contrôle**	1				*retard*	
14		**test 5 23 23**		1				d

	s1	35 7 47	1		rien		
	s2						s a
	aide	**contrôle**	1		*retard*		
2							
7		**test 5**	1				d
	s1	plusieurs réponses					
	mise en commun 2 en s3 s2			1	sur dessin		s a
		contrôle		1	erreur 40 : 4 = 11		
		s1	s2	5 10 20	erreur de calcul	*5 11 20 transparent pour synthèse*	
	réussites	test	10				
		contrôles	9 + 2				

ANNEXE 6
FICHE INDIVIDUELLE

Nom : Prénom :	Rôle *(à entourer)*		
	Secrétaire (écrits collectifs)	Messager (autre groupe)	Rapporteur (tableau)

Le mobilier de l'école

Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises.

Le second contient 25 tables.

Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.

Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?

ANNEXE 7
les fiches collectives

- Première recherche *Ma recherche et mes explications* **fiche collective verte**

Réponses :

- Deuxième recherche *Mes échanges dans le nouveau groupe* **fiche collective rouge**

Réponses :

- Troisième recherche *Mes échanges dans le nouveau groupe* **fiche collective jaune**

Réponses :

ANNEXE 8

FICHE COLLECTIVE

Secrétaire

Nom : Prénom :	Nom : Prénom :	Nom : Prénom :

- **Le mobilier de l'école**

  Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

  Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises ; le second contient 25 tables ; le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.
- **Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?**

Réponses :

FICHE COLLECTIVE

Messager

Nom : Prénom :	Nom : Prénom :	Nom : Prénom :

- **Le mobilier de l'école**

  Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

  Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises ; le second contient 25 tables ; le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.
- **Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?**

Réponses :

FICHE COLLECTIVE

Rapporteur

Nom : Prénom :	Nom : Prénom :	Nom : Prénom :

- **Le mobilier de l'école**

  Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

  Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises ; le second contient 25 tables ; le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.
- **Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?**

Réponses :

QUE NOUS APPREND LE TRAVAIL MATHÉMATIQUES HORS CLASSE DES PROFESSEURS POUR LA FORMATION DES MAÎTRES ?

Claire Margolinas,
Bruno Canivenc,
Marie-Christine De Redon,
Olivier Rivière,
Floriane Wozniak
Équipe DéMathÉ, UMR ADEF, INRP, Marseille

Résumé :

Dans le cadre d'un groupe d'étude INRP, nous avons interrogé des maîtres d'école élémentaire d'au moins cinq ans d'expérience sur leurs pratiques de documentation et de préparation des leçons de mathématiques hors classe.

L'atelier a été consacré à la mise en évidence de la diversité des pratiques recueillies au cours de ces entretiens. La réflexion s'est organisée selon deux axes : (1) en amont, ce que ces résultats impliquent en ce qui concerne la formation initiale, (2) ce qu'ils peuvent permettre de prévoir quant à l'impact d'une formation continue.

1- LE DISPOSITIF DE L'ATELIER

L'atelier repose sur une recherche menée dans le cadre d'un groupe INRP, qui s'intéresse aux pratiques effectives des professeurs d'école en ce qui concerne les préparations de mathématiques.

Nous avons élaboré et mené des entretiens hors classe d'une durée d'une heure auprès d'une douzaine de professeurs (le recueil a eu lieu en 2004 dans les académies d'Aix-Marseille, Clermont-Ferrand et Lyon). Au cours de ceux-ci, nous avons fait parler des maîtres (voir les annexes pour des résumés de quatre entretiens) sur la façon dont ils conçoivent leur enseignement de mathématiques : à la fois très globalement, sur leur vision de cette matière, puis sur leur façon de concevoir la planification de l'année et la façon dont ils construisent une progression sur un thème mathématique ; enfin sur la conception d'une séance et la gestion des élèves singuliers. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux documents (et notamment aux manuels et livres du maître) qui servent d'appui au travail des professeurs interrogés.

L'ensemble ainsi recueilli forme un matériau qui renseigne sur certains aspects de la pratique des maîtres qui sont rarement mis en valeur, puisqu'ils restent souvent dans la part « privée » du travail du professeur.

L'atelier a été consacré à la découverte de la diversité des pratiques telles qu'elles apparaissent. La réflexion s'est organisée selon deux axes : (1) en amont, ce que ces résultats impliquent en ce qui concerne la formation initiale, (2) ce qu'ils peuvent permettre de prévoir quant à l'impact d'une formation continue.

Dans un premier temps, les participants ont pris connaissance en groupe d'une partie des documents (enregistrements audio, transcriptions partielles de ces enregistrements). Nous avons cherché ensuite à dégager ce qui semble déterminant dans la pratique des enseignants interrogés et à faire des hypothèses sur les origines possibles de ces déterminations, ce qui a permis d'interroger notamment la formation initiale qu'ils ont reçue. Nous nous sommes intéressés également à ce qui est variable d'un enseignant à l'autre et ce qui semble commun, chaque enseignant étant considéré dans la cohérence de sa pratique. Dans un dernier temps, nous avons cherché à imaginer ce que pourrait être une formation continue à laquelle seraient conviés les enseignants interrogés. Ce compte-rendu est basé sur nos analyses et sur les échanges qui ont pu avoir lieu pendant l'atelier.

2- IMPACT DE LA FORMATION INITIALE SUR LA CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Nous avons commencé l'atelier par l'écoute d'un montage audio d'une heure composé d'extraits, de 15 minutes chacun, des entretiens menés avec quatre enseignants. Les extraits étaient conçus de manière à donner une idée d'ensemble sur les pratiques de préparations de ces collègues.

Jean-Michel, la quarantaine, bac D en 81, a fait des études de STAPS jusqu'à une première année de thèse, abandonnée pour des raisons familiales. Après un parcours en entreprise, il passe le concours PE un peu par hasard en 1990. Il devient IMF au bout de 5 ans. Il a travaillé plusieurs années au cycle 3 et depuis l'an dernier au cycle 2.

Dans le cours de ses études STAPS (mémoire de maîtrise, de DEA et début de thèse), Jean-Michel a cherché à développer des méthodes permettant de prendre en compte les différences d'apprentissage entre les élèves. Ce parcours vécu en tant que chercheur conditionne et alimente sa pratique : ses préparations sont toujours (dans toutes les matières) modulées en trois niveaux possibles, les élèves choisissant eux-mêmes le niveau qu'ils veulent atteindre selon le thème abordé. Il est donc centré en priorité sur les méthodes différenciées et les dispositifs.

Il conçoit les mathématiques comme une série d'obstacles à passer, avec des seuils et des caps. Il s'appuie sur les documents d'accompagnement des programmes pour déterminer les objectifs à atteindre et construire une progression et une programmation. En mathématiques (contrairement à sa pratique dans d'autres disciplines, et notamment en français) il s'appuie sur un manuel, car il a besoin d'un cadre. Au cours de sa formation initiale à l'IUFM, il a rencontré des formateurs dont certains étaient engagés dans le groupe Ermel et d'autres dans l'écriture de Diagonale. Les documents sur lesquels il s'appuie reflètent ces rencontres : documents issus de sa formation initiale, des documents Ermel, des manuels ou livre du maître Diagonale.

Dans le cas de Jean-Michel, c'est donc toute la formation initiale qui structure sa pratique : position de chercheur et de développeur d'outil pour différencier sa pratique, appui sur des documents avec lesquels il s'est familiarisé en formation initiale.

Philippe, qui a la cinquantaine, a passé le concours de l'école normale alors qu'il était au collège. Il a passé un bac B en 1975. Il a commencé sa carrière comme modulateur dans une école d'application et a passé le CAFIPEMF à 29 ans, vivement encouragé par ses collègues, pour devenir « comme les autres ».

Quand il était à l'école normale, le directeur était l'auteur d'un manuel très connu (Eiler). Philippe s'est s'adapté aux évolutions successives des instructions officielles, en particulier en ce qui concerne l'importance des situations de découverte. Les élèves de sa classe ont un manuel.

Tout se passe comme s'il y avait deux parties très différentes dans sa conception de la planification en mathématiques : les situations de découverte et le travail au quotidien.

Les situations de découverte sont le support de ses relations en tant que Maître-Formateur avec les stagiaires PE : il s'agit des séances qu'il choisira de présenter s'il a des stagiaires en observation, ou bien dont il délèguera la préparation et la réalisation si les stagiaires doivent pratiquer dans sa classe. L'ouverture à des documents très divers est donc grande dans cette partie.

Au quotidien, même s'il n'a pas trouvé le document idéal, il apprécie que les élèves s'habituent au travail avec un manuel, ce qui lui semble important également pour le collège.

L'influence de sa formation initiale demeure importante dans la conception des mathématiques et de leur enseignement, il se réfère d'ailleurs, pour lui-même, au manuel Eiler et au livre du maître associé qui se trouvent toujours dans la classe en cas de doute sur le contenu mathématique.

La relation avec l'élève lui semble dans tous les cas primer sur le contenu. Suivre un manuel offre un support qui permet de centrer son attention sur cette relation. Pourtant il ne suit pas totalement le manuel, en particulier en ce qui concerne les découpages : il préfère rester longtemps sur un thème plutôt que d'alterner.

Dans le cas de Philippe, en mathématiques, la formation initiale, bien que lointaine, reste très présente sur la conception du contenu, notamment en terme de progression. Les variations que Philippe apporte en s'adaptant aux programmes successifs jouent plutôt sur la forme. Ce qui lui semble important, c'est d'être suffisamment disponible pour répondre aux demandes des élèves.

Daniel, qui a lui aussi la cinquantaine, est de la même promotion que Philippe. Il a longtemps entraîné des équipes de basket de niveau national. De formation littéraire, il a subi de plein fouet la réforme des maths modernes, qui lui sont restées totalement étrangères. Il a pourtant un très bon rapport avec les mathématiques.

Il regrette le temps où il suivait ses élèves de CM1 en CM2 parce que cela lui permettait une planification en mathématiques qu'il estimait plus cohérente. Depuis quelques années il enseigne en CM2.

Pour Daniel, les dernières années de l'école primaire doivent donner des bases solides pour le collège. Son outil de travail est le cahier qu'il fait écrire aux élèves, qu'il destine à une consultation régulière pendant plusieurs années, ce que certains anciens élèves lui confirment.

Son enseignement est de facture très classique, ce que Daniel assume pleinement. Il est assez « imperméable » à ce qu'il considère comme des modes pédagogiques. En ce qui concerne les documents, il s'appuie sur des ouvrages qui recouvrent l'ensemble des années de sa pratique professionnelle (du Eiler aux ouvrages actuels).

Dans l'entretien, il parle de mathématiques (c'est un des rares à le faire), il n'hésite pas à justifier ses choix de façon précise et cohérente, notamment en ce qui concerne sa progression. Cette cohérence dans l'articulation des savoirs rend difficiles les changements demandés par les programmes successifs.

Le montage audio mis à la disposition des participants a provoqué des réactions très tranchées. Sur certains points, Daniel semble proche des pratiques d'avant 1945, ce qui peut d'ailleurs conduire à des hypothèses concernant l'origine de la pratique de Daniel qui remonterait non pas à sa formation initiale mais à son passé d'élève (ce que l'entretien ne permet pas de dire). Le modèle de l'entraînement sportif joue également un grand rôle dans sa conception de l'enseignement (pas seulement en mathématiques). La finalité de l'enseignement des mathématiques telle qu'il la conçoit guide toute sa pratique.

Daniel apparaît comme un artisan dans sa pratique de préparation : il s'appuie rarement sur des documents tout faits. Par exemple, il trouve que les problèmes des manuels sont souvent trop simples (une seule opération en jeu) ; il apprécie de pouvoir s'appuyer sur une iconographie ou un habillage, mais en retravaillant le contenu.

Son document « cahier de l'élève » présente une structure très stable en terme de progression, et en même temps il est en perpétuel chantier pour les détails de l'activité.

Dans le cas de Daniel, le rapport personnel aux mathématiques, sans doute acquis en tant qu'élève, est prépondérant. Il produit ainsi une « œuvre » très personnelle, en y prenant grand plaisir. Les documents à sa disposition sont comme des ingrédients d'une cuisine qu'il accommode à son goût.

Bénédicte, bac B, la quarantaine, licence de géographie, a passé le concours de l'école normale en 84/85 (elle l'a préparé en « bachotant » à l'université). Elle n'a passé qu'une première année à l'école normale du fait d'un congé maternité. Elle n'a pas confiance en elle en mathématiques, du fait de son profil plutôt littéraire et de ce qu'elle considère comme son manque de formation. Elle enseigne depuis huit ans en CM1 dans une école de milieu social favorisé, après avoir passé ses huit premières années d'exercices dans des quartiers difficiles. Elle a presque toujours eu « des grands » avec lesquels elle se sent à l'aise.

Elle s'appuie sur un livre du maître (Math-Outil, Magnard) qu'elle utilise depuis longtemps. Même si elle fait allusion à d'autres documents, celui-ci est son outil de référence. Cette année, les élèves ont le manuel correspondant. Elle décrit ce livre du maître comme étant suffisamment simple et clair, il lui convient parce qu'il est à sa portée. En particulier, il propose une organisation par périodes de six semaines qui lui semble suffisamment réaliste et conforme aux programmes : on peut s'appuyer dessus en toute sécurité. Ce caractère rassurant est décisif pour Bénédicte, qui est mal à l'aise en mathématiques du fait de son histoire personnelle (parcours littéraire, manque de formation). Ce livre du maître semble constituer l'épine dorsale de sa pratique en mathématiques : il lui a permis de se former et de développer une pratique qui lui semble conforme à ce qui est attendu d'elle. Elle ne prend sans doute pas beaucoup de plaisir à cette partie de son enseignement, mais elle s'est ainsi donné les moyens de le réaliser de façon satisfaisante.

Elle considère que les mathématiques c'est difficile, pour elle comme pour ses élèves. Les modifications qu'elle apporte aux textes des problèmes vont dans le sens de la simplification (par exemple, pour les problèmes, elle préfère qu'il n'y ait qu'une seule opération en jeu). Il lui semble très important que les élèves réussissent à résoudre des petits problèmes, pour ne pas les décourager. On peut d'ailleurs remarquer que les « problèmes », en mathématiques, apparaissent comme une catégorie à part entière et comme une source de difficulté, alors que, par exemple, elle considère la numération et les décimaux comme « pas si difficile que ça ».

Dans le cas de Bénédicte, c'est la peur de ne pas être à la hauteur, en mathématiques, qui détermine ses choix : un livre du maître simple et structurant, des activités à la portée des élèves. C'est la perception d'un manque de formation en mathématiques qui est prépondérante.

En conclusion de cette première partie, d'une façon générale, dans ces entretiens et dans ceux que nous n'avons pas présentés dans cet atelier, l'impact du parcours initial semble décisif : études, y compris parfois en tant qu'élève de l'école élémentaire, formation professionnelle initiale. Selon les professeurs, ce ne sont pas les mêmes éléments du parcours qui sont déterminants.

Par contre, le parcours en tant que professeur, l'expérience acquise avec les années de pratique interfèrent finalement assez peu avec la pratique de préparation en mathématiques. Insistons sur le fait que ces rencontres décisives avec des éléments de formation en mathématiques sont très précoces, attachées le plus souvent aux contenus dispensés dans l'institution de formation, parfois à ceux d'une institution de formation auxiliaire (manuel, livre du maître, voir Neyret 1995). L'impact effectif de la formation initiale semble donc très important quand on se centre, comme nous l'avons fait, sur le contenu en jeu en mathématiques. En particulier, les documents qui sont présentés et étudiés en formation jouent souvent un rôle décisif comme modèle, notamment pour les progressions et la conception des mathématiques. Il nous semble que ces constatations, si elles se vérifient dans une étude plus large, pourraient conduire à une réflexion spécifique sur la place de l'étude des documents (et notamment des manuels) dans la formation initiale.

3- CONSÉQUENCES POUR LA FORMATION CONTINUE

La deuxième séance de l'atelier a commencé par l'écoute d'un montage audio extrait des entretiens menés avec cinq enseignants, dont les quatre précédents. L'ensemble, d'une durée de 15 minutes, était centré sur les demandes formulées par les collègues en matière de documents ou de formation ou bien sur les aspects plus ouverts de leur pratique.

L'objectif de cette séance était d'imaginer une formation continue possible dans laquelle nos cinq enseignants seraient des stagiaires.

La pratique différenciée de **Jean-Michel** le conduit à privilégier des activités dans lesquelles il peut identifier des variables didactiques. Ses pratiques pédagogiques sont tout à fait stables. Il peut être demandeur de nouvelles activités, mais dans certaines conditions : elles doivent être précisément analysées et décrites en terme de variables de manière à pouvoir s'intégrer dans le dispositif général qu'il a conçu ; elles doivent permettre de combler un manque dans les documents sur lesquels il s'appuie déjà. Il peut également être demandeur de formes d'activités décalées par rapport aux progressions : jeux, rallye, etc. On imagine mal que ce collègue, qui fournit déjà un travail énorme pour articuler ses progressions et différencier les activités, puisse être demandeur d'une formation trop généraliste qui ne s'adapterait pas à ses demandes précises. Grosso modo, s'il était l'unique stagiaire d'une formation continue, il conviendrait de lui demander préalablement d'examiner, dans son dispositif, les situations soit manquantes soit peu satisfaisantes pour travailler avec lui sur ces objets précis.

Etant donné ce que nous connaissons de **Philippe**, il peut toujours être demandeur de nouvelles idées concernant les situations de découverte. De plus, l'entretien met en évidence certaines difficultés qu'il ressent, malgré sa grande expérience. En particulier, il lui arrive encore d'être surpris par certaines réponses ou procédures des élèves. Il est parfois désarmé devant certains élèves en échec dans toutes les disciplines. Par ailleurs, il s'interroge sur les dispositifs d'aide aux élèves qui, ponctuellement ou de façon durable, sont en difficulté : il est réticent à l'idée de les extraire, même ponctuellement, du groupe-classe ; il voit mal comment gérer différents groupes à l'intérieur du groupe-classe. C'est sans doute sur ces aspects de gestion des différences, à la fois pédagogique et didactique, que Philippe serait le plus demandeur en terme de formation continue.

La pratique de **Daniel** est délibérément construite, cohérente. Il sait qu'elle est marginale, au moins sur le plan de la forme pédagogique. Sa pratique intègre régulièrement de nouveaux problèmes et de nouvelles activités et il s'appuie sur une grande diversité de documents. Son plaisir à parler de mathématiques -et sans doute à en faire-, est tout à fait évident. On peut imaginer qu'il ait du mal à s'inscrire dans une formation continue : il se perçoit comme marginal et, en même temps, il est l'artisan perfectionniste de sa pratique en mathématiques. Pour lui convenir, une formation continue en mathématiques devrait être centrée explicitement sur le contenu mathématique à l'exclusion de toute question concernant les démarches pédagogiques. On l'imagine ainsi en train de résoudre des problèmes de mathématiques et de construire de nouvelles architectures pour sa classe.

Bénédicte « est » non scientifique : maintenant, dans sa carrière (elle a presque vingt ans d'ancienneté), il s'agit d'une donnée. Elle retient des injonctions actuelles la nécessité de travailler avec un manuel et un livre du maître, ce qui lui permet par ailleurs d'être rassurée sur sa pratique en mathématiques. L'usage du manuel en classe donne une régularité et une simplicité au quotidien. Mais le livre du maître, même si elle déclare l'avoir choisi parce qu'il lui semblait accessible, lui paraît encore trop compliqué. Elle se plaint notamment de l'usage de termes trop techniques, à la limite du jargon (comme algorithme et cardinal). Pour lui convenir, il devrait exister des stages de formation continue spécifiquement adressés à des non scientifiques. De plus, Bénédicte a déjà beaucoup investi dans l'étude du livre du maître sur lequel elle s'appuie ; une formation qui serait tournée vers l'étude de documents qui ne pourraient pas s'intégrer dans une pratique basée sur le manuel choisi serait donc inutile. Elle apprécierait sans doute d'être aidée dans la compréhension de certains éléments obscurs de ce livre du maître et de l'usage qu'il convient d'en faire.

Nous avons intégré au corpus écouté dans cette deuxième partie quelques minutes extraites d'un entretien avec une nouvelle enseignante. **Martine**, bac D, la quarantaine, a été éducatrice spécialisée pendant dix ans. Elle passe le concours d'instituteur en 1989, entre à l'EN et sort de l'IUFM avec le concours PE. Elle passe le CAFIPEMF au bout de 5 ans d'ancienneté. Elle a travaillé en maternelle (cycles 1 et 2 et direction), puis au CP depuis quatre ans.

Nous lui avons demandé ce qu'elle voudrait comme document « si c'était son cadeau de rentrée », Martine s'exclame qu'elle voudrait un document dans lequel elle puisse « comprendre pourquoi les élèves ne comprennent pas ! ». En lecture, elle estime déjà disposer de ce type d'ouvrages, mais pas en mathématiques. Elle se trouve prise au dépourvu pour faire des propositions alternatives aux élèves qui ne comprennent pas (qu'elle estime à 20%). Elle identifie de façon pertinente certaines notions ou techniques qui sont susceptibles de ne pas « passer » au CP. Elle ne demande pas de recette miracle, mais une façon de voir les choses autrement. Nous avons choisi de l'ajouter au corpus parce que Martine est explicitement demandeuse, ce qui est rare. Une formation continue qui pourrait l'intéresser en mathématiques serait donc basée sur l'analyse des difficultés résistantes des élèves de cycle 2, notamment sous la forme d'un groupe de recherche-action qui étudierait l'impact, sur des élèves en grande difficulté, de propositions alternatives.

Comment conclure d'une façon générale ? Une synthèse est difficile à faire et c'est le premier intérêt de ce corpus : il y a peu de facteurs communs entre ces cinq enseignants, la formation continue collective est donc une ambition difficile.

Il y a tout de même des points communs. Le premier c'est qu'aucun des collègues interrogés ne présente une pratique figée : chacun travaille et fait évoluer, de façon régulière, certains éléments de son enseignement de mathématiques. Nous avons conclu la première partie par la constatation d'une régularité dans le fondement de la pratique des mathématiques, ce que nous voyons ici c'est la variation du quotidien. Cette nécessaire recherche de nouveauté a deux origines : d'une part le professeur doit se « ressourcer » pour continuer à enseigner (il s'agit d'un aspect décrit en terme d'obsolescence par Guy Brousseau, 1998) ; d'autre part les élèves apportent leurs difficultés, qu'elles soient ponctuelles ou récurrentes et le professeur doit faire preuve d'imagination pour chercher à y répondre. On trouve donc deux voies pour des propositions : certaines tournées vers de nouvelles ressources pour le professeur, d'autres vers une prise en compte plus fine de certaines difficultés des élèves en mathématiques.

Un premier type de formation continue pourrait donc être tourné vers de nouvelles ressources ou de nouvelles motivations pour enseigner les mathématiques. Mais il existe une contrainte majeure : un éloignement trop grand de la pratique d'un professeur donné conduit a priori à l'inefficacité d'une telle action. Le professeur y prendra peut-être du plaisir, ou un intérêt intellectuel, mais sans impact dans sa pratique. Insistons sur le fait que ce n'est pas du fait d'une « mauvaise volonté », mais parce qu'il n'est pas possible de bouleverser l'équilibre d'une pratique.

Un deuxième type de formation continue pourrait être tourné vers l'étude des difficultés des élèves. Il s'agirait d'une part de mieux les comprendre et d'autre part de rechercher des pistes permettant leur dépassement. Dans cette optique, il ne s'agit pas de remettre en cause une pratique régulière de classe, qui convient à une grande majorité d'élèves, mais de savoir qu'est-ce qu'on peut lui ajouter, à la marge, pour aider ponctuellement certains élèves, au sujet de certaines notions.

Les éléments de choix entre ces deux entrées dépendent non seulement du type de stage mais également des pratiques effectives, du « profil » des professeurs. Quand c'est possible, un questionnement préalable sur ces pratiques effectives, du type de celui que nous avons mené (sous une forme plus légère, questionnaire par exemple) serait susceptible d'éclairer le formateur sur les éléments stables et sur les ouvertures potentielles. En absence de toute information, l'entrée par les difficultés récurrentes des élèves semble la plus susceptible de recueillir l'adhésion d'un groupe réuni au hasard, pour autant qu'il soit au moins centré sur un cycle de l'école.

RÉFÉRENCES

BROUSSEAU Guy, 1998, *Théorie des situations didactiques*, 395p, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

NEYRET Robert, 1995, *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants*, Thèse de l'Université de Joseph Fourier de Grenoble, ed. Laboratoire Leibniz

N.B. Nous ne donnons pas ici les éléments de bibliographie existant sur le sujet. Nous trouvé un certain nombre de références qui s'intéressent au travail du professeur hors classe, pas particulièrement en mathématiques, notamment dans des publications anglophones. Il n'existe pas à notre connaissance de travail exhaustif concernant le sujet abordé par cet atelier.

Annexe 1
Jean-Michel

Jean-Michel, 41 ans, 2 enfants

PARCOURS FORMATION INITIALE

Après un BAC D obtenu en 81, Jean-Michel est entré à l'UFR STAPS. Dès la deuxième année à l'UFR, les élèves du premier degré lui apparaissent « plus motivés que les élèves du second degré ». Il passe le concours d'instituteur, et échoue à cause d'une orthographe instable. S'oriente vers une licence type recherche, maîtrise, puis DEA. Arrête sa thèse pour des raisons familiales, puis monte une société. S'inscrit au concours un peu par hasard en 1990, parce qu'une amie lui a demandé de l'aider à préparer le concours !

Jean-Michel se décrit comme un chercheur. Son travail de recherche a porté sur la différenciation, depuis la maîtrise, il poursuit ce thème en DEA, thèse, dossier de PE, puis mémoire professionnel PE et mémoire CAFIMF.

PARCOURS PROFESSIONNEL

Jean-Michel devient IMF assez rapidement (au bout de 5 ans d'expérience professionnelle). Très actif au sein de l'IUFM, Jean-Michel participe aux groupes Sciences et Mathématiques dans le cadre de la formation de formateurs.

Depuis le début de l'année, Jean-Michel a une classe de CE1-CE2, après avoir eu pendant deux ans une classe de CP-CE1. Auparavant, il enseignait en cycle 3.

USAGE DE DOCUMENTS

Jean-Michel utilise beaucoup ERMEL et Diagonale, mais également les différents manuels dont il peut disposer en spécimen. À chaque fois qu'il cite ces deux collections, il insiste sur leurs auteurs qu'il connaît (Luce Dossat, avec qui il a travaillé pour le rallye mathématique, Jean-Luc Brégeon pour Diagonale et Nicole Bouculat pour ERMEL). Mais il n'hésite pas à s'approprier d'autres sources et à les modifier pour les adapter à son projet d'enseignement. Il se sert encore de ses cours de PE.

Les mathématiques sont la seule matière où il a utilisé systématiquement un manuel, et cela dès le début de sa carrière.

Ses élèves ont un fichier ERMEL cette année, («Les élèves n'ont un fichier qu'en maths, ERMEL cette année, Maths en herbe l'année dernière », dont il n'était pas satisfait des modes d'introduction des connaissances). En fait, les années précédentes, il faisait « du ERMEL sans le savoir ».

Jean-Michel essaie de se tenir au courant des nouveautés. Curieux, il allait voir ses collègues et passait du temps dans les librairies. Maintenant, sa fonction de maître formateur lui permet d'aller voir des stagiaires ; il n'hésite pas à se renseigner auprès d'eux (« les stagiaires me tiennent au courant des dernières nouveautés à l'IUFM, ils grattent pour toi, en fait ! »)

PLACE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEMBLE DES MATIÈRES ENSEIGNÉES ET CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Sa conception de l'enseignement en général, et de l'enseignement des mathématiques en particulier, est très fortement influencée par sa formation à l'UFR STAPS. Il cite en permanence l'importance qu'il accorde à la différenciation.

Dans le cadre de son organisation avec son modulateur, Jean-Michel ne veut lâcher aucune matière, donc son modulateur intervient sur la géométrie et Jean-Michel intervient sur le reste.

PLANIFICATION ET ORGANISATION DU TRAVAIL DE L'ANNÉE SCOLAIRE

Jean-Michel décrit l'organisation de son travail à l'année et considère qu'il a en fait plus de deux niveaux. Les modes d'organisation de la classe à double niveau sont très souples. Quand certains élèves de CE1 font une activité de recherche, il fait faire la même aux CE2 en jouant avec les variables.

« Je ne sais pas comment j'entre ». Jean-Michel met en place un premier bilan, qui lui sert pour détecter les difficultés des élèves. « J'ai en gros un programme et j'introduis les éléments en lien avec la vie de classe ». Jean-Michel montre son document de progression qui repose sur l'aide à la programmation des documents d'application des programmes. « Cela fait quand même une programmation ». Il pointe au fur et à mesure que les situations ont été rencontrées pour mettre en évidence les aspects traités. Ce document lui permet de voir quand et combien de fois les différents aspects ont été abordés. Son modulateur a du mal à rentrer dans le dispositif que Jean-Michel a mis en œuvre. « Je ne peux pas lui en vouloir, ce n'est pas lui qui l'a construit ».

Jean-Michel insiste beaucoup sur la demande des élèves pour déterminer l'ordre dans lequel il traite les différents aspects et sur la description de la fonction de son outil « Comme j'ai un fonctionnement souple, il ne faut pas que je me perde ; donc j'ai besoin d'un outil rigide ».Le document lui sert à déterminer : « Ce que je peux faire, ce que je dois faire, ce que j'ai déjà fait ».

ORGANISATION D'UN THÈME DONNÉ

Pour travailler ses thèmes, Jean-Michel utilise des activités ERMEL ou bien des activités qu'il a construites lui-même. Par rapport au fichier, Jean-Michel « ose sauter des pages, revenir en arrière, passer moins de temps, passer plus de temps ».

ORGANISATION DES SÉANCES

Jean-Michel présente un document sur la mise en place de la multiplication : le jeu des puces. « Un classique d'ERMEL que j'ai adapté, l'enrobage a été modifié, ainsi que les couleurs sur les étiquettes des objets des différents rangs. »

« Je suis en perpétuelle recherche, j'aime bien tester, donc du coup mes documents ne sont pas très stables ». Jean-Michel décrit une préparation qu'il a mise en œuvre l'année précédente : le document présente les trois niveaux de résolution d'un même problème . Tous les élèves ne passent pas par tous les niveaux. Jean-Michel décrit la procédure d'individualisation qu'il a mise en place (avec parcours dans les trois niveaux qu'il a élaborés).

Jean-Michel décrit les modes de reconstruction des activités de mathématiques : les supports trop coûteux en feuille, (modification de forme), pour d'autres, c'est la consigne qu'il retravaille. Ensuite, il y a les modifications induites par les élèves ou la vie de classe : « les transformations vont être de l'ordre du didactique ». Et puis, le dernier aspect qui lui tient beaucoup à cœur : les situations de recherche, d'expérimentation.

PRISE EN COMPTE DES ÉLÈVES

L'individualisation de l'enseignement fait partie de manière intrinsèque de sa philosophie de l'enseignement. En conséquence, il décrit des pratiques de prise en compte des besoins spécifiques de ses élèves. Dans le cadre de descriptions globales, Jean-Michel insiste sur le droit qu'ont les élèves de revenir sur ce qui a été mis en place en utilisant des procédures non expertes (cite un exemple par rapport à la lecture et l'utilisation de « méthodes plus controversées à l'IUFM ») ; « Ce n'est pas la peine de lui faire faire des choses trop compliquées, je reviens à des apprentissages de base ».

« J'essaie de créer le sentiment chez l'élève de déterminer son niveau, sans se surestimer, ni se sous-estimer ».

IMPRESSION GÉNÉRALE DE L'ENTRETIEN

Jean-Michel construit minutieusement, depuis de nombreuses années, l'instrument de son enseignement des mathématiques. Même s'il s'agit d'une construction très personnelle, celle-ci se fait en conformité avec la représentation qu'il a de l'institution à laquelle il appartient.

Jean-Michel est un bricoleur, un artisan, qui dans le cadre de son projet global, a un grand souci du détail. Il a aussi un côté chercheur : tester de nouvelles activités, se tromper, analyser a posteriori ses erreurs, identifier de nouvelles variables. C'est ce dernier aspect qui lui plaît dans l'enseignement des mathématiques, parce que cette identification est capitale pour son projet de différenciation.

Annexe 2
Philippe

Philippe n'affiche pas d'intérêt particulier pour les mathématiques, pas de dégoût non plus. Quand il prend des exemples spontanément, c'est surtout en français. Il ne parle pas vraiment des mathématiques et préfère parler des élèves, de l'ambiance de classe, notamment quand il fait allusion au travail avec des professeurs stagiaires.

PARCOURS FORMATION INITIALE

Philippe a passé le concours de l'EN en 3^{e} (dernière année du concours niveau 3^{e}), pas particulièrement par vocation, mais parce que le collège l'a poussé à le faire. A passé un Bac B d'économie parce que c'était le plus polyvalent, une sorte de moyenne entre ses intérêts.

PARCOURS PROFESSIONNEL

À la sortie de l'EN, s'est retrouvé 'modulateur' en école d'application (les premières années de ce système), comme le lui a conseillé le directeur de l'EN « très docile, j'ai suivi ». Étant en école d'application, il aspire à devenir « comme les autres » et passe de CAFIPEMF à 29 ans.

Il a passé 13 ans dans une première école d'application, en CP – CE1, puis, en 1991, a changé d'école à cause d'une suppression de classe. Il enseigne depuis en CM (1 ou 2) et se sent bien dans ce niveau scolaire.

USAGE DE DOCUMENTS EN CLASSE

Philippe n'a pas trouvé de manuel qui lui convienne totalement et n'est pas sûr qu'il y en ait un vraiment idéal pour lui, mais chaque élève en a un (Diagonale en CM1 édition 95, Quadrillages en CM2 depuis 3 ou 4 ans). Il pense que c'est important pour de futurs collégiens d'apprendre à utiliser un manuel. Il considère par ailleurs que c'est trop cher de les changer régulièrement et que cela n'en vaut pas la peine car souvent il y a peu de changements. Les manuels de sa classe, par exemple, ne sont pas en euro mais il considère que ce n'est pas important du point de vue des notions abordées et que, par ailleurs, cela permet de poser le problème de la conversion.

Pour Philippe l'usage d'un manuel en classe est intéressant par la présence de ce qu'il y a à retenir, la commodité du recours aux exercices pour les devoirs ou, par exemple pour la proportionnalité, par la présence de graphiques bien faits. Les élèves ont par ailleurs un cahier de leçon qui, d'une part, a un autre statut et d'autre part permet de s'entraîner en vue du collège à la prise des notes en prenant des habitudes de présentation. Certaines années, il utilise un classeur et les élèves doivent trouver comment s'organiser pour classer leurs feuilles. Le manuel n'est pas utilisé tout le temps et les élèves ne le sortent pas de façon systématique lorsqu'une leçon de mathématiques est annoncée, ils peuvent ainsi rester une semaine sans y recourir.

En complément, Philippe utilise des documents de la vie courante (publicité de réduction pour les pourcentages, par exemple), et aussi des exemples qu'il copie au tableau ou photocopie dans des manuels. C'est important pour lui de donner du sens à l'activité, sinon les élèves en difficulté ne voient pas pourquoi certaines notions sont abordées. Il faut trouver des supports authentiques pour les mathématiques comme pour les autres disciplines, et montrer aux élèves que tout est lié, par exemple on fait des maths aussi en géographie, avec les tableaux.

USAGE DE DOCUMENTS POUR LE MAÎTRE

Philippe utilise plusieurs livres, y compris un peu anciens (Eiller, dont il a le manuel et le livre du maître CM2). Philippe a le livre du maître de Quadrillage (manuel de la classe) mais croyait ne pas l'avoir, il ne l'utilise pas (en tout cas pas souvent). L'usage d'un manuel date de l'époque où M. Eiller, alors directeur de l'école normale de Clermont-Ferrand, jouait un rôle important. À l'époque, il utilisait son manuel « pas pour lui faire plaisir ».

Pour Philippe, le livre du maître « permet de se replonger dans les notions mathématiques » car il estime ne pas pouvoir tout faire et facilite le choix des approches pédagogiques.

Avant la rentrée, Philippe va dans une librairie feuilleter les nouveautés.

Il pense qu'entre collègues ils pourraient aller plus loin qu'un échange d'exercices à la photocopieuse ou au polycopieur, et notamment faire des évaluations communes, mais considère que c'est compliqué, surtout quand on est IMF avec le même modulateur car il n'y a pas de décharges en même temps. Dans le cadre du projet d'école, des échanges sur les pratiques dans les classes ont permis de constater qu'ils faisaient des choses comparables.

PLACE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEMBLE DES MATIÈRES ENSEIGNÉES ET CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques représentent un horaire assez lourd. Elles sont partagées avec le modulateur, qui fait la géométrie. Parfois ce n'est pas facile de savoir qui fait quoi mais globalement cette répartition fonctionne bien car la 'doublette' est stable depuis longtemps.

Selon Philippe il ne faut pas apprendre seulement « des mécanismes » car il est nécessaire de travailler sur le sens pour donner une cohérence aux apprentissages.

PLANIFICATION ET ORGANISATION DU TRAVAIL DE L'ANNÉE SCOLAIRE

En CM1 Philippe insiste sur la numération, notamment la différence entre chiffre et nombre, l'écriture des grands nombres. Les élèves sont demandeurs sur les décimaux et surtout la division « quand on saura faire la division on sera des grands ».

Il ne suit pas les manuels dans le fractionnement des thèmes, il préfère passer longtemps sur le même thème plutôt que morceler.

Philippe prévient ses élèves que la numération sera une notion importante au moment de l'apprentissage de la division qui voient alors « tout d'un coup » à quoi ça sert.

Il considère qu'il ne fait pas assez de calcul mental, mais qu'il ne faut pas faire seulement des mathématiques et du français comme on le voit parfois, aussi il estime que ce n'est pas facile d'arriver à tout faire car il y a moins de temps pour faire plus de choses et les familles attendent toujours plus de l'école. Il lui semble qu'il arrivait à faire plus de choses quand il avait sa classe sur 27 heures.

Philippe montre le début de son classeur, dans lequel il a collé le référentiel des compétences dans l'ordre des chapitres qu'il a adopté en suivant approximativement la progression du manuel.

ORGANISATION D'UN THÈME DONNÉ

Philippe n'a pas vraiment choisi un thème pendant l'entretien, mais la division est très souvent évoquée. Il confie sa peur de la division lorsqu'il a commencé à enseigner au CM et dit se reposer la question, tous les ans ou tous les deux ans, de son introduction. Il l'aborde au deuxième trimestre du CM1, et la reprend au premier trimestre du CM2.

Pour la division, il demande spécialement aux parents de ne pas intervenir « n'y touchez pas / laissez moi faire / faites confiance aux enseignants » et les prévient que ça va durer un mois, que l'opération ne sera pas en place tout de suite. Le fait d'y passer du temps permet de comprendre qu'une acquisition, ça ne se fait pas en un clin d'œil. Pour les notions nouvelles, il cherche dans les manuels, les livres du maître, les différentes modalités de leur introduction. C'est en général sur ces parties qu'il aime avoir des stagiaires en formation.

ORGANISATION DES SÉANCES

Souvent il commence par un travail collectif au tableau pour « rassembler » les élèves et il aime bien envoyer des élèves au tableau, pas toujours les mêmes, y compris les élèves en difficulté.

Pour certaines notions il met en place des rituels, demande des formulations auxquelles il tient car il pense que les élèves peuvent avoir besoin d'un apprentissage rigoureux dans ces moments là.

PRISE EN COMPTE DES ÉLÈVES

La soustraction est une opération très difficile, même en CM. : « Les élèves peuvent donner des résultats incohérents et parfois plus grands que le nombre d'en haut, ils touillent à leur façon ». C'est un problème qui surgit si on apprend seulement des mécanismes, Philippe estime qu'il faut apprendre aux élèves à vérifier et aussi à anticiper le résultat.

Il considère que l'enseignement dans un certain niveau pendant plusieurs années permet de « rebondir » s'il y a une remarque imprévue car il y a la possibilité de revenir à ce qui a déjà été fait « vous vous souvenez quand on a fait ... ».

Il y a des enfants qui « sont de gros problèmes », et il n'y a rien pour « les enfants qui ne sont pas débiles ou retardés mentalement mais qui ont besoin de plus de temps ».

Philippe tient beaucoup à la notion de groupe classe, à la complicité avec les élèves. Dans cette école, les élèves disent « c'est les Dupont » en utilisant le nom de leur maître, ça l'a surpris au début mais trouve à présent que cela donne une identité au groupe qui lui convient.

Annexe 3
Daniel

Daniel, 47 ans, passe le dernier concours de l'école normale en 3ème. Bac en 1975 puis deux ans de formation professionnelle à l'EN. Devient instituteur à 18 ans. Pas très matheux, a mal digéré les maths modernes qu'il rencontre autour de la 3ème. Il a retrouvé ses maths à l'école, en enseignant, et s'est un peu spécialisé en maths (décloisonnement dans l'école).

PARCOURS PROFESSIONNEL

23 ans dans l'école dans laquelle il enseigne actuellement. Sportif, basket ball et entraîneur en National 1 et National 2, son engagement comme éducateur sportif joue un rôle important dans sa vie professionnelle.

USAGE DE DOCUMENTS

Oscille entre le passé et le présent. Certaines années, les élèves ont le Eiller dans leur case, Daniel l'utilise pour des exercices, mais pas cette année. Il réfère à Eiller, C.L.R., Math quadrillages, Problèmes choisis pour le CM2, fichier, au sujet duquel il dit « je ne suis pas fiche mais je pique par ci par là ». Il connaît bien les documents qu'il utilise : « quand je suis à tel endroit je sais où retrouver le problème qui m'intéresse ».

Au cours de l'entretien, Daniel fait référence à beaucoup de documents, qu'il utilise comme source de problèmes ou d'exercices. Il n'en privilégie pas vraiment une, et se dit rarement satisfait par les problèmes proposés, qui, par exemple, dans un chapitre sur la division vont être centrés uniquement sur la division, alors que Daniel tient au mélange des opérations dans un même problème pour ne pas conditionner les élèves. Il fabrique donc des problèmes plus variés, souvent en s'inspirant d'une base existante.

La confection du cours et l'organisation mathématique, qui est essentielle pour lui, reste assez mystérieuse, Daniel fait allusion aux anciens collègues et aux manuels comme les bases qui lui ont sans doute permis, vraisemblablement il y a longtemps, de structurer son enseignement.

PLACE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEMBLE DES MATIÈRES ENSEIGNÉES ET CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

L'école primaire doit préparer au collège, il faut des bases solides en mathématiques et en français. « Je force beaucoup sur français maths ». En maths ce qui est prioritaire c'est « compter », c'est-à-dire savoir les opération parfaitement, les techniques mais aussi pourquoi, tout tourne autour des problèmes. La numération c'est fondamental, il faut faire marcher la mémoire et le calcul mental au quotidien, à tout propos. En géométrie, les notions de base élémentaires.

Daniel se situe comme un enseignant « traditionnel » et de ce fait peut-être pas dans la norme actuelle.

L'analogie entre l'apprentissage à l'école et le sport est importante pour Daniel, la répétition, ce n'est pas la routine, quand on répète un geste, on l'améliore en même temps. En cohérence avec ce point de vue, Daniel fait beaucoup de petites évaluations, sur les bases. « Leur bible c'est le cahier de leçon, dans ce cahier tout ce qui est dedans est à savoir tout le temps, il peut y avoir un contrôle n'importe quand ». Il y a des choses qu'il est plus simple de savoir par cœur, et c'est important d'avoir des références, des exemples types dans le cahier de leçon.

PLANIFICATION ET ORGANISATION DU TRAVAIL DE L'ANNÉE SCOLAIRE

Daniel a pensé sa progression sur les deux années de CM, et il préfère avoir ses élèves pendant les deux ans. La progression sur le CM2 est plus rapide, elle « reprend tout » et Daniel en est moins satisfait. La progression sur CM1-CM2 pouvait tenir compte des périodes de l'année (par exemple la fatigue des élèves après les vacances de Noël).

En CM2 « Ma numération » jusqu'à Toussaint, et on y revient après, ensuite « Ma géométrie » après février. L'organisation des thèmes remonte dans le passé, Daniel parle d'anciens collègues et des manuels. Au début il mélangeait plus, mais il pense que pour les élèves moyens ou « moyens moins » (c'est le public qu'il vise) il ne faut pas trop s'éparpiller.

Le document qui organise la planification de l'année est un cahier d'ancien élève, photocopié ou conservé. Ce cahier s'améliore d'année en année, Daniel montre un cahier de CM1-CM2 d'il y a dix ans. « Tous les 2/3 ans je me refais mon cahier de leçon ». Daniel demande un cahier de leçon « bible » « qui est dans le cartable jour et nuit » et auquel « les élèves se réfèrent jusqu'en fin de collège » et un cahier d'exercices. L'un et l'autre sont très bien tenus, Daniel est très exigeant sur ce point. Le cahier d'exercices est corrigé très régulièrement.

Quand les programmes changent, « c'est souvent sur des détails. » Daniel insiste moins sur ce qui est sensé disparaître, mais la logique de la progression doit rester et les éléments essentiels restent. Par exemple, « La division des décimaux, je la montre, je la fais quand même ».

D'une façon générale, Daniel parle beaucoup de mathématiques dans l'entretien, et des enchaînements nécessaires ou naturels d'une étude à l'autre. Le point de vue qu'il adopte est le fruit d'une réflexion (qu'il n'aura pas le temps de livrer dans l'entretien). Par exemple, « pour la division je fais pas écrire les retenues », « je travaille très vite sur des grands nombres en début d'année ».

ORGANISATION D'UN THÈME DONNÉ

Si l'on prend l'exemple de la numération, Daniel reprend en début d'année le tableau de numération, en réservant la future place des décimaux par des pointillés. Il travaille sur les puissances (de base entière quelconque) puis sur les puissances de dix (avec décomposition des nombres en puissances de dix), avec l'idée d'arriver aux fractions et aux décimaux. Le tableau de numération revient avec les décimaux et l'introduction des fractions 1/10, 1/100, 1/1000 dans le tableau.

Ce qui est important pour lui c'est que les leçons s'enchaînent d'une façon logique du point de vue du savoir mathématique. Par exemple, il travaille les critères de divisibilité et ensuite les nombres premiers parce que ça serait dommage de ne pas le voir, il y a une logique et il pense que les élèves sont demandeurs. « Quand on fait ça [les critères de divisibilité] je ne me vois pas ne pas faire ça [les nombres premiers] »

PRÉPARATION AU QUOTIDIEN

Peu d'indication sur la préparation au quotidien, la planification au jour le jour est sans doute soutenue par le cahier et par des choix simples sur des variables pour les exercices. Daniel montre ce qu'il a fait ce matin : une fiche de calcul mental. L'énoncé a été préparé très vite à 8h25, « je sais ce que je vais faire, dominante les kilogrammes ».

ORGANISATION DES SÉANCES

Il parle souvent de variables locales qu'il juge importantes (comme ci-dessus, ne pas faire écrire les retenues pour la division), ou encore le type de calcul mental qu'il fait faire « j'aime bien faire -9, +101 » ou encore « quand on sait faire 3 x 4 alors on sait 300 x 400 », et aussi des erreurs types des élèves « quand on demande 50 - 25,2 on obtient 25,8 ou 25,2 ». Ou encore « j'aime bien ce problème parce qu'on peut le faire en une fois [en posant les opérations en ligne] ou en plusieurs [en rédigeant des phases successives]. Je leur dis avec les deux manières on a 20/20 mais peut-être que plus tard ça sera pas pareil. »

Daniel met « la barre un petit peu haut », ça lui semble nécessaire, en tout cas pour les qualités de rigueur de présentation, et pour les opérations de base (le calcul mental simple notamment, qui doit être automatisé).

Pendant le travail sur le cahier d'exercices, il essaye de corriger au fur et à mesure, mais sans donner la solution « je dis il y en a deux ou trois de faux mais je dis pas lesquels, c'est fastidieux mais important »

PRISE EN COMPTE DES ÉLÈVES

Daniel considère que son travail s'adresse particulièrement aux élèves « moyens moins », « les bons ils s'en sortiront toujours ». Si certains élèves ont fini avant les autres, ils peuvent faire autre chose (lire, etc.) mais ce n'est pas une vraie préoccupation. D'autant que l'écart a tendance à se réduire : « au début ça peut être de 1 heure à 5 heures pour le même travail », mais « ça se réduit il faut booster les gens ».

Il sait que les plus en difficulté ne pourront pas atteindre toutes ses exigences, mais qu'ils sortiront au moins avec les bases nécessaires pour aborder la suite.

IMPRESSION GÉNÉRALE DE L'ENTRETIEN

Daniel construit minutieusement, depuis de nombreuses années, l'instrument de son enseignement des mathématiques. Il s'agit d'une construction personnelle, faite de collages et d'adaptations à partir de documents existants. Ces adaptations sont visibles localement, mais il est plus difficile de comprendre comment la planification d'ensemble s'est faite.

Il a pris un réel plaisir à montrer ce travail, dont il est vraiment fier.

Annexe 4
Bénédicte

PARCOURS FORMATION INITIALE

Bénédicte a eu un bac B, puis une licence de géographie, en travaillant comme surveillante ; elle a passé le concours des écoles en 84/85, à l'époque où il fallait bac +2 ; elle a préparé le concours en cours du soir, pour cela elle avait pris une année sabbatique. Elle n'a fait qu'un an en Ecole Normale car elle a été enceinte, et elle trouve que cette formation initiale lui manque.

Elle se considère comme polyvalente, précisant que c'est peut-être un bien pour le métier, mais que ce n'est pas sûr.

PARCOURS PROFESSIONNEL

À sa sortie de l'E.N., elle a fait un an en CM2 dans un quartier facile, puis 8 ans dans une zone « ZEP puissance 10 », toujours des grands. Cela a été pour elle « un choc des cultures ». Ensuite elle est arrivée dans un quartier facile où elle a eu un CP pendant un an, puis la classe a fermé et elle est arrivée dans cette école de quartier socialement favorisé. Elle y est depuis 8 ans, en CM1 ; elle se trouve bien dans ce niveau, elle préfère les grands de 8 à 10 ans.

Elle est Professeur des Ecoles depuis cette année.

CLASSE

Cette année, la classe compte 27 élèves, elle trouve ça correct au regard d'autres années où elle a pu aller fréquemment jusqu'à 33 élèves. La salle est bien remplie, il y a 18 garçons, ce qui donne une classe « vive ».

Il y a peu de documents didactiques aux murs (ce sont ses propres commentaires), mais plutôt des productions artistiques d'élèves ; il y a un tableau des grands nombres.

Dans l'école il y a 3 CM1 et demi, et 4 CM2.

Avec les collègues, ils pratiquent des échanges d'élèves ponctuellement, pour travailler telle partie pour un élève en difficulté ou en avance par rapport à sa classe.

Dans les premières années où elle est arrivée dans cette école, elle a travaillé avec les collègues, ils ont fait des échanges de service, mais pas en maths.

Les aide-éducatrices sont parties depuis un mois et elles manquent aux enseignants, en particulier « il est devenu impossible d'organiser des travaux de groupes ».

USAGE DE DOCUMENTS EN CLASSE

Bénédicte a choisi Math-outil, car elle est habituée au livre du maître, sinon elle n'aurait pas vraiment de manuel préféré pour ce niveau CM1 ; elle reproche à ce manuel de ne pas avoir de résumé de cours comme dans le Magnard ; dans Math-outil, il y a beaucoup de problèmes, mais pas assez de batteries d'exercices d'entraînement systématique, alors elle fait des photocopies à partir des anciens fichiers de chez Multiprint (fichiers prêts à la reprographie sur machine à alcool) en particulier pour des exercices de numération.

« Un avantage de Math-outil, c'est qu'il est présenté par semaine, avec une vision synthétique par période de 6 semaines ».

Chaque élève a un fichier associé au manuel, toujours dans le cartable, pour devoirs rapides à la maison; il a aussi un cahier de leçon, et un cahier de géométrie grand format.

Elle trouve le fichier Hatier bien mais, comme tous les fichiers, il ne contient pas assez d'exercices.

Pour les problèmes, elle les invente souvent, en relation avec un thème déjà travaillé et surtout avec une seule opération ; elle trouve que les problèmes proposés sur les livres sont trop compliqués, les élèves se braquent : « maîtresse, j'y arrive pas ! »

Lorsqu'elle travaillait en CP, elle trouvait le fichier de Brissiaud vraiment bien, elle sait qu'il existe aussi pour le CM, elle va l'acheter pour le consulter.

Pour elle, le manuel idéal serait tel qu'il n'y aurait pas besoin de faire des photocopies, il y aurait pour chaque séance un résumé de la leçon à appliquer, des exercices systématiques ; chaque séance n'aurait qu'un seul objectif à la fois, avec une leçon classique ; il y aurait un fichier pas cher pour travailler à la maison, et tout ça avec un bon livre du maître.

USAGE DE DOCUMENTS POUR LE MAÎTRE

Pour choisir le manuel, Bénédicte choisira le livre du maître en priorité, car c'est essentiel ; elle les choisit s'ils sont succincts, avec une simplicité et une clarté des objectifs ; elle utilise le livre du maître de Math-outil ainsi que celui de chez Bordas.

Elle utilise beaucoup de documents et trouve qu'elle doit faire plus attention à ne pas se disperser, il faudrait suivre les consignes de l'IEN de travailler avec un unique manuel ; elle considère que c'est un défaut qu'elle a de chercher trop de documents différents.

Bénédicte trouve un inconvénient courant aux livres du maître : utiliser un vocabulaire "jargonneux", en maths comme en didactique (exemples : algorithme, cardinal). Il faudrait alors un lexique associé, car on ne trouve pas ce vocabulaire dans les dictionnaires. Celui de Math-outil n'est peut-être pas assez développé, mais son vocabulaire est assez simple.

Elle dit qu'elle serait prête à aller sur Internet pour chercher ce vocabulaire-jargon en maths et en didactique s'il s'adressait directement aux maîtres de l'école élémentaire.

Elle utilise Internet pour le Français, mais peu en maths, parfois en géométrie ; elle fréquente le site de l'école de Rustrel ou un moteur de recherche.

Elle souhaiterait pouvoir trouver du matériel pour la classe, par exemple des grands tableaux de grands nombres plastifiés -comme les tableaux de conjugaison- et sur lesquels elle pourrait écrire au Véléda.

PLACE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEMBLE DES MATIÈRES ENSEIGNÉES ET CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Dans la semaine, Bénédicte organise une séance sur chacun des quatre « gros morceaux » du programme : mesure, numération, géométrie, problèmes. Elle essaie de se tenir à cette organisation, bien qu'il arrive qu'un sujet ne soit pas terminé en une séance, alors elle prend du temps sur la séance suivante.

PLANIFICATION ET ORGANISATION DU TRAVAIL DE L'ANNÉE SCOLAIRE

« Le programme de CM1 est assez costaud en maths », Bénédicte avance, pour traiter tout le programme de l'année, car, « même si ce n'est pas acquis, les élèves le reverront l'an prochain ».

Bénédicte pense qu'au CM1, la numération et le calcul, ce n'est pas aussi difficile qu'on le dit, à part la division ; ce qui est dur ce sont les problèmes, elle en fait beaucoup, qu'elle invente en fonction des autres activités de la classe ; elle veut qu'ils soient simples à résoudre, qu'ils ne traitent que d'une seule opération à la fois. Dans les manuels, elle ne trouve pas bien ce qu'elle veut.

PRISE EN COMPTE DES ÉLÈVES

Bénédicte ne veut pas que les élèves se braquent sur une difficulté (elle l'exprime clairement au sujet des problèmes) et elle préfère s'adapter en ne donnant à traiter qu'une difficulté à la fois, qu'un objectif à la fois.

IMPRESSION GÉNÉRALE DE L'ENTRETIEN

Bénédicte se sent mal à l'aise en maths, elle se considère plutôt comme littéraire et en cela ne se croit pas tellement le droit ou la possibilité d'avoir une autonomie par rapport à des manuels : elle a sa liberté de décision dans le choix du manuel, dont le livre du maître doit lui convenir autant que le manuel doit convenir aux élèves. Cette position semble être renforcée par les arguments de l'IEN en faveur de l'usage des manuels dans le but affiché d'entraîner les élèves (CM1) aux pratiques attendues au collège. (L'injonction « peu de photocopies » semble pourtant bien être aussi sous-tendue par une volonté de diminuer les coûts de fonctionnement).

CONSTRUIRE DES OUTILS EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES POUR LE FORMATEUR DES PROFESSEURS D'ÉCOLE

Muriel Fénichel
Catherine Taveau
Formatrices à l'IUFM de Créteil

Résumé :
Cet atelier avait comme objectif de présenter un projet de production d'outils multimédia pour les PE, utilisable en formation initiale comme en formation continue. Les participants à l'atelier, ont été invités à élaborer un cahier des charges pour la réalisation d'un tel outil (DVD accompagné d'un Cdrom) présentant des situations d'enseignement des mathématiques en cycle 2. L'état d'avancement en terme de séances filmées et en terme d'analyses didactiques a été présenté à l'ensemble du groupe.

Présentation du projet, support de réflexion de l'atelier

Dans le cadre de l'IUFM de Créteil, en partenariat avec le CRDP de la même académie, nous travaillons sur un projet d'élaboration d'outils multimédia pour la formation en mathématique, initiale et continue, des Professeurs des Ecoles.
Ce projet est né de la nécessité de renouveler les supports vidéo dont dispose le réseau national des formateurs de mathématiques en IUFM. En effet les anciens supports comportant des séances filmées dans les classes ne peuvent plus être diffusés (les copies de copies étant maintenant de mauvaise qualité) ou commercialisés puisque la réglementation concernant le droit à l'image a évolué.

La formation des professeurs des écoles est courte, or elle doit permettre de développer rapidement chez les PE des gestes professionnels dans des domaines où ils ne sont pas nécessairement experts : peu d'entre eux ont reçu une formation scientifique. D'autre part, le rapport qu'entretiennent les stagiaires de notre académie à la lecture de documents didactiques et/ou pédagogiques semblent difficile, d'où la nécessité d'exemplifier des situations d'apprentissage par l'image afin d'essayer d'éviter le risque de dénaturation didactique des situations proposées.

Nous avons donc besoin d'outils adéquats pour rendre plus compréhensibles aux futurs professeurs des écoles , mais aussi à ceux qui sont déjà titulaires, les enjeux de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Notre projet est de réaliser trois DVD, un pour chaque cycle de l'école primaire. Chacun d'entre eux sera accompagné d'un petit livret de présentation et d'un Cdrom comportant des éclairages théoriques en mathématiques et en didactique sur les thèmes abordés, des programmations possibles ainsi que des documents pouvant aider les stagiaires à construire des séquences d'enseignement.

D'autre part, pour prendre en compte la continuité des apprentissages en mathématiques, nous développerons une réflexion sur l'apprentissage d'un même concept à travers les séquences que nous avons choisies de filmer dans les trois cycles.

Ces outils seront élaborés de manière à pouvoir être utilisés d'une part par les formateurs dans le cadre de leur travail de formation et d'autre part par les formés eux-même, ainsi que par des enseignants titulaires, au même titre que n'importe quel autre ouvrage didactique.

Cette année nous avons commencé à produire un tel outil pour le cycle 2. Nous avons filmé trois séquences : une séquence concernant l'apprentissage de l'utilisation du compas en relation avec l'objet géométrique « le cercle », une séquence concernant l'apprentissage de la numération (les fourmillions[1]), et une séquence concernant l'introduction de l'écriture multiplicative.

Le but de l'atelier

Le but de cet atelier a été de faire élaborer par les participants un cahier des charges concernant les outils vidéo qu'ils souhaiteraient éventuellement utiliser dans leur travail de formation.

Ce cahier des charges nous permettra d'analyser au mieux nos travaux en cours et de construire nos productions en tenant compte des besoins des formateurs en mathématiques du réseau des IUFM.

Le déroulement de l'atelier

Le temps imparti à l'atelier a été réparti en trois phases :

- Un premier temps qui a permis à chaque participant de présenter son utilisation de vidéos en formation.
- Un second temps, pendant lequel les participants ont essayé d'élaborer ce qu'ils estimeraient être un cahier des charges pour l'élaboration d'un outil utilisable par eux ;
- Puis un dernier moment, assez court, où des extraits des situations déjà filmées ont été visionnés pour illustrer notre propos.

1) Rapide état des lieux sur l'utilisation de documents vidéo

Nous avons posé les questions suivantes aux participants :

- Utilisez-vous des documents vidéo comme support de formation lors de vos interventions en formation initiale ou continue ?
- Si oui quels documents utilisez-vous et pour quelles raisons ?
- De quelles manières les utilisez-vous ?

Voici une synthèse des réponses :

- Quand les documents vidéo sont utilisés, ils le sont essentiellement avec des stagiaires PE2, voire PLC2 et en formation continue. Ils sont utilisés souvent au cours des séances d'analyse de pratiques. Peu de participants utilisent ces supports avec les PE1.
  Certains utilisent des enregistrements audio qu'ils retranscrivent.

- Les documents utilisés sont issus essentiellement :
  - des travaux de l'équipe ERMEL (Wagon, banquier-cheval, différenciation pédagogique…) ;
  - des travaux de l'équipe de Bordeaux sur la maternelle ;

[1] Activité tirée du ERMEL CP

  - des séances tournées avec les stagiaires lors de séances d'analyse de pratique ;
  - des productions « maisons » comme par exemple des séances filmées en cycle 3 à Besançon, ou des séances filmées à partir de situations proposées dans l'ouvrage Cap Math.

Un des participants a utilisé, en PE1, un film concernant l'histoire des nombres de Denis Guedj.

- Ces documents sont utilisés comme support de réflexions concernant certains gestes professionnels, pour illustrer un moment clé d'apprentissage mathématique (situations phares), quelques éléments de différenciation pédagogique.

  Selon l'objectif de leurs interventions, les formateurs de l'atelier disent :
  - proposer un questionnaire ou une grille d'analyse avant le visionnement ;
  - donner le scénario de la séquence ou de la séance que les stagiaires lisent avant de regarder le film ;
  - faire élaborer, par les stagiaires, une grille d'analyse en portant le regard soit sur l'enseignant, soit sur les élèves ;
  - montrer le film avec des arrêts sur images ;
  - apporter des commentaires lors du visionnement ;
  - utiliser les vidéo produites durant des séances d'analyse de pratique en classe .

Un des participants a utilisé une vidéo dans un projet de travail pluridisciplinaire dont l'objectif était un travail sur la maîtrise de la langue.

2) Définir un cahier des charges

Nous avons présenté notre projet aux participants en précisant notre principal objectif : pouvoir développer à travers l'utilisation de ces outils multimédia, l'analyse de situations avec à la fois une approche didactique et une approche pédagogique. Par ailleurs, nous souhaitons aussi mener une réflexion sur les notions à enseigner.

Nous avons alors proposé aux participants de donner quelques ébauches de réponse aux questions suivantes :

- Quels sont les aspects didactiques que vous aimeriez voir illustrer par une séance filmée ?
- Quels aspects pédagogiques ?
- Autour de quels contenus mathématiques et dans quel cycle de l'école primaire ?

Suite à une réflexion en petit groupe, la mise en commun a permis d'établir un cahier des charges.

Voici les aspects principaux que les participants ont souhaité retenir concernant ce cahier des charges :

a) Le support (DVD et Cdrom) doit permettre une exploitation en miroir ou en simultané des trois aspects didactique, pédagogique et mathématique. Le montage des séances filmées doit en tenir compte.

<u>Concernant la didactique, les participants souhaiteraient voir apparaître :</u>

- Les différents types de situation : apprentissage, référence, entraînement.
- La démythification de l'enseignement « héroïque » : le rôle des différentes situations dans la gestion des apprentissages mathématiques.
- La dévolution de la situation ;
- L'appropriation de la consigne par les élèves, ce qui va leur permettre d'entrer dans la tâche ;
- Le point de vue du maître, celui des élèves ;
- Ce que dit le maître, ce qu'entendent les élèves : les interactions ;
- Le temps du maître, celui des élèves. Prendre en compte le temps réel de l'apprentissage (présence de l'affichage du temps réel dans le montage) ;
- Le découpage de la séance : enchaînements, interactions, fonction des différents moments : possibilité de « zoom » sur les moments clés ;
- Le traitement de l'erreur ;
- Les différents types d'aides : comment sont ils donnés , sur quels critères ?
- Entretiens a priori, a posteriori ;
- La prise en compte qu'un concept se construit dans la durée ;
- Les limites d'une analyse essentiellement didactique.

<u>Concernant la pédagogie, les participants ont retenu les points suivants</u> :

- La gestion de la différenciation ;
- La gestion des moments de mise en commun ;
- La prise en compte des productions des élèves pour adapter sa progression ;
- Les gestes, les postures et les paroles de l'enseignant ;
- La gestion de la parole dans les moments collectifs, fonction de la parole, relance, circulation de la parole ;
- Le passage de l'écrit privé à l'écrit partagé, exploitation de la parole dans les mises en commun ;
- Les prises d'information par le maître à travers l'observation des élèves, ses prises de décisions ;
- Les limites d'une analyse uniquement pédagogique.

b) Le support DVD doit permettre de mettre en regard les actions de l'enseignant et ceux des élèves en simultané ou en décalé. En utilisant la technologie permise par le support DVD il est plus aisé de mettre en évidence, et assez finement, la gestion des interactions (élèves/élèves ou élèves/maître) dans la classe.

Pour prendre en compte les liens qui existent entre la didactique et la pédagogie et pour amorcer la réflexion sur la reproductibilité d'une situation, les participants ont proposé de filmer la même situation dans des classes différentes.

D'autre part, les participants ont attiré notre attention sur le fait qu'un tel outil ne doit pas uniquement montrer des situations « modèles » mais aussi des situations dont l'analyse critique permet d'avancer dans la réflexion de la gestion des apprentissages mathématiques à l'école primaire.

<u>Les contenus mathématiques que les participants aimeraient voir traités</u> :

- La numération ;
- Des situations de partage ;
- Aires/ grandeurs mesurables ;
- Espace et géométrie ;
- Calcul mental / calcul réfléchi ;
- Introduction des écritures symboliques ;
- Les interactions verbales dans une activité mathématique en maternelle ;
- Le moment de synthèse d'une activité mathématique.

Dans le Cdrom, les participants ont proposé de prendre en compte les points suivants :

- Les mises en perspective historique, épistémologique, théorique des connaissances traitées, la prise en compte de leur spiralité dans la scolarité, et son importance dans la construction du savoir mathématique.
- Le rôle du langage dans l'acquisition des connaissances mathématiques.
- Des productions d'élèves.
- Des progressions.
- Les pré-requis.
- Des alternatives de points de vue, d'approches.
- Des compléments possibles, différents prolongements possibles (jeux, entraînements,…).
- Une bibliographie.

3) Illustration de notre projet et de son avancement autour de la construction du « petit moulin »

Pour affiner les propositions des participants, nous avons choisi de montrer quelques passages de la situation « petit moulin » (Annexe 1) filmés dans une classe de CE1. Cette situation propose un apprentissage de l'utilisation du compas et met l'accent sur la relation entre l'instrument et les objets géométriques qu'il permet de tracer.

A partir de cette séquence d'enseignement, nous voulions montrer qu'une situation-problème n'en était plus une, dès lors que le maître modifiait le support donné aux élèves. Dans notre cas, selon que le centre du cercle est apparent ou non sur les gabarits, la situation va permettre de construire des savoirs différents.

Un petit moulin a été distribué aux participants de l'atelier puis une rapide analyse de l'objet a été réalisée. Ceci a permis une meilleure appropriation de la vidéo.

Ensuite, nous avons donné la programmation des séances filmées dans la classe de CE1 (Annexe 2) et nous avons fourni une autre possibilité de programmation (Annexe 3). Ces deux programmations diffèrent sur la recherche du rayon pour la construction des disque « des ailes du petit moulin ». Dans l'annexe 2, la longueur du rayon est donnée.

Dans l'annexe 3, les élèves doivent retrouver, à partir du gabarit, le centre et le rayon du disque à construire.

A partir de quelques passages de la vidéo, les participants de l'atelier ont fait émerger les points suivants qui pouvaient être développés en formation :

- Favoriser l'utilisation du compas, l'apprentissage à l'utilisation de ce dernier pour construire des cercles et mettre en évidence les relations entre savoirs et savoir-faire : connaissances sur le cercle et correspondance entre ces dernières et les différentes parties du compas. Ceci parce que l'on peut constater qu'en fin de cycle 3 certains élèves ne savent toujours pas utiliser cet outil tant pour tracer des cercles que pour reporter des longueurs.
- Mettre en évidence l'importance des séances d'entraînement (acquérir une maîtrise de l'outil afin de permettre son utilisation et ainsi pouvoir passer à la géométrie instrumentée).
- Montrer différents moments de la séance où les élèves reportent des longueurs ou tracent des cercles.
- Mettre en évidence les difficultés rencontrées par les élèves en motricité fine.
- Mettre en évidence l'importance des moments de langage qui permettent aux élèves de commencer à désigner correctement les objets mathématiques.
- Mettre en évidence les moyens que l'on peut donner aux élèves pour apprendre à valider leur travail: utilisation du calque.

Pour terminer, nous avons présenté quelques documents que nous pensions proposer dans le Cdrom d'accompagnement :

- Les différentes conceptions du cercle ;
- La progression des activités menées avec les objectifs, les tâches , les compétences ;
- L'analyse a priori du petit moulin ;
- Une synthèse d'un article écrit par un chercheur anglais ;
- Une réflexion à propos de la continuité des apprentissages concernant le cercle à l'école primaire ;
- Une banque d'exercices avec les compétences qu'ils permettent de développer.

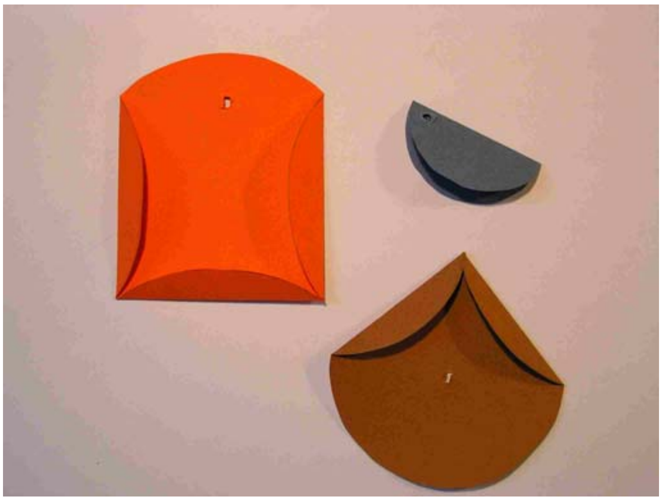
Nous avons aussi évoqué une des difficultés que nous avons rencontrée cette année à propos des situations choisies, construites avec ou par des formateurs : celle, réelle, d'appropriation de ces dernières par les enseignants volontaires pour être filmés dans notre projet. En effet certaines séances n'ont pas abouti en terme d'apprentissage mathématique pour les élèves, car l'enseignant ne s'était pas approprié l'enjeu mathématique de la situation en terme de savoir à construire.

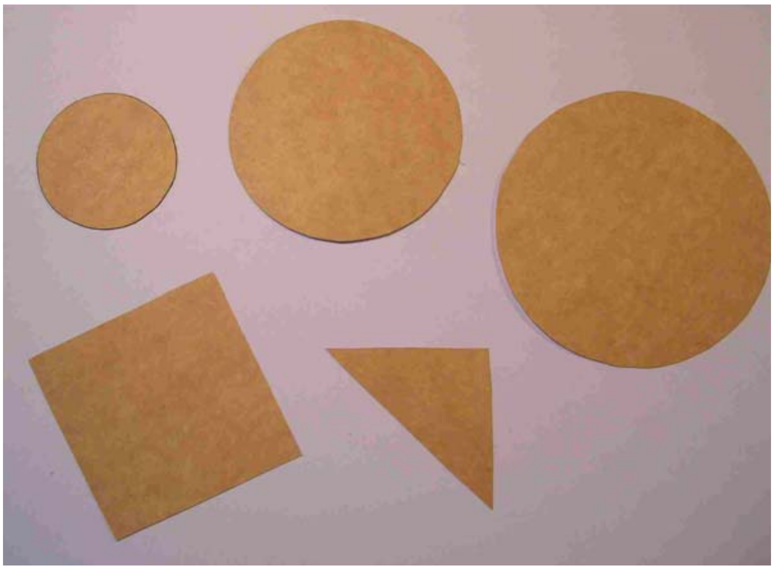
Le travail de l'atelier nous a permis de mieux cerner les conditions qu'il semble nécessaire de prendre en compte pour que les véritables enjeux d'apprentissages d'une situation soient mis en évidence dans l'outil que nous nous proposons de construire : il ne s'agit pas tant d'élaborer des modèles mais de faire apparaître les enjeux, par une analyse critique constructive, de ce qui se passe réellement dans une classe.

Annexe 1

Le petit moulin monté

Les formes(vues de dos) qui permettent de construire le petit moulin.





Les gabarits permettant de reproduire les disques (recherche du centre et de la longueur du rayon) et les gabarits permettant d'obtenir par pliage la forme du mur et du toit à partir du disque.

Annexe 2

Les 5 séances filmées du petit moulin dans une classe de CE1 en janvier 2004

<u>Séance 1</u> : Découverte du petit moulin

Objectif du maître : Permettre la dévolution du problème. La motivation de la construction technologique va permettre de donner du sens à la nécessité de construire des disques donc des cercles.

Tâches de l'élève : Décrire les formes qui constituent ce petit moulin et faire une représentation des différentes pièces avec sa propre méthode.

Institutionnalisation : La nécessité d'avoir un instrument fiable pour construire des cercles de la taille que l'on souhaite : le compas.

<u>Séance 2</u> : Tracer des cercles et définir les termes de « centre » et de « rayon »

Objectifs du maître : Evaluer les compétences des élèves sur les tracés à l'aide du compas.
Mettre en place le vocabulaire géométrique de la figure tracée correspondant à l'action sur l'outil technique (écartement des branches du compas → rayon du cercle, etc.).

Tâches de l'élève : Tracer des cercles quelconques sur une feuille unie puis tracer des cercles concentriques sur une feuille unie. Faire autant d'essais nécessaires afin de réussir.

Institutionnalisation : Présentation d'une affiche à propos du cercle et du vocabulaire associé (centre, rayon, disque).

<u>Séance 3</u> : S'entraîner à tracer différents cercles sans contrainte puis avec contrainte (le centre est donné, le centre et la longueur du rayon sont donnés).

Objectifs du maître : Une séance d'entraînement avec des aides personnalisées.
Donner du sens aux notions de rayon (report d'une longueur) et de centre.

Tâches de l'élève : Tracer de cercles connaissant la longueur du rayon, valider la construction (avec papier calque). Reproduire des figures complexes composées de cercles (pour les élèves les plus performants).

Institutionnalisation : Présentation d'une fiche outil sur le compas.

<u>Séance 4</u> : Commencer la construction du petit moulin

Objectifs du maître : Séance de réinvestissement sur les tracés de cercles avec contraintes pour reproduire des figures géométriques plus complexes (chenille, frise, etc.).

Apprendre à utiliser une fiche technique décrivant les différentes phases de construction du moulin et précisant la longueur du rayon des disques à fabriquer.

Tâches de l'élève : Analyser une figure composée de cercles afin de la reproduire.

Construire les ailes du moulin(4 disques de même taille) en suivant la fiche technique.

<u>Séance 5</u> : Finir la fabrication du petit moulin

Objectif du maître : Poursuivre l'entraînement sur la construction de cercles dont le rayon est donné.

Tâches de l'élève : Construire les disques nécessaires pour la fabrication du toit et du mur du petit moulin, puis découper chaque pièce et assembler.

Annexe 3

<u>Le petit moulin au cycle 2</u>

But de la séquence : reproduire un objet « le petit moulin » uniquement constitué de six disques :

- un grand disque qui permet de construire le mur ;
- un moyen disque qui permet de construire le toit ;
- quatre petits disques superposables qui permettent de construire les ailes.

Les différents éléments sont attachés ensemble à l'aide d'une attache parisienne (Annexe 1).

<u>Objectifs de la séquence</u> :

- introduire le compas pour construire des cercles ;
- se familiariser avec le compas pour apprendre à le manipuler ;
- mettre en évidence les caractéristiques géométriques de l'outil en rapport avec l'objet géométrique cercle : la pointe qui pique avec le centre du cercle et l'écartement entre la pointe et la mine avec le rayon.

<u>Séance 1</u>

Matériel pour deux élèves : un « petit moulin ».
Quelques « petits moulins » qui ne seront pas démontés et qui serviront de référence.
Un grand modèle qui restera affiché au tableau.

Phase 1
Tâche : Les élèves doivent se familiariser avec l'objet en l'observant. Ils peuvent retirer l'attache parisienne. Ils doivent aboutir au fait qu'il est constitué de six disques de différentes tailles.
Les élèves doivent alors dessiner sur une feuille unie les différents morceaux obtenus après démontage du moulin.

Phase 2 : mise en commun.
Certaines productions d'élèves sont alors affichées :

- des productions obtenues en utilisant les différentes formes qui constituent le moulin comme gabarit ;
- des productions où les élèves ont tracé approximativement les cercles à l'aide d'objets ronds disponibles dans la classe et ont indiqué les pliages ;
- des productions à main levée.

Cette mise en commun permet l'analyse des différentes productions et la mise en évidence des différentes manières utilisées pour les obtenir. Les irrégularités des tracés font apparaître la nécessité de trouver des moyens permettant d'être plus précis. Les élèves peuvent proposer l'utilisation de gabarit ou évoquer le compas.
On met en évidence que pour construire le petit moulin, il va falloir construire 6 cercles : un grand pour le mur, un moyen pour le toit et 4 petits pour les ailes.

<u>Séance 2</u>

Objectif : introduire le compas, apprendre à l'utiliser.
Matériel pour chaque élève : un compas, une feuille unie « format A3 ».

Tâche : Les élèves doivent utiliser le compas pour tracer librement des cercles de différentes tailles.

Les différentes productions des élèves sont ensuite affichées et commentées.
L'analyse des productions permet de mettre en évidence les différents éléments du compas : la pointe, l'écartement entre la pointe et la mine, le fait que pour dessiner des petits cercles il faut réduire l'écartement et que pour dessiner des grands cercles, il faut l'augmenter.

Les termes « centre » et « rayon » sont introduits en liaison avec l'instrument.

Remarque : l'apprentissage de la manipulation du compas prend du temps pour les élèves de cycle 2. Il est donc nécessaire de prévoir des séances d'entraînement à cette manipulation.

<u>Séance 3</u> :
Objectif : Réinvestir l'utilisation du compas.
Prendre conscience qu'une fois l'écartement des deux branches du compas fixé, on peut reproduire des cercles de même taille.

Matériel : pour chaque élève des feuilles de papier uni , un compas, un gabarit du disque permettant la construction des ailes. Puis des feuilles de bristol pour la seconde phase. Un petit moulin pour deux élèves ; une enveloppe avec leur prénom pour mettre les différents éléments du moulin au fur à mesure de sa construction, une paire de ciseaux.

Phase 1 :
Tâche : Les élèves doivent trouver un moyen pour reproduire un cercle de la même taille que le gabarit. Le centre du cercle qui a permis la construction du gabarit n'est pas indiqué.
Les élèves doivent arriver à construire le cercle en utilisant le gabarit et le compas ; ils doivent donc gérer leurs essais.

Le fait qu'il s'agisse de construire le cercle permettant d'aboutir à la construction des ailes peut inciter les élèves à trouver le centre par pliage. Une fois l'écartement trouvé, ils doivent prendre conscience qu'ils peuvent tracer d'autres cercles de la même taille.
Une mise en commun recense toutes les procédures des élèves et permet de mettre à nouveau en évidence les propriétés géométriques du cercle en liaison avec le compas.

Phase 2 :
Les élèves tracent alors les quatre cercles qui permettent d'obtenir les ailes.
Il faut prévoir un moment pour découper les disques ainsi construits. Les élèves sont en effet encore maladroits dans la réalisation de cette tâche.

<u>Séance 4</u> :
Matériel P*our chaque élève :* un compas, l'enveloppe à leur nom, des feuilles de papier uni, une feuille de bristol, une paire de ciseaux. Un gabarit du disque permettant la construction du mur du moulin.

Pour deux élèves : un petit moulin.
Quelques gabarits de carré en carton fort permettant d'obtenir la forme du mur en pliant le disque autour.

Tâche : Les élèves doivent reproduire sur la feuille de papier un cercle de la même taille que celui qui a permis d'obtenir le gabarit.
Une fois le cercle correctement tracé, ils peuvent le reproduire sur la fiche bristol puis découper et construire le mur du moulin.

Séance 5 :
Matériel : *Pour chaque élève* : un compas, l'enveloppe à leur nom, des feuilles de papier uni, une feuille de bristol, une paire de ciseaux. Un gabarit du disque permettant la construction du toit du moulin.
Pour deux élèves : un petit moulin.
Quelques gabarits de triangle en carton fort permettant d'obtenir la forme du mur en pliant le disque autour.

Le déroulement est le même que celui de la séance précédente.

Séance 6 :
Matériel : P*our chaque élève :* l'enveloppe contenant tous les éléments du moulin ; une attache parisienne.

Phase 1 : montage du petit moulin.

Phase 2 : institutionnalisation.
On pose la question suivante aux élèves : *« Qu'avez–vous appris en construisant le petit moulin ? »*
On attend à ce que les élèves disent qu'ils ont appris à tracer des cercles en utilisant le compas.
On peut alors construire une affiche avec les différentes parties du compas en liaison avec les propriétés du cercle : *centre* et *rayon*.

Le petit moulin au cycle 3

Objectifs pour le cycle 3 :
- réinvestir l'utilisation du compas et la mettre en liaison avec les propriétés géométriques du cercle ;
- mettre en évidence ou réinvestir les caractéristiques du cercle : centre, rayon, diamètre ;
- approcher la notion de figure inscrite dans un cercle : carré, triangle.

Le déroulement est le même qu'au cycle 2 mais les élèves devront trouver un moyen pour inscrire un carré et un triangle dans un cercle afin de construire le mur et le toit du moulin.
Selon les connaissances visées, le triangle permettant de construire le toit du moulin sera isocèle rectangle, isocèle ou équilatéral.

Comment le jeu mathématique opère t-il sur les apprentissages mathématiques et sur la construction du langage argumentatif ?

Didier Faradji
Concepteur de jeux mathématiques
Intervenant extérieur en formation continue

Durant nos deux séances, nous avons été amenés à présenter trois jeux mathématiques édités par le CRDP de Franche Comté en partenariat avec la Cité des Sciences et de l'Industrie : le ***Magix 34***, le ***Décadex*** et le ***Multiplay*** (cf annexe).

Les participants se sont interrogés sur la place que pouvaient occuper ces jeux dans les apprentissages mathématiques. A cette fin, ils ont dégagé quatre grands domaines des mathématiques qu'ils se sont répartis entre eux : les champs numériques, géométriques, la construction du raisonnement logique et celle du langage argumentatif.
Durant nos deux séances, nous avons joué à chacun de ces jeux. Les participants avaient à charge d'identifier les notions rencontrées en jouant et de les relier au champ mathématique auquel elles paraissaient relever. Le débat portait alors sur l'opportunité d'utiliser le jeu pour introduire ou illustrer cette notion et sur la méthodologie à employer pour la rendre pleinement accessible et maîtrisable.

1- LE CHAMP NUMERIQUE

Les trois jeux se caractérisent par leur dimension numérique fortement affirmée. Ce sont d'abord des outils d'entraînement au calcul mental ; ils peuvent être introduits en classe de primaire (cycles 2 pour le ***Décadex*** et cycle 3 pour le ***Magix 34*** et le ***Multiplay***) et permettre de faire le lien entre la classe de CM2 et le collège (classes de 6^{e} et 5^{e}).
Pour bâtir sa stratégie, le joueur va devoir calculer intensément.
Les participants ont considéré qu'il ne fallait pas faire immédiatement entrer les élèves dans la pratique du jeu. Il convenait, selon eux, de les amener à se familiariser préalablement avec la disposition des nombres figurant sur le plateau. Pour ce faire, il est apparu avantageux d'introduire le jeu en classe en faisant précéder la pratique proprement dite d'une phase de découverte durant laquelle on demande à l'élève de décrire le plateau et d'évoquer ce qu'il observe. Durant cette phase d'observation, l'élève s'imprègne des l'éléments entrant dans la composition du jeu et fait part au groupe du sens qu'il leur accorde. Les points évoqués peuvent être repris et développés par l'enseignant qui fournit à cette occasion des indications sur le but du jeu et sur les éléments constitutifs de la règle. Cette phase descriptive prépare à l'approche des premiers éléments de stratégie.

Une fois cette prise de contact avec le jeu achevée, l'enseignant peut alors distribuer la règle du jeu tout en proposant aux élèves de la lire et de commencer à jouer. Après quoi, il effectue une présentation complète du jeu tout en s'assurant que la règle a bien été comprise de tous.
La classe peut enfin jouer.

Les décompositions additives et soustractives

En jouant au ***Décadex***, l'élève (à partir du CE1) doit totaliser 10 avec ses quatre anneaux en respectant des contraintes de couleurs. Il s'initie aux décompositions additives et soustractives des nombres de 1 à 4 et se familiarise avec les compléments à dix. Il construit par lui même les différentes décompositions de 10 en quatre nombres.

En jouant, au ***Magix 34***, l'élève (à partir de Cycle 3) doit totaliser 34 avec ses quatre anneaux. Il se familiarise avec les décompositions additives de 34 pour ensuite s'ouvrir sur les techniques de la soustraction.
Ne pouvant immédiatement atteindre 34, le joueur obtiendra au départ une somme supérieure ou inférieure à ce nombre. C'est en conjuguant plusieurs déplacements successifs que le joueur parvient à totaliser 34.
Le joueur additionne lorsqu'il fait le compte des valeurs sélectionnées au moyen de ses quatre anneaux au moment de leur pose. Il additionne également lorsqu'il déplace son anneau vers une case d'une valeur plus grande que celle de départ. S'il déplace son anneau du 10 vers le 11 il ajoute 1 à son total. Il soustrait s'il déplace un anneau vers une case d'une valeur plus petite que celle d'origine. Dans le premier cas la somme des anneaux augmente, dans le second elle diminue.
Dans le déroulement du jeu, le joueur s'efforce de mémoriser son total pour n'avoir à calculer que les variations enregistrées par chaque déplacement. Ne parvenant pas à totaliser immédiatement 34, il aura systématiquement un total supérieur ou inférieur à cette somme. S'il obtient par exemple 38, le joueur cherchera à perdre 4 points : il devra réaliser « -4 » qu'il mettra en équation. Il construira ce nombre en combinant, par exemple, deux déplacements successifs de « -2 » ou en réalisant par exemple un premier déplacement de « -7 » puis un autre de « +3 » ce qui lui permettra de construire « -4 ».

La multiplication et la division

En jouant au ***Multiplay***, l'élève aborde les tables de multiplication comme un ensemble cohérent et solidaire. Pour bâtir sa stratégie, il doit créer des liens entre les nombres et examiner les relations arithmétiques qu'ils entretiennent les uns avec les autres. Dans le ***Multiplay***, le joueur doit sélectionner deux nombres et leur produit de sorte que les trois termes puissent constituer une multiplication. Lorsqu'il aborde deux nombres, il se demande systématiquement s'ils sont « premiers entre eux » ou s'ils sont les diviseurs communs d'un même nombre. Ainsi, pour atteindre l'objectif fixé par le jeu, le joueur se mettra toujours en recherche du bon produit, s'il a déjà réunit les deux facteurs ou du facteur manquant s'il détient un produit et un de ses diviseurs. Par exemple si j'ai sélectionné le « 8 », le « 24 » et le « 4 » ; trois stratégies s'offrent à moi : soit abandonner le « 8 » pour rechercher un « 6 » et réaliser $6 \times 4 = 24$; soit abandonner le « 24 » pour rechercher le « 32 » et réaliser $4 \times 8 = 32$; soit enfin abandonner le « 4 » pour rechercher le « 3 » et réaliser $3 \times 8 = 24$.

2- LE CHAMP GEOMETRIQUE

Le joueur de ***Décadex*** découvre vite les différentes figures géométriques gagnantes sur le plateau. Sur les 86 possibilités différentes de décomposer quatre cases pour totaliser 10 avec quatre couleurs différentes ou deux paires de deux couleurs identiques, 80 configurations débouchent sur un quadrilatère particulier. Le joueur rencontrera les différents parallélogrammes dans les différentes situations de jeu et apprendra ainsi à les identifier. Pour construire un parallélogramme gagnant (carré, losange, rectangle…), il suffit de sélectionner avec ses quatre anneaux, deux paires de deux nombres dont la somme est 5 (par exemple 4, 1 et 3, 2 ou 3, 2, et 3, 2 ou 4, 1 et 4, 1) à condition toutefois d'avoir réuni quatre couleurs différentes ou deux ensembles de deux couleurs identiques. Un excellent travail de recherche peut consister, par exemple, à faire lister par l'enfant les carrés qui font dix avec quatre couleurs différentes (il y en a 10) de quatre format différents. Le plateau de ***Décadex*** peut également servir à illustrer certains principes de symétrie axiale. Ainsi, il apparaît que les cases de couleurs sont disposées selon un axe de symétrie verticale et les nombres selon un axe de symétrie horizontale.

Le plateau du ***Magix 34*** est construit à partir d'un carré magique d'ordre 4. Là encore, la très grande majorité des configurations gagnantes (70%) débouchent sur une figure géométrique. Parmi elles, un grand nombre de parallélogrammes offrent un centre de symétrie qui coïncide avec le centre du plateau. Pour les repérer, il convient de sélectionner deux couples de deux nombres dont la somme est 17 au moyen de quatre anneaux. On notera que ces deux nombres dont la somme est 17 sont toujours symétriques par rapport au centre du plateau. Par exemple : 1 et 16 puis 9 et 8.
Ce procédé permettra de mettre en évidence un grand nombre de parallélogrammes.

Le plateau du **Multiplay** donne une illustration intéressante de la construction du symétrique d'un point par rapport au centre du plateau pris comme centre de symétrie. En effet chaque case du plateau est symétrique à une autre case de même couleur et celles-ci offrent ensemble un centre de symétrie qui coïncide avec le centre du plateau.

3 - LA CONSTRUCTION DU RAISONNEMENT : LA RESOLUTION DE PROBLEMES

La pratique de chacun de ces trois jeux, va placer l'élève au devant de situations problèmes pour la résolution desquelles il va devoir s'appuyer sur des notions relevant des domaines numériques et géométriques. Devant l'infini variété et la difficulté croissante des situations auxquelles il est confronté, le joueur élabore peu à peu son approche et progresse dans sa maîtrise du jeu. Ne pouvant se satisfaire d'une stratégie limitée à un pas de raisonnement, il structure sa pensée pour construire un raisonnement qui puisse en comporter deux puis trois. Le jeune joueur apprend ainsi à contrôler les conséquences de ses décisions et fait progressivement la preuve de sa capacité à abstraire pour parvenir à l'objectif fixé par le jeu.

Le ***Décadex*** est un jeu qui permet de bien mettre en évidence l'approfondissement du raisonnement chez le joueur.
L'élève de cycle 2, s'attache à bien exécuter la double contrainte. Il se limite dans un premier temps à un examen superficiel de la situation du joueur adverse. Il est davantage préoccupé par la recherche des possibilités qui lui permettent de faire 10 au prochain coup avec quatre couleurs différentes ou deux groupes de deux couleurs.
Le ***Décadex*** est un outil qui est de nature à aider le jeune joueur à conquérir son autonomie et sa propre rationalité. La compréhension de la règle du jeu est un apprentissage en soi. En jouant, l'élève prend d'abord plaisir à rechercher les différentes façons possibles de configurer correctement une solution. Il s'applique à reproduire des schémas déjà rencontrés et à mener à bien un raisonnement qu'il prendra plaisir à justifier à chaque fois et à réemployer.

Le ***Décadex*** n'appelle pas de stratégie à très long terme. Toutefois, le joueur confirmé va rapidement se mettre en recherche de nouveaux systèmes de résolution. Tout en mettant en

place un raisonnement par étape il s'attache à effectuer mentalement un grand nombre de calculs qui vont l'aider à dégager plusieurs options dont il dégagera celle qui lui parait la plus pertinente.
Peu à peu, il apprendra à évaluer le jeu de l'adversaire avant de délivrer son coup et à parer en priorité toute menace éventuelle. Il se laissera moins surprendre et fera ainsi mieux l'apprentissage de l'anticipation.
Enfin, dans une démarche plus experte, l'élève fera intervenir dans son raisonnement des éléments de géométrie qui l'aideront à pousser plus en avant ses raisonnements. Sachant par exemple que tous les quadrilatères particuliers ayant un centre de symétrie coïncidant avec le centre du plateau sont gagnants, il devient aisé de bâtir une stratégie qui aboutirait à construire une figure possédant ce type de propriété.
Cette richesse dans le jeu est rendue possible par le fait que chaque joueur peut connaître ses possibilités d'action et prévoir l'ensemble des choix des autres joueurs ce qui lui permet de disposer de toutes les informations nécessaires à la résolution de la situation à dénouer. En jouant au ***Décadex***, l'élève, du primaire au collège, apprend à construire un problème, à organiser une démarche raisonnée, à bâtir une argumentation et à contrôler ses résultats.

La stratégie employée dans le ***Magix 34*** s'appuie encore plus clairement sur le calcul mental. Le joueur doit calculer pour décrypter une situation et pour recueillir les informations à partir desquelles il bâtira sa stratégie. C'est de son aptitude à calculer juste et à mémoriser les résultats de ses opérations qu'il parvient à s'assurer de la prédictibilité de ses analyses. Dans le ***Magix 34***, l'objectif est purement arithmétique. Il demeure un support privilégié pour l'argumentation mathématique tant le raisonnement déductif qu'il appelle s'appuie sur une programmation de calculs aux conséquences aisément démontrables.

Le raisonnement utilisé dans le ***Multiplay*** s'appuie, comme nous l'avons vu, sur le mécanisme de la multiplication et le recours à la notion de diviseurs et de multiples communs. Il faut sélectionner trois nombres de sorte que le plus fort corresponde au produit des deux autres. Ce jeu s'appuie sur la relation existant entre le produit de deux nombres inférieurs à dix et leur produit. C'est en recourant à un raisonnement déductif simple que le joueur parviendra à mettre en adéquation ces trois nombres.

4 - LA CONSTRUCTION DU LANGAGE ARGUMENTATIF.

Dans le cadre de la pratique d'un jeu à deux, les élèves recourent souvent à un mode d'expression peu propice, en principe, à la bonne mise en place des éléments du langage mathématique. Afin d'inciter les joueurs à dialoguer entre eux et de les amener à s'interroger sur la démarche à mettre en œuvre, l'enseignant peut initier des pratiques du jeu en situation collaborative. Ce type de pratiques débouche sur la construction du raisonnement, sur sa verbalisation et sur la mise en commun des démarches menées par chacun des joueurs.

L'intérêt des pratiques dites collaboratives

Elles s'effectuent sous la forme d'un jeu à quatre en deux équipes de deux. Les co-équipiers sont disposés en diagonale l'un par rapport à l'autre et collaborent entre eux à voix haute. Les membres d'une même équipe ne sont pas placés l'un à côté de l'autre afin d'éviter toute communication chuchotée. Les stratégies sont donc entendues de tous les joueurs.

Pourquoi inciter l'élève à dévoiler à voix haute son plan à l'adversaire ?

Cette pratique élimine toute stratégie fondée sur l'effet de surprise ou toute victoire due à la faute d'inattention de l'adversaire. Le joueur agit en toute connaissance de cause. Il a vu le coup se préparer et il étudie donc une situation qu'il a lui même vu se construire au coup précédent. A son tour, soit il agit conformément au plan de l'adversaire et il perd la partie, soit il trouve une faille dans le jeu adverse et il lui propose un coup auquel il n'était pas préparé. Cette pratique offre l'avantage de faire évaluer à voix haute chaque coup par l'adversaire. Le joueur ne peut pas dissimuler ses intentions à son partenaire et donc à ses adversaires. Cela permet de créer des pratiques sereines au cours desquelles chacun s'enrichit des commentaires adverses sans chercher à lui tendre des pièges. Celui qui perd s'en prend généralement à lui-même ou à son manque de concertation avec son partenaire et non pas à la malice présupposée de ses adversaires.

Pourquoi inciter l'élève à soumettre sa stratégie à son partenaire ?

En fait, lorsque l'élève joue dans une pratique à deux, il est faiblement incité à analyser sa stratégie. A chaque situation de jeu se présentent en principe plusieurs solutions. Il est souvent tenté de s'emparer de la première stratégie venue et de l'appliquer sans l'avoir véritablement éprouvée au préalable. Il gagnera ou il perdra la partie sans trop savoir pourquoi. Cela aura en définitive peu d'importance pour lui puisqu'il aura toujours la possibilité de refaire une nouvelle partie qui effacera le souvenir de la précédente. En demandant au joueur de communiquer son plan à son partenaire, on l'amène à conceptualiser sa stratégie et à faire l'apprentissage de l'abstraction. Il va devoir ainsi organiser sa pensée pour rendre son plan transférable à son partenaire. La nécessité de verbaliser sa pensée va immanquablement le conduire à approfondir son raisonnement et à construire son argumentation.

Pourquoi inciter l'élève à recueillir l'adhésion de son partenaire ?

Dans le ***Magix 34***, le ***Décadex*** et le ***Multiplay***, à chaque situation de jeu se présente un grand nombre de stratégies possibles. Lorsque le joueur communique sa solution à son partenaire, immanquablement ce dernier lui fait part du plan qu'il souhaiterait également voir mettre en place. Cette situation va conduire les joueurs à défendre chacun leurs positions et à mettre en avant les avantages et les inconvénients relatifs à chaque proposition. Cette mise en débat des solutions va les amener à approfondir leurs analyses, à tester leurs stratégies, à vérifier les résultats jusqu'à ce qu'une décision soit prise d'un commun accord.

Oui mais, n'y a-t-il pas un risque de voir toujours le même joueur décider à la place de l'autre ?

Cela peut être le cas, si les membres d'une même équipe jouent l'un à côté de l'autre. Le joueur le plus confiant peut alors décider de prendre en main la direction des opérations. Son partenaire risque alors de s'installer dans une forme de passivité. En intercalant les joueurs d'une même équipe avec ceux de l'équipe adverse, on réintroduit le dialogue dans le binôme en demandant au joueur dont c'est le tour de jouer, de décider du coup qu'il va choisir. Son partenaire ne doit alors ni jouer à sa place ni lui dicter son coup. Tout au plus il peut le conseiller. C'est donc en passant par le verbe que le joueur va devoir convaincre son

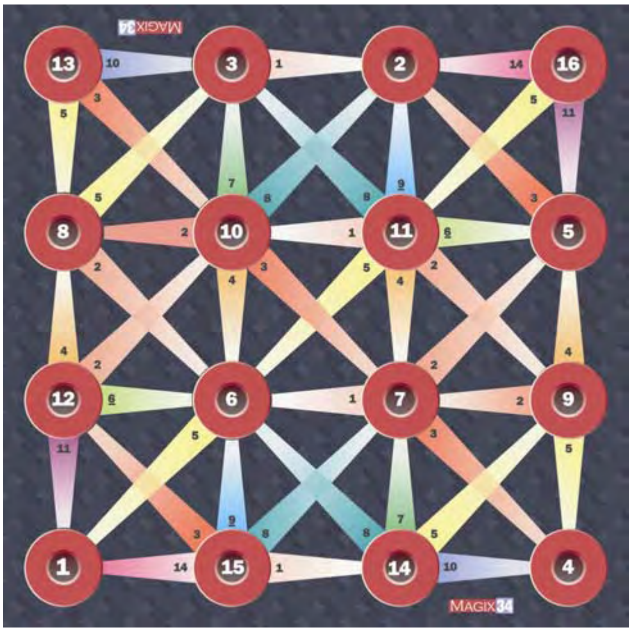
partenaire du bien-fondé de sa stratégie et le cas échéant réfuter son argumentation. En jouant par équipe, l'élève apprend à communiquer et à régler paisiblement les différents points de désaccord qui peuvent surgir dans le binôme. La collaboration dans le jeu commence alors par un exposé du problème posé et par l'évocation des solutions possibles que les partenaires détaillent les unes après les autres. Dans le jeu à quatre, la distribution des rôles change à chaque tour et on devient alternativement acteur et conseiller. Celui qui remplit une mission de conseil pointe les faiblesses du coup proposé et propose une alternative en l'argumentant.
Les pratiques de jeu en situation collaborative font ainsi une place essentielle aux échanges verbaux et favorisent l'implication de tous les élèves dans la phase de recherche de solutions. L'enfant qui a appris à collaborer dans le cadre d'un jeu parviendra plus facilement à s'impliquer ensuite dans un travail en groupe.

Le rôle de l'enseignant

L'enseignant a sa part dans le succès d'un apprentissage collaboratif. Il aide les enfants à verbaliser en les interrogeant sur les objectifs à atteindre et sur les contraintes à respecter. Il intervient dans le fonctionnement d'une paire lorsqu'elle laisse un de ses membres en dehors de l'interaction ou pour tempérer les ardeurs d'un joueur trop impulsif. Dans ce cas, il va exercer son rôle de médiateur en reprenant les propos de l'enfant pour les lui faire clarifier ou expliciter. C'est à force de sollicitations de la part de son enseignant que l'enfant parvient peu à peu à entrer dans le discours et à exprimer les éléments de stratégie qu'il aurait très légitimement préférés garder pour lui.

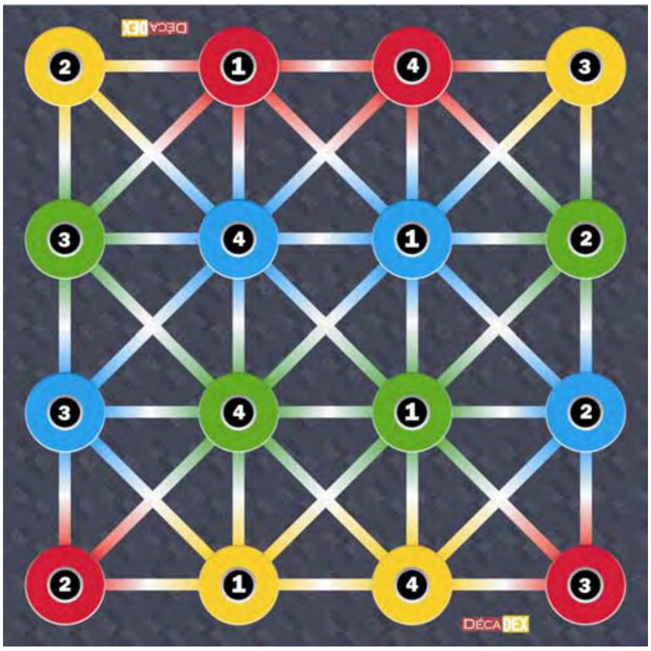
ANNEXES

Présentation simplifiée des règles des jeux présentés



Le MAGIX 34

le plateau se compose de 16 cases numérotées de 1 à 16 configurées en carré magique.
Chaque joueur dispose de quatre anneaux. En posant ses 4 anneaux à tour de rôle sur les cases du plateau, puis en les déplaçant d'une case à l'autre, le joueur gagnant est celui qui le premier totalise 34 points en additionnant les quatre valeurs qu'il aura sélectionnées avec ses 4 anneaux.
Il doit atteindre cet objectif tout en empêchant son adversaire d'y accéder avant lui.



Le DECADEX

Chaque joueur dispose de quatre anneaux. En posant ses anneaux à tour de rôle sur les nombres (de 1 à 4) du plateau, puis en les déplaçant d'une case à l'autre, le joueur gagnant est celui qui le premier totalise 10 en additionnant les valeurs des 4 cases qu'il a sélectionnées avec ses 4 anneaux à condition de réunir 4 couleurs différentes ou deux paires de deux couleurs identiques (deux rouges et deux bleues). Il doit atteindre cet objectif tout en empêchant son adversaire d'y accéder avant lui.

Le MULTIPLAY

Chaque joueur dispose de trois anneaux.
En posant ses anneaux à tour de rôle sur les nombres du plateau, puis en les déplaçant d'une case à l'autre, le joueur gagnant est celui qui réunit en premier, les trois termes d'une multiplication (3, 8 et 24).
Il doit atteindre cet objectif tout en empêchant son adversaire d'y accéder avant lui.

ANALYSES DE PRATIQUES PROFESSIONNELLES EN MATHÉMATIQUES AVEC LES PE2

Teresa Assude
UMR ADEF - IUFM d'Aix-Marseille
Pierre Eysseric
IREM de Marseille - IUFM d'Aix-Marseille

Résumé :

Depuis deux ans, une partie de l'horaire de formation (environ 10 h) de l'ensemble des PE2 est officiellement consacrée aux analyses de pratiques professionnelles en mathématiques (APPM). Dans cet atelier nous avons proposé un échange sur les modalités de mise en œuvre de ces APPM.

Nous avons travaillé ensemble autour de trois de celles utilisées sur le site IUFM d'Aix : la vidéo avec une séance d'Atelier de Recherche en Mathématiques réalisée par un PE2 dans une classe d'application ; l'instruction au sosie (un entretien de 10 minutes entre un formateur et une PE visant à rendre présent un moment de pratique professionnelle pour le soumettre à l'analyse) ; le récit de pratiques professionnelles..

1 - INTRODUCTION

Les « analyses de pratiques professionnelles » (APP) sont préconisées dans les IUFM depuis quelques années. En effet, certains textes officiels notamment le *Référentiel des compétences professionnelles du Professeur des Écoles stagiaire en fin de formation continue* (note de service n°94271 du 16/11/94) indique que :

> « C'est un enjeu fondamental de la formation initiale que de s'attacher à développer chez tous les futurs enseignants à la fois les capacités à analyser et à évaluer sa pratique professionnelle et le goût de poursuivre sa propre formation. Ceci implique que l'acquisition des compétences professionnelles se fasse selon des modalités qui permettent au stagiaire de prendre le recul nécessaire à l'analyse de son activité (analyse de son action, analyse du public destinataire, analyse du contexte dans lequel se situe l'action. (…) [le PE stagiaire] doit avoir été mis en situation d'analyser sa pratique individuellement et collectivement . »

et encore plus récemment le texte « *L'accompagnement de l'entrée dans le métier et formation continue* » (circulaire n°2001-150 du 27/7/01) stipule que :

> « Une démarche à privilégier :
> Les ateliers d'analyse de pratiques qui permettent d'identifier et d'analyser des expériences professionnelles avec des collègues et des experts, doivent être privilégiés : études de cas, mise en relation des résultats obtenus et des démarches utilisées, analyse des incidents critiques et des réussites, etc. Ils nécessitent une organisation particulière : étalement dans le temps, groupes restreints et travail de proximité. »

Les IUFM ont mis en place des dispositifs divers d'analyse de pratiques professionnelles depuis plus ou moins longtemps, et l'IUFM d'Aix-Marseille a mis en place depuis seulement deux années un dispositif désigné par APP qui se juxtapose à un autre dispositif qui s'appelle « Groupe de Formation Professionnelle » (GFP[1]) qui est un des éléments essentiels de l'organisation et de l'analyse de la formation des PE2 et des PLC2. Nous n'allons pas ici rentrer dans les détails de ce type d'organisation mais simplement présenter quelques exemples de dispositifs d'APP en ce qui concerne les mathématiques. Cette présentation a débouché dans l'atelier sur une discussion et un échange autour des enjeux des APP, des différents dispositifs de mise en œuvre et des savoirs professionnels construits dans ces APP.

2 - ENJEUX DES APP

Le dispositif APP apparaît d'une manière insistante dans le cadre de la formation professionnelle des enseignants comme l'une des réponses au problème essentiel : comment doit-on organiser la formation professionnelle de manière à articuler au mieux la théorie et la pratique ? La réponse à cette question est sujette à des controverses qui sont toujours d'actualité. Deux positions antagonistes se disputent. D'une part les défenseurs de la primauté de la théorie qui présentent la pratique comme une application de la théorie, d'autre part les défenseurs de la primauté de la pratique et du déni de la théorie. Le premier modèle est celui qui défendent certains universitaires (surtout certains qui ne sont engagés pas dans les formations professionnelles) tandis que le second est celui qui défendent beaucoup d'acteurs du système d'enseignement et de formation (et même plus globalement dans la société) qui pensent que les enseignants n'ont pas vraiment besoin de formation. Cette formation « sur le tas », par la pratique est le déni même du besoin et de l'existence d'une formation professionnelle au sens que celle-ci doit permettre aux stagiaires de se forger des outils pour concevoir, analyser, évaluer leur pratique, des outils qui sont des savoirs professionnels.

La réponse à notre question est multiple : le dispositif APP en est une mais le mémoire professionnel aussi. Et, le même dispositif APP est multiple selon les IUFM, selon les buts, selon les références, selon les mises en œuvre. Comme le dit Patrick Robo[2] (2002), le concept d'APP est polysémique (analyse systémique, institutionnelle, clinique, transactionnelle, didactique, etc.), polymorphe (analyse individuelle ou en groupe, par l'observation, par le sosie, par le récit, etc. ; analyse des tâches, des activités, du groupe, de la discipline, etc.) et il « se traduit en polypratiques ».

Les enjeux des APP sont de permettre par la multiplicité des dispositifs et des références d'articuler la théorie et la pratique. Ces APP doivent permettre au stagiaire de comprendre, d'analyser les pratiques professionnelles qui relèvent du métier auquel il est en train de se former ou même au métier qu'il exerce déjà. En outre, les APP doivent permettre la construction d'un savoir professionnel, l'élaboration d'un « logos » sur une « praxis ». Cet enjeu est essentiel car il va permettre de créer une culture professionnelle : ainsi les APP ont un rôle à jouer dans la formation professionnelle d'un stagiaire mais aussi dans la formation professionnelle d'une profession, d'un métier par la création de savoirs ou de théories qui permettent non seulement de comprendre ce qui existe déjà mais aussi de ce qui pourrait exister.

[1] Voir annexe 3 : Extraits du projet d'établissement 2004-2007de l'IUFM de l'académie d'Aix-Marseille relatifs aux GFP.

[2] Voir actes du séminaire pôle Sud-Est des IUFM à l'adresse http://www.aix-mrs.iufm.fr/pse/Archives/archives_seminaire/Sem_nvx-form_Carry-dec02/Pr%E9sentation-GFAPPRobo_Actes-CARRY-2002.doc

3 - MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE DES APP

Nous avons montré dans l'atelier trois modalités de mises en œuvre des APP en mathématiques que nous avons mises en œuvre dans nos groupes. Le but étant de présenter ces trois dispositifs, de les analyser et ensuite d'essayer d'identifier quelques éléments de savoirs qui peuvent être dégagés des matériaux recueillis. La première modalité tourne autour de l'analyse d'une vidéo correspondant à une séance d'Atelier de Recherche en Mathématiques réalisée par un PE2 dans une classe d'application ; la deuxième modalité concerne l'instruction au sosie (un entretien de 10 minutes entre un formateur et une PE visant à rendre présent un moment de pratique professionnelle pour le soumettre à l'analyse) ; et finalement la troisième concerne les usages des récits de pratiques professionnelles.

3.1 - Analyse de vidéos.

Il s'agit d'une séance préparée par un ou plusieurs PE stagiaires (3 dans le cas de la vidéo présentée au cours de l'atelier) qui a été mise en œuvre dans une classe (ici CE2 d'une école d'application) par l'un d'eux.
4 ou 5 PE assistent à la séance et observent. L'IMF titulaire de la classe et le formateur sont aussi présents. Dans ce cas particulier, les PE observateurs devaient au moment du travail de groupe centrer leur attention sur un groupe d'élèves à l'aide d'une grille construite avec les concepteurs de la séance, afin de pouvoir repérer le fonctionnement de la communication et de l'argumentation au sein des différents groupes.

A l'issue de la séance, formateurs et stagiaires autour d'une table pour une première analyse de la séance suivant le scénario suivant :

- Premières réactions du PE observé ;
- Compte-rendu des observations des PE ;
- Réactions des formateurs ;
- Échanges.

L'ensemble dure environ une heure et permet de dégager les éléments importants (en positif comme en négatif) sur lesquels on pourra revenir avec le groupe complet (environ 25 PE).

Cette analyse de pratique en petit groupe débouche sur trois écrits qui sont ensuite diffusés à l'ensemble du groupe via Internet :

- La fiche de préparation rédigée par le PE avec les modifications éventuelles qu'il envisagerait suite à sa prestation et à l'entretien ;
- Le compte-rendu des observations réalisées par les PE observateurs de la séance ;
- Un compte-rendu de l'entretien rédigé par les PE qui y ont participé.

Lorsque, comme dans le cas présent, la séance est filmée, le PE observé est propriétaire du film : il va le visionner et décider de son utilisation dans le groupe ou de son éventuelle destruction. S'il choisit de l'utiliser avec le groupe, il peut le revoir avec un formateur pour retravailler sur la séance avant l'analyse collective. C'est ensuite lui qui présente le document vidéo au groupe et qui pilote la séance d'Analyse de Pratique Professionnelle (dans ce cas particulier, le travail a été réalisé à 3 car les 3 PE étaient très impliqués dans la préparation de la séance en lien avec leur mémoire professionnel).

Déroulement de la séance d'APP à partir de la vidéo :

1. Présentation du dispositif didactique par les PE : les Ateliers de Recherche en Mathématiques[3], avec quelques compléments apportés par le professeur de mathématiques.
2. Début de la vidéo : le PE arrête après la première consigne donnée aux élèves.
3. Présentation du jeu utilisé dans la séance : un jeu de Nim, variante de celui connu sous le nom de « Course à 20 » ; le groupe prend le temps de jouer et de réagir sur le jeu afin de mieux comprendre l'enjeu de la séance et les interventions des élèves au cours de celle-ci.
4. Vidéo : présentation par l'enseignant du cahier de recherche. Suit dans le groupe une discussion sur sa fonction et sa pertinence.
5. Vidéo : les élèves dans les phases de jeu. Travail sur la prise d'informations relatives à l'activité des élèves par le PE.
6. Vidéo : travail sur la gestion par le PE de la communication et de l'argumentation collective.

L'ensemble s'est déroulé en 3 heures : les 23 PE du GFP étaient présents ainsi que 4 IMF, 1 DEEA, le professeur de mathématiques et le tuteur du GFP ; tous ont participé à l'analyse et à la discussion, le professeur de mathématiques prenant en charge quelques synthèses orales sur les points essentiels à retenir.

3.2 - Instruction au sosie.

Le dispositif

Il s'agit d'une « méthode indirecte » d'analyse de l'activité enseignante qui utilise une technique d'auto-confrontation développée par Clot dans le cadre des enseignements de psychologie du travail du CNAM. F. Saujat a présenté cette méthode dans un article[4] d'une revue publiée par l'IUFM de Toulouse.

Un professionnel reçoit la consigne :

> « Suppose que je sois ton sosie et que demain je me trouve en situation de te remplacer dans ton travail. Quelles sont les instructions que tu devrais me transmettre afin que personne ne s'avise de la substitution ?

L'entretien qui suit utilise le « je » et le « tu » ; on évite le « on » et le « vous » pour éviter de tomber dans un discours généraliste non adressé à une personne particulière. Si le sosie rentre bien dans le jeu et questionne pour avoir tous les détails susceptibles de lui permettre de prendre effectivement la place de l'autre comme sosie dans sans son travail, l'entretien permet à l'enseignant de réaliser :

- ce qu'il a fait ;
- ce qu'il aurait voulu faire ;
- ce qu'il n'a pas pu faire.

F. Saujat utilise cette technique pour des Analyses de Pratiques Professionnelles individuelles à partir d'entretiens relativement longs. Intervenant en formation de formateurs sur ce sujet au sein de l'IUFM de l'académie d'Aix-Marseille, il a permis à un certain nombre de collègues de s'approprier le dispositif et il nous a incité à utiliser celui-ci non plus pour des APP individuelles, mais pour un travail d'APP au sein des groupes de formation.

---

[3] Voir CONCERTUM Tome 1, pages 137 à 167

[4] Voir F. Saujat, Instruire son « sosie » de son expérience : une « méthode indirecte » d'analyse de l'activité enseignante, dans Les Dossiers des Sciences de l'Éducation, revue de l'IUFM de Toulouse.

Aménagement du dispositif pour un travail d'APP en groupe

1. Présentation au groupe du dispositif :

Pour cela, je choisis de le vivre devant le groupe avec un maître-formateur avant le départ des stagiaires en stage en responsabilité. Deux formules ont été utilisées.

En 2002-03, j'ai dans un premier temps été le sosie d'un IMF que je devais remplacer pour effectuer une visite de PE2, puis un autre IMF était mon sosie et devait me remplacer dans la même fonction. Chacun de ces deux entretiens a duré 10 minutes. Ils ont permis :

- D'une part de découvrir le dispositif et d'annoncer aux PE qu'il serait utilisé avec certains d'entre eux pour une analyse de pratique professionnelle à leur retour de stage.
- D'autre part d'expliciter face aux groupes notre pratique professionnelle de formateurs lors des visites : comment nous les conduisons, ce que nous observons, ce que nous attendons des PE, …

En 2003-04, j'étais le sosie d'un IMF que j'étais sensé devoir remplacer le lendemain dans sa classe pour une séance d'histoire. La fonction de découverte du dispositif était inchangée par rapport à l'année précédente ; par contre, l'entretien de 10 minutes a débouché sur l'analyse d'un moment de pratique professionnelle d'enseignant et non de formateur. Chacun a pu réagir sur cette pratique que le dispositif avait en quelque sorte permis de convoquer devant le groupe et cela a permis d'évoquer la pratique professionnelle de plusieurs stagiaires dans un moment semblable : lancer une séance d'histoire.

2. Repérage au cours du stage en responsabilité et à l'occasion de visites de moments de pratiques professionnelles que j'ai envie d'analyser avec le groupe. En 2003-04, j'en ai retenu 7, dont 2 directement lié aux mathématiques (j'exploite les 5 autres en tant que tuteur du groupe dans des APP plus généralistes).
3. Retour du stage en responsabilité :

Au cours de trois séances du GFP, sept instructions au sosie[5] ont été vécues ; chacun des entretien a duré 10 minutes et a été suivi d'un travail collectif de 30 à 60 minutes piloté par un formateur distinct du « sosie » qui lance le débat en renvoyant les PE2 à ce que la situation évoque par rapport à leur propre pratique professionnelle.

Rôle du dispositif

Il rend très rapidement présent devant le groupe un moment de pratique professionnelle préalablement identifié par le formateur

Ce n'est pas un récit ; le PE ne raconte pas ce qu'il a fait ; en instruisant son « sosie », il reconstruit sa propre pratique.

Ainsi, un travail s'effectue à deux niveaux :

- Avec le PE mis en scène. Ce travail est indissociable de ma visite du PE pendant son stage et de l'entretien long avec lui sur sa pratique professionnelle et en particulier sur les gestes qui sont convoqués devant le groupe via l'instruction au sosie.
- Avec le groupe : comment chacun a géré ou gèrerait des moments semblables. Cela permet de repérer des possibles et de discuter la pertinence de certains gestes.

[5] Voir retranscription de l'une des instructions relatives aux mathématiques en Annexe 1.

3.3 - Usages des récits.

Nous avons décidé d'utiliser les récits pour les analyses de pratiques professionnelles. En suivant Paul Ricœur[6], les fonctions dans notre dispositif sont essentiellement les suivantes. Une première fonction est liée à l'acte même de raconter : « le caractère commun de l'expérience humaine, qui est marqué, articulé, clarifié par l'acte de raconter sous toutes ses formes, c'est son caractère temporel. Tout ce qu'on raconte arrive dans le temps, prend du temps, se déroule temporellement ; et ce qui se déroule dans le temps peut être raconté » (Ricœur 1986 p14) Ainsi raconter ce qu'on a vécu ou ce qu'on a observé est une manière d'ordonner temporellement des événements, de trouver une cohérence temporelle d'un début, d'un milieu, d'une fin. Cette mise en intrigue permet la compréhension de ce qu'on a vécu, de ce qu'on a observé : « On peut montrer de la façon suivante le caractère intelligible de l'intrigue : l'intrigue est l'ensemble des combinaisons par lesquelles des événements sont transformés en histoire ou – corrélativement – une histoire est tirée d'événements. »(Ricœur 1986, p.16) Une deuxième fonction du récit est la possibilité de *configuration* d'une expérience : « entre vivre et raconter, un écart, si infime soit-il, se creuse. La vie est vécue, l'histoire est racontée. » Ricœur considère trois étapes de cette configuration : l'imitation, la reconstruction et la capacité transformatrice de l'expérience. Une troisième fonction est liée au lecteur et à la possibilité que le récit a de pouvoir ouvrir des mondes au lecteur. Le récit est aussi un récit partagé, et c'est dans ce partage avec autrui qu'une culture commune peut se dégager.

Description du dispositif

Le groupe des PE2 est partagé en trois ou quatre groupes de 6 ou 8 selon le nombre d'IMF qui peuvent les recevoir dans leurs classes. Nous avons organisé ce dispositif en plusieurs étapes :

- préparation commune d'une séance ;
- un stagiaire prend la classe et les autres observent et prennent des notes
- analyse à chaud de la séance entre les stagiaires, l'IMF et le formateur (celui-ci n'est pas dans tous les groupes)
- production de récits par les stagiaires
- en groupe entier, reconstitution de 6 groupes où il y a au moins un stagiaire qui a participé ou observé la séance
- le groupe doit lire tous les récits concernant une séance, et poser des questions aux récits (et éventuellement au stagiaire qui était présent)
- est-ce qu'on comprend ce qui s'est passé ? Trouver l'intrigue et les événements de cette intrigue
- quels sont les types de tâches ? les techniques ?
- quelle est la place des élèves ? celle du professeur ?
- quels sont les moments qui auraient pu se passer autrement ? voir les possibles et non seulement le « réel »
- mise en commun sur ces réponses et ensemble on essaie de dégager des éléments qui peuvent être considérés comme des éléments d'un savoir professionnel
- synthèse par le formateur de ces éléments (lorsque le travail le permet).

[6] Ricoeur P (1983) : *Temps et récit*, Seuil Points, Paris, 3 tomes.

Quelques éléments issus de l'analyse des récits :

- refus des élèves de participer
- traitement des erreurs : la non reconnaissance de la couleur (ou du mot-couleur) ; la non prise en compte des deux contraintes
- types de tâches : dénombrer une collection ayant un ou deux éléments, associer cette quantité à une couleur parmi trois couleurs ; produire une collection ayant un ou deux objets d'une certaine couleur
- techniques : utiliser les doigts pour compter une quantité (technique observée puisque explicitée) ; reconnaître globalement une quantité à partir d'une configuration de dés ;
- rôle du maître : donne la consigne, joue le premier jeu (importance de la phrase : « je veux acheter un objet vert » ou « je veux acheter deux objets jaunes ») ; les formulations ne sont pas prises en charge par les élèves : est-ce que les cartons qui ont été pris comme objets symboliques et médiateurs du lancement des dés qui indique ce qu'il faut acheter ne deviens pas un obstacle ? poser des questions, s'assurer que les élèves se posent la question de la validité des réponses ou simplement c'est lui qui valide les réponses ;
- rôle des élèves : implication : sont-ils en train de participer à l'activité ? que font-ils réellement ?
- validation des réponses des élèves

4 - CONCLUSION

Les échanges dans l'atelier ont porté dans un premier temps sur le cadre institutionnel (GFP) dans lequel ont été mis en œuvre les trois dispositifs présentés.

Celui-ci permet à la fois :

- une prise de distance par rapport à la pratique professionnelle par le biais d'une analyse différée ;
- des regards croisés sur une même pratique professionnelle grâce à la présence avec le groupe de PE de plusieurs formateurs ayant des approches différentes du métier d'enseignant (IMF, tuteur, formateur disciplinaire, …).

Dans un deuxième temps, nous avons essayé de faire émerger les savoirs professionnels que les stagiaires peuvent construire dans les APP. Nous pouvons distinguer des savoirs professionnels génériques et des savoirs professionnels spécifiques. Les savoirs professionnels spécifiques sont ceux qui sont propres à la discipline mathématique et les autres sont ceux qui se rencontrent au-delà des spécificités disciplinaires. Par exemple, un savoir générique est le fait qu'un enseignant doit dévoluer le problème à l'élève. Quels sont les gestes pour faire cette dévolution ? L'un des gestes possibles est de lire la consigne, de faire lire la consigne aux élèves et de demander aux élèves de quoi il s'agit. Un autre geste est que le maître joue le jeu avec les élèves pour leur montrer ce qu'il faut faire. Ces gestes génériques dépendent étroitement de la consigne elle-même et en conséquence du problème lui-même : savoir choisir un problème mathématique qui puisse être dévolu aux élèves est un savoir professionnel spécifique.

La discussion a permis de pointer dans les documents proposés divers savoirs professionnels qui peuvent être travaillés avec les PE à l'occasion de ces APP. Par exemple :

- Comment réussir la dévolution de la tâche aux élèves ? La différence entre dévolution et consignes.
- Les décalages entre les propos des élèves et ce que l'enseignant en retient pour la classe.
- Les stratégies de prise d'informations relatives au travail des élèves.
- Le rôle du temps dans les apprentissages.
- (…)

On peut regretter que la durée de l'atelier et le nombre des dispositifs présentés aient un peu limité la confrontation avec les pratiques des participants en matière d'analyse de pratique professionnelle.

Annexe 1 :
Retranscription d'une instruction au sosie.

« Je suis amené à te remplacer demain dans ta classe de CP : tu viens de demander aux 21 élèves de « dessiner leur classe » et tu veux utiliser les 21 dessins réalisés pour faire émerger les représentations des élèves relatives à l'espace de la classe.

Je vais donc essayer de me servir de ton expérience pour recueillir le maximum de conseils, de détails sur ta façon de conduire cette séance… de manière à m'en sortir le mieux possible.

Quelles sont les instructions que tu me donnerais afin que personne ne s'avise de la substitution ?

Note 1 : L'instruction porte donc sur la séance qui suit celle à laquelle j'ai assisté, durant laquelle les 21 dessins ont été produits. Lors de l'entretien le jour de ma visite, nous avions travaillé ensemble sur la séance, puis nous avions regardé les productions des élèves pour essayer de construire cette suite.

Note 2 : Dans la suite C désigne le PE instructeur et S le formateur qui joue le rôle du sosie.

C : En fait les productions ont été plus riches lors de l'exploitation.

S : Alors qu'est-ce que je fais ? Comment est-ce que j'organise ce moment-là ? Concrètement, qu'est-ce que je fais dans la classe ? les productions, c'est moi qui les ai, c'est eux qui les ont ?

C : Ils me les ont rendu donc et tu les ais emportés pour les analyser.

S : Donc, ces productions, je les ai ramassés ; et donc je les ai regardés… C'est la séance d'après qui m'intéresse ; j'aimerai que tu me donnes des instructions…

C : Donc, une fois qu'on a analysé, la séance d'après, on fait venir des enfants pour expliquer ce qu'ils ont mis, les éléments qui sont importants dans leur classe…

S : Concrètement, précisément, comment est-ce que je démarre ? Tu me dis : on fais venir des enfants. Je ne vais pas les faire venir tous à la fois. J'en fais venir un ? Lequel je choisis ? Comment…

C : Déjà, au départ, tu leur rappelles ce qu'on a fait – *inaudible* – tu demandes si certains sont volontaires pour venir au tableau expliquer leur dessin, ce qui est important et ce ne l'est pas. Et si vraiment il n'y a pas de volontaire, tu as analysé les productions et donc tu sauras qui désigner…

S : D'accord ! J'ai des volontaires ; j'en ai un qui vient ; ce n'est pas forcément une des productions les plus intéressantes. Donc, il vient. Son dessin ? Il l'a entre les mains. Où est qu'il est ?

C : Il sera affiché au tableau.

S : D'accord ! Il n'y a que son dessin sur le tableau.

C : Oui !

S : Il n'y a que son dessin affiché au tableau et là, c'est lui qui librement…

C : …c'est lui qui explique ce qu'il a dessiné, et tu lui demandes des explications…

S : Quel genre de question je vais lui poser ?

C : Par exemple, sur son dessin, il n'y a que trois bureaux (et pas la totalité) ; il va expliquer pourquoi il a mis celui-là et pas un autre. Pourquoi il a mis l'armoire et pas autre chose…

S : Je lui pose des questions et les questions que je lui pose, mon but, c'est de l'amener à justifier ses choix, les choix qu'il a fait dans son dessin. Bon ! J'ai des volontaires, mais parmi eux il n'y a pas les productions les plus riches, celle dont moi, j'ai envie de parler. Comment est-ce que je fais ? Est-ce que je censure ?…

C : Non ! On peut proposer à l'élève de venir quand même. – *inaudible* -

S : Je ne fais pas passer tout le monde. Alors comment est-ce que, par rapport aux productions, quelles sont celles que j'ai intérêt à faire exploiter ?

C : On peut faire passer un élève dont la production n'est pas super riche

S : Tu dis : une production qui n'est pas super riche. Mais comment est-ce que je reconnais une production qui n'est pas super riche ?

C : *Rires.* … s'il y a peu d'éléments ; ça peut être intéressant – *inaudible* – mais pas en vue de faire le plan de la classe.

S : Si je comprends bien dans ce que tu me dis, une production qui n'est pas riche, c'est une production où il y a peu d'éléments, qui est incomplète.

C : Pas forcément… ça dépend des éléments qui vont manquer. S'il n'y a que trois éléments et qu'ils sont essentiels…

S : C'est quoi des éléments essentiels ? Comment est-ce qu je vais les reconnaître ?

C : …

S : Je crois me souvenir ; il y en avait un qui avait dessiné trois éléments : il y avait une fenêtre ; il y avait le toit ; il y avait l'arbre dans la cour. C'est une production riche ?

C : Oui ! Il y a des éléments quand même… mais c'est pas un plan de la classe ! C'est sa vision de la classe, mais ce n'est pas vraiment le plan de la classe. Il a une vue d'ensemble. Ce n'est pas uniquement sa classe. – *inaudible* – On voit la fenêtre ; on voit l'arbre ; ce n'est pas l'espace dans la classe.

S : Donc, c'est une production que je choisis ou que je ne choisis pas ?

C : Cela peut être intéressant si tu veux montrer la différence avec ce que t attends ; tu attends la classe fermée et pas l'extérieur. Partir de son erreur … non …, ce n'est pas une erreur, c'est sa production ; partir de cette conception pour arriver à l'espace fermé de la classe.

S : Donc, c'est intéressant si je la montre avec d'autres, avec d'autres productions.

C : Voilà !…

S : Et si… J'essaie de me souvenir des productions que j'ai vues. Il me semble qu'il y en avait une où il y avait simplement la maîtresse qui était dessinée avec son bureau. En très, très gros !

C : Là, il faut lui demander…Il n'y a pas que la maîtresse dans la classe… - *hésitations* -

S : Est-ce que c'est une production que je vais faire exploiter ? Est-ce que je la montre à la classe pour en parler ou est-ce que je la mets de côté.

C : Ce n'est pas l'espace de la classe.

S : Celle-la, je la mets de côté. (*approbation de C)* Les productions comme cela, qui sont un peu atypiques, et que je mets de côté, est-ce que je vais après en reparler avec les élèves. Là, je choisis de ne pas en parler en collectif ; est-ce que je vais en reparler à un autre moment avec les élèves ou est-ce que ce travail-là, ce dessin qui a été fait par l'élève, il va rester sans suite.

C : Non, parce qu'après ce moment collectif et une synthèse des éléments essentiels – *inaudible* - ils vont représenter de nouveau leur classe. A ce moment-là, pourquoi pas comparer les deux pour voir l'évolution et en parler avec eux pour voir s'ils ont compris ce que tu attendais.

S : Donc ces dessins je vais les garder ; il y a un autre moment où ils vont servir ; c'est après…

C : Voilà ! Comparer les deux … voir les différences.

S : Les productions que je n'exploite pas maintenant, elles ne sont pas perdues…

C : Non.

S : …elles vont pouvoir être utilisées après. Une fois que j'ai fait expliquer quelques productions, qu'est-ce que je fais de tout cela ?

C : À ce moment-là, on répartit les éléments qu'on a notés et qui vont sur le plan …

S : On a noté. Qui a noté? …

C : La maîtresse.

S : Ah ! C'est moi qui ai noté.

C : Oui, c'est toi qui va noter au tableau ce que les enfants ont relevés comme éléments qui … soit parce que pour eux ça a une importance … Nous, on … Tu notes les éléments soit qui ont une importance pour nous ou pour eux – *hésitation* – je veux dire par là que tu vas même noter des éléments qui ne font pas partie du plan. Et après on fera un tri.

S : Je les note en vrac. Je fais une liste en fait.

C : Voilà et après, on vérifie … pour dire quels éléments sont importants pour le plan…

S : Ce tri concrètement, comment je le matérialise au tableau. J'efface certains éléments ? J'en réécris certains autres sur une autre partie du tableau ? Comment je … ?

C : *Rires.* En fait je ne l'ai pas fait, je suis passé directement au plan…

Un collègue signale que le temps prévu est écoulé. L'entretien se termine.

S : Merci !

Annexe 2:
Récits relatifs à une séance en Petite Section de Maternelle.
(reproduits tels qu'ils ont été proposés par les PE observateurs)

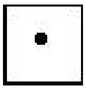
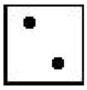
Récit n°1 :

Explication du jeu et des consignes :

Les élèves (7) sont attentifs.

« Nous allons faire un jeu, le jeu de la marchande. On va aller demander des choses à la marchande. Mais on ne va pas lui demander n'importe quoi. Pour savoir ce qu'on va demander, on va utiliser 2 dés. Le premier va nous dire combien d'objets on va demander. »

La maîtresse lance le dé qui comporte seulement 2 constellations :

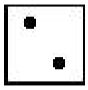
le 1  et le 2 

Le dé tombe sur 2. « Combien de points voit-on ? »

Les élèves regardent et répondent : 2. « Alors on va demander 2 objets à la marchande. »

« Maintenant on va voir la couleur des objets qu'on va lui demander et pour ça on va lancer le dé avec les couleurs. » (le dé comporte 3 couleurs : rouge, bleu, jaune) La maîtresse lance le dé.

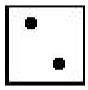
La couleur est bleue. Les élèves confondent un peu le nom des couleurs. Certains disent bleu, d'autres rouge. Après accord sur bleu : « Donc on a dit combien d'objets ? »

Les élèves répondent bien : 2. « On prend l'étiquette correspondante  et on la met dans le panier pour se rappeler ce qu'on va demander à la marchande.

Idem pour la couleur. Certains élèves se trompent encore sur le mot-couleur.

La maîtresse propose à un élève d'être la marchande. L'élève refuse, un autre élève refuse. Un dernier accepte.

La maîtresse place le marchand dans le coin cuisine.

« Bonjour Mr le marchand. Je voudrais 2 objets (elle montre l'étiquette  au marchand et aux élèves) bleus (elle montre l'étiquette bleue…). »

Elle répète, toujours en montrant.

Le marchand lui donne 2 objets jaunes.

La maîtresse revient. « On va vérifier. On voulait quoi ? »

Les élèves montrent 2 avec leurs doigts et s'accordent sur le fait qu'il y a bien 2 objets. Mais ils ne tombent pas d'accord sur la couleur.

La maîtresse demande à un élève d'être le client. Certains élèves refusent. Un élève accepte. Il lance le dé-nombre. La maîtresse interroge les élèves sur le résultat. De même pour le dé-couleur. Il prend les étiquettes et les met dans le panier.

Pendant ce temps, le marchand s'amuse dans le coin cuisine.

L'élève va voir le marchand : « Bonjour … » Il montre les étiquettes mais ne dit rien. Le marchand donne le bon nombre d'objets mais pas la bonne couleur. Le groupe valide la réponse avec la maîtresse mais ne semble pas se préoccuper de l'erreur sur la couleur.

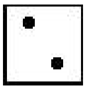
La maîtresse change de marchand.

Elle propose aux élèves d'être le marchand. Un seul élève accepte et va au coin cuisine.

La maîtresse interroge la seule élève qui semble bien connaître les couleurs.

Elle tire le 1er dé, le 2ème, et à la question : « Alors qu'est-ce que tu vas commander à la marchande ? » ne réponds pas et montre qu'elle ne veut plus jouer.

Pendant ce temps, le marchand s'amuse et le groupe commence à ne plus suivre.

Un élève accepte d'être le client, lance le dé-nombre ; le groupe s'accorde sur 2 objets  mais de moins en moins d'élèves donnent la réponse. L'élève lance le dé-couleur et le groupe donne des réponses différentes sur la couleur obtenue.

La maîtresse essaie d'obtenir une réponse juste et unanime sur ce que l'élève doit demander au marchand (qui s'amuse toujours !). Les élèves sont de moins en moins attentifs. L'élève interrogé prend les étiquettes et va voir le marchand qui ne lui donne pas les objets de la bonne couleur.

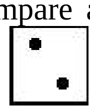
L'élève revient. La maîtresse interroge le groupe sur la validité de ce qu'a donné le marchand, le groupe ne sait pas exactement.

La maîtresse retourne avec l'élève vers le marchand afin d'obtenir au moins une bonne réalisation.

Le marchand donne le bon nombre d'objets mais ne se préoccupe pas de la couleur. Devant le fait que la maîtresse répète « é objets bleus », il se met à donner tous les objets qu'il trouve devant lui. La maîtresse s'aperçoit alors qu'il n'a plus d'objets bleus à portée de main, ou plutôt devant l'élève (c'est un élève qui connaît les couleurs d'habitude).

La maîtresse prend les objets attendus.

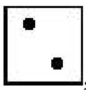
Elle rappelle tout le groupe autour de la table pour valider le résultat.

Elle montre les étiquettes, rappelle ce qu'on devait demander et compare avec la collection obtenue. Il y a donc 2 objets bleus sur la table, une étiquette  et une étiquette bleue.

« Alors est-ce que c'est bon, est-ce qu'on a ce qu'on a demandé ? »

La majorité des élèves répond « Non ».

La maîtresse essaie de comparer nombres et étiquettes avec les objets mais les élèves ne parviennent pas à dire que le résultat est juste et que l'on a ce qu'on a demandé.

Malgré une confusion entre les mots-couleurs, les élèves ont réussi à associer la constellation , le mot-nombre 2 et la réalisation de la collection.

Récit n° 2 :

La séance observée a pour champ disciplinaire les mathématiques.

L'objectif est le suivant :

- reconnaître une quantité et l'associer à la constellation ou au mot-nombre correspondant.
- Constituer une collection ayant le même nombre d'éléments.

Il s'agissait ici des nombres 1 et 2.

C'est par le biais du jeu de la marchande que nous avions l'intention d'atteindre cet objectif.

Deux ateliers en autonomie avaient également pour but de travailler sur le tri de couleurs et de formes géométriques.

9h35 Présentation par C. du premier atelier en autonomie.

Il s'agit d'un tableau à compléter. Pour cela les élèves disposent de 12 jetons constitués de 4 formes géométriques (cercle, carré, rectangle, triangle) et 3 couleurs (bleu, rouge, vert). Avec les jetons, les élèves doivent reconstituer des paires en complétant les cases vides du tableau.

9h45 Présentation du deuxième atelier.

Chaque élève dispose d'une feuille sur laquelle est représenté un cercle divisé en ' parties de couleurs différentes (bleu, vert, rouge, jaune). Les élèves ont pour but de coller des gommettes sur les quarts de cercle correspondants.

9h50 Début du jeu de la marchande.

Ayant aidé à la mise en place des ateliers autonomes, je n'ai pas assisté au début de la consigne (présentation du nom du jeu).

Matériel : é dés à 6 faces. Un avec 3 couleurs (bleu, rouge, jaune) et un avec les constellations 1 et 2. 3 cartons de couleur et 2 cartons avec les constellations.

Déroulement prévu : On lance les 2 dés et on fait lire le résultat.

L'élève interrogé (le « client ») doit trouver les cartons correspondants au nombre et à la couleur trouvés dur les dés.

Il doit ensuite présenter ses cartons à la marchande tout en lui donnant oralement le nombre d'objets souhaité et leur couleur.

Le marchand le sert et une fois le panier ramené, le groupe d'élèves valide ou non le résultat (avec l'aide de la maîtresse si besoin est).

I. : « Qu'est-ce qu'on va demander à la marchande ? »

Élèves : Des objets.

I. : Comment va-t-on choisir les objets ? Avec le 1er dé, on va choisir combien d'objets le marchand va donner. Avec le 2ème dé, on va choisir la couleur de l'objet qu'il va donner. Qu'y a-t-il sur ce dé ?

Un élève : 2

I. : Comment le sais-tu ?

L'élève : J'ai compté.

I. : Montre-nous comment tu as compté.

(L'élève montre sur ses doigts)

(…)

I. : Si je lance le dé et que j'ai 2 (elle désigne la face du dessus), je vais prendre 2 objets.

I. lance le dé de couleur et obtient la face jaune. Les élèves cherchent l'étiquette avec le 2 et celle avec le jaune.

Elle demande à plusieurs élèves s'ils veulent être la marchande et essuie plusieurs refus.

I. : Qui veut être la marchande ?

Un élève se porte volontaire et enfile la blouse. I. simule une situation en prenant 2 élèves pour exemple avec une phrase modèle : - Bonjour Mr le marchand, pouvez-vous me donner 2 objets jaunes s'il vous plait ?

Le marchand donne 1 objet bleu et 1 jaune.

I. : Est-ce qu'il y a bien deux objets ?

Les élèves : Oui.

I. : Est-ce qu'ils sont tous les deux jaunes ?

Les élèves : Non.

Un autre élève est interrogé avec le chiffre 1 sur le dé.

I. : Combien vas-tu aller chercher d'objets ?
Élève : …
I. : Tu en as assez ?
Élève : Oui (de la tête) ;
I. : Qui veut aller jouer à la marchande ?

Après avoir changé plusieurs fois de marchands et d'élèves et après l'erreur d'un marchand, I. présente aux élèves le dé en le montrant de face.

I. : Combien d'objets vas-tu demander ?
L'élève : …
I. : 1 ou 2 objets ?

Réponse de tous les élèves.

L'élève part avec le panier mais ne demande rien au marchand. Il lui montre seulement les étiquettes. Le marchand lui donne le bon nombre d'objets mais ne tient pas compte de la couleur.

I. : Je crois que tu n'as rien demandé au marchand et qu'il t'a donné n'importe quoi.

Dans l'ensemble, les élèves ont toujours donné le nombre d'objets mais ils n'ont pas tenu compte, pour la plupart, de la couleur.

Récit n°3 :

C. et I. se sont partagées la séance de mathématiques.

* C. a présenté les 2 ateliers autonomes :

Atelier n°1 : dans un cercle partagé en 4 sections égales de couleurs différentes, les enfants doivent coller des gommettes aux couleurs correspondantes.

Atelier n°2 : 6 formes de couleurs différentes sont dessinés sur une feuille. Les enfants disposent de formes égales dans une petite boîte. Ils doivent faire correspondre les formes prédécoupées et les formes dessinées sur la feuille.

* I. a présenté l'atelier apprentissage : le jeu de la marchande. Les enfants disposent de 2 dés : 1 dé de 3 couleurs (jaune, rouge, bleu) et un dé avec les constellations (et). Les enfants doivent lancer les é dés et prendre 2 petits cartons correspondant à ces dés. Puis le lanceur de dés va avec son panier chez le marchand et demande un (ou 2) objet(s) de la forme demandée.

Cet atelier a commencé à 9h50 et s'est terminé à 10h15.

I. demande aux enfants s'ils veulent être la marchande ; or les 2 premiers ont refusé mettant mal à l'aise I.. Ensuite elle demande : « Qui veut être la marchande ? ». 1 élève se désigne.

Après avoir lancé les dés, I. demande au marchand : « Mr ; le marchand, est-ce que vous pouvez me donner 2 objets jaunes ? ». Elle montre des objets de différentes couleurs et demande : « Est-ce que Mr. le marchand peut me donner cet objet (elle montre un carton rouge) ? et celui-là (elle montre un carton bleu) ? ». Les enfants comprennent que le marchand doit leur donner 2 objets jaunes.

I. continue le jeu mais dit lorsqu'un élève s'est trompé.

Remarques :

- Il ne faut pas attendre les réponses des enfants mais mettre du dynamisme quand les réponses tardent ; il faut donc désigner des élèves pour les tâches.
- Les enfants ont eu du mal à passer de la représentation des 2 dés à la représentation réelle des objets ; il aurait peut-être fallu passer par une phase intermédiaire : faire, sur un même dé, les constellations et les couleurs.

- Quand il y a une activité avec 2 enfants ou plus, si l'un des enfants pense que l'autre a faux, lui demander pourquoi il ne valide pas la réponse.
- I. semble démunie lorsque les enfants ne lui répondent pas ; ils commencent à se lasser du jeu au bout de 15 minutes. (Lorsque la seule élève qui suivait a montré des signes de fatigue).
- Il faut faire remarquer à l'élève qui est le marchand qu'il a une tâche à effectuer et qu'il n'est pas là pour ranger la dînette.

Ce qu'il aurait fallu faire :

- 1ère étape : faire un dé avec 1 point bleu, 2 points bleus, 1 point rouge, é points rouges, 1 point jaune, 2 points jaunes puis les mêmes étiquettes sont données au marchand.
- 2ème étape : faire 2 dés : un dé de couleur, un dé de constellations.

Récit n°4 :

1. Présentation des consignes des ateliers en autonomie.

a) Les enfants sont au coin regroupement. C. leur montre la fiche sur laquelle ils vont travailler et essaie de leur faire reconnaître les figures et leur couleur. La consigne est de reconstituer les paires (rond rouge – carré vert - …) des figures du tableau avec les figures sur les étiquettes.

C. demande à un élève de venir faire l'exercice devant les autres. L'élève se trompe et C. fait rectifier par un autre élève.

b) Les enfants sont toujours au coin regroupement. La démarche pour la consigne est la même que pour le premier atelier : consigne donnée par C. puis reformulée par un enfant.

L'atelier consiste à coller des gommettes dans un rond divisé en 4 couleurs : coller les gommettes d'une couleur sur la même couleur.

Problèmes rencontrés :

- pour le premier atelier, les étiquettes ne sont pas du même rouge que les figures du tableau. Les enfants affirment que c'est du rose.

Solution : trancher en disant qu'effectivement les deux rouges ne sont pas les mêmes (un clair, l'autre plus foncé) mais que c'est quand même du rouge.

- Pour le deuxième atelier, C. a fait semblant de prendre une gommette. Il aurait fallu le faire réellement. En conséquence, les enfants ont collé pour la majorité les gommettes autour du rond et non dans les compartiments de couleur.

2. Atelier dirigé.

I. explique la consigne : il y a un client et un marchand au coin cuisine. Le client lance deux dés. Un dé indique le nombre d'objets qu'il doit demander au marchand, l'autre la couleur de ces objets. Le client va demander au marchand ce qu'il lui faut : « Bonjour monsieur le marchand, je voudrais n objets … (couleur). » I. simule la cliente puis revient faire valider par le reste du groupe.

Chaque élève passe à tour de rôle dans le rôle du marchand et celui du client.

Bilan de l'atelier : solutions proposées aux problèmes rencontrés.

- Imposer les tours de rôle pour le client et le marchand ; ne pas demander aux élèves leur avis. Rythmer l'activité pour que les enfants soient le plus possible sollicités. Donner de l'importance à chaque rôle (client et marchand) pour dynamiser le groupe puisqu'on est en situation d'apprentissage.

- Demander d'abord à l'élève de valider avant de demander au groupe.
- Les difficultés des élèves se sont trouvées au niveau de l'association des 2 contraintes : nombre et couleur. Mais les compétences sur les nombres (objectif de l'atelier) ont été globalement réussies.

Récit n°5

L'activité consistait à permettre aux enfants, au travers du jeu de la marchande, de commencer leur apprentissage du dénombrement jusqu'à 2, voire 3.

Plus concrètement, l'enfant devait lancer deux dés : un dé-couleur et un dé-chiffre. Au résultat conjoint des deux dés lancés, il devait par exemple aller chercher x nombre d'objets de telle ou telle couleur… Le rôle de la marchande n'en était pas moins fondamental pour cette activité dans la mesure où elle devait être capable de donner à l'acheteur l'(es) objet(s) escompté(s). Les réponses étaient validées ou pas par le groupe.

Il s'est avéré que les résultats de cette activité n'étaient pas tout à fait probants : beaucoup d'erreurs plus que de bonnes réponses. Il faut tout de même noter que les enfants étaient en apprentissage et non dans une étape de réinvestissement d'où ce grand nombre d'erreurs.

Cette activité était intéressante dans la mesure où l'enfant était intelligemment sollicité puisqu'il apprenait par le biais du jeu. La mémoire kinesthésique avait tout son rôle et importance.

Il en ressort que cette leçon doit être poursuivie dans l'attente de résultats positifs pour l'apprentissage de l'enfant.

Annexe 3: Le Groupe de Formation Professionnelle dans le Projet d'établissement 2004-2007 de l'IUFM de l'académie d'Aix-Marseille.

« … I.2.1.4 ANALYSER LES PRATIQUES PROFESSIONNELLES, PREPARER ET EXPLOITER LES STAGES
(75 H)

Le GFP est la structure de référence. Il regroupe une moyenne de 26 stagiaires, encadrés par un tuteur et 3 IMF au moins.

Conçu pour réguler la formation, il est organisé sur un horaire de 75 heures qui se répartissent de la manière suivante :

- Régulation de la formation, des stages (préparation et bilan) : 39heures.
- Suivi dans la méthodologie du mémoire professionnel, harmonisation des travaux des stagiaires et de leur directeur de mémoire : 6 heures.
- Analyses des Pratiques Professionnelles : observations de classes chez les IMF et analyses, analyses de séquences filmées : 30 heures (organisées en deux sous-groupes).

Tout au long de l'année les stagiaires peuvent ainsi observer et exercer dans plusieurs cycles, construire en tutorat des fiches de préparation de séquences, les éprouver in situ, les critiquer ensuite en groupes.

Le GFP permet donc :

- la personnalisation de la formation,
- l'échange des expériences individuelles et le travail en équipe,
- la formation méthodologique et le développement de l'autonomie,
- la liaison entre les différents dispositifs de formation . … »

LE CALCUL PAR LES INSTRUMENTS À CALCULER

Caroline Poisard,[1]

Doctorante à l'Université de Provence, Laboratoire du Cirade

Alain Mercier[2]

UMR ADEF, Université de Provence, INRP, IUFM d'Aix-Marseille

Résumé : Cet atelier s'appuie sur des travaux de thèse. Cette recherche s'intitule : « analyse didactique d'une innovation pédagogique ».

Il s'agit d'étudier l'originalité d'une démarche pédagogique qui consiste à construire et à utiliser des objets mathématiques - boulier chinois ; bâtons à multiplier de Néper et réglettes de Genaille-Lucas ; règle à calcul pour additionner ou soustraire - hors du temps scolaire, dans le contexte d'un centre d'animation scientifique et technique, mais en liaison avec le travail en classe.

1 - INTRODUCTION

L'objectif principal de cet atelier est d'étudier des instruments à calculer. Cette étude ne vise pas seulement à montrer comment enseigner de nouveaux savoirs mais plutôt à se confronter à des œuvres. Le sens du mot œuvre est ici emprunté à Chevallard (2001). En se basant sur le principe que la réponse à une question peut être fournie par le recours à des connaissances et des savoirs, il considère ces connaissances et ces savoirs comme des œuvres, dans le sens où elles créent un milieu de production d'une réponse (pour une certaine institution). Pour illustrer cette remarque l'auteur développe l'exemple des TPE (travaux personnels encadrés) au lycée. Le problème actuel de l'école est le manque des questions et la tendance à fournir directement des réponses ce qui n'engendre qu'une reproduction d'œuvres. L'enjeu des TPE est donc de donner des questions et ainsi de produire des œuvres.

Notre objectif est aussi de produire des œuvres, par l'étude d'instruments de calcul. Les questions que nous proposons pour ce travail sont : Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ? A quoi ça sert ? Qui s'en sert ? Pour quoi faire ?

1.1 Projet de recherche

Pour résumer notre sujet de thèse, nous dirons qu'il se bâtit sur une « analyse didactique d'une innovation pédagogique ». L'originalité de la démarche pédagogique étudiée consiste à construire et utiliser des objets mathématiques, à les manier. Une autre

[1] Doctorante à l'Université de Provence, Laboratoire du Cirade avec le soutien financier de la Région Paca. Merci à l'Ardm pour le soutien financier pour la participation à ce colloque. poisard@unimeca.univ-mrs.fr

[2] UMR ADEF, Université de Provence, INRP, IUFM d'Aix-Marseille.

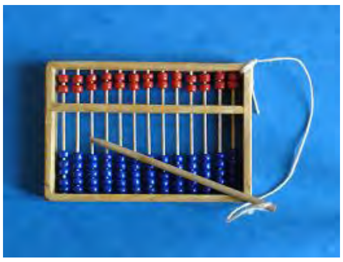
particularité essentielle est que nous ne nous situons pas dans le cadre classique des observations en didactique des mathématiques, celui de la classe intra muros. Nous analysons des situations qui vivent en relation avec le milieu de la classe, mais physiquement dans un autre lieu : un centre d'animation scientifique et technique qui reçoit des scolaires.

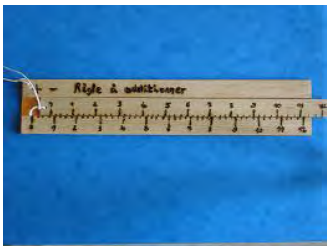
L'enseignement qui nous intéresse est celui des mathématiques, le niveau celui du cycle 3 du primaire. Notre questionnement touche différentes strates et différents acteurs de ces pratiques d'animation, en particulier le temps des animations et leur impact sur l'activité cognitive. Quels sont les moments importants pour l'apprentissage qui se réalisent au centre ? Quand ? Comment ? En mathématiques ou dans un autre domaine, scolaire ou non ? Existe-t-il un lien à faire entre l'école et le centre ? Qui ? Comment ? Quand ?

Quels peuvent être les objets matériels intéressants pour un apprentissage du calcul ? Comment caractériser ces objets ? Quel est leur effet cognitif ? Les contraintes d'utilisation ?

1.2 Observations

Les observations ont porté (d'octobre 2003 à mai 2004) sur quatre classes de CM2 qui sont venues au centre d'animation sur le thème des instruments à calculer (entretiens enfants, instituteurs, animateurs, questionnaires enfants, films des séances au centre, expression écrite en classe après chaque séance). Ce choix a été motivé par les contraintes du centre et par la thématique à aborder : les mathématiques. Chaque classe vient trois journées au centre, celle-ci est divisée en trois, deux groupes sont avec des animateurs pour construire des instruments avec divers outils (scies, perceuses électriques...) et le troisième groupe travaille avec l'instituteur. La réalisation des objets n'inclut pas une phase de réflexion sur la conception comme c'est le cas pour la démarche de projet en technologie au collège. Le double objectif de l'animation scientifique : celui de recherche de plaisir pour les enfants avec une finalité d'apprentissage est un des points délicats à produire dans de bonnes conditions. Une grosse part des explications est laissée volontairement à l'école, la démarche de l'instituteur va donc déterminer l'intérêt didactique des séances. Le thème des instruments à calculer comporte la fabrication et l'étude du boulier chinois, des bâtons à multiplier (Néper et Genaille-Lucas) et de la règle à additionner (règle à calcul pour l'addition et la soustraction). Voici quelques photos d'instruments réalisés par les enfants.


Le boulier chinois



La règle à additionner

Les bâtons de Néper

Les réglettes de Genaille-Lucas

Le temps des animations constitue un moment important de l'apprentissage où les enfants sont fortement valorisés par la réalisation d'une œuvre personnelle. Même si, l'utilisation rapide des objets pendant les animations ne semble pas permettre aux enfants une appropriation des modes de fonctionnement des instruments, ces moments sont décrits par les enfants comme « héroïques » lors des entretiens où chaque détail est mentionné et où le déroulement des séances est repris point par point ce qui montre bien une activité extraordinaire c'est à dire qui sort de l'ordinaire.

Lors des séances avec l'instituteur, nous avons choisi d'étudier les instruments en posant aux enfants la question : Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ? L'hypothèse est que l'exploration produit une activité qui s'organise bien autour d'un enseignement de mathématiques. Dans l'atelier, nous mettons au travail les participants autour de ces mêmes questions.

2 -LE BOULIER CHINOIS OU SUAN-PAN

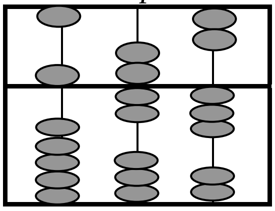
L'usage du boulier remonte au moins au 13$^{\text{ème}}$ siècle en Asie, sûrement même aux tous premiers siècles après J-C. Il constitue un instrument portatif (à l'inverse des abaques), d'usage simple et efficace pour les opérations élémentaires. Pour nous, le boulier est un support d'activité en mathématiques, l'utilisation que nous montrons ici n'est pas obligatoirement celle d'une utilisation courante, machinale comme c'est le cas lorsqu'on apprend à l'utiliser en Chine ou au Japon depuis l'enfance. Le but est de comprendre pourquoi un tel objet est efficace pour faire des calculs et non pas d'apprendre par cœur les règles de son utilisation.

2.1 Comment ça fonctionne ?

Cette question est posée aux participants avec un boulier pour deux (au moins). Après un temps de réflexion et une mise en commun des résultats, quelques exemples intéressants sont travaillés.

Dans chaque tige le boulier chinois possède deux quinaires (qui valent chacune cinq) et cinq unaires (qui valent chacune un) et chaque tige représente une position du système décimal : unités, dizaines, centaines, etc. en partant de la droite vers la gauche. La position zéro s'obtient lorsque les boules sont vers le cadre extérieur c'est à dire que pour marquer un nombre on ramène les boules vers la barre transversale afin de déplacer les unaires et les quinaires en un seul mouvement.

Regardons cet exemple :



Comment lire ce nombre écrit sur le boulier ? Comment écrire autrement 12 centaines ? Combien de possibilités a-t-on sur le boulier chinois ?

2.2 Remarques importantes

Pour faire vivre une telle séance en classe, il faut anticiper les idées possibles des élèves pour relancer la recherche. Il semble nécessaire de faire une analyse complète du boulier avant de l'étudier en classe car le professeur doit montrer les limites d'utilisation si la proposition de l'élève n'est pas optimale : Comment écris-tu 8 ? Et 26 ? Et 1789 ? Quel est le plus grand nombre que tu peux écrire avec cette méthode ? Peux-tu lire facilement un nombre ? Souvent les enfants séparent le cadre du boulier en deux : les unités (là où il y a le plus de boules) et les dizaines (chaque boule vaut cinq), avec cette méthode, le nombre maximal inscriptible est 195. Mais alors est-il possible qu'un instrument de calcul comme le boulier réputé très efficace ne permette de compter que jusqu'à 195 ? !

En fin de primaire, l'enjeu de l'étude du boulier est de renforcer des notions de base, de les aborder autrement, c'est à dire de réorganiser des connaissances pour s'approprier la théorie dont ils connaissent la pratique. Par exemple faire le lien entre la numération positionnelle et le fait qu'un chiffre n'a pas la même valeur suivant sa position sur le boulier, ou encore retrouver le sens mathématique des additions qu'ils font en papier et crayon. Ces situations pourraient aussi être proposées en début du primaire pour découvrir ces notions.

2.3 L'addition puis la soustraction

Comment réaliser une addition puis une soustraction sur le boulier ? Avec le boulier on voit le passage des retenues car on l'effectue à la main. Il comporte une très bonne gestion de celles-ci car on peut commencer une opération par la gauche pour avoir un ordre de grandeur du résultat, sans avoir de soucis de retenue. Les nombres sont inscrits et cette inscription est dynamique, ce qui est impossible avec papier et crayon. Ce souci du report des retenues a été un point crucial pour la mécanisation des calculs : Quant est-il des retenues pour les multiplications ?

On peut l'écrire de cette manière :

	7	8	5
+	1	6	3
	8	12	8
	9	2	8

Ou encore :

	7	8	5
+	1	6	3
			8
+	1	2	0
+	8	0	0
	9	2	8

Peut-on réaliser 12,56+34,129 ? Oui, il est alors nécessaire d'établir une convention pour placer les unités, par exemple la quatrième tige en partant de la droite, ce qui laisse 3 chiffres inscriptibles après la virgule. On peut donc aussi travailler avec les décimaux sur le boulier.

2.4 La non unicité d'écriture

Pour aborder ce point, nous proposerons aux participants d'inscrire 10 de trois manières différentes et de réfléchir sur la manière la plus économique. Comment et pourquoi la définir ? On rencontre une situation similaire avec les fractions que l'on apprend à écrire de façon irréductible, on a bien plusieurs manières pour écrire un même nombre : 10/2=5 ou 18/12=3/2. Avec les entiers, c'est la même chose : 0,9999…=1.

Enfin, nous effectuerons l'opération 1038-55 afin de montrer que comme en algèbre, sur le boulier il est parfois nécessaire de décomposer une écriture pour arriver au résultat. Par exemple il faut parfois passer par $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ c'est à dire l'inverse de la factorisation pour trouver un résultat.

Récapitulatif des notions mathématiques

Les savoirs disciplinaires mathématiques mis à jour par l'étude du boulier sont :

La numération de position en base 10 ainsi que la notion d'unicité d'écriture d'un nombre

L'addition et la soustraction avec la recherche de méthodes économiques qui se rapprochent du raisonnement du calcul mental (par exemple la décomposition (-9=-10+1) et la manipulation réelle des retenues

L'écriture et la lecture des grands nombres

La multiplication : par la méthode d'additions successives qui devient rapidement inadaptée aux grands calculs et en connaissant les tables de multiplication avec le décalage du zéro

La division : par la méthode des soustractions successives et en connaissant les tables.

Ces savoirs concernent d'une part la numération et le calcul ; mais aussi le raisonnement, le mode de pensée propre aux mathématiques (Grenier et Payan, 2003), en particulier l'unicité d'écriture et la méthode économique.

3 -TRAVAIL PAR GROUPES DES PARTICIPANTS

3.1 Les questions de recherche

L'ensemble des participants est divisé en quatre groupes avec chacun une question de travail (et environ 30 minutes de réflexion).

Comment réaliser une multiplication avec le boulier chinois ? Par exemple multiplier 27 par 82.

Le boulier chinois : combien peut-on enlever de boules pour pouvoir encore compter ?

Les bâtons de Néper : comment ça marche ? Peut-on les améliorer c'est à dire prendre en charge la retenue ?

Les réglettes de Genaille-Lucas : comment ça marche ? Comment gérer les retenues pour les multiplications ?

3.2 La mise au point

3.2.1 La multiplication avec le boulier

La méthode classique s'écrit sur une feuille :

	3	7
x		5
1	8	5

On dit à l'oral ou dans sa tête :
« 5 fois 7 : 35 je pose 5 et je retiens 3. 5 fois 3 15 et 3 : 18 »

		3	7	
	x		5	
		3	5	5x7
+	1	5	0	5x30
	1	8	5	

Avec le boulier le calcul se décompose de telle manière que l'on n'a pas de retenue (le « je retiens 3 » de précédemment). Ce qui est intéressant avec cette méthode c'est que l'on voit mieux le décalage, on remonte au sens mathématique. Pour écrire la seconde ligne, on se place dans la tige de dizaines, on laisse la tige des unités vide car on va multiplier 5 unités par 3 dizaines.

3.2 2 Enlever des boules au suan-pan

La question de départ peut se décliner de deux manières : Combien peut-on enlever de boules au maximum par tige pour pouvoir calculer à la manière traditionnelle ? Ou bien : Peut-on avoir une écriture unique de tous les nombres en base 10 ?

Cette recherche nous fait (re)découvrir le boulier japonais ou soroban qui possède le nombre de boules minimales c'est à dire quatre unaires et une quinaire. Son apprentissage nécessite beaucoup plus de dextérité. Cette amélioration du suan-pan date des années 1950.

En fait si on pousse le raisonnement du nombre minimum de boules, il suffit d'une boule par tige pour pouvoir inscrire n'importe quel nombre en binaire !

On peut aussi explorer d'autres pistes : Quelles valeurs peut-on donner aux boules pour que l'on puisse écrire tous les nombres (toujours en base 10)? Si certaines boules sont collées entre elles, peut-on encore utiliser le boulier ? Sous quelles conditions ?

3.2 3 Les bâtons de Néper

En 1617, le mathématicien écossais John Néper publie *Rhabdologia*, dans lequel il explique le principe de fonctionnement de bâtons pour réaliser des multiplications en ne faisant que des additions. Le principe est le même que celui de la multiplication per gelosia utilisé dès le 13ème siècle et qui sera d'usage en Islam, en Chine et en Europe. Ces bâtons seront utilisés en Europe jusqu'à la moitié du 19ème siècle.

Regardons l'exemple de 246 par 63.

Multiplication per gelosia (additions diagonale par diagonale)

	2	4	6
6	1 / 2	2 / 4	3 / 6
3	0 / 6	1 / 2	1 / 8
15	4	9	8

Décomposition de l'algorithme traditionnel

			2	4	6	
		x		6	3	
				1	8	3x6
+			1	2	0	3x40
+			6	0	0	3x200
+			3	6	0	60x6
+		2	4	0	0	60x40
+	1	2	0	0	0	60x200
	1	5	4	9	8	

3.2 4 Les réglettes de Genaille-Lucas

Edouard Lucas est un mathématicien français qui proposa d'améliorer les bâtons de Néper c'est à dire de rendre automatiques certains calculs. C'est Henri Genaille, un ingénieur français qui donna une réponse en 1885. Ces réglettes qui seront utilisées jusque dans les années 1910, permettent une lecture directe en supprimant les additions intermédiaires. On soulève ici l'étude des retenues lors des multiplications. Quelle est la retenue maximale possible pour une addition de deux nombres ? Et pour une multiplication de deux nombres ?

4- CONCLUSION

Dans l'étude des instruments à calculer, nous pointons bien des savoirs mathématiques visibles. L'enjeu n'est pas de devenir expert du boulier comme le sont par exemple les marchands chinois qui apprennent par cœur dès le plus jeune âge les règles d'utilisation du boulier. Le boulier ne fait pas partie de notre culture, il est le support d'une activité en mathématiques et peut permettre à la classe de se poser de nouveaux problèmes et de revisiter (à la fin du primaire) certaines notions familière depuis plusieurs années que nous pouvons aussi appeler des œuvres.

Ce thème des instruments semble intéressant pour aborder des connaissances sous un autre angle avec la particularité d'avoir un support matériel, comme l'élève doit apprendre à le faire avec une calculatrice. D'ailleurs, c'est dans ce contexte qu'il est intéressant de remonter à la source et d'imaginer une progression qui permette de comprendre pourquoi de nos jours la calculatrice est devenue familière en classe. Comment faisait-on avant ? En commençant par la numération égyptienne, puis par la numération décimale avec le texte de Stévin en continuant sur les abaques, bouliers, réglettes puis sur le problème de la mécanisation des retenues (Pascal, Schickard) et les instruments analogiques (règle à calculs) on arrive jusqu'à l'ordinateur.

D'après les instructions officielles, l'usage de la calculette doit donner au calcul posé (technique opératoire) le rôle de renforcer la compréhension. Cette compréhension peut aussi se construire autour du boulier, des bâtons de Néper, des réglettes de Genaille, de la règle à calcul…

D'autre part, ce travail s'inscrit dans une définition des mathématiques comme une science expérimentale qui se construit autour d'expériences, de réalisations matérielles, de manipulations, d'observations et de mesures comme c'est le cas en sciences physiques et en sciences de la vie et de la terre. Notre objectif est de déterminer les contraintes pour qu'un travail expérimental soit aussi un travail mathématique.

Quelques références

AYMÉ, N. (1997). Le boulier chinois. Actes du colloque : L'Océan Indien, au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes. IUFM de La Réunion. Disponible sur :
http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/Seminaires/ActesKol.html

BARBIN, E. & LE GOFF J.-P. (2000). Si le nombre m'était conté… Paris : Ellipses.

BOSCH, M. & CHEVALLARD Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Recherche en Didactique des Mathématiques, 19, 77-124.

CHABERT, J.-L., BARBIN, E., GUILLEMOT, M., & al (1994). Histoires d'algorithmes : du caillou à la puce. Paris : Belin.

CHEVALLARD, Y., (2004). Enseigner les maths aujourd'hui, Cahiers pédagogiques, 427, 34-36.

CHEVALLARD, Y. (2001). Les TPE comme problème didactique, Actes du Séminaire National de Didactique des mathématiques.
Disponible sur : www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/fdf/topos3.html

CUMIN, J., HOSSENLOPP, J. (1994). Le boulier : initiation. Paris : Chiron.

CUMIN, J., HOSSENLOPP, J. (1998). Le boulier : perfectionnement. Paris : Chiron.

Ermel Enseignants, apprentissages numériques en CE1, 1993, INRP, Paris : Hatier.

DEFORGE, Y. (1990). L'oeuvre et le produit. Seyssel : Champ Vallon.

GODIN, F., TIMON, R., WOROBEL, M. (2000). Math CM2, Paris : Hachette.

GRENIER, D. & PAYAN, C. (2003). Situations de recherche en "classe", essai de caractérisation et proposition de modélisation. Les cahiers de laboratoire Leibniz, 92. Disponible sur : www-leibniz.imag.fr/LesCahiers

HÉBERT, E. (Dir.). (2004). Instruments scientifiques à travers l'histoire, Paris : Ellipses.

IFRAH, G. (1981). Histoire universelle des chiffres, Paris : Robert Laffont.

MARGUIN, J. (1994). Histoire des instruments et machines à calculer : trois siècles de mécanique pensante, 1642-1942. Paris : Hermann.

MARTZLOFF, J.-C. (1987). Histoire des mathématiques chinoises. Paris : Masson.

Mathématiques CM2, Paris : Hachette éducation.

MERCIER, A., SALIN, M.-H. (1988). L'analyse a priori, outil pour l'observation. Actes de l'université d'été de didactique des mathématiques. IREM de Bordeaux.

SHÄRLIG, A. (2001). Compter avec des cailloux. Lausanne : Presses Polytechniques Universitaires Romandes.

Sites intéressants

Sur le boulier :

http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/Seminaires/ActesKol.html
http://www-cabri.imag.fr/nathalie/boulier/boulier.htm

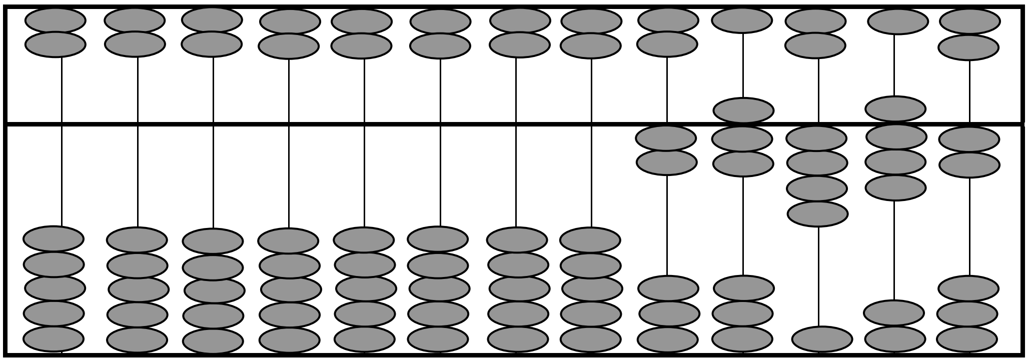
Sur les bâtons :

http://infohost.nmt.edu/~borchers/napier/napier.html : modèles
http://www.animath.fr/UE/Charb/Charb.html#B
http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/activites/Neper.htm (attention, erreur sur la baguette du 8 du premier dessin pour Genaille)
http://www.arts-et-metiers.net/magic.php?P=183&ID=19&lang=fra&flash=f&s1=&s2= (attention au sens des diagonales)

Annexe : Compléments sur le mode de fonctionnement des instruments

Nous donnons ici quelques compléments mais le but de l'atelier était de donner des questions pour chercher : Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ?

• Le boulier chinois (ou suan-pan)



Sur ce boulier est inscrit le nombre 27 482 qui se décompose :

$27482 = 2\times10^4 + 7\times10^3 + 4\times10^2 + 8\times10 + 2$

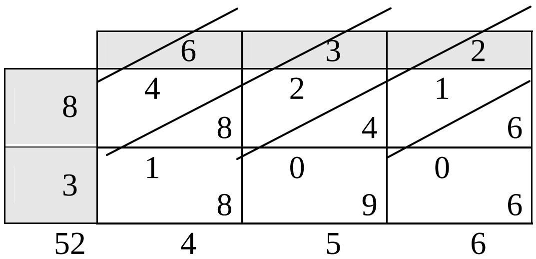
• Les bâtons à multiplier

Regardons l'exemple de 632 par 83.

Méthode traditionnelle
(ou de Fibonacci) :
632x83 = 632x3 + 632x80

			6	3	2	
		x		8	3	
		1	8	9	6	3x632
+	5	0	5	6	0	80x632
	5	2	4	5	6	

Multiplication per gelosia
(ou par grillage) :
632x83 = 632x80 + 632x3



Méthode par décomposition :
632x83 = 3x2 + 3x30 + 3x600 + 80x2 + 80x30 + 80x600.

			6	3	2	
			x	8	3	
					6	3x2
+				9	0	3x30
+		1	8	0	0	3x600
+			1	6	0	80x2
+		2	4	0	0	80x30
+	4	8	0	0	0	80x600
	5	2	4	5	6	

Le calcul par les instruments à calculer

Avec les bâtons de Néper :
632 x 83 = (632x8x10) + (632x3) = 50560 + 1896. Attention à ne pas oublier les retenues.

X	**6**	**3**	**2**
1	0 / 6	0 / 3	0 / 2
2	1 / 2	0 / 6	0 / 4
3	1 / 8	0 / 9	0 / 6
4	2 / 4	1 / 2	0 / 8
5	3 / 0	1 / 5	1 / 0
6	3 / 6	1 / 8	1 / 2
7	4 / 2	2 / 1	1 / 4
8	4 / 8	2 / 4	1 / 6
9	5 / 4	2 / 7	1 / 8

		6	3	2
1	0	6	3	2
2	0	2	6	4
	1	3	7	5
3	0	8	9	6
	1	9	0	7
	2	0	1	8
4	0	4	2	8
	1	5	3	9
	2	6	4	0
	3	7	5	1
5	0	0	5	0
	1	1	6	1
	2	2	7	2
	3	3	8	3
	4	4	9	4
6	0	6	8	2
	1	7	9	3
	2	8	0	4
	3	9	1	5
	4	0	2	6
	5	1	3	7
7	0	2	1	4
	1	3	2	5
	2	4	3	6
	3	5	4	7
	4	6	5	8
	5	7	6	9
	6	8	7	0
8	0	8	4	6
	1	9	5	7
	2	0	6	8
	3	1	7	9
	4	2	8	0
	5	3	9	1
	6	4	0	2
	7	5	1	3
9	0	4	7	8
	1	5	8	9
	2	6	9	0
	3	7	0	1
	4	8	1	2
	5	9	2	3
	6	0	3	4
	7	1	4	5
	8	2	5	6

Avec les réglettes de Genaille-Lucas :

632x83 = (632x8x10) + (632x3) = 50560 +1896.

Ici les retenues sont gérées par les réglettes. On commence la lecture par les unités, les triangles noirs indiquent le sens de lecture.

Une proposition pour traiter perpendicularité et parallélisme à partir d'une étude dynamique des formes

Jean-François Grelier
Professeur de Mathématiques, IUFM de Midi-Pyrénées

Comment approcher les concepts d'orthogonalité et de parallélisme ? Doit-on partir des formes polygonales ou du pliage de papier ?
Cet article présente une recherche action, menée dans une école de Toulouse, qui pose les questions précédentes et propose quelques pistes.

1. La recherche-action

Cette présentation est tirée d'une recherche-action menée à l'école Buffon à Toulouse, dans la ZEP du Mirail, et qui s'est conclue par la publication d'un ouvrage au CRDP Midi-Pyrénées : « Apprentissages géométriques aux cycles 2 et 3 ». Ce travail se situe dans le vaste mouvement qui depuis une vingtaine d'années vise à faire passer l'école d'une pédagogie de la restitution à une pédagogie de la compréhension. De ce point de vue, les progrès ont été spectaculaires dans le domaine numérique, en particulier grâce aux travaux de l'équipe Ermel. Mais ça n'a pas été le cas en géométrie, faute d'un travail systématique de recherche et de production d'outils didactiques. C'est donc parce qu'il leur manquait les activités permettant de vraies manipulations en géométrie que les auteurs ont engagé depuis septembre 98 une recherche-action pour produire ces activités d'abord pour leur propre usage.

Il faut dire un mot de la méthode employée. L'attitude classique des chercheurs est de commencer par éclaircir le champ théorique, et d'en déduire dans un second temps les conséquences pratiques, ici les activités de classe : recherche fondamentale, puis recherche appliquée. Au contraire, la démarche s'est voulu (faussement ?) naïve : prendre les programmes de géométrie au sérieux, en cherchant à construire les compétences exigées, avec les méthodes actives qui ont fait leurs preuves dans le domaine numérique. Parce que c'est en faisant qu'on apprend, les problèmes théoriques ont été traités au fur et à mesure qu'ils se posaient, et dans les termes où ils se posaient, avec le critère pratique de la réussite des élèves.

Et c'est donc progressivement que la compréhension théorique s'est enrichie, en construisant une cohérence globale au travail. Et cette cohérence s'est formalisée dans l'ultime étape, dans le travail d'organisation des activités dans des progressions par niveau respectant les programmes.

2. La problématique proposée à l'atelier

a) Comment articuler les apprentissages de la géométrie et de la spatialité ?

Les programmes insistent aujourd'hui sur la nécessaire distinction entre l'appréhension de la spatialité et la construction des compétences géométriques. Cela est souvent compris par les enseignants comme la formalisation d'un nouveau domaine géométrique qui doit précéder la

géométrie traditionnelle, et qui s'appellerait spatialité ou espace. Un domaine qui serait un développement réfléchi des activités de repérage que l'on faisait traditionnellement au cycle 1.
Dans ce cas, les nouvelles instructions seraient comprises comme le rajout d'un nouveau domaine, et non comme une refonte de toutes les activités géométriques. Comme si l'enseignement traditionnel qui s'organise autour de l'apprentissage des formes fonctionnait, alors que l'apprentissage des relations - orientation, alignement, orthogonalité et parallélisme, devait être réformé, et qu'il peut l'être en étant pris en main autrement, et plus tôt.
Au delà de ce qui n'est peut-être qu'une incompréhension locale sans beaucoup de conséquences, reste le problème de savoir comment on articule l'enseignement des formes et des relations. Comme pour la question de l'ordre dans lequel on doit organiser les enseignements de l'espace et du plan, la réponse n'est jamais tout l'un ou tout l'autre. Il ne s'agit pas d'aller des formes vers les relations ou de travailler d'abord les relations pour aborder dans un second temps les formes. Il faut réfléchir à leurs apprentissages conjoints.

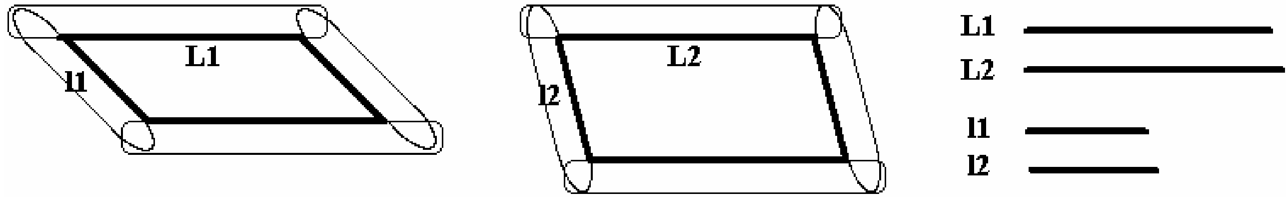
b) L'hypothèse à questionner

Il semble incontestable que l'étude traditionnelle des formes prépare mal aux apprentissages géométriques, mais n'était-ce pas en grande partie parce qu'elles sont présentées statiquement, et en général sur papier ? Commençons par réfléchir à ce que pourrait être un travail innovant sur des formes dynamiques, et voyons en quoi cela permet de mieux construire les concepts liés aux formes, mais en quoi cela facilite aussi l'apprentissage des relations.
On peut certes déplacer et déformer des formes sur ordinateur, mais cela demande déjà une certaine expertise. Nous avons donc recherché et mis au point un matériel beaucoup plus simple qui permet aux élèves de manipuler directement des objets qui sont des passages vers le concept.
Construire des polygones articulés permet d'engendrer des familles de polygones, et à chaque fois de recenser ressemblances et différences. Pour les polygones à quatre côtés égaux par exemple, cela construit les solidarités entre les losanges et le carré, mais fait apparaître aussi des critères pour les différencier. En déformant un carré, on voit ce qu'il conserve et ce qu'il perd.

3 - La mise au point du matériel dans la recherche-action

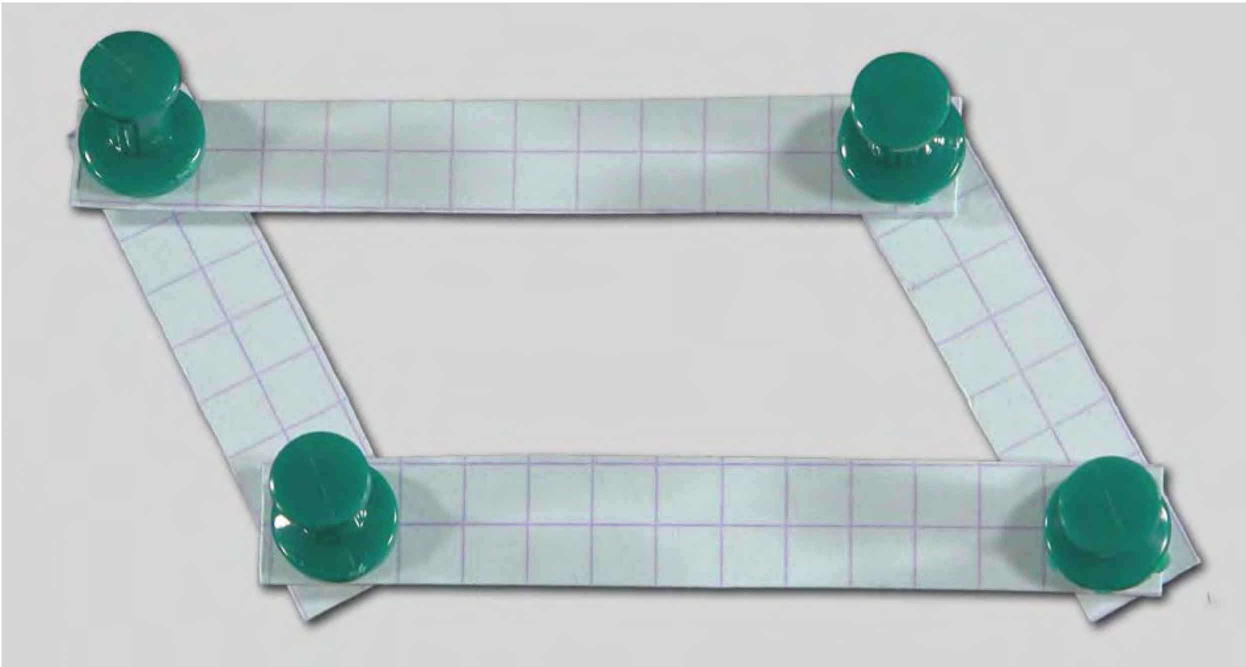
C'est dans ce but que nous avons donc cherché à produire des polygones articulés. Une première idée est d'utiliser un matériel de type « mécano ». Il présente l'intérêt de pouvoir articuler les côtés des polygones, mais présente des difficultés pour passer à la représentation. En effet quand on utilise ce matériel comme gabarit pour représenter, modifier les angles modifie aussi les longueurs des côtés.

Matériel abandonné

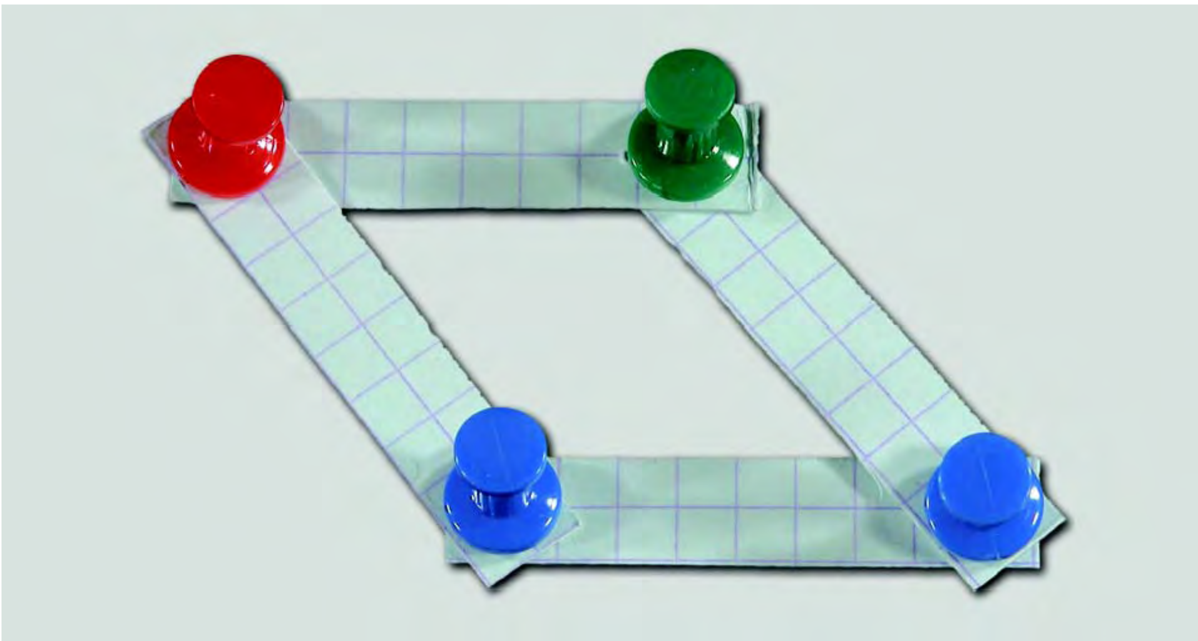


Finalement ce matériel n'a été conservé que comme traceur de parallèle, et après beaucoup de tâtonnements, une meilleure solution a été trouvée.
Pour ce faire, on fabrique des réglettes de papier de 1 cm de large dans du bristol quadrillé et plastifié. On forme le polygone en plantant des punaises aux deux avant-derniers nœuds de ces bandes, et on intercale, entre le montage articulé et le support carton (ou moquette), une feuille de papier qui va donc être également trouée par les punaises aux emplacements des sommets.

Quadrilatères formé avec deux fois deux réglettes



Quadrilatères formé avec quatre réglettes égales



On obtient ainsi très naturellement une représentation du polygone en reliant au crayon à papier les trous des punaises, et cette représentation conserve la longueur des côtés. Son gros avantage est de permettre un passage immédiat à la représentation.
Dans notre recherche, nous avons eu le souci permanent d'organiser le passage de la manipulation à une représentation où on traite le problème sans manipuler, car sans ce transfert, on ne fait pas de mathématiques, on bloque la conceptualisation. Cela a même été le principal critère de sélection du matériel : aussi gratifiant qu'il soit, un matériel qui ne permet pas un passage rapide à la représentation ne peut être exploité mathématiquement.
Ce matériel nous semble un bon compromis entre plusieurs contraintes : il permet d'engendrer tous les polygones de mêmes côtés, il est de faible coût et facile à réaliser, et surtout il permet un passage immédiat à la représentation.
Les élèves ont ainsi dès le cycle 3 des figures de très bonne qualité, sur lesquelles un travail multiforme pourra être mené.
Dans une première séquence (Po1)[1] d'appropriation du matériel, les élèves apprennent à monter des polygones articulés, à engendrer plusieurs formes de la même famille, et à les représenter sur une feuille blanche en rejoignant les trous laissés par les punaises. Une des modalités peut être un jeu de la marchande, où les élèves commandent les réglettes et les punaises nécessaires pour construire un polygone de leur choix.
Dans une deuxième séquence (Po2), les élèves vont travailler avec quatre réglettes de même longueur. Par groupe de deux, ils vont produire trois polygones différents, et les représenter. Puis ils vont devoir trier ces quadrilatères. Deux catégories s'imposent à tous : les carrés et les losanges. Mais il n'est pas toujours facile de décider à quelle catégorie appartiennent certains « quasi-carrés ». Un critère incontestable est nécessaire. Les angles droits sont difficile à vérifier, aussi un autre critère émerge, la longueur des diagonales, et c'est induit par le matériel qui se déforme de carré à losange quand on tire sur une diagonale. Et quand on tire sur une diagonale en l'agrandissant, visiblement l'autre diagonale diminue. Et on peut vérifier cette conjecture immédiatement en mesurant à la règle graduée. Il faudra se mettre d'accord sur la marge d'appréciation.
Les élèves vont alors formuler par écrit les ressemblances et les différences entre les deux catégories, les carrés et les rectangles, et la classe pourra ainsi recenser après confrontation et bilan collectif les propriétés de ces deux quadrilatères.
Dans une autre séquence (Po4), les élèves travailleront avec deux fois deux réglettes égales. Dans une démarche analogue, ils découvriront les propriétés des rectangles, des parallélogrammes et des cerfs-volants.
Chacune de ces séquences pourra se diviser en deux, trois ou quatre séances de 45 minutes.

4. Présentation de la proposition

Il nous semble que la plupart des manuels usuels présente l'orthogonalité à partir d'une réflexion sur les droites, hors situation fonctionnelle. L'utilisation de la technique du pli sur pli pour produire un gabarit d'angle droit donne l'alibi de la manipulation pour faire « passer en contrebande » le caractère ostensif de la démarche. Ici au contraire on propose d'essayer de structurer cette notion en situation. Dans la séquence précédente, les élèves ont engendré la famille des quadrilatères à quatre côtés égaux. Ils ont trié les carrés des losanges, et ont cherché des critères objectifs permettant de les différencier. L'angle droit est un critère, mais l'équerre s'avère être un piètre outil de discrimination, pour des raisons pratiques. Comme on

[1] Voir annexe

vient de le voir, un deuxième critère beaucoup plus fonctionnel apparaît alors : le carré a ses deux diagonales égales, et le losange non.
Et surtout on a là de quoi construire une image mentale très forte, avec ces deux droites qui bougent au cœur de la figure tout en restant perpendiculaires.

Et c'est là qu'intervient l'activité Po3 dont voici le descriptif :

1. *Classe entière :* on reprend les quadrilatères articulés à côtés égaux. On les décrit collectivement. Les élèves proposent des formulations des propriétés communes à tous ces quadrilatères (ressemblances et différences).
2. *Groupe de deux :* on cherche les symétries par pliage exact. On obtient un angle droit que l'on va utiliser comme critère. On se construit une équerre personnelle sur ce modèle.
3. *Groupe de deux :* on écrit une phrase pour expliquer les propriétés des diagonales.
4. *Classe entière :* bilan et écriture dans le mémento de géométrie. On vise la définition des droites perpendiculaires : (par exemple « deux droites qui se coupent en formant des angles droits »)

Pour peu que l'on fasse tracer les diagonales en rouge, leurs positions « en croix », renforcées par le fait qu'elles sont médiatrices l'une de l'autre, fait de cette situation –commune au carré et aux losanges de la famille- une image mentale emblématique de la situation de perpendicularité. Le gabarit d'angle droit, est ici introduit par le pliage d'un losange en liaison avec la reconnaissance de symétries, donc en liaison avec le sens.

De même le parallélisme peut se construire avec les séquences Po4 et Po5, par les quadrilatères que l'on engendre avec deux fois deux bandes égales. Ici, c'est le parallélogramme qui offre une situation de référence par le parallélisme qu'il montre sur ces deux grands côtés. Et un critère permettant de vérifier le parallélisme de deux droites pourra apparaître : les segments découpés par les perpendiculaires communes aux deux parallèles sont égaux, et ce critère pourra aussi servir de définition pour le parallélisme de deux droites.

5. Discussion, conclusion et pistes de recherche

Après avoir testé le matériel et produit des polygones, les participants de l'atelier ont lancé une discussion qui s'est articulée autour de ces thèmes :

- Faut-il partir des formes et tout tirer des formes ? C'est-à-dire comprendre les relations dans les formes et donc traiter la perpendicularité et le parallélisme à partir des formes.

- Ou faut-il envisager une approche des notions de perpendicularité et de parallélisme sans prendre appui sur les formes ? On peut par exemple mener des activités autour de :
  - la perpendicularité observée et définie à partir d'activités de pliage (notion de droite, d'intersection, de partage du plan en 4 parties superposables)
  - la perpendicularité observée et définie à partir du monde physique (horizontalité et verticalité, descendre une droite sur une oblique comme un fil à plomb sur une horizontale)

- Peut-on sortir d'un enseignement ostensif de ces relations ?

- Faut-il ou non travailler l'inclusion des familles de figures géométriques à l'école primaire ? Si les points de vues divergent, il y a unanimité pour reconnaître la nécessité de travailler le changement de point de vue et de faire percevoir la notion de propriété commune comme critère de classification.

- Il faut une vraie réflexion pour choisir, suggérer, s'appuyer sur des images mentales, car il faut des référents communs et / ou personnels. On est donc amené à faire des choix sur les images mentales à faire construire et les situations fondamentales qui les feront émerger.

Si cet atelier n'a pas pu répondre définitivement à ces questions, au moins a-t-il eu le mérite de les poser publiquement, et de proposer des pistes de réponses.

Cet article a été rédigé avec l'aide de Danièle Arhel qui a écrit le compte-rendu de l'atelier.

Annexe

Proposition de progression

Po1 Découverte des polygones articulés (CE2) Découverte et appropriation du matériel. Apprentissage de la représentation. Réalisation de polygones par la commande de réglettes de punaises.
Po2 Carrés et losanges (CE2) Produire les quadrilatères articulés à quatre côtés égaux, trois par groupe. Les découper et les afficher au tableau. Les trier en deux familles. Trouver un critère rigoureux. Bilan et écriture dans le mémento de géométrie de la définition du carré.
Po3 Droites perpendiculaires (CE2) Rechercher les caractéristiques communes des losanges et des carrés. Recenser oralement les différences et les ressemblances. Faire émerger la propriété des diagonales.
Po4 Rectangles et parallélogrammes (CM1) Fabriquer des quadrilatères à côtés égaux deux à deux. Dessiner trois quadrilatères différents par polygone articulé. Trier ces quadrilatères : les rectangles, les cerfs-volants et les parallélogrammes. Recenser les différences et les ressemblances. Bilan et écriture dans le mémento de géométrie.
Po5 Droites parallèles (CM1) Rechercher les caractéristiques communes aux rectangles et aux parallélogrammes. Faire émerger la propriété des côtés opposés. Recenser les situations éclairant différentes conceptions du parallélisme.
Po6 Traceur de parallèles (CM1) Reprendre le polygone articulé aux côtés opposés égaux. Fixer un des côtés et tracer plusieurs polygones. En déduire une méthode pour tracer la parallèle à une droite par un point.
Po7 Périmètre sur polygones articulés (CM1) Construire des polygones admettant un périmètre donné. Comparer leurs aires.
Po8 Quadrilatères articulés par le squelette (CM2) Apprendre comment on peut tracer des quadrilatères avec deux bandes qui se croisent. Structuration du procédé de fabrication. Recherche des quadrilatères particuliers : on les obtient si les diagonales se coupent en leur milieu.
Po9 Quadrilatères à diagonales égales (CM2) Produire des quadrilatères dont les diagonales se coupent en leur milieu : les trier. On obtient les carrés et les rectangles. Ecrire sur des bandelettes des propriétés de ces figures, et les afficher au tableau. Faire un bilan dans le mémento.
Po10 Quadrilatères à diagonales quelconques (CM2) Produire des quadrilatères dont les diagonales se coupent en leur milieu : les trier. On obtient les losanges et les parallélogrammes. Ecrire sur des bandelettes des propriétés de ces figures, et les afficher au tableau. Faire un bilan dans le mémento.
Po11 Bandes sécantes et parallélisme On commence par définir les bandes. Puis on cherche à identifier l'intersection de deux d'entre elles. On en déduit de nouvelles propriétés des quadrilatères.

ÉCHANGES AUTOUR D'ACTIVITÉS DE FORMATION À PARTIR D'UN SUPPORT VIDÉO.

Gérard Tournier, formateur
IUFM Midi-Pyrénées site d'Albi

L'objectif de l'atelier est de présenter des vidéos, d'échanger à propos de leurs contenus et d'envisager leur utilisation en formation initiale ou continue des professeurs des écoles.

Deux vidéos ont été projetées.

La première, « au pays des animaux », montre la mise en œuvre d'une activité de résolution de problème en petite section de maternelle. La situation proposée vise à construire le concept de « marquage-désignation »

La deuxième, « étoile», montre une séquence de géométrie en CE1 portant sur la bonne utilisation des outils de tracé et sur l'acquisition d'un langage géométrique. C'est une situation de communication avec production d'un programme de construction justifiant l'acquisition de ce langage.

La vidéo du « banquier cheval », les parties 1,2 et 3 traitant de la numération ont seulement été évoquées.

« AU PAYS DES ANIMAUX» : UNE VIDÉO POUR LA PS

I - Présentation de la vidéo

Pourquoi ce document vidéo ?

Bien que de nombreuses pratiques rituelles (marquage des portemanteaux, appartenance à un groupe, etc.) utilisent la désignation il est nécessaire de proposer, en petite section, des activités aidant à construire cette notion.

Quand on propose "LA MOUFLE " extrait des pages 7 à 16 du numéro 60 de Grand IN à des professeurs des écoles en formation initiale ou continue on a parfois des difficultés à faire bien percevoir l'objectif de cette situation (présenter une activité de résolution de problème pour aider à construire le concept de marquage-désignation), à convaincre de la simplicité du matériel employé. L'utilisation de ce document vidéo permet d'en voir une mise en œuvre et d'échanger à son propos.

L'objectif de cette activité est que *les élèves découvrent la trace (empreinte d'un animal sur de la glaise) comme système de désignation pour résoudre un problème (faire retrouver leur maison à des animaux).*

<u>Résumé de l'activité :</u>

- le matériel : de la terre glaise, formant un disque, humidifiée, étalée sur une plaque de bois ; autour de ce disque sont posées des boîtes couvercles identiques contenant chacune deux animaux identiques ; un sac est au centre du disque ; les animaux sont choisis de telle sorte que la trace de leurs pattes soient facilement identifiables et différentes de l'un à l'autre.

- le déroulement : un animal sort de la boîte en laissant une empreinte de sa patte devant sa maison (son jumeau reste dans la boîte), il se cache dans le sac, il y a une tempête, la maîtresse pendant la tempête fait tourner le dispositif, l'animal ressort du sac et doit retrouver sa maison, le jumeau permet une validation de la proposition faite par les élèves.

Conditions dans lesquelles le tournage a été effectué :

La maîtresse, Renée, a pris connaissance du document décrivant la situation trois semaines avant le tournage. Elle met donc en œuvre pour la première fois ce dispositif.

Les élèves ont travaillé, avec des objets autres que ceux employés ici, sur l'empreinte avec de la pâte à sel.

L'activité est conduite avec deux groupes d'élèves d'âges différents.

Les impératifs liés à la disponibilité du matériel de tournage ont conduit à filmer trois séances, la première de 45 minutes et les deux autres de 30 minutes,

L'un des groupes a été filmé pendant les trois séances, l'autre groupe seulement lors de la dernière séance.

Utilisations possibles de la vidéo :

Il est envisagé, a priori, trois possibilités de lecture :

- présentation de la situation avec les difficultés rencontrées et l'évolution des compétences des élèves ;
- interventions successives de la maîtresse ;
- observation des arguments et comportements d'élèves (Valentin, Etienne, Inès, Benjamin, Fabien).

II - Commentaires sur le contenu de la vidéo pendant la projection :

Ces commentaires ont pour but de mettre en exergue le rôle de la maîtresse, les interactions entre les élèves, entre les élèves et la maîtresse, le raisonnement des élèves.

1ère séance :

Quand il s'agit de faire retrouver leur maison aux animaux, la maîtresse dit à Inès "Tu le poses sur la maison, pas dans la maison ! Montre comment tu vas faire !" Cette intervention de Renée conduit Inès à poser alors l'ours sur la maison devant elle mais elle ne croit pas que ce soit sa maison. Elle va placer l'ours sur la boîte qui se trouve à l'emplacement occupé par la maison des ours avant rotation en disant " c'est le même !". On peut remarquer que l'ours a été le dernier à entrer dans la cachette et le premier à en ressortir, Inès a en mémoire la place de la boîte d'où est sorti l'ours et elle le remet à la même place sans tenir compte de la modification apportée par le déplacement des maisons, les autres animaux sont positionnés suivant le même principe (leur maison est toujours au même endroit !), la vérification montre aux élèves que leurs propositions sont erronées, *cette première fois permet une découverte du problème à résoudre.*

Au cours du deuxième jeu, Renée indique "Je refais la maison des animaux" et attire l'attention des élèves par la phrase : "il faut bien regarder".

Au cours de ce jeu on entend Benjamin dire :"Tu as fait la marque" lorsque Renée sort le coq.

Lorsqu'il s'agit de faire retrouver la maison au coq, Benjamin récuse le choix de Valentin, il ne sait pas dire pourquoi mais il indique la bonne maison et insiste pour changer le coq de place.

Lorsque Renée demande comment Valentin a fait pour trouver la bonne maison, Inès dit : "il a pensé que la bonne maison était là-bas !". Inès parle, ne sait pas pourquoi Valentin a choisi cette boîte et ne cherche pas à savoir ce qu'il a pensé.

Valentin lors de la vérification est content d'avoir gagné et quand on lui demande pourquoi il a gagné, il répond "parce qu'il y avait l'autre dedans", la validation se faisant en constatant que le deuxième coq est là fait que Valentin justifie son choix mais ne dit pas pourquoi il a fait ce choix et on entend Benjamin qui dit "c'était celui-là", mais Renée ne l'entend pas et ne lui demande pas pourquoi il était sûr de cet emplacement.

Fabien pour justifier la bonne maison du mouton dit "celui-la est sorti en premier et celui-la en deuxième !", Fabien parle mais n'argumente pas, ce qui l'intéresse c'est de toucher les animaux.

Au troisième jeu, Renée modifie la règle du jeu, maintenant devant une boîte on demande de dire l'animal qu'il faut sortir.

La maison du mouton est vite identifiée, l'empreinte du mouton (trois traits) ayant été repérée.

Au cours de ce troisième jeu, Renée a changé la question en espérant que cela permettrait une prise en compte des traces, ce qui n'était pas le cas jusqu'alors ; l'intervention de Renée permet aux élèves de travailler sur le bon problème.

2ème séance :

Une semaine plus tard le jeu est repris.

La maison du mouton est trouvée. Renée interroge de nouveau : "comment savait-on que c'était la bonne maison ?". Cette question amène les réponses suivantes :

- parce qu'il y a l'autre dedans
- parce qu'il y avait la trace (Valentin)

Inès dit "c'était la bonne maison parce que j'ai réfléchi bien comme ça parce que j'avais beaucoup de force ".

La nature des arguments proposés montre les avancées différentes dans la compréhension du problème pour ces élèves. Inès continue à parler avec aplomb mais sans fournir d'argument, Valentin par contre a pris en compte la trace

Renée a le souci d'amener les élèves à prendre en compte les traces. Elle donne des animaux et les élèves font des traces. Renée attire l'attention sur la trace que fait chaque animal, Fabien appuie très fort mais ne semble pas se soucier de la nature de la trace, l'important pour lui est encore la manipulation des animaux mais il ne perçoit pas le problème posé par la rotation du plateau. La maîtresse demande ensuite aux élèves d'anticiper sur la nature de la trace que fait le canard, le lapin.

Léo doit poser le coq mais Valentin récuse la place choisie parce qu'il y a la trace du lapin, Léo cherche alors et place le coq dans sa trace avant de le poser sur la boîte.

Inès doit placer la poule mais Etienne et Valentin récusent la place choisie car c'est la maison du "nours".

Benjamin après avoir eu des indications de Valentin et Etienne mettent eux aussi l'ours dans son empreinte.

Fabien fait des marques avec le mouton pour l'aider à retrouver sa maison et dit "on va voir s'il est dedans ?"

Inès remarque la différence de couleur des ours. Inès, 3 ans et demi, ne sait pas comment résoudre le problème posé et continue à donner un avis sur la situation sans que cela apporte un élément de réponse. Les interventions de Renée pour amener à la découverte de la solution sont très fortes et pourtant … Fabien et Inès n'ont guère progressé, Léo a besoin de s'assurer que la marque est la bonne, seuls Etienne et Valentin semblent assurés du bien fondé de la prise en compte de la trace.

3ème séance :

Lors de la troisième séance Renée demande à Valentin de faire sortir les animaux mais les marques du canard et du lapin sont mal placées, Valentin n'ayant pas quitté sa place a fait les marques où il pouvait.

Renée demande à Léo ce qu'il faut regarder. Valentin dit : "il faut regarder les traces."

Les maisons des trois autres sont bien trouvées mais il y a erreur pour le canard et le lapin, Renée insiste et demande "qu'est-ce qui manque ?"

Conclusion :

Pour ce groupe d'élèves de trois ans et demi le problème est loin d'être résolu, certains ont perçu l'importance des marques, pour d'autres cela ne semble évident.

Par contre pour le groupe d'élèves de quatre ans qui a suivi exactement le même nombre de séances, la situation est parfaitement maîtrisée et il n'y a plus de problème.

Les difficultés rencontrées par les élèves justifient la proposition d'activités permettant de construire la notion de désignation.

Dès la petite section les élèves doivent être confrontés à des situations relevant de la résolution de problème.

III - Remarques effectuées par les participants de l'atelier après la projection :

Les échanges entre les participants de l'atelier peuvent ainsi se résumer :

Les participants de l'atelier se sont interrogés sur le dispositif

- choix du matériel (boîtes fermées ou simplement retournées) les boîtes fermées empêchant les élèves d'aller voir qui était encore dans la maison alors qu'avec des boîtes retournées Renée a été obligée d'arrêter les élèves, Fabien surtout, qui avaient vite fait de regarder qui est encore dans la boîte;
- ordre de sortie des éléments, il est certainement nécessaire de remuer le sac où sont cachés les animaux afin que le premier qui ressort ne soit pas le dernier entré ;
- faut-il faire sortir tous les animaux ou seulement trois, ici tous les animaux doivent retrouver leur maison, pour le dernier il n'y a pas de choix possible puisqu'il ne reste qu'une maison possible alors que la recherche de la maison pour trois animaux seulement laisse un choix à faire pour chacun d'eux ;

Des remarques également sur la conduite de la classe :

- l'obligation de justifier son choix avant la vérification oblige les élèves à argumenter ;
- la participation des enfants (doit-on les interroger ? ont-ils le droit de ne pas savoir ?);
- la place du hasard dans la situation telle qu'elle est présentée (quand on passe du hasard à la raison pour laquelle on a gagné alors on "fait des maths").

A la fin de la séquence des trois séances avec les petits, certains semblent avoir compris mais ne le formulent pas, certains formulent ce qu'ils ont compris, d'autres utilisent les marques sur incitation mais, ont-ils compris la symbolique de la trace ?…. Il est évident que l'apprentissage se fait sur le long terme.

Cette situation permet une discussion sur ce qu'est une situation d'apprentissage, il faut qu'il y ait une difficulté à surmonter dans un problème dans lequel les élèves vont s'investir, ici on peut voir que les acquisitions ne se font pas pour tous en même temps. Une autre réflexion peut être menée sur le rôle de l'enseignant : forte incitation de l'enseignante du film, avec les petits (au risque de marteler ce qu'elle veut leur faire acquérir), mise en retrait avec les 4 ans lorsqu'ils savent faire mais peu de verbalisations par les enfants.

Autre réflexion sur l'échec qui semble :

- du côté du maître en maternelle (on refait jusqu'à ce que l'élève y arrive, on ne présente que des travaux réussis)
- du côté de l'élève à partir du CP (les traces de l'élève sont laissées, qu'elles soient ou non réussies)

ÉTOILE, UNE VIDÉO POUR LE CE1

I - Présentation de la vidéo

La situation proposée est celle de "l'étoile" tirée d'un article de J.F Favrat paru dans Grand N, n°49.

Pourquoi cette vidéo ?

Cette situation de géométrie en cycle 2 a pour objectif de montrer comment des élèves peuvent passer du langage courant à l'utilisation d'un vocabulaire géométrique d'une part et d'autre part de présenter une situation de communication.

Conditions dans lesquelles cette vidéo a été tournée.

Elle a été filmée avec des élèves de CE1 d'une école de ville.
Les quatre séances ont duré de 30 à 40 minutes.
La maîtresse, Marie-José, avait déjà expérimenté les années précédentes cette situation.

II - Description des séances filmées

Toutes les activités se font à partir d'une même figure " l'étoile ", voir en annexe, c'est une figure à compléter.

Objectifs de l'activité :

L'élève doit observer, inventer, imaginer ; les instruments lui servent pour contrôler ses propositions, le langage géométrique à les communiquer.

***1ère** séance (durée vidéo 7 min):*

Matériel : Chaque élève reçoit une feuille avec « l'étoile », une feuille avec « l'étoile » agrandie au tableau.

Consigne 1 :

" Regarde ce qui est tracé sur ta feuille et écris ce que tu vois."

La mise en commun permet d'introduire le terme de segment.

Consigne 2 :

"Ecris ce que tu pourrais construire en utilisant tes instruments."

Ce sont des objets de la vie de tous les jours qui sont "vus" et l'imagination des élèves est fertile. (Un soleil, une boussole, un tournesol, une soucoupe volante…)

Le terme « extrémité » qui est inconnu des élèves est défini, par la maîtresse comme étant « le bout du segment. »

Consigne 3 :

"Réalise une des formes qui vient d'être proposée."

La mise en commun des réalisations permet d'attirer l'attention sur le tracé d'un segment.

Il faut :

- relier les points qui sont les extrémités du segment et non pas les lettres qui les désignent
- soigner la qualité du tracé : tenir la règle au milieu sans qu'elle pivote et tracer de l'autre main sans être gêné par la première ;
- tracer sans à coups ;
- avoir un crayon appointé…

2ème séance (durée vidéo 4 min) :

Construire une figure ne comportant que des segments. Les consignes sont orales puis écrites au tableau.

Après un rappel sur la manière de tracer un segment, les élèves doivent utiliser les consignes écrites au tableau les unes après les autres pour construire la figure choisie par la maîtresse (une étoile à 5 branches). Les consignes demandent de construire des segments désignés par l'énoncé de leurs extrémités (AB par exemple).

3ème séance (durée vidéo 3 min) :

Construire une figure comportant des figures simples (carré, triangle, rectangle) avec des consignes dites et écrites au tableau

Matériel : quatre "étoiles" par élèves et des figures construites avec des carrés, des rectangles ou des triangles par le maître, à partir de « l'étoile » grande taille, pour être visibles de loin lors de la mise en commun.

La désignation d'un carré, d'un triangle, d'un rectangle par l'énoncé de leurs sommets (carré ABCD par exemple) est donnée par la maîtresse.

Les élèves doivent ensuite exécuter les consignes :

- *Trace avec ton stylo rouge le carré OIKM*
- *Trace avec ton stylo vert….*

La mise en commun permettra d'identifier les erreurs (le carré n'est pas fermé, seuls deux côtés opposés du carré sont tracés, idem pour les rectangles).

Le carré n'est pas fermé car les élèves ont suivi un chemin qui commence à la première lettre et s'arrête à la dernière après être passé par les autres lettres.

Deux côtés seulement sont tracés car l'élève a vu dans ABCD deux segments AB et CD.

4ème séance (durée de la vidéo 10min) :

Activité de communication

Matériel :

Une feuille par élève avec deux "étoiles". L'une sera ensuite recouverte par une feuille sur laquelle l'émetteur aura rédigé le programme de construction, l'autre sera utilisée par le récepteur pour réaliser le programme de construction.

Activité :

Les élèves sont par groupes de deux.

Chaque élève doit construire une figure et en écrire le programme de construction sur une feuille qui, scotchée, viendra cacher leur figure.

Les élèves deux par deux échangent leur feuille et exécutent le programme de construction qui leur est proposé.

La validation se fera en comparant la figure de l'émetteur et celle du récepteur.

Cette activité de communication justifie l'acquisition d'un langage géométrique.

III - Remarques effectuées par les participants de l'atelier après la projection

A partir de l'expression de ce que les élèves ont dessiné (point de vue figuratif, les élèves ont représenté des objets de la vie courante, ils arrivent au vocabulaire géométrique (par exemple : carré, segment…)

En formation de professeur es écoles, un formateur peut :

- travailler sur la façon de délivrer les consignes : ici il est à remarquer la qualité de l'expression tant orale qu'écrite de la maîtresse qui délivre clairement les consignes.

- à partir des erreurs produites par les élèves dans ce jeu d'émission-réception montrer la représentation faite des objets géométriques à partir de leur désignation, le segment AB est assimilé à la trace du crayon qui va de A à B, le carré ABCD est dessiné avec deux segments AB et CD ou bien c'est la trace qui va de A à B à C à D et l'élève s'arrête à D.
- aller plus loin dans ce travail sur le message : peut-on retirer une instruction et construire la même figure ? Peut-on formuler autrement la construction d'une figure ?

Un débat a porté sur la pertinence de certaines exigences de désignations en CE1, les désignations par des lettres (segment AB, carré ABCD) sont-elles à proposer à des élèves de CE1 ?

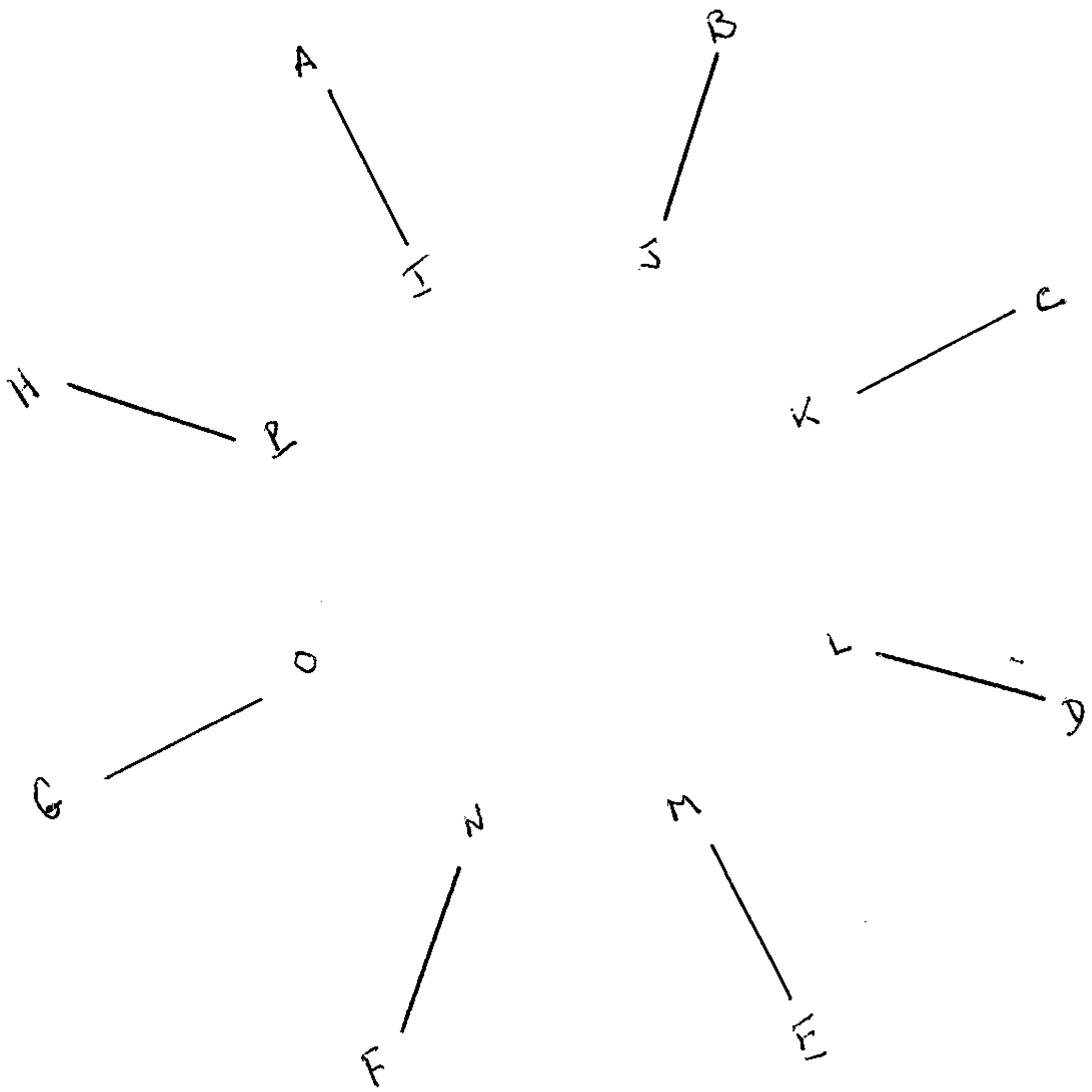
Ce type de séance dans lequel les élèves ont à imaginer, produire et décrire des figures permet sans doute d'acquérir et de mettre en œuvre des connaissances géométriques.

La confrontation des productions conduit à l'identification des erreurs et de leurs causes.

CONCLUSION :

"Étoile" montre qu'avec un support peu compliqué il est possible de construire une séquence de géométrie au cours de laquelle les élèves ont à effectuer des tracés précis, à utiliser le langage géométrique dans une situation de communication qui validera le bon usage des nouvelles désignations.

ANNEXE



Analyse de l'usage des logiciels en formation PE

en prenant en compte différents logiciels référencés dans les programmes de mathématiques de l'école.

Laurent SOUCHARD
IUFM Paris

Résumé :
Découverte, utilisation et analyse de trois logiciels selon une grille d'analyse proposée.

PRÉSENTATION DE L'ATELIER

Les logiciels d'entraînement ou logiciels tuteurs fermés font maintenant partie des programmes de mathématiques de l'enseignement élémentaire : « L'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication : calculatrices, logiciels de géométrie dynamique, logiciels d'entraînement, toile (pour la documentation ou les échanges entre classes), rétroprojecteur (pour les moments de travail collectif). »1 Comment ces produits doivent ils être utilisés par les enseignants dans les écoles ? Comment analyser ces logiciels ? Quelle formation organiser autour de ces produits ?
L'atelier a été organisé autour de la découverte, la comparaison et l'utilisation de trois logiciels tutoriels fermés : Smao CE2, CM1 et CM2 de chez Chrysis[2] à Poitiers, LiliMini[3] de l'IREM de Lille, Les maths c'est facile CE2, CM1, CM2 de chez Génération 5[4] à Chambéry. Plusieurs thèmes mathématiques ont été abordés : les nombres décimaux, le calcul et les opérations et la géométrie. Ce dernier thème nous a donné l'occasion de transposer certains exercices de géométrie pris dans ces logiciels dans un logiciel de géométrie dynamique, Geonext de l'Université de Bayreuth, libre et gratuit, qui a été distribué aux participants, et ainsi d'aborder la notion de scénario d'usage ou d'apprentissage (pour plus de détail sur la notion de scénario d'apprentissage voir les travaux de Jean-Philippe Pernin[5]). Sept équipes de deux ou trois participants ont travaillé pendant deux heures sur un, deux ou trois logiciels. Avoir une opinion sur ce type d'outil n'est pas très difficile et nous voyons régulièrement depuis une vingtaine d'année des enseignants donner leur avis sur un logiciel. De nombreux sites Internet[6] permettent à chacun de donner son avis sur tel ou tel produit mais l'analyse d'un logiciel dédié à l'apprentissage est un travail complexe difficilement comparable à l'apprentissage dans un environnement papier/crayon. Nous avons voulu proposer aux participant de l'atelier une première approche de cette complexité en commençant par la présentation de notre cadre théorique. Celui-ci propose avant tout de différencier l'usage du logiciel par l'élève et par l'enseignant : d'où le nom de Logiciel Tuteur, pour l'élève, Fermé, pour l'enseignant[7]. Le but n'était bien entendu pas d'arriver à une description précise et détaillée des trois logiciels au point de vue informatique, ergonomique, pédagogique, didactique et mathématique car trois heures de travail ne peuvent suffire à une telle entreprise. Nous voulions avant tout permettre aux participants de prendre conscience de l'interopérabilité de tous ces cadres d'analyse. Une fois la présentation théorique faite, chaque groupe s'est lancé dans l'analyse dans le thème de son choix en essayant de prendre à son compte l'idée de départ que cette analyse se place dans le cadre d'une comparaison de logiciel que les élèves utilisent. La question n'était donc pas de savoir s'il fallait ou non faire utiliser tel logiciel à tel élève mais bien, grâce à son analyse, comment l'utiliser.

CADRE THÉORIQUE

Analyse des ressources de Logiciels Tuteurs Fermés

- Définition de l'expression :

  Logiciel Tuteur Fermé

- Analyse et comparaison des ressources :

  Informatique
  Ergonomique
  Pédagogique
  Didactique

1

Vocabulaire

- Didacticiel, EIAH, EIA …
  - logiciel pour l'éducation, pour l'école, pour l'apprentissage …
- Deux classifications :
  - Ouvert/Fermé : axe de l'enseignant
  - Tuteur/Micromonde : axe de l'élève

L'axe ouvert/fermé

fermé ⟷ ouvert

- Les logiciels ouverts
  - s'il permet à l'enseignant de mettre en place sa propre pédagogie
- Les logiciels fermés
  - un logiciel est fermé si la structure du programme ne laissent au professeur que peu de place à l'expression de sa propre pédagogie

L'axe tuteur/micromonde

Système tuteur ⟷ micromon…

coach

- Système tuteur
  - il se base sur le dialogue tutoriel sous la forme d'un accompagnement directif qui ne tolère pas les erreurs.
- Les micromondes
  - ce système laisse toute l'initiative à l'élève
- Le coaching
  - il laisse une liberté apparente

Les logiciels

- Smao CM2 de chez Chrysis
- LiliMini de l'IREM de Lille
- Les Maths c'est facile de chez Génération 5

Tableau de comparaison des trois logiciels

Proposition d'organisation de l'analyse

- Analyse Informatique et ergonomique
  - Interactions homme/machine
  - Gestion informatique …
- Analyse pédagogique
  - Entrée dans le logiciel
  - Aides
  - Évaluation …
- Analyse didactique
  - Organisation mathématique
  - Organisation didactique

7

La création de scénario

- Scénario d'usage pour l'élève
- Scénario d'usage pour l'enseignant

DÉROULEMENT DE L’ATELIER

Nous reproduisons sans transformation les bilans des différents groupes qui ont, finalement, travaillé sur les logiciels SMAO CM2 de chez Chrysis à Poitiers, Les Maths c’est facile, CM2, de chez Génération 5 à Chambéry et LiliMini de l’IREM de Lille. Nous présentons ensuite une analyse de ces productions en se centrant avant tout sur la diversité des thèmes d’analyse dans chaque groupe.

PRODUCTION DES GROUPES

Groupe 1 : L’aide dans le logiciel SMAO CM2

Description du module : Ecriture des nombres entiers

- Découverte
  - ✓ pas d’aide
  - ✓ évaluation des réponses pas fine
  - ✓ consigne ambiguë
- Leçon
  - ✓ Des exemples et des exercices avec évaluation
  - ✓ La leçon comme aide « globale » ?
  - ✓ Les exemples donnés dans la leçon recouvrent-ils les tâches des exercices proposés dans les autres modules ?
- Entraînement
  - ✓ Le tableau de numération est-il une aide (directive) ? ou une contrainte supplémentaire ?
- Jeux
  - ✓ Consigne pas claire
  - ✓ Erreurs d’orthographe et de grammaire et de vocabulaire qui risquent d’empêcher de comprendre ce qu’il faut faire.

L’organisation mathématique

- Globalement : il y a 4 rubriques que l’on peut associer à des « moments » : découverte, leçon, entraînement, jeux. On peut accéder à ces rubriques dans l’ordre que l’on veut.

  Est-ce que ça correspond vraiment à des moments ?
- Pour le thème : Place des opérations 2. « Division d’entiers » ie division euclidienne

Découverte : problèmes non ouverts qui dirigent vers la division posée, pas de travail sur le sens de la division, problèmes peu variés (problèmes d’équipes à constituer, on peut faire varier le type d’équipe (volley, basket, foot) et le nombre total de joueurs à distribuer dans les équipes (nombre multiple de 5)

Leçon : exposé de la technique, pas d’explication au niveau du sens, explication « étroite »

Entraînement : limité à division posée avec des nombres qui sont imposés

Groupe 2 : Génération5, CM2

Gestion de l’élève :

- « Décalage » entre le discours « institutionnel » du maître et les « rappels du cours » du logiciel : Vocabulaire, forme des énoncés, …

- En conséquence, possibilité d'utiliser ces « décalages » en classe ? Repérer les différences et corrections pour l'enfant, pour le maître, repérer les « obstacles » créés par ces « décalages » pour la compréhension des notions en jeu.

- Même problème avec les énoncés et la réponse juste proposée, cf. Géométrie, Translations sur un quadrillage.
- Connaissances de résultats par les élèves : tableau de progression et moyennes (absolues ou pondérées ?), avec un clic, apparition d'un personnage qui explicite et commente les résultats.

Groupe 3 : Generation5

Points positifs

- entrée dans le logiciel facile ;
- niveau de difficulté graduel ;
- présence d'une aide ergonomique claire ;

Points négatifs

- présence de deux points d'interrogation sur l'écran ;
- aucune aide mathématique pour trouver la réponse (le logiciel fournit la bonne réponse après deux tentatives erronées, mais ce n'est pas clair) ;
- la validation se fait parfois par la souris parfois au clavier.

On peut se demander quel est l'intérêt d'un tel logiciel dit « multimédia ». Il n'apporte rien par rapport à une fiche papier, on ne peut que le regretter.

Concernant la variété des problèmes multiplicatifs présentés :
On a rencontré les problèmes de type rectangulaire, de vocabulaire, de multiples, de calcul, de proportionnalité, de multiplication à trou ;
Dans l'ensemble, c'est assez varié.

Groupe 4 : Le cours dans Génération5, LiliMini et Smao

Les Maths c'est facile (Génération 5) :

Analyse globale

Présence d'un cours – complet (historique et présentation, savoirs, savoir-faire) accessible par une icône (livre) uniquement sur la page de menu, et pas lorsqu'on est à l'intérieur d'un exercice.
Pas d'interactivité – mots « importants » écrits en rouge

Exemple : thème math choisi : la numération entière

Contenu du cours :
Préambule historique
Vocabulaire (nombre – chiffre, pair – impair, unité dizaine centaine, double – moitié)
Comparer (algorithme – vocabulaire : autant que, moins que)

Lilimini

Analyse globale

Pas de cours ou d'apport mathématique autre.

SMAO

Analyse globale
Les activités sont présentées dans l'ordre « classique » : découverte, leçon, exercices, jeu.
La leçon est linéaire et propose une interactivité faible : manipulation et observation dont la conclusion est a priori laissée à la charge de l'élève.

Exemple : thème math choisi : la numération entière
Contenu du cours :
Dans le sous-thème lecture et écriture des entiers
Vocabulaire : nombre, chiffre, position
Présentation de l'écriture en lettre du nombre, puis du tableau de numération
Plusieurs animations successives et répétitives : conversion lettres – chiffres puis le nombre est rentré dans le tableau automatiquement de la droite vers la gauche.

Groupe 5 : Génération5 et SmaoCM2 en géométrie

Logiciel	Chapitre	Exercice	Place du cours	Contenu
Génération 5	Géométrie	Triangles	Inaccessible depuis l'exercice en cours ; obligation de le consulter avant le choix du domaine travaillé. Suite de pages, sans recherche possible par mot clé, absence de sommaire permettant un choix. (Non conforme au programme de C3 sur certains domaines…)	Questions (souvent sans figure) sur la connaissance des propriétés des triangles ; un problème de dénombrement de triangles sous-figures dans un carré ; …pas vu la suite !
SMAO CM2	Géométrie	Triangles	Accessible depuis l'exercice en cours ; définitions en animation	Reconnaissance de triangles ; «fabrication à la main» de triangles particuliers, en réalisant les propriétés suffisantes « à vue »

Groupe 6 : Aides dans LiliMini

Analyse des aides dans le LiliMini, menu fraction :
- Aucune aide sur les aspects mathématiques
- Sinon deux types d'aides :
  - Le bouton aide qui ne fait que donner la consigne quand elle est absente ou sinon une reformulation et une indication sur le fonctionnement
  - En cas manipulation interdite, on obtient un rappel du protocole

- L’aide sur la manipulation du logiciel est aussi insuffisante.
- Le fonctionnement étant assez simple, une explication rapide du maître peut suffire.

Analyse didactique, diversité des situations proposées de Lilimini, petits problèmes, sens des opérations, multiplier par 4

- Peu de diversité : partage équilibre sous-entendu ou situation basée sur « fois plus ou fois », avec nombres qui représentent des quantités
- la solution en une étape est une division ou une multiplication
- beaucoup de problèmes sont peu réalistes ou peu compréhensibles ou ambigus

Groupe 7

Premières impressions

1. <u>Smao</u> : ″ins″ pour inscription :
   - Entrée facile pour avoir accès aux différents thèmes, on doit les faire défiler, on n’a pas la liste globale accessible directement.
   - Découverte : pas d’utilisation en autonomie, il faut un accompagnement de l’enseignant
   - Leçon : plusieurs exemples (définition d’un nombre décimal étonnante : nombre à virgule)
   - Exercices : correction sans explications, sans conseils, sans aides (validation par un pourcentage de réussite) ;
   - Jeu : aucune relation avec le thème traité.
   - Sortie facile par la porte, comme pour les jeux pour enfants

   Il n’y a pas d’aide dans les exercices.
2. <u>Lilimini</u> : taper n’importe quel code pour accéder à l’inscription qui est demandée ensuite.
   - Page d’accueil pas ludique mais menu varié
   - Propositions de sous menus sous une forme très informatique
   - Abréviations des intitulés : ″suiv″ pour suivant, ″prec″ pour précédent
   - Aide en deux parties, non différenciées, une adressée à l’élève (niveau adapté ?) et une qui correspond à des descriptifs pour l’enseignant (objectifs,…)
   - On entre dans les exercices directement
   - Tant qu’il y a une erreur sur la page, on ne peut pas passer à la page suivante
   - Une porte pour quitter le logiciel.
3. <u>Les maths c’est facile</u>
   - Page d’accueil sympa, ce n’est clairement pas un jeu
   - Il y a diversité des thèmes
   - Manipulation en parallèle de la souris et du clavier (pas très pratique)
   - Affichage de la « phrase du jour » au bout d’un certain nombre d’exercices
   - Au moment de quitter, la blague du jour, qu’on est obligé de lire, mais c’est plutôt sympa.

Analyse d'un point de l'analyse globale : Gestion des élèves

1. Smao :
2. Lilimini : cliquer lili, accessible par l'enseignant et par l'élève
   - A propos : explications du logiciel
   - Mise à jour : **utilisation** ?? environnement informatique et pas du tout ergonomique (pas convivial) : chemin du zip ?? Nom du zip ? On finit par comprendre !!
   - Gestion des scores : (pas des élèves ?)
     - Aide : décrit le contenu de la gestion. Premières impressions : FTP paraît intéressant, cela pourrait permettre un bon suivi de l'élève.

- FTP : utilisation obscure.
  - On souhaite inscrire des élèves : on n'a pas trouvé comment faire ? Comment identifier une classe ? (cas de 2 CM2 par exemple)
  - On souhaite faire travailler des élèves sur un thème : comment leur bloquer l'accès au reste ? on n'a pas trouvé (on n'est pas très douées !!)
- Evaluer : on arrive sur la liste des élèves inscrits
  - Intérêt du tri ?
  - Scores : donne le pourcentage de réussite par élève et par thème
  - Définir : sert à quoi ? A choisir parmi les thèmes déjà travaillés par l'élève ceux pour lesquels on veut observer les scores ?

3. Maths, c'est facile : analyse non fournie

Analyse d'un thème mathématique : Les décimaux

1. Smao : **rue des nombres, les décimaux.**
   - Découverte :
   - Leçon : définition d'un nombre décimal étonnante : nombre à virgule. Problème : la virgule occupe la même disposition qu'un chiffre du nombre
   - Exercices : il n'y a pas d'aide, la réponse correcte est donnée au bout de trois essais infructueux, sans justification.
   - Jeu : aucune relation avec le thème traité.

2. Lilimini : **Nombres à virgule, décimales**
   - Il est dit où il y a une erreur dans la page,
   - Une aide est accessible à tout moment : elle redonne des définitions de vocabulaire, disposition très étonnante par rapport au nom des chiffres d'un nombre (en colonne par rapport à l'écriture classique en ligne)
   - Le premier exercice proposé a un énoncé compliqué par rapport aux connaissances évaluées.

3. Les maths c'est facile **: numération, lire et écrire des nombres décimaux**
   - On arrive directement sur les exercices
   - Lorsqu'on se trompe, il y a une aide qu'on peut aller chercher, mais quand ? Il semble que cela n'est pas possible tout le temps, pas sur tous les exercices (Un exercice sur 2 ?)
   - On ne peut pas conserver l'aide visible en répondant.
   - Au bout de trois essais, la réponse correcte est donnée.
   - Une note sur 20 s'affiche au fur et à mesure.

REMARQUES SUR LES PRODUCTIONS DES GROUPES

Groupe	Logiciel	Thème	Chapitre	Enseigna nt	Elève	Organisat ion Informatique	Organisat ion Ergonomique	Organisat ion Pédagogique	Organisat ion Didactique	Organisat ion Mathématiqu e	Scénario	Total
1	Smao CM2 1	Aide	Ecriture des nombres et division		1		1	1	1	3		*7*
2	Géné CM2 2	Gestion des élèves	Géométrie		1			2				*5*
3	Géné CM2 3	Navigation dans le logiciel	problèmes multiplicatifs		1	1	3	1	1	1		*8*
4	Smao CM2 4	Cours	Numératio n entière		1		1		1			*3*
4	LiliMini 4	Cours			1							*1*
4	Géné CM2 4	Cours	Numératio n entière		1		1	1		1		*4*
5	Smao CM2 5	Cours	Géométrie		1	1	1			1		*4*
5	Géné CM2 5	Cours	Géométrie		1	1	1	1		1		*5*
6	LiliMini 6	Aides	Petits problèmes, opérations		1	1			1	1		*5*
7	Smao CM2 7	Première impression	Décimaux		1		2	1	1	1		*7*
7	LiliMini 7	Première impression	Décimaux		1		2	1	1			*6*
7	Géné CM2 7	Première impression	Décimaux		1		2					*3*
7	LiliMini 7	Gestion des élèves			1	1	1	1				*5*
7	Smao CM2 7	Thème mathématique	Les décimaux		1				1	1		*3*
7	LiliMini 7	Thème mathématique	Les décimaux		1		1	1	2	1		*6*
7	Géné CM2 7	Thème mathématique	Les décimaux		1		2	1	1			*5*
					16	*5*	*18*	*11*	*10*	*11*		*77*
Groupe	Logiciel	Thème	Chapitre	Enseigna nt	Elève	Organisat ion Informatique	Organisat ion Ergonomie	Organisat ion Pédagogie	Organisat ion Didactique	Organisat ion Mathématiqu e	Scénario	Total

Figure 1 : Tableau de répartition des remarques des groupes

Le tableau de répartition des remarques a été rempli en commençant par répertorier les remarques concernant les usages des logiciels par les élèves ou par les enseignants. Nous constatons que très peu de remarques des groupes concernent les enseignants : 3 remarques concernent les enseignants et 16 les élèves. L'usage de ces Logiciels Tuteurs Fermés est avant tout centré sur les élèves et c'est donc bien le « temps élève » qui est pris en compte ; le « temps enseignant » a beaucoup de difficulté à émerger. C'est pourtant celui-là qui permet un usage raisonné de ces outils : l'usage d'un tel logiciel par un enseignant pour l'apprentissage de ces élève passe par une prise de conscience que cet outil lui apporte autre chose, lui fait gagner du temps, lui permet de voir autrement ces élèves, par exemple.

La deuxième catégorisation concerne l’analyse des LTF proprement dite en prenant en compte les multiples aspects de l’utilisation d’un logiciel. Nous avions insisté lors de la présentation théorique sur la nécessité de définir le cadre dans lequel il est nécessaire de se poser telle ou telle question. Par exemple, l’analyse de l’aide proposée à un exercice peut concerner différents aspects.

- Selon le moment de l’aide, celle-ci peut représenter un apport ou un obstacle au niveau de l’organisation didactique : l’aide peut effectivement perturber les différents moments de l’étude.
- La simplicité ou la complexité de l’accès à l’aide peut concerner l’aspect informatique : fenêtre, encadré, pop-up, bulle …
- La difficulté de lecture où les abréviations concernent l’aspect ergonomique et plus particulièrement la lecture des informations.
- Le sens de l’aide après une erreur peut concerner l’organisation mathématique car il peut influencer sur le choix des techniques à utiliser.

Nous avons donc essayé de lire les productions des groupes en reliant les remarques à un des aspects de l’analyse :

- Organisation informatique
- Organisation ergonomique
- Organisation pédagogique
- Organisation didactique
- Organisation mathématique

La notion de scénario d’usage ou d’apprentissage est avant tout la capacité de prise de conscience d’un enseignant à s’adapter au produit et à adapter le produit à l’utilisation du logiciel par l’élève pour son apprentissage. Nous envisageons d’utiliser la définition de Jean-Philippe Pernin pour poursuivre notre construction théorique de cette notion : « **Scénario pédagogique** : description du déroulement d'une situation d'apprentissage en termes de rôles, d'activités et d'environnement nécessaire à sa mise en œuvre, mais aussi en termes de connaissances manipulées »[8].

La diversité des thèmes d’analyse dans chaque travail de chaque groupe montre avant tout qu’il est très difficile de se centrer sur un thème au cours de l’analyse même si celui-ci a été clairement déterminé au départ. Aucun groupe n’a réussi à rester dans un thème. Nous avions précisé au début de l’atelier que le but de l’analyse était avant tout de penser à la création de scénario d’usage ou d’apprentissage : seul trois groupes ont fait apparaître cette notion dans leurs remarques et, sauf une fois, la notion de scénario n’est pas explicite.

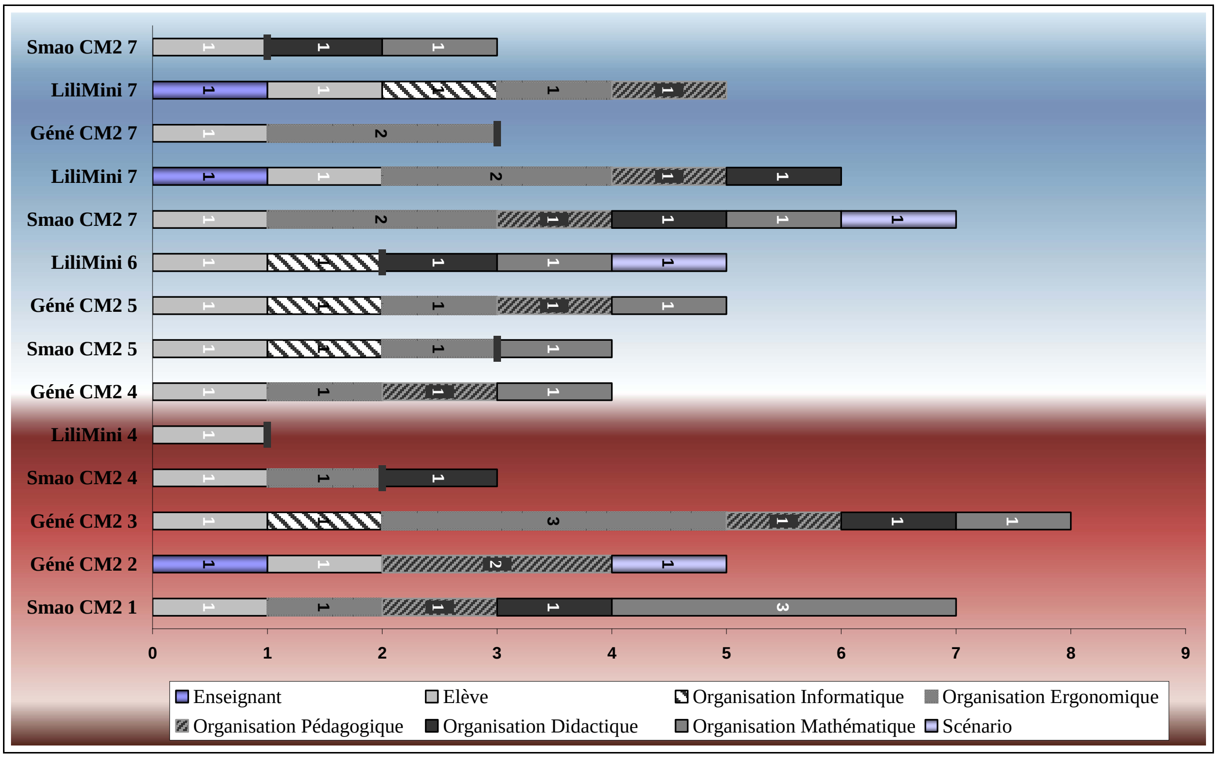


Figure 2 : Diversité des remarques par groupe de travail et par logiciel

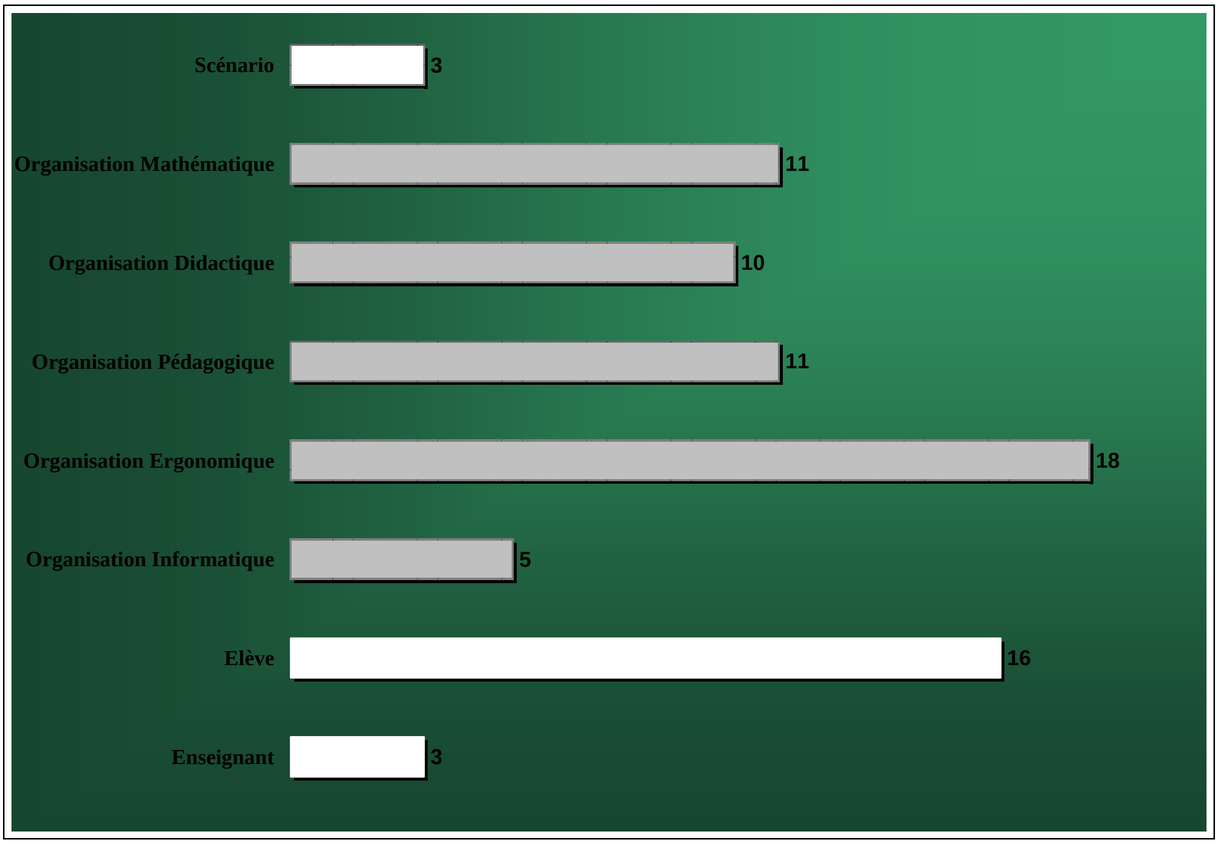


Figure 3 : Nombre de remarques par thème

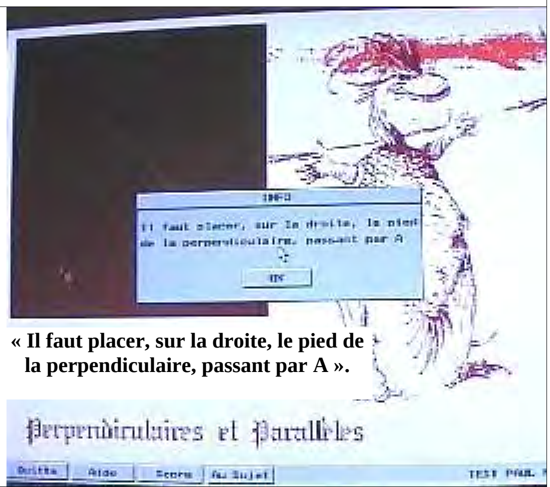
Malgré la diversité des thèmes d'analyse, tous les groupes ont essayé de prendre en compte d'autres thèmes que ceux directement liés à l'apprentissage. Il est tout à fait intéressant de constater le nombre élevé de remarques concernant l'organisation ergonomique du produit.

Cela est le signe que la prise de conscience de la nécessité de multiplier les cadres d'analyse est bien réelle. Le peu de remarques concernant l'organisation informatique des différents produits confirme qu'il est très délicat de rentrer dans la conception informatique et de comprendre la structure informatique d'un logiciel. Il n'y a que les concepteurs des produits qui pourraient permettre cette vision informatique d'un LTF. Malgré la présentation de l'atelier dans laquelle nous avons insisté sur la nécessité de travailler à la réalisation de scénarios d'usage, très peu de participants sont arrivés à ce niveau. Trois groupes ont fait une remarque concernant l'adaptation de l'enseignant à l'utilisation du logiciel ; seule une des remarques peut être considérée comme un scénario.

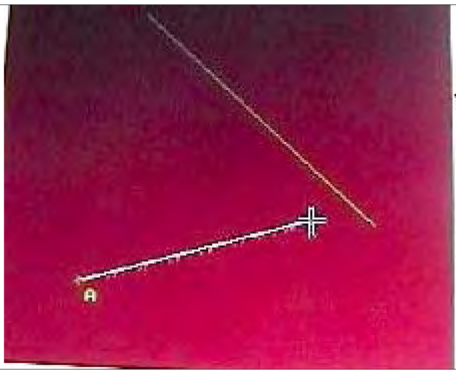
CONCLUSION

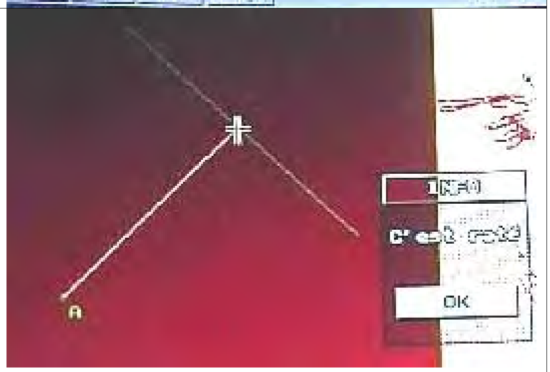
Pour conclure notre atelier, nous avons voulu donner un exemple de scénario d'apprentissage à partir d'un exercice de LiliMini dans la partie Dessins géométriques, le chapitre Perpendiculaires et parallèles. Voilà le déroulement de l'exercice :

TRAVAIL GÉOMÉTRIQUE DANS LE CADRE DU LTF LILIMINI



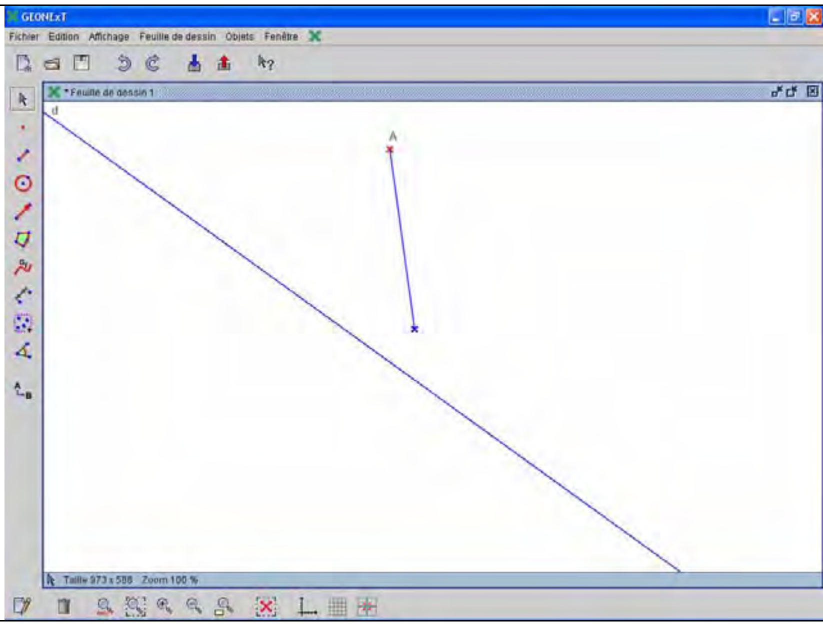
« Il faut placer, sur la droite, le pied de la perpendiculaire, passant par A ».

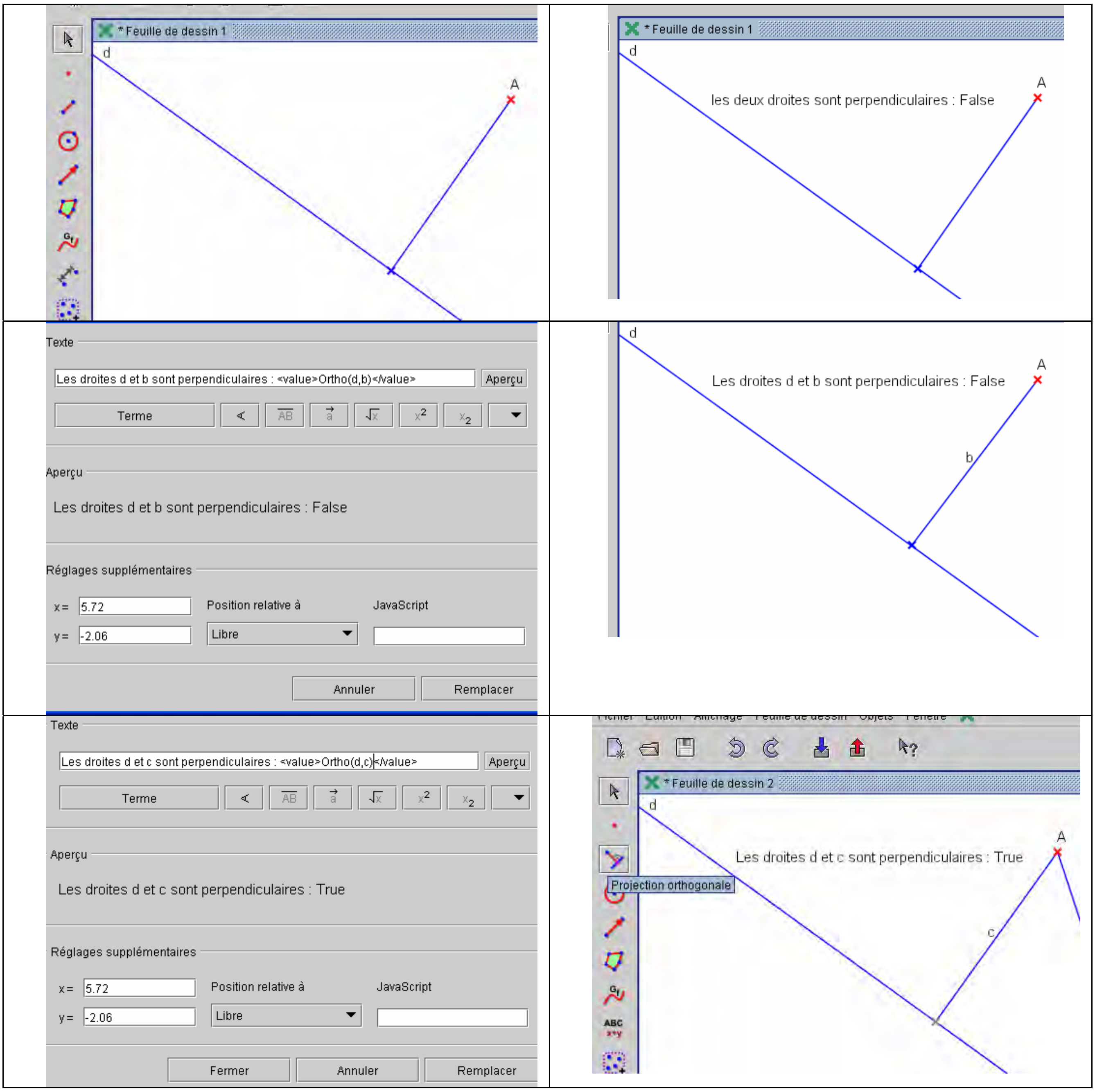




Nous ne ferons pas une analyse détaillée de tout l’exercice mais nous allons juste nous centrer sur la tâche qui consiste à tracer une perpendiculaire à une droite. L’élève dans cet exercice, une fois qu’il a compris la consigne, et ce n’est pas vraiment évident en fin d’école élémentaire, doit placer avec la souris l’extrémité du segment de telle sorte qu’il obtienne deux droites perpendiculaires. Entre le succès et la réussite, la différence est plus que minime. Cet exercice, dans cet environnement, fait croire à l’élève que c’est son habileté qui va lui permettre de réussir. Une partie du travail d’apprentissage de la géométrie de l’école élémentaire consiste à emmener les élèves vers une géométrie de moins en moins basée sur « je vois », par exemple avec l’introduction d’outil de vérification comme l’équerre ou de l’utilisation de logiciel de géométrie dynamique. Dans cet exercice aucun outil de vérification n’est utilisable et l’élève est conforté dans l’utilisation exclusive de ses capacités visuelles subjectives. L’introduction d’un logiciel de géométrie dynamique peut permettre à l’élève de prendre conscience des différents cadres du travail géométrique. Si nous transposons cet exercice de LiliMini dans Geonext[9], l’élève constate que ses droites ne sont jamais parallèles tant qu’il n’a pas utilisé un outil propre au logiciel de géométrie dynamique pour construire deux droites parallèles ou le pied de la perpendiculaire.

TRAVAIL GÉOMÉTRIQUE DANS LE CADRE DU LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE GEONEXT





La notion de scénario pédagogique concerne quatre pôles. Dans notre exemple :

- rôle : permettre à l'élève de différencier deux cadres de travail géométrique avec un logiciel de géométrie dynamique et un Logiciel Tuteur Fermé ;
- Activité : elle est décrite ci-dessus en 4.1 et 4.2 ;
- environnement : un Logiciel Tuteur Fermé et un Logiciel de Géométrie Dynamique ;
- connaissances : la notion de droites perpendiculaires.

L'enseignant peut aussi mettre en œuvre ce scénario en ajoutant une réflexion sur le papier crayon. L'analyse de l'exercice de LiliMini débouche donc sur un scénario qui peut permettre à l'enseignant d'avoir un outil supplémentaire pour que l'élève poursuive son apprentissage géométrique. Alors qu'une analyse exclusivement didactique aurait eu de grande chance de conclure à ne pas demander à des élèves d'exécuter cet exercice, notre démarche justifie son usage par l'élève.

Notre atelier nous a permis de démarrer une réflexion entre formateur qui ont bien conscience de la généralisation rapide de ce type de produit : les Logiciels Tuteurs Fermés. Nous avons aussi constaté que le travail d’analyse de ses logiciels demande beaucoup de collaboration entre de nombreux acteurs. La création de scénarios d’apprentissage permettant aux enseignants d’optimiser l’usage de ces logiciels ne peut pas être laissée à la charge exclusive des enseignants utilisateurs. La généralisation de groupe de travail comme celui de notre atelier est, nous le pensons, une des conditions de réussite de l’usage positifs de ces outils bien souvent maintenant directement utilisable en ligne.

TABLES DES MATIÈRES

Présentation de l’atelier 1
Cadre théorique 2
Déroulement de l’atelier 3
Production des groupes 3
Groupe 1 : L’aide dans le logiciel SMAO CM2 3
Description du module : Ecriture des nombres entiers 3
L’organisation mathématique 3
Groupe 2 : Génération5, CM2 3
Groupe 3 : Generation5 4
Points positifs 4
Points négatifs 4
Groupe 4 : Le cours dans Génération5, LiliMini et Smao 4
Les Maths c’est facile (Génération 5) : 4
Lilimini 4
SMAO 5
Groupe 5 : Génération5 et SmaoCM2 en géométrie 5
Groupe 6 : Aides dans LiliMini 5
Groupe 7 6
Premières impressions 6
Analyse d’un point de l’analyse globale : Gestion des élèves 7
Analyse d’un thème mathématique : Les décimaux 7
Remarques sur les productions des groupes 8
Conclusion 11
Travail géométrique dans le cadre du LTF LiliMini 11
Travail géométrique dans le cadre du logiciel de géométrie dynamique Geonext 12
Tables des matières 14
Membres du groupe 15
Notes 15

MEMBRES DU GROUPE

Richard Cabassut	richard.cabassut@alsace.iufm.fr
Magali Hersant	magali.hersant@paysdelaloire.iufm.fr
Patrick Wieruszewski	patrick.wieruszewski@orleans-tours.iufm.fr
Michel Clinard,	michel.clinard@aquitaine.iufm.fr
Sophie Malecki, IUFM Nancy,	Sophie.malecki@laposte.net
Hervé Depecker, IUFM Toulouse	depecker.h@wanadoo.fr
Pierre Danos, IUFM d'Auch	pierre.danos@toulouse.iufm.fr
Typhaine Lemehaute	typhaine.lemehaute@wanadoo.fr
Ghislaine Gueudet,	Ghislaine.Gueudet@bretagne.iufm.fr
Jean-Claude Fenice	jcfenice@wanadoo.fr
C. Voldoire	cvoldoire@auvergne.iufm.fr
Nivose Bouleau	nivose.bouleau@iufm-martinique.fr
Bernard Lacase	bernard.lacase@versailles.iufm.fr
Hélène Hili	helene.hili@bretagne.iufm.fr
Sabine Giros	sabine.giros@bretagne.iufm.fr
Laurent Souchard	laurent.souchard@paris.iufm.fr

NOTES

[1] CNDP, 2002, Qu'apprend-on à l'école élémentaire, p. 226.
[2] www.chrysis.com
[3] http://lilimath.free.fr/lilimini/
[4] http://www.generation5.fr/
[5] Pernin J-P., Lejeune A., 2004, Dispositifs d'apprentissage instrumentés par les technologies : vers une ingénierie centrée sur les scénarios, Actes du colloque TICE 2004.
[6] Le site : http://c-rdi.qc.ca/ par exemple, consulté en septembre 2004.
[7] Souchard L., 2003, Actes du colloque ITEM de Reims, http://www.reims.iufm.fr/Recherche/ereca/itemcom/co43th4.pdf consulté en septembre 2004.
[8] Pernin J-P., Lejeune A., 2003, Séminaire Hypermédias, Education et Formation, Conception, exploitation et réutilisation de scénarios pédagogiques, (IMAG-CLIPS, Université de Grenoble).
[9] Logiciel libre et gratuit téléchargeable sur le site : www.geonext.de

A PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DES SOLIDES : QUELLES MATHÉMATIQUES FAIRE VIVRE A L'ÉCOLE ? QUELS OUTILS POUR LA FORMATION DES MAÎTRES ?

Jean-Claude Aubertin
Yves Girmens
Claude Maurin
Louis Roye
Formateurs en IUFM, Membres de la Copirelem

Résumé

L'atelier a pour objectif d'obtenir la contribution des participants à une réflexion commune amorcée par les membres de la Copirelem.
La problématique générale qui guide cette réflexion est : « Quelles mathématiques faire vivre à l'école ? Quels outils pour la formation des maîtres ? ».
L'atelier se propose d'enrichir cette réflexion en prenant l'exemple de l'enseignement sur les solides à l'école primaire.

1 - CADRE

C'est la question du sens qui guide nos interrogations sur la nature et le statut des savoirs mathématiques à enseigner aux élèves : les connaissances mathématiques acquises par les élèves doivent être porteuses de signification réelle pour eux.

Il s'agit à plus long terme d'identifier des repères pour définir la place et le statut des savoirs mathématiques dans la formation de la personne adulte que l'enfant est appelé à devenir.

Cela renvoie à la question de la place des connaissances mathématiques dans la construction de l'enfant.

Cette réflexion vise à permettre :

- D'affiner les raisons d'être de l'enseignement des mathématiques à l'école pour soi-même, en tant que formateur et dans la perspective d'alimenter un argumentaire utile pour les débats auxquels tout formateur est amené à prendre part.

- De mieux cerner les enjeux de l'enseignement des mathématiques.

- D'identifier les situations et les activités d'apprentissage en relation avec ces enjeux.

- De réfléchir à des stratégies, outils et situations pour la formation des maîtres.

La réflexion initiale menée par la Copirelem a permis de mettre en évidence que les finalités d'un enseignement donné à l'élève dans la perspective de son accession au stade d'adulte s'inscrivent dans trois domaines :

- La rationalité et le raisonnement.
- Un apprentissage culturel.
- L'intégration sociale et l'apprentissage à la citoyenneté.

L'atelier se propose de commencer à étudier de quelle manière l'apprentissage des mathématiques, à propos des solides, peut contribuer, à la fois de façon spécifique mais aussi universelle, à développer des compétences relevant de ces trois domaines.

2 – PLAN DE L'ATELIER

L'atelier s'est déroulé en trois temps :

<u>Premier temps</u> : Les participants doivent identifier les composantes en matière d'apprentissage, rattachées à ces trois domaines et essaient donc de clarifier ce que représente pour eux chacun de ces trois domaines.

La consigne qui leur était donnée était : « Pour chacun des domaines précédents, rechercher et inventorier tous les aspects relatifs aux apprentissages qui s'y rattachent ? »

<u>Deuxième temps</u> : Présentation par les animateurs d'un inventaire élaboré par la Copirelem lors de la réflexion initiale.

<u>Troisième temps</u> : En prenant appui sur les programmes et leurs documents d'application, il est demandé aux participants d'essayer de spécifier et de développer tous les aspects qui ont été identifiés dans les trois domaines, concernant l'enseignement sur les solides.
Il est convenu d'illustrer ces divers aspects en décrivant des types de situations d'apprentissage et en soulevant des questions concernant l'organisation des savoirs.

3 – PREMIÈRE ÉTAPE : TROIS DOMAINES D'APPRENTISSAGE

Le point de départ proposé est le postulat que les apprentissages mathématiques s'inscrivent dans trois domaines

- La rationalité et le raisonnement.
- L'apprentissage culturel
- L'intégration sociale et l'apprentissage à la citoyenneté.

En groupes, les participants ont essayé d'identifier quels aspects d'apprentissage ils rattachent à ces différents domaines.

Le terme « aspects » désigne aussi bien des pratiques, des situations, des savoir-faire, des activités, des types de démarche…propres à caractériser un apprentissage.
L'objectif est d'impulser une démarche d'analyse commune qui permettra par la suite de s'accorder sur des référents communs.

À l'issue de ce temps de réflexion, une mise en commun des productions a mis en évidence les éléments suivants:

- À propos de la rationalité et du raisonnement

-les décodage et réalisation de représentations planes d'un solide,
-l'élaboration de raisonnements en vue de réaliser une tâche, de résoudre un problème (par exemple : réaliser un solide, trouver le lien entre le nombre d'arêtes, de faces…),
-la mise en œuvre de débats,
-le travail autour de la preuve : sa nature et sa nécessité,
-l'apprentissage de l'observation, de la prise d'indices, de la recherche d'indicateurs pertinents,
-le fonctionnement de la langue d'usage, sa différenciation avec le langage mathématique,
-les activités d'apprentissage qui favorisent la déduction et qui nécessitent la recherche de moyens de contrôle.

- Concernant l'apprentissage culturel

- Apprendre à parler « mathématiques » (il ne s'agit pas là d'un langage formel mais d'un langage qui développe une « lecture mathématique » du monde),
- Acquisition des mathématiques utiles dans la vie courante,
- La fréquentation de connaissances « historiques » (par exemple : les solides de Platon, des représentations figuratives…).

- Concernant l'intégration sociale et l'apprentissage de la citoyenneté

-Les échanges et les confrontations avec des pairs, dans un but d'établir des éléments de vérité reconnus et validés par le groupe,
-La pratique du débat scientifique (et la différenciation avec le débat démocratique),
- Le développement de l'attitude de chercher à comprendre,
- L'insistance sur l'apprentissage des outils pour aider à comprendre,
- L'apprentissage des conventions (pour la représentation des solides).

La mise en commun des conclusions a permis aux participants d'explorer les divers apprentissages rattachés aux grands domaines définis au préalable, de débattre de certains choix, de certaines interprétations et de s'entendre sur des objets communs.
Afin de permettre la poursuite du travail à partir d'une base commune, les animateurs ont proposé ensuite aux participants une grille d'analyse élaborée par les membres de la Copirelem lors d'un séminaire de réflexion initiale.

Le travail dans ce cadre vise, d'une part, à faire partager aux participants le travail déjà amorcé par la Copirelem et d'autre part, à mettre en place un référent de travail commun pour la suite de l'atelier.

4 – DEUXIÈME TEMPS : TRAVAIL À PARTIR D'UN RÉFÉRENT COMMUN

La grille d'analyse suivante est présentée et explicitée.
Dans la colonne de droite figurent, pour chacun des trois grands domaines d'apprentissage, les aspects, exprimés en terme de champs d'activités, d'objectifs, d'axes de travail...que les membres de la Copirelem ont retenu dans leur réflexion initiale.

Domaines d'apprentissages	Types d'apprentissages
1) Rationalité et Raisonnement	Apprentissage de raisonnement. Apprentissage de modèles. Apprentissage de méthodes.
2) Culture	Apprentissage de référents culturels mathématiques. Acquisition d'une culture commune. Acquisition d'une compréhension du monde. Développement du plaisir de chercher, de la capacité à produire des efforts.
3) Intégration sociale et formation du citoyen	Apprentissage de l'argumentation avec des pairs. Développement de l'esprit critique et apprentissage au discernement. Construction d'outils. Acquisition de méthodes pragmatiques.

Les participants sont invités, à utiliser ce cadre pour, en groupes, tenter de préciser et d'expliciter des contenus, des savoir-faire, des situations, des types de travaux s'inscrivant dans les différents champs d'apprentissage identifiés pour chaque domaine.

A l'issue du travail de groupes, la mise en commun permet de dégager les remarques suivantes :

Dans le *domaine de la rationalité et du raisonnement*, l'apprentissage de formes de raisonnements, de modèles et de méthodes sont liés. Le raisonnement contribue à l'acquisition de modèles.

L'apprentissage de l'espace favorise divers types de raisonnements qu'il serait intéressant et important d'identifier.

Enfin, l'espace offre des situations qui permettent à l'élève de raisonner simultanément dans le domaine sensible et sur le plan abstrait.

Dans le *domaine de la culture*, une finalité essentielle des mathématiques semble être de développer certaines postures telles qu'accepter de réfléchir avant d'agir, accepter de chercher pour trouver.
En revanche, le développement du plaisir à chercher comme objectif du travail sur les solides mérite d'être interrogé car il s'agit peut-être d'un « a priori » de l'expert en mathématiques.
L'apprentissage des modes de raisonnement peut être considéré comme partie intégrante de la culture : en effet, le pouvoir de trouver ne contribue-t-il pas à faire naître et à développer le plaisir de chercher ?
De plus, l'acquisition d'éléments culturels (dans les domaines des mathématiques et de l'art, des mathématiques et de l'architecture) est un facteur de développement personnel de l'enfant.

Sur le plan de *l'intégration sociale,* l'enjeu principal est le développement de postures et d'attitudes du futur citoyen concernant par exemple le respect des règles et des conventions.
Par exemple, lire des représentations planes de solides exige la connaissance et la prise en compte de normes et de conventions sociales.
La pratique du débat en mathématique doit avoir comme objectif de faire saisir aux élèves de quelle nature sont les arguments sur lesquels on s'appuie pour valider un résultat en mathématiques, et de marquer la différence avec une argumentation classique.
La fonction sociale des mathématiques se développe par l'acquisition d'outils spécifiques de résolution et d'analyse et, comme pour d'autres disciplines, par le pouvoir que confèrent la réussite et la connaissance.
Enfin, l'apprentissage des solides, parce qu'il rend capable de distinguer le réel du perçu et de choisir une représentation pertinente pour une situation donnée contribue au développement du discernement.
L'éducation à la citoyenneté se construit simultanément par l'apprentissage de normes communes et par celui du droit à la différence (pour les autres et pour soi).
Qu'est-ce qui peut, dans les apprentissages sur les solides, relever de l'apprentissage du droit à la différence et de l'apprentissage de lois communes ?

On relève, dans les conclusions des divers groupes quelques éléments illustrant les divers champs d'apprentissage :

- Pour l'apprentissage du raisonnement : en permettant le passage de propriétés perçues à des propriétés vérifiées à l'aide d'instruments ou attestées par des informations connues, le travail autour des solides favorise la démarche : émission d'hypothèses, vérification, argumentation.
- Pour l'apprentissage de modèles et de méthodes sont évoquées la compréhension des divers modes de représentation d'un objet de l'espace et la capacité à choisir la représentation adaptée à une situation donnée.
- Concernant les référents culturels mathématiques, il s'agit des savoirs décrits dans le programme : les objets géométriques, les différents types de représentations, les conventions, les relations entre les objets.
- Pour la compréhension du monde, l'accent est mis sur l'aptitude à mettre en relation divers points de vue sur un même objet et sur la reconnaissance de propriétés s'appuyant sur ces points de vue.
- À propos du développement du plaisir de chercher, il est relevé que, par exemple, des situations comme le jeu du portrait, les constructions à partir de message peuvent y contribuer.
- Pour l'acquisition d'éléments culturels, sont évoqués des travaux mettant en relation mathématiques et art ou mathématiques et architecture.
- Au sujet de l'apprentissage de l'argumentation avec des pairs, il est souligné que les types de tâches, reproduire, construire, comparer, ….permettent de s'interroger sur la nature des éléments sur lesquels on s'appuie pour valider une production.
- Enfin, par rapport par rapport à l'apprentissage de l'esprit critique et du discernement, sont mis en avant les travaux qui nécessitent de distinguer les propriétés réelles des propriétés perçues et ceux qui exigent de savoir reconnaître les représentations pertinentes d'un solide en fonction d'une situation donnée.

EN GUISE DE CONCLUSION

Ce premier travail fournit quelques repères pour répondre à la question « quelles mathématiques faire vivre à l'école ? », concernant l'apprentissage des solides.
La poursuite de la réflexion pourrait être, dans un premier temps, d'analyser très précisément des situations de classe, en tentant de mettre en évidence à quels types d'apprentissage elles contribuent puis, dans un deuxième temps, de proposer des enchaînements de situations, permettant de mettre en place des organisations de savoirs satisfaisantes.
Enfin, pour mieux identifier et spécifier les diverses formes d'apprentissage, en relation avec des situations retenues, il serait opportun d'obtenir la collaboration de philosophes, de psychologues cognitivistes, d'épistémologues….

XXXIème Colloque COPIRELEM

des professeurs et des formateurs de mathématiques
chargés de la formation des maîtres

Actes

Quelles mathématiques
faire vivre à l'école ?
Quels outils pour les maîtres ?

IREM
Instituts de Recherche sur l' Enseignement des Mathématiques

irem Toulouse

Sommaire

La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire français au 20ème siecle et au début du 21ème siècle 4
Magali Hersant

Preuve perceptive ou démonstration : le rapport des PE1 à la géométrie à travers leur métadiscours 6
Bernard Parzysz

La résolution de problèmes arithmétiques : une étude longitudinale au CE1 7
Rémi Brissiaud

Stratégies et gestes professionnels de professeurs d'école débutants enseignant en milieu défavorisé : un enjeu pour les apprentissages des élèves. 8
Denis Butlen

Techniques et fonctions de la mémoire didactique : approches d'une modélisation et de quelques propositions 9
Yves Matheron

Liaison CM2-6ème et contrat de progrès : vivre une classe mathématique au collège 10
Françoise Vala-Viaud

Un dispositif de formation des PE2 en mathématiques sur le site IUFM de Blois........ 11
Jean-Claude Lebreton, Patrick Wieruszewski

Raisonnement plausible versus raisonnement de nécessité : où est la frontière ? 12
Richard Cabassut

Chronique de stages de formation continue : une semaine consacrée à la résolution de problèmes. 13
Claire Gaudeul, Odile Verbaere

Chacun son chemin Un problème de partage Apprentissages numériques au cycle 2 14
Jeanne Bolon

Compter sur les erreurs pour compter sans erreurs : état des lieux sur l'enseignement de la numération décimale de position au cycle 3. 15
Véronique Parouty

COMMUNICATIONS

Vous trouverez ci-après les présentations des communications ; revenez sur la page communications .htm pour consulter leurs comptes-rendus complets.

LA PROPORTIONNALITÉ DANS L'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE FRANÇAIS AU 20ÈME SIÈCLE ET AU DÉBUT DU 21ÈME SIÈCLE

Magali Hersant
IUFM des Pays de la Loire et CREN

Résumé

Considérant le calcul de quatrième proportionnelle comme une tâche représentative de l'enseignement de la proportionnalité dans la scolarité obligatoire, l'auteur étudie l'évolution de la transposition didactique de la proportionnalité depuis 1887 à travers cette tâche. Par l'analyse de textes officiels et de manuels, elle distingue cinq périodes, caractérisées par des savoirs et des savoir-faire, et montre comment la transposition didactique a évolué jusqu'à aujourd'hui.

Références

- Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri, 1994, La proportionnalité et ses problèmes, Ed. Hachette Education
- Bosch, Chevallard, 1999, La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs, objets d'étude problématique, Recherches en Didactique des Mathématiques Vol 19.1
- Comin, 2003, Des souris et des graines, Grand N n°72, pp. 41-73, Ed. IREM de Grenoble
- Dahan-Dalmedico, Peiffer, 1995, Une histoire des mathématiques, routes et dédales, Ed. Point Sciences
- Hersant, 2005, La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire, Repères IREM n°59, à paraître
- Pluvinage, Dupuis, 1981, La proportionnalité et son utilisation, Recherches en Didactique des Mathématiques 2.2, pp. 165-212, Ed. La Pensée Sauvage
- Vergnaud, 1990, La théorie des champs conceptuels, Recherches en didactique des mathématiques 10 2-3, pp. 133-170

En annexe :

Un tableau récapitulatif de l'analyse effectuée dans les manuels.

Exploitations possibles :

- Formation du lecteur : un vrai cours !
- Support pour une construire une intervention en formation initiale ou continue de PE ou PLC.

Mots clés :

proportionnalité, didactique, histoire de l'enseignement.

PREUVE PERCEPTIVE OU DÉMONSTRATION
Le rapport des PE1 à la géométrie à travers leur métadiscours

Bernard Parzysz
GReDIM (IUFM d'Orléans-Tours)
& Équipe DIDIREM (Université de Paris-7)

Cette communication se place dans le cadre d'une recherche menée à l'IUFM d'Orléans-Tours.

A l'issue de la résolution d'une tâche à support géométrique où il s'agit de lister un ou plusieurs moyens de lever l'incertitude sur la réponse (oui/non) à une question posée, lors de la mise en commun, le débat instauré chez les PE1 fait apparaître, à travers certaines contradictions constatées par eux-mêmes d'une production à l'autre, des rapports à la validation géométrique très divers, qu'ils justifient soit par des considérations de conviction perceptive, soit par le contrat habituel en géométrie, soit par la nécessité de savoir exactement... Le rôle du formateur, tantôt synthétiseur, tantôt médiateur, tantôt provocateur, apparaît comme un élément important de l'évolution du débat.

Des extraits de l'enregistrement vidéo de l'une des séances menées sur ce thème et de la transcription écrite qui en a été tirée permettront d'analyser ce rapport à la validation et d'en repérer des indices d'évolution chez certains PE.

Plan de l'article

Introduction

1- Cadre théorique :
   a) pour ce qui concerne la géométrie : distinction de deux paradigmes
   b) pour ce qui concerne la didactique : théorie des situations, théorie anthropologique du didactique et niveaux de discours (discours géométrique, métadiscours contextualisé et métadiscours général

2- La séquence
   Présentation d'une séquence de formation

3- Le débat du groupe 4
   Étude des passages d'un niveau de discours à un autre et des éléments déclenchants au cours du débat instauré lors de la mise en commun

4- Le débat du groupe 2
   Étude des passages d'un niveau de discours à un autre et des éléments déclenchants au cours du débat instauré lors de la mise en commun

Conclusion

Type de contenu :

Communication dans le cadre d'une recherche portant sur la question de la preuve en géométrie dans la formation des PE1

Mots-clés :

Paradigmes géométriques, débat scientifique, preuve, su, perçu, métadiscours

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES : UNE ÉTUDE LONGITUDINALE AU CE1

Rémi Brissiaud
MC de psychologie cognitive IUFM de Versailles
CNRS FRE 2627 Cognition et usages

Six types de problèmes arithmétiques (3 additifs et 3 multiplicatifs) ont été proposés une première fois en octobre et une seconde fois en juin à 110 élèves de CE1 dans 2 versions dont les énoncés ne diffèrent que par les nombres utilisés. Pour chaque type de problème, l'une des versions est bien réussie dès octobre alors que l'autre (parfois, celle où les nombres sont les plus petits !) est massivement échouée. Pour rendre compte de manière précise de la difficulté des principaux problèmes, les typologies avancées par G. Vergnaud sont donc insuffisantes. Par ailleurs, la méthodologie utilisée permet de différencier deux dimensions du progrès des élèves : l'une de nature générale (ils comprennent mieux les énoncés, etc.) et l'autre de nature conceptuelle. Les résultats obtenus montrent qu'il ne suffit pas de résoudre des problèmes pour conceptualiser les opérations arithmétiques car il importe de théoriser ces résolutions. Or, les nouveaux programmes de l'école ne le soulignent guère !

STRATÉGIES ET GESTES PROFESSIONNELS DE PROFESSEURS D'ÉCOLE DÉBUTANTS ENSEIGNANT EN MILIEU DÉFAVORISÉ : UN ENJEU POUR LES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES.

Denis Butlen
IUFM de Créteil

Résumé

Cette communication développe un aspect d’une recherche collective portant sur les pratiques professionnelles de professeurs des écoles. Nous avons comparé les pratiques de trois professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques dans des classes scolarisant des élèves issus de milieux socialement très défavorisés à celles de sept de leurs collègues plus anciens enseignant dans des conditions analogues[1].

Les observations ont été faites sur une longue durée (au moins deux années scolaires). Nous nous sommes inspirés de la méthodologie élaborée par Robert et Rolgalski (2000) pour analyser les données recueillies. Nous avons mis en évidence des régularités intra mais aussi interpersonnelles. Nous avons également élaboré une première catégorisation des pratiques observées. Nous avons pour cela emprunté en l’adaptant à notre objet de recherche la notion de « genre » à Clot (1999).

À partir de deux exemples, nous caractérisons ce que nous appelons gestes et routines professionnels. Il s’agit de régularités intrapersonnelles qui permettent au professeur des écoles de réaliser au quotidien ses choix généraux et ses stratégies d’enseignement. Gestes et routines sont associés à des catégories de pratiques que nous avons identifiées par ailleurs.

Mots clés

gestes professionnels, routines professionnelles, pratiques enseignantes, i-genre, Zone d’Éducation Prioritaire, professeurs des écoles, mathématiques, didactique des mathématiques

---

[1] Cette recherche est le résultat d’un trvail collectif collective (Butlen, Peltier, Pézard, Masselot, NGono 2002, 2004)

TECHNIQUES ET FONCTIONS DE LA MÉMOIRE DIDACTIQUE :
APPROCHES D'UNE MODÉLISATION ET DE QUELQUES PROPOSITIONS

Yves Matheron
IUFM Midi-Pyrénées (GRIDIFE-ERTe 46)
IREM d'Aix-Marseille

Il s'agit d'une communication de travaux de recherche sur la mémoire didactique.

La question de la mémoire, couramment considérée comme incontournable dans l'analyse de situations d'enseignement-apprentissage, demeure pourtant un point aveugle des analyses de séquences d'enseignement des mathématiques. Cet article a pour objet de montrer tout d'abord, à partir d'observations de classes ordinaires, une modélisation anthropologique de la mémoire didactique en mathématiques.

Diverses questions se posent alors, et l'on traitera dans un second temps, sur l'exemple des systèmes de deux équations à deux inconnues, celle qui porte sur la possibilité de fonder un enseignement permettant un authentique travail des mémoires pratiques des élèves.

Plan de l'article :

1. La question de la mémoire didactique : position du problème.
2. Lien entre mémoire pratique et ostensifs.
3. Dans la classe, une mémoire qui se montre ou une source de malentendus ?
4. Diriger de manière synchrone la construction des mémoires pratique et ostensive.

Exploitations possibles :

Les exemples développés sont situés au collège, mais l'article ouvre des pistes pour prendre en compte le temps et la mémoire dans les apprentissages à l'école. L'importante bibliographie renvoie entre autres à deux articles récents de l'auteur qui permettent d'approfondir le sujet abordé et aux travaux de Sensevy sur les fractions à l'école élémentaire.

Mots clés :

apprentissage ; enseignement ; mémoire didactique ; mémoire pratique ; ostensifs ; théorie anthropologique du didactique

Communication C6

LIAISON CM2-6ème ET CONTRAT DE PROGRÈS : VIVRE UNE CLASSE MATHÉMATIQUE AU COLLÈGE

Françoise Vala-Viaux

IEN Circonscription Gap-Buëch *(Hautes-Alpes)*

Dans cet article Françoise Vala-Viaux présente un dispositif d'animation pédagogique qui a fonctionné dans le cadre d'une liaison CM2 6ème.

L'originalité de ce type de formation a consisté à préparer et à encadrer, pendant une semaine, en février 2004, une classe de mathématique réunissant les élèves d'une classe de CM2 et de deux classes de sixième issus du même bassin scolaire.

Plan de l'article :

- préambule
- constat : un écart grandissant entre les résultats en français et en mathématiques aux évaluations nationales de sixième au détriment des mathématiques.
- bref historique du travail effectif dans la circonscription
- le projet de classe mathématique : il réunit, pendant une semaine dans un même lieu, les deux types d'élèves pour un travail, sous forme de contrat individualisé, établi à partir de besoins identifiés
- les objectifs
- les contenus : un exemple d'organisation de la semaine et du fonctionnement, des trois classes, en huit ateliers abordant la numération, les programmes de construction, la lecture d'énoncés, les repérages temporels.
- conclusion.

Exploitations possibles :

L'article détaille une organisation d'une classe de mathématique réunissant des élèves de sixième et de CM2 qui suppose un engagement important d'une équipe de circonscription.

Les évaluations initiales et les activités proposées aux élèves au cours des ateliers, fournies à titre d'exemple en annexe, sont assez développées pour permettre une exploitation directe par un formateur.

Mots clés :

Liaison CM2-sixième, classe en résidence, évaluation, ré apprentissage, remédiation.

UN DISPOSITIF DE FORMATION DES PE2 EN MATHÉMATIQUES SUR LE SITE DE BLOIS, IUFM D'ORLÉANS-TOURS.

Jean-Claude Lebreton,
Patrick Wieruszewski
IUFM d'Orléans-Tours, site de Blois (41).

Cet article présente les 30 heures TD sur les 55 heures allouées aux mathématiques dans le plan de formation des PE2.

Pour l'essentiel, des groupes de PE2 animent, dans certaines conditions, des séances de mathématiques, avec un accompagnement des formateurs.

En annexe

Les principes directeurs et l'organisation des 50 heures de formation en pédagogie et didactique des mathématiques

Exploitations possibles

C'est un exemple intéressant d'une formation de PE2, que la consultation du site Internet référencé dans l'article permet d'approfondir

Mots clés

Formation PE2 ; travail en autonomie et accompagnement des stagiaires PE2 ; évaluation.

Communication D3

RAISONNEMENT PLAUSIBLE VERSUS RAISONNEMENT DE NÉCESSITÉ : OÙ EST LA FRONTIÈRE ?

Richard Cabassut,
Formateur à l'IUFM d'Alsace

Cet article présente l'une des facettes d'un travail de thèse en cours, sous la direction de Bernard PARZYSZ. L'auteur s'intéresse à deux types de raisonnements, le “ raisonnement plausible ” et le “ raisonnement de nécessité ” et s'interroge sur les modalités de passage de l'un à l'autre. Alors que le raisonnement dit “ de nécessité ” est reconnu car de la forme : *A est vrai et (si A alors B) vrai, donc B est nécessairement vrai*, le raisonnement dit “ plausible ” est moins étudié : *B est vrai et (si A alors B) vrai, donc A est davantage plausible*.

Il montre la présence de ces deux types de raisonnements dans les programmes, des outils pédagogiques et des productions d'élèves de l'école primaire. Il analyse que ce qui est souvent un raisonnement de nécessité pour l'élève n'est qu'un raisonnement plausible pour le mathématicien. Il s'interroge sur le rôle que doit jouer le professeur dans ces situations.

L'article est construit en trois parties. La première présente l'éclairage théorique et le questionnement de l'auteur. La seconde étudie le traitement du raisonnement dans les programmes et la troisième dans les manuels.

Mots clés

Raisonnement, argumentation, plausible, nécessaire

CHRONIQUE DE STAGES DE FORMATION CONTINUE : UNE SEMAINE CONSACRÉE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES.

Claire Gaudeul
Odile Verbaere
IUFM de Lille

Résumé

L'article présente un dispositif, contenu et bilan de stages de formation continue de professeurs d'école, stages de circonscription ou des stages disciplinaires.

Les formatrices visaient trois objectifs principaux :

- Engager les participants dans des pratiques d'enseignement qui laissent de la place aux problèmes de recherche ;
- Mener ce travail de fond en lien avec des contenus d'apprentissages ;
- Tenir compte des demandes de stagiaires formulées au début ou en cours de stage.

Le dispositif général est articulé autour de trois éléments clés :

- une mise en situation autour de « La vache et le paysan »
- un document recueil d'énoncés de problèmes intitulé « méli-mélo »
- une séance en classe

Le bilan fait apparaître qu'un tel stage est vécu comme « très en prise avec la pratique de classe » et il semble que tous les stagiaires aient modifié leur pratique en laissant plus de place à la recherche des élèves.

L'article est complété par une « bibliographie réduite ».

Annexes

1: planning de deux stages

2. Variantes et évolution

Mots clés

problèmes, chercher, formation continue, apprentissage

Communication D5

CHACUN SON CHEMIN ;
UN PROBLÈME DE PARTAGE
APPRENTISSAGES NUMÉRIQUES AU CYCLE 2

Jeanne Bolon
IUFM de l'académie de Versailles

Cet article présente le DVD *Chacun son chemin - Un problème de partage au cycle* 2 diffusé par le CRDP de Versailles. Il explique la structure de cet outil conçu pour la formation initiale ou continue des enseignants d'école primaire sur la pédagogie différenciée et explicite les choix de l'équipe conceptrice du DVD.

Celui-ci illustre des dispositifs pédagogiques qui articulent gestion collective de la classe et gestion individuelle en fonction de l'état de savoir des élèves. Trois classes, s'appuyant sur la documentation ERMEL, traitent un problème de partage (non équitable ou équitable).

Le DVD comporte plusieurs parties :

- des séquences de classe, en GS, CP et CE1,
- des entretiens avec les enseignantes de ces classes,
- des zooms sur certains aspects de la différenciation.

Il comporte également des textes : transcriptions des séquences de classe, bibliographie, suggestions d'utilisation

Exploitations possibles :

Le DVD montre, par l'image, que de jeunes collègues arrivent à mettre en oeuvre certains dispositifs de différenciation. On peut envisager son utilisation principalement dans la formation des nouveaux titulaires, mais aussi pour des analyses de pratique en formation initiale.

Mots clés :

pédagogie différenciée, problème pour chercher, analyse de pratique

COMPTER SUR LES ERREURS POUR COMPTER SANS ERREURS : ÉTAT DES LIEUX SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMÉRATION DÉCIMALE DE POSITION AU CYCLE 3.

Véronique Parouty
Conseillère pédagogique à La Rochelle

Cette communication présente les résultats d'une recherche menée dans le cadre du DESS d'Ingénierie du Conseil pédagogique lors de l'année 2002-2003. Le Directeur de la formation est Monsieur Michel Fayol. Aussi, la méthodologie adoptée est-elle très centrée sur l'expérimentation, la mesure et le traitement statistique.

Trois questions ont été le point de départ du travail qui s'est appuyé sur des tests et questionnaires auprès des élèves de cycle 3 et des enseignants :

- dans quelle mesure, la numération décimale est-elle bien installée au cycle 3 (du CE2 au CM2) ?
- comment les enseignants repèrent-ils les erreurs de leurs élèves et quels dispositifs de remédiation conçoivent-ils ?
- les résultats des élèves peuvent-ils s'améliorer si les enseignants les font travailler sur des exercices faisant fonctionner de manière privilégiée l'aspect positionnel de la numération ?

Les résultats de ce travail semblent montrer qu'un gros effort de formation des enseignants sur ce sujet est nécessaire.

L'article présente quatre hypothèses, puis leur mise à l'épreuve.

En annexe

Des exemples de tests proposés aux élèves, deux exemples de situations données aux enseignants du groupe expérimental pour travailler la numération avec leurs élèves, le questionnaire initial remis aux enseignants pour mesurer leur conception de l'enseignement de la numération décimale de position par le biais de leurs propositions de remédiation et son analyse.

Exploitations possibles

Le cahier des charges proposé est utilisable par les formateurs dans la perspective de faire évoluer les conceptions des enseignants sur l'enseignement de la numération décimale de position.

Mots clés

Recherche, numération décimale, cycle 3, erreurs et remédiation, formation des maîtres.

LA PROPORTIONNALITÉ DANS L'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE FRANÇAIS AU 20ÈME SIECLE ET AU DEBUT DU 21EME SIECLE

Magali HERSANT
IUFM des Pays de la Loire et CREN

Résumé :
Considérant le calcul de quatrième proportionnelle comme une tâche représentative de l'enseignement de la proportionnalité dans la scolarité obligatoire, nous étudions l'évolution de la transposition didactique de la proportionnalité depuis 1887 à travers cette tâche. L'analyse de textes officiels et de manuels nous permet de distinguer cinq périodes caractérisées par des savoirs et des savoir-faire. Elle nous permet aussi de montrer en quoi la transposition didactique actuelle de la proportionnalité est héritière des transpositions didactiques passées

Dans l'enseignement de la proportionnalité, le calcul de la quatrième proportionnelle est une tâche classique et emblématique. C'est pourquoi nous proposons une étude de l'évolution de la transposition didactique (Chevallard, 1985) de la proportionnalité directe dans l'enseignement obligatoire français (1887-2000) à partir de l'évolution des savoirs et savoir-faire (Bosch, Chevallard, 1999) relatifs à cette tâche. Pour cela, nous utilisons deux sources : des textes officiels (programmes, instructions et répartitions des programmes) et des manuels. L'études des textes officiels permet de cerner les positions institutionnelles et de délimiter des périodes de stabilité pour l'enseignement de la proportionnalité ; celle des manuels rend compte d'une certaine réalité de l'enseignement de la proportionnalité et précise l'activité de la noosphère pour rendre ou maintenir cohérentes les organisations mathématiques locales. L'analyse de ces sources nous conduit à délimiter et caractériser cinq périodes dans l'enseignement de la proportionnalité.

Ces cinq périodes sont présentées après des précisions permettant de cerner les limites de notre travail. En conclusion, nous essayons de montrer en quoi la transposition didactique actuelle est héritière des transpositions didactiques passées.

PRÉCISIONS

Enseignement obligatoire

Depuis 1887, la durée de la scolarité obligatoire s'est accrue progressivement et l'organisation en « niveaux » a été modifiée. Jusqu'en 1959[1] l'enseignement obligatoire était morcelé, et le « collège unique » n'existe que depuis la réforme Haby (1975)[2]. Pour

[1] Plan Berthouin, réforme des collèges et des lycées, obligation scolaire prolongée jusqu'à 16 ans.
[2] Cette réforme institue un tronc commun de formation, de l'école primaire à la sortie du collège.

cette étude nous avons considéré les niveaux suivants qui correspondent à la scolarité de la majorité de la population :

- de 1887 à 1941 : classes du primaire (de 6 à 11 ans, jusqu'au CM[3]) et CS[3] (11-13 ans) ou classe de Fin d'études Primaires (11-14 ans) [4] ;
- de 1941 à 1960 : classes du premier cycle du primaire (6-11 ans, jusqu'au CM) et du primaire supérieur ou second cycle (11-14 ans)[5];
- de 1960 à 1977 (application de la réforme Haby) : classes de primaire (6-11 ans) et des collèges d'enseignement général (CEG);
- depuis 1977 : classes de primaire et de collège.

Proportionnalité

Le terme proportionnalité employé dans l'enseignement actuel fait référence à un champ de problèmes issus de la vie sociale et de situations physiques dans lesquelles des grandeurs proportionnelles interviennent. La proportionnalité n'a pas toujours été un objet d'enseignement. Le terme n'apparaît dans les programmes du primaire qu'en 1970. Au début du siècle, on enseignait les grandeurs proportionnelles. Pour nous, le mot proportionnalité recouvre les notions de grandeurs proportionnelles, suites numériques proportionnelles, application linéaire et proportionnalité.

Calcul de quatrième proportionnelle

La tâche que nous considérons est le calcul de quatrième proportionnelle, quel que soit le cadre (Douady, 1986) et le registre de représentation du problème (Duval, 1995). Ainsi les problèmes suivants relèvent du calcul de quatrième proportionnelle :

Etoffe[6] : 18 mètres d'étoffe ont coûté 189 fr. Combien 13 mètres coûteront-ils ?

Carburant : Une voiture consomme en moyenne 8 l de carburant aux 100 km. Compléter le tableau suivant.

Distance (km)	25	1	c	d
Carburant (l)	a	b	10	1

1887-1923 : GRANDEURS QUI VARIENT DANS LE MÊME RAPPORT, PROBLÈMES DE RÈGLE DE TROIS ET TECHNIQUE DE RÉDUCTION À L'UNITÉ.

A cette époque, l'école prépare les enfants à leur vie professionnelle future. L'enseignement de la proportionnalité se fait dès le CM2 à partir de l'étude des grandeurs proportionnelles et des problèmes de règle de trois.

[3] CM : Cours moyen ; CS : Cours Supérieur

[4] La réforme de 1931 étend la scolarité obligatoire jusqu'à 14 ans, elle est mise en place à partir de 1938. Jusqu'en 1938, les élèves préparent le Certificat d'études primaires en CM. A partir de 1938, la scolarité est obligatoire jusqu'à 14 ans, le Certificat d'études primaires est alors préparé en classe de fin d'études ou au CS. Les CS n'existent que dans les écoles de plus de cinq classes.

[5] Les élèves préparent le diplôme d'études préparatoires au CM. A l'issue du CM, il est possible d'accéder, sur concours, au collège dont les programmes sont unifiés avec ceux de l'enseignement primaire supérieur (E.P.S.)

[6] extrait de F.F., CM, 1904, p. 196

La théorie de référence est celle des proportions, mais les programmes ne prévoient pas de l'enseigner explicitement. La technique institutionnelle est la technique de réduction à l'unité :

> Problème : 18 mètres d'étoffe ont coûté 189 fr. Combien 13 mètres coûteront-ils ?
>
> Si 18 mètres coûtent 189 fr.
>
> 1 mètre coûtera 18 fois moins, ou $\frac{189}{18}$
>
> et 13 mètres coûteront 13 fois plus qu'un mètre ou $\frac{189 \times 13}{18}$
>
> d'où $x = \frac{189 \times 13}{18} = 136 \text{ fr } 50$
>
> (F.F., CM, 1904, p 196-197)

Mais dans les manuels, les choix restent fortement marqués par les problématiques de la théorie des proportions. Cela se traduit de deux façons. D'abord, les techniques des rapports ou proportions[7] restent utilisées dans certains manuels (cf. annexe 1). De plus, des auteurs refusent d'utiliser des rapports de grandeurs de nature différente (c'est nous qui soulignons) :

> **497.** - Les raisonnements précédents ne conviennent évidemment que pour des proportions de nombres. Voici un raisonnement qui s'applique aux proportions de <u>quatre grandeurs de même espèce.</u>
> **Théorème. -** Étant donnée une proportion de **quatre grandeurs de même espèce**, on en obtient une autre : soit en permutant les extrêmes, soit en permutant les moyens, soit en mettant les extrêmes à la place des moyens et réciproquement. (p 293)
>
> **501**. Propriété. – Théorème. – Quand deux grandeurs **de même espèce** sont directement proportionnelles le rapport d'une valeur **quelconque** de la 1ère à la valeur correspondante de la 2ème est un **nombre invariable**. (p 299)
>
> **502**. – Si les grandeurs directement proportionnelles ne sont pas de même espèce, le raisonnement du numéro 501 est en défaut, puisqu'il est impossible de permuter les moyens de la proportion ; l'écriture nouvelle n'aurait aucun sens.
>
> **(Beil, Vareil CS, 1909, p 288-299)**

[7] La technique des rapports utilise le fait que les grandeurs varient dans le même rapport. Ainsi le problème précédent serait résolu de la façon suivante : La longueur d'étoffe et le prix de cette étoffe varient dans le même rapport, donc : $x = 189 \times \frac{13}{18}$. La technique des proportions utilise le fait que les valeurs des grandeurs proportionnelles forment une proportion et la propriété : “ dans une proportion le produit des extrêmes est égal au produit des moyens ”. avec cette technique le problème précédent se résout ainsi : 18 mètres est à 13 mètres comme 189 est à x donc : $\frac{18}{13} = \frac{189}{x}$ et $x = \frac{189 \times 13}{18}$.

1923-1945 : LA MÉTHODE DE RÉDUCTION À L'UNITÉ CONTESTÉE, VERS LE COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ ?

Cette période voit de nombreux changements de programme à tous les niveaux d'enseignement. Pour la proportionnalité, c'est une période de transition qui marque le début de changements importants.

Dans les textes officiels (programmes de 1923 pour le CM et 1931 pour le CS) la proportionnalité n'est plus seulement envisagée comme une convention sociale (problèmes de commerce), mais aussi comme un outil de modélisation de phénomènes physiques (introduction de problèmes de mouvement uniforme, densité, échelle dans le champ des problèmes de proportionnalité, étude de nombreuses grandeurs et calculs de mesures de grandeurs avec des formules). Ainsi la notion de valeur de l'unité apparaît implicitement au CS à travers par exemple les notions de poids spécifique, prix d'une marchandise et quantité de marchandise correspondant à une unité de monnaie. Les changements de programmes ultérieurs confirment et accentuent cette tendance.

Dans les manuels, il y a globalement une prise de distance par rapport à la théorie des proportions qui se traduit par une moindre utilisation de la technique des proportions. Parallèlement, la technique de réduction à l'unité est ouvertement contestée et la technique du coefficient commence à apparaître au CS.

> **140**. - La **méthode de réduction à l'unité** est d'un *emploi facile* ; mais, si on l'applique machinalement, elle peut conduire à des *raisonnements trop longs* ou même *absurdes*. (...)
> *Gay et Mortreux, CEP-CS (1933)*

Cependant le changement de technique amorcé n'est pas encore accompagné dans les manuels d'une modification conséquente au niveau de l'étude des propriétés des grandeurs proportionnelles.

Par ailleurs, nous notons deux freins possibles à l'emploi massif de la technique du coefficient. La technique n'est pas “ automatisable ”, contrairement à la technique de réduction à l'unité (selon le coefficient choisi on fait une division ou une multiplication). De plus, elle n'est pas valable pour les grandeurs inversement proportionnelles, étudiées en même temps que les grandeurs directement proportionnelles à l'époque.

1945-1970 : UTILISATION DE LA VALEUR UNITAIRE ET ALGÉBRISATION DES TECHNIQUES

Enseignement primaire

Entre 1945 et 1947, il y a une réorganisation de l'enseignement primaire élémentaire. Les instructions pour le CM institutionnalisent la valeur de l'unité et précisent les rapports du coefficient de proportionnalité avec la règle de trois, les pourcentages et les fractions :

> Le programme comprend explicitement l'étude du prix et du poids à l'unité et des exemples analogues de quotients qui peuvent être compris dans la dénomination générale de “ valeur de l'unité ”. [...] Leur calcul et leur emploi sont résumés dans la formule :
> Valeur totale = valeur de l'unité × nombre d'unités.
> Cette formule donne la règle de calcul, soit du premier nombre par une multiplication, soit de l'un des termes du deuxième membre par une division.

> (...) Les problèmes usuels de règle de trois conduisent à la recherche d'un quotient intermédiaire qui peut être, soit la valeur d'une unité, soit un nombre d'unités.
> Les formules suivantes en donnent deux exemples typiques :
>
> $$\frac{\text{valeur de la première parcelle}}{\text{surface de la première parcelle}} = \text{prix unitaire}$$
>
> $$\text{prix de l'hectolitre} = \frac{\text{valeur totale}}{\text{nombre d'hectolitres}}$$
>
> Des exemples simples de quotient permettent, de même, de justifier sommairement les diverses modes de calcul des problèmes de règles de trois :
>
> $$\frac{a \times b}{c} \ ; \ a \times \frac{b}{c} \ ; \ \frac{a}{c} \times b$$
>
> ainsi que des procédés de vérification (division par un même nombre d'un des facteurs et du diviseur).

Ces modifications permettent l'algébrisation des techniques de calcul de quatrième proportionnelle et préservent dans une certaine mesure la référence aux grandeurs proportionnelles. Cependant, dans les manuels du primaire, nous relevons deux choses qui conduisent à un travail plus sur les mesures de grandeurs que sur les grandeurs :

– la technique de réduction à l'unité continue d'être employée, mais le petit discours technologique qui l'accompagnait jusque là tend à être remplacé par différents ostensifs ;

– une “ nouvelle ” technique de calcul de quatrième proportionnelle apparaît dans un manuel (Piète-Sciulara-Berthoul, CM CS 8ème et 7ème , 1962) : le produit en croix désigné par « la règle de trois ». Les auteurs n'abordent pas l'étude des grandeurs inversement proportionnelles et proposent de disposer les données d'un problème de quatrième proportionnelle dans un tableau à quatre cases avec un point d'interrogation pour désigner la valeur cherchée. Ils tracent ensuite une croix reliant les quatre mesures et énoncent la règle suivante : « Pour trouver la réponse, il faut multiplier les deux nombres connus d'une branche de la croix et diviser le produit obtenu par le nombre connu isolé de l'autre branche » (cf. extrait en annexe 2).

Enseignement secondaire

Avec la fusion des filières “ courte ” et “ longue ” en 1959-1960, les programmes du collège changent : les problèmes de règle de trois et l'étude des grandeurs proportionnelles disparaissent de l'enseignement à ce niveau.

Ces modifications se traduisent dans les manuels par des points de vue rétrogrades ou avant-gardistes. Ainsi, le Cluzel-Court (3ème, 1963) traite de grandeurs proportionnelles, étudie les rapports, proportions et nombres proportionnels et emploie la technique des proportions ; au contraire le Queysanne-Revuz (3ème, 1968) n'aborde pas les grandeurs proportionnelles, associe les rapports et proportions à la fonction linéaire et aux suites numériques proportionnelles et ne propose que des exercices de partages proportionnels.

1970-1977 : LA PROPORTIONNALITÉ, RELATION MULTIPLICATIVE ENTRE DEUX LISTES DE NOMBRES.

La réforme des mathématiques modernes accélère l'évolution de l'enseignement de la proportionnalité. Les principales modifications concernent les savoirs à enseigner.

Le terme proportionnalité apparaît pour la première fois dans les programmes du primaire où il est défini de la façon suivante :

> Lorsque l'opérateur est " multiplier par ... " ou " diviser par ... " la correspondance qui permet de passer d'une liste à l'autre est la *proportionnalité.*
>
> Instructions CM 1970

Par contre, la proportionnalité disparaît de l'enseignement secondaire.

L'application linéaire devient la théorie institutionnelle et l'étude des grandeurs proportionnelles est abandonnée. Le tableau devient l'outil institutionnel de résolution des problèmes de proportionnalité :

> La plupart des problèmes traités au cours moyen mettent en œuvre des problèmes dans lesquels la proportionnalité doit être explicitée.
> D'une façon générale, tous les problèmes traités au moyen de la " règle de trois " relèvent du modèle mathématique précédent. Il est essentiel de savoir qu'il s'agit d'un seul et même problème, qu'il convient d'expliquer en termes nouveaux.
>
> *Exemple 1* : Pour une fête, des enfants font des colliers composés tous du même nombre de perles.
> Un enfant a utilisé 45 perles pour faire trois colliers.
> Le tableau ci-contre permet de répondre aux deux questions :
> Combien faut-il de perles pour fabriquer 7 colliers ?
> Combien de colliers peut-on fabriquer avec 135 perles ?

Collier	Perles
3	45
7	?
?	135

> Programmes de 1970, CM

Par ailleurs, la technique du coefficient est abondamment utilisée dans les manuels. Elle est souvent accompagnée d'autres techniques (produit en croix ou techniques basées sur la linéarité).

Ces modifications concernant l'enseignement de la proportionnalité et celui des grandeurs engendrent deux glissements potentiels :

– la confusion entre situation multiplicative et situation de proportionnalité. En effet, tous les problèmes qui se représentent dans un tableau avec un coefficient multiplicatif ne sont pas des problèmes de proportionnalité. Certains sont seulement des problèmes de division euclidienne, comme le problème Colliers[8].

– le tableau de proportionnalité devient objet d'enseignement.

[8] Il y a bien un opérateur multiplicatif qui permet de passer du nombre de colliers au nombre de perles mais cet opérateur n'admet pas d'opérateur réciproque : avec 46 perles combien de colliers peut-on construire ? C'est la difficulté de la modélisation d'une situation faisant intervenir des valeurs discrètes.

DEPUIS 1978 : UN RETOUR AUX SITUATIONS, LES SUITES NUMÉRIQUES FINIES

Depuis 1978, le retour à l'étude de situations « concrètes » induit implicitement un retour à la notion de grandeurs proportionnelles. Pour autant, on ne travaille plus vraiment sur les grandeurs proportionnelles mais plutôt sur les suites de mesures de grandeurs proportionnelles, comme on le voit en particulier avec l'usage des tableaux qui n'est possible que si l'on distingue les grandeurs en jeu mais qui conduit plus à l'utilisation de l'expression « tableau de proportionnalité » qu'à celle de « grandeur proportionnelle ». De plus, la proportionnalité est envisagée différemment puisque la tâche de reconnaissance de situations de proportionnalité à partir de différentes représentations sémiotiques s'est développée durant la période, avec les imprécisions possibles pour ce qui concerne le registre tableau. Cette organisation permet de donner un rôle moindre au tableau de proportionnalité, d'accorder plus de place à la représentation graphique de la proportionnalité et aussi de ne pas institutionnaliser dans les programmes une technique particulière. Avec cette organisation, les élèves utilisent entre le CM et la 4$^{\text{ème}}$/3$^{\text{ème}}$ (selon les programmes) des techniques relatives au calcul de quatrième proportionnelle justifiées par des propriétés de l'application linéaire, outil implicite jusqu'en 4$^{\text{ème}}$/3$^{\text{ème}}$, selon les programmes.
Le retour aux situations et l'utilisation implicite de la théorie de l'application linéaire entraînent quelquefois la cohabitation des deux théories de référence, notamment au niveau de la génération de techniques, et ce que Comin (Comin, 2002) nomme une hétérogénéité épistémologique. Ainsi, le produit en croix qui était justifié facilement autrefois au niveau du primaire dans le cadre de la théorie des proportions est toujours utilisé à ce même niveau actuellement sans pouvoir être réellement justifiée. De plus, certains mots ou expressions ont perdu une partie de leur sens et peuvent être utilisés à mauvais escient[9].

CONCLUSION

Au-delà de la caractérisation de cinq périodes dans l'enseignement de la proportionnalité, nous avons cherché à montrer comment la transposition didactique de la proportionnalité a évolué progressivement, sans véritable rupture avant 1970, et le plus souvent avec des mouvements avant-gardistes et rétrogrades à chacune des époques.
Cette évolution s'est réalisée sous la pression de contraintes de nature différente. Avant la période 1945-1969, la discussion nous apparaît essentiellement liée à la difficulté de faire cohabiter une utilisation rigoureuse de la théorie des proportions et un enseignement court à visée essentiellement professionnelle. Puis, l'allongement de la scolarité, la modification des besoins en termes de formation et probablement l'influence naissante de Bourbaki et de Piaget entraînent une algébrisation de la proportionnalité et une avancée assez nette vers un changement de modèle. La réorganisation des mathématiques modernes conduit à l'abandon des grandeurs dans le traitement de la proportionnalité et au tout tableau, avec des dérives possibles. Enfin, la prise en compte de résultats de recherche, en didactique des mathématiques notamment, ont vraisemblablement contribué à la transposition didactique actuelle.

L'étude met en évidence une ouverture progressive du champ des techniques utilisables pour le calcul de quatrième proportionnelle. Aujourd'hui, il n'y a pas vraiment de

[9] Ainsi le mot « proportion » était utilisé avec le sens de rapport dans les projets de programmes de collège en 2004.

technique institutionnelle et l'on privilégie les raisonnements personnels. Cela apparaît comme une évolution positive de l'enseignement mais pose aussi des questions : dans le contexte actuel où enseignants et élèves ont moins de repères par rapport aux théories mathématiques en jeu, au vocabulaire et à la notion de grandeur (Comin, 2002) ne risque-t-on pas d'entraîner des conceptions erronées? Par ailleurs, l'utilisation actuelle de l'application linéaire comme outil implicite puis outil explicite apparaît *a priori* favorable à l'apprentissage. Cependant, n'est-il pas plus difficile pour les élèves de faire le lien entre proportionnalité et application linéaire ?

REFERENCES

Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri, 1994, *La proportionnalité et ses problèmes*, Ed. Hachette Education

Bosch, Chevallard, 1999, La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs, objets d'étude problématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques Vol 19.1*

Chevallard, 1985, *La transposition didactique*, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

Comin, 2002, L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège, *Recherche en didactique des mathématiques 22 2-3,* pp. 135-181, Ed. La Pensée Sauvage

Comin, 2003, Des souris et des graines, *Grand N n°72,* pp. 41-73, Ed. IREM de Grenoble

Dahan-Dalmedico, Peiffer, 1995, Une histoire des mathématiques, routes et dédales, Ed. Point Sciences

Douady, 1986, Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques 7.2,* pp. 5-31, Ed. La Pensée Sauvage

Duval, 1995, *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels,* Ed. Peter Lang

Hersant, 2001, *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège,* Thèse de l'Université Paris 7.

Hersant, 2005, La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire, *Repères IREM n°59,* à paraître

Pluvinage, Dupuis, 1981, La proportionnalité et son utilisation, *Recherches en Didactique des Mathématiques 2.2,* pp. 165-212, Ed. La Pensée Sauvage

Vergnaud, 1990, La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques 10 2-3,* pp. 133-170

Annexe 1 : Analyse des manuels

Pour cette étude nous avons utilisé des manuels de différentes époques. Nous n'avons pas cherché à savoir s'ils étaient représentatifs, mais ils témoignent d'une façon de présenter la proportionnalité à un moment donné. Leur analyse, présentée ci-dessous, est obtenue de la façon suivante.

La *théorie de référence* est la théorie mathématique utilisée implicitement ou explicitement dans le manuel. Pour la proportionnalité, deux théories peuvent être employées : la théorie des proportions, notée P, ou la théorie de l'application linéaire, notée A. Si la théorie est expliquée dans le manuel, elle notée PE ou AE dans le tableau.

Si elle est implicite elle est notée PI ou AI. Les deux théories peuvent être utilisées dans le même manuel, dans ce cas, nous l'indiquons.
Nous indiquons dans la colonne « *proportionnalité entre* » si les propriétés et définitions données dans le manuel le sont pour des grandeurs proportionnelles, des suites de nombres proportionnelles i.e. des suites de mesures de grandeurs proportionnelles ou encore des nombres proportionnels qui ne sont pas des mesures de grandeurs proportionnelles.
La propriété utilisée pour définir la proportionnalité est indiquée dans la colonne « *définition issue de* ». Les propriétés énoncées au sujet de la proportionnalité dans le manuel sont indiquées dans la colonne « *propriétés énoncées* ». Les numéros correspondent aux propriétés suivantes :

Théorie des proportions (rapports, proportions, extrêmes, moyens)	Théorie de l'application linéaire (application, fonction, image, antécédents)
Soit I un sous-ensemble fini de N, les suites numériques $(u_i)_{i\in N}$ et $(v_i)_{i\in N}$ de termes non nuls sont proportionnelles, si l'une des propriétés suivantes est vérifiée :	*f est une fonction définie de R dans R. Soit I un sous-ensemble fini de N, les suites numériques $(u_i)_{i\in N}$ et $(v_i)_{i\in N}$ sont proportionnelles si l'une des conditions suivante est vérifiée :*
1. Pour tout *i* et *j* de I, $\frac{u_i}{u_j}=\frac{v_i}{v_j}$, (les suites varient dans le même rapport)	
2. a) pour tout *i* de I, si u_i est multiplié par 2, 3, 4... λ (λ réel), v_i est multiplié par 2, 3, 4… λ. 2. b) pour tous *i, j, k* de I, si $u_i = u_j + u_k$ alors $v_i = v_j + v_k$.	8. a) pour tout entier *i et j* de I si le réel λ est tel que $u_i = \lambda u_j$ alors $v_i= f(u_i) = \lambda f(u_j) = \lambda v_j$ 8. b) pour tout entier *i, j, k* de I si $u_i = u_j + u_k$ alors $v_i= f(u_i) = f(u_j) + f(u_k) = v_j + v_k$
3. Pour tout *i* et *j* de I, $u_iv_j = v_iu_j$ (le produit des extrêmes est égal au produit des moyens)	
4. Pour tout *i* et *j* de I, $\frac{u_i}{v_i}=\frac{u_j}{v_j}$	
5. Pour tout *i, j, k* de I, si λ et µ sont des réels non tous les deux nuls tels que $u_i = \lambda u_j + \mu u_k$ alors $\frac{u_i}{v_i}=\frac{\lambda u_j+\mu u_k}{\lambda v_j+\mu v_k}$	8. (a et b) pour tout entier *i, j, k* de I si les réels λ et µ sont tels que $u_i = \lambda u_j +\mu u_k$ alors $v_i= f(u_i) = \lambda f(u_j) + \mu f(u_k) = \lambda v_j + \mu v_k$ 8*. toute combinaison linéaire des deux colonnes du tableau est une nouvelle colonne du tableau
6. $\frac{u_i}{v_i}$ est un coefficient de proportionnalité, c'est le nombre par lequel il faut multiplier u_i pour obtenir v_i.	7. Pour tout *i* de I, v_i est l'image de u_i par une application linéaire *f*, c'est-à-dire il existe un réel non nul α tel que pour tout entier $i \in$ N, $v_i = \alpha u_i$ 7*. il existe un opérateur multiplicatif qui permet de passer d'une ligne à l'autre du tableau
	9. Dans un repère l'ensemble des points $(u_i, v_i)_{i\in I}$ est sur une droite passant par l'origine du repère.

Enfin, les techniques proposées dans le manuel sont indiquées dans la dernière colonne, avec les abréviations suivantes :

- τ_u : technique de réduction à l'unité
- τ_r : technique de multiplication par un rapport
- τ_p : technique des proportions
- τ_x (τ_x*) : technique du produit en croix (dans le registre tableau)
- τ_c (τ_c*) : technique du coefficient (dans le registre tableau)
- τ_l (τ_l*): technique utilisant des propriétés de linéarité (dans le registre tableau)
- τ_g : technique graphique

Date	Niveau	Auteurs	Théorie de référence	Proportionnalité entre	Définition issue de	Propriétés énoncées	Techniques proposées
Avant 1887							
1884	CM CEP	ED BELIN	PI	Grandeurs	5		τ_u
1886	CM	PLUSIEURS PROFS	PE	Grandeurs	5		τ_u τ_r
Première période 1887-1923							
1904	CM CEP	BARREAU LALARGE	PI	Grandeurs			τ_u
1904	CM	FF	PE	Grandeurs	5		τ_u
1920	CM	LEMOINE	PI	Grandeurs	5		τ_u
	CS	FEC	PE	Grandeurs	5		τ_u τ_r τ_p
1903	CS	LEYSENNE	PE	Grandeurs	5		
1909	CS	BEHR VAREIL	PE	Grandeurs	3	1 5	τ_p τ_r
Seconde période 1923- 1945							
1923	CE CM	LEMOINE	PI	Grandeurs			τ_u
1923	CM CEP	LEMOINE	PI	Grandeurs	5		τ_u
1931	CEP CS	MARTIN REAU	PI	Grandeurs	5	1	τ_u
1933	CEP CS	MORTREUX	PI	Grandeurs	5		
1923	CS	LEMOINE	PI	Grandeurs	5		τ_u
1932	CS	ROYER COURT	PE	Grandeurs	5	3	τ_u τ_p τ_r
1935	CM CEP	CROISILLE	PI	Grandeurs	5		τ_u
1943	EPS	PLUGIBET	PI	Grandeurs	5		τ_u τ_c
1939	EPS/5-4-3	FOULON	PE	Grandeurs	3	1 5 9	τ_g
Troisième période 1945-1969							
1946	CM CS 7	MARIJON MASSERON DELAUNAY	PI	Grandeurs	5		τ_u
1950	CM2 CS	CROISILLE	PI	Grandeurs	5		τ_u
1950	CM	DRAUX	PI	Grandeurs			τ_u
1959	CM	DS (Commission d'instituteurs)	PE	Grandeurs	5		
1962	CM CS 8E 7E	PIETE SCIULARA BERTHOUL	PI	Grandeurs	5		τ_x* τ_c
1965	CM	ADAM - GOUZOU	PI	Grandeurs			
1969	CM2	NADAUD BENHAIM	PI	Grandeurs			τ_u τ_r
1958	6 CC	MARVILET		Grandeurs			

1959	CC BE	MARIJON PEQUINIOT	PE	Grandeurs	6 3	5 4 7 9	τ_p τ_c τ_g
1965	6	HUISMAN ITARD	AI	Grandeurs	4		τ_c
1965	6	QUEYSANNE REVUZ	AI	Suites numériques	4	7	τ_c τ_g
1963	6	MONGE GUINCHAN	AI	Suites numériques	4		τ_c
1963	5-4-3	CLUZEL COURT	PE	Grandeurs	5	1 2 4	τ_p
1963	3	CHILLOUX MALLET	PE	Grandeurs	4	1 6 7	τ_p
1960	3	LEBOSSE HEMRY	PE	Grandeurs	5	4 6	τ_c τ_g
1968	3	QUEYSANNE REVUZ	AE				
1968	3	MONGE GUINCHAN	AE		4		
Quatrième période 1969-1977							
1969	6ÈME	QUEYSANNE REVUZ	AE				
1977	6ÈME	QUEYSANNE REVUZ	AE				
1973	CM2	ADAM NICOLAS GOUZOU	AI	Nombres	7*	5* 8*	τ_l*
1970	CM	DENISE THEVENON JOLY	AI	Grandeurs Nombres		5* 7*	τ_l* τ_c*
1971	CM	GOERGLER ANDRIEU VIALA	AI	Nombres		7* 5* 8*	τ_l* τ_c*
1977	CM2	GOERGLER ANDRIEU VIALA	AI	Nombres		7* 5* 8*9*	τ_l* τ_c*
1970	CM	THIRIOUX GASPARI MIREBEAU LEYRAT	AI	Nombres		5* 7* 8* 2*	τ_c*
1976	CM	THIRIOUX GASPARI MIREBEAU LEYRAT	AI	Nombres		5* 7* 8* 2*	τ_l^* τ_c^* τ_x^*
Cinquième période 1977-2000							
1980	CM	THIRIOUX ET AL.	AI	Nombres			τ_c^*
1984	CM	DENISE THEVENON	AI	Nombres		7* 5* 8*	τ_l* τ_c*
1988	CM	BIA MARECHAL CLAVIER	AE	Suites numériques		8 7 9	τ_l^* τ_c^* τ_g
1996	CM	BIA MARECHAL PELTIER	PI	Suites numériques		7* 8* 9	τ_l^* τ_c^* τ_g
1977	6	MAUGUIN	AI	Suites numériques	7	8	τ_c τ_u τ_l τ_g
1981	6	THIRIOUX L ET S SANCHEZ DOMAIN	AI	Nombres	7*	5* 8* 2*	τ_l^* τ_c^* τ_x^*
1987	5	JULIEN PENNINCKX	AI/PI	Suites numériques		1 3 4 7	τ_l^* τ_c τ_u τ_p τ_x^*
1987	5	BAREIL ZEHREN	AI	Suites numériques		8 7 9	τ_l τ_c τ_g τ_u
1989	3	DELORD TERRACHER VINRICH	AE	Grandeurs		7	τ_c τ_l
1990	6	DELORD TERRACHER VINRICH	AI/PI	Grandeurs		1 5* 7* 9	τ_c^* τ_l^* τ_g
1991	5	DELORD TERRACHER VINRICH	AI/PI	Grandeurs		5* 7* 9	τ_l^* τ_c^* τ_x^*
1992	4	DELORD TERRACHER VINRICH	AE	Suites numériques		7 8 9	τ_c τ_g
1993	3	DELORD TERRACHER VINRICH	AE	Suites numériques		7 9	τ_c $\tau_g\tau_l$
1996	6	DELORD VINRICH	AI	Nombres		5* 7* 9	τ_c* τ_g^* τ_l^*
1997	5	DELORD VINRICH	AI/PI	Nombres		5* 7* 9	τ_x^* τ_c
1998	4	DELORD VINRICH	AI/PI	Nombres		1 7* 9	τ_c^* τ_g τ_l^* τ_p

Annexe 2 : extrait du Piète – Sciulara – Berthoul, CM CS $8^{\text{ème}}$, $7^{\text{ème}}$, 1962

Reprenons le Problème II (page 98). Le commerçant a établi un tableau de vente. Comme la réponse est obtenue en effectuant $\frac{3 \times 20}{15}$, il cherche

Longueur en m	*Prix en F*
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30
7	35
8	40
9	45

Longueur en m	*Prix en F*
3	15
?	20

Longueur en m	*Prix en F*
3	17
7,5	?

un moyen rapide pour placer convenablement les 3 nombres : 3, 20, 15 qui sont soulignés dans le tableau de vente.

Dans un tableau réduit, il inscrit ces nombres à leur place. A l'endroit où doit se trouver la réponse, il met un point d'interrogation. Il trace une croix et il remarque que :

Pour trouver la réponse, il faut multiplier les 2 nombres connus d'une branche de la croix et diviser le produit obtenu par le nombre connu isolé de l'autre branche.

$$? = \frac{3 \times 20}{15}.$$

Avec ce procédé, sans tableau de vente, il peut ainsi trouver immédiatement les calculs qu'il faut effectuer pour trouver la réponse du Problème III (page 98).

$$? = \frac{17 \times 7,5}{3} = 42,5.$$

Ce procédé est appelé règle de trois.

Lorsqu'on connaît 3 nombres de 2 lignes d'un tableau de grandeurs proportionnelles, on peut calculer le quatrième par la règle de trois.

PREUVE PERCEPTIVE OU DÉMONSTRATION ?

LE RAPPORT DES PE 1 A LA GÉOMÉTRIE, ÉTUDIÉ À TRAVERS LEUR MÉTADISCOURS

Bernard Parzysz
GReDIM[1] (IUFM Orléans-Tours)
et Equipe DIDIREM(Université de Paris 7

Résumé :
Lors de la phase de mise en commun suivant la résolution d'une tâche de type méta menée par groupes à propos d'un exercice de géométrie dans le cadre d'une recherche menée à l'IUFM Orléans-Tours, le débat instauré chez les PE1 fait apparaître, à travers certaines contradictions constatées par eux-mêmes d'une production à l'autre, des rapports à la validation géométrique très divers, qu'ils justifient soit par des considérations de conviction perceptive, soit par le contrat habituel en géométrie, soit par la nécessité de savoir exactement... D'autre part, le rôle du formateur, tantôt synthétiseur, tantôt médiateur, tantôt provocateur, apparaît comme un élément important de l'évolution du débat. Des extraits de l'enregistrement vidéo de l'une des séances menées sur ce thème et de la transcription écrite qui en a été tirée permettront d'analyser ce rapport à la validation et d'en repérer des indices d'évolution chez certains PE.

Notre travail est parti de la constatation – étayée par l'analyse d'un questionnaire (cf. [Parzysz & Jore 2004]) - du fait que nombre de candidats au concours de professeur des écoles (PE1), même s'ils possèdent de bonnes connaissances en géométrie élémentaire, ne distinguent pas toujours clairement ce qui relève du perceptif et ce qui relève de la théorie. Estimant pour notre part que cette distinction est fondamentale pour un enseignant de l'école élémentaire qui est amené à valider les productions de ses élèves, nous avons entrepris de rechercher des situations géométriques censées rendre ambiguës les validations perceptives et permettre de déboucher sur la question de la preuve en géométrie. Nous en avons choisi deux (une en environnement papier-crayon et une en environnement informatique) que nous avons proposées à plusieurs groupes de PE1, non pas comme des questions <u>de</u> géométrie, mais comme des questions à propos de géométrie. Notre groupe a déjà présenté de telles séances dans des colloques précédents de la COPIRELEM ([Parzysz 2002], [Parzysz 2003]). Ayant procédé à la transcription d'enregistrements audio-visuels de certaines de ces séances, nous présentons ici un extrait de l'une d'entre elles, au sujet de laquelle nous nous intéresserons à un aspect particulier du débat sur la preuve.

---

[1] Groupe de Recherches en Didactique des Mathématiques. En font actuellement partie Ghislaine CAILLETTE, André GAGNEUX, Joëlle JAN-GAGNEUX, Claude LANDRÉ, Claudine RAPPENEAU, Edith RENON, Patrick WIERUSZEWSKI. Qu'ils soient tous chaleureusement remerciés pour leur intérêt et leur participation active au groupe

1- CADRE THÉORIQUE

a) En ce qui concerne la *géométrie*, notre cadre théorique[2] repose sur la distinction de deux paradigmes, qui de fait coexistent au niveau au début de l'enseignement secondaire, et que nous avons dénommés G1 et G2 :

- G1 est une géométrie dans laquelle les objets physiques ont subi un début d'idéalisation, en ce sens que seules certaines caractéristiques des objets matériels sont retenues comme pertinentes (ainsi, la couleur des traits d'un tracé sur une feuille de papier ou un écran d'ordinateur, le matériau dans lequel est réalisée une maquette ne seront pas pris en compte). C'est-à-dire que le regard porté sur les objets les a déjà quelque peu abstraits et simplifiés par rapport au réel (maquette, tracé sur une feuille de papier, sur un écran d'ordinateur) ; les techniques de validation y sont de nature perceptive, qu'elles soient ou non instrumentées (comparaison, mesure).

- G2 met en jeu des objets qui ne sont plus physiques, mais théoriques. Il s'agit d'objets "idéaux" au sens platonicien (traits et surfaces sans épaisseur, par exemple), et les images physiques qui peuvent en être faites, maquettes ou "figures" n'en sont que des représentations. Mais ces objets sont aussi des éléments d'une théorie (en l'occurrence, la géométrie affine euclidienne), et les validations n'y sont pas de nature perceptive : elles reposent sur cette théorie et sur un mode d'argumentation particulier, de type hypothético-déductif (la *démonstration*). C'est une géométrie de type axiomatique, mais qui ne l'est pas totalement du fait que certains éléments ne sont pas pris en compte, en particulier tout ce qui touche à la convexité. Elle possède certes des liens avec G1, en ce sens qu'elle a eu pour point de départ des propriétés d'objets physiques, mais la perception n'y est pas acceptée comme preuve.

Ces deux paradigmes relèvent de deux problématique différentes : G1 se situe dans une problématique de la précision et G2 dans une problématique de la "rigueur" (au sens de : conformité à une théorie). Ils sont en quelque sorte concurrents dans les débuts de l'apprentissage de G2, puisque l'enseignement de l'école élémentaire, comme celui du collège, font constamment usage de "figures" (c'est-à-dire, en fait, de *dessins*). Dans G2, la "figure" fait office de support visuel ; elle joue un rôle heuristique (conjecture, recherche d'une démarche de démonstration) et de contrôle (vérification d'une conclusion), mais elle ne peut en aucun cas avoir un rôle de validation. Néanmoins le dessin, simple représentation visuelle de la situation géométrique définie par l'énoncé, risque, de par sa prégnance perceptive, d'induire certains effets, en particulier ce que nous avons appelé "contamination du su par le perçu" (ou CSP) : si l'on n'y prend garde (en se référant à l'énoncé), on peut être conduit à considérer comme une donnée une propriété seulement constatée sur le dessin, et à l'utiliser en tant que telle dans la démonstration. Certes, la démarche usuelle, dans la recherche d'un problème de géométrie élémentaire, consiste en un certain nombre d'allers et retours entre G1 et G2 (voir ci-dessus) ; mais, contrairement à l'"expert" qui sait à tout moment dans quel paradigme il se situe, le "novice" ne les distinguera pas forcément l'un de l'autre. Il ne s'agit en aucun cas pour nous de faire de nos étudiants des experts en géométrie, mais nous pensons néanmoins qu'il est possible de leur donner une conscience plus claire de l'existence de ces deux paradigmes de l'enseignement obligatoire, par le biais de la distinction des modes de validation qui leur sont respectivement associés. Il ne s'agit pas non plus de hiérarchiser ces paradigmes, mais d'amener les PE à les distinguer et à prendre conscience de leur (co)existence possible dans les situations géométriques rencontrées, tant en classe qu'en dehors.

[2] On en trouvera une présentation plus détaillée dans [Parzysz 2002].

b) En ce qui concerne la *didactique*, notre recherche reprend certains éléments de la théorie des situations didactiques (en particulier les quatre dialectiques : action, formulation, validation, institutionnalisation) [Brousseau 1998], ainsi que certains éléments de la théorie anthropologique du didactique (en particulier les "quatre T" : tâche / technique / technologie / théorie) [Chevallard 1999].

Nous reprenons aussi l'idée de l'intérêt d'une prise en compte du métadiscours en formation d'adultes [Robert & Robinet 1993]. Ces auteurs utilisent le mot "méta" *"s'il y a, pour le récepteur du discours, apport d'un élément sur des mathématiques à apprendre, en partie encore donc non acquises"* [Robert & Robinet 1993, p. 17]. En l'occurrence, nous distinguerons d'abord dans ce qui suit un niveau géométrique et un niveau méta, car c'est bien de ce dernier qu'il s'agit ici, étant donné que notre objectif est de travailler avec les étudiants sur leurs représentations de la géométrie ([Schoenfeld 1985]). Dans ce qui suit, nous réserverons plus précisément le substantif "méta" à un discours <u>sur</u> la géométrie enseignée ([i]objets [ii]en jeu, validations), le niveau géométrique consistant en discours <u>de</u> géométrie enseignée. En outre, nous subdiviserons le méta lui-même en deux niveaux[3]:

- le premier (méta contextualisé, ou *méta 1*) étant un discours spécifique au problème géométrique support (par exemple : "*Ce que je ne comprends pas, c'est qu'on ne montre pas que CD passe par O"*) ;

- le second (méta décontextualisé, ou *méta 2*) étant un discours général portant sur la géométrie ou même, plus généralement, sur les mathématiques enseignées (par exemple : *"En mathématiques, on nous demande toujours de démontrer"*)[4]

Nous serons ainsi finalement amenés à distinguer trois niveaux de discours plus ou moins "superposés" : géométrique / méta 1 / méta 2.

Nous schématiserons comme suit le déroulement discursif :
- verticalement (de bas en haut) les 3 niveaux ci-dessus
- horizontalement (de gauche à droite) la succession des actes locutoires (identifiés par leur numéro d'ordre).

Le déroulement du débat sera alors représenté par une ligne brisée se référant à ces trois niveaux.

Remarque : Il arrive parfois que l'on n'arrive pas à identifier formellement à quel niveau de méta se rapporte un acte locutoire, en particulier :
- lorsqu'on manque d'information sur le référent (général ou particulier) ;
- lorsque le méta 2 est juste suggéré de façon fugace au sein d'un discours au niveau 1.

Par convention, dans le premier cas nous choisirons le méta 1 et dans le second nous nous situerons "au milieu" entre le méta 1 et le méta 2. Nous n'indiquerons donc le méta 2 que lorsqu'il n'y aura aucune ambiguïté sur le niveau de généralité du discours méta. Notons enfin que Schoenfeld (*op. cit.*) préconise, pour faire apparaître le niveau méta, une gestion de la classe de type « débat scientifique » (cf. [Legrand 1993]), ce que nous nous sommes efforcés de mettre en application.

---

[4] Dans sa thèse [Tenaud 1991], I. Tenaud, traitant d'un enseignement de méthodes en terminale, distingue trois niveaux méta, se distinguant selon leur degré de précision et le fait de se référer ou non au problème à résoudre. Ici, s'agissant de conceptualisation et non de résolution de problèmes, deux niveaux nous suffiront.

2- LA SÉQUENCE.

La séquence d'enseignement à laquelle nous nous référons ici se situe à l'intérieur d'une séance de formation de candidats au concours de professeur des écoles, d'une durée de deux heures, réalisée sur le site IUFM de Bourges en novembre 2000[5] L'objectif principal de cette séance était de mettre en évidence, pour les étudiants, l'existence des deux paradigmes géométriques évoqués plus haut, à l'occasion d'un débat suscité par une tâche relevant du méta 1 qui demandait, à propos d'un problème particulier, de réfléchir sur les moyens susceptibles d'apporter la réponse à une question. Nous suivons en cela Dorier *et al.*, qui préconisent de poser des questions relevant du méta, éventuellement mal formulées, de façon à modifier le contrat habituel et à faciliter la dévolution du problème à ce niveau [Dorier *et al.* 1993].

Les PE1, d'abord individuellement, puis regroupés par équipes de quatre, avaient à résoudre le problème suivant, en environnement papier-crayon :

Tracer une droite d. On appelle O *un point de cette droite.*
Tracer le cercle C_1 *de centre* O *et de rayon* 2*. Ce cercle coupe la droite d en deux points* A *et* B.
Tracer le cercle C_2 *de centre* O *et de rayon* 4*.*
Tracer le cercle C_3 *de centre* A *et de rayon* 4,5*. Ce cercle coupe le cercle* C_2 *en deux points* C *et* D.
Comment pouvez-vous faire pour savoir si la droite (CD) *est, ou non, la médiatrice du segment* [AB] *?*

Notons que le type de tâche ici défini consiste uniquement à lister un ou plusieurs moyens permettant de "savoir", c'est-à-dire de lever l'incertitude sur la réponse (oui / non) à la question : (CD) est-elle médiatrice de [AB] ? Il ne s'agit donc pas de "prouver" la véracité de l'une des deux réponses possibles, donc de résoudre le problème. Or, pour beaucoup de groupes (dont les deux que nous allons voir dans la suite), l'affiche ne répond pas *stricto sensu* à la question posée mais expose en détail, au niveau géométrique, <u>un moyen</u> de savoir (qui en l'occurrence apparaît comme une démonstration de G2).

N.B. : Quatre versions de ce problème étaient réparties dans les différents groupes (une même version par groupe). Ces versions différaient uniquement par leurs données numériques (les rayons des trois cercles) : dans deux cas (versions B et D), la droite (CD) passait par le point O, et dans les deux autres (versions A et C) elle passait "presque" par O.

La consigne est que chaque groupe produise une affiche en réponse à la question posée. Au bout de 45 minutes, les affiches sont réalisées ; elles sont alors apposées sur divers murs de la salle, et l'enseignant détermine implicitement l'ordre de passage qui, selon lui, a les meilleures chances d'engendrer un débat fructueux parmi les étudiants. Puis le même scénario va se dérouler pour chaque groupe :

- un membre du groupe vient commenter l'affiche réalisée collectivement
- un débat s'engage au sein de la classe
- à la fin de ce débat, le professeur en fait une synthèse.

[5]Cette séquence est un peu différente de celle mise en œuvre à Orléans et détaillée dans [Parzysz 2002].
.

La consigne pour le débat est précisée par le professeur (codé P):

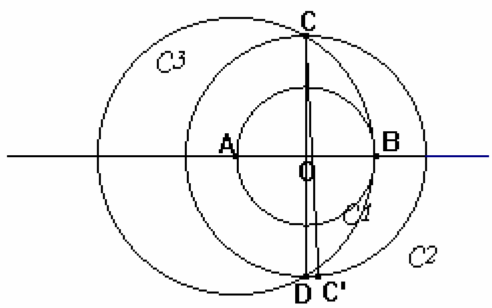
P : *Ce que vous présentez, ce n'est pas votre solution contre celle qui est affichée. Ce que vous présentez, c'est une discussion sur le produit qui vous est donné. C'est-à-dire, si à un moment donné vous avez des remarques à faire, eh bien vous les faites sur le produit. Mais vous ne donnez pas votre solution, votre produit à vous.*

Nous avons choisi ici de présenter la partie de la séquence étudiée correspondant au passage de deux groupes successifs (le groupe 4, puis le groupe 2) ; ces deux groupes ont travaillé sur la version A du problème, c'est-à-dire avec le triplet de valeurs numériques (2 / 4 / 4,5)[6]. Les étudiants ayant à produire des moyens pour "savoir", on peut s'attendre à ce que le débat s'oriente plus ou moins rapidement vers la valeur de preuve de ces moyens, et donc se situe le plus souvent au niveau méta. La question est donc de savoir s'il se cantonnera constamment au niveau méta 1 (celui de la consigne), s'il reviendra au niveau géométrique (exposé d'une solution au problème spécifique) ou s'il atteindra le méta 2 (discours sur la preuve dans les paradigmes géométriques), niveau qui est visé par le dispositif didactique.

Nous nous intéresserons plus précisément, dans ce qui suit, à un aspect particulier du débat : les passages d'un niveau à un autre (géométrique / méta 1 / méta 2) et les éléments déclenchants.

3- LE DÉBAT DU GROUPE 4.

Affiche



Soit le cercle C_3 *de centre* A *et les points* D *et* C *qui appartiennent à* C_3.

Alors [AD] *et* [AC] *sont 2 rayons de* C_3. *Donc* ADC *est un triangle isocèle en* A.

Soit O *le milieu de* [AB]. *Par la symétrie de centre* O *:*

$S_O(A) = B$

$S_O(C) = C'$

Donc C' *et* D *ne sont pas confondus et* AD = BC' *mais* AD ≠ BD.
Par conséquent D *n'est pas équidistant de* A *et de* B *et* (DC) *n'est pas la médiatrice de* [AB].

[6] C'est la version présentée plus haut

L'examen de l'affiche du groupe 4 a fait apparaître au professeur une faille dans la démonstration (*"Donc C' et D ne sont pas confondus"*), et plus précisément une CSP : l'affirmation que les points C' et D sont distincts repose uniquement sur l'observation du dessin réalisé.

Une étudiante[7]du groupe 4 (F4) vient présenter l'affiche de son groupe, en détaillant certains points (niveau géométrique). C'est en particulier le cas pour la fin du texte, où se trouve précisément la CSP (004)[8] :

F4 : *Ici donc, on a dit que C' était différent de D, et étant donné que AD était égal à BC' et que AD est différent de BD, le … D n'est pas équidistant de A et de B, donc DC n'est pas la médiatrice de AB.*[9]

C'est une autre étudiante (F2) qui pointe la faille résultant de la CSP (le point C' est distinct du point D) dans la démonstration (006-007), passant ainsi clairement au méta 1 :

F2 : *Là, ce que vous démontrez, c'est encore par rapport au dessin. Votre symétrique, c'est encore par rapport au dessin. Si votre dessin est un peu mal fait, si vous bidouillez, ça peut retomber dessus.*

F4 atteste de sa bonne foi, mais d'autres étudiants (H1, F5) renchérissent alors, et F2 récuse finalement cette démarche en tant que démonstration (013) :

F2 : *Tu démontres rien, tu le démontres pas !*

Le professeur rebondit sur cette affirmation pour tenter d'orienter le débat vers le méta 2, mais F2, restant dans le méta 1, pousse son idée jusqu'à sa conséquence ultime (014-015) :

P : *Oui, mais … Faut-il démontrer ? Ou est-ce que ça suffit ?*

F2 : *On voit sur la figure, donc à la limite on n'a qu'à dire, sans utiliser la symétrie, C' … et … enfin…*

Même si cette dernière phrase est incomplète, son sens est on ne peut plus clair : si une validation perceptive est suffisante, toute démonstration est en effet inutile.

Le débat semble retomber ; aussi, pour le relancer, le professeur indique la technique de G1 utilisée par le groupe 4 et interpelle ce groupe (016-021) :

P : *Vos camarades ont même pris une précaution que je vais ajouter, c'est qu'ils ont agrandi leur dessin, hein. (…) Alors, est-ce que ça vous apporte quelque chose de l'avoir agrandi ?*

F4 : *Oui, parce que sur le dessin initial la différence de tracé entre CC' et CD était … Ca allait de même pas un millimètre. (…) Mais en agrandissant l'écart s'est considérablement agrandi, donc là ça vient pas de la construction … Enfin … Je veux dire … Ça vient pas de l'imprécision des tracés, ça vient bien de la construction qui fait que CC' et CD ne sont pas confondus.*

---

[7] Dans les extraits du protocole qui seront présentés, les étudiantes (resp. les étudiants) seront identifié(e)s par la lettre F (resp. H) suivie d'un numéro correspondant à leur ordre d'"entrée en scène" dans la séance.

[8] Les nombres à trois chiffres entre parenthèses renvoient à la numérotation des actes de parole dans le protocole de la séquence.

[9] Un implicite de ce passage est que BC' est différent de BD, ce qui pourrait être justifié en se basant, d'une part sur le fait que C' est distinct de D, et d'autre part sur le fait que ces points n'appartiennent pas à un même cercle de centre B (étant donné qu'ils sont sur un même cercle de centre O).

F4 commet un lapsus –qu'elle rectifie immédiatement– en disant "construction" au lieu de "tracé" ; elle oppose ainsi "construction" et "tracé", ce qui pourrait permettre au professeur d'amorcer un nouveau débat relevant du méta 2 (Qu'est-ce qu'une *construction* en géométrie ?) et ayant également trait aux paradigmes géométriques. Mais il n'en fait rien et renvoie vers F2, qui n'est toujours pas convaincue. Puis il oriente de nouveau le débat vers le méta 2 en reposant comme ci-dessus, de façon générale, la question de la validation perceptive (022-029) :

P : *Et malgré ça, ta camarade ne reçoit toujours pas ton argument.*

(…)

F2 : *On le voit sur la figure, mais …*

P : *Et voir sur la figure, ça ne te suffit pas ?*

Cette fois, le méta 2 est repris par une (nouvelle) étudiante, F5, qui intervient pour poser la question du contrat (méta 2) ; F4 se sent confortée, mais F2, se situant résolument dans G2, précise le rôle que peut y jouer le dessin. Puis on revient au méta 1, par F6 qui rappelle la consigne (030-037) :

F5 : *Ça suffit. Mais en fait, en mathématiques on nous demande toujours de démontrer, hein ? (…) Est-ce qu'on a le droit de se baser sur le dessin, à ce moment-là ?*

F4 : *Si on nous dit qu'on a le droit, alors …(…)*

F2 : *On peut peut-être se baser sur le dessin pour dire d'abord, oui ça l'est, ou non, ça ne l'est pas. Ce qui nous permet après de le démontrer, c'est-à-dire de démontrer que ça l'est ou que ça ne l'est pas.*

F6 : *Moi je … Moi j'crois que ça dépend de la façon dont on comprend la consigne. On nous demande pas de démontrer, donc ça peut très bien être suffisant.*

Le professeur suit F6 et précise la question initialement posée (méta 1), à laquelle répond F4 (méta 2 ?). Il essaie alors de la provoquer en déformant sciemment son propos, mais celle-ci –soutenue par F7– ne s'en laisse pas conter (039-042) :

P : *On vous demande quand même de répondre à une question, hein ? C'est, comment faites-vous pour savoir.*

F4 : *Ça peut être une explication, le dessin, pour savoir.*

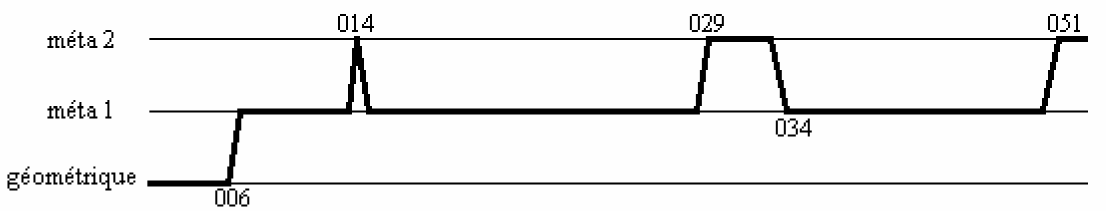
P : *Le dessin sera l'explication ?*

F7 : *Non, mais ça peut être. Je ne sais pas, ça peut être une façon commode, de regarder sur le dessin pour savoir.*

Le professeur coupe alors court à la discussion et en opère une synthèse qui, partant du méta 1 (pointage de la CSP), aboutit au méta 2 (fonctions possibles du dessin) (048-051) :

P : *On vient d'entendre, donc, le deuxième groupe, avec quand même quelque chose par rapport au discours qu'on avait tout à l'heure, qui était que, finalement, vos camarades ont tout de même essayé de faire des démonstrations, hein ? Ça il faut le noter. Essayé. À chaque fois il y a eu, à un endroit dans la démonstration, une utilisation du dessin. Et c'est ça qui est actuellement en discussion, c'est-à-dire, est-ce qu'on peut, ou est-ce qu'on ne peut pas, utiliser le dessin ? Et il semblerait, d'après les productions qu'on a vues là, c'est que, lorsque le dessin est très clair, hein ? … est très* *clair, il y en a qui ont le sentiment qu'on pourrait peut-être s'en servir. Et peut-être même pour dire non, d'ailleurs.*

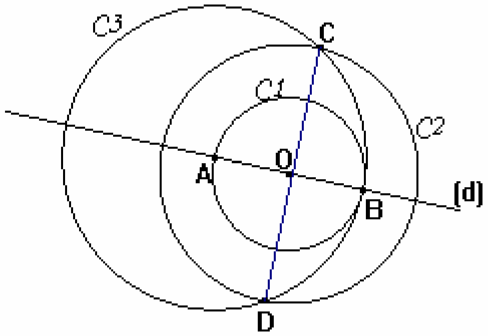
Sur la base de ce premier extrait, on peut construire le schéma ci-après :



On voit que le changement de niveau peut éventuellement résulter d'une discussion entre les seuls étudiants : le repérage de la CSP par F2 fait dès le départ, passer du géométrique au méta 1 par la mise en évidence du "mélange des genres", c'est-à-dire d'une intrusion (involontaire) du perceptif dans un texte qui prétend, selon ses auteurs, au statut de démonstration. Mais il peut aussi provenir du professeur, de son seul fait (en 014 et en 051) ou à la suite d'une phrase d'un(e) étudiant(e) –F2 en 028– qu'il reprend au vol sous la forme d'une question (en 029), entraînant à sa suite une autre étudiante (F5 en 031).

4- LE DÉBAT DU GROUPE 2.

Affiche



Définition de la médiatrice de [AB]

C'est l'ensemble des points équidistants de A *et de* B

Cette droite est ⊥ [AB] *et la coupe en son milieu* O.

C *et* D *st sur* C_3 *de centre* A *; ils st donc à égale distance de* A : AC = AD.

O *est le centre de* C_1 *et* [AB] *est un* ∅ *de* C_1*, donc* OA = OB.

→ B *est la projection de* A *par rapport à* O *donc, comme on a* AC = AD*,* *on a* BC = BD.

Donc ACBD *est un quadrilatère où on a* AC = CB = BD = DA.

On en déduit que ACBD *est un losange.*

D'après cette propriété, ses diagonales CD *et* BA *se coupent en leur milieu ;* O *étant le milieu de* [AB]*, O est aussi le milieu de* [CD]. *Et ses diagonales sont* ⊥.

Donc (CD) *médiatrice de* [AB].

N.B. : On voit qu'un problème de terminologie apparaît dans cette affiche : il convient en effet de lire "symétrique" au lieu de "projection". Ce point fera d'ailleurs l'objet d'un débat que nous n'évoquerons pas ici.

Ce texte comporte deux CSP, reposant toutes deux sur l'appréhension perceptive du losange ACBD :

- la première (CSP1) aux lignes 6-7 ("comme on a AC = AD, on a BC = BD) ; ceci suppose en effet que la droite (CD) passe par O, ce qu'il s'agit précisément de prouver ou d'infirmer ;

- la seconde (CSP2) à la ligne 8 : des égalités AC = AD et BC = BD on ne peut déduire AC = CB = BD = DA sauf à supposer que ACBD est un losange, ce qui est justement le but de cette partie de la démonstration. La façon dont se présente cette triple égalité révèle d'ailleurs qu'elle ne dérive pas des deux égalités précédentes : en fait, elle provient d'un parcours dans le sens des aiguilles d'une montre autour du quadrilatère ACBD.

On aura également remarqué -c'est important pour la suite- que, les données numériques étant ici les mêmes que pour le groupe précédent, la conclusion du présent groupe est néanmoins opposée : alors que le groupe 4 avait conclu par la négative, le groupe 2 conclut par l'affirmative.

Contrairement au débat précédent, le niveau méta apparaît ici dès le début, lors de la présentation de l'affiche par F8 (053-057) :

F8 : *Alors, on n'a pas fonctionné par…*
Enfin, on a fait le dessin pour voir, mais on a essayé de le démontrer.
Je ne sais pas si on arrive à lire, mais c'est souligné là.
On n'est pas tous d'accord sur ce qu'on a fait, mais peut-être qu'on n'a pas eu assez de temps …

F8 prend du recul en pointant un désaccord persistant au sein du groupe, au sujet précisément de la partie de la démonstration qui correspond à la CSP1 (méta 1). Puis elle expose cette démonstration (058-065), en faisant part de ses doutes (060-063) :

F8 : *Et alors, c'est là qu'on n'est pas tout à fait d'accord.*
On a dit que, comme AC était égal à AD, quand on projette … B est la projection de A par rapport à O, donc comme on a AC égale AD, on a BC égale BD.
Je n'sais pas ce que vous pensez d'ça …
Et après on se sert de ça pour dire qu'on a un quadrilatère avec quatre côtés égaux qui est un losange.

Le professeur feint d'accepter cette démonstration comme telle, sans doute dans l'espoir de susciter ainsi une réaction analogue à celle qui était apparue lors du débat du groupe précédent (066-069) :

P : *Alors ? Voilà une démonstration, non ? Ils n'utilisent pas le dessin.*

F8 : *Et on n'utilise pas le dessin.*

P : *Et qui n'utilise pas le dessin.*

La réaction vient bien, mais cette fois de la part d'un membre du groupe 4 (F9) ; celle-ci se situe bien au niveau méta 1, mais sans doute pas dans la direction que le professeur attendait (*i.e.* le rejet de la démonstration présentée), car ce que pointe F9, ce sont les conclusions opposées auxquelles sont parvenus les deux groupes, à partir du même problème. F8 lui répond en récusant la preuve perceptive (méta 2 ?), enjeu du débat précédent (070-074) :

F9 : *Quant à nous … Et en fait on avait fait une démonstration, et c'est en faisant le dessin et en agrandissant qu'on s'est aperçu que ça ne tombait pas juste.*

F8 : *Nous, ça ne tombe pas forcément juste non plus, mais on a décidé que le dessin, ça ne permettait pas de …*

F9 : *Mais si tu veux, nous on avait la même démonstration, et le dessin nous prouvait qu'on avait faux, alors …*

F8 : *Mais je ne crois pas que le dessin prouve.*

Le professeur semble ignore cette discussion entre F8 et F9, qui est pourtant au cœur de la question, F9 se situant dans G1 tandis que F8 se place dans G2[10]. Il relance le débat vers la démonstration du groupe 2 (méta 1). Deux étudiantes (F2 et F9) s'appuient alors sur celle du groupe 4 pour récuser celle-ci (078-0086) :

P : *Alors, ils se sont basés sur le dessin, ou pas ?(…)*

F9 (en direction de F8) **:** *Vous l'avez respecté ? Vous l'avez grossi ? Parce que nous, en le grossissant, eh ben je ne sais pas, alors …*

F2 : *Oui, en fait, là, en construisant, ça l'est pas. Le problème c'est qu'ils montrent que ça l'est, et qu'en fait ça l'est pas.*

F9 : *Je ne sais pas si ça ne l'est pas, mais nous, je sais qu'on l'a refait plusieurs fois, et qu'en fait ça l'est pas.*

N.B. : Le nœud de la situation est exprimé de façon limpide par F2 (toujours elle) : *"Le problème c'est qu'ils montrent que ça l'est, et qu'en fait ça l'est pas"*. Cette situation inhabituelle est extrêmement intéressante, en ce sens que l'opposition validation perceptive *vs.* démonstration tourne à l'avantage de la première du fait des failles de la seconde (les deux CSP). Elle débouche sur la question de leurs fonctions respectives : l'agrandissement du dessin permet effectivement de savoir si (CD) est médiatrice de [AB], mais il ne permet pas de savoir pourquoi il en est ainsi. Nous verrons bientôt que F2 pressent toutefois que la clé du dilemme réside dans les dimensions respectives des trois cercles, mais sans identifier "Pythagore" (G2).

Arrivé à ce point, le professeur résume la situation en opposant les deux modes de validation (ce qui pourrait permettre de passer au méta 2) (093-094) :

P : *On est quand même très embêté, parce qu'il y a un groupe qui nous a répondu oui et l'autre non. L'un s'appuie sur le dessin, l'autre s'appuie sur une démonstration. Est-ce que la démonstration tient la route ? Voilà ma question.*

Mais il oriente (en restant au niveau méta 1) le débat vers la question de la validité de la démonstration du groupe 2, qui est celle que, semble-t-il, il visait depuis le début, après avoir repéré les CSP sur l'affiche. S’ensuit une discussion au cours de laquelle F2 va effectivement invalider la démonstration présentée par F8, grâce à l’évocation gestuelle d’une "figure" tenant lieu de contre-exemple (097-102) :

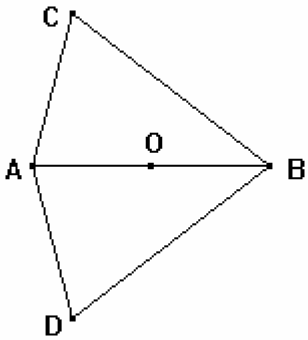
F2 : *Le problème, si D il est, admettons, tout à fait à gauche, on aura aussi AC égale AD, mais C sera pas du tout le …*

F8 : *Ouais, ça se base sur ce qu’on a fait avant, tu ne peux pas avoir D complètement à gauche avec ce qu’on a fait avant, c’est pour ça qu’on prend … En fonction de ta construction, tu ne peux pas avoir D à l’autre bout puisque (…)*

[10] F8 se situe en outre au niveau méta 2.

F2 : *Il peut être totalement par là* (geste du bras gauche tendu vers la gauche), *l'autre là* (geste du bras droit tendu vers le haut), *par rapport à d.*

N.B. : Les gestes de F2 évoquent en fait la position suivante des points C et D par rapport à la droite (AB)[11] :



Cette intervention, pour pertinente qu'elle soit, n'emporte pas la conviction[12] et le débat semble alors s'enliser, les étudiantes campant sur leur position. En particulier, F9 pointe à nouveau la contradiction entre les réponses des groupes 4 et 2. Suite à une réflexion de F8, qui passe au méta 2 (en 116 : *"Est-ce qu'on peut comparer une démonstration par rapport à un dessin ?"*), le professeur décide cette fois d'intervenir à ce niveau, en hiérarchisant explicitement les deux types de preuve considérés (120) :

P : *Vos camarades disent, vous, vous étiez sur le dessin, donc c'est lié à votre œil, à des conditions de dessin, à la précision du dessin,* et cætera. *Tandis que nous, on a la réponse qui est assise sur une démonstration, et parce qu'elle est assise sur une démonstration elle est forcément meilleure que la vôtre, elle dit la vérité mieux que la vôtre.*

La position ainsi résumée est difficilement tenable, car à l'évidence c'est la preuve perceptive qui "dit la vérité" (celle de G2 aussi bien que celle de G1). Aussi le débat retourne-t-il tout de suite au méta 1 : F12 propose de chercher une *"troisième démonstration"* qui départagerait les deux précédentes, puis H2 repère la CSP 2 (en 136 : *"Le problème c'est pour arriver au losange"*). Et c'est alors qu'un mini-incident apparaît, lorsque H2 redemande la parole (145-149) :

P : *Oui, tu voulais dire quelque chose ?*

H2 : *Non, j'revenais à ce qu'on avait fait, c'est-à-dire … On avait fait comme ça, et ensuite on a vérifié avec le théorème de Pythagore.*

P : *Ah, ah, ah. Oui,toi tu …* (geste pour évacuer cette intervention)

H2 : *J'ai pas eu le droit de dire ce que j'disais.*

---

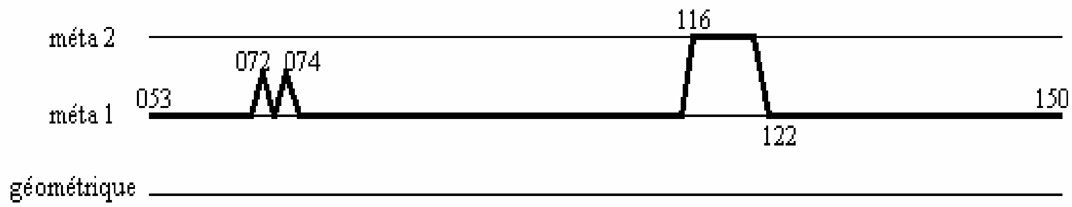
[11] On s'aperçoit ici que l'importance du triplet de données numériques (qui rendrait possible une orientation vers "Pythagore") n'est pas explicitée : en effet, la situation ci-dessus pourrait être obtenue, soit en augmentant le rayon de C_2, soit en réduisant celui de C_3, mais cette idée ne vient pas à F2, qui reste dans le qualitatif.

[12] On ne peut s'empêcher d'imaginer ce qu'aurait pu devenir cette explication dans un environnement de géométrie dynamique, dans lequel il suffit de faire varier le rayon d'un cercle pour faire apparaître que (CD) ne passe pas par O.

Si le professeur fait taire M2, c'est qu'il a bâti la phase de débat autour d'un ordre imposé pour les affiches, de façon à ne faire apparaître le "juge de paix"[13] que constitue "Pythagore"[14] que dans les dernières affiches discutées. L'intervention de M2 risque donc de court-circuiter sa démarche, et c'est pourquoi il la récuse. Il se contente enfin de donner une "conclusion" provisoire (150) :

P : *Bon , donc on en reste là, c'est indécidable ? Eh bien, c'est indécidable. Merci.*

On obtient cette fois le schéma suivant



:

On voit que le méta 2, même s'il vient très tôt dans ce second débat, n'apparaît finalement que très sporadiquement :

- peut-être une première fois (?) par F8 en 072 et 074 : *"Je ne crois pas que le dessin prouve"* (mais, dès 078, le professeur ramène le débat dans le méta 1) ;

- une seconde fois, toujours grâce à F8, en 116 : *"Est-ce qu'on peut comparer une démonstration par rapport à un dessin ?"* (cette fois, le professeur lui emboîte le pas en explicitant le problème, mais c'est la classe qui ne suit pas et revient au méta 1).

CONCLUSION

En conclusion, les deux mini-débats étudiés ici montrent que, si une situation basée sur un problème de géométrie dans lequel la perception risque de provoquer des CSP, et dont la consigne se situe dans le méta 1, permet effectivement de susciter chez les PE un débat à ce niveau, il n'est pas si évident que ce débat accèdera, à un moment ou à un autre, au méta 2, même si c'est là l'intention de l'enseignant. Et nous avons vu également que, lorsqu'il a lieu, le passage au méta 2 est le plus souvent dû aux étudiants − avec ou sans "coup de pouce" du professeur qui relance −, mais qu'il n'est cependant pas assuré ; il serait donc intéressant d'en identifier des sources de succès ou d'échec, tant chez les étudiants que chez le professeur. D'autre part, même si le débat accède au méta 2, il risque fort de revenir rapidement au méta 1, et s'il parvient à s'y maintenir, il faudrait pouvoir évaluer son impact, à court et moyen terme, sur les étudiants, et en particulier s'intéresser aux questions liées à l'institutionnalisation de ces métaconnaissances géométriques (nature, forme, moment…). Mais la condition première serait qu'un tel enseignement ne se cantonne pas à des séances ponctuelles et soit étalé sur toute la durée de la formation, car les représentations individuelles n'évoluent que très lentement. En effet, *"la perspective est celle du temps long : les interventions ne se conçoivent que sur une certaine durée, ne serait-ce que pour établir les changements d'habitude qu'elles impliquent pour les élèves"* [Robert & Robinet 1993 p. 32].

[13] Comme il le dira plus tard.
[14] C'est-à-dire, selon le cas, le théorème (sous la forme contraposée) ou sa réciproque.

BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1998) : *La théorie des situations didactiques*. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (1999) : L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, in *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol. 19 n° 2, pp. 221-266..

Colmez, F. & Parzysz, B. (1993) : Le vu et le su dans l'évolution des dessins de pyramide, du CE2 à la seconde, in *Espaces graphiques et graphismes d'espaces* (dirigé par A. Bessot et P. Vérillon), pp. 35-55. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Dorier, J.-L. (1992) : *Illustrer l'aspect unificateur et simplificateur de l'algèbre linéaire*. Cahier de DIDIREM n° 14. Université Paris-7.

Dorier, J.-L., Robert, A., Robinet J., Rogalski, M. (1993) : L'enseignement de l'algèbre linéaire en première année. Nouveaux problèmes, nouvelles méthodologies, in *Actes du colloque de l'ARDM*.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (1998) : Géométrie et paradigmes géométriques, in *Petit x* n° 51, pp. 5-21.

Legrand, M. (1993) : Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse, in *Repères-IREM* n° 10, pp. 128-153.

Parzysz, B. (2002) : Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1, in *Actes du 28ème colloque COPIRELEM (Tours , juin 2001)*, pp. 99-110. Ed. Presses Universitaires d'Orléans.

Parzysz, B. (2003) : Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1, en environnements papier-crayon et informatique, in *Actes du 29e colloque COPIRELEM (La Roche-sur-Yon, juin 2002)*, pp. 85-92. Ed. IREM des Pays de Loire.

Parzysz, B. & Jore, F. (2004) : Le rapport à la géométrie des futurs professeurs des écoles, in *Actes du colloque "Quelles géométries au collège ? Geste physique, geste virtuel, geste mental ? " (La Grande Motte, juin 2001)*, pp. 107-118. Ed. IREM de Montpellier.

Robert, A. & Robinet, J. (1993) : *Prise en compte du méta en didactique des mathématiques*. Cahier de DIDIREM n° 21. Université Paris-7.

Schoenfeld, A. (1985) : *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.

Tenaud, Isabelle (1991) : *Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C : enseignement de méthodes et travail en petits groupes.* Thèse université Paris-7. Ed. IREM Paris-7.

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES : UNE ÉTUDE LONGITUDINALE AU CE1

Rémi Brissiaud

MC de psychologie cognitive

IUFM de Versailles - CNRS FRE 2627 Cognition et usages

Résumé : six types de problèmes arithmétiques (3 additifs et 3 multiplicatifs) ont été proposés une première fois en octobre et une seconde fois en juin à 110 élèves de CE1 dans 2 versions dont les énoncés ne diffèrent que par les nombres utilisés. Pour chaque type de problème, l'une des versions est bien réussie dès octobre alors que l'autre (parfois, celle où les nombres sont les plus petits !) est massivement échouée. Pour rendre compte de manière précise de la difficulté des principaux problèmes, les typologies avancées par G. Vergnaud sont donc insuffisantes. Par ailleurs, la méthodologie utilisée permet de différencier deux dimensions du progrès des élèves : l'une de nature générale (ils comprennent mieux les énoncés, etc.) et l'autre de nature conceptuelle. Les résultats obtenus montrent qu'il ne suffit pas de résoudre des problèmes pour conceptualiser les opérations arithmétiques car il importe de théoriser ces résolutions. Or, les nouveaux programmes de l'école ne le soulignent guère !

L'auteur n'a pas souhaité rédiger l'article mais a voulu que le lecteur se tourne vers sa bibliographie

Bibliographie

Brissiaud, R. (à paraître). La résolution de problèmes arithmétiques : une étude longitudinale au CE1. *Actes 2003- 2004 du Séminaire National de didactique des mathématiques. xd*

Brissiaud, R. (2004). Allégements de programmes et échec scolaire. *Cahiers pédagogiques*, 59, n°427, 23-25

Brissiaud, R. (2004). Allégements successifs des programmes en mathématiques : une légèreté didactique ? *site de la Société Mathématique de France*, http://smf.emath.fr/Enseignement/TribuneLibre/

Brissiaud, R., & Sander, E. (sous-presse). Conceptualisation arithmétique, résolution de problèmes et enseignement des opérations arithmétiques à l'école : une étude longitudinale au CE1. *Acte du Colloque « Les processus de conceptualisation en débat : Hommage à Gérard Vergnaud »*. Clichy-La Garenne. 28-31 Janvier 2004. 10 pages.

STRATÉGIES ET GESTES PROFESSIONNELS DE PROFESSEURS DES ÉCOLES DÉBUTANTS ENSEIGNANT DANS DES ÉCOLES DE MILIEUX DÉFAVORISÉS : UN ENJEU POUR LES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES

Butlen Denis, maître de conférences,
IUFM de Créteil, Bonneuil, France,
denis.butlen@creteil.iufm.fr,

Mots clés : gestes professionnels, routines professionnelles, pratiques enseignantes, i-genre, Zone d'Education Prioritaire, professeurs des écoles, mathématiques, didactique des mathématiques

Résumé : à partir de deux exemples, nous caractérisons ce que nous appelons gestes et routines professionnels. Il s'agit de régularités intrapersonnelles qui permettent au professeur des écoles de réaliser au quotidien ses choix généraux et ses stratégies d'enseignement. Gestes et routines sont associés à des catégories de pratiques que nous avons identifiées par ailleurs. Cette catégorisation s'appuie sur l'observation de dix professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des écoles de ZEP très défavorisées.

Cette communication développe un aspect d'une recherche collective portant sur les pratiques professionnelles de professeurs des écoles. Nous avons comparé les pratiques de trois professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques dans des classes scolarisant des élèves issus de milieux socialement très défavorisés à celles de sept de leurs collègues plus anciens enseignant dans des conditions analogues[1].

Les observations ont été faites sur une longue durée (au moins deux années scolaires). Nous nous sommes inspirés de la méthodologie élaborée par Robert et Rolgalski (2000) pour analyser les données recueillies. Nous avons mis en évidence des régularités intra mais aussi interpersonnelles. Nous avons également élaboré une première catégorisation des pratiques observées. Nous avons pour cela emprunté en l'adaptant à notre objet de recherche la notion de genre à Clot (1999).

Trois i-genres

Un de ces i-genres[2] est très majoritaire ; il regroupe en effet sept des dix professeurs observés. Il se caractérise par des scénarii d'enseignement faisant une part importante à la présentation collective des activités, par des phases de recherche individuelle très courtes, voire inexistantes, par une individualisation très forte des parcours cognitifs et des aides apportées par le professeur. Cette individualisation systématique des activités proposées comme du

[1] Cette recherche est le résultat d'un trvail collectif collective (Butlen, Peltier, Pézard, Masselot, NGono 2002, 2004)

[2] La notion de i-genre nous permet de décrire comment le professeur des écoles réalise sa mission d'instruction (transmettre des savoirs disciplinaires notamment), la notion de e-genre nous permet de décrire la manière dont il remplit sa mission d'éducation.

traitement des comportements se traduit par des activités algorithmisées, parcellisées, par un découpage des tâches en tâches élémentaires. Elle s'accompagne au quotidien d'un abaissement des exigences de la part du maître. Les phases de synthèse, de bilan et d'institutionnalisation sont quasi inexistantes.

Un deuxième i-genre regroupant deux enseignants (non débutants) est proche du premier mais s'en distingue notamment par la part accordée aux présentations collectives des activités. Elles sont quasi absentes.

Un troisième i-genre, très minoritaire (un professeur sur les dix observés) se distingue des deux autres par des scénarii basés sur des problèmes engageant les élèves dans une recherche et comportant quasi systématiquement des phases de synthèse, de bilan et des institutionnalisations locales ou plus générales. Les apprentissages comme les comportements sont traités collectivement.

Des gestes et des routines professionnels caractéristiques de i-genres

Étudions un premier exemple de deux routines différentes mises en œuvre par le professeur des écoles du i-genre très minoritaire enseignant les mathématiques en milieu difficile. Cette analyse permet de comprendre comment il réussit à mettre en œuvre, dans des conditions analogues, des stratégies très différentes de celles de ces collègues.

Un premier exemple : la gestion des phases de synthèse en vue d'une institutionnalisation

Il s'agit de décrire l'activité du professeur lors de la gestion des phases de synthèse et de bilan.

La situation

Le problème proposé aux élèves est le suivant :

“ Les Dalton ont enlevé le chien de Lucky Luke qui doit payer une rançon en pièces de 10F. Combien de pièces de 10 francs chacun des Dalton aura-t-il ? Averell veut 260 F. Jack veut 860 F. William veut 1500 F. Joe veut 2000 F. ”

C'est un problème de numération présenté dans un contexte très particulier, celui de la monnaie qui peut cacher la notion mathématique visée. En effet, nous pouvons penser que le maître attend des élèves l'activité mathématique suivante : traduire la question “ Combien de pièces de 10 francs chacun des Daltons aura-t-il ? ” en la question plus décontextualisée “ Combien de dizaines y-a-t-il respectivement dans 260, 860, 1500 et 2000 ? ”. L'activité visée nécessite donc une première décontextualisation suivie d'une recontextualisation afin de répondre à la question posée en terme de pièces de 10F. Une seconde décontextualisation s'effectue ensuite lors de l'institutionnalisation quand le professeur reprend et généralise cette première décontextualisation. Des exercices de réinvestissement faisant recours ou non au contexte particulier de la monnaie sont ensuite proposés. Notons toutefois que le contexte permet à certains élèves d'apporter une réponse exacte à la première question posée sans pour autant avoir mobilisé les connaissances de numération attendues.

La routine et les gestes professionnels mis en œuvre

Étudions comment le professeur gère les différents niveaux de réponses des élèves.

Après une phase de recherche d'une quinzaine de minutes, nous avons observé onze productions d'élèves (travaillant par binôme) correspondant à six procédures différentes dont deux erronées.

8 élèves sur 22 seulement mobilisent plus ou moins explicitement des connaissances liées à la numération. Leurs réponses restent dans le contexte du problème, celui de la monnaie.

Les analyses des nombreuses observations, confirmées par les entretiens qui ont suivi montrent que l'organisation des phases de synthèse et d'institutionnalisation est très stable. Nous avons repéré, de manière répétée, trois types d'activités correspondant à des gestes professionnels différents que nous précisons sur l'exemple particulier choisi.

Lors de la phase de recherche des élèves, Sébastien observe et hiérarchise les productions des élèves afin de décider quels seront les élèves interrogés lors de la phase de synthèse et dans quel ordre. Durant celle-ci, le professeur étaye, si besoin est, les formulations des élèves. Enfin, il organise la phase de synthèse qui débouche sur une institutionnalisation de sa part (non étudiée ici). Détaillons chacune de ces activités et les gestes associés.

Un premier geste : l'observation et le tri des productions et performances des élèves

La première étape consiste en une observation précise des productions des élèves pendant la phase de recherche du problème. Celle-ci est finalisée par le choix des élèves à interroger. Le professeur évalue l'économie et le degré d'expertise de chaque procédure. Il fait un choix parmi les erreurs produites, ne retenant que celles dont une explicitation permet d'améliorer la compréhension collective. Enfin, les élèves interrogés doivent pouvoir, au moins en partie, formuler oralement et par écrit les procédures mobilisées.

Un second geste : l'étayage des formulations des élèves pendant la synthèse

Au cours de la synthèse, les formulations orales des élèves sont très souvent pauvres et correspondent à des niveaux de décontextualisation intermédiaires entre le contexte du problème et le savoir mathématique en jeu. Les interventions des élèves interrogés sont très courtes (en moyenne de 3 à 4 mots). Les phrases sont rarement complètes.

Le plus souvent les formulations orales les plus riches sont produites par les élèves ayant mobilisé les procédures les plus expertes.

Afin de permettre la compréhension des procédures exposées par les élèves interrogés, Sébastien s'appuie en général sur des écrits. Les élèves doivent rédiger et justifier leur démarche par écrit. Ces productions sont affichées au tableau lors de la synthèse.

De plus, le professeur reformule les dires des élèves. Cet étayage dépend de la qualité de la formulation de l'élève interrogé. Quand l'élève manifeste de grandes difficultés pour exprimer oralement sa démarche, le professeur intervient davantage. Il complète les quelques mots prononcés par l'élève afin d'énoncer des phrases compréhensibles par tous.

Un troisième geste : l'organisation de la synthèse, vers l'institutionnalisation

Les élèves désignés par le professeur exposent leurs procédures. Cette synthèse est organisée selon trois principes. Le professeur ne prend pas en compte les productions trop difficilement interprétables. L'exposé des procédures est gradué. Il commence par des exemples de non compréhension du problème ; il se poursuit par l'explicitation de procédures plus ou moins économiques ; il se termine par l'énoncé de la procédure la plus experte produite. Enfin, cette synthèse débouche sur l'institutionnalisation de la procédure experte prévue par le maître. Cette dernière reprend la procédure la plus experte produite tout en la replaçant dans un contexte plus général, celui de la numération.

Un ensemble finalisé et cohérent de trois gestes

Tout se passe comme si ces trois gestes permettaient au professeur de construire une histoire fictive des productions des élèves. Cette histoire se fonde sur un exposé ordonné de nouvelles formulations des actions et des propositions des enfants obtenues grâce à une maïeutique. Ces nouvelles formulations restent proches de celles des élèves, mais elles permettent à Sébastien de conclure par une institutionnalisation s'adressant à toute la classe. Le professeur peut ainsi transformer les itinéraires particuliers des élèves en un itinéraire générique acceptable par tous. L'histoire des productions de la classe ainsi reconstruite a pour but de favoriser l'adoption par tous de la procédure experte.

Cet ensemble de gestes professionnels que nous appellerons routines par la suite s'appuie sur une dialectique entre privé, public et collectif. Le professeur observe et choisit les productions privées de certains élèves. Il rend ces démarches publiques en permettant à leurs auteurs de les formuler oralement ou par écrit (sous forme d'affiches). Il leur donne un statut collectif en assurant, par un étayage important, la compréhension de l'ensemble de la classe et en les réorganisant selon leur degré d'expertise. Chaque élève peut ainsi s'approprier individuellement le savoir institutionnalisé. Des exercices de réinvestissement dans un premier temps contextualisés puis décontextualisés (sans référence au contexte de la monnaie) sont ensuite proposés dans le but d'assurer cette appropriation individuelle.

L'analyse des performances des élèves enregistrées lors de ces activités de réinvestissement montre que ce type d'enseignement est assez efficace au moins à court terme pour un nombre significatif d'élèves.

Cette routine n'est sans doute pas spécifique des pratiques des enseignants de ZEP/REP mais elle permet de gérer les difficultés cognitives spécifiques de ce public d'élèves.

Précisons à l'aide d'un second exemple les notions de routines et de gestes.

Un second exemple de routine : l'enrôlement des élèves et les modes de médiation associés

Étudions maintenant comment, en fonction des contenus mathématiques, ce professeur organise lors de la séance l'enrôlement des élèves et les médiations nécessitées par cet enrôlement. Quatre gestes interviennent : une sollicitation constante des élèves, un mode de réponse aux résistances manifestées par les élèves lors de changements de contrat ou de tâches ou de statut de la connaissance, une aide individualisée limitée à la maîtrise de techniques, un étayage important des formulations orales des élèves.

Nous avons évoqué dans l'exemple précédent un de ces gestes, l'étayage des formulations orales des élèves lors des phases de synthèse. Étudions les autres composants de cette routine.

Lors de toutes les séances observées, les élèves sont très sollicités, tant dans les phases collectives que dans les phases de travail individuel, même si leurs interventions sont parfois très courtes. Cette sollicitation constante semble avoir pour but d'entretenir un rythme de travail important. Par exemple, lors de la présentation d'une activité, en six minutes, le professeur intervient individuellement auprès de 20 élèves différents (sur 22). Il maintient ainsi une "pression" qui assure la réalisation au moins partielle de l'activité mathématique visée.

Une gestion adaptée de la résistance forte des élèves aux changements de tâches et de contrat

Les élèves résistent (bruyamment, voire parfois violemment) aux changements d'activités. Le professeur réduit ces résistances par des rappels à l'ordre individuels ou collectifs adaptés aux manifestations des élèves. Ces rappels à l'ordre font partie intégrante d'une gestion globale des comportements, de l'installation et de l'entretien de méthodes de travail : sollicitation constante des élèves, maintien des exigences, rappels des règles de vie collective…

Afin de mieux cerner le mode de gestion des comportements (violents ou au contraire très inhibés) des élèves, nous avons comptabilisé la fréquence et les moments des " rappels à l'ordre " émis par le professeur lors des séances observées. Nous prenons en compte les rappels à l'ordre visant à rétablir le calme et ceux visant à établir une posture d'écoute ou de travail. Ils concernent donc l'écoute des élèves, leur comportement apparent, le niveau sonore, les déplacements… Ils peuvent concerner des élèves particuliers ou la classe dans son ensemble.

Lors de la séance de résolution du problème des " Dalton ", nous décomptons ainsi au moins 65 interventions de ce type qui peuvent être plus ou moins longues (de un mot à plusieurs phrases).

Les moments où ces rappels sont les plus nombreux sont d'une part le début de l'activité mathématique et d'autre part les passages d'un type de tâche à un autre. Ces difficultés de gestion semblent donc liées soit à la dévolution d'une tâche nouvelle, soit à un changement local de contrat accompagnant un changement du statut de la connaissance (passage d'une d'action à une production, à une formulation, à une validation, passage à un réinvestissement suite à une institutionnalisation). En particulier, dans cette séance, les épisodes concernés sont le début de la synthèse des productions des élèves ou la préparation du matériel en vue d'un réinvestissement. L'entrée dans une tâche localement nouvelle semble vraiment difficile à négocier pour le professeur.

Une fois engagés dans la résolution de la nouvelle tâche (recherche, synthèse, réinvestissement), les élèves respectent davantage, du moins apparemment, les règles de vie de la classe. Notons que l'on ne peut pas réduire ces changements de comportement à l'effet d'un engagement dans l'action puisque ces enfants sont capables d'écoute et d'attention lors des phases de bilan et d'institutionnalisation.

Nous faisons l'hypothèse que ces moments de transition nécessitent une intervention fine de l'enseignant. Le nombre et la durée des rappels à l'ordre peuvent s'avérer déterminants : un trop grand nombre ou une durée trop importante risqueraient d'interrompre trop longuement l'activité et rendre plus difficile encore l'entrée des élèves dans l'activité. De plus, une centration trop prononcée du maître sur certains élèves perturbateurs pourrait cristalliser des comportements agressifs. Plusieurs interventions (au moins 9 sur 65) s'adressent ainsi à un élève particulier, élève agité, colérique, assez violent. L'attitude du maître oscille alors entre des rappels à l'ordre et une indifférence feinte face à ces bruyantes manifestations.

Un étayage individualisé limité aux techniques

Un nombre important des interventions du professeur porte sur des aides techniques, des demandes d'explicitations ou des relances d'activités. Ces très nombreuses sollicitations permettent également d'apporter une aide individuelle rapide mais efficace aux élèves en difficulté.

Par exemple, lors d'une séance de géométrie portant sur la notion de rayon du cercle, l'étayage se limitera à l'usage des instruments et laissera une part non négligeable de la résolution des questions mathématiques à la charge des élèves. Les élèves doivent définir le rayon d'un cercle comme la longueur commune aux segments joignant un point du cercle au centre de celui-ci. Pour cela, ils doivent construire plusieurs disques, les découper, les plier plusieurs fois selon différents diamètres et identifier l'invariant en question. Ces actions préalables pourraient interdire aux élèves ne maîtrisant pas suffisamment ces techniques de tracé ou de pliage d'aborder la notion en jeu.

L'étayage se caractérise souvent par un questionnement très serré et rapide accompagné d'aides techniques.

L'analyse des entretiens avec Sébastien nous amène à penser que ce mode de gestion alternant phases collectives et phases individuelles nécessite une implication physique et nerveuse très importante, coûteuse en fatigue pour le professeur. Il lui permet toutefois de maintenir un enrôlement suffisant. Il s'agit à la fois de dévoluer la tâche attendue, de faire entrer grâce à une médiation l'élève dans la tâche, mais aussi de lui faire accepter et réaliser son “ métier d'élève ”. L'analyse du comportement et des productions des élèves lors des séances que nous avons observées le confirme.

La gestion des interactions professeur/élève permet donc à cet enseignant de réaliser son projet d'enseignement, de mettre effectivement en œuvre des choix plus globaux conciliant l'existence d'une recherche individuelle consistante et un étayage suffisant pour éviter des abandons trop nombreux et trop rapides. Les interactions lors de la phase de recherche semblent finalisées par cet objectif.

Cet exemple nous amène à formuler l'hypothèse que la notion de routine (et dans une moindre mesure, celle de gestes) suppose une adaptabilité de l'enseignant qui va de pair avec une automatisation. L'étayage s'adapte à l'activité projetée pour l'élève et au but poursuivi de l'enseignant. Ceux-ci renvoient à des choix plus généraux sur lesquels, nous reviendrons ci-dessous.

Routines et gestes professionnels associés

Lors de nos différentes recherches, nous avons mis en évidence des activités élémentaires appelées gestes professionnels et routines qui participent de la réalisation des processus de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation. Ces processus permettent aux élèves d'accepter la responsabilité des tâches qui leur sont proposées et au professeur de maintenir les élèves dans ces tâches. De plus, les élèves peuvent ainsi reconnaître parmi toutes les connaissances en jeu dans la situation celles qui doivent être retenues et qui ont un statut culturel de savoirs mathématiques.

Ces gestes se construisent avec l'expérience professionnelle. Leur maîtrise permet à un enseignant donné de mettre en actes en temps réel son projet, notamment d'interagir avec ses "vrais" élèves, d'adapter plus ou moins consciemment ses préparations en fonction de la conjoncture, de prendre des décisions d'adapter sa réponse à des changements de surface... Ils permettent au professeur de gérer une classe de situations.

Exposons dans un premier temps un ensemble de caractéristiques communes aux routines et aux gestes professionnels. Dans un second temps, nous expliciterons comment les gestes professionnels s'organisent en routines.

Des caractéristiques communes aux gestes et routines

Une organisation invariante de l'activité du professeur

L'analyse des différentes observations de séances comme les entretiens que nous avons menés avec les professeurs concernés nous ont permis de mettre en évidence des régularités intra personnelles. Elles se caractérisent par une succession d'actions nécessaires à la réalisation par le professeur d'un ensemble organisé de tâches ou un type de tâches (étayage de formulations orales, prise et tri d'informations sur les procédures des élèves, etc.).

Une suite d'actions et de décisions

Tout se passe comme si les actions produites par le professeur, l'étaient dans un temps très court, suite à une évaluation très rapide de la situation, sans effort apparent de réflexion. Nos observations comme les déclarations de l'intéressé le confirment. Les différentes actions semblent s'enchaîner d'elles-mêmes. Le professeur n'a pas besoin de réfléchir à leur succession. Les décisions prises ne nécessitent pas une prise d'informations importante sur le travail des élèves de la part du professeur.

Une mobilisation de connaissances de différents types

De même, le professeur ne convoque pas consciemment les connaissances en réponse au problème à résoudre ; elles semblent immédiatement disponibles. Bien que variées, ces connaissances semblent être pré organisées, reliées entre elles. La convocation d'une connaissance donnée implique la convocation d'autres en fonction de la situation et du but finalisant le ou les gestes mis en œuvre.

Il peut s'agir des connaissances mathématiques nécessaires à l'interprétation des productions des élèves, de connaissances relatives à la communication (entre élèves, entre adulte et élèves). Le professeur utilise également des connaissances relatives aux élèves de sa classe. Les compétences des élèves, diagnostiquées à différentes occasions, prennent une part importante dans la conduite des interactions.

Les interventions de Sébastien semblent aussi reposer sur des certitudes basées sur des représentations.

Adaptabilité

Le professeur semble s'adapter aux changements de surface de la situation, changements qui ne remettent pas suffisamment en cause l'activité des élèves pour en changer la nature (objet, but, organisation générale). Ainsi, Sébastien peut moduler son aide en fonction des difficultés rencontrées par les élèves durant une recherche individuelle, mais celle-ci porte toujours sur des aspects techniques de l'activité.

De même, le professeur lors des phases de synthèse ne peut prévoir dans le détail ce que va dire ou ne pas dire l'élève interrogé. Il interprète rapidement les quelques mots prononcés. Il les replace dans le cadre des observations faites précédemment. Il les complète afin d'énoncer une phrase compréhensible par les autres élèves. Pour traduire la démarche de ce dernier, nous pensons que cette formulation doit rester suffisamment proche de celle de l'élève.

Cela renforce notre hypothèse : pour être efficaces, les gestes et routines doivent donc pouvoir s'adapter à des conditions locales, de surface, non déterminantes pour le fonctionnement du professeur et des élèves. Nous verrons dans la suite que cette adaptabilité caractérise pour une grande part la maîtrise des gestes. Elle renforce leur stabilité.

Une grande part d'implicite

Maîtrisés, ces gestes et routines deviennent transparents pour le professionnel. Ils deviennent difficiles à expliciter. Leur transmission aux débutants se fait davantage sur le mode de la monstration et du compagnonnage.

Des activités élémentaires finalisées par des buts et sous buts

Les caractéristiques précédentes ne suffisent pas à caractériser gestes et routines. Ces activités constituent des unités finalisées par la réalisation d'un but, éventuellement de sous buts. Ces buts ont à voir avec l'activité (projetée ou réelle) de l'élève. Ainsi, la routine de gestion des synthèses mobilisée par Sébastien vise l'explicitation, la reconnaissance et l'acquisition par les élèves de la classe d'une procédure experte. Chaque geste participant de cette routine est lui-même finalisé par un but pouvant se décliner en sous buts : repérer et évaluer les productions des élèves, trier les erreurs dont l'explicitation est susceptible de renforcer la compréhension individuelle et collective, assurer la diffusion de l'information, justifier le choix de telle procédure, etc.

La finalité de l'activité s'ajoute aux autres caractéristiques précédentes pour définir et distinguer les gestes et les routines.

Ce découpage de l'activité de l'enseignant nous semble pertinent pour décrire à la fois une suite d'actions finalisées du professeur, les connaissances mobilisées à cette occasion et pour les mettre en relation avec l'activité correspondante de l'élève. Un découpage plus restreint correspondant par exemple à : “ prononcer une phrase ” ou bien “ interroger un élève ” ou encore “ écrire une phrase au tableau ” ne nous le permettrait pas.

Des gestes organisés en routines

Comme nous l'avons vu dans les deux exemples ci-dessus, les gestes professionnels ne sont pas indépendants les uns des autres. Ils peuvent s'organiser et s'articuler entre eux. Ils constituent alors ce que nous avons appelé des routines qui permettent au professeur de gérer un ensemble de situations finalisées.

Comme les gestes, une routine n'implique pas rigidité ou sclérose. Ce terme permet de décrire un ensemble de comportements se répétant régulièrement. En particulier, une routine, pour perdurer, doit pouvoir prendre en compte des perturbations locales.

La routine est constituée d'activités plus élémentaires qui peuvent être réalisées indépendamment les unes des autres : les gestes. Chacun correspond à la réalisation d'un type de tâches particulier et permet la réalisation d'un but. Dans notre analyse, ils apparaissent tous finalisées par la réalisation d'un même but : celui de la routine. Ce sont donc des gestes professionnels distincts qui participent de la réalisation d'une même activité.

Une routine nous renseigne sur la stratégie globale du professeur. Elle nous semble être l'unité de l'activité du professeur la plus petite qui nous permet de l'identifier (au moins partiellement). Un geste isolé ne donne pas assez d'informations pour cela. Il pourrait être mobilisé par un professeur qui met en œuvre un autre type de stratégie. Il peut aussi être convoqué par d'autres routines.

L'un des gestes intervenant dans notre second exemple de routine, l'étayage des formulations des élèves est caractéristique de cette distinction. L'analyse isolée des parts respectives prise par le professeur et les élèves lors de la formulation des différentes procédures lors des synthèses pourrait laisser penser que le professeur assure à la place des élèves la plus grande part des formulations, qu'il les prive, en anticipant sur leurs difficultés, de cette partie importante de l'activité. Par contre, une mise en relation de cet étayage avec l'ordre des procédures formulées et l'analyse effective des procédures des élèves permet de reconstituer la stratégie du professeur lors de la synthèse. Cette analyse croisée met en évidence un compromis réalisé dans l'action. L'étayage comme l'organisation des formulations lui permet de mettre en relation l'activité mathématique projetée (prévue, potentielle) et les activités réellement réalisées par les élèves.

Les différentes propriétés que nous venons de lister sont proches de celles permettant de caractériser un schème. Geste et de routine peuvent s'interpréter en ces termes.

Les gestes professionnels que nous venons d'exposer correspondent à des régularités intra personnelles repérées en observant différents professeurs des écoles sur un temps long. Ces gestes sont-ils partagés par d'autres individus exerçant dans des conditions semblables la même profession ?

Notre recherche a montré que ces gestes professionnels traduisent des régularités inter personnelles qui semblent être des réponses à des systèmes de contraintes dépassant l'individu mais s'imposant à un groupe de professionnels.

Gestes, routines et i-genres.

Les activités du professeur des écoles aussi petites soient-elles ne sont pas aléatoires. Elles révèlent des choix cohérents, stables qui sont partagés par des groupes d'individus exerçant dans des conditions semblables.

Des routines très distinctes

Nous avons mis en évidence des gestes professionnels et des routines associés aux i-genres majoritaires qui se distinguent nettement de ceux mis en œuvre par Sébastien. Ces routines révèlent des choix très différents associés à des conceptions différentes sur les connaissances et compétences des élèves concernés. Ainsi, alors que Sébastien limite son aide lors de la phase de recherche individuelle des élèves à des apports techniques, Corinne professeure du i-genre 2 lors d'une présentation collective préalable résout entièrement le problème (par étapes) et limite l'activité des élèves à une reproduction de la solution.

Les deux professeurs étayent beaucoup les formulations des élèves lors des phases collectives. Ils justifient tous les deux cet étayage par les difficultés d'expression. Mais cette médiation s'appuie pour Sébastien sur une phase d'action alors qu'elle la précède et l'oriente pour Corinne. Le moment et la finalité sont différents.

L'aide individualisée consistante apportée lors des phases de travail individuel, apparemment analogue, ne porte pas sur les mêmes objets et ne remplit pas le même rôle pour les deux professeurs.

Nous pourrions ainsi multiplier les exemples de gestes différents associés à des i-genres différents. Ils peuvent impliquer des activités différentes chez les élèves.

Bibliographie

BUTLEN D. & PELTIER M.L. & PÉZARD M. (2002) “ Nommés en REP, comment font-ils? Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en REP. Contradictions et cohérence ”, *Revue Française de Pédagogie* n°140, (41-52), Paris, INRP

BUTLEN D. (2004) “ Deux points de vue pour analyser les pratiques observées ”, “ Des exemples de difficultés liées à l’appropriation de gestes professionnels attachés à un enseignement de mathématiques en formation initiale de professeurs d’école ” *in* PELTIER M.L. (dir), (33-42, 119-129), *Dur d’enseigner en ZEP*, Grenoble, La Pensée Sauvage

CLOT Y., (1999), *La fonction psychologique du travai*l, Paris, PUF

ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002) “ Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche ”, Toronto, *Canadian Journal of Science, Mathematics and technology Education (La Revue Canadienne de l’Enseignement des Sciences des Mathématiques et des Technologies)* 2(4), (505-528)

TECHNIQUES ET FONCTIONS DE LA MÉMOIRE DIDACTIQUE : APPROCHES D'UNE MODÉLISATION ET DE QUELQUES PROPOSITIONS

Yves Matheron
IUFM Midi-Pyrénées (GRIDIFE-ERTe 46)
IREM d'Aix-Marseille

Résumé :
La question de la mémoire, couramment considérée comme incontournable dans l'analyse de situations d'enseignement-apprentissage, demeure pourtant un point aveugle des analyses de séquences d'enseignement des mathématiques. Cet article a pour objet de montrer tout d'abord, à partir d'observations de classes ordinaires, une modélisation anthropologique de la mémoire didactique en mathématiques.
Diverses questions se posent alors, et l'on traitera dans un second temps, sur l'exemple des systèmes de deux équations à deux inconnues, celle qui porte sur la possibilité de fonder un enseignement permettant un authentique travail des mémoires pratiques des élèves.

LA QUESTION DE LA MÉMOIRE DIDACTIQUE : POSITION DU PROBLÈME

Il est assez simple de résumer, en quelques traits, la problématique générale au sein de laquelle peuvent être posées certaines des questions justifiant que l'on se penche sur le sujet de la mémoire dans les apprentissages scolaires des mathématiques.

D'une part, le professeur suscite régulièrement chez les élèves, au cours de son enseignement, la mobilisation de connaissances ou d'événements didactiques produits antérieurement dans la classe : les savoirs nouveaux s'appuient fréquemment sur d'autres, plus anciens, et l'enseignement s'inscrit généralement dans l'histoire d'une petite communauté, celle qui est constituée, pour une certaine durée, par des élèves et leur professeur.

D'autre part, il est attendu des élèves qu'ils parviennent à mobiliser les savoirs adéquats pour la résolution de problèmes ; savoirs plus ou moins éloignés, dans le temps didactique, du présent de l'enseignement, d'où la nécessité de “ se souvenir ”. Par ailleurs, il leur est souvent implicitement demandé “ d'oublier ” des techniques anciennement enseignées et apprises, au profit d'autres, plus économiques, et qui s'y substitueront : c'est par exemple le cas des techniques relatives à la proportionnalité, et dont on sait que l'enseignement s'étend du cycle III à certaines des classes de 1^re^ et Terminales.

De la même manière, des définitions relativement satisfaisantes à un certain niveau du cursus scolaire doivent parfois être “ oubliées ” au profit de nouvelles, de plus grande portée et plus générales ou précises, à un niveau plus élevé : c'est par exemple le cas si la multiplication est définie à l'École élémentaire comme addition répétée d'entiers, définition dont la pertinence devient incertaine lorsqu'il s'agit de décimaux ou de rationnels au Collège, et plus du tout effective en ce qui concerne le produit d'irrationnels.

La prise en compte de la question de la mémoire apparaît ainsi comme un élément important ; tout d'abord pour la description et la compréhension des phénomènes didactiques puis, cette analyse ayant été menée, pour l'amélioration éventuelle des possibles de l'action enseignante.

Une première difficulté surgit alors. Il est en effet assez courant de considérer la mémoire, que nous définirons ici à travers ses manifestations en la capacité au souvenir et à sa reconstruction, ainsi que dans la capacité à l'oubli, comme une propriété individuelle des personnes ; l'approche psychologique de la mémoire s'inscrit dans ce cadre. Néanmoins, cette entrée ne paraît pas suffisamment large pour pouvoir embrasser les phénomènes mémoriels qui, dans l'étude des mathématiques, se jouent non pas uniquement au niveau des individus pris isolément mais, plutôt, au niveau des personnes prises au sein de petits groupes sociaux, comme c'est le cas des classes.

Si l'on se place alors dans le cadre plus satisfaisant, car plus englobant, des phénomènes mémoriels propres aux groupes, c'est-à-dire dans le cadre d'une mémoire sociale ou collective, il reste encore à circonscrire, pour les questions d'enseignement, la nature des objets auxquels se rapportent les phénomènes mémoriels. Tout événement se produisant dans la classe n'est, en effet, pas systématiquement intéressant du point de vue du souvenir ou de l'oubli. Plus précisément, ce ne sont pour l'essentiel que sur les phénomènes mémoriels en rapport avec l'étude des mathématiques que portera notre regard.

Afin d'appréhender la question, il a été proposé une modélisation en trois classes pour l'étude de la mémoire dans l'étude des mathématiques (Matheron, 2001). Elle se veut avant tout fonctionnelle, afin de permettre l'observation et l'analyse de la mémoire produite ou nécessitée par les mathématiques et leur étude.

On distingue ainsi essentiellement trois types de mémoire :

- *une mémoire pratique*, qui est sollicitée et mobilisée par toute personne (élève, enseignant, ou autre) qui s'engage dans l'accomplissement d'une tâche identifiée comme relevant d'un savoir mathématique
- *une mémoire du savoir*, qui est la mémoire institutionnelle de la pratique du savoir mathématique, ainsi que celle des outils et des objets de cette pratique
- *une mémoire didactique ostensive*, ou plus simplement *mémoire ostensive*, mémoire délibérément donnée à voir, par des moyens appropriés, à ses propres sujets ou à d'autres personnes par une institution ou un individu (par l'enseignant, par l'élève, par les moyens que se donne l'institution scolaire).

Dans ce court texte, nous n'évoquons pas les raisons qui ont conduit à modéliser ainsi la mémoire didactique. Signalons seulement qu'elles s'appuient sur des travaux menés d'une part en sociologie et anthropologie de la mémoire, et pour lesquels on peut citer, parmi les fondateurs ou continuateurs, les noms de M. Halbwachs, A. Leroi-Gourhan, G. Namer, J. Candau, et d'autre part, en didactique des mathématiques, sur les travaux de Y. Chevallard pour la théorisation anthropologique du didactique, et sur ceux de G. Brousseau et J. Centeno relatifs à la mémoire didactique de l'enseignant.

LIEN ENTRE MÉMOIRE PRATIQUE ET OSTENSIFS

L'engagement dans une activité de nature mathématique suppose la réunion de plusieurs conditions.

Elles passent tout d'abord par l'existence d'un dispositif constitué de moyens matériels (feuille, stylo, règle, énoncé écrit, compas, etc.) et techniques (savoir-faire mathématiques mis à disposition par l'institution et attendus pour la réalisation de la tâche). Mais, à lui seul, ce dispositif ne “ produit ” aucune mathématique sans une action nécessitant d'être outillée par des gestes appropriés, et qui mobilise pour cela des moyens personnels.

Par exemple, la simplification de la fraction $\frac{1183}{2873}$ nécessite que l'on dispose d'instruments matériels, mais qui peuvent être aussi visuels, sonores, tactiles et qui ont reçu le nom *d'ostensifs* parce qu'ils se “ donnent à voir ” (Bosch & Chevallard, 1999). Ce sont entre autres, pour le cas de la tâche consistant à simplifier cette fraction, les ostensifs scripturaux 13^2, $\times$, 7, $-$, =, / qui permettront d'accomplir la pratique mathématique suivante :

$$\frac{1183}{2873} = \frac{\cancel{13^2} \times 7}{\cancel{13^2} \times 17} = \frac{7}{17},$$

pratique qui, peut-être, fera aussi intervenir de manière appuyée l'ostensif gestuel consistant à barrer les 13^2, si l'on souhaite montrer à quelqu'un à qui on l'enseigne, “ le geste de simplification ” par 13^2.

Cet exemple laisse voir que l'engagement dans une pratique mathématique nécessite tout d'abord un dispositif, éventuellement complété par d'autres objets matériels, par exemple une calculatrice ou un algorithme de décomposition en produit de facteurs premiers dans ce cas. Mais il est tout aussi nécessaire de disposer d'une technique mathématique, d'instruments (les ostensifs), et évidemment de l'activation de l'ensemble par une personne qui possède la mémoire de cette pratique, et notamment la mémoire des gestes pour cette pratique.

Par ailleurs, cette mémoire résulte de l'incorporation de chaînes opératoires portées par une communauté. Dans l'exemple de la fraction à simplifier, ce peut être la classe où la personne étudie, la famille où elle pratique cette technique, ou encore tout autre collectivité ayant affaire avec cette technique, pouvant aider à son étude, en évaluer la maîtrise, etc.

Cette communauté, que l'on désigne sous le terme générique “ d'institution ” en anthropologie, joue les rôles de mémoire externe, dépositaire du savoir et des gestes de la pratique, et de médiateur pour son apprentissage. On retrouve en ce point l'approche de la mémoire qui est celle de Leroi-Gourhan (1964) : “ Le fait fondamental, relatif à la mémoire humaine, a déjà été discuté : comme l'outil, la mémoire de l'homme est extériorisée et son contenant est la collectivité ethnique. ”

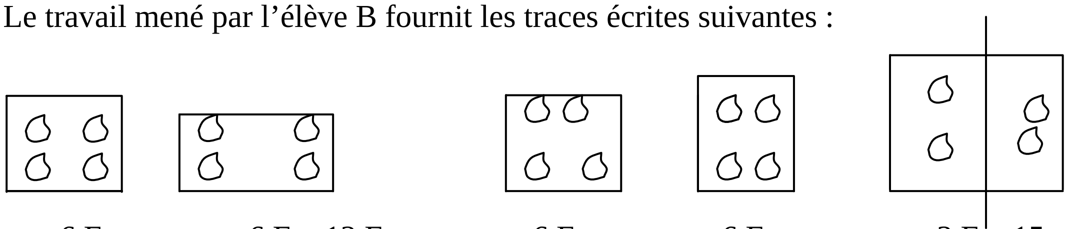
Dans le cas des mathématiques, la mémoire externe est celle d'un savoir ; c'est en ce sens que l'on peut parler de *mémoire du savoir*. Il porte avec lui la mémoire, ou tout au moins l'histoire, des choix qui ont été faits au sein des institutions qui l'ont produit ou transposé. L'aspect mémoriel du savoir mathématique, qui soulage la mémoire de celui qui accomplit le travail mathématique, a été très tôt souligné, notamment par Descartes dans ses *Règles pour la direction de l'esprit* et, évidemment, dans le *Discours de la méthode*.

Au cours de sa trajectoire scolaire, un élève rencontre, au sein des institutions qu'il fréquente, divers éléments de dispositifs, de techniques, etc., plus ou moins organisés et relatifs à des savoirs transposés. À l'issue du processus, en grande partie non objectivable, de ses divers assujettissements plus ou moins heureux, se constitue une mémoire pratique de cet élève, contenue dans des épisodes de sa biographie didactique, selon la formule d'A. Mercier, et à laquelle nous pouvons parfois accéder. Le cas se présente lorsque nous pouvons relever un certain nombre des traces significatives qui subsistent de l'activité mathématique accomplie.

Même s'il peut apparaître en partie fictif, car il est construit pour un concours, un extrait du CRPE de l'académie de Grenoble en 1995, dans lequel est demandée l'analyse de productions d'élèves, fournit un exemple d'objectivation de la mémoire pratique. Il s'agit de la résolution du problème suivant : “ 4 petits pains coûtent 6 F. Combien coûtent 8 petits pains ? Combien coûtent 10 petits pains ? ”

Du document de l'épreuve, on extrait les productions de deux élèves, désignés B et C, et reproduites ci-dessous :

Le travail mené par l'élève B fournit les traces écrites suivantes :



6 F + 6 F = 12 F 6 F + 6 F + 3 F = 15

Le travail mené par l'élève C fournit les traces écrites suivantes :

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 2 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ -3 \\ \hline 15 \end{array}$$

L'élève B a utilisé la technique didactiquement transposée au cycle III, que l'on peut désigner comme “ la décomposition en combinaison linéaire ”, pour les nombres 8 et 10, associée à l'implicite portant sur une modélisation proportionnelle de la situation.

Plus précisément, il a utilisé ce que nous écrirons, pour simplifier :

$f(8) = f(4 + 4) = f(4) + f(4) = 6 + 6 = 12$ et

$f(10) = f(4 + 4 + \frac{1}{2} \times 4) = f(4) + f(4) + \frac{1}{2} \times f(4) = 6 + 6 + \frac{1}{2} \times 6 = 15.$

Comme il ne dispose évidemment pas du commode ostensif $f(x)$, ni *a fortiori* de son utilisation pour écrire les propriétés de linéarité dont il a une connaissance certaine, il utilise d'autres ostensifs, graphiques, à l'appui de la technique : il dessine des représentations de ses calculs. Celles-ci permettent de montrer, au lecteur sans doute, mais plus sûrement à l'élève lui-même au cours de son travail, les éléments technologiques qui justifient la technique choisie, en même temps qu'ils commandent et contrôlent sa bonne mise en œuvre.

L'élève C utilise la même technique “ de décomposition en combinaison linéaire ” que l'élève B, même s'il n'utilise pas les mêmes coefficients pour cela. On peut la décrire ainsi :

$f(8)=f(2 \times 4) = 2 \times f(4) = 2 \times 6 = 12$ et

$$f(10) = f(3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4) = 3 \times f(4) - \frac{1}{2} \times f(4) = 3 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 = 18 – 3 = 15.$$

D'autres techniques auraient pu être mobilisées pour résoudre ce problème : retour à l'unité, coefficient de proportionnalité par exemple. Elles sont sous-jacentes aux divers exemples donnés dans les commentaires du document d'application du cycle III, pages 16 et 17, relatifs à la proportionnalité.

Au-delà des variations numériques au sein de la même technique, l'intérêt de cet exemple réside dans l'usage par ces deux élèves d'ostensifs différents, et de ce que l'on peut en inférer pour leur mémoire pratique. Dans le cas de l'élève C, il n'y a pas de recours aux dessins, mais simplement à la pose des opérations qui interviennent dans la mise en œuvre de la technique. On a vu que les dessins figuraient, pour l'élève B, les éléments technologiques (propriétés de linéarité) qui justifient et permettent d'accomplir la technique utilisée. Ces derniers restent donc implicites dans les écrits de l'élève C, bien qu'on en soupçonne la trace à travers les opérations marquées.

On peut alors en déduire que les ostensifs utilisés par B ont pour fonction de soulager la mémoire des propriétés de linéarité, qu'il doit avoir et qui doivent lui rester disponibles tout au long du travail qu'il mène, pour la mise en œuvre convenable de la technique choisie.

Pour l'élève C, au contraire, même si ce sont toujours les mêmes éléments technologiques (propriétés de linéarité) qui justifient et commandent l'accomplissement de la technique utilisée, leur présence donc leur souvenir, ne passe pas par des ostensifs qui les montrent.

Cet exemple fournit ainsi deux types de travail mémoriel pour la pratique d'une même technique, en montrant à travers les ostensifs, utilisés ou non, une réorganisation des souvenirs attestant d'un certain travail d'étude.

Sans doute peut-on noter que l'usage, fait par l'élève B, de dessins figurant des petits pains pour la résolution du problème, est en principe appelé à disparaître dans la progression au sein du cursus scolaire ; dans le cas présent, au sein du cursus secondaire. Généralement, le travail routinisé de ces problèmes de proportionnalité entraîne la mémoire pratique à se passer de ce type d'aide ; ceci afin que le rapport personnel à ce type de problèmes coïncide avec le rapport institutionnel à venir qui exclut que l'on montre publiquement ce qui peut être vu comme étant des “ béquilles ” ou des puérilités.

Le propos qui précède n'a évidemment pas pour fonction de dénigrer cet usage. Il s'agit au contraire, dans la perspective de favoriser l'apprentissage, d'identifier et d'analyser, afin de les mettre ou non à disposition des élèves, quels sont les outils nécessaires, à un moment donné, pour ouvrir l'espace d'une certaine liberté, ou d'une “ capacité génératrice ” des élèves dans l'accomplissement et dans l'étude de certaines tâches mathématiques. “ La production libre de pensées ” par les élèves s'inscrit en effet “ dans les limites inhérentes aux conditions de sa production ” (Bourdieu 1980), limites fixées par le savoir mathématique transposé et précédemment rencontré, ainsi que par les occasions de travail de mémoire pratique de ce savoir, et qui ont ou non été fournies aux élèves.

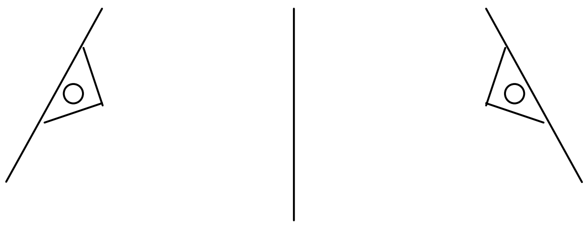
DANS LA CLASSE, UNE MÉMOIRE QUI SE MONTRE OU UNE SOURCE DE MALENTENDUS ?

Nous n'en dirons pas davantage sur la mémoire du savoir, ainsi que sur les ostensifs et ce que l'on appelle les non-ostensifs, c'est-à-dire les concepts et les idées mathématiques, qui la soutiennent. Il est cependant nécessaire de revenir sur l'un des termes de la modélisation proposée pour la mémoire didactique, et qui concerne la *mémoire ostensive*.

C'est une mémoire qui est délibérément *donnée à voir* à la classe, à des élèves, au professeur, par une ou des personnes (professeur ou élève), ou par une institution. Cette ostension peut être réalisée, comme c'est le cas pour les ostensifs définis comme outils du travail mathématique, au moyen de *divers registres perceptifs* : gestuel, discursif - langagier, graphique, scriptural. C'est donc une mémoire qui s'exprime, se dit, se montre, est perceptible, etc., et qui est à destination des autres.

Un exemple permettra d'illustrer l'usage de la mémoire ostensive et les malentendus qui risquent alors d'apparaître au cours de la reconstruction mémorielle qui est engagée. L'observation est faite dans une classe Sixième, après une séance d'observation de phénomènes liés à la symétrie orthogonale à l'aide d'un logiciel de simulation : cette activité préliminaire était supposée fournir la matière de la leçon du jour.

P : “ Vous vous rappelez qu'il y avait une figure comme ceci ? ” *P reproduit la figure telle qu'elle était présentée aux élèves sur l'ordinateur :*



P : “ À l'aide de la souris, on vous a demandé d'attraper un certain point qui se trouvait ici et de faire tourner. Qu'est-ce qui s'est passé ? Ça revient un petit peu dans votre mémoire ?… […] Alors, y'avait un point qui vous permettait de faire tourner. ”
Des élèves : “ Ah oui ! Le point J ! ”
P : “ Alors vous vous rappelez ce que ça faisait ? Quand ça tournait là *(P montre une des figures)*, qu'est-ce que ça faisait ? ”
Des élèves : “ Y'avait l'autre qui tournait ” […]
Un élève répond.
P reprend : “ Celui d'à côté, il faisait pareil. C'est-à-dire par exemple, si on faisait tourner celui-ci comme ça, celui d'à côté, il tournait comme ça ”. *P dessine des flèches de couleur indiquant le mouvement*
[…]
P : “ Donc, il tournait lui-aussi, mais en sens inverse. Vous vous rappelez bien de ça ? ”
Les élèves répondent oui.
P : “ Ensuite, qu'est-ce qu'on a fait ? ”
Un élève répond : “ On l'a fait glisser ” P : “ On l'a fait glisser. Comment on faisait glisser ? ”
Un élève : “ En piquant sur le cercle et après on le faisait… ”
P : “ Vous vous rappelez qu'en piquant sur le cercle, on l'attrapait. Vous aviez une main comme ça qui permettait de faire glisser. Qu'est-ce qu'on a observé ? ”

[…]
P : " Ensuite, qu'est-ce que vous avez remarqué d'autre ? "
Akim répond et vient montrer les déplacements.
P : " Qu'est-ce qu'on pouvait faire à part le faire monter par là ? "
Akim : " Le faire descendre "
P : " Le faire descendre. Par exemple si on le faisait descendre par ici ? " *P dessine une flèche de couleur*
P : " Qu'est-ce qui se passait ? Tu fais la flèche. Ça partait par là, et l'autre qu'est-ce qu'il faisait ? " et Akim répond " pareil ". P : " Pareil, ça veut dire quoi, ça veut dire ça ? ". *Les élèves répondent non après que P a dessiné la deuxième flèche dans le même sens. Karim dessine alors correctement la flèche correspondante indiquant le mouvement.*
P : " Voilà, je te remercie. Vous avez remarqué qu'en les faisant glisser de la sorte les deux figures, eh bien, les figures, on les retrouvait de l'autre côté de manière… "
Un élève : " Qui se ressemble "
P : " Qui se ressemble de quelle manière ? "
Un autre élève : " Identique "
P interroge quelques élèves qui répondent tous " identique ". P écrit au tableau : **symétrique**

Tout au long de ce passage, l'action enseignante reconstruit une mémoire collective officielle pour la classe. Professeur et élèves peuvent la montrer afin de désigner à tous les problèmes posés et de mener à bien le projet d'enseignement. Cette mémoire ostensive, répond à la réalisation de deux moments de l'étude des mathématiques.

D'une part, le professeur construit, avec les élèves, *un milieu pour l'enseignement des savoirs nouveaux*. Le milieu, tel qu'il a été défini par Guy Brousseau en didactique, est le système dénué d'intentions qui est l'antagoniste du sujet apprenant. La dialectique des actions du sujet sur le milieu et des rétroactions produites par le milieu en retour est un élément important du processus d'apprentissage. À cet effet, le professeur produit avec les élèves un ensemble de souvenirs (soit qu'il les juge tels *a priori*, soit qu'il ait préalablement organisé les conditions de leur production), et il donne à voir leurs éléments pertinents (supposés dorénavant se rapporter à des notions communes à un nombre suffisant d'élèves de la classe). Il montre ainsi que l'intention d'enseigner rencontre l'intention d'apprendre et il engage chacun dans une activité didactique collective. Dans cette observation, lorsqu'ils ne sont plus accomplis mais rappelés, désignés et montrés, les gestes des élèves évoqués par le professeur l'engagent à produire un système sémiotique *ad hoc* : les flèches.

D'autre part, le professeur désigne *les pratiques relatives au savoir qui vont devenir officielles, donc attendues, et qu'il faudra avoir apprises*. Cette institutionnalisation passe par l'homogénéisation des pratiques personnelles antérieures des élèves, ce qui suppose une reconstruction du passé. Cela n'implique ni le souvenir ni la mémorisation exacte, mais un " travail de mémoire " à deux niveaux : public, par la production de la mémoire ostensive, et privé, par la transformation conjointe d'une mémoire personnelle idoine à cette dernière.

À la conjonction des deux démarches de reconstruction mémorielle, publique et privée, apparaissent souvent les malentendus. C'est ce qu'illustre l'épisode qui suit :

P : " Qu'avez-vous remarqué en faisant tourner la figure verte ? *[P lit la question écrite sur la feuille]* On va écrire une petite phrase. Alors, on l'a dessiné au tableau ".
Un élève : " On a remarqué que l'autre figure tourne en même temps "
P : " Elle tourne en même temps et dans le sens inverse. Alors l'autre figure, comment on va l'appeler ? On va l'appeler… "
Des élèves répondent : " Verte "
P : " On va l'appeler la figure symétrique… "

La séance se poursuit et le travail est proposé sans que la transformation de la mémoire personnelle de certains élèves ne puisse se produire : il s'ensuit, pour eux, une grande incertitude qui se manifeste au mieux par un brouhaha (l'un cherche son cahier, l'autre fait tomber son crayon, le troisième demande à son voisin ce qu'il en est, etc.), au pire par des mouvements de chahut spontané (des petits bruits auxquels le professeur répond en arrêtant le cours pour faire de la discipline).

DIRIGER DE MANIÈRE SYNCHRONE LA CONSTRUCTION DES MÉMOIRES PRATIQUE ET OSTENSIVE : UN EXEMPLE

Il s'agit d'un dispositif d'ingénierie didactique mis en place dans une classe de 3^{e}, qui vise à enseigner la résolution des systèmes de deux équations à deux inconnues, et dont on décrit rapidement les grandes lignes dans ce qui suit. On donne tout d'abord aux élèves des problèmes du premier degré, du même type, donc qui relèveront tous de la même technique lorsqu'elle aura été enseignée, en leur disant simplement qu'ils sont capables de les résoudre. Voici l'un d'entre eux :

Deuxième problème :
Un grand hôtel dispose de 50 chambres et peut recevoir 83 personnes. Il y a des chambres pour une personne et des chambres pour deux personnes. De combien de chambres pour une personne et de combien de chambres pour deux personnes dispose cet hôtel ?

Les groupes d'élèves se lancent dans la résolution, en utilisant pour cela des types variés d'ostensifs. Voici quelques-unes des productions recueillies :

Deuxième problème.
Pour trouver le résultat, nous avons encore effectué une soustraction. Nous avons soustrait le nombre de personnes au nombre de chambres. Donc 83-50 est égal à 33. Alors il y a 33 chambres de 2 lits et 17 chambres à 1 lit. "

Ou, plus laconiquement :

2ème problème
83 – 50 = 33
Donc il y [a] 33 chambres de 2 lits.
50 – 33 = 17
Donc il y [*de nouveau manque le a*] 17 chambres de 1 lit.

La rédaction suivante introduit, quant à elle, de nombreux ostensifs (encadrements, flèches, disposition des calculs, signes) à propos de l'usage desquels le groupe s'est sans doute accordé :

Problème n°2
Il y a 50 chambres et 83 personnes.
Pour 80 personnes et toujours 50 ch.

30	chambres à 2 lits	→	30 × 2 =	60
+				+
20	chambres à 1 lit	→	20 × 1 =	20
↓				=
50				80
				+3

30 + 3 = 33 (33 × 2) + 17 = ⟶ 83
20 – 3 = + 17
50

À ce stade, les élèves n'en sont encore qu'à l'exploration d'une solution. C'est donc " par tâtonnement " qu'ils parviennent à trouver les nombres du résultat.

Dans un deuxième temps, après avoir vu que ces problèmes peuvent être modélisés par des systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues, les élèves sont invités à y revenir afin de réaliser la modélisation et de les résoudre ; la technique de résolution n'est évidemment pas encore enseignée et c'est l'objectif d'enseignement visée.

Dans les lignes qui suivent, on suit l'évolution des productions de la même élève pour le même problème :

Troisième problème :

Dans un refuge de montagne, il n'y a que des chambres à deux lits et des chambres à 4 lits. Aujourd'hui elle affiche complet, 30 randonneurs occupant tous les lits des 12 chambres du refuge. Combien de chambres à 2 lits et combien de chambres à 4 lits y a-t-il dans le refuge ?

Avant qu'elle ne dispose des ostensifs associés à l'écriture d'un système d'équations, elle avait résolu ce problème de la manière suivante :

$$\left.\begin{array}{l}\textit{Chambres à 2 lits}\\ \textit{Chambres à 4 lits}\end{array}\right\}\textit{30 randonneurs}$$

---

12 chambres
12 $\rightarrow$ au moins 2 personnes = 24
30 – 24 = 6÷2✕
$\downarrow$
si on divise 6 par 2 ça fait 2 × 3 randonneurs à placer 2 + 2 = 4
donc
3 chambres à 4 lits et 9 chambres 2 lits

Maintenant qu'elle dispose des ostensifs appropriés, elle peut alors les utiliser pour écrire :

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 4y = 30 \end{cases}$$

Ce qui la conduit à développer sa propre " créativité " mathématique, sous la forme de deux techniques lui permettant de retrouver la solution précédente. La première est la suivante :

$2x+4y=30$
$x+y=30-x-3y$
$12=30-x-3y$
$x+3y=30-12$
$x+3y=18$
$x+y=18-2y$
$12=18-2y$
$2y=18-12$
$2y=6$
$y=3$
$x=12-3=9$

La technique, " inventée " par cette élève, consiste donc à faire apparaître la première équation à partir de l'autre afin de substituer à la première la constante à laquelle elle est égale, et à itérer le procédé jusqu'à " disparition ", dans la deuxième équation, d'une des inconnues. Ceci permet, au bout d'un certain nombre d'étapes, de la résoudre comme équation du premier degré à une inconnue, et à en tirer la valeur de la deuxième inconnue.

Cette élève parvient, dans un deuxième temps, à perfectionner sa technique, et elle écrit alors :

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 4y = 30 \end{cases}$$

Plus court $\rightarrow$ $2x + 4y = 30$ $\qquad$ $2(x + y) + 2y = 30$

$2(x + y) = 30 - 2y$
$2 \times 12 = 30 - 2y$
$24 = 30 - 2y$
$2y = 30 - 24$
$2y = 6$
$y = 3$
$x = 12 - 3 = 9$

Il s'agit donc d'une amélioration de la technique précédente, qui va dans le sens d'une économie, dans la mesure où la double itération du procédé consistant à faire apparaître $x + y = 12$ dans $2x + 4y = 30$ peut être remplacée par une factorisation par 2 après décomposition de $4y$.

Cette pratique ostensive permet un travail de la technique qui va dans le sens d'une économie, identifiée par l'élève, et qui contient et s'appuie sur la mémoire de la technique précédente, moins élaborée. C'est ainsi, encore une fois, un travail de la mémoire pratique qui permet un travail de la technique. Il n'a pas échappé que cette technique n'a pu être créée et vivre que grâce aux coefficients particuliers du système et que, par ailleurs, les techniques dont l'enseignement est l'objet, techniques d'addition et de substitution d'une inconnue, et non d'une équation comme le fait cette élève, n'émergent pas encore du travail d'étude qu'elle mène.

Cet état de fait peut alors être judicieusement utilisé par le professeur, en engageant la classe à travailler sur la portée de cette technique. La technique montrée nous mène-t-elle à la solution à tout coup ? Sinon, dans quels cas fonctionne-t-elle ? Et comment faire dans les cas de systèmes pour lesquels elle est inapplicable ? Que sont ces systèmes et pourquoi est-elle inopérante alors ? Dans ces cas peut-on l'adapter, l'améliorer ou doit-on la rejeter ?

La dimension technologique qui produit, commande, justifie et rend compréhensibles les techniques disponibles à cet instant, peut alors être travaillée par la classe ; ce qui tend à synchroniser la mémoire ostensive, publique et montrée, et la mémoire pratique qui se construit simultanément dans le travail de production d'éléments de réponse.

Arrivé en ce point, un constat s'impose : la voie préconisée dans cet article semble n'en être encore qu'au stade expérimental. C'est sans doute vrai, ce qui n'empêche évidemment pas de tenter son exploration. Elle est néanmoins délicate car elle tend à rendre l'élève, ou plutôt le collectif des élèves, chronogène : c'est-à-dire producteur du temps de l'étude des questions mathématiques desquelles émerge le savoir que l'on souhaite enseigner, ce qui n'est guère dans les habitudes générales d'enseignement.

En outre emprunter cette voie suppose, d'une part, une solide analyse mathématique préalable de la notion à enseigner, des ostensifs et non-ostensifs qui lui sont attachés et qui permettent le travail mathématique qui lui est associé et, d'autre part, une analyse et une imagination didactiques tout aussi solides pour concevoir et mettre en œuvre le dispositif afférent.

Signalons pour conclure que la difficulté ne relève pas du domaine de l'impossible puisque l'expérience a été tentée et réussie au niveau du CM2 à propos de l'enseignement des fractions ; le lecteur curieux pourra en trouver le compte rendu dans Sensevy 1998.

BIBLIOGRAPHIE

Bosch M. & Chevallard Y. (1999) : *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique,* Recherches en didactique des mathématiques, 19/1, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 77-124.

Bourdieu P. (1980) : *Le sens pratique*, Éditions de minuit, Paris.

Brousseau G. (1990) : *Le contrat didactique : le milieu*, Recherches en didactique des mathématiques, 9/3, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 309-336.

Brousseau G. & Centeno J. (1991) : *Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant*, Recherches en didactique des mathématiques, 11/2&3, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 167-210.

Candau J. (1998) : *Mémoire et identité*, PUF, Paris.

Centeno J. (1995) : *La mémoire didactique de l'enseignant*, thèse posthume inachevée, LADIST, Bordeaux.

Descartes R. (1637; 1947) : *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences*, Éditions Pierre Cailler, Genève.

Halbwachs M. (1925 ; 1994) : *Les cadres sociaux de la mémoire*, Postface de G. Namer, Albin Michel, Paris.

Halbwachs M. (1950 ; 1997) : *La mémoire collective*, Préface et postface de G. Namer, Albin Michel, Paris.

Leroi-Gourhan A. (1964) : *Le geste et la parole II*, *La mémoire et les rythmes*, Albin Michel, Paris.

Matheron Y. (2001) : *Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire*, Recherches en didactique des mathématiques, 21/3, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 207-245.

Matheron Y. & Salin M-H (2002) : *Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante,* Revue Française de Pédagogie, n° 141, INRP, Paris, pp. 57-66.

Mercier A. (1995) : *La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement*, Recherches en didactique des mathématiques, 15/1, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 97-142.

Namer G. (1987) : *Mémoire et société*, Méridiens Klincksieck, Paris.

Sensevy G. (1998) : *Institutions didactiques. Étude et autonomie à l'école élémentaire.* PUF, Paris.

LIAISON CM_2-6ÈME ET CONTRAT DE PROGRÈS

VIVRE UNE CLASSE MATHEMATIQUE AU COLLEGE

Françoise VALA-VIAUX

IEN Circonscription Gap-Buëch *(Hautes-Alpes)*

Résumé : Dans cet article Françoise Vala-Viaux présente un dispositif d'animation pédagogique qui a fonctionné dans le cadre d'une liaison CM2 6ème .

L'originalité de ce type de formation a consisté à préparer et à encadrer, pendant une semaine, en février 2004, une classe de mathématique réunissant les élèves d'une classe de CM2 et de deux classes de sixième issus du même bassin scolaire.

1 - PREAMBULE

Aborder le sujet des difficultés rencontrées dans leurs apprentissages scolaires par les élèves, leurs origines et leurs conséquences, reste encore difficile. Proposer des solutions peut souvent tenir de la gageure tant la charge affective et la culpabilité des enseignants et des élèves eux-mêmes est forte.

Il faut sans aucun doute provoquer des changements dans le fonctionnement des écoles. Mais l'efficacité s'appuie sur les conditions qui favorisent une évolution, voire une rénovation des pratiques professionnelles plutôt que d'en imposer directement le principe. La tradition des réformes, circulaires et injonctions parachutées qui laissent de côté les problèmes concrets de mise en oeuvre ne facilite pas l'implication des enseignants.

Une pédagogie de la réussite se soucie des modes et de la diversité des rythmes d'acquisition des élèves ainsi que de la nature des souffrances scolaires. Il faut donner aux enseignants les moyens pédagogiques de construire et pratiquer des démarches centrées sur l'élève.

Il est indispensable aussi de mutualiser les énergies, de cibler les opérations chargées de sens.

Il est donc nécessaire de s'appuyer sur l'analyse des faits, sur les acquis des enseignants de terrain mais aussi sur l'état actuel des recherches en sciences de l'éducation et plus particulièrement pour notre sujet de préoccupation, sur la didactique des mathématiques et créer ainsi des relations fortes entre théorie et pratique.

Enfin, et surtout, il faut convaincre; convaincre bien sûr les enseignants des premier et second degrés, mais aussi les parents sans oublier les élèves eux-mêmes.

Les IEN ont en charge le pilotage de la mise en oeuvre d'une pédagogie de la réussite pour tous les enfants de toutes les écoles de leur circonscription. II leur appartient donc de préparer, de déclencher, d'animer et de gérer la rénovation des pratiques de classe et des apprentissages. Même s'il a toujours été laissé aux équipes de terrain une large autonomie de propositions et de mise en oeuvre dans le cadre d'une politique éducative académique et départementale, les réticences de tous ordres ne manquent pas qui entravent les dynamiques locales.

L'expérience des « classes lecture-écriture » en ZEP, des acquis universitaires en didactique des mathématiques, une expérience de formatrice et la conviction personnelle et inébranlable qu'il n'existe pas de fatalisme de l'échec scolaire, m'ont amenée à proposer dès l'année 1999-2000, dans la circonscription dont j'ai la charge, la mise en oeuvre de classes mathématiques à l'attention d'élèves de cycle III et d'élèves de 6e

2 - CONSTATS

C'est l'ampleur des écarts existants entre les résultats des élèves aux évaluations nationales CE2 en français et en mathématiques au détriment de ce dernier et l'accroissement du phénomène aux évaluations nationales 6e qui a amené l'équipe de circonscription Buéch et St-Bonnet (Hautes-Alpes) à proposer une action spécifique en direction des enseignants des premier et second degrés pour les élèves de cycle III et 6ème par secteurs de collège.

L'évaluation fait partie intégrante de la pratique pédagogique et constitue un élément régulateur, pour l'enseignant dans son action didactique, pour l'élève dans la construction de ses savoirs. C'est aussi un moyen de renforcer l'articulation nécessaire des activités d'enseignement du maître et des activités d'apprentissage de l'élève. L'élaboration de réponses pédagogiques adaptées aux besoins des élèves est en effet une des conditions de l'efficacité dans les apprentissages.

Elle ne devrait pas se limiter à de simples constats mais prendre en compte les acquisitions méthodologiques, l'analyse des erreurs récurrentes commises et permettre en outre de comprendre les chemins cognitifs suivis par l'élève. Les actions de réajustement, aussi bien en amont qu'en aval, devraient s'appuyer réellement sur chaque sujet apprenant, ses acquis du moment et ses stratégies familières, devraient s'organiser à partir de ce que chaque élève sait ou sait faire et accompagner ainsi son cheminement dans le cadre d'un contrat de réussite individuel et négocié.

Beaucoup d'enseignants du premier degré sont entrés progressivement dans une « culture de l'évaluation » ou du moins ont pris conscience de la nécessité de s'appuyer sur des observables mais restent complètement démunis en ce qui concerne les moyens pédagogiques pour construire et pratiquer de nouvelles démarches centrées sur les élèves.

Les enseignants du second degré, restent encore réticents, n'associent pas encore suffisamment leurs élèves à un bilan réflexif sur leurs savoirs et savoir-faire de début d'études secondaires.

3 - BREF HISTORIQUE

Dès janvier 1989, le Recteur M. Migeon, dans son rapport sur « la réussite à l'école » proposait des actions de soutien ou de reprise d'apprentissage pour les élèves présentant des déficits d'apprentissage.

Pour mettre fin à la dramatique rupture vécue par beaucoup d'élèves à leur entrée en 6ème, il importe d'assurer une continuité des contenus et surtout des modalités d'intervention pédagogique entre premier et second degré. L'harmonisation réelle ne peut se concevoir alors que par de véritables négociations, régulations et actions au service des élèves et doit largement dépasser le cadre de la convivialité de réunions ordinaires.

Depuis plusieurs années, dans la circonscription, nous avions travaillé sur la continuité des apprentissages au sein du cycle III. Lors des commissions d'harmonisation CM2-6ème, les professeurs de collège présents et les enseignants concernés avaient procédé à des études comparatives de leurs programmes respectifs. Ce travail avait permis une meilleure connaissance, en amont ou en aval, des contenus d'apprentissage.

Le document départemental intitulé «continuité des apprentissages au cycle des approfondissements » élaboré par des enseignants de la circonscription de Gap, a servi de support à une réflexion par secteur de collège. Cet outil, qui se présente sous forme de fiches concentrant sur une même page les savoirs d'un champ disciplinaire, les compétences disciplinaires et les compétences transversales a été donné à chacun des interlocuteurs.

Les savoirs et compétences reconnus essentiels pour suivre une scolarité réussie au collège ont été indiqués en gras.

En italique apparaissent les éléments du programme que les professeurs du collège ont estimés non indispensables et qui peuvent être traités avec moins d'exigence dans le cadre de l'école primaire. Cette réflexion a été menée au sein de commissions mixtes et les documents entérinés par secteurs de collège sont devenus les bases de travail de chacun.

La constitution d'équipes mixtes d'enseignants d'écoles et de collège, motivés et expérimentés, a semblé, avant une éventuelle généralisation de ce dispositif, être une condition indispensable pour envisager une réflexion en continu sur les apprentissages des élèves et le suivi de cohortes.

L'optique constructiviste de l'appropriation des connaissances qui s'oppose à celle d'une transmission de « celui qui sait à celui qui ne sait pas » a été résolument choisie par l'équipe de circonscription.

Dans cette perspective, il s'agissait d'intégrer le rôle prépondérant que jouent les divers types d'interactions élève-enseignant, élève-élève, élève-objet de l'apprentissage et de faire évoluer ainsi les représentations encore tenaces du rôle actuel dévolu à chacun dans la majorité des classes.

L'équipe de circonscription ne cherchait pas à fournir une classe mathématique « clé en main » mais plutôt à déclencher une dynamique, à rassurer, à autonomiser les enseignants afin qu'ils deviennent eux-mêmes acteurs de leur nouvelle démarche.

En conséquence, la construction de démarches pédagogiques qui fassent droit aux rythmes et réactions particulières des élèves mais aussi aux spécificités des savoirs mathématiques en question a été laissée à l'initiative de chacun.

Les enseignants volontaires se sont rencontrés, ont vécu un stage commun, ont acquis une culture pédagogique forte, notamment en ce qui concerne les notions de contrat de réussite, la démarche de recherche en mathématiques et les contenus d'apprentissage.

L'installation de nouveaux savoir-faire professionnels va de pair avec l'accès à « la clarté cognitive », théorie générale que nous devons à J. Downing et J. Fijalkow et doit comporter différentes phases dont nous ne devons pas plus faire l'économie en formation d'adulte qu'en classe.

La première phase dite de compréhension est souvent assimilée dans le langage courant à la motivation, terme vague mais qui sous-entend que l'apprenant est assez avancé dans sa compréhension et son investissement, ce qui explique l'appel à enseignants volontaires.

Si le potentiel dans le premier degré fut dès le début conséquent, il fallut réitérer les demandes auprès des principaux de collège pour travailler sur plusieurs sites en septembre 2000.

Dans un premier temps, le but de l'équipe de circonscription était de permettre à chacun des enseignants volontaires de répondre avec pertinence à ces deux questions :

Pourquoi les élèves se heurtent-ils aux mêmes difficultés mathématiques ?

C'est-à-dire qu'il était nécessaire de comprendre la succession des ruptures nécessaires et épistémologiques des savoirs essentiels en mathématiques

Comment organiser les apprentissages en classe pour redonner du sens à leur construction et prendre le temps de l'appropriation des « noyaux durs » ?

Il s'ajoutait alors le souci de prendre en compte le rôle spécifique et le fonctionnement des différentes phases de l'apprentissage et le rôle de l'analyse des erreurs.

C'est pourquoi la formation proprement dite a comporté quatre phases distinctes :

- un stage initial conçu comme démarche active de construction de nouveaux savoir-faire professionnels et animé conjointement par l'équipe de circonscription et un professeur de mathématiques d'IUFM ;
- des temps communs supplémentaires consacrés à la préparation de la semaine tant en ce qui concerne la mise au point de l'articulation logique des différentes séances d'apprentissage dans la journée et pendant la semaine, que la réflexion à propos de la constitution des groupes mixtes d'élèves à la fois dans les groupes de besoins et les groupes d'intérêt ;
- le suivi-accompagnement de la mise en pratique avec l'implication d'un puis des deux conseillers pédagogiques s'intégrant durant la semaine à l'équipe d'encadrement et la venue régulière du professeur de mathématiques formateur ainsi que de l'IEN, observateurs et « renvoyeurs » des réussites mais aussi des difficultés ;

- l'évaluation du dispositif quelques semaines plus tard durant une synthèse formatrice.

4 - LE PROJET CLASSE MATHEMATIQUE

- une classe de CM2 et une classe de 6^e^ (enseignants volontaires) du même bassin de recrutement ;
- des classes en résidence une semaine au collège de rattachement et/ou dans l'école élémentaire la plus proche ;
- un encadrement élargi permettant un fonctionnement par ateliers (moitié de classe) ;
- un projet élaboré conjointement (premier et second degré) autour d'une dominante mathématique et des difficultés essentielles des élèves concernés ;
- un contrat individualisé conçu à partir de <u>besoins identifiés</u> par les enseignants (évaluations nationales 6e, évaluations communes proposées aux classes concernées et des <u>intérêts formulés</u> par les élèves).

5 - LES OBJECTIFS

- construire ensemble (enseignants école et collège) des accompagnements pédagogiques et didactiques cohérents pour permettre une continuité des apprentissages entre cycle III et 6e ;
- limiter les problèmes de morcellement, de dispersion, de linéarité des apprentissages mathématiques qui provoquent une perte de sens et de motivation ;
- relier le langage mathématique aux connaissances langagières de la langue française (polysémie des mots) ;
- utiliser des activités langagières structurées pour favoriser des retours réflexifs sur les raisons de la réussite ou de l'échec, sur les différentes procédures et stratégies employées en fonction des variables de la situation proposée (méta-cognition) ;
- apprendre en situation d'interactions (élèves/élèves et mathématiques/français) ;
- construire et/ou renforcer des compétences disciplinaires et transversales dans des situations d'action et évaluer les écarts constatés ;
- rendre l'élève acteur dans la construction de ses savoirs et dans le cadre d'un contrat de travail négocié ;
- offrir aux élèves des occasions de s'adapter à des situations et des problèmes nouveaux et de développer d'autres schèmes de réponses adaptées.

Il semblait indispensable de travailler aussi sur :

- les représentations

Comment aider les élèves à mettre en mots, à conserver et à utiliser leurs « savoirs du moment » ?
Comment les accompagner dans la lisibilité de leur travail et la prise de conscience de leurs progrès ?
Il paraissait donc indispensable de leur fournir un temps d'élucidation et de réflexion.

- la conceptualisation

A quel type d'objet de connaissance les enfants réfèrent-ils l'objet qu'on leur propose ?

- les procédures

Comment s'y prendre pour analyser les réussites et les échecs ?

6 - LES CONTENUS – UN EXEMPLE

Organisation de la semaine *(classe mathématique du 2 au 6 février 2004)*

Après plusieurs années de déroulement des classes mathématique au mois de novembre et des constats de difficultés récurrentes d'organisation pour le collège, il a été proposé de saisir l'opportunité des « semaines blanches » pour Veynes.

En effet, tous les ans, fin janvier ou début février, les classes de 6^{e} partent à tour de rôle une semaine en montagne pour vivre en particulier un cycle de ski (le massif du Dévoluy est situé à quelques kilomètres). Cette période a aussi été choisie pour le déroulement du stage « entreprise » des élèves plus âgés. La juxtaposition de ces deux événements libère à la fois des locaux et des professeurs.

Une réflexion interne et la souplesse des horaires ont permis d'organiser une classe mathématique durant l'année 2004 avec deux classes de 6^{e} et une classe de cycle III (seuls les élèves de CM2 sont venus en car) d'un regroupement pédagogique d'écoles rurales du Dévoluy dont les élèves découvraient le collège.

Les temps consacrés aux mathématiques se sont articulés sous forme de huit ateliers, répartis sur les huit demi-journées. Ces ateliers abordaient :

- la numération
- les programmes de construction
- la lecture d'énoncé
- les repérages temporels

Chaque champ a fait l'objet, au cours du mois précédent, d'une évaluation diagnostique identique pour les élèves de CM2 et de 6^{e} . En fonction des résultats, les élèves, quels que soient leurs classes, ont été répartis en cinq groupes homogènes. La constitution des groupes a donc évolué en fonction des domaines abordés.

Emploi du temps *(cf. annexe 1)*

Deux axes de travail ont été privilégiés :

choix des champs qui ont posé le plus de problèmes aux élèves, au vu des résultats aux évaluations et des observations effectuées par les enseignants ;

chaque champ sera abordé deux fois dans la semaine afin d'approfondir les sujets d'étude, de donner une cohérence à l'ensemble et de donner du temps pour chacun ;

- alternance des ateliers privilégiant l'entrée « langue » ou l'entrée « mathématiques » afin de permettre la construction de liens privilégiés entre le français et les mathématiques.

Un exemple du contenu des ateliers *(cf. annexe 2)*

Il s'agissait, en premier lieu, de confronter chaque élève aux problèmes de langues spécifiques, de lecture, de fonctionnement textuel, de rigueur de l'expression. Le professeur de français restait donc très concerné.

La coopération « français/mathématiques » a permis d'ouvrir des perspectives nouvelles prenant appui sur les compétences de chacun des professeurs.

Un grand chantier de « ré apprentissage » a été décidé en numération. Il a été prolongé en histoire à propos de la frise chronologique qui pose des problèmes importants jusqu'en $3^{ème}$ pour certains élèves.

A partir du constat de l'absence de préoccupation en ce qui concerne la présentation et le soin portés à l'écriture du travail en mathématiques, il a semblé indispensable de redonner le goût à « l'esthétique » (au-delà des contenus) à partir de supports de qualité et d'une attention particulière portée à un « carnet personnel ».

Des temps spécifiques ont permis à chaque élève de gérer son dossier personnel et de conserver les découvertes de la journée, les obstacles et difficultés rencontrées, les étapes de son cheminement (stratégies employées), les règles ou lois mathématiques comprises (des formulations à la formalisation)

Atelier numéro 1 : *« polysémie »*

- *Prendre conscience de la spécificité du langage mathématique par rapport au langage courant*

- Reconnaître la polysémie d'un certain nombre de termes employés en mathématiques et dans le langage courant

Atelier numéro 2 : *« numération »*
- Fixer notre système de numération décimale en manipulant d'autres systèmes de numération et en prenant conscience des ressemblances et différences

Atelier numéro 3 : *« la phrase »*
- Formuler une démarche et une réponse correctes à un problème mathématique en employant à bon escient des phrases en langage mathématique et/ou des phrases en « français »

Atelier numéro 4 : *« numération »*
- Donner du sens aux termes « chiffre », « nombre », « dizaine », « dixième », « unité » (valeur positionnelle des chiffres)

Atelier numéro 5 : *« programme de construction »*
- Différencier l'emploi des articles défini/indéfini dans un programme de construction
- Repérer et employer les formes injonctives (infinitif/impératif) dans un programme de construction

Atelier numéro 6 : *« lecture d'énoncés »*
- Rechercher et trier les données utiles d'un énoncé
- Rédiger un énoncé de problème mathématique

Atelier numéro 7 : *« programme de construction »*
- Rédiger un programme de construction

Atelier numéro 8 : *« frise chronologique »*
- Concevoir deux types de frises (normée/non normée)
- Repérer la place et le rôle du zéro, de la notion d'origine sur une droite normée ; revoir les notions de « siècle » et « millénaire »

Le déroulement *(cf annexe 3)*

Afin de cibler avec précision les contenus de la classe mathématique, des évaluations diagnostiques ont été proposées sur :

La lecture d'énoncés
Les procédures de construction
La phrase
Le vocabulaire mathématique
La chronologie
La numération (évaluation 6ème)
La frise historique et la chronologie.

Ces évaluations préparées, pour la première fois et conjointement, par l'enseignante de la classe de CM2, l'équipe de circonscription et les professeurs de mathématiques, de français et d'histoire du collège, ont d'abord été échangés par email, puis ont été affinés par l'ensemble des adultes enseignants et enfin proposés aux élèves dans chaque classe concernée (sans difficulté particulière en élémentaire et sur les temps de « remédiation » en 6ème début janvier).

Un premier bilan a été effectué « à chaud » le vendredi 13 février 2004 au collège avec tous les intervenants.

Un bilan « du ressenti, du vécu » a aussi été mis en place dans chaque classe avec les élèves.

Puis, après les vacances d'hiver, en mars, des évaluations, semblables aux premières, ont été à nouveau proposées. Les résultats ont montré une augmentation significative des réussites pour chacun mais surtout une capacité beaucoup plus importante à expliciter ses procédures de résolution.

Le bilan du projet (cf annexe 4)

Ce projet reste à renouveler, à la demande de l'ensemble des enseignants.

Cependant, la lourdeur du dispositif requière la mobilisation de l'équipe de circonscription et d'un nombre de professeurs concernés plus important.

Les réunions de préparation et de synthèse-bilan doivent être prises en compte par l'institution, non seulement pour le premier degré mais aussi pour le second degré. Il semble que les stages de circonscription de liaison CM2-6ème, inscrits au plan départemental ou académique de formation, pourraient être supports à ces temps spécifiques.

On peut de plus imaginer différents types de classes, supports à la mise en jeu des compétences transversales : Lire, écrire parler (classe musique, classe histoire, classe sciences…).

En fonction des affinités, des difficultés rencontrées par les élèves des divers enseignants des premier et second degré, on pourrait imaginer quatre projets par an. (un par classe de 6ème du collège de Veynes, travaillant aux côtés d'un ou de deux CM2… selon le nombres d'élèves).

7. CONCLUSION

La conscience des difficultés qui s'accumulent, l'intériorisation de l'échec sont des expériences douloureuses qui occultent chez les élèves leurs capacités à se réaliser dans des domaines où leurs atouts sont pourtant bien réels.

Les aider à dominer des difficultés passagères, souvent normales et inhérentes aux apprentissages eux-mêmes avant qu'elles ne deviennent inquiétantes et génératrices d'une dévalorisation de la personne, est aujourd'hui la priorité pour les équipes pédagogiques.

Tous les élèves dont les résultats aux évaluations nationales CE2 et 6e (mais aussi intermédiaires) révèlent une insuffisance devraient bénéficier d'actions d'accompagnements spécifiques et d'évaluations ciblées tout au long de l'année scolaire.

Au-delà des programmes personnalisés d'aide aux élèves les plus en difficulté, il est indispensable d'envisager des situations de soutien ou d'approfondissement pour d'autres dont les acquisitions, sans être déficientes, restent encore fragiles. Il est nécessaire d'agir pour tous afin d'éviter que se constituent de futurs parcours d'échec.

C'est cette dynamique collective qu'il conviendrait de généraliser pour que le cycle III de l'école primaire et la sixième de collège réussissent pleinement dans leur fonction conjointe et cohérente d'approfondissement voire de ré apprentissage des acquisitions essentielles.

C'est dans le cadre des évaluations-accompagnements d'équipes d'école (voir l'article du colloque 2003) que l'équipe de circonscription a pu envisager une réelle appropriation de nouveaux savoir-faire professionnels en alternant, après négociation avec les enseignants, des séances d'effectuation, d'observation et d'analyse de séances au sein d'une même problématique (même champ disciplinaire ou même phase d'une démarche d'apprentissage).

Mais c'est aussi dans le cadre d'une mutualisation des compétences professionnelles et spécifiques des professeurs des écoles et des collèges au sein d'une réflexion pédagogique nourrie par des formateurs des premier et second degrés que l'on pourra réellement envisager un accompagnement cohérent et efficace des élèves au sein d'un cursus scolaire.

ANNEXE 1 Classe mathématique Collège de Veynes/ école de St Etienne en Dévoluy. du 2 février au 6 février 2004.1

	Lundi 02/02		Mardi 03/02		Jeudi 05/02		Vendredi 06/02	
8h15-9h45	Travail sur les évaluations 6e	*Transport 9h 9h45 CM2*	Cours 6e	*Transport 9h 9h45 CM2*	Cours 6e	*Transport 9h 9h45 CM2*	Travail sur les évaluations 6e	*Transport 9h 9h45 CM2*
	Accueil et récréation		*Accueil et récréation*		*Accueil et récréation*		*Accueil et récréation*	
10h00-11h30	<u>Atelier 1</u> Polysémie Groupes de besoin P		<u>Atelier 3</u> La phrase mathématique et/ou, littérale Groupes P		<u>Atelier 5</u> Programmes de construction, étude de textes Groupes de besoin P		<u>Atelier 7</u> Programmes de construction, écriture mathématique Groupes de besoin P	
11h30 - 12h	Bilan / carnet de bord		Bilan / carnet de bord		Bilan / carnet de bord		Bilan / carnet de bord	
12h - 12h45	*Repas*		*Repas*		Repas		*Repas*	
12h45-13h30	Jeux de logique		Jeux de logique		Jeux de logique		Jeux de logique	
13h30-15h	<u>Atelier 2</u> Numération 1 Groupes de besoin N		<u>Atelier 4</u> Numération 2 Groupes de besoin N		<u>Atelier 6</u> Lecture d'énoncés Groupes de besoin P		<u>Atelier 8</u> Frise chronologique Groupes aléatoires	
15h-5h30	Bilan / carnet de bord		Bilan / carnet de bord		Bilan / carnet de bord		Bilan / carnet de bord	
15h00-15h30 *15h30-16h30*	Cours 6e	*Transport Retour CM2*	Cours 6e	*Transport Retour* CM2	Cours 6e	Transport *Retour CM2*	Récréation. Bilan avec les conseillers pédagogiques	Transport *Retour* CM2

<u>Groupes P</u> : *Polysémie (5 groupes) en fonction des évaluations. (polysémie, phrase, lecture)*
<u>Groupes N</u> : *Numération, (5 groupes) en fonctions des évaluations.*
<u>Groupes aléatoires</u> : *5 groupes (par ordre alphabétique*

A AMELIORER

Eviter les cours pour les collégiens de 8h15 à 9h45.
Améliorer les temps consacrés au bilan et au carnet de bord.
Etre plus au clair sur la notion de trace. Qui écrit quoi et pourquoi ?

ANNEXE 2

ATELIER LECTURE D'ÉNONCÉ

1/A la Cité des Fleurs, il y a 11 immeubles en construction: 8 immeubles de 4 étages et 3 immeubles de 6 étages.

Il y a 4 appartements par étage ;
7 fenêtres par appartement.

« Quel travail se dit le menuisier chargé de poser les fenêtres. Je suis sûr qu'il y a autant de fenêtres qu'au château de Versailles. »

Mais le menuisier ne savait peut-être pas qu'au château de Versailles il y a 2143 fenêtres.

Son affirmation est-elle juste ?

2/Voici une série d'informations données « en vrac ».

a) Regroupe celles qui pourraient appartenir à un même énoncé de problème.

b) Sur une grande feuille, organise ces informations et trouve

- Ce qu'elles te permettent de calculer;
- À quelle(s) questions tu pourrais finalement répondre.

c) Maintenant rédige correctement l'énoncé de ce problème et propose-le à un camarade. Comparez votre travail.

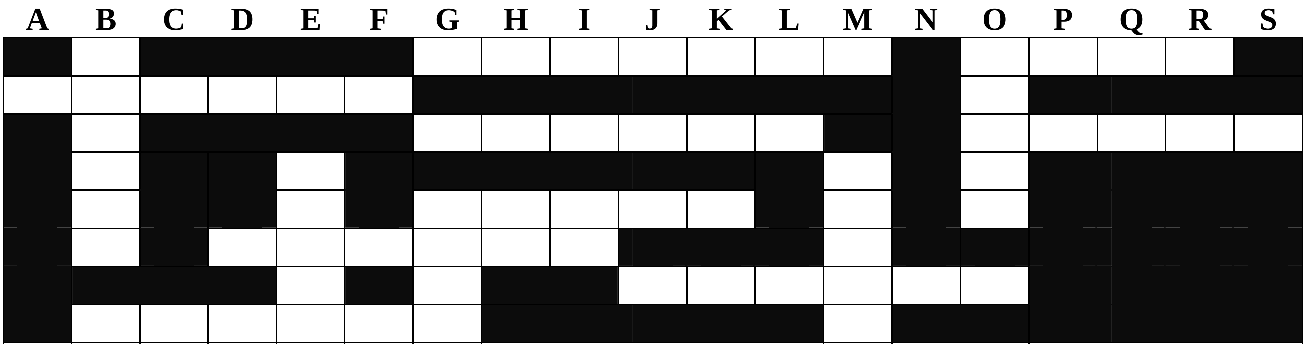
Prix d'un kg de farine	Heure d'arrivée au marché.	Prix d'un kg de myrtilles surgelées
1€50	9h30min	4€50
Prix d'un kg de beurre	Temps de préparation du gâteau aux myrtilles	Temps nécessaire pour aller de chez Mélanie au marché.
6€	25 min	30 min
Nombre d'œufs nécessaires pour faire un gâteau aux myrtilles pour 6 personnes	Heure de passage du livreur de la Redoute chez Mélanie.	Poids de farine nécessaire pour faire un gâteau aux myrtilles pour 6 personnes.
4	10h20	200g
Prix d'un bouquet de 12 tulipes	Prix du journal *Tévérama*	Temps de cuisson du gâteau aux myrtilles
5€	2€	35 min.
Prix d'une douzaine d'oeufs	Prix du même gâteau chez le pâtissier	Distance de la maison au marché.
2€	8€50	1250m
Prix d'un paquet de 6 yaourts	Heure à laquelle le gâteau doit être cuit	Poids de beurre nécessaire pour faire un gâteau aux myrtilles 6 personnes)
2€	11h20 min	125g
Nombre de personnes dans la famille	Nombre de personnes invitées	Temps passé chez le marchand de journaux.
6	12	10 min ;
Nombre de yaourts nécessaires pour faire un gâteau aux myrtilles pour 6 personnes.	Prix d'une bombe de crème Chantilly	Poids de myrtilles nécessaire pour un gâteau pour 6 personnes.
2	3€	0,5kg

ANNEXE 2 (suite)

ATELIER VOCABULAIRE DE BASE DE LA GEOMETRIE

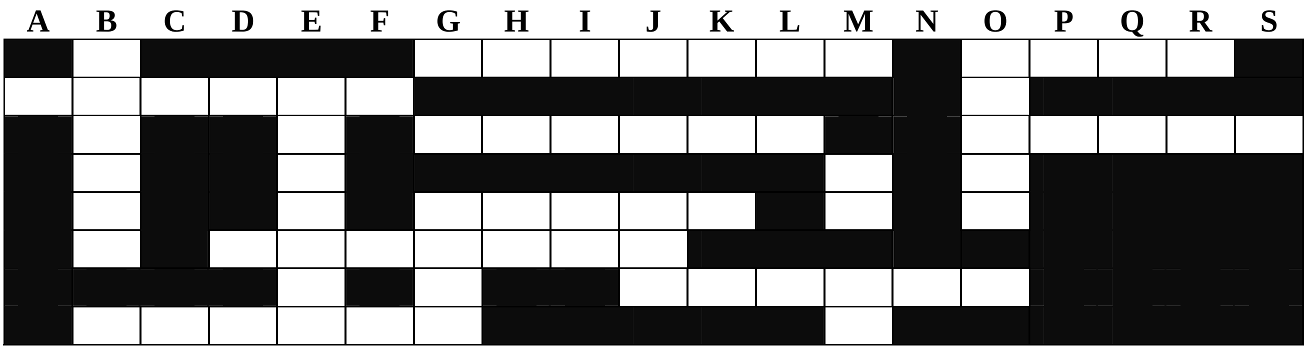
1) Activité 1 : mots croisés

- Consigne : remplis ces grilles de mots croisés grâce aux définitions qui te sont proposées.



Horizontalement :
1. Au portique, entre la balançoire et le toboggan. Ce point t'oblige parfois à t'arrêter en pleine course ! **2.** Si ta chaise l'est, tu peux grimper dessus sans crainte. **3.** Ce n'est pas à gauche. On peut ranger des livres dessus dans la bibliothèque. **5.** Il y en a beaucoup dans les poissons de rivière, mais ici, il n'y en a qu'une ! **6.** Si tu t'y mets, tu gênes tout le monde.
7. Lequel des Hautes-Alpes préfèrerais-tu gravir ? **8.** Aéré, social ou commercial, tu aimes t'y retrouver avec tes amis.

Verticalement :
B. Le cinquième de « Harry Potter » vient de sortir. **E.** De suspension, il y en a trois, mais final, il n'y en a qu'un. **G.** De repos sur l'autoroute. **H.** Après le do dans la gamme.
I. Participe passé de « avoir ». **M.** Quand on n'a pas assez dormi, on aime en faire un petit après le petit déjeuner. **O.** A sauter, pour les petites filles ou les boxeurs.



Horizontalement :
1. Quadrilatère ayant deux côtés non consécutifs parallèles appelés bases. Un polygone en a plusieurs, mais ici, il n'y en a qu'un ! **2.** Le cube en est un. **3.** Une infinité de points tous alignés. Segment qui a pour extrémités de centre d'un cercle et un point du cercle. **5.** Le cube en possède douze mais ici, le mot est au singulier. **6.** Le point d'un segment à égale distance de ses extrémités. **7.** Un quadrilatère en possède le même nombre que ses côtés (mot au singulier). **8.** Celui d'un cercle est unique.

Verticalement :
B. S'exprime souvent en m3. **E.** On utilise une lettre en majuscule pour le nommer. **G.** Mesure d'une surface. **H.** Désigne la longueur du segment **[RE]**. **I.** Désigne la longueur du segment **[EU]**. **M.** Le résultat d'une addition. **O.** Segment qui relie deux points d'un cercle.

ANNEXE 2 (suite)

ATELIER « LA PHRASE »

Activité 1 : **trier des démarches**

Les démarches suivantes sont toutes tirées de réponses d'élèves aux évaluations que vous avez passées récemment.

Découpez puis triez en tas devant vous les recherches des élèves en mettant ensemble celles qui se ressemblent. Expliquez vos choix.

Attention : ne vous occupez que de la démarche ; ne tenez pas compte de la réponse !

Des collégiens partent en Angleterre en autocar. Ils quittent leur collège un soir à 21h, et arrivent à Londres, le lendemain à 7h30. Combien de temps a duré le voyage ?

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

J'ai fais 20H aller à 7H30. J'ai trouvé 11H30 min

Réponse : Le voyage a duré 11H30 min

①

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

20h → 8h = 12h - 30min = 11h 30min

Réponse : ~~11h~~ Le voyage a duré 11h30 min

②

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

20H — 4H00 — 24H — 3H — 3H — 3H — 6H — 1H30 — 7H30

Réponse : Le voyage à durée 11H30

③

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

Je suis parti de minuit et j'ai compté jusqu'à 7H30 puis je suis parti de 20H jusqu'à minuit.

Réponse : 11 H30.

④

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

20h + 4h = 24h   4h + 7h30 = 11h30

24h + 7h30 = 7h30

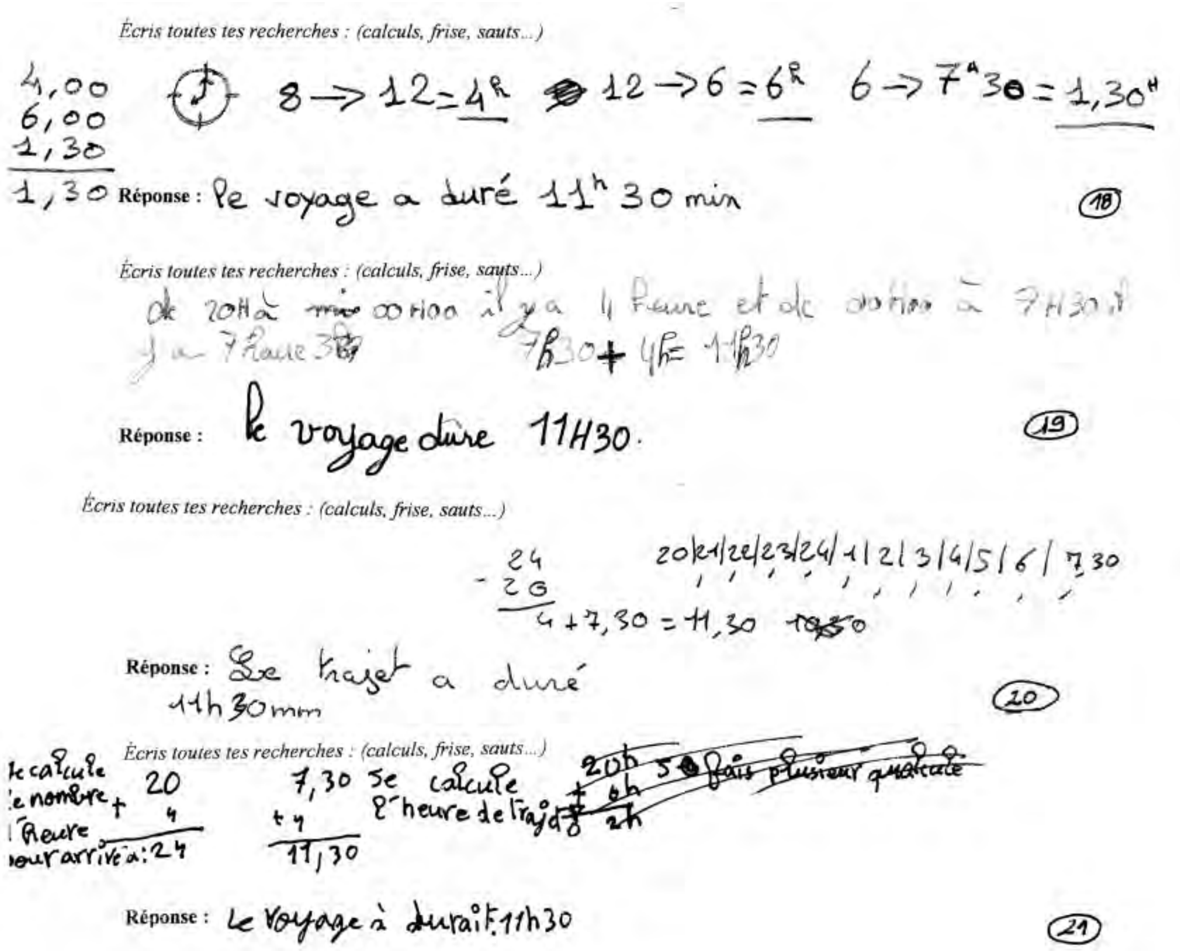
Réponse : ~~[illegible]~~ Le temps du voyage a duré 11h30.

⑤

ANNEXE 2 (suite)

Activité 2 : **trier des démarches (suite)**

Les démarches suivantes sont tirées des mêmes évaluations. Quelles remarques pouvez-vous faire en tenant compte de ce qui a été dit dans l'activité 1 ?



Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

4,00
6,00
1,30
1,30

8 -> 12 = 4h 12 -> 6 = 6h 6 -> 7h30 = 1,30h

Réponse : le voyage a duré 11h 30 min (18)

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

de 20H à 00H00 il y a 4 heure et de 00H00 à 7H30 il y a 7 heure 30 7h30 + 4h = 11h30

Réponse : le voyage dure 11H30. (19)

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

24
- 20
4 + 7,30 = 11,30

20|21|22|23|24|1|2|3|4|5|6|7,30

Réponse : Le trajet a duré 11h 30mm (20)

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

le calcule le nombre l'heure pour arrivé à : 24
20 + 4

7,30 se calcule l'heure de trajet
7,30 + 4 = 11,30

20h + 6h = 2h

Réponse : Le voyage à durait 11h30 (21)

Activité 3 : **rédiger une réponse**

1) Observe maintenant les réponses 3, 4, 5, 11, 13, 14, 19 et 21 à ce même exercice.

Ces réponses contiennent toutes un résultat correct : 11h30. Cependant, elles ont toutes fait l'objet de remarques de la part du professeur qui les a corrigées. Pour chaque réponse, mets toi à la place du professeur et souligne les incorrections que tu peux constater.

ANNEXE 3

Évaluation lecture d'énoncés

Exercice 1:

Barre dans le texte les nombres qui ne sont pas directement utiles pour répondre à la question du problème.

Le portugais Magellan quitte l'Espagne le 10 août 1519 avec 256 hommes répartis sur 5 navires. Il contourne l'Amérique du Sud, découvre l'océan Pacifique, atteint les Indes le 26 janvier 1521.

En 1522, seulement 18 marins réussissent à rentrer en Espagne à bord de 2 navires. Le premier tour du monde est accompli.

Combien de marins de l'expédition ne sont pas rentrés en Espagne ?

Exercice 2:

Lors du tournoi de fin de d'année, les 4 sixièmes, 6°I-6°2-6°3 et 6°4 se sont affrontées sur une épreuve d'athlétisme.

La 6°4 est arrivée avant la 6°2 mais après la 6°3.

La 6°I a terminé bonne dernière.

Retrouve l'ordre d'arrivée de chaque classe et inscris tes réponses ci-dessous.

6°1 . ... 6°2 : .... 6°3 : .... 6°4: ....

Exercice 3

Camping des trois chênes **Tarif par jour**	
Adulte	8,50€
Enfant (jusqu'à 10 ans	4,25€
Emplacement pour une caravane	7,00€
Emplacement pour une toile de tente	4,00€
Animaux autorisés	gratuit

Pierre et Catherine, accompagnés de leur fille Léa de 7 ans, de leur fils Charles, 11 ans et de leur chien, installent leur caravane dans ce camping. Ils souhaitent y rester trois jours.

Combien paieront-ils pour une journée ?

Ecris tes calculs

Réponse : ....

Exercice 4 :

Au départ de Neuville à 7h30 min, M. Martin constate que le compteur kilométrique de sa voiture indique 34 528 km.

Il s'arrête 10 minutes dans une station essence. Il la quitte à 7 h 48 min et arrive à Bourgneuf 30 minutes plus tard Le compteur indique alors 34 558 km.

a) Ecris une question qui correspond au calcul: 7 h48 min- l0 min= 7h 38 min
   Question: ....
b) b) Ecris une question dont la réponse est 30 km.
   Question: ....

ANNEXE 3 (suite)

Évaluation frise chronologique du ....

Nom: .... Prénom : .... Classe: ....

1/ Place, au mieux, les six dates suivantes sur la frise chronologique.

La Révolution Française de **1789** - Le règne de Charlemagne, empereur de Rome au **IX**^{e} siècle - La naissance de Jésus Christ, en l'**an 0** - La fondation de Massilia (Marseille) **en l'an 600 avant Jésus Christ** - Ton année de naissance - La Première Guerre Mondiale de **1914 -1918.**

2/ Résous ce problème en utilisant la méthode de ton choix.
Manu et Martin partent en voyage.
Quand Manu et Martin quittent Lyon, il est 7h25min. Ils mettent 2h55min pour aller à Clermont-Ferrand, puis 4h25min pour atteindre Poitiers, Martin dit alors : « Pour aller de Poitiers à Royan, il faut encore trois heures et demie. » « Que c'est long ! » soupire Manu en se replongeant dans la lecture de sa bande dessinée.

A quelle heure Martin et Manu arriveront-ils à Royan ?

Écris toutes tes recherches : (calculs, frise, sauts...)

Réponse :

ANNEXE 3 (suite)

Évaluation numération romaine du ....

Nom: .... Prénom : .... Classe: ....

1/ Écris les nombres suivants en lettres :

I ....
III ....
VI ....
IX ....
XII ....
XIV ....

XXIII ....
XXXVII ....
XL ....
LX ....
CXXII ....
CMXCIX ....

2/ Écris les nombres suivants en chiffres romains :

2 ....
4 ....
7 ....
11 ....
27 ....

51 ....
101 ....
522 ....
1499 ....
1500 ....

3/ Classe ces Rois de France dans l'ordre chronologique, du premier régnant au dixième :

Louis XIII le Juste	**1er**	
Louis XVI	**2ème**	
Louis XIV le Grand	**3ème**	
Louis IX (Saint Louis)	**4ème**	
Louis XI	**5ème**	
Louis XVIII	**6ème**	
Louis VII le Jeune	**7ème**	
Louis VI le Gros	**8ème**	
Louis VIII le Lion	**9ème**	
Louis XV le Bien-Aimé	**10ème**	

ANNEXE 3 (suite)

Évaluation lecture d'énoncés

Exercice 1:

Barre dans le texte les nombres qui ne sont pas directement utiles pour répondre à la question du problème.

Le portugais Magellan quitte l'Espagne le 10 août 1519 avec 256 hommes répartis sur 5 navires. Il contourne l'Amérique du Sud, découvre l'océan Pacifique, atteint les Indes le 26 janvier 1521.

En 1522, seulement 18 marins réussissent à rentrer en Espagne à bord de 2 navires. Le premier tour du monde est accompli.

Combien de marins de l'expédition ne sont pas rentrés en Espagne ?

Exercice 2:

Lors du tournoi de fin de d'année, les 4 sixièmes, 6°I-6°2-6°3 et 6°4 se sont affrontées sur une épreuve d'athlétisme.

La 6°4 est arrivée avant la 6°2 mais après la 6°3.

La 6°I a terminé bonne dernière.

Retrouve l'ordre d'arrivée de chaque classe et inscris tes réponses ci-dessous.

6°1 . ... 6°2 : .... 6°3 : .... 6°4: ....

Exercice 3

Camping des trois chênes **Tarif par jour**	
Adulte	8,50€
Enfant (jusqu'à 10 ans	4,25€
Emplacement pour une caravane	7,00€
Emplacement pour une toile de tente	4,00€
Animaux autorisés	gratuit

Pierre et Catherine, accompagnés de leur fille Léa de 7 ans, de leur fils Charles, 11 ans et de leur chien, installent leur caravane dans ce camping. Ils souhaitent y rester trois jours.

Combien paieront-ils pour une journée ?

Ecris tes calculs

Réponse : ....

Exercice 4 :

Au départ de Neuville à 7h30 min, M. Martin constate que le compteur kilométrique de sa voiture indique 34 528 km.

Il s'arrête 10 minutes dans une station essence. Il la quitte à 7 h 48 min et arrive à Bourgneuf 30 minutes plus tard Le compteur indique alors 34 558 km.

c) Ecris une question qui correspond au calcul: 7 h48 min- l0 min= 7h 38 min
   Question: ....

d) b) Ecris une question dont la réponse est 30 km.
   Question: ....

ANNEXE 3 (suite)

Exercice 5 :

Relie chaque calcul au morceau de texte correspondant, **reconstitue l'énoncé** du problème puis rédige sa solution.

et 2 cafés à 1, 40 €	4 x 2,35 = 9,40
Le barman calcule le montant de la commande.	20 - 12,20 = 7,80
A la terrasse d'un café, Gaétane commande 4 sodas à 2,35 €	2,80 + 9,40 = 12,20
Gaétane lui tend un billet de 20 €; combien lui redonne-t-il ?	2 x 1,40 = 2,80

....
....
....
....

Exercice 6 :

Voici des informations et des calculs.
Tu vas devoir t'en servir pour compléter l'énoncé d'un problème.

Prix indiqués dans une boulangerie :

Croissant: 0,61 € Eclair au chocolat: 1,22 € Tarte: 5,50 € Baguette: 0,67 €-

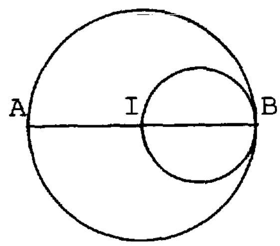
Calculs effectués : (2 x 0,61) + (4 x 1,22) = 6,10
10 - 6,10 = 3,90

Complète l'énoncé en n'oubliant pas les questions correspondants aux calculs effectués.

Simon entre dans une boulangerie avec un billet de 10 euros...
....
....
....
....

Evaluation programme de construction

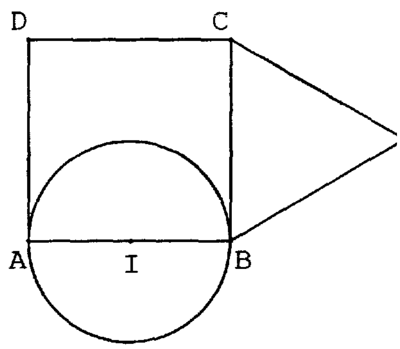
Exercice 1 :



Complète le programme de construction de la figure :
Place deux .... A et B tels que AB = ... cm.
Place le .... I du segment [AB].
Trace le cercle de ....1 et de .... [AI].
Trace le cercle de .... [IB].

Exercice 2 :

Rédige un texte qui permet à quelqu'un qui ne voit pas la figure de la tracer.



....
....
....
....
....
....

ANNEXE 4

Bilan enfants.
Travail collectif des CM2.

Positif	Négatif
• Différents professeurs rencontrés. • On s'habitue aux changements de salles; • On s'habitue au self. • On fait de nouvelles rencontres. • On retrouve nos anciens camarades ; (6è, 5è, 4è..) • Travail très intéressant au niveau des maths et du français. • C'est bien d'être avec les 6èmes. (« Ce qu'ils savent, ce que nous savons,... c'est assurant. »)	• Comportement de certains élèves Façade: je ne travaille pas, je m'en moque. Agitation : je dis n'importe quoi. Se faire remarquer: En faisant l'idiot, c'est plus facile ! ! • Certains ateliers étaient trop longs pour rester concentrés. • Les cigarettes dans les toilettes. • Les 6ème ont pas leur matériel. • Ils ont tout pour réussir mais ils font les idiots. • Non respect du matériel collectif.

CM du Dévoluy

Classe mathématique, évaluations de départ.

											Phrase					
Prénom	Lecture	%	Procédu	%	Chronol	%	Numéra	%	N.Roma	%	Voca	%	Phrase	%	Chrono	%
Cylia	14	46,67	3	30,00	7	46,67	6	30,00	12,5	39,06	1	8,33	12	52,17	1	14,29
Maëlle B	28	93,33	8	80,00	15	100,00	16	80,00	29,5	92,19	8	66,67	21	91,30	7	100,00
Florian	18	60,00	5	50,00	11	73,33	10	50,00	24	75,00	7	58,33	16	69,57	0	0,00
Carole	25	83,33	6	60	6	40	16	80	28,50	89,06	8	66,67	17,00	73,91	7	100
Estelle	27	90,00	5	50,00	5	33,33	15	75,00	23,5	73,44	8	66,67	17	73,91	7	100,00
MaëlleL	26	86,67	5	50,00	5	33,33	14	70,00	24,5	76,56	4,5	37,50	16	69,57	7	100,00
Loïc	10	33,33	2	20,00	6	40,00	8	40,00	18,5	57,81	2	16,67	14	60,87	0	0,00
Marion	27	90,00	2	20,00	7	46,67	15	75,00	26	81,25	6	50,00	19	82,61	7	100,00
Charlie	22	73,33	4	40,00	7	46,67	12	60,00	28	87,50	2	16,67	13	56,52	0	0,00
Damien	16	53,33	5	50,00	6	40,00	14	70,00	30	93,75	7	58,33	13	56,52	7	100,00
Florent	16	53,33	3	30,00	3	20,00	4	20,00	4	12,50	1	8,33	14	60,87	7	100,00
CLASSE	**20,82**	**69,39**	**4,36**	**43,64**	**7,09**	**47,27**	**11,82**	**59,09**	**22,64**	**70,74**	**4,95**	**41,29**	**15,64**	**67,98**	**4,55**	**64,94**

Réussite aux évaluations de MARS.

											Phrase					
Prénom	Lecture	%	Procédu	%	Chronol	%	Numéra	%	.Romain	%	VOCA	%	Phrase	%	Chrono	%
Cylia	16	53,33	4	40,00	6	40,00	6	30,00	7,5	23,44	5	41,67	17	73,91	6	85,71
Maëlle B	26	86,67	8	80,00	14	93,33	18	90,00	30,5	95,31	11	91,67	22	95,65	7	100,00
Florian	18	60,00	6	60,00	12	80,00	10	50,00	29,5	92,19	10	83,33	12	52,17	4	57,14
Carole	29	96,67	8	80,00	8	53,33	12	60,00	32	100,00	8	66,67	17	73,91	6	85,71
Estelle	28,5	95,00	8	80,00	12	80,00	19	95,00	30,5	95,31	10	83,33	19	82,61	7	100,00
Maëlle L	24	80,00	6	60,00	6	40,00	11	55,00	26,5	82,81	7	58,33	15	65,22	7	100,00
Loïc	14	46,67	3	30,00	6	40,00	10	50,00	18,5	57,81	6	50,00	20	86,96	4	57,14
Marion	29	96,67	7	70,00	7	46,67	16	80,00	29,5	92,19	10	83,33	16	69,57	7	100,00
Charlie	26,5	88,33	7	70,00	13	86,67	12	60,00	29,5	92,19	5	41,67	13	56,52	0	0,00
Damien	26	86,67	8	80,00	13	86,67	10	50,00	31	96,88	9	75,00	16	69,57	4	57,14
Florent	19	63,33	4	40,00	0	0,00	5	25,00	15,5	48,44	5	41,67	17	73,91	2	28,57
CLASSE	**23,27**	**77,58**	**6,27**	**62,73**	**8,82**	**58,79**	**11,73**	**58,64**	**25,50**	**79,69**	**7,82**	**65,15**	**16,73**	**72,73**	**4,91**	**70,13**

UN DISPOSITIF DE FORMATION DES PE2 EN MATHÉMATIQUES SUR LE SITE DE BLOIS, IUFM D'ORLÉANS-TOURS.

Jean-Claude Lebreton,
Patrick Wieruszewski
IUFM d'Orléans-Tours, site de Blois (41).

Résumé :

Ce dispositif est basé sur un contrat entre les professeurs formateurs et les stagiaires. Ce contrat se compose de huit principes directeurs et d'une organisation originale des heures de formation.

Pour l'essentiel, des groupes de PE2 animent, dans certaines conditions, des séances de mathématiques, avec un accompagnement des formateurs.

Pour plus de précisions, on peut consulter le site : *jclebreton.ouvaton.org*

PLAN DE FORMATION :

Il s'agit d'un résumé.

Cinquante-cinq « heures-stagiaires » sont allouées aux mathématiques dans le plan de formation des PE2. Trois dispositifs accompagnent cette dotation horaire : des Cours Magistraux (5 heures **CM**), des séances de Travaux Dirigés (40 heures **TD**, dont 10 « réservées » à la maîtrise de la langue) et des séances de Travaux Pratiques (10 heures **TP**).

1. Les heures **CM** (*assurées par A. Pressiat*) ont pour fonction de présenter et d'exemplifier des modélisations de l'enseignement des mathématiques. Les modèles qui sont référencés sont :
   - La Théorie des Situations de G. Brousseau.
   - La Théorie Anthropologique du Didactique de Y. Chevallard.

2. Les heures **TP** (*assurées par JCL et PW*) se passent dans la salle informatique où nous présentons aux stagiaires des logiciels de **géométrie dynamique** (***Cabri-Géomètre***, ***Geonext*** et ***Declic***), avec comme finalité de préparer une séance utilisant ces outils.

3. Les heures **TD** (*assurées par JCL, PW et les PE2*). C'est pendant ces séances que notre dispositif se développe.
   - En début d'année, nous présentons les conceptions de l'apprentissage, en liaison avec les **CM** ; puis nous animons un premier **TD** sur les mathématiques au cycle I.
   - A partir du mois de décembre débutent les animations de séance par les groupes PE2.

CONTRAT ENTRE LES FORMATEURS ET LES PROFESSEURS DES ECOLES STAGIAIRES.

L'objet de la communication a consisté à expliciter les principes directeurs qui nous ont conduits à mettre en place ce dispositif de formation (cf. annexe).

La partie importante, non toujours visible, dans notre contrat est l'accompagnement des stagiaires dans leur travail effectif de préparation du **TD**.

- Le choix du « sujet » à étudier par les stagiaires est libre : nous leur en proposons quelques-uns, a priori, mais il est possible d'ouvrir la liste des thèmes.
- Une fois le « sujet » choisi, nous pouvons commencer notre accompagnement qu'on peut résumer avec le tableau ci-après :

Premier « rendez-vous » :	**Deuxième « rendez-vous » :**	**Troisième « rendez-vous » :**
Il s'agit d'un premier contact avec le groupe. Ce contact intervient rapidement, dès le choix du « sujet ». Dans la plupart des cas, les deux formateurs sont présents. Nous fournissons des pistes de travail, des références bibliographiques[1], le cadre de l'animation est fixé, en relation avec la fiche contrat. Une date est négociée, si possible en relation avec les stages en responsabilité. Le travail « en autonomie » des stagiaires peut alors commencer.	Il a lieu, en général, une semaine avant l'animation de la séance. Il a pour but de faire le point sur ce qui est prévu. Les stagiaires nous indiquent sur quels points ils ont choisi de faire travailler leurs collègues[2]. La question du besoin en matériel est aussi débattue. On aborde aussi la question de l'évaluation par les « auditeurs » de la séance.	L'objet de ce rendez-vous est de se mettre au clair sur ce qui va figurer dans la disquette ou le CD-Rom que les stagiaires vont nous rendre. Nous avons alors un débat « à froid » sur le **TD**. La question qui guide notre débat est : « ***Pensez-vous que vos collègues PE2 sont en possession de « pistes de travail » pour l'animation d'une séquence en classe sur le sujet traité ?*** ». Autre point important : le document rendu au professeur doit être lisible et utilisable par des PE2 qui n'ont pas assisté à la séance.

- Globalement, ces **TD** s'étalent sur la période allant de <u>décembre à mars</u>. En général, deux séances **TD** sont en parallèle sur l'emploi du temps. Une semaine avant, les PE2, non animateurs, ont la liberté de choisir le **TD** qui leur convient, parmi les deux qui seront traités. À cet effet, une fiche d'inscription est affichée à l'accueil. Ce qui fait que chaque PE2, en plus d'avoir été une fois animateur, a l'occasion de participer à sept ou huit **TD** en tant qu'auditeur. Les professeurs participent activement au **TD**, en tant qu'auditeur et veillent à la qualité scientifique des propos tenus et des engagements des animateurs.

- Cette année 2004-2005, nous essayons d'associer les maîtres-formateurs (*des cycles II et III pour le moment*) à notre dispositif, en les invitant à venir assister à un des trois rendez-vous et à la séance **TD**.

- En ce qui concerne l'évaluation du module de mathématiques de l'année PE2, nous validons positivement tout PE2 qui a participé à :

[1] À ce propos, la bibliographie du CONCERTUM sert beaucoup, d'autres ressources sont aussi indiquées.
[2] À ce niveau, il nous faut nous assurer que ce qui est prévu « tient » dans les conditions du **TD**.

1. La préparation de l'animation d'une séance (travail en équipe, lecture des indications bibliographiques, …).
2. L'animation proprement dite.
3. La mise en forme d'un document électronique[3].

Toutes les productions se trouvent ensuite sur le site référencé page précédente[4].

[3] Se reporter à la fiche contrat.

[4] Malgré une relecture des productions des PE2, quelques coquilles, erreurs et fautes d'orthographe subsistent encore !

Annexe

Principes directeurs et organisation des 50 heures de formation en pédagogie et didactique des mathématiques pour l'année 2004-2005.

Principes :

1) Quel que soit l'horaire imparti, on ne peut couvrir tout ce qu'il faut enseigner à l'école primaire : il **faut donc faire des choix de contenus**.
2) Des recherches et des travaux ont été mené en didactique des mathématiques, en épistémologie et en pédagogie dans divers domaines : un futur enseignant PE doit savoir que ces travaux existent et savoir où les trouver pour un approfondissement éventuel.
3) Les changements de programme sont inéluctables : changement de ministre, de gouvernement, de majorité, ... Ce qui nous intéresse, c'est l'aspect diffusion des différents travaux et documents officiels. La **didactique des mathématiques,** qui a pour objet d'étudier plus particulièrement les phénomènes liés à l'enseignement et à l'apprentissage, est une branche récente qui n'a qu'une trentaine d'années d'existence et de nombreux domaines concernant l'enseignement des mathématiques sont encore à étudier.
4) Ceux qui ont effectué une année de PE1 sont, en général, frappés par la diversité des pratiques de classe. Cela peut être dû à la personnalité du maître, à ses choix professionnels et éthiques. Mais cela est aussi dû au fait, outre les conceptions sur l'apprentissage, que plusieurs programmations de l'étude d'un objet mathématique sont possibles ainsi que plusieurs progressions. Il y a, certes, des passages obligés (on ne peut, par exemple, apprendre la multiplication avant d'avoir vu l'addition !) mais ce ne sont pas toujours des "pré requis", au sens usuel du terme : on peut ne pas connaître ses tables d'addition et pouvoir comprendre la multiplication.
5) Des compétences variées vont être travaillées : préparation, réalisation, analyses de séquences, débats entre pairs, analyse de pratiques, ... En mathématiques, de nombreux documents existent (manuels et livres du professeur, littérature professionnelle, brochures spécialisées, CD Rom et logiciels, ...) permettant de travailler en classe. Pour la plupart, ils sont disponibles au CRD.
6) <u>Proverbe chinois</u> :

"J'entends et j'oublie
Je vois et je me souviens
Je fais et je comprends".

7) Travailler en équipe, s'insérer dans un projet sont des compétences qui seront d'autant plus développées qu'elles auront été cultivées dès la formation initiale.
8) La formation ne se termine pas à la fin de l'année de PE2. Un accompagnement au premier poste est prévu les deux années suivantes. Lectures personnelles et formation continuée prolongent ce dispositif.

Organisation de l'année :

Les séances de mathématiques seront de plusieurs types :

1) Quelques séances seront animées par les formateurs en début d'année sur les conceptions d'apprentissage, sur les mathématiques en maternelle et sur la maîtrise de la langue en co-animation avec les formateurs de français.
2) Trois cours magistraux (**CM**) seront dispensés pendant le premier trimestre.

3) Huit séances seront animées par les PE2 dont une sur "*mathématiques et français transversal*" (voir modalités ci-dessous).

4) En cours d'année, des séances seront consacrées à l'étude de logiciels d'apprentissage, de didacticiels et de logiciels de géométrie dynamique.

Séances animées par les PE2 :

1) Il est demandé de constituer des équipes de trois à cinq PE2 qui travailleront autour d'un thème précis, à partir de documents fournis par les formateurs ou recherchés par les membres du groupe.

2) Chaque groupe devra animer une séance durant 2 heures : moments courts d'exposé, travaux proposés aux collègues : analyse de manuels, analyse d'activités, mises en situation, traces écrites de toute nature, ...

3) Dès sa constitution, chaque groupe rencontre un formateur pour obtenir des références bibliographiques et avoir un premier échange.

4) Ensuite, il rencontrera un formateur au moins une fois avant son animation pour présenter son projet et débattre des modalités et contenus retenus.

A l'issue de la séance, chaque stagiaire devrait pouvoir repartir avec des idées d'activités et des conseils pour la classe.

5) Enfin, chaque groupe devra laisser une trace informatique, complétée éventuellement de documents écrits, qui sera mise à disposition des autres collègues sur le site de l'IUFM ou sur un CD-ROM disponible en fin d'année scolaire.

Ne pas oublier d'inclure une bibliographie ciblée, l'intérêt de chaque ressource devant être commenté par quelques lignes.

6) Les critères d'évaluation sont les suivants (*cf. plan de formation, § Évaluation et validation des modules d'enseignement*) :

- ***avoir préparé en équipe l'animation de la séance.***
- ***avoir lu les références bibliographiques minimales données.***
- ***avoir animé une séance.***
- ***avoir rédigé un document informatique, prenant aussi en compte le déroulement de la séance.***

7) Thèmes proposés :

- **Les nombres décimaux au cycle 3.**
- **Les problèmes additifs et soustractifs, du CP au CM2.**
- **La proportionnalité.**
- **Les problèmes multiplicatifs et de division.**
- **La division au cycle 3.**
- **La géométrie (domaine à préciser par chaque groupe).**
- **La numération.**
- **Problèmes et Situations-Problèmes.**
- **Mathématiques en maternelle.**
- **Jeux et mathématiques.**

- **Utilisation de logiciels.**
- **L'écrit et l'oral en mathématiques.**
- **Le calcul mental.**
- **Grandeurs et mesures, …**

9) Bilan de fin de formation :

A l'issue de l'année, chacun devra avoir amélioré ses compétences en pédagogie et en didactique des mathématiques.

Par exemple, être capable de :

a) citer les principales ressources (ouvrages, sites Web, ...) concernant l'enseignement des mathématiques et susceptibles d'être utiles dans son activité professionnelle.

b) présenter les lignes directrices de l'enseignement de la numération, l'enseignement des nombres décimaux, l'enseignement des opérations élémentaires, des exemples d'activités qui permettent d'aborder le programme de géométrie à l'école, établir des progressions argumentées.

c) donner les caractéristiques d'une situation-problème, d'un problème ouvert, …

d) élaborer et exploiter une situation d'évaluation, évaluer le travail dans la classe, diriger la rédaction de traces écrites.

e) …

RAISONNEMENT PLAUSIBLE VERSUS RAISONNEMENT DE NÉCESSITÉ : OÙ EST LA FRONTIÈRE ?

Richard CABASSUT

Formateur à l'IUFM d'Alsace
richard.cabassut@alsace.iufm.fr

Résumé :
Cet article présente l'une des facettes d'un travail de thèse en cours, sous la direction de B.PARZYSZ. L'auteur s'intéresse à deux types de raisonnements, le " raisonnement plausible " et le " raisonnement de nécessité " et s'interroge sur les modalités de passage de l'un à l'autre. Alors que le raisonnement dit " de nécessité " est reconnu car de la forme : *A est vrai et (si A alors B) vrai, donc B est nécessairement vrai*, le raisonnement dit " plausible " est moins étudié : *B est vrai et (si A alors B) vrai, donc A est davantage plausible*.
Il montre la présence de ces deux types de raisonnements dans les programmes, des outils pédagogiques et des productions d'élèves de l'école primaire. Il analyse que ce qui est souvent un raisonnement de nécessité pour l'élève n'est qu'un raisonnement plausible pour le mathématicien. Il s'interroge sur le rôle que doit jouer le professeur dans ces situations.

1 éclairage théorique et questionnement 1
1.1 argumentation et démonstration 1
1.2 arguments de nécessité et arguments de plausibilité 3
1.3 raisonnement plausible dans l'enseignement des mathématiques 4
1.4 raisonnement plausible versus raisonnement de nécessité 5
1.5 questions à partir d'un exemple 5
2 les programmes 7
2.1 dans les domaines non mathématiques 7
2.2 en mathématiques au cycle 2 9
2.3 en mathématiques au cycle 3 9
2.4 en mathématiques au collège 10
3 des manuels scolaires et des productions d'élèves 10
3.1 problème de contraintes 10
3.2 problème d'optimisation 12
3.3 critère de divisibilité par trois 14
4 Conclusion 14
5 Bibliographie 15

Éclairage théorique et questionnement

1.1 Argumentation et démonstration

En mathématique, l'école primaire est le lieu de l'initiation à l'argumentation alors que le collège est le lieu de l'initiation à la démonstration. Commençons par différencier ces deux notions.

1.1.1 pour les non-mathématiciens

Pour [Perelman 1999, pp. 1-3], “ l’argumentation est la manière de présenter et de disposer les arguments ; le terme désigne aussi l’ensemble des arguments qui résulte de cette présentation. En logique formelle, dans son sens technique, le mot “argument” indique une valeur déterminée, susceptible d’être substituée à une variable dans une fonction. Dans son sens usuel, l’argument est soit un raisonnement destiné à prouver ou à réfuter une proposition donnée, soit une raison avancée à l’appui d’une thèse ou contre celle-ci. Dans ce sens, on opposera l’argument à la preuve, et l’argumentation à la démonstration. C’est uniquement dans ce cas que l’argumentation présente une spécificité méritant une étude particulière. [...] L’étude de l’argumentation analysera les techniques discursives permettant de provoquer ou d’accroître l’adhésion d’un auditoire aux thèses qu’on présente à son assentiment. Cette définition met en évidence ce qui différencie profondément l’argumentation de la démonstration. Celle-ci est une déduction visant à prouver la vérité ou la probabilité calculable de sa conclusion, à partir de prémisses admises comme vraies ou probables. Par opposition à la démonstration, qui peut se présenter sous la forme d’un calcul, l’argumentation vise à persuader ou à convaincre, et n’est concevable que dans un contexte psychosociologique. Alors que la démonstration se déroule d’une façon abstraite, indépendamment de tout autre contexte que celui du système, qu’elle est correcte ou incorrecte, étant ou non conforme aux règles d’inférence du système, l’argumentation recourt à des arguments, relevants ou irrelevants, plus ou moins forts, plus ou moins adaptés à l’auditoire auquel ils s’adressent. Le raisonnement argumentatif se fonde non sur des vérités impersonnelles, mais sur des opinions concernant des thèses de toute espèce : le champ d’application de la théorie de l’argumentation dépasse ainsi largement celui de la théorie de la démonstration, car les argumentations portent sur tout ce qui peut être objet d’opinion, jugement de valeur ou jugement de réalité, l’adéquation d’une théorie ou l’opportunité d’une décision. Une démonstration fournit des preuves contraignantes, une argumentation présente des raisons pour ou contre une thèse déterminée ”. Dans cette approche la démonstration remplit une fonction de preuve par des raisonnements déductifs contraignants, à l’intérieur d’un système, que nous qualifierons de raisonnements de nécessité, alors que l’argumentation remplit une fonction de persuasion par des raisonnements, plus ou moins convaincants pour un auditoire, que nous qualifierons de raisonnements plausibles.

1.1.2 Pour des didacticiens des mathématiques

Par exemple, pour Houdebine [1990, p.26], une argumentation est un “ texte ou discours dont le but est de convaincre un partenaire. Le texte contient des arguments, c’est-à-dire des affirmations destinées à convaincre et ces arguments sont liés par des mots qui structurent le texte en vue de convaincre. L’argumentation dépend du partenaire à laquelle elle s’adresse. Elle n’a vraiment de sens que s’il y a quelqu’un à convaincre ” ; une démonstration est “ un texte argumentatif spécifique des mathématiques (structure particulière, arguments pris parmi des résultats déjà énoncés), dont la sémantique est liée à la résolution de problème et à la preuve ”.
Pour Duval [1992, p. 42-43], “ une argumentation n’est pas une démonstration [...] Pour qu’un raisonnement puisse être une démonstration, il est nécessaire qu’il soit un raisonnement valide[1]. L’argumentation, au contraire, est un raisonnement qui n’obéit pas à des contraintes de validité mais à des contraintes de pertinence. Cette différence est classiquement exprimée par le fait que l’une aurait pour objectif la vérité et l’autre viserait la vraisemblance et la conviction d’autrui ou de soi-même ”. Alors que pour Houdebine une démonstration peut être une argumentation, c’est impossible pour Duval. Cependant chez les deux auteurs se retrouve le fait qu’une démonstration est constituée de raisonnements de nécessité et ne peut pas être constituée de raisonnements de plausibilité. Par contre, dans une argumentation, il est possible d’utiliser un raisonnement de plausibilité pour accroître la conviction, la vraisemblance ou la pertinence.
Pour [Ermel 1999, p.42] “ dans une argumentation les arguments ne sont donc pas reliés en fonction d’un lien logique formalisé, mais en fonction de leur contenu. D’une certaine manière, le raisonnement déductif s’apparente à un calcul, l’argumentation à un discours ”. Voilà ici, pour la démonstration, les raisonnements de nécessité qui correspondent à la nécessité de la logique ou du calcul. Mais pour Ermel, l’argumentation est orientée vers le sémantique alors que la démonstration s’oriente vers le syntaxique.

[1] A propos de la validité d’un raisonnement, Duval [1995, p.212] précise : “ la validité d’un raisonnement dépend du respect de règles pour l’organisation des propositions entre elles, et non pas du contenu des propositions ”.

1.1.3 Y a-t-il une argumentation mathématique ?

On peut se poser la question de l'existence ou de la spécificité d'une argumentation mathématique.

[Balacheff 1999 a, p.1] s'interroge : " L'argumentation a-t-elle une place dans l'enseignement des mathématiques ? Certains répondent positivement, et on voit même déjà l'argumentation apparaître explicitement comme objet d'enseignement dans certains curricula. Je voudrais proposer ici au débat la thèse selon laquelle il n'y aurait pas de continuité ni celle de rupture entre argumentation et démonstration (ou preuve en mathématique), mais une relation complexe et constitutive du sens de chacune : l'argumentation se constitue en un obstacle épistémologique à l'apprentissage de la démonstration, et plus généralement de la preuve en mathématique. Comprendre la démonstration c'est d'abord construire un rapport particulier à la connaissance en tant qu'enjeu d'une construction théorique, et donc c'est renoncer à la liberté que l'on pouvait se donner, en tant que personne, dans le jeu d'une argumentation. Parce que ce mouvement vers la rationalité mathématique ne peut être accompli qu'en prenant effectivement conscience de la nature de la validation dans cette discipline, il provoquera la double construction de l'argumentation et de la démonstration. L'argumentation dans la pratique commune est spontanée, comme le soulignent ceux qui travaillent le discours. Forgée dans les échanges familiaux, dans la cour de l'école, dans des circonstances multiples et souvent anodines, la compétence argumentative de l'élève est à l'image des pratiques familières : elle va de soi. La classe de mathématique est l'un des lieux où l'existence de cette pratique peut être révélée parce que soudain elle apparaît inadéquate (mais les situations pour susciter cette prise de conscience sont difficiles à construire). Ce serait même à mes yeux une erreur de caractère épistémologique que de laisser croire aux élèves, par quelque effet Jourdain, qu'ils seraient capables de production de preuve mathématique quant ils n'auraient qu'argumenté ".

Pour [Ermel 2001 a, p.30-31] il existe une argumentation mathématique : " argumenter, c'est d'abord justifier ce qu'on dit, c'est-à-dire étayer un énoncé par un autre énoncé [...] Il ne faut pas perdre de vue la spécificité de l'argumentation en mathématiques où il s'agit d'établir la vérité d'une proposition, dans un domaine donné, en faisant appel à des connaissances et à des raisonnements, et où des règles du débat sont différentes puisqu'il s'agit d'administrer la preuve d'une proposition […] Apprendre à argumenter en mathématiques, c'est d'abord être capable de se dégager d'arguments extra-mathématiques. La vérité d'une proposition ne dépend pas du statut, social ou scolaire, de son énonciateur, une proposition n'est pas vraie parce que c'est un bon élève qui l'a formulée, mais pour de toutes autres raisons, parce qu'elle repose sur des connaissances mathématiques reconnues et acceptées de tous ".

" L'argumentation en mathématique (s'appuyant sur un corpus de définitions et de théorèmes bien établis), doit comporter, comme argumentation heuristique, des " sous-programmes " de raisonnement valide, même si on ne sait pas encore relier ces différents sous-programmes pour arriver à un arbre déductif complet qui corresponde à une démonstration. Selon nous l'argumentation mathématique consiste à établir au moyen de raisonnements la valeur de vérité d'une proposition mathématique (ce qui suppose que ces raisonnements sollicités soient reconnus comme licites lors des débats constitués par la classe). Ce travail d'argumentation mathématique se distingue donc de celui de l'argumentation tel qu'il peut se développer dans d'autres domaines par son cadre et son objet, mais aussi par les critères qui permettent d'évaluer les propositions " [Ermel 1999, p.43].

[Pedemonte 2002, p.291-292] précise : " L'argumentation en mathématiques a toujours une finalité, un objectif qui détermine son orientation [...] L'argumentation mathématique doit être justificative [...]Le caractère justificatif de l'argumentation mathématique s'exprime dans sa forme : le raisonnement, qui est " la démarche d'une inférence explicite qui dérive l'affirmation d'une proposition à partir d'une ou plusieurs propositions données " (Duval, 1995, p.209). C'est pourquoi l'argumentation en mathématiques doit convaincre, et non persuader. Elle doit modifier les opinions en faisant appel à la raison. Elle doit être acceptée par un auditoire universel et non particulier [...] Le but d'une démonstration est de valider (qui est plus que convaincre), et elle s'adresse à un auditoire universel (l'ensemble des mathématiciens). Finalement, la démonstration est une argumentation particulière ".

Après avoir montré la variété de points de vue, nous allons proposer une distinction entre argumentation et démonstration reposant sur la distinction entre raisonnement plausible et raisonnement de nécessité. Nous empruntons cette dernière distinction à Toulmin.

1.2 Arguments de nécessité et arguments de plausibilité

Toulmin propose " la distinction entre arguments nécessaires et probables : c'est-à-dire entre les arguments dont la garantie nous autorise à avancer sans équivoque la conclusion (qui peut donc être accompagnée du qualificatif modal “ nécessairement ”) et ceux dont la garantie ne nous habilite qu’à tirer une conclusion provisoire (nuancée par le mot “ probablement ”), sujette à de possibles exceptions (“ vraisemblablement ”) ou conditionnelle (“ pourvu que… ”) ”. [Toulmin 1993, trad. P.d.B., p.184]. Cette distinction rappelle la distinction d’Aristote entre les preuves analytiques et les preuves dialectiques. Les démonstrations mathématiques utilisent uniquement des arguments nécessaires qui expriment des conditions suffisantes pour la réalisation de la conclusion, et s’interdisent d’utiliser des arguments probables qui expriment des conditions nécessaires. Du fait de cette ambiguïté du mot “ nécessaire ” nous préfèrerons l’expression “ argument de nécessité ” où la nécessité se réfère aux conditions “ suffisantes ” pour réaliser la conclusion (et non pas aux conditions “ nécessaires ” de réalisation de la conclusion). De même nous préfèrerons le mot “ plausible ” au mot “ probable ” pour trois raisons essentielles : d’une part le mot “ probable ” est très connoté en mathématiques et l’usage de Toulmin dépasse largement cette connotation ; d’autre part le mot “ plausible ” utilisé en mathématiques par Polya [1958] correspond bien à des raisonnements dont la conclusion n’est pas nécessaire sans connotation probabiliste ; enfin dans le cadre d’une comparaison avec l’Allemagne (qui ne fait pas l’objet de cet article) le terme “ plausible ” correspond à des mentions répétées dans les programmes allemands [Cabassut, 2003, p.759-760].

1.3 Raisonnement plausible dans l’enseignement des mathématiques

Coppé a souligné l’importance du raisonnement plausible mis en jeu dans la vérification dans les travaux d’élèves du secondaire : “ nous soulignons que c’est la limitation de l’incertitude plutôt que la certitude absolue qui est visée par l’élève [...] il peut faire une vérification qui lui apportera plus ou moins de certitude ou bien qui lui montrera que son résultat est faux ” [Coppé 1993, p.211-215] même si “ les processus de vérification sont faits la plupart du temps, dans le cadre du travail privé de l’élève, c’est-à-dire qu’ils ne sont pas montrés au professeur ” [ibid. p.209].

Balacheff a mis en évidence chez les élèves de collège deux types de preuves pragmatiques qui relèvent du raisonnement plausible : “ l’empirisme naïf consiste à assurer la validité d’un énoncé après sa vérification sur quelques cas ” et l’expérience cruciale “ désigne une expérimentation dont le résultat permet de choisir entre deux hypothèses [...] ce type de validation se distingue de l’empirisme naïf en ce que celui qui y recourt pose explicitement le problème de la généralisation et le résout en “ pariant ” sur la réalisation d’un cas qu’il puisse reconnaître pour aussi peu particulier que possible ” [Balacheff 1999 b, p.206].

Pedemonte signale que le raisonnement plausible est introduit par Pierce sous le nom d’abduction, en utilisant également le terme de plausibilité et montre son utilisation par les élèves du secondaire dans la phase de conjecture précédant l’élaboration d’une démonstration [Pedemonte 2002, p. 68].

Pour Durand-Guerrier, “ une assertion est dite contingente si sa vérité et sa fausseté sont toutes deux possibles ” [Durand-Guerrier 1996, p.237], éventuellement à un instant donné où on n’a pas encore les moyens de savoir si l’assertion est vraie ou fausse. Elle montre l’existence d’énoncés contingents, non seulement chez les élèves du secondaire, mais également dans la classe de mathématiques tout au long de la scolarité obligatoire et au-delà, dans les pratiques de classe, dans des récréations mathématiques, dans les manuels. Pour certains de ces énoncés contingents, le raisonnement mobilisé peut être un raisonnement plausible. L’exemple de la preuve par 9 est éloquent : elle renforce la plausibilité du résultat sans le certifier.

Tietze classifie les différents “ arguments de plausibilité :

(a) preuve à travers des arguments, qui sans doute accroissent la plausibilité, mais qui ne présentent pas une justification suffisante : par exemple l’indication d’après des faits analogues ou semblables, déjà reconnus comme vrais, le dessin d’une image ou d’un graphique ;

(b) justification du fait qu'on déduit de déclarations à vérifier des déclarations exactes respectivement acceptées[2] ; (c) vérification sur des cas isolés (induction incomplète) ". [Tietze 2000, p.158 ; trad. R.C.].

Le (b) exprime la conception du raisonnement plausible qu'expose Polya : de A, à vérifier, on déduit B ; comme B est exact ou accepté, on en déduit que A est davantage plausible. Ce qui peut se reformuler en : (si A alors B) vrai, et B est vrai, alors A est davantage plausible [Polya 1958].

1.4 Raisonnement plausible versus raisonnement de nécessité

Au terme de cet examen des différents points de vue théoriques, nous proposons d'adopter les définitions suivantes. Considérant des propositions A et B :

- un raisonnement de nécessité est de la forme : A est vrai et (si A alors B) vrai, donc B est nécessairement vrai.
- un raisonnement plausible est de la forme : B est vrai et (si A alors B) vrai, donc A est davantage plausible.

Lorsque dans une validation, la vérité de la conclusion est nécessaire, nous appellerons le raisonnement de validation une preuve ou une démonstration ; lorsqu'elle est plus ou moins plausible nous l'appellerons argumentation.

Une démonstration est une validation qui ne mobilise que des raisonnements de nécessité.

Une argumentation est une validation qui mobilise des raisonnements de nécessité ou de plausibilité. En ce sens une démonstration est une argumentation limite, sans aucun raisonnement de plausibilité, la plausibilité devenant maximale c'est-à-dire certitude.

Une argumentation ou une preuve mathématiques sont des argumentations ou des preuves pour lesquelles les raisonnements précédents, les propositions A et B concernent des objets mathématiques et les énoncés conditionnels (si A alors B) sont des énoncés mathématiques (définition, axiome, propriété, théorème).

Le terme de " démonstration " est souvent réservé aux preuves abstraites ou formelles, comme par exemple les preuves mathématiques. Si la validation nécessite une réalisation matérielle (preuve expérimentale) ou se base sur ce que l'on voit (preuve visuelle) ou sur le contenu et non la forme d'une proposition supposée vraie (preuve sémantique), le terme de " preuve " à celui de " démonstration " est souvent préféré. Certains auteurs comme [Balacheff 1988, p. 31] limitent le terme de " démonstration " aux seules preuves mathématiques. Dans les traductions, aux mots " preuve " et " démonstration " ne correspondent bien souvent que le seul mot " Beweis " en allemand ou le seul mot " proof " en anglais.

1.5 Questions à partir d'un exemple

Considérons un exemple inspiré de [IREM Paris 7 2002, p.19-29][3]. Le problème suivant a été proposé à des élèves de sixième[4] : " dessinez un polygone à 6 côtés, à 7 côtés, à 8 côtés, à 9 et à 10 côtés. Trouver le nombre de diagonales pour chacun des polygones. Trouver le nombre de diagonales pour un polygone à 100 côtés. Faire une rédaction de la démarche qu'on a suivie ".

Voici une réponse inspirée[5] par le témoignage de l'élève Jules concernant un octogone (dont le nombre de diagonale vaut $5 \times 8/2=20$) :

---

[2] Begründung dadurch, dass man aus der zu überprüfenden Aussage richtige bzw. akzeptierte Aussagen herleitet.

[3] IREM Paris 7, *Expériences de narration de recherches en mathématiques*, IREM Paris 7/ ACL-Editions Kangourou, Paris, 2002.

[4] On pourrait également le proposer à des élèves de cycle 3.

[5] Nous avons modifié le texte de l'élève pour abréger l'exemple. Cet exemple n'est donc pas authentique et vise simplement à illustrer les questions.

“ [1ère partie] A ce moment là nous pensions qu’il fallait multiplier le nombre de diagonales partant d’un point par le nombre de côtés divisé par 2 […] j’ai refait un polygone et là j’ai trouvé 20 diagonales, notre logique marchait. Mais nous n’étions pas sûr sauf Alexi, Fabrice
[2nde partie] et nous avons fait le polygone à 9 côtés : on a trouvé 27 diagonales on était sûr que notre logique marchait ”.

Formalisons le raisonnement de la 1ère partie.

Soit la proposition A : “ Le nombre de diagonales D(n) d’un polygone à n côtés vaut le nombre de diagonales issues d’un sommet (n-3) multiplié par le nombre de côté n divisé par 2 ”

Soit la proposition B : “ pour un octogone dessiné D(8)=20”

Le raisonnement de la première partie peut être schématisé sous la forme suivante :

B est vrai par vérification par comptage sur l’octogone dessiné ;

(si A alors B) vrai d’après la règle logique d’instanciation valable en mathématiques : si (pour tout polygone à n côtés, D(n)=(n-3) ×n/2) alors (pour un polygone à 8 côtés, D(8)=20) ; cette règle est une règle de raisonnement déductif qui part du général pour déduire le particulier ;

d’où le raisonnement plausible : B est vrai et (si A alors B) vrai, donc A est davantage plausible.

L’élève n’est pas sûr de la vérité de A : “ nous n’étions pas sûr ”.

Ici il a coïncidence entre le raisonnement plausible produit dans l’argumentation de l’élève Jules et le raisonnement plausible d’une argumentation mathématique car la propriété “ si A alors B ” utilisé ici est une propriété logique reconnue en mathématiques.

Par contre dans la deuxième partie la schématisation du raisonnement de Jules peut être la suivante.

Soit la proposition A : “ Le nombre de diagonales D(n) d’un polygone à n côtés vaut le nombre de diagonales issues d’un sommet (n-3) multiplié par le nombre de côté n divisé par 2 ”.

Soit la proposition B : “ pour un octogone dessiné D(8)=20 et pour un ennéagone donné D(9)=27 ”.

B est vrai par vérification par comptage sur l’octogone et l’ennéagone dessinés ;

(si B alors A) est vrai d’après un raisonnement inductif partant du particulier et induisant le général. Il correspond à l’empirisme naïf de [Balacheff 1987, pp. 163-165] qui “ consiste à tirer de l’observation d’un petit nombre de cas la certitude de la vérité d’une assertion ”. Ce raisonnement n’est pas accepté en mathématiques ; par contre dans la vie quotidienne[6] ce raisonnement peut être pratiqué.

[Blanché 1999, p.8-9] rappelle que, sous une forme nettement plus élaborée que l’empirisme naïf, le raisonnement inductif fonde les sciences expérimentales : “ Depuis Aristote, qui l’a introduit, le mot d’induction s’est chargé peu à peu d’un sens nouveau. Outre la distinction, qu’Aristote connaissait, entre l’induction complète ou totalisante, qui est rigoureuse, et l’induction généralisante ou amplifiante, qui se risque à étendre à un ensemble ce qui n’a été reconnu que sur quelques-uns de ses éléments, le mot en est venu à désigner, à l’époque moderne, le procédé par lequel se construisent les sciences expérimentales, qui consiste à s’élever, de l’observation des faits, à l’hypothèse d’une loi explicative ”.

Dans cette seconde partie Jules déclare être sûr de la vérité de la proposition B : ce qui s’analyse comme un passage du raisonnement plausible, accepté par la logique mathématique,

[6] Rappelons que des chercheurs invoquent même une logique de la vie quotidienne sous différentes dénominations : “ logique de la vie quotidienne ” [Stein 1986, p. 14], “ logique naturelle ” [Grize, 1996], “ logique en action ” [Toulmin 1993 p.181], “ logique appliquée ” [Toulmin 1993 p.315], “ logique pratique ” [Toulmin 1993 p.320], “ logique de la pratique ” [Bourdieu 1980, p.134], “ le raisonnement pratique ” [Audi,1989]. On peut également étudier d’autres logiques dans d’autres institutions : en droit [Perelman 1963, Haarscher 1994], dans les sciences expérimentales [Carnap, Chalmers, Hempel], en philosophie [Perelman 1952]…

de la première partie, à un raisonnement de nécessité de la logique quotidienne, mais rejeté par la logique mathématique.
On voit donc que la différence entre ces deux raisonnements tient d'une part à l'énoncé conditionnel mobilisé (qui sont en quelque sorte[7] réciproques l'un de l'autre : si A alors B dans la première partie, si B alors A dans la seconde partie) et d'autre part à la modalité de la conclusion (A est davantage plausible dans la première partie alors que A est sûr dans la seconde partie). Les points communs entre les deux raisonnements correspondent aux données communes (B est vrai) et à la conclusion commune (A est vrai) à la modalité près (A est plausiblement vrai contre A est sûrement vrai).

Voici une justification utilisant des raisonnements de nécessité acceptés en mathématiques et proposés par [IREM Paris 7 2002, p.35] :
“ A chaque fois que le nombre de côtés augmente de 1, le nombre de diagonales partant de chaque sommet augmente aussi de 1 Donc, il ne nous reste plus qu'à multiplier le nombre de diagonales partant de chaque sommet par le nombre de côtés et de diviser par deux car 1 diagonale vaut deux sommets. Nous avons trouvé aussi que le nombre de côtés moins 3 nous donne le nombre de diagonales partant de chaque sommet donc pour 100 il fallait faire : $(100-3)\times100\div2=4850$ ”.

La frontière entre les raisonnements de nécessité ou de plausibilité n'est donc pas toujours très claire, notamment lorsque les logiques de référence et les énoncés conditionnels mobilisés ne sont pas explicités.
Nous allons donc observer où se situe cette frontière dans les programmes d'enseignements, dans des manuels de classe ou dans des productions d'élèves. Nous essaierons d'observer la position du maître dans ce contexte.

Les programmes

1.6 Dans les domaines non mathématiques

Les nouveaux programmes[8] de l'école élémentaire rappellent dans les domaines transversaux l'importance de l'exercice du débat réglé “ la tenue de débats où chacun doit savoir réfréner sa parole, laisser la place à celle de l'autre et comprendre son point de vue - même quand on ne le partage pas -, chercher à le convaincre en argumentant, est la première forme d'éducation la démocratie ” [p.48]. “ En sciences les nouveaux programmes prévoient que l'enfant réalise lui-même ses expériences et tienne un cahier d'observations. Acteur et responsable de la manipulation qu'il accomplit, il rend compte par écrit de l'expérimentation. C'est l'occasion par excellence d'apprendre à argumenter, à décrire, à présenter des hypothèses, à en peser la valeur ” [p.9]. Des objectifs des sciences expérimentales et de la technologie sont : “ participer activement à un débat argumenté pour élaborer des connaissances scientifiques en en respectant les contraintes (raisonnement rigoureux, examen critique des faits constatés, précision des formulations, etc.), utiliser à bon escient les connecteurs logiques dans le cadre d'un raisonnement rigoureux ” [p.175]. L'argumentation est évoquée dans différents autres domaines (littérature de jeunesse [p.187], géographie [p.218], …).
On observe donc la pratique de l'argumentation et de raisonnement de preuve ou de justification dans des domaines autres que les mathématiques. Blanché[9] précise : “ Le raisonnement est d'abord un moyen de preuve ou de justification. La façon la plus normale d'établir une proposition qui n'est pas immédiatement évidente, c'est de montrer qu'elle se rattache […] à telle autre dont la vérité est reconnue : ou bien elle en est la conséquence et alors la preuve est rigoureuse (démonstration mathématique) ou inversement elle l'a comme conséquence et alors la conclusion est seulement probable

[7] La proposition B n'est pas tout a fait la même dans chaque partie mais correspond dans les deux parties à un cas particulier de la proposition A.
[8] Ministère de l'éducation, *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?* , CNDP/XO Editions, 2002.
[9] BLANCHE Robert, *Raisonnement*, Encyclopédie Universalis, 1995

(preuve expérimentale) ". Cette pratique peut donner lieu à des raisonnements plausibles comme c'est le cas pour les preuves expérimentales ou à des raisonnements de nécessité comme dans le travail sur les connecteurs logiques évoqués ci-dessus.

Il nous semble intéressant d'éclairer les programmes de l'école primaire par ceux du collège, ce qui permet de mieux marquer les continuités et les ruptures. La rénovation des programmes de collèges précise la place de l'argumentation et de la validation dans le pôle des sciences[10].
" Au-delà de la perception directe, l'observation est assistée au collège par l'emploi d'*instruments*, objets techniques qui étendent les possibilités des sens. Elle est complétée par l'utilisation d'appareils de *mesure* et par l'exploitation mathématique des résultats qu'ils fournissent. […] La *démarche expérimentale* contribue, au-delà de la simple observation à une représentation scientifique, et si possible explicative, du monde […] Dans la continuité de l'école primaire, les programmes du collège privilégient pour les disciplines scientifiques une *démarche d'investigation* […] La démarche d'investigation scientifique présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et celui des mathématiques. La spécificité de chacun de ces domaines, liée à leurs objets d'étude respectifs et à leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation. Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre " [p.2-3]. Parmi les différents moments d'une séance d'investigation on notera :

- " la formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles :

- formulation orale ou écrite de conjectures ou par les élèves (ou les groupes) ;
- élaboration éventuelle d'*expériences*, destinées à valider ces hypothèses ;
- communication à la classe des conjectures ou des hypothèses et des éventuels protocoles expérimentaux proposés ;

- l'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves :

- moments de débat interne au groupe d'élèves ;
- contrôle de l'isolement des paramètres et de leur variation, description et réalisation de l'expérience (schémas, description écrite) dans le cas des sciences expérimentales ;
- description et exploitation des méthodes et des résultats ;
- recherche d'éléments de justification et de preuve, confrontation avec les conjectures et les hypothèses formulées précédemment ;.

- l'échange argumenté autour des propositions élaborées :

- communication au sein de la classe des solutions élaborées, des réponses apportées, des résultats obtenus, des interrogations qui demeurent ;
- confrontation des propositions, débat autour de leur validité, recherche d'arguments ; en mathématiques, cet échange peut se terminer par le constat qu'il existe plusieurs voies pour parvenir au résultat attendu et par l'élaboration collective de preuves " [p.3]

Se voit très nettement la distinction, commune aux sciences expérimentales et aux mathématiques, entre :
- une phase hypothétique avec des hypothèses (explicatives) pour les sciences expérimentales et des conjectures pour les mathématiques, basée sur des raisonnements plausibles,
- une phase déductive de validation des hypothèses ou des conjectures, soit par le recours à un raisonnement plausible dans le cas de l'expérimentation dans les sciences expérimentales, soit par le recours à un raisonnement de nécessité dans le cas de la démonstration en mathématiques ou par exemples dans le cas de validations non mathématiques recourant seulement à des éléments de logiques.
Alors que le terme démonstration n'apparaît que pour les seules validations mathématiques, les termes justifications ou preuves sont utilisés pour les validations en sciences ou en mathématiques.

---

[10] Ministère de l'Éducation, *La rénovation des programmes du collège, Consultation sur les projets proposés par le groupe d'experts, Introduction commune à l'ensemble des disciplines du pôle* [des sciences], 31 mars 2004, consulté le 5/05/04 sur le site : http://eduscol.education.fr/index.php?./D0082/consultecoll.htm

1.7 En mathématiques au cycle 2

Dans le document d'application[11] des programmes de mathématiques du cycle 2, il est fait référence au développement de l'argumentation dans le débat sur le " vrai " et le " faux " et au statut particulier de la preuve en mathématiques [p.5] : " Faire des mathématiques, penser des objets "abstraits " comme les nombres, les figures, débattre du " vrai " et du " faux " en utilisant des connaissances partagées qui permettent de dépasser l'argument d'autorité, c'est commencer à s'approprier des éléments de la culture scientifique […] La confrontation des résultats et des démarches dans des moments de débat, où la classe s'apparente à une petite " communauté mathématique ", permet de développer les compétences dans le domaine de l'argumentation […] Ces situations d'argumentation offrent une première occasion de sensibiliser les élèves à la question du statut particulier de la preuve en mathématiques. Si dans certains cas, celle-ci relève d'une expérience, dans d'autres cas elle s'appuie sur des connaissances mathématiques ". Ici la preuve expérimentale et la preuve mathématique se distinguent bien. Dans la suite du document d'application du cycle 2, il est précisé à propos du calcul posé [p.6] qu' " une part essentielle de l'activité doit résider dans la recherche de la compréhension et de la justification des techniques utilisées ". La place centrale pour la résolution des problèmes [p.7] a pour " but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter ". Le test des hypothèses ou la gestion des essais successifs correspondent à une démarche expérimentale dans Les recours aux calculatrices, tableurs et logiciels " offrent l'occasion d'une approche plus expérimentale des mathématiques " [p.9]. Mais " il convient de distinguer les tâches de constat ou d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience " [p.10]. La géométrie est le lieu de la confrontation entre le raisonnement qui s'appuie sur le constat et l'observation et le raisonnement qui s'appuie sur les connaissances ; au cycle 2 l' appui porte sur le premier de ces raisonnements : " Au cycle 2, lors de la résolution de la plupart des problèmes de géométrie, les élèves vont d'abord prélever des propriétés de façon perceptive, puis être amenés à utiliser les instruments de géométrie pour vérifier les hypothèses émises. Par exemple, pour tracer un carré en choisissant quatre points parmi un ensemble de points donnés, au début du cycle, les élèves tracent simplement ce qu'ils pensent être un carré, alors qu'en fin de cycle ils accompagnent ce tracé d'une vérification qui s'appuie sur des propriétés du carré (longueur des côtés et angles droits, par exemple) et fait appel à l'usage d'instruments de géométrie. Au cycle 2, toutes les propriétés utilisées peuvent d'abord être perçues, avant d'être vérifiées à l'aide d'instruments ". On remarquera que la vérification instrumentale reste de nature expérimentale et correspond à des définitions fonctionnelles et non pas formelles.

1.8 En mathématiques au cycle 3

Le document d'application[12] des programmes de mathématiques du cycle 3 confirme les intentions précédentes en mentionnant les approfondissements suivants. A propos de la résolution de problèmes est travaillée particulièrement la compétence " argumenter à propos de la validité d'une solution produite par soi-même ou par un camarade (ceci suppose que les élèves ne pensent pas que la démarche est unique, et donc que l'enseignant accepte des démarches différentes) " [p.13]. " Le calcul mental réfléchi est l'occasion de rencontrer diverses façons d'effectuer un même calcul et d'avoir à justifier celle qui a été choisie, ce qui peut donner lieu à des premières activités de preuves " [p.25]. En géométrie "l'objectif principal est de permettre aux élèves de se familiariser avec les objets du plan et de passer progressivement de géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par un recours à des instruments et par la connaissance de certaines propriétés […] L'argumentation à propos des outils utilisés, des propriétés mobilisées et des résultats obtenus constitue une part importante du travail des élèves " [p.30]. S'amorce ici le passage du raisonnement plausible basé sur la perception et la vérification instrumentée au raisonnement de nécessité basé sur la connaissance des propriétés.

---

[11] Ministère de l'Éducation, *Mathématiques cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2),* CNDP, juillet 2002

[12] Ministère de l'Éducation, *Mathématiques cycle des approfondissements (cycle 3),* CNDP, juillet 2002

“ Argumenter à propos de la validité d’une solution ” [p.41] est une compétence d’école primaire. Cependant le raisonnement déductif n’est pas une compétence exigible en fin d’école primaire même si le recours aux connaissances mathématiques et aux propriétés en remplacement de la perception ou de l’expérimentation est encouragé et ouvre la voie au raisonnement déductif. Aucune distinction claire entre conjecture et propriété admise ou validée n’est proposée, sans doute parce que dans la plupart des cas une validation mathématique par le seul raisonnement n’est pas possible. Par exemple en géométrie “ les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles ” [p.30]. De ce fait des connaissances fonctionnelles basées sur la perception ou la vérification instrumentale ne permettent pas une validation mathématique par le seul raisonnement. Deux cas très fréquents permettent une validation par le raisonnement : la réfutation d’une conjecture par un contre-exemple, et la vérification exhaustive d’une propriété sur un ensemble fini.

1.9 En mathématiques au collège

Dans le cadre de la rénovation des programmes de collège[13] “ les mathématiques participent à l’enrichissement de l’emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l’argumentation ” [p.1].
En géométrie il s’agit de “ passer de l’identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure) [p.1][…] La question de la preuve occupe une place centrale en mathématiques. La pratique de l’argumentation pour convaincre autrui de la validité d’une réponse, d’une solution ou d’une proposition ou pour comprendre un “phénomène ” mathématique a commencé dès l’école primaire et se poursuit au collège pour faire accéder l’élève à cette forme particulière de preuve qu’est la démonstration. Si, pour cet objectif, le domaine géométrique occupe une place particulière, la préoccupation de prouver et de démontrer ne doit pas s’y cantonner […] En particulier, l’enseignant doit préciser explicitement qu’un résultat mathématique qui n’est pas démontré est admis [p .2] […] Dans le prolongement de l’école primaire, la place accordée à l’oral reste importante. En particulier, les compétences nécessaires pour la validation et la preuve (articuler et formuler les différentes étapes d’un raisonnement, communiquer, argumenter à propos de la validité d’une solution) sont d’abord travaillées oralement en s’appuyant sur les échanges qui s’instaurent dans la classe ou dans un groupe, avant d’être sollicitées par écrit individuellement [p .3] […] Le travail expérimental (calculs numériques avec ou sans calculatrice, représentations à l’aide ou non d’instruments de dessin et de logiciels) permet d’émettre des conjectures. La résolution de problèmes vise à donner du sens aux connaissances travaillées, puis à en élargir les domaines d’utilisation. Ces démarches s’accompagnent de la formulation de définitions et de théorèmes. Les élèves sont conduits à distinguer conjecture et théorème, à reconnaître les propriétés démontrées et celles qui sont admises. L’initiation au raisonnement déductif permet aux élèves de passer de l’utilisation consciente d’une propriété mathématique au cours de l’étude d’une situation à l’élaboration complète d’une démarche déductive dans des cas simples ” [p.12]
Au collège l’objectif d’accès au raisonnement déductif et à la démonstration est clairement énoncé ; le collège est donc bien le lieu de passage de l’argumentation à la démonstration. On marque une dichotomie entre ce qui est admis et ce qui est démontré, sans évoquer de positions intermédiaires. Conjecture et théorème sont clairement distingués.

Des manuels scolaires et des productions d’élèves

1.10 problème de contraintes

Dans un manuel :
Ce problème est proposé par le manuel [Ermel 2001 b, p.68] sous l’énoncé suivant :
“ Dans ma tirelire j’ai 32 pièces de monnaie. Je n’ai que des pièces de 2 € et des billets de 5 €. Avec ces 32 pièces et billets j’ai 97 €. Combien y a-t-il de pièces de 2 € et de billets de 5 € dans ma tirelire ? ”

[13] Ministère de l’éducation, *La rénovation des programmes du collège, Consultation sur les projets proposés par le groupe d’experts, Mathématiques* , 31 mars 2004, consulté le 5/05/04 sur le site : http://eduscol.education.fr/index.php?./D0082/consultecoll.htm

Différentes procédures sont envisagées ; par exemple :
- par un premier essai aléatoire puis des ajustements successifs (soit diminution du nombre de pièces et augmentation du nombre de billets ou le contraire) ; il faut compléter en prouvant l'unicité de la solution trouvée ;
- par une procédure systématique en se fixant une des contraintes, par exemple le montant total disponible : commencer par partir du nombre maximum de billets possibles auquel on adjoint des pièces ; puis diminuer systématiquement le nombre de billets ; cette procédure exhaustive permet d'assurer l'unicité de la solution.

Concernant l'unicité, Ermel précise [p.72] : “ Peu d'élèves sont capables de justifier en mettant en évidence le fait, par exemple, qu'échanger une pièce de 2 € pour un billet de 5 € de façon à conserver le nombre de pièces et de billets produit un changement en plus ou en moins de 3 €, ce qui, donc, modifie la somme et de conclure en disant qu'il est impossible d'avoir une autre solution avec un nombre différent de pièces de 2 € et de billets de 5 € ”.

Le seul raisonnement plausible susceptible d'apparaître concerne l'unicité de la solution : “ Si on modifie le nombre de pièces et de billets la somme ou le nombre de pièces change donc il n'y a pas d'autres solutions ”. Cette affirmation est vérifiée sur quelques exemples puis induite.

<u>Production d'élèves :</u>

Examinons quelques productions d'élèves concernant la justification ou la réfutation de propositions relatives au problème précédent extraites de [Massardier, Taquet 2004 p.27-29].

Les élèves arrivent par différentes procédures (aléatoire, par réajustement ou systématique) à trouver une solution : les raisonnements conduits sont des raisonnements de nécessité s'appuyant sur le calcul. Lorsqu'une preuve proposée est incorrecte (une erreur de calcul ou une contrainte non respectée), elle est réfutée par un autre élève (correction du calcul ou mise en évidence de la contrainte non respectée).

Pour montrer son unicité les deux preuves envisagées par le manuel apparaissent dans l'extrait suivant [ibid. p.28-29].

“ L'enseignante : Alors, y a-t-il d'autres possibilités d'obtenir 97 euros avec 32 pièces et billets que 11 billets de 5 euros et 21 pièces de 2 euros ?
L'enseignante : […] Léa, alors qu'est-ce que tu as répondu oui ? non ?
Léa : On a répondu non.
L'enseignante : Pourquoi ?
Léa : Parce que lui (en montrant son camarade) il a calculé la 2 et moi là 5.
L'enseignante : Est-ce que tout le monde a compris ce que ça veut dire 'on a fait la 2ou la 5' ?
Pas de réponse
L'enseignante : Alors qu'est-ce que tu veux dire par là ?
Léa : J'ai fait la table de 2 et il a fait la table de 5.
L'enseignante : Donc vous avez testé la table de 2 et de 5. Les autres est-ce que vous pensez que ceci est un bon argument ? Où est-ce que vous pensez que ce n'est pas un bon argument ?
Jean-Baptiste : Si on fait la table de 5 et que ça ne marche pas, c'est sûr que la table de 2 ça ne marche pas non plus.
L'enseignante : Tu veux bien expliquer s'il te plaît ?
Jean-Baptiste : Ca ne sert à rien de le faire avec la table de 2 c'est pareil.
L'enseignante : En fait tu veux dire que si on commence par la table de 2 ou de 5 c'est pareil car c'est une addition donc si on fait 5 x 11 + 2 x 21 ou 2 x 21 + 5 x 11 c'est pareil.
Jean-Baptiste : Oui
L'enseignante : Bon, alors est-ce que le fait d'avoir testé toute la table de 2 ou de 5 est un bon argument pour dire qu'il n'y a qu'une seule solution ?
La classe : Oui
L'enseignante : D'accord, bon qui a un autre argument ?
Pas de réponse
L'enseignante : Raquel ?
Raquel : Je n'ai pas trouvé

L'enseignante : Alors prouvez-moi qu'il n'y a qu'une seule solution ? Qui a un argument ? Pablo ?
Pablo : Il n'y a pas d'autres solutions car à partir de 2 x 20 + 5 x 12 ça fait 100 et on dépasse à chaque fois et donc si on rajoute 1 on dépasse encore plus.
L'enseignante : D'accord tu penses que quand on fait la table des 5, on commence par 5 x 19 car au delà c'est trop grand et que ce n'est pas possible.
Pablo : J'ai fait 20 x 2 c'est 40 et après 5 x 12 ça fait 60 et si on additionne les deux ça fait 100. Et à chaque fois si on enlève un multiple de la table de 2 et on rajoute 5, ça fera toujours + 3 et alors on dépasse 97.
L'enseignante : Pablo, est-ce que tu peux réexpliquer pour que tes camarades comprennent bien ce que tu veux dire ?
Pablo : Si on fait 5 x 11 + 2 x 21, ça fait 97. Si on fait 5 x 12 + 2 x 20, ça fait 100. Si on fait 5 x 13 + 2 x 19, ça fait 103. Donc à chaque fois on ajoute 3.
L'enseignante : Donc on aura une somme différente à chaque fois…Donc comme vous l'avez dit il y a deux façons de démontrer : soit on fait toute la table de 5 et on teste toutes les possibilités et on s'aperçoit qu'il n'y en a qu'une ; soit on s'aperçoit que quand on change le nombre de pièces et de billets d'un côté et de l'autre ça augmente de 3 ou ça diminue de 3 donc ça n'est pas possible d'avoir une autre solution. Donc il n'y a qu'une seule solution ".

L'unicité donne lieu à des raisonnements de nécessité s'appuyant sur une étude exhaustive ou sur un raisonnement par l'absurde.

1.11 problème d'optimisation

<u>Dans un manuel :</u>

[Ermel 2001 a, p.75] propose la situation problème suivante au niveau d'un CM1 : " chercher dans les décompositions additives d'un nombre celle(s) dont le produit est le plus grand ".

Examinons les différents raisonnements acceptés en mathématique et envisagés par le livre.

- Des réfutations qui constituent à l'aide d'un contre-exemple des preuves de la fausseté d'une proposition : " " ce n'est pas parce qu'il y a beaucoup de termes qu'on a forcément un grand produit ", " ce n'est pas en ne prenant que deux " grands nombres " (en décomposant 14 en deux nombres) que l'on a un grand produit "… " [ibid. p.76] " par exemple, pour 10 prendre 5 et 5 " proposition pouvant être infirmée : " Quand on a un 5, on fait 2 et 3 ", ce qui est validé par le calcul : 3×2=6 et 6 est plus grand que 5 " [ibid. p.77]
- Des raisonnements de plausibilité s'appuyant sur la vérification sur des exemples :
"pour avoir le plus grand nombre, " il faut décomposer " ou bien " il faut beaucoup de nombres ", […] " si on veut un plus grand produit, on utilise 2, 3, 4 " "[ibid. p.77].
- Des raisonnements de nécessité pour valider une méthode de recherche du produit le plus grand.

Pour cette dernière catégorie " il ne s'agit pas d'institutionnaliser une solution mathématique, ni de faire une démonstration synthétisant les étapes de résolution. Si les élèves font des propositions de méthodes s'appuyant sur les multiples de 3, celles-ci peuvent aboutir à des formulations du type :
- " Si c'est un multiple de 3, on décompose en 3+3+3+…+3 et on fait le produit des 3 ".
- " Si c'est un multiple de 3 " plus 2 ", on décompose en 3+3+…+3+2 et on fait le produit ".
- " Si c'est un multiple de 3 " plus un ", on fait 3+3+…+3+4, on fait le produit (avec le dernier 3 et 1 on fait 4). "

Pour établir la preuve de ces propositions, le maître peut être amené à expliciter deux propriétés qui n'ont pas été formulées auparavant :
- si on remplace dans une décomposition tout nombre supérieur ou égal à 5 par deux termes différents de 1, le produit de ces 2 termes sera plus grand, donc on ne garde comme termes du produit que des 2 ou des 3 (4 étant égal à 2×2, 1 et 0 n'étant pas réellement utiles ! ;
- si on remplace 2×2×2 par 3×3, le produit sera plus grand, donc on conserve parmi les termes d'un produit que un ou deux 2 " [ibid. p.78].

On voit la prudence du livre qui rappelle que la production de démonstration n'est pas un objectif de l'école primaire. Le travail sur le raisonnement de nécessité exige un travail sur la de formulation des énoncés à valider et des propriétés utilisées lors des validations.

<u>Production d'élèves :</u>
Examinons quelques productions d'élèves concernant la justification ou la réfutation de propositions relatives au problème précédent extraites de [Massardier, Taquet 2004 p.30-37]. Des élèves proposent les différents arguments suivants :
“ - “ Les grands nombres ne permettent pas d'obtenir de grands produits. Par exemple : 12 x2=24 alors que 2x2x2x2x2x2x2=128 ”
- “ Un grand nombre de termes ne donne pas forcément un grand produit. Par exemple : 1x1x1x1x1x1x1x1x1x1x1x1x1x1=1 ”
Pour Florina : “ il faut prendre un chiffre, l'additionner plusieurs fois et le multiplier ensuite [...] Pour 18, on fait 2 + 2 + 2 jusqu'à 18 puis après on multiplie les 2 et on trouve ”. Jean-Baptiste réfute cette proposition en donnant un contre-exemple : “ Non, ce n'est pas la meilleure méthode parce que le résultat ça fait 512 et j'ai trouvé 648[14] avec d'autres chiffres ”. Paloma affirme “ il ne faut pas utiliser 0 ”. Thomas valide cette affirmation en énonçant une propriété : “ On peut pas utiliser 0 parce que si on multiplie quelque chose par 0 on a toujours 0 ”
Paloma continue “ il ne faut pas utiliser 1 ”. Alexander valide cette proposition en formulant avec ses mots une propriété : “ Si on multiplie 1 par quelque chose on aura toujours la même chose ”.
Pour Léa : “ il ne faut pas prendre des grands nombres ”. Thomas valide cela par un exemple : “ si on a envie d'avoir 24 et qu'on utilise 22 par exemple, on n'a plus que 2 donc ça fera 44 mais si on utilise des petits nombres ça fera un plus grand nombre que 44 ”.
Paloma suggère : “ il faut utiliser les nombres 2 et 3 ”. Ce à quoi un groupe réplique “ faux car 4 = 2 + 2 → 2 x 2 = 4 ; le 4 peut être utilisé aussi ”.

Il faut dire la difficulté pour un élève à expliciter son argumentation comme l'illustre l'extrait suivant :
“ L'enseignante : Paloma ?
Paloma : Il faut utiliser des petits nombres des 2, des3.
L'enseignante : Pourquoi ?
Paloma : …
Thomas : Moi, je pense qu'en utilisant seulement des 2 et des 3 on n'obtiendra pas les plus grands nombres, il faut aussi utiliser 4, 5, 6
L'enseignante : Pourquoi ?
Thomas : Il faut pas que les nombres soient trop petits non plus.
L'enseignante : Ce n'est pas un argument ça…essaie d'être plus précis.
Thomas : …
L'enseignante : Bon pour toi il faut utiliser des nombres de 2 à 6.
Léa : Moi ; je pense qu'il faut prendre des 3 et des 2.
Jean-Baptiste : Moi aussi, c'est avec des 2 et des 3 que j'ai trouvé les plus grands nombres.
L'enseignante D'accord, puisqu'on n'arrive pas à se décider vous allez vous mettre par groupe de six et testez ces deux propositions (Proposition 1 : Il faut utiliser des nombres de 2 à 6 ; Proposition 2 : il faut utiliser les nombres 2 et 3). Vous écrirez pour chacune d'elles si vous pensez qu'elle est vraie ou fausse et vous expliquerez pourquoi ” [ibid. p.35]

Le travail en groupe permettra de réfuter la proposition 2 à partir de contre-exemples mais ne permettra pas de prouver la proposition 1.

On observe que la plupart des argumentations produites sont des réfutations par contre-exemple.
Aucun groupe n'a pu produire une preuve correcte de la méthode générale proposée dans le manuel. Ce problème d'optimisation ne peut pas être résolu par une étude exhaustive dès que le nombre devient important (pour 100 l'étude exhaustive serait trop longue). Il exige un repérage des propriétés à utiliser (comme celles citées par le manuel) pour éliminer des

[14] En effet 648= 3 x3x3x3x2 x2x2

décompositions additives. La preuve est sans doute trop complexe en terme de résultats intermédiaires à repérer et d'enchaînement des arguments par rapport aux problèmes précédents.
Dans la réfutation suivante :
“ - il faut utiliser des nombres de 2 à 6 : faux car 6 = 3 + 3 → 3 x 3 = 9 (à l'oral les élèves ont rajouté qu'il valait mieux donc utiliser deux 3 plutôt qu'un 6) et 5 = 3 + 2 → 3 x 2 = 6 (toujours à l'oral les élèves en ont déduit qu'il valait mieux utiliser 2 et 3 plutôt que 5) ” on aperçoit l'amorce d'une méthode générale qui consiste à décomposer un facteur du produit en une somme dont le produit des termes est supérieur au facteur décomposé. Mais les élèves n'ont pas eu l'idée de cette généralisation.

1.12 Critère de divisibilité par trois

Relatons une séquence observée dans une classe de CM2 et consacrée à la découverte des critères de divisibilité par 3 ou 9. Les élèves sont confrontés au problème suivant : peut-on répartir 21 élèves autour de 3 tables, avec autant d'élèves à chaque table ? La consigne est de répondre sur le cahier, d'appeler la maîtresse qui contrôle individuellement le résultat. Puis la correction est proposée au tableau à partir de l'explication orale d'un élève. Le problème se résout par la division de 21 par 3 donne 7.
On réitère la même procédure avec des nombres plus grands 102, 231, 396 de personnes à répartir en 3 tables. Au bilan la maîtresse signale que la procédure est longue et demande si un élève connaît une procédure plus courte. Un élève propose d'effectuer la somme des chiffres d'un nombre : si elle est divisible par 3 le nombre est divisible par 3.
La maîtresse vérifie au tableau la procédure sur 102, 231, 396. Elle énonce la règle générale avec l'aide de l'élève. Puis elle propose de l'appliquer aux nombres de la liste suivante : 25, 56, 69, 152, 195, 212, 234, 804, 922.
Cette observation pose le problème de la validation d'une propriété mathématique dont la démonstration est hors des objectifs de l'école primaire. Ici la validation s'effectue par un raisonnement plausible. Est-il souhaitable d'indiquer qu'une preuve mathématique sera disponible au collège ? Le glissement d'un raisonnement plausible à un résultat admis, sans marquer clairement que le raisonnement plausible ne constitue pas une validation mathématique, ne risque-t-il pas d'entretenir l'équivoque chez l'élève ? Le marquage de cette distinction risque-t-il de troubler l'élève et d'entretenir le doute sur tous les résultats admis ?

Conclusion

A travers l'étude théorique, l'étude des programmes puis celles de manuels scolaires et de productions d'élèves nous avons voulu mettre en évidence les éléments suivants :
- les élèves mobilisent des raisonnements plausibles dans la vie quotidienne ou dans la formulation de conjectures en mathématiques,
- les élèves mobilisent des raisonnements de nécessité dont la rationalité n'est pas acceptée en mathématiques : par exemple des raisonnements inductifs ; pour mettre en évidence ces raisonnements il faut faire expliciter aux élèves les arguments qu'ils utilisent ;
- les élèves mobilisent des raisonnements de nécessité en mathématiques : il est important de faire expliciter les arguments qu'ils utilisent pour vérifier si ce sont des arguments mathématiques ;
- la principale difficulté des élèves est dans la formulation et l'explicitation des arguments : cette difficulté est normale au niveau de l'école primaire pour laquelle le raisonnement de nécessité n'est pas une compétence exigible.

Cependant il apparaît souhaitable que le maître aide à faire les distinctions entre le nécessaire et le plausible, entre la preuve mathématique et les autres types de preuves, entre preuve et argumentation. Ces distinctions prépareront au raisonnement déductif et à la démonstration qui sont des compétences à acquérir en fin de collège. Mais faire ces distinctions oblige souvent à expliciter ce qui est difficilement formulable pour l'élève. On voit une fois de plus le rôle délicat du maître comme passeur de frontière entre le plausible et le nécessaire.

Bibliographie

BALACHEFF Nicolas (1987) Processus de preuve et situations de validation, *Educational Studies in Mathematics* p.147-176.
(1988) *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège.* Thèse, université Joseph Fourier de Grenoble.
(1999 a) L'argumentation est-elle un obstacle ? Invitation à un débat..., *La lettre de la Preuve,* Mai-Juin.
(1999 b) Apprendre la preuve, *Concept de preuve à la lumière de l'intelligence artificielle,* Presse Universitaire de France, Paris, pp.197-236.
BLANCHE Robert (1995) *Raisonnement*, encyclopédie Universalis.
CABASSUT Richard (2003) Enseigner la démonstration en mathématiques c'est quoi ? pourquoi ? pour qui ? comment ? Eléments de réponses à partir de l'étude des programmes des premières années de l'enseignement secondaire en France et en Bade-Wurtemberg, in *Bulletin de l' APMEP*, n° 449.
COPPE Sylvie (1993) *Processus de vérification en mathématiques chez des élèves de première scientifique en situation de devoir surveillé,* Thèse , université Claude Bernard de Lyon.
DUVAL Raymond (1992) Argumenter, Démontrer, Expliquer: continuité ou rupture cognitive?, revue *Petit x*, n°31, pp.37-61, 1992.
(1993) Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif, en collaboration avec M.A. Egret, revue *Repère*s IREM, n°12.
(1995) *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels,* Peter Lang .
DURAND-GUERRIER Viviane (1996) *Logique et raisonnement mathématique Défense et illustration de la pertinence du calcul des prédicats pour une approche didactique des difficultés liées à l'implication,* thèse de doctorat, Université Lyon1.
ERMEL Equipe de didactique des mathématiques (1999) *Vrai ? Faux ?...On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3,* Institut National de Recherche Pédagogique, Paris.
(2001 a) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, cours moyen (première année),* INRP, Hatier, Paris.
(2001 b) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, cours moyen (deuxième année)*, INRP, Hatier, Paris, septembre 2001
HOUDEBINE Jean (1990) Démontrer ou ne pas démontrer, voilà la question, in revue *Repères* n°1, 1990
IREM Paris 7 (2002) *Expériences de narration de recherches en mathématiques,* IREM Paris 7/ ACL-Editions Kangourou, Paris.
MASSARDIER Sandryne, TAQUET Séverine (2004) *Comment préparer les élèves , dès l'école élémentaire, à l'apprentissage de la démonstration mathématiques ?,* mémoire de CAPE, IUFM d'Alsace.
MINISTERE de l'Education (2002) *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?* , CNDP/XO Editions.

(2002) *Mathématiques cycle des approfondissements (cycle 3)*, CNDP.
(2002) *Mathématiques cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*, CNDP.
(2004) *La rénovation des programmes du collège, Consultation sur les projets proposés par le groupe d'experts, Mathématiques*, consulté le 5/05/04 sur le site : http://eduscol.education.fr/index.php?./D0082/consultecoll.htm
(2004*) La rénovation des programmes du collège, Consultation sur les projets proposés par le groupe d'experts, Introduction commune à l'ensemble des disciplines du pôle* [des sciences], consulté le 5/05/04 sur le site : http://eduscol.education.fr/index.php?./D0082/consultecoll.htm
PEDEMONTE Bettina (2002) *Etude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*, thèse Université Joseph Fourier, Grenoble.
PERELMAN Chaïm (1999) Argumentation, Encyclopédie *Universalis*, CDROM 1999.
POLYA Georges (1958) *Les mathématiques et le raisonnement plausible*, Gauthiers-Villars, Paris.
STEIN Martin (1986) *Beweisen*, Texte zur mathematische-naturwissenschaftlich-technischen Forschung und Lehre, Band 19, Verlag Franzbecker, Bad Salzdetfurth.
TIETZE Uwe-Peter , KLIKA Manfred, WOMPERS Hans, FÖRSTER F. (2000) *Mathematiksunterrichts in der Sekundarstufe II, Band I*, Vieweg.
TOULMIN Stephen (1993) *Les usages de l'argumentation*, (traduction), Presses universitaires de France, Paris.

CHRONIQUE DE STAGES DE FORMATION CONTINUE : UNE SEMAINE CONSACRÉE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES.

Claire Gaudeul
IUFM de Lille
Odile Verbaere
IUFM de Lille

Résumé :
Partage d'expérience de formation continue.

1 INTRODUCTION

Nous utilisons occasionnellement les outils de formation diffusés lors de colloques, nous apprécions de pourvoir construire les nôtres en profitant d'expériences et d'analyses relatées dans les actes des colloques et des stages Copirelem. Il nous a semblé possible à notre tour d'apporter une contribution sur la base de plusieurs formations réalisées ensemble. De février 2001 à janvier 2004, nous avons construit ensemble et partiellement co animé 9 stages d'une semaine. Nous présentons ici l'origine de ces stages afin de permettre de situer les cadres dans lesquels nous avons travaillé, puis nous indiquons nos priorités pour ces formations et nous décrivons plus particulièrement trois outils que nous utilisons : la mise en situation d'ouverture du stage, un recueil de problèmes qui de TP d'appropriation des IO est devenu une sorte de fil conducteur du stage, et l'utilisation d'une séance en classe au cœur de la semaine. Nous donnons pour finir des éléments d'évaluation de ces formations, en particulier pour l'un d'eux : ce stage a été le support d'un mémoire de maîtrise en sciences de l'éducation[1], nous ne reprenons pas ici l'analyse de ce mémoire axé sur l'analyse de pratique, mais nous profitons de certains des éléments recueillis lors des entretiens.

2 ORIGINE DES STAGES

Les stages que nous évoquons ici sont de deux types :

1. des stages d'une semaine en circonscription réalisés à la demande d'un IEN suite à un constat relatif aux évaluations nationales CE2 [décalage croissant entre les résultats obtenus en lecture compréhension et ceux en résolution de problèmes] ; il s'agissait de toucher à travers ces stages le maximum d'enseignants de la circonscription, école après école[2], 3 stages cycle 2 en 2001 et 2002, 3 stages cycle 3 en

[1] Fabienne Kilbertus, « L'analyse de pratiques en formation continue, une aide à l'amélioration des compétences professionnelles des enseignants ? ».

[2] L'équipe de circonscription a changé ; la demande est restée mais le suivi de cette étude des résultats des évaluations nationales n'a pas été assuré.

2003 et 2004. Au départ, les participants étaient plus ou moins volontaires ; la conseillère pédagogique devait « susciter des candidatures » ; cette année les demandes étaient supérieures au nombre de places. Ces stages nous sont totalement confiés.

2. des stages du plan départemental de formation à notre initiative. Le plan de formation départemental du Nord nous offre la possibilité, outre des stages longs liés à la mise en responsabilité des PE2, de proposer des stages d'une semaine offerts à tous les maîtres du département. L'idée nous est venue d'utiliser ce cadre pour tenter d'apporter des éléments de réponse à des questions récurrentes sur la collection ERMEL : régulièrement, dans les animations de circonscription sur le thème de la résolution de problèmes, des maîtres intéressés par des situations de la collection ERMEL disaient ne pas savoir comment s'y prendre, des Maîtres d'Accueil Temporaires s'interrogeaient en voyant des PE s'essayer à une démarche ERMEL. Le public de ce type de stages est constitué de maîtres volontaires qui viennent parfois de loin. Nous avons encadré quatre stages de cycle 2, les stages du cycle 3 quant à eux recueillent peu d'inscrits et ont du mal à ouvrir.

Nous donnons en annexe un descriptif succinct du déroulement de deux stages.

3 NOS OBJECTIFS

Dans chacun des stages, indépendamment des publics et des intitulés, nous avons l'ambition d'agir sur la conception que les maîtres peuvent avoir de l'activité mathématique et de son enseignement. Nous souhaitons en particulier **engager les participants dans des pratiques d'enseignement qui laissent de la place aux problèmes de recherche**.

Il nous semble qu'il y a (au moins) trois étapes incontournables :

- permettre de concevoir qu'il peut exister autre chose que les problèmes d'application
- faire partager l'idée que laisser une place à l'activité de recherche contribue aux apprentissages en mathématiques des élèves
- donner des repères pour une mise en œuvre dans les classes dès le retour de stage

Nous introduisons ce travail de fond en lien avec des contenus d'apprentissages, de manière à

- permettre aux participants de repérer qu'il peut y avoir des problèmes « clés » relativement aux connaissances que l'on souhaite voir acquérir aux élèves
- donner, sur quelques entrées des programmes, des éléments de progression faisant une large place à des problèmes analysés ensemble.

Cette orientation nous semble préférable pour un stage d'une semaine à celle qui consisterait en un travail plus centré sur les problèmes ouverts.

Les attentes initiales des stagiaires peuvent être très différentes naturellement, aussi nous avons le souci de les faire adhérer à notre démarche, nous veillons à ne pas trahir l'intitulé du stage, et à prendre en compte des demandes formulées par les stagiaires à l'entrée et en cours de semaine.

4 LES PÔLES FORTS DE LA SEMAINE

Au fur et à mesure des réalisations, la semaine s'est structurée autour de trois éléments clés du dispositif, une mise en situation autour de « La vache et le paysan », un document recueil d'énoncés de problèmes intitulé « méli-mélo » et une séance en classe.

a. « La vache et le paysan » (1h 30 environ)

Nous démarrons le stage par un problème emprunté à Hervé Péault[3] et adapté à des fins de mise en situation : il s'agit pour nous de faire vivre aux stagiaires ce que vit un élève à qui on explique une problème alors qu'il est enfermé dans son raisonnement ; cette phase où trois voire quatre solutions pour un « simple » problème additif se trouvent confrontées fait l'objet d'une adhésion unanime ; le ton est donné : on a le droit de se tromper, l'essai et l'erreur font partie de l'activité mathématique, de l'activité d'enseignement ; on rit beaucoup, le stage est parti.

Un paysan se rend au marché. Il achète une vache 5000 F. Il la revend 6000 F. Se ravisant, il la rachète 7000 F. Il la revend de nouveau 8000 F.

A-t-il gagné de l'argent, et dans ce cas combien ? A-t-il perdu de l'argent, et dans ce cas combien ? Ou n'a-t-il rien gagné ni perdu ?

b. Le « méli-mélo » (2 à 3 heures en plusieurs étapes)

L'idée de départ était de disposer d'une banque d'énoncés de problèmes, point de départ d'un TP destiné à clarifier ce qu'étaient les différents types de problèmes mentionnés dans les IO :

- problèmes pour apprendre à chercher / problèmes pour apprendre4 (pour construire les notions mathématiques) /
- problèmes de recherche / problèmes d'application et de réinvestissement.

Nous avons rassemblé dans un document appelé « méli-mélo » des énoncés de problèmes de tous les types concernés, le niveau d'enseignement en est précisé, voire parfois la période de l'année. Ce méli-mélo contient également quelques références aux livres du maître.

Après une présentation rapide de ce qui est dit dans les IO concernant les problèmes, les stagiaires ont à parcourir le méli-mélo et pour chaque problème ont à :

- trouver la catégorie à laquelle il appartient
- chercher l'intention probable du maître qui donne ce problème à ce niveau, apprendre à chercher ou travailler une notion

[3] dans Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - Cahors 1991 ; puis Carnets de route de la COPIRELEM, Concertum tome 3, pages 57 à 62.
[4] terminologie utilisée par Dominique Valentin (conférence donnée à Lomme le 6/12/2000)

- se demander, quand le problème vise l'apprentissage d'une notion mathématique, à quel moment de l'apprentissage on le place et quelle fonction il remplit
- chercher, pour les problèmes destinés à apprendre à chercher, quelles sont les procédures d'élèves prévisibles, s'il s'agit d'un problème ouvert ou d'un problème complexe et ce qui s'apprend à travers sa résolution.

Très vite il est apparu que les maîtres s'emparaient du temps consacré à chercher les réponses à ces questions pour échanger sur leurs pratiques, leurs interrogations, leurs difficultés ; ils se mettent à confronter « l'ancien » et le « nouveau », leurs pratiques et ce qu'ils devinent derrière ce méli-mélo : même les plus en retrait au départ sont alors « dans le stage ».

Ce méli-mélo a évolué dans le temps et progressivement nous lui avons donné d'autres fins que la catégorisation des problèmes.

Au fur et à mesure des réalisations nous avons fait une plus large place aux problèmes pour apprendre et cherchons maintenant à privilégier un thème par stage : les problèmes du méli-mélo y renvoient.

La présentation des problèmes, les aides à la représentation font partie des thèmes abordés : ils s'appuient sur la sélection du méli-mélo ;

<u>pour le cycle 2 :</u>

- problème présenté matériellement et par oral (commander des bandes de 5 pétales pour fabriquer des fleurs, Ermel CP)
- présentation de problèmes sur fichier, consécutive à des problèmes identiques proposés matériellement (Cap Maths CP, Livre du Maître p. 179 et Livre de l'élève p. 90)
- énoncés combinant texte et images (quelle fonction aux images ?)
- problèmes apparemment voisins qui appellent des procédures différentes (« les chats » dans « J'apprends les maths, CP » et « les tigres » dans Ermel CP)
- etc.

<u>pour le cycle 3 :</u>

- aide à la représentation des problèmes (les boîtes de craies, Ermel CE2)
- fonction des feuilles de résolution (problème des œufs, le trésor des pirates, Ermel CE2)
- présentation matérielle du problème et autovalidation (les bandes colorées, Ermel CM1).

Parmi nos objectifs « cachés », le nécessaire étalement dans le temps du travail sur les opérations s'appuie sur l'exemple du champ conceptuel des problèmes additifs / soustractifs :

- rapport avec les IO et le document d'application des programmes pour le cycle 2,
- distinction procédures personnelles / procédures expertes ;

Ce thème est introduit par des problèmes additifs / soustractifs de différents types glissés ici et là dans le méli-mélo.

c. Une séance en classe (presque une journée en tenant compte de la préparation et de l'exploitation) :

Dans la perspective de déclencher une modification des pratiques des participants dès leur retour de stage, il nous semble aujourd'hui pertinent, voire essentiel, d'introduire dans la semaine une séance en classe. Cette séance a la double fonction de provoquer chez les stagiaires une analyse de leur propre pratique et de leur donner une représentation de ce que peut être une séance de recherche en mathématique. Le premier dispositif a été construit pour un accueil en école d'application dans la classe d'une EMF, puis constatant les effets de cette forme de travail, nous l'avons adaptée pour une classe ordinaire. Dans les deux cas, nous voulons éviter la leçon modèle et nous recherchons l'implication des stagiaires dans l'analyse et la prise de certaines décisions.

Rencontre avec une EMF et sa classe de CP :

Dans trois des quatre stages cycle2 que nous avons organisés à l'IUFM, nous avons passé une matinée en école d'application, avec observation de classes de CP. Nous souhaitions que les stagiaires rencontrent une EMF et puissent la questionner sur sa pratique (nos EMF connaissent et utilisent en général la démarche ERMEL). A chaque fois nous avons rencontré l'EMF avant le stage, présenté notre démarche et préparé avec elle le déroulement du point de vue des enfants et du point de vue des stagiaires. En janvier 2002 (et mars 2003**)** dans des classes de CP nous avons utilisé le problème des tigres (ERMEL CP p 166 et article « Dis, fais moi un dessin » de Yves Girmens[5])

« Au cours d'une chasse aux tigres, les hommes du village ont tué ... tigres. Pour les ramener jusqu'au village, il faut deux hommes pour porter un tigre. Combien faut –il d'hommes pour rapporter tous les tigres tués ? »

Pour la plupart des enfants le nombre de tigres retenu est 54, un objectif étant la prise de conscience que le dessin des 54 tigres et de leurs porteurs, s'il permet en principe de répondre à la question, n'est pas très efficace... Nous estimons qu'il faut pour cela au moins deux séances. Les stagiaires observent seulement la première (le mardi matin), mais les productions de la deuxième (le jeudi) nous sont transmises le dernier jour du stage.

La matinée du mardi se déroule en quatre temps :

1. en salle des maîtres : prise de contact des stagiaires avec l'EMF, qui fait une présentation rapide de sa classe et de sa programmation en mathématiques.
2. 30 à 40 minutes dans la classe de CP : premier temps de travail autour du problème : appropriation collective de l'énoncé, recherche individuelle.
3. retour dans la salle des maîtres pour construire la suite de la séance : les réactions à chaud sont assez vives (54 c'est beaucoup, c'est trop, ils ne peuvent pas réussir, pourquoi les mettre volontairement en échec ...) puis l'analyse des productions (massivement des dessins, parfois très réalistes ; quelques symbolisations progressives ; rares procédures numériques) et la préparation de la suite à donner reçoivent la plus grande attention des stagiaires qui entrent de fait dans la compréhension de notre démarche.

[5] Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques- Besançon 1997 ; puis Carnets de route de la Copirelem, Concertum tome 1 (sans les productions d'élèves mises en annexes dans le premier document).

4. Retour dans la classe : observation de la mise en commun menée par l'EMF en fonction du scénario décidé par le groupe en salle des maîtres. La classe conclut qu'il n'est pas utile de dessiner les rayures des tigres et l'enseignant annonce que les enfants chercheront à nouveau le jeudi. (A la fin du stage nous avons analysé les productions de la deuxième étape : l'évolution des procédures est nette !)

Ce travail d'observation, avec participation à l'analyse et à la prise de décision est plébiscité par les stagiaires et apparaît dans les entretiens menés après le stage de 2002 comme déterminant dans la possibilité d'évolution de pratiques des stagiaires. D'une part l'aspect concret et pratique de la visite de classe est apprécié, les stagiaires se sentent rejoints dans leurs préoccupations quotidiennes et la démarche de résolution de problème devient plus crédible ; la crainte de recevoir en stage des directives inapplicables est grande !!! Et d'autre part, un décalage parfois très grand entre ce qui a été observé et les pratiques des participants est mis à jour (la seule évocation pourrait masquer ce décalage) mais ce constat de décalage appartient à chacun par le retour réflexif que l'observation engendre, des échanges informels entre stagiaires le laissent percevoir, mais nous veillons de bout en bout à ne rien formuler à ce sujet qui risquerait d'être ressenti comme un jugement, nous accueillons avec respect et bienveillance les questionnements et commentaires des participants.

<u>Séance dans une classe ordinaire</u>

Dans la circonscription où nous sommes intervenues, il n'y a pas d'école d'application, aussi nous avons modifié le dispositif et inclus au programme du stage la construction et l'observation d'une séance dans la classe d'un des enseignants participant au stage. Nous avons la confiance de la conseillère pédagogique et sa complicité est déterminante pour la préparation. Avec son aide, nous choisissons et sollicitons un(e) stagiaire pour accueillir le groupe dans sa classe le temps d'une résolution de problème le jeudi matin du stage.

Nous allons rencontrer l'enseignante dans son école environ 2 semaines avant le stage, nous choisissons un problème et faisons avec elle une première analyse de celui-ci, nous vérifions que les conditions de son appropriation par les élèves de la classe seront réunies. L'objectif est de donner à cette enseignante une longueur d'avance sur ses collègues dans la réflexion sur ce problème et sa mise en œuvre. Nous voulons qu'elle soit sécurisée au maximum. Nous élaborons ensemble un pré-programme de la matinée, alternant observation en classe et analyse dans une autre salle, mais le contrat est que la préparation aura lieu pendant le stage le mardi après midi : Il s'agit pour nous d'impliquer l'ensemble du groupe de stagiaires dans cette séance.

Ce travail préparatoire collectif vise trois objectifs. Le premier est celui qui est annoncé d'abord : ne pas laisser peser la responsabilité de la séance sur l'enseignant qui accepte de recevoir le groupe. Son « talent » est largement sollicité pour la mise en œuvre effective, mais une partie des choix s'effectue collectivement. Deuxièmement, du point de vue de la formation « didactique » des participants, cette préparation de séance est l'occasion de faire formuler le questionnement qui traverse nécessairement ce type de préparation (formulation des consignes ? travail individuel ? collectif ? des aides ? quand et comment ? mise en commun ? avec quels objectifs ? écrits de communication ? de solution ?...) et de mettre en discussion les effets de telle ou telle décision. Dans la réflexion sur les aides nous privilégions l'aide à la représentation plutôt que l'aide à la résolution et c'est pour beaucoup une nouveauté. Enfin, relativement à l'observation de la séance elle-même, ce travail préalable oriente l'observation des stagiaires sur les élèves plus que sur l'enseignante. D'une part ses choix ne font plus guère de mystère puisqu'ils ont été réfléchis ensemble et d'autre part les enjeux de chaque phase du problème sont identifiés par les stagiaires qui sont donc en appétit relativement à ce que les élèves pourront produire. Or il nous semble essentiel de développer chez les enseignants cette posture d'observation des élèves et d'analyse de leurs productions orales et écrites.

La matinée se déroule dans l'école en deux temps en classe, avec un moment d'analyse entre les deux pour prendre les décisions relatives à la suite à donner.

Concernant ce fonctionnement, les bilans de fin de stage font apparaître un intérêt unanime pour la séance en classe et quelques réserves sur le temps dévolu à sa préparation, ce qui ne nous surprend pas dans un bilan « à chaud », mais nous n'avons pas d'éléments pour évaluer les effets réels de cette préparation, et notre conviction est que ce travail préparatoire est déterminant.

5 BILANS DES STAGES

A la fin de chaque stage, nous demandons un bilan individuel écrit, assez bref autour de trois pistes simples et assez ouvertes : « **+** : j'ai aimé.. » ; « **-** : je n'ai pas aimé... » ; « **?** : les questions qui me restent ... ».

Il ressort de ces écrits que le stage est vécu comme *très en prise sur la pratique de classe* ; les exemples d'activités pour la classe, les situations « *concrètes* » sont très appréciées ; en particulier la séance en classe et l'utilisation de vidéos (10 à 15 minutes de visionnement avec un questionnement) qui contribue à « *donner une idée de ce à quoi peuvent ressembler certaines situations* ». Le fait que nous prenions en compte les ressources ordinaires des enseignants (manuels scolaires) et que nous apportions les livres du maître et d'autres documents est souligné positivement.

Les points de vue sont plus partagés concernant certains apports ressentis comme théoriques, ainsi le travail sur les problèmes additifs et soustractifs en lien avec les IO du cycle 2, sur la numération, sur la division.

Au-delà des ressentis ainsi collectés, nous espérions connaître l'évolution des résultats des évaluations CE2 et 6ème de la circonscription qui nous avait sollicitées, mais suite à un changement d'équipe, le traitement des résultats est différent et nous n'avons pas de retour de ce côté-là.

Mais nous avons un autre retour, sous la forme d'entretiens réalisés par Fabienne Kilbertus dans le cadre de son mémoire de maîtrise de science de l'éducation. Nous avions accepté qu'elle assiste au stage « Les maths au cycle 2 : un apprentissage basé sur la résolution de problèmes » en janvier 2002 et les stagiaires ont accepté de répondre à ses questions deux mois après. **Ces entretiens nous donnent des indications précises sur des changements effectifs exprimés par les 12 stagiaires**.

- Toutes les stagiaires déclarent avoir mis en œuvre dans leur classe de nouvelles activités. Elles disent avoir « essayé » toutes les situations « vues » pendant le stage (lors de la séance en classe ou par quelques minutes de vidéo) ; ainsi que quelques activités évoquées pendant le stage, notamment si au cours de la semaine des collègues ont dit les avoir utilisées précédemment. 6 stagiaires disent avoir utilisé de nouvelles activités (tirées du ERMEL) qui n'avaient pas fait l'objet d'une présentation pendant le stage.

- Tous les entretiens mentionnent des changements dans la conduite de classe : les enseignants laissent plus de place à la recherche des élèves, 9 parmi les 12 ont pu mettre en œuvre une certaine différenciation.
- Toutes les enseignantes expriment que ces changements ont un effet positif sur l'implication et la motivation des élèves, 7 parmi les 12 repèrent un effet sur la réussite et les progrès des élèves notamment les élèves en difficulté.

Nous avons été renforcées dans nos choix par ces témoignages de changements effectifs dans les pratiques. Nous transcrivons pour conclure des extraits d'un entretien dans lequel l'enseignante, exprime un « avant » et un « après ». Un certain bonheur d'enseigner « autrement » transparaît, nous savons bien qu'il n'est pas seulement le fruit de notre action, mais il nous semble pouvoir être un encouragement pour tous les formateurs dont nous sommes.

Au sujet de la séance en classe...

... Il y a aussi tout le travail qu'on a fait ensemble, sur la mise en commun utile à faire après un temps de recherche des enfants, qui était intéressant. Bien sélectionner, quoi sélectionner, et on n'était pas tous d'accord sur ce qu'on allait leur demander, comment bien leur faire comprendre qu'il y a des procédures différentes pour résoudre un problème,leur faire expliciter aussi. Et surtout c'est ça que le stage m'a apporté et m'a fait changé : Je trouve qu'on donne plus la parole aux enfants, on leur permet plus de s'expliquer ; et pour nous, on se rend compte de ce qu'ils ont voulu faire dont on ne se rend pas toujours bien compte en regardant leur travail. Et eux, quand ils peuvent expliquer, ils progressent et dans la mise en commun ils apprennent des autres. Je trouve maintenant qu'il y a plus d'échanges dans ma classe, que les enfants tiennent plus compte de ce que les autres ont fait. Et pour les enfants en difficulté, j'étais surprise parce que ils donnent leur avis, ils trouvent des démarches, des idées … et on les écoute…

Au sujet des élèves en difficulté

J'ai toujours eu un contact avec des maîtres spécialisés pour m'aider. J'avais déjà un regard particulier envers eux, mais maintenant je leur laisse plus le temps de s'exprimer. Et, suite au stage, j'ai changé ma disposition de classe pour pouvoir travailler davantage en groupe. D'ailleurs le stage m'a vraiment été profitable, même en lecture j'ai changé ma façon de travailler, ... pour favoriser le travail d'échange.

...

C'est plus fatiguant mais je les trouve plus actifs. Je leur demande un peu plus d'expliquer comment ils ont trouvé pour aider ceux qui sont un peu perdus. D'ailleurs je pars d'avantage des erreurs des enfants pour construire ma séquence au pied levé, on prend des propositions et on analyse, on regarde pourquoi cette solution va, pourquoi celle-là ne va pas et ce qu'on pourrait faire pour l'améliorer. C'est pas toujours évident de parler, d'expliquer pour un enfant, et puis parfois on n'ose pas faire refaire aux enfants, on croit que cela va les lasser, et puis non …on peut leur faire refaire, ils repartent.

Au niveau de tes conduites de classe, as-tu changé quelque chose ?

Oui, ça a changé : avant, c'était beaucoup de relations maîtres élèves, maintenant c'est maître élèves et élèves entre eux. Je n'aurais peut-être jamais osé le faire avant. Avant, je voyageais dans la classe, maintenant je voyage encore plus. Je vois plus leurs façons de faire, je comprends mieux leurs démarches et les échanges sont vraiment *profitables. D'ailleurs avant, quelquefois, je voyais les enfants bailler, je me disais, ils n'ont pas assez dormi, ... la télévision. Non, c'est parce qu'ils s'ennuyaient, tout simplement. J'ai l'impression qu'ils s'ennuient moins maintenant, c'est valorisant, ils disent : c'est déjà l'heure ? Ca a passé vite ! Donc je me dis que cela a changé aussi pour eux, c'est plus motivant. Ils ne participaient pas avant, c'étaient toujours les mêmes, tandis que là je dis que même si ils font peu, ils font quand même. J'ai aussi travaillé pendant les vacances pour revoir ma façon de faire en maths mais aussi en lecture. Maintenant quand ils travaillent en groupes ils ont tous quelque chose à dire, et ça je ne l'avais pas avant. Ils sont plus dedans. La grande difficulté c'est de trouver le bon groupe, pour que cela fonctionne bien et qu'ils aient tous leur mot à dire, pas être étouffé par un leader. Mes groupes je les change souvent, ...et puis, quand ils travaillent en groupe je leur donne à tous les mêmes situations mais je ne vais pas avoir avec tous les mêmes exigences. Ils font en fonction de ce qu'ils peuvent faire. Avant il y en avait qui attendaient que cela se passe, parce que cela était trop difficile pour eux ou qu'ils n'avaient pas envie, au niveau des phases de recherche, avant la trace écrite. Je trouve que maintenant c'est plus profitable parce qu'il a cherché, avant il ne faisait rien, maintenant il est pris dans le groupe.*

...

BIBLIOGRAPHIE RÉDUITE

- *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques,* J. JULO (Presses Universitaires de Rennes, 1994) : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.
- *Comment font-ils ?* (*l'écolier et le problème de mathématiques*), Rencontres Pédagogiques n° 4 (INRP, 1984)
- *Vrai ? Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3*. ERMEL (1999) INRP Didactiques des disciplines : mise en place de séances pour l'apprentissage du raisonnement.
- Articles de la revue *Grand N*, IREM de Grenoble :

  n°51 : "Problème ouvert, problème pour chercher", R. CHARNAY (1992)

  n°63 : "Le choix des problèmes pour « la résolution de problèmes »" C. HOUDEMENT (1999)

  n°69: «Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes" JULO (2002)

  n°69 : «Sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire" COPPE, HOUDEMENT

  n° 71 : " La résolution de problèmes en question " HOUDEMENT (2003)

  Numéro spécial *Points de départ* (de problèmes).(2003)

Annexe 1: planning de deux stages

En Janvier 2002, une semaine de stage départemental « Les maths au CP, un apprentissage basé sur la résolution de problèmes » :

- une phase de Brain-Storming consacrée à faire le point sur les premiers apprentissages numériques, sur ce qui s'est probablement construit en maternelle et qu'il convient d'évaluer à l'entrée du CP.
- travail à partir du méli-mélo sur les différents types de problèmes organisé autour d'une séance en classe sur la recherche d'un problème ouvert ; c'est à partir de cette séance qu'a été menée la réflexion sur la gestion des séances de résolution de problèmes (quelle gestion pour quel type de problèmes, quelle fonction allouée aux moments collectifs).
- mise en situation par TP sur le thème de la numération pour permettre aux stagiaires de revisiter leurs connaissances.
- réflexion sur l'organisation des apprentissages en CP, structurée autour de deux questions :
    - la dizaine, à quel moment et comment l'introduire ?
    - quels problèmes jalonnent les trois grandes phases mentionnées dans le manuel Ermel ?
- travail sur les différentes formes de calcul, précédé d'une présentation du champ des problèmes additifs / soustractifs à partir d'une série d'énoncés extraits des évaluations nationales.

En novembre 2002, un stage en circonscription « La résolution de problèmes au cycle des approfondissements » :

- mise en situation (« La vache et le paysan ») pour démarrer la semaine
- travail de catégorisation des problèmes dans un méli-mélo organisé autour d'une séance en classe sur un problème ouvert (« faire 23 ») préparée par l'ensemble du groupe et suivie d'une analyse a posteriori
- mise en situation sur des problèmes de reproduction de figures en géométrie
- questionnement sur l'entrée méthodologique en résolution de problèmes
- différents types d'écrits en résolution de problèmes
- Ces deux derniers points n'ont pas eu le développement prévu en raison du retard pris sur les autres thèmes.

Variantes et évolution

Le premier stage cycle 2 a été intitulé « mathématiques au CP, un apprentissage basé sur la résolution de problèmes » ; à la demande de stagiaires nous l'avons fait évoluer vers « mathématiques au cycle 2, un apprentissage... ».

La diversité des publics, dans le $2^{ème}$ cas, présente des avantages mais aussi des inconvénients :

- les stages CP drainent un public de maîtres de CP mais aussi de GS qui souhaitent s'informer de ce à quoi ils préparent leurs élèves : la liaison GS / CP est l'un des axes du travail et l'on peut vraiment y réfléchir à une progression des apprentissages en CP ; les problèmes traversent le stage mais sont presque au second plan.

- les stages cycle 2 ont un public qui va de la GS au CE1, et il y est très difficile de mener le travail évoqué précédemment sans mécontenter les maîtres de CE1 qui se trouvent alors moins bien pris en compte.

Quoi qu'il en soit, l'axe central reste toujours la compréhension du système de numération et l'entrée dans le calcul ; la place des problèmes qui jalonnent ces apprentissages est une préoccupation première, les problèmes pour apprendre à chercher relevant de l'entrée dans une attitude de recherche.

Concernant les stages cycle 3, le travail sur les problèmes de recherche se partage généralement entre les problèmes ouverts [quelle gestion de classe pour la recherche ?] et les problèmes complexes [les écrits de solution et leur évolution au long du cycle 3]. L'accroche des stages de cycle 3 à un contenu est plus difficile à réussir que pour le cycle 2 : nous avons testé et rejeté la division (on s'y perd, trop délicat), la géométrie (fonctionne assez bien) et la numération (choisie cette année en raison des mauvais résultats des circonscriptions aux évaluations 6ième) ; sur ce thème, la séquence ERMEL consacrée au « livre du million » s'est avérée très concluante.

CHACUN SON CHEMIN
UN PROBLÈME DE PARTAGE
APPRENTISSAGES NUMÉRIQUES AU CYCLE 2

Jeanne Bolon
IUFM de l'académie de Versailles

Résumé :

Le DVD *Chacun son chemin - Un problème de partage au cycle 2* a été conçu pour la formation initiale ou continue des enseignants d'école primaire sur la pédagogie différenciée. Il illustre des dispositifs pédagogiques qui articulent gestion collective de la classe et gestion individuelle en fonction de l'état de savoir des élèves. Trois classes, s'appuyant sur la documentation ERMEL, traitent un problème de partage (non équitable ou équitable).

Le DVD comporte plusieurs parties :

* des séquences de classe, en GS, CP et CE1,
* des entretiens avec les enseignantes de ces classes,
* des zooms sur certains aspects de la différenciation.

Il comporte également des textes : transcriptions des séquences de classe, bibliographie, suggestions d'utilisation

Le DVD *Chacun son chemin - un problème de partag*e a été présenté au cours du colloque COPIRELEM 2004. Il fait suite à un atelier du colloque COPIRELEM de Tours (2001), dont le compte-rendu, remanié, avait fait l'objet d'un article dans la revue *Grand N*[1].

Ce DVD est bâti autour de trois prises de vue dans des classes de cycle 2 (grande section, cours préparatoire, cours élémentaire première année) sur le thème mathématique des partages équitables ou inéquitables.

Notre équipe (maîtres-formateurs, conseillers pédagogiques de circonscription, maître de conférences et inspectrice de l'éducation nationale) a cherché à répondre une demande constante des collègues d'enseignement élémentaire : comment faire pour pratiquer la pédagogie différenciée ? Certes les documents issus de l'expérimentation ERMEL fournissent des exemples intéressants à exploiter en formation initiale ou continue. Nous avions envie de faciliter l'entrée dans ces textes en montrant, par l'image, que de jeunes collègues arrivaient à mettre en oeuvre certains dispositifs de différenciation.

[1] BOLON J. (2002), Pédagogie différenciée en mathématiques : mission impossible ou défi ?; *Grand N n° 69*, p. 63-82.

Le choix des trois classes a été facile, l'équipe ERMEL ayant mis à l'épreuve certaines situations mathématiques dans des écoles du département des Hauts-de-Seine. Pour le DVD, les trois classes ont traité de problèmes mathématiques voisins - le thème du partage - avec des procédés de différenciation qui présentaient à la fois unité et diversité.

Les trois enseignantes mettent en œuvre au quotidien des exigences déontologiques fortes : tout élève a le droit d'apprendre quel que soit son niveau, tout élève a le droit d'être respecté, quelles que soient ses erreurs. Le DVD, sans constituer un inventaire des procédés de différenciation utilisables en mathématiques, illustre quelques-uns d'entre eux : la constitution des groupes de deux ou des groupes de quatre, le choix des valeurs numériques, l'étayage des élèves sans « tuer le problème ». Plus généralement, il montre qu'il est possible de conjuguer une gestion collective (même thème de travail pour tous) et une gestion individuelle en fonction de l'état de savoir de l'élève.

Dans les trois classes, on retrouve des principes communs d'organisation du travail mathématique :

- *lancer la résolution de problème*, c'est à dire aider les élèves à prendre en compte les contraintes et possibilités de la situation, faciliter leur appropriation de la situation, fixer les rôles de chacun,
- *aider les élèves sans "tuer" le problème*, c'est-à-dire accompagner les élèves là où ils en sont, par une préparation, une prise de notes en séance, des relances individualisées,
- *conclure provisoirement* selon l'une des modalités habituelles, expliquer, évaluer ou valider.

Nous avons conçu le DVD pour une utilisation individuelle ou collective, en formation initiale ou en formation continue. L'arborescence prévoit pour chaque niveau de classe trois rubriques : la classe, l'entretien avec l'enseignante et un zoom.

Pour chaque niveau de classe, une prise de vue a été faite sur deux journées de classe consécutives. Un montage d'une vingtaine de minutes met en valeur les dispositifs de différenciation et rend compte des coupes faites. Un entretien avec l'enseignante met en valeur son projet de classe. Un retour sur certaines images permet d'illustrer les conditions de la différenciation.

L'arborescence propose également des visions synthétiques sur les trois niveaux : les éléments de différenciation communs (par exemple, le respect des élèves plus lents), les éléments illustrés sur un seul niveau (par exemple, l'importance accordée à la langue en mathématiques), les progrès dans les apprentissages numériques.

Le cédérom contient également des textes : le décryptage des séances de classe et des entretiens, un bibliographie, et l'ensemble de la notice du DVD.

Ce DVD n'aurait pas vu le jour sans le soutien de l'inspection académique des Hauts-de-Seine.

Organisé dans le cadre de la formation continue départementale, un groupe de formateurs s'est constitué en 1999-2000 pour tenter de faire le point sur les dispositifs effectivement utilisés dans les classes en les situant par rapport aux études menées sur le thème de la différenciation, en particulier en mathématiques. Partant des travaux de l'équipe ERMEL, notre groupe s'est posé les questions suivantes :

- en quoi consiste la pédagogie différenciée définie par le ministère,
- quelles sont les conditions favorables à sa mise en œuvre dans le domaine mathématique ?

- que peut-on mettre en place en formation initiale et continue ?

La première année, nous avons beaucoup lu, nous avons eu des entretiens avec des maîtres formateurs experts, nous avons étudié à la loupe les textes officiels. La deuxième année, nous nous sommes rendus dans des classes pour mieux comprendre les enjeux, les contraintes et les possibilités de conception et de mise en œuvre des directives ministérielles. La troisième année, nous avons mis en chantier le DVD, nourris des réflexions accumulées durant les années précédentes. Grâce à la collaboration avec le CRDP de l'académie de Versailles, nous avons bénéficié d'une équipe technique intéressée par les questions pédagogiques.

Nous espérons que le produit commercialisé par le CRDP intéressera les utilisateurs futurs autant qu'il nous a passionnés durant sa mise au point.

POUR COMMANDER

CHACUN SON CHEMIN - UN PROBLÈME DE PARTAGE - Apprentissages numériques au cycle 2
Éditeur : CRDP de l'académie de Versailles - CDDP des Hauts-de-Seine
Réf : 7802MM21

Renseignements CDDP92 : 01 41 41 59 59
CRDP de l'académie de Versailles - 584 rue Fourny - ZI - BP 326 - 78533 BUC Cedex
ou au CRDP ou CDDP de votre académie

Prix : 30 € (participation aux frais d'envoi si par correspondance : 4 €)

COMPTER SUR LES ERREURS POUR COMPTER SANS ERREURS :

ÉTAT DES LIEUX SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMÉRATION DÉCIMALE DE POSITION AU CYCLE 3.

Véronique Parouty
Conseillère pédagogique
La Rochelle

Résumé :

Cette communication présente les résultats d'une recherche menée dans le cadre du DESS d'Ingénierie du Conseil pédagogique .Année 2002-2003. Le Directeur de la formation est Monsieur Michel Fayol. Aussi, la méthodologie adoptée est-elle très centrée sur l'expérimentation, la mesure et le traitement statistique.

Trois questions ont été le point de départ du travail qui s'est appuyé sur des tests et questionnaires auprès des élèves de cycle 3 et des enseignants :

- dans quelle mesure, la numération décimale est-elle bien installée au cycle 3 (du CE2 au CM2) ?
- comment les enseignants repèrent-ils les erreurs de leurs élèves et quels dispositifs de remédiation conçoivent-ils ?
- les résultats des élèves peuvent-ils s'améliorer si les enseignants les font travailler sur des exercices faisant fonctionner de manière privilégiée l'aspect positionnel de la numération ?

Les résultats de ce travail semblent montrer qu'un gros effort de formation des enseignants sur ce sujet est nécessaire.

1. PRÉSENTATION DES HYPOTHÈSES :

La recherche a d'abord porté sur les élèves du cycle 3, puis sur les enseignants.

1. hypothèses au niveau des élèves :

La numération décimale de position est une notion qui me semblait complexe dans le sens où elle est difficile à construire et difficile à évaluer.

Ainsi ai-je émis **l'hypothèse que la numération décimale de position n'était pas nécessairement bien installée au cycle 3 et que cela pouvait passer inaperçu au cours du cycle**.

Nombre d'enseignants du cycle 3 ne font pas de la numération décimale de position un objectif prioritaire dans l'enseignement mathématique. Peut-être, d'une part, ont-ils eu tendance à mettre l'accent sur la géométrie puis sur la résolution de problèmes, mais surtout sur la lecture, pour atteindre des performances meilleures aux évaluations nationales ; peut-être aussi, considèrent-ils l'apprentissage de la numération décimale de position comme étant " l'affaire du cycle 2 " au même titre que l'apprentissage de la lecture.

Or, la maîtrise de le numération décimale de position me semble fondamentale pour construire et maîtriser d'autres compétences comme, par exemple, les calculs et *a fortiori*, les calculs posés. La gestion de " la retenue " est au cœur du problème dans les trois techniques élémentaires (l'addition, la soustraction et la multiplication). En outre, je fais le pari que si la numération de position n'est pas bien comprise par l'élève, celui-ci éprouvera des difficultés à " travailler " (au sens de manipuler) les nombres décimaux à virgule.

Selon moi, l'enseignant qui propose trop tôt ou trop souvent des techniques opératoires à ses élèves risque de mettre en place une mécanique, efficace au niveau du résultat, mais d'occulter aussi efficacement, l'incompréhension par les élèves du fonctionnement de la numération de position à travers la technique.

Enfin, je pense que la plupart des enseignants abordent les nombres à virgule en prenant appui sur la mesure (essentiellement, mesure de longueur) et non sur les fractions. Le choix est confortable pour l'enseignant mais il est certainement préjudiciable pour l'élève . La partie décimale du nombre est alors considérée par l'élève comme un nombre entier juxtaposé à la partie entière et séparé par une virgule. L'introduction des nombres décimaux au cours moyen est pourtant l'occasion de mesurer le niveau de maîtrise de la numération de position et de l'asseoir.

Afin de vérifier si mon hypothèse est fondée, je me suis tout d'abord appuyée sur la lecture de la synthèse des évaluations nationales CE2 2002, 6° et 5° . En CE2, le score de réussite global atteint 64,4% dans le domaine " travaux numériques ", cachant des disparités selon les items : la soustraction pose problème si elle est à retenue (score variant de 36,5 à 45%) , la multiplication de 29 par 10 (31%) alors que c'est 29 dizaines ; l'item 39 (850 - 600) n'est réussi qu'à 37%. Dans le domaine de la " numération écrite et orale ", l'item 81 " utiliser l'algorithme décimal de la numération par 10 " n'est réussi (ZEP et Hors ZEP confondus) qu'à 56%.

En 6°, dans le champ " numération et écriture des nombres ", il est précisé que les items liés " au sens de l'écriture à virgule ont présenté plus de difficulté. "

Il ressort de cette première lecture que la numération décimale de position fait obstacle au cycle 3 et au-delà. Seuls certains items sont révélateurs de cette lacune. Les techniques opératoires quant à elles, semblent se consolider d'année en année mais elles ne permettent pas de distinguer l'aspect mécanique de l'aspect raisonné du calcul car, seul, le résultat de l'opération est évalué.

- **La bonne compréhension du fonctionnement de la numération décimale de position est-elle le garant d'une réussite en calcul et cela, même au moment de l'introduction des nombres décimaux à virgule ?**
- **Inversement, peut-on imaginer que la maîtrise des techniques opératoires ne s'accompagne pas d'une compréhension meilleure de la numération de position ?**

La lecture des travaux menés par des didacticiens et des chercheurs m'incite à explorer plus finement cette voie. Rémi Brissiaud (2003), par exemple défend l'idée qu'il est indispensable de retarder l'apprentissage de " l'addition en colonne " au cycle 2 car elle ne permet pas de comprendre le sens de la numération décimale. Il développe sur tout le cycle 2 l'idée que c'est en affirmant les compétences en calcul qu'on participe à la construction durable de la numération de position.

Roland Charnay (1999,p.97), dans : " Pourquoi des mathématiques à l'école ? " dénonce les enseignants qui transmettent des mécanismes aux élèves pour ne pas les déstabiliser notamment en ce qui concerne l'approche des nombres décimaux : " Pour ne pas déstabiliser les élèves, on évite de déstabiliser leurs connaissances ".

En outre, l'équipe ERMEL à laquelle participe Roland Charnay développe, dans tous les niveaux de classe, l'intérêt de faire travailler les élèves sur le principe décimal de notre numération : " un travail approfondi sur les principes de la numération orale doit permettre des réinvestissements féconds dans les domaines du calcul mental. " (ERMEL CE2 2000 p. 278). Les nouveaux programmes vont eux-mêmes dans ce sens : " on peut exploiter des erreurs du type 0,5x 3= 0,15 pour revenir sur la signification des écritures décimales " (page 27 document d'accompagnement du cycle 3).

Un lien semble donc établi entre numération décimale de position et calcul. La numération de position occupe une place centrale dans les travaux numériques.

- **S'il est avéré, à l'échelle locale, que les erreurs relevant de la numération décimale de position, sont présentes au cycle 3, alors, est-il possible de construire un dispositif de remédiation efficace ?**
- **En outre, un travail de remédiation centré exclusivement sur la numération positionnelle, a-t-il des effets positifs dans le domaine du calcul ?**

2. hypothèse au niveau des enseignants :

J'émets **l'hypothèse que nombre d'enseignants ne mettent pas en place des dispositifs d'évaluation mettant en évidence les erreurs relevant de la numération de position dans les travaux numériques de leurs élèves.**

Par voie de conséquence**, je m'interroge de savoir s'ils conçoivent des dispositifs de remédiation qui visent à installer durablement la numération de position chez leurs élèves.**

- **Si des erreurs de numération décimale de position sont effectivement constatées chez les élèves de cycle 3, alors, on peut s'interroger de savoir s'il conviendrait de former les enseignants au traitement de ces erreurs soit pour y remédier, soit pour prévenir leur apparition ou leur résurgence.**

Cette action sera expérimentée sur plusieurs groupes d'enseignants, avant d'être évaluée.

En un premier temps, je vais tenter de vérifier si les élèves de cycle 3 éprouvent réellement des difficultés dans le domaine de la numération de position à l'échelle locale.

Ensuite, j'analyserai ces erreurs et je concevrai un dispositif de remédiation que je soumettrai à l'expérimentation pour en mesurer l'efficacité sur les mêmes élèves.

A l'appui des résultats, je concevrai une formation sur le traitement des erreurs de numération de position. Je mènerai l'action de formation auprès de plusieurs publics d'enseignants et j'en mesurerai les effets.

2. MISE À L'ÉPREUVE DES DEUX PREMIÈRES HYPOTHÈSES :

Hypothèse 1 : La numération décimale de position est mal installée chez les élèves de cycle 3.
Hypothèse 2 : Un lien existe entre la numération et le calcul.

1. Description du protocole :

1. *La population :*

L'expérimentation a porté sur les trois niveaux du cycle 3 : CE2, CM1 et CM2 à peu près dans les mêmes proportions. Soit, en tout : 421 élèves sur différentes circonscriptions de La Rochelle et de ses environs, situées en ZEP et hors ZEP.

La population a été scindée en deux groupes d'effectifs identiques et aux caractéristiques communes : un groupe témoin et un groupe expérimental. Cette distinction n'aura d'importance que pour la validation de l'hypothèse 3.

2. *La nature des tests : [annexe 1]*

La situation A. <u>Contenu :</u> Pour carreler une pièce, il faut 8564 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 100. Combien de paquets faut-il commander ?

La situation A, aussi dite “ des carrelages ” est inspirée d'une situation ERMEL déclinée du CP au cycle 3, en faisant varier uniquement l'habillage et la taille des nombres (on parle de craies au CE2, de trombones au CM1…)

Une conférence de Roland Charnay, sur le traitement des erreurs, tenue à Poitiers en avril 2003, dans le cadre du DESS, a garanti le fondement de mon choix. En effet, selon lui, il y a trois niveaux d'évaluation. Pour illustrer sa réflexion, il a donné deux exemples : un en géométrie et un autre en numération.

<table>
<tr><td colspan="2">Trois niveaux d'évaluation en géométrie</td><td colspan="2">Trois niveaux d'évaluation en numération</td></tr>
<tr><td colspan="4">Niveau 1
La mémorisation ou le simple rappel de connaissances. C'est la restitution</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td>A quoi reconnaît-on deux droites parallèles ?</td><td>exemple</td><td>Montre le chiffre des centaines dans 1 203 586</td></tr>
<tr><td colspan="4">Niveau 2
L'application. L'enfant est encore tenu informé, explicitement, de la notion travaillée.</td></tr>
<tr><td>exemple</td><td>Construis une parallèle à partir de deux points.</td><td>exemple</td><td>Ajoute 2 dizaines et 3 centaines à 1 236</td></tr>
<tr><td colspan="4">Niveau 3
Résolution de problème, analyse. L'enfant a besoin de mobiliser ses connaissances sur la notion qui n'est pas explicitée, pour résoudre une situation-problème.</td></tr>
<tr><td>exemple</td><td>Décris cette figure de manière à ce que ton camarade puisse réaliser exactement la même.
(pour cette figure, il sera nécessaire de parler de parallèles dans la description : c'est juste sous-entendu)</td><td>exemple</td><td>Il y a 1 203 586 trombones. On veut les ranger dans des boîtes de 100. Combien de boîtes peut-on remplir ?</td></tr>
</table>

Il ne fait pas l'ombre d'un doute que la situation A du test des élèves, sur les carrelages, relève du niveau 3 d'évaluation. Or, c'est uniquement au niveau 3 que l'on peut prétendre évaluer l'acquisition d'une notion ou d'un concept. C'est en ce sens, que cette situation A , dite “ des carrelages ”, me semble *a priori* un indicateur des plus pertinents sur le degré de maîtrise de la numération de position.

La situation B. <u>Contenu :</u> dictée de nombres
CE2 : [B1] 5 203 – [B2] 8 013 – [B3] 20 036- [B4] 6 000 231 – [B5] 6 200 025
CM1 : [B1] 263 000 750 – [B2] 25 085 330 –[B3] 36 000 052 –

[B4] 2 000 000 013- [B5] 12 000 800 200
CM2 : [B1] 2 000 000 013- [B2] 12 000 800 200 – [B3] 425 023 –
[B4] 85,1 (mais dicter 85 et 1/10) – [B5] 43,003 (mais dicter 43 et 3/1000).

Il s'agit de voir si la valeur positionnelle de la numération est acquise par les élèves en prenant comme indicateur la place et le nombre de zéros. Ce que j'appelle : la gestion des zéros. Par exemple, pour le nombre 6 000 231, si l'erreur porte sur les chiffres 6, 2, 3 et 1, je ne considère pas réellement cette erreur caractéristique de la numération positionnelle (défaut d'attention, problème auditif, difficulté d'association orale et écrite….). En revanche, si l'enfant écrit tous les chiffres qu'on entend lorsqu'ils sont dictés, c'est à dire le 6, le 2, et 31…mais que l'erreur se situe au niveau des zéros, soit parce que ceux-ci sont en nombre insuffisant, soit parce qu'ils sont mal positionnés… alors, cette erreur sera considérée comme indicateur de la mauvaise compréhension du système positionnel de la numération. Erreur codée 8.

Les situations C et D . Contenu :
pour C. Calcul en ligne.
CE2 : 42-17 = ?   46+25= ?   12x20= ?
CM1 : 92-37= ?   526+525= ?   126x200= ?
CM2 : 12,6 +26,42 = ?   22,16-10,8= ?   1,8x20= ?
Pour D Calcul posé (techniques opératoires)

CE2	5 2 6 0 2 + 8 0 8 9 + 3 1 2 7	6 2 3 - 8 5	1 0 6 8 x 5
CM1	5 2 6 0 2 + 8 0 8 9 + 3 1 2 7	6 2 3 - 8 5	1 0 6 8 x 5
CM2	5 2 6 0 2 + 8 0 8 9 + 3 1 2 7	5 6 2 3 - 2 0 8 5	1 0 6 8 x 2 0 5

Il s'agit de voir comment la retenue, située au cœur du système décimal (regroupement par 10 et échange 10 contre 1), est comprise par les élèves. Pour ce faire, je pense voir apparaître des erreurs caractéristiques où, par exemple, on ôte 3 à 5 , ne pouvant ôter 5 à 3, dans le cas de la soustraction. C'est ce qu'on appelle les stratégies de détournement, inventives, dénuées de sens mais permettant de poursuivre le mécanisme de calcul. Je précise qu'en faisant 5-3 au lieu de 3-5, il n'y a pas de doute sur la bonne compréhension du sens de la soustraction (en caricaturant à l'extrême, disons que l'enfant ne multiplie pas 5 par 3. Son " bricolage " reste inscrit dans le registre de la soustraction).

Il s'agit de débusquer des erreurs témoignant de l'absence de rétroaction du sujet sur son résultat. Par exemple, la proposition d'un nombre supérieur au nombre initial dans une soustraction : 623-85=662 au lieu de 538. En ce sens, l'enfant, ne lit plus " 623 ", soit une quantité globale, mais " 3 " puis, " 2 " et enfin " 6 ", soit une succession de chiffres dont il faut tenir compte pour appliquer l'algorithme de calcul. La lecture du nombre, perd, en quelque sorte, sa valeur cardinale.

Enfin, je pense voir l'émergence d'une erreur caractéristique, au CM2 avec les nombres à virgule. 22,16-10,8= 12,8 au lieu de 11,36. Je ne serai pas surprise de rencontrer 12,8 avec une fréquence significative. Cela mettrait en évidence le fait que l'enfant considère la partie décimale comme un entier séparé du précédent par une virgule.

Ces erreurs seront codées 8.

3. Le codage des tests :

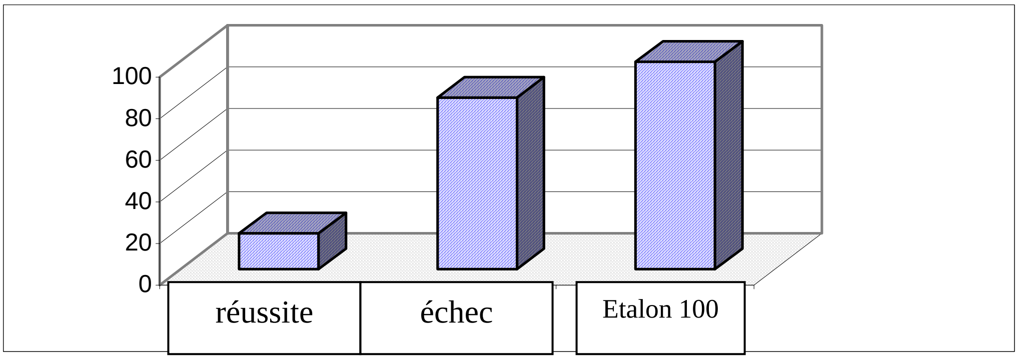
Le codage retenu s'inspire de celui des évaluations nationales CE2 et 6° :

Code 1 = réponse exacte ; code 9 = réponse erronée ; codage 0 = absence de réponse ; codage 8 = erreur caractéristique d'un manque de maîtrise de la numération décimale de position.

2. résultats et analyse :

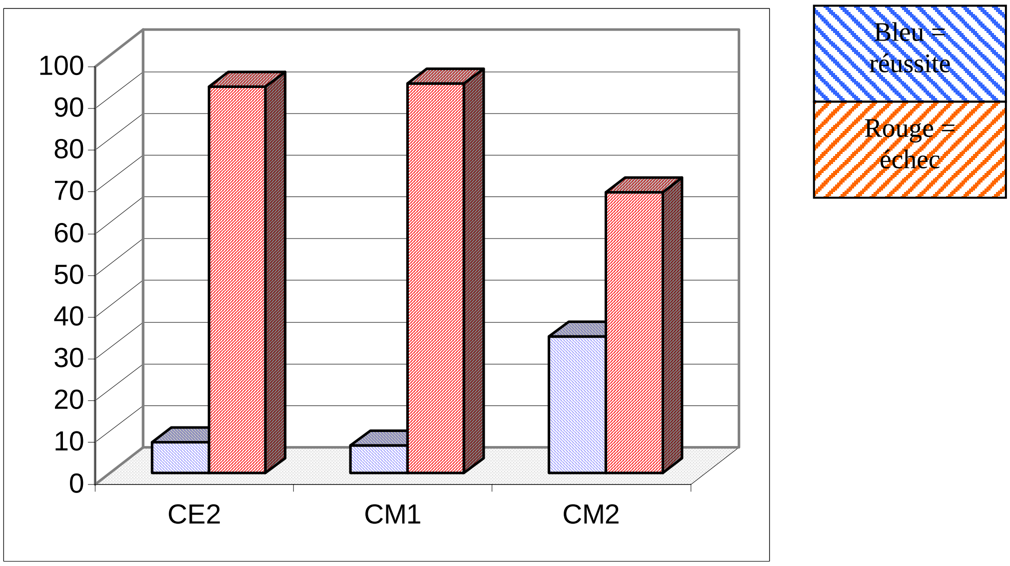
2.1 Situation A , dite " situation des carrelages "

a) <u>Lecture globale</u>



Echec massif. L'idée d'une rémédiation est fondée : elle répond à un besoin réel.

a) <u>Lecture par niveaux de classe : CE2 , CM1 , CM2</u>



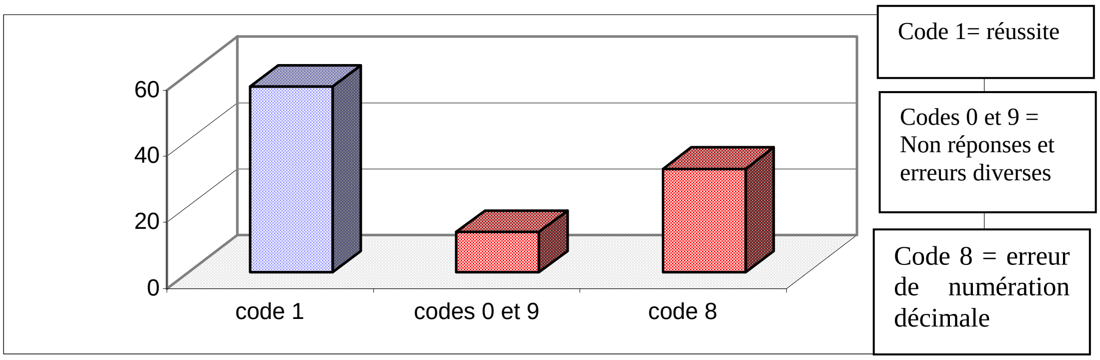
Le taux d'échec est comparable au CE2 et au CM1. On constate une baisse sensible du taux d'échec au CM2. Une analyse plus fine m'a permis de connaître la raison de ce changement soudain. Dès lors que les élèves disposent de l'algorithme de la division, ils l'utilisent pour résoudre la situation. Or, cette situation est proposée (avec des nombres plus petits) dès le CP. (ERMEL)

b) <u>Lecture ZEP / Hors ZEP</u>

Les performances sont meilleures en Hors ZEP qu'en ZEP. La différence, de dix points environ, est représentative des constats faits dans les évaluations nationales. Toutefois, le taux d'échec est aussi significatif en Hors ZEP qu'en ZEP avec un taux supérieur à 75%. Le dispositif de remédiation n'aurait aucun intérêt à se concentrer exclusivement sur la ZEP.

2.2 Situation B. La dictée de nombres (5 cases)

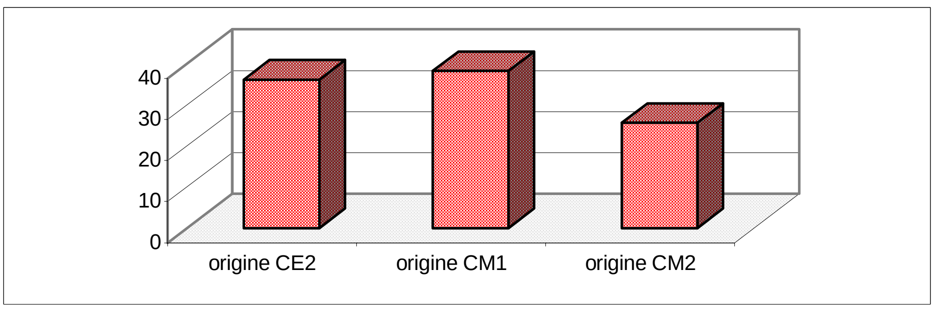
b) <u>Lecture globale</u>



Le taux d'échec, quoique légèrement inférieur à 50%, concurrence le taux de réussite à peine supérieur à 55%. L'exercice, pourtant classique, semble poser problème.

Les erreurs (de type 8) relevant de la mauvaise gestion des zéros ou virgules, sont 3 fois plus nombreuses que les autres erreurs ou les non réponses. Parmi ces erreurs de type 8, on rencontre tous les cas de figure : absence totale de zéros (mais chiffres dictés , présents dans l'ordre), zéros rejetés à la fin du nombre, abus du nombre de zéros, problème d'intercalation… Lorsque j'ai dépouillé les tests, j'ai remarqué en outre, que bien souvent, un enfant avait , soit tout “ juste ” soit, “ tout faux ” sur ses cinq cases.

c) <u>Lecture des erreurs de type 8, selon le niveau de classe (CE2, CM1, CM2)</u>



Il s'agit de savoir si les erreurs de type 8 se situent plutôt à un niveau du cycle qu'à un autre. La répartition est assez équilibrée sur le cycle avec, néanmoins, une baisse de l'occurrence de ce genre d'erreurs au CM2. Pour ce dernier niveau, on peut déjà dire que l'écriture des nombres à virgule, même si le problème de transcription se pose (3/1000 a posé problème) n'a pas eu une incidence très fâcheuse sur le score des CM2.

La difficulté liée à la gestion du zéro dans l'écriture des nombres, est, indéniablement, un problème de cycle et pas uniquement un problème de classe.

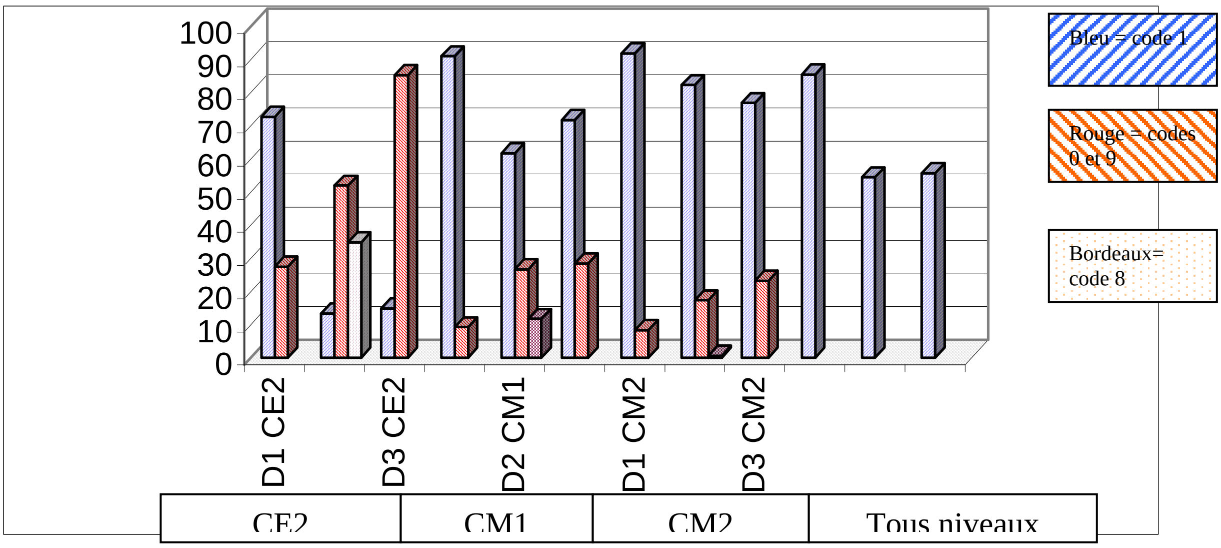
d) <u>Lecture des erreurs de type 8 et de type 0 et 9 en ZEP et Hors ZEP</u>

Qu'il s'agisse d'erreurs de type 8 ou des erreurs de type 0 ou 9, les pourcentages sont plus importants chez les élèves de ZEP que les chez les élèves de Hors ZEP et cela, dans les mêmes proportions, soit un écart d'environ 7 points.

En Hors ZEP comme en ZEP, ce sont les erreurs de type 8 qui dominent largement. Là encore, on peut dire que l'élaboration d'un dispositif de remédiation se justifie pour l'ensemble de la population.

2.3 Situation D . Les techniques opératoires

Le code 8 n'est appliqué qu'à la case D2. (par exemple 662 proposé comme résultat au lieu de 538) D1 = addition , D2 = soustraction , D3 = multiplication



Globalement, pour tous les niveaux confondus, l'addition est l'opération la mieux maîtrisée avec 85% de réussite. La soustraction et la multiplication obtiennent, quant à elles, les mêmes scores, soit environ 55%, on peut donc dire qu'elles sont toutes deux conjointement en cours d'apprentissage.- même si, dans le détail des classes, il semble que certains enseignants commencent par l'une plutôt que par l'autre-

Si on adopte une lecture diachronique sur le cycle, on peut constater que la technique de l'addition atteint un seuil vers le CM1 (peu d'évolution au CM2) . En ce qui concerne la soustraction et la multiplication, la progression au cours du cycle est visible (surtout pour la soustraction) pour atteindre en CM2, des taux de réussite très acceptables, supérieurs à 75%.

D'après ces premières estimations, on est en droit de dire que les algorithmes de calculs se portent plutôt bien à l'école élémentaire. Cette conclusion ne surprend pas car cet apprentissage est invétéré dans les pratiques.

L'analyse de D2 est intéressante dans la mesure où cette opération (la soustraction) a vraiment posé le problème de la retenue aux élèves (erreurs de type 8). Face à cette difficulté, les enfants ont eu des comportements déjà caractérisés dans le cadre théorique et dans la présentation de la démarche d'expérimentation : ils n'ont pas abdiqué et ont proposé un résultat, coûte que coûte ; ils ont “ bricolé ” une réponse avec ce qu'ils croyaient savoir de la soustraction (on enlève le nombre le plus petit au nombre le plus grand) ; ils n'ont pas eu de stratégie de rétroaction qui leur aurait permis de voir le manque de pertinence du résultat (celui-ci supérieur au nombre initial).

Or, cette réponse erronée (type 8) représente presque 35% des réponses au CE2 et encore 11,66% des réponses au CM1 (1 erreur sur 3 est caractérisée par le codage 8), pour disparaître, il est vrai, au CM2. Cette disparition au CM2 peut trouver plusieurs explications dont celle-ci : la maîtrise peut venir d'un entraînement intensif dispensé par l'école.

3. Synthèse des résultats :

Avant tout, je précise, que je n'ai pas omis de parler de la situation C. Dans ce cadre-là, son analyse aurait un peu fait perdre de vue l'opposition que je mets en place entre la numération et les algorithmes de calcul (posés). En outre, comme je l'ai déjà évoqué, il est difficile de savoir, pour le calcul en ligne si l'enfant a usé de stratégies de calcul sophistiquées, mettant en œuvre ses connaissances sur la numération ou si, au contraire, il a transposé des techniques issues de l'apprentissage des techniques opératoires posées. (problèmes de l'analyse des erreurs " off-line ")

Réponses à l'hypothèse 1 :

- Les erreurs de type 8 , relevant sous diverses formes, de la numération décimale de position, sont suffisamment fréquentes pour qu'un dispositif de remédiation centré sur la numération, prenne sens.

Réponses à l'hypothèse 2 :

- Il n'y a qu'à mettre en balance, le score de réussite global à la situation D1 avec le taux d'échec à la situation A [82%], pour comprendre que la maîtrise des algorithmes ne dépend pas de la maîtrise de la numération positionnelle et décimale. Qu'inversement, la technique toujours mieux maîtrisée au cours du cycle, des algorithmes de calcul ne s'accompagne pas nécessairement, d'une meilleure compréhension de la numération.

3. 3 - MISE À L'ÉPREUVE DE LA TROISIÈME HYPOTHÈSE :

Hypothèse 3 : Les résultats en numération peuvent être améliorés par la mise en place d'un dispositif de remédiation fondé sur le sens de la numération.

1. Mise en œuvre du protocole :

Pour le groupe expérimental, les enfants reçoivent des situations diversifiées [un exemple en annexe 2], tous les 20 jours, de janvier à fin avril. Le dispositif a pour objectif de faire évoluer les performances dans le domaine numérique de manière plus significative que dans le groupe témoin. Les " exercices " portent exclusivement sur la numération mais les effets attendus concernent aussi bien la numération (situations A et B) que les calculs (situations C et D).

Pour le groupe témoin, je fais également des envois de manière à garder les enseignants en contact. Il leur est demandé de rendre compte de quelques activités numériques menées en classe. Ainsi, ne change-t-on pas leur pratique habituelle.

En ce qui concerne les situations envoyées aux enseignants du groupe expérimental, elles observent plusieurs règles fondamentales :

-d'une part, les situations ne se veulent pas formelles et elles ne sont donc pas extraites de manuels scolaires, de fichiers mathématiques ; elles évitent le recours à des " outils " sacralisés et presque " ritualisés " à l'école élémentaire jusqu'à perdre leur sens (tableau de numération, par exemple). Elles demandent une mise en œuvre de la part de l'enseignant et donc une adaptation de la part de l'élève.

-elles sont fondées sur trois notions majeures, constitutives de la numération positionnelle décimale, à savoir : le regroupement par un multiple de 10 (100 - 1 000 000

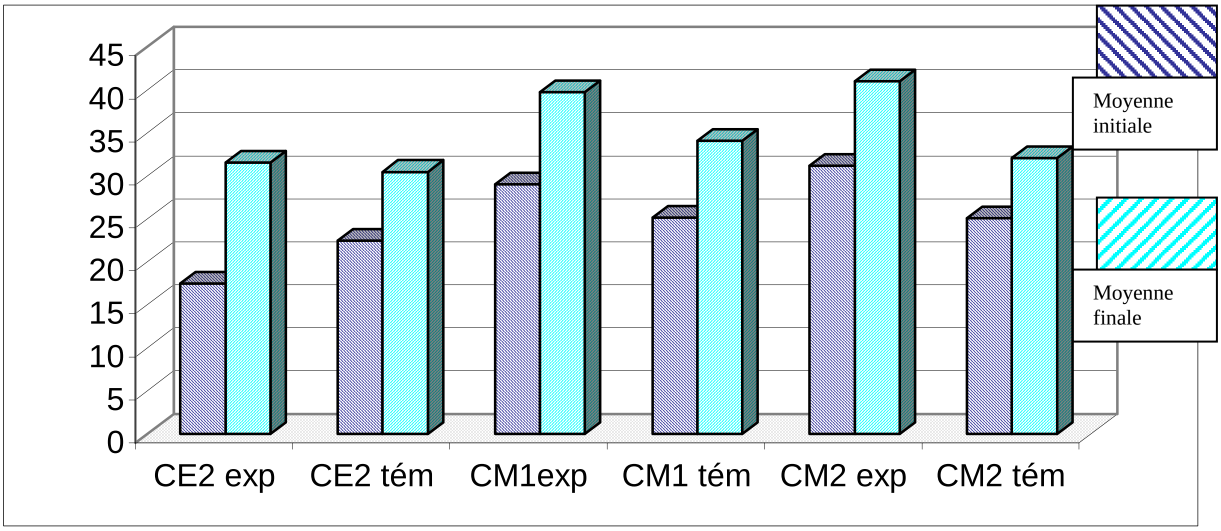
…) ; les échanges (10 contre 1 , 10 centaines contre 1 millier…) ; la décomposition (5 630 000 c'est : 30 000 + 5 000 000 + 600 000 …, par exemple)

-elles sont, le plus souvent, ouvertes c'est à dire qu'elles n'appellent pas une seule procédure de résolution et invitent ainsi les enseignants à se saisir de la diversité des cheminements empruntés par les élèves pour instaurer des débats.

-elles sont très diversifiées pour maintenir l'enfant en éveil mais aussi parce qu'un concept se construit et se mesure à travers plusieurs situations. (Vergnaud)

2. résultats et analyse :

2.1 Prise en compte des niveaux de classe : CE2, CM1, CM2



Visiblement, tous les groupes ont vu leurs scores évoluer entre le test initial et le test final. C'est peu surprenant dans la mesure où plusieurs mois ont séparé le test initial du test final. Les enseignants, de toute évidence, ont poursuivi des apprentissages dans leur classe en vue d'obtenir des progrès de la part de leurs élèves. L'effet du temps est donc significatif.

Au test final, les moyennes obtenues par le groupe expérimental sont supérieures aux moyennes obtenues par le groupe témoin et cela, même lorsqu'au test initial, le groupe expérimental avait une moyenne inférieure à celle du groupe témoin (tel est le cas du CE2).

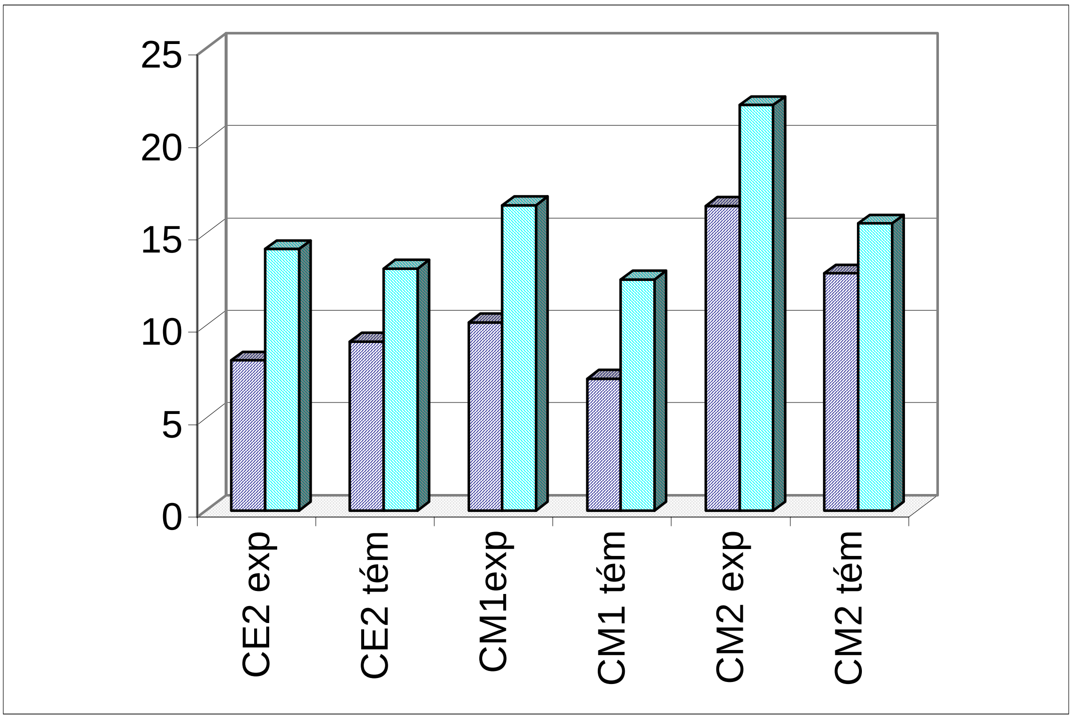
Enfin, ces remarques valent pour chaque niveau. On peut supposer que le dispositif a été bénéfique à tous les niveaux du cycle.

La confrontation de cette première lecture au traitement de la statistique inférentielle [annexe 3a] le tableau d'analyse de variance atteste qu'il y a véritablement eu une évolution positive pour les deux groupes, mais plus importante pour le groupe expérimental. Je peux donc affirmer que le dispositif de remédiation s'est avéré efficace.

2.2 Lecture comparative : l'effet sur les situations A et B comparé à l'effet sur les situations C et D

Les situations et les exercices proposés en remédiation étant axés sur la numération, il est intéressant de mesurer si l'effet porte exclusivement sur les exercices de numération [A et B] ou s'il porte aussi sur les situations de calcul [C et D].

- Les situations A et B réunies et notées sur 30 points maximum

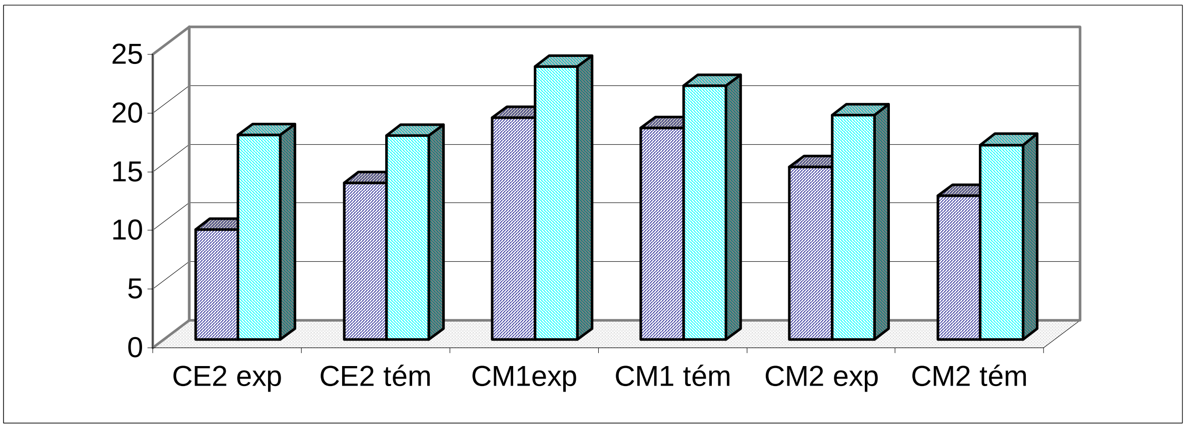


La différence de moyenne entre le test initial et le test final, entre le groupe expérimental et le groupe témoin, est toujours positive et au profit du groupe expérimental et cela, pour chaque niveau. (par exemple, le groupe expérimental CE2 a eu un gain de 6,034 entre le test initial et le test final ; tandis que le groupe témoin CE2 a eu un gain de 3,95 points entre son test initial et son test final. Il y a donc eu progrès pour les deux groupes mais un progrès supérieur dans le groupe expérimental).

La confrontation à la statistique inférentielle [annexe 3b],conduit à conclure que la différence entre les deux groupes expérimental et témoin existe à l'état initial et à l'état final mais la progression des deux groupes n'est pas identique : elle est plus importante chez le groupe expérimental.

Cette dernière remarque m'autorise à dire que le dispositif de remédiation a eu un effet sur les exercices A et B. Le travail en numération a contribué à améliorer les compétences des élèves dans le champ de la numération par rapport à un enseignement " normal " c'est à dire sans mise en œuvre d'un dispositif spécial.

- Les situations C et D réunies et notées sur 30 points maximum



Les groupes ont tous évolué entre le test initial et le test final.

Le gain est supérieur pour le groupe expérimental, surtout en CE2. Cette dernière remarque est intéressante pour mon travail. Si les CE2 ont fait évoluer leurs résultats en calcul grâce à la numération (contenu du dispositif), ce n'est sans doute pas anodin : c'est au CE2 que se jouent les apprentissages en calcul. Or, ces résultats m'incitent à penser que les compétences en calculs s'acquièrent d'autant mieux que la numération est comprise.

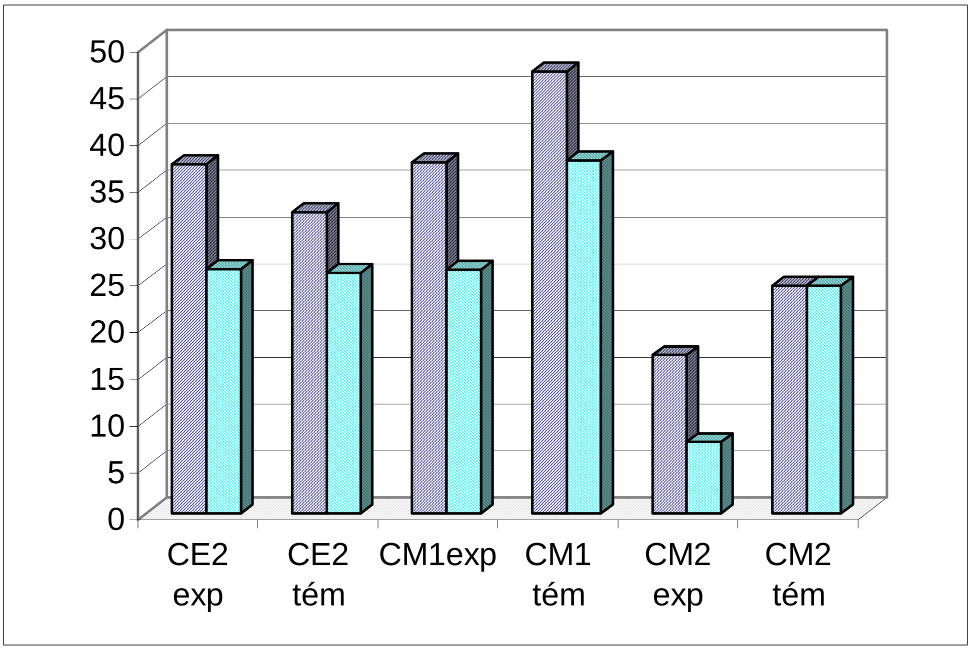
L'analyse de variance [annexe 3c] révèle qu'il y a eu une différence entre avant et après pour tous les niveaux mais plus importante pour les CE2.

Aussi puis-je conclure que le groupe CE2 expérimental a été le grand bénéficiaire du dispositif de remédiation, dans le domaine du calcul alors que le dispositif portait sur la numération. Le lien entre numération et calcul est avéré.

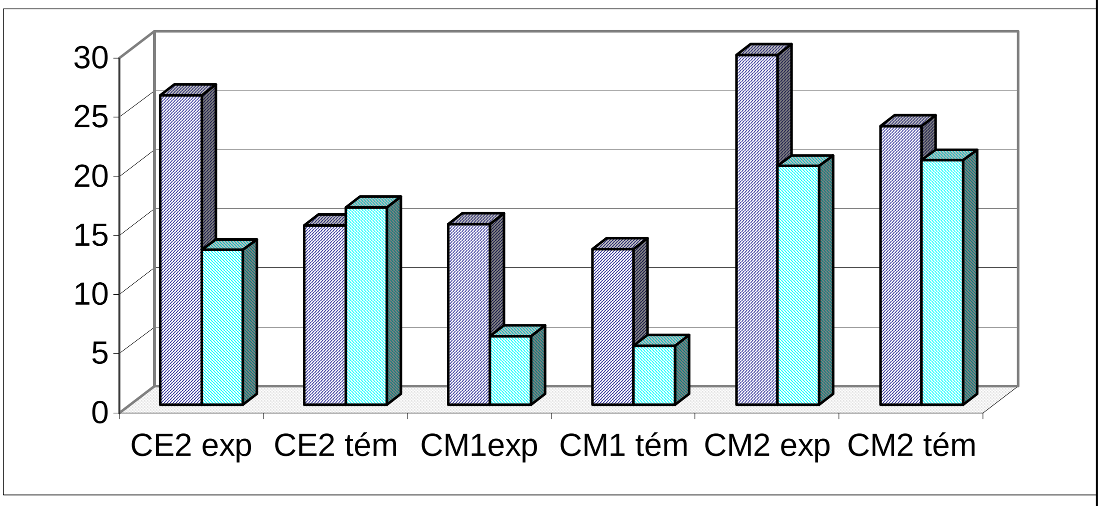
2.3 Lecture centrée sur les erreurs de type 8

Il s'agit de voir si le dispositif de remédiation a effectivement profité aux enfants qui en avaient besoin, en l'occurrence, à ceux qui faisaient des erreurs de type 8 (erreurs caractéristiques d'une numération décimale positionnelle mal maîtrisée).

- Situations CD et B. Proportion d'erreurs de type 8 sur les exercices B puis CD en pourcentages



Situation B



Situations C et D confondues

Le tableau d'analyse de variance [annexe 3d] indique que la diminution de la proportion d'erreurs dans les deux groupes a eu lieu mais cette diminution est plus sensible dans le groupe expérimental que dans le groupe témoin.
Donc, le dispositif de remédiation a eu une incidence positive, notamment sur les situations B et CD.

2.4 Gros plan sur un exercice spécifique.

La soustraction en ligne [C1] et la soustraction posée [D2]. Bilan sur l'évolution des erreurs de type 8.

Groupe expérimental Nombre de sujets ayant fait des erreurs de type 8		Groupe témoin Nombre de sujets ayant fait des erreurs de type 8	
Avant la remédiation	Après la remédiation	Avant la remédiation	Après la remédiation
C1 D2 91 44	C1 D2 65 10	C1 D2 58 17	C1 D2 49 17

Il ressort que la diminution des erreurs est nettement plus importante dans le groupe expérimental que dans le groupe témoin. Je suis de plus en plus amenée à valider mon hypothèse : une compréhension du système de numération, décimal et positionnel, garantit de meilleurs résultats en calcul. Le sens favorise les apprentissages.

3. Synthèse des résultats :

Avant, je précise que le codage 8 n'a pas été systématique pour tous les exercices. Par exemple, pour l'addition posée, il n'avait pas lieu d'être parce qu'au cycle 3, comme j'ai pu le montrer, l'algorithme est maîtrisé et ne laisse rien transparaître. Pour la situation A, toute erreur ou non réponse est considérée de fait comme relevant d'un défaut de compréhension de la numération de position, il n'y a pas eu de codage distinguant 0-9 et 8.

Réponses à l'hypothèse 3 :

- Le dispositif de remédiation centré sur la numération décimale de position, a eu un effet positif sur les élèves. Son efficacité a donc pu être démontrée.
- La remédiation a permis aux élèves d'améliorer leurs performances aussi bien dans le domaine de la numération [situations A et B] que dans le domaine du calcul [situations C et D]. Dans ce dernier domaine, il semblerait que les CE2 en aient bénéficié le plus.
- La remédiation a réellement profité aux élèves en difficulté dans la mesure où elle a agi directement sur les erreurs de type 8.
- Avec, ou sans remédiation, les élèves ont progressé dans leurs apprentissages, et cela, à tous les niveaux du cycle 3. Toutefois, le dispositif a permis aux élèves de faire plus de progrès que “ de coutume ”.

4. MISE À L'ÉPREUVE DE LA QUATRIÈME HYPOTHÈSE :

Hypothèse 4 : Les propositions de remédiation faites par les enseignants, renseignent sur leur conception de l'enseignement de la numération.
Un dispositif de formation pourrait faire évoluer les conceptions des enseignants sur l'enseignement de la numération décimale de position.

1. Mise en œuvre du protocole.

Il s'agit de trois groupes de 71 enseignants ayant leurs caractéristiques propres :

-Les TERR : sont les maîtres des 421 élèves qui ont participé au dispositif d'expérimentation

-les T1 : sont des enseignants titulaires 1° année et en stage à l'IUFM

-les TIT : sont des enseignants titulaires venus en formation à l'IUFM (stage de géométrie)

Les trois groupes sont scindés en deux : un groupe expérimental qui, bénéficiera d'une intervention et un groupe témoin qui n'en bénéficiera pas.

Chaque enseignant a reçu un questionnaire initial, sur le traitement des erreurs d'élèves.[annexe 4].

La catégorisation des réponses et le codage reposent sur une distinction fondamentale : soit la remédiation proposée fait un détour par le sens de la numération décimale de position (+ 1) ; soit, la proposition est de type formel et permet de réussir dans les limites de l'exercice proposé (+ 0) ; soit, la remédiation est jugée inadaptée, stérile voire, préjudiciable (relevant de " l'obstacle didactique "G. Brousseau) (- 1).

Pour plus de précisions voir [annexe 5] un ou deux exemples précis.

A l'issue des tests, les enseignants des groupes expérimentaux de chaque catégorie (TIT, TERR et T1), ont donc eu une formation d'une heure et demie sur :

-les origines de la numération décimale de position et sa définition ;

-les différents obstacles dont parle Guy Brousseau dans sa théorie des situations didactiques ;

-une situation déclenchante de conflit cognitif : la mise en perspective des résultats des élèves à la situation A des carrelages (échec massif) et leurs représentations.

Enfin, environ deux semaines et demie après le questionnaire initial, les enseignants ont tous passé un test final pour mesurer l'effet éventuel de la formation. Le test final était identique dans le codage et la catégorisation des réponses. Seul, l'habillage avait changé de manière à ce que les enseignants ne se sentent pas évalués.

2. Gros plan sur la perception de la situation A par les enseignants.

Lorsque j'avais fait passer le test initial aux élèves, j'avais demandé aux enseignants s'ils jugeaient la situation A (dite " situation des carrelages "), très facile, assez facile, difficile ou inabordable par des enfants de cycle 3 (du niveau de leur classe). J'avais obtenu les pourcentages de réponses suivants :

Très facile	Assez facile	**difficile**	inabordable
0%	12,903%	**85,365%**	4,878%

Il va sans dire, que j'ai été surprise de mesurer le décalage entre mon positionnement et celui des enseignants. Cette situation, déjà familière au CP (ERMEL), a semblé difficile, voire inabordable aux enseignants du cycle 3. Pourtant, la situation ne se voulait pas piégeante.

Rien d'étonnant donc, à ce que les élèves n'aient pas réussi. Cette analyse spontanée m'a conduite à supposer établi un lien entre la conception initiale des situations scolaires par les enseignants et la conception initiale des situations scolaires par les élèves. La conception des enseignants quant à une situation donnée, détermine-t-elle le niveau de réussite de leurs élèves pour cette même situation ?

Dubitative, j'ai posé la même question aux enseignants en formation, dans le cadre de mon protocole expérimental. A l'unanimité, tous les enseignants, des trois catégories, ont répondu soit qu'il s'agissait d'une résolution de problème, soit, à l'écrasante majorité, qu'il s'agissait d'une situation d'apprentissage de la division et d'ajouter que c'était impossible de demander cela à des CE2.

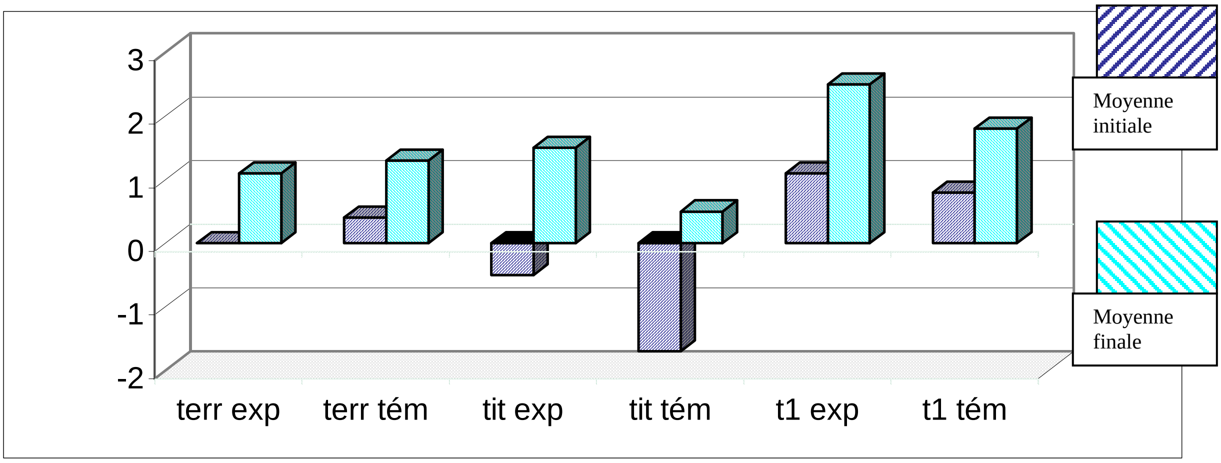
Je leur ai alors demandé, s'ils faisaient eux-mêmes une division pour trouver la réponse et , bien évidemment, ils ont tous répondu qu'ils " lisaient " le nombre de centaines, directement.

Je n'avais pas imaginé en préparant cette situation, dite " des carrelages ", que les enseignants donneraient cette interprétation. Ce qui m'étonne c'est que la situation change d'intérêt selon qu'ils la situent dans un contexte scolaire, ou dans un contexte quotidien, social. Ils attendent de leurs élèves des stratégies qu'ils ne mobilisent pas eux-mêmes.

La réflexion reste ouverte.

3. Résultats et analyse :

Mesure de l'impact de la formation sur les trois publics.



Le traitement statistique met en lumière l'effet nul de la formation.

-Pourquoi l'intervention n'a-t-elle pas eu d'impact caractéristique ?

J'avais un *a priori* et j'étais partie sceptique sur la possibilité de transformer des pratiques ou du moins des conceptions sur la durée courte et dense d'une intervention d'1H30. Je ne suis donc pas réellement surprise du résultat. Ce qui m'étonne, c'est l'évolution de tous les groupes.

-Comment expliquer que tous les groupes (exp. et tem , TIT, TERR et T1) aient évolué entre le temps 1 et le temps 2 ?

Plusieurs éléments d'explication peuvent être avancés sans certitude : soit les personnes du groupe expérimental ont discuté avec les personnes du groupe témoin sur des temps informels et ont fait ainsi " tache d'huile " ; soit le questionnaire final sous sa nouvelle présentation (avec une liste de propositions) a induit des comportements nouveaux et s'est ainsi apparenté à un outil de formation. Un conflit cognitif m'aurait échappé, les publics auraient ainsi confronté leur conception initiale (réponses rédigées dans le questionnaire initial) au questionnaire final (rempli de pistes de travail) et auraient pu modifier leur regard sur les pratiques. C'est une hypothèse.

-Pourquoi y a-t-il une telle différence de résultats, dès le questionnaire initial entre les deux groupes TIT et TERR, pourtant comparables dans leur composition ?

Il est possible que le passé du groupe TERR soit un élément d'explication. Les TERR ont participé à l'expérimentation menée sur leurs élèves. Pourtant, le groupe TERR expérimental, qui a été le seul à bénéficier du dispositif de remédiation, n'obtient pas des performances meilleures que le groupe TERR témoin (au questionnaire initial). Il n'est donc pas possible de dire que le dispositif expérimental pour les élèves a été un outil de formation pour les enseignants. En revanche, le seul fait d'avoir participé à une expérience sur les travaux numériques (en tant que membre du groupe expérimental ou en tant que membre du groupe placebo) a pu modifier le positionnement des enseignants. S'impliquer dans un projet collectif a peut-être une incidence positive.

-Enfin, pourquoi les T1 ont-ils des performances si élevées alors qu'ils n'ont pratiquement pas d'expérience ?

J'ai peut-être quelques éléments d'explication, qu'il faudra traiter avec précaution : Tout d'abord, il est possible que ces jeunes enseignants aient mis en correspondance les références théoriques (contenu explicite de mon intervention ou, plus implicite, dans le questionnaire) de mon dispositif avec les apports théoriques de l'IUFM, en formation initiale. Dans ce cas, il n'y aurait pas eu de déstabilisation mais une consolidation des compétences.

Ensuite, il est possible que ces jeunes gens, rompus à des exercices formels d'analyse de travaux d 'élèves, lors des épreuves préparatoires au concours du CRPE, aient intériorisé des " schèmes " de résolution qui les rendent plus performants que les autres enseignants.

Enfin, ces jeunes gens ont un lourd passé d'étudiant, ils sont habitués à tirer parti d'un cours, c'est à dire d'une intervention théorique dense et courte. Cela fait partie de leur " habitus ".

Réponses à l'hypothèse 4 :

- Les analyses d'erreurs faites par les enseignants révèlent en effet des difficultés à donner du sens à l'enseignement de la numération décimale de position. (cf. interprétation de la situation A ou encore, la proposition de faire ajouter un zéro, systématiquement à la partie décimale pour comparer 12,8 et 12,23 comme un " truc pédagogique "…)

- Quelle formation pourrait-on envisager pour faire évoluer le regard et les pratiques quant au traitement des erreurs relevant de la numération ?
  Laisser les équipes enseignantes gérer elles-mêmes la mise en place des PPAP, c'est prendre le risque de les laisser " poser des rustines " sans apporter de remédiation.
  Ne faudrait-il pas plutôt développer des formations sur l'identification des obstacles pour que les enseignants les repèrent mais aussi pour que les enseignants évitent de les consolider " en voulant bien faire ". Un peu comme en sciences (cf les travaux de Giordan et de Vecchi " Comment faire pour que ça marche ? " où les " erreurs " des élèves sont recensées, catégorisées par obstacles et donc anticipées)
  Là encore, la réflexion reste ouverte.

Bibliographie

ARTIGUE M., BROUSSEAU G., BRUN J., CHEVALLARD Y., CONNE F., VERGNAUD G., *didactique des mathématiques,* Delachaux et Niestlé, 1996

ASTOLFI J.P. , *L'erreur, un outil pour enseigner,* ESF éditeur, 1997

BARROUILLET P., CAMOS V " savoirs, savoir-faire arithmétiques et leurs déficiences ", dans *Les sciences cognitives et l'école,* puf, 2003

BRISSIAUD R., *Comment les enfants apprennent à calculer* ,RETZ 2003

BROUSSEAU G., *Théorie des situations didactiques,* La pensée sauvage édition, 1998

CHARNAY R ,*Pourquoi des mathématiques à l'école ? ,* ESF éditeur, 1999

CHEVALLARD G. , *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné,* la pensée sauvage, 1985

COQUIN-VIENNOT D., GAONAC'H D., " psychologie et didactique : les notions fondamentales ", in *Manuel de psychologie pour l'enseignement,* HACHETTE Education, 2001

DE VECCHI G. & GIORDAN A., *L'enseignement scientifique : comment faire pour que " ça marche " ? ,* Z' éditions, 1989

ERMEL , *Apprentissages numériques CE2,* HATIER, 2000

FAYOL M. *, intelligences, scolarités et réussites ,* 1995

FAYOL M. , *L'enfant et le nombre,* Delachaux et Niestlé, 1997

GAONAC'H D. & COQUIN-VIENNOT D., " Psychologie et didactique : les notions fondamentales ", in *Manuel de psychologie pour l'enseignement,* Hachette éducation, 2001

GRANGEAT M., " Lev S. Vygotstky : l'apprentissage par le groupe ", in *Eduquer et former,* éditions sciences humaines, 2001

IFRAH G. , *Histoire universelle des chiffres,* Robert Laffont, 1994 réédité en 2000

JONNAERT P., *Compétences et socioconstructivisme,* De Boeck, 2002

VERGNAUD G. , " La théorie et les champs conceptuels ", in *Recherche en didactique des mathématiques,* vol.10/2.3, La pensée sauvage, 1990

Annexe 1

Tests initial et final par niveau de classe. Quatre situations : A B C D

Les évaluations CE2 CM1 et CM2 ont été remises sur des feuilles distinctes.

A	**CE2** Pour carreler une pièce , il faut 8 564 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 100. Combien de paquets faut-il commander ?
A	**CM1** Pour carreler une pièce , il faut 28 464 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 200. Combien de paquets faut-il commander afin de pouvoir tout carreler?
A	**CM2** Une barrique contient 66 864 millilitres de cidre. On veut remplir des bouteilles contenant chacune 2000 millilitres. Combien de bouteilles pourra-t-on remplir complètement si on vide la barrique ?
Espace de recherche : laisse la trace de toutes tes stratégies. Explique comment tu as trouvé ton résultat	
réponse :	

B	**Dictée de nombres.**				
CE2	5 203	8 013	20 036	6 000 231	6 200 025
CM1	363 000 750	25 085 330	36 000 052	2 000 000 013	12 000 800 200
CM2	2 000 000 013	12 000 800 200	425 023	85 et 1/10	43 et 3/1000

C	**Calcul en ligne.** Tu peux laisser les traces de ta stratégie au-dessous des opérations mais ne les pose pas.		
	C1	C2	C
CE2	42 - 17 =	46 + 25 =	12 x 20 =
CM1	92 - 37 =	526 + 525 =	126 x 200 =
CM2	12,6+26,42=	22,16 – 10,8=	1,8 x 20 =

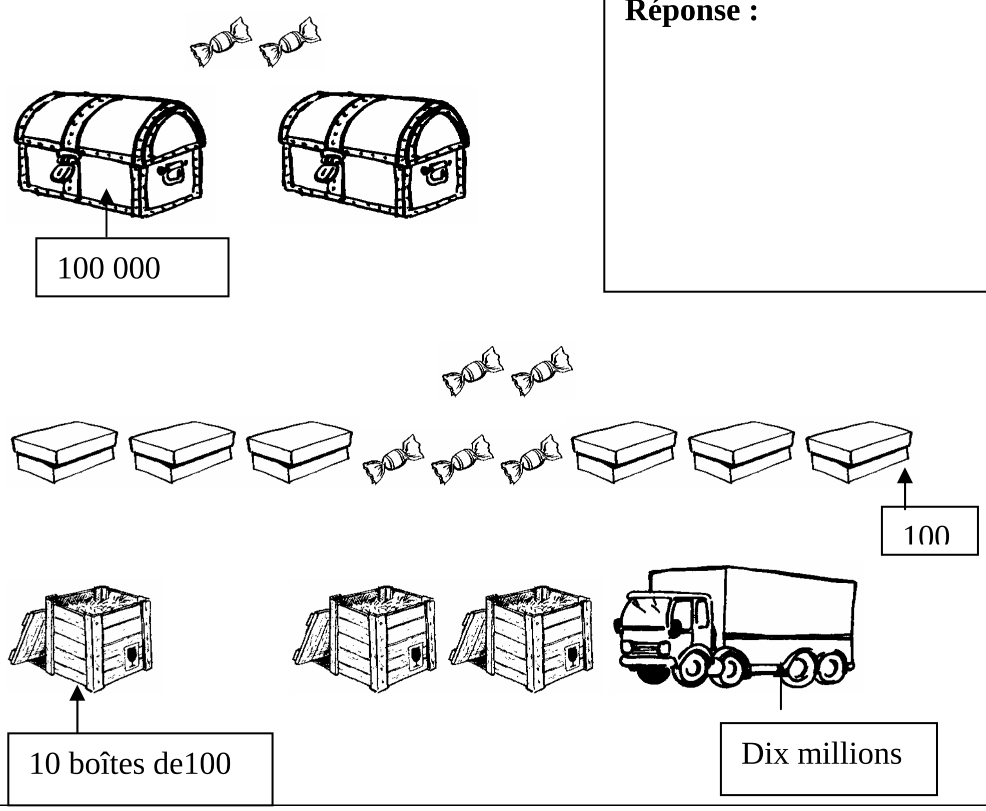
	D1	D2	D
D - CE2	5 2 6 0 2 + 8 0 8 9 + 3 1 2 7	6 2 3 - 8 5	1 0 6 8 x 5
CM1	5 2 6 0 2 + 8 0 8 9 + 3 1 2 7	6 2 3 - 8 5	1 0 6 8 x 5
CM2	5 2 6 0 2 + 8 0 8 9 + 3 1 2 7	5 6 2 3 - 2 0 8 5	1 0 6 8 x 2 0 5

Annexe 2

Deux exemples de situations données aux enseignants du groupe expérimental pour travailler la numération avec leurs élèves.

Combien de bonbons en tout ?

niveau *



Réponse :

Le partage

Voici deux pirates. Ils veulent se partager les pièces d'or, équitablement.

Aide-les

80 248 040 pièces d'or !

Tu as partagé ? grâce à toi, ils ne vont pas s'entretuer !

Mais ils ont un nouveau problème : chaque pirate veut transporter son trésor sur une île déserte. (chacun a son île déserte). Mais ils ont chacun un bateau qui ne peut transporter que 100 000 pièces à la fois.
Peux-tu prévoir **sans poser d'opérations**, **combien de voyages chaque pirate va devoir faire ?**

Annexes 3

Traitement statistique sur logiciel STATISTICA. [statistiques inférentielles]

3A.

Le tableau d'analyse de variance donne les résultats suivants :

-Il y a un effet de niveau [F(2, 413)=13,97; p<.0001 = CE2 < CM1 = CM2]
-Il y a un effet de groupe [F(1, 413) = 8,52; p<.0001 = expé > témoin]
-Il y a un effet du temps[F(1,413) = 308,1; P< .00001 = avant < après]
-Il y a un effet d'interaction entre le temps et le groupe [groupe (F(1,413)= 10,18; p<.01]

En outre, le fait qu'il y ait un effet de niveau significatif, m'amène à penser que la légère complexification des tâches au cours du cycle, et pour chaque situation du test (nombres plus grands au CM2 qu'au CE2, par exemple) n'a pas été préjudiciable pour la lecture des données recueillies.

3B

La confrontation à la statistique inférentielle conduit au résultat suivant :

-Il y a un effet de groupe [F(1,413)=13,6 ; p<.0001 = exp>tem]
-Il y a un effet d'interaction entre niveau et groupe [F(2,413)=3,79 ; p<.001]
-Mais comme il n'y a pas de prise en compte du temps, cette donnée ne m'intéresse pas. [pas d'effet d'interaction entre temps niveau et groupe F<1]
-En revanche, il y a un effet d'interaction entre temps et groupe [F(1,413)=10,18 ; p<.01].

3C

L'analyse de variance révèle que :

-Il y a un effet d'interaction entre temps et groupe expérimental et témoin [F(1,413)=6,08 ; p<.02]. Il n'y a pas de différence entre les deux groupes à l'état initial mais il y a une différence à l'état final. La progression a eu lieu pour les deux groupes mais elle est plus importante pour le groupe expérimental.
-Il y a un effet d'interaction entre temps, niveau et groupe [F(2,413)=p<.05] et un effet entre temps et niveau [F(2,413)=3,64 ; p<.05] c'est à dire

3D

J'interroge directement la statistique inférentielle :

-Il y a un effet d'interaction entre temps et groupe [F(1,413)=8,79 ;p<.01] . Il y a une différence entre les deux groupes à l'état final : le groupe expérimental fait moins d'erreurs que le groupe témoin alors que ce n'est pas le cas au test initial.

N.B. Les tableaux de chiffres sont placés dans les annexes de mon mémoire.

Annexe 4

Questionnaire initial remis aux enseignants. Mesure de leur conception de l'enseignement de la numération décimale de position par le biais de leurs propositions de remédiation.

22,16-10,8 = 12,8 Cette erreur a été récurrente chez les élèves de CM2 au test initial. Question 1 (non prise en compte dans le traitement): ▪ Selon toi, qu'est-ce que l'élève n'a pas compris, au fond ? Question 2: ▪ Comment pourrait-on le lui faire comprendre, selon toi ? (et l'aider à progresser ?)	

Lorsqu'un enfant d'une classe Y veut ranger des nombres dans l'ordre décroissant, il commet toujours le même genre d'erreur : 615, 87 – **61,23 – 61,9** – 61 – 58, 742 Question 3: ▪ Que lui proposerais-tu pour éviter ce genre d'erreur ?	
Un enfant d'une classe X , calcule une soustraction posée : → $\begin{array}{r} 8\,7\,2\,4 \\ -\quad 3\,2 \\ \hline 8\,6\,1\,2 \end{array}$ Cet élève commet souvent ce genre d'erreur. Question 4 ▪ Quelle « **explication** » orale lui donnerais-tu pour l'aider à refaire correctement son calcul. Joue le jeu , s'il te plaît, de **transcrire fidèlement** tes paroles.	

Annexe 5

Pour chaque question 1, 2, 3 ou 4, l'enseignant peut obtenir le score : -1 , 0 , 1
Aussi, le total de points du questionnaire peut-il osciller entre les deux bornes :
de -4 à 4 points.

question	score	Type de réponses correspondant à ce score	Justification de la catégorisation retenue
1	1	-détour d'apprentissage revenant sur le rôle du zéro dans l'écriture positionnelle. -détour par une interrogation des systèmes de numération étrangers (égyptien, …) -détour ou retour sur des jeux centrés sur la décomposition en sous-multiples de 10 : jeu du furet, jeu du fourmillon (ERMEL)… -utilisation du matériel (multibase, bouliers, abaques, compteurs, calculatrice) pour effectuer des regroupements et des échanges. -jeu du banquier pour revenir sur les échanges.	Remédiation axée sur le sens. Il s'agit de " soigner la racine du mal " et de retravailler la compréhension de la numération décimale de position
	0	-retour à l'entraînement sur tableau de numération : placer les nombres dans les colonnes, (certains utilisent des " wagons ")... -insister au cours de nouvelles dictées de nombres sur la correspondance oral écrit (succession des chiffres). Or, cela ne règle pas le problème des zéros. -apporter des " trucs " pédagogiques tels : mettre un point entre les classes de nombres ou un espace pour bien séparer…	Remédiation de type formel Utilisation d' " outils " en usage pour construire la compétence visée. Faire en sorte de permettre à l'enfant d'avoir une réponse juste mais sans être assuré de la compréhension " Poser des rustines "
	-1	-dictée de nombres reprise avec des nombres plus petits (c'est s'assurer de la réussite et éluder la gestion de la difficulté en adaptant l'exercice au niveau constaté des élèves, sans autre ambition) -insistance sur le même type d'exercice, repris et répété avec une fréquence plus grande -aucune réponse pour traiter la remédiation (cela peut signifier que l'erreur n'est pas un objet d'investigation dans la pratique de l'enseignant)	Remédiation inadaptée et qui peut parfois se révéler fâcheuse dans la mesure où elle crée ou conforte des obstacles.
2	1	-transcription en fractions décimales pour signifier que le dixième est l'unité partagée en dix -tout transcrire en centièmes -replacer les nombres sur une droite graduée en 1/10 et 1/100 pour mesurer l'écart approximatif -effectuer l'opération sur abaque pour opérer les regroupements et les échanges -mettre à l'enfant devant le caractère impertinent de son raisonnement en lui proposant de calculer 8/10 + 8/10. Il remarque de lui-même qu'il obtient le résultat 16/10 et non 16/100 (proposition faite par un seul enseignant)	Idem : retour au sens de la numération décimale de position
	0	-faire ajouter un zéro au rang des centièmes pour réaliser le calcul -faire poser l'opération dans un tableau de numération pour bien aligner les chiffres	Idem : " truc " pour réussir l'exercice par une aide à caractère formel
	-1	-passer par les mesures de longueurs ou de masses et transcrire dans une unité faisant disparaître la virgule -reprise de la technique de la soustraction (sans prendre en compte le problème de la numération décimale)	Idem : remédiation inadaptée (défaut d'analyse de l'erreur) ou installation d'obstacles didactiques voir page 17

3	1	-faire des transcriptions de fractions décimales en nombres à virgule et inversement -calcul directement sur abaque de manière à effectuer des regroupements et des échanges de 1 contre 10 -écrire tout en millièmes sur fraction décimale	idem
	0	-ajouter autant de zéros nécessaires pour obtenir le même nombre de chiffres dans la partie décimale et pouvoir ainsi comparer (une réponse qui est proche du –1 car elle peut installer l'obstacle suivant : appliquer la règle de comparaison d'entiers aux décimaux) -placer les nombres dans le tableau de numération en veillant à aligner la virgule et comparer ensuite colonne par colonne en partant de la gauche (application d'une règle) -Comparer comme le code alphabétique. Appliquer la règle de l'arbitraire : on compare ainsi chiffre après chiffre sans prendre en compte la valeur cardinale de ceux-ci.	idem
	-1	-faire faire des activités de rangement sur d'autres nombres –des entiers- -comparer les nombres deux à deux avant d'en comparer cinq -organiser un jeu de bataille (en quoi le jeu peut-il aider les enfants à dépasser cette difficulté de compréhension ?) -passer par les mesures en transcrivant tous les nombres dans une même unité faisant disparaître la virgule	idem
4	1	-Réalisation du calcul en utilisant du matériel multibase (cela favorise les regroupements et les échanges) -reprise de l'enseignement de la " technique " en veillant à lui donner sens (par rapport à la numération décimale) : casser la dizaine pour la transformer en 10 unités -calcul réfléchi par sauts successifs : 8724-2=8722 ; 8722-20=8702 ; 8702-10=8692 ;…. Travail sur la décomposition du nombre -activités de marchand avec manipulation de billets et de pièces nécessitant les échanges	idem
	0	-reprise de la technique opératoire avec ajout d'une dizaine en haut et d'une dizaine en bas (voir page 34). L'enfant peut réussir la soustraction sans avoir consolidé la notion de numération décimale -reprise de la technique en procédant comme une addition à trou (" pour aller à ") , sachant que la technique de l'addition est tellement automatisée au cycle 3 qu'elle ne pose plus de problème	idem
	-1	-faire faire des soustractions sans retenues -faire mettre des flèches aux enfants pour leur rappeler le sens de la soustraction (de haut en bas) . dans l'exemple, l'enfant n'inverse de sens que lorsque celui-ci fait problème. Le sens est maîtrisé. -faire comprendre à l'enfant que c'est impossible et en rester là sans autre forme de proposition	idem

Le questionnaire final figure dans les annexes du mémoire.
Les catégorisations sont identiques pour le questionnaire initial et pour le questionnaire final.