RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN CM2 : VARIATIONS AUTOUR D'UNE SÉQUENCE ERMEL

Thierry Bautier, Ghislaine Gueudet, Hélène Hili, Erik Kermorvant, Typhaine Le Méhauté, Gabriel Le Poche et Mireille Sicard.
IUFM de Bretagne

Résumé :
A partir d'une critique d'une séquence d'ERMEL, réflexions sur les aides à apporter, sur la pertinence des schémas, du recours à du matériel, le passage à l'écriture, sur la différenciation et sur l'utilisation d'un logiciel adapté.

INTRODUCTION

L'origine de cet atelier est un travail mené dans le cadre du séminaire de didactique des mathématiques de l'IUFM de Bretagne. Aussi il nous semble intéressant de présenter brièvement le principe de ce séminaire[1]. Celui-ci, qui est ouvert à tous, comporte une séance mensuelle d'une durée de trois heures. Certaines séances sont consacrées à des présentations de recherches par des intervenants extérieurs, et les autres à un travail en commun des participants (qui sont pour la plupart des formateurs en mathématiques).

Lors de l'atelier organisé à Foix, nous avons proposé aux participants de reprendre la démarche qui a été la nôtre dans la partie « groupe de travail » du séminaire au cours de l'année 2003-2004.

Notre questionnement s'inscrit dans le thème de l'aide à la résolution de problèmes. De nombreux travaux, parmi lesquels nous retenons plus particulièrement (Julo, 1995, 2001), (Coppé et Houdement, 2002) ont permis d'avancer dans la réflexion sur ces aides. Ils ont suggéré une classification des aides, et mis en évidence la complexité de la question. Pour un problème ou un type de problèmes donné, quels éléments vont pouvoir constituer une aide, et pour quels élèves ? Comment l'enseignant pourra-t-il intervenir auprès d'un élève bloqué sur un problème, et que pourront faire les autres élèves pendant ce temps ? Voilà le type de questions que nous avons proposé aux participants de l'atelier.

[1] Ce séminaire qui se déroule depuis septembre 2002 a été initié par Gérard Sensevy, Gérard Perrot et Ghislaine Gueudet. Sa mise en place a été activement soutenue par la direction de l'IUFM de Bretagne, dans le cadre d'une formation de formateurs centrée sur la recherche. Il est désormais intégré à la deuxième année d'un mastère recherche.

I. POINT DE DÉPART : DES QUESTIONS SUSCITÉES PAR UNE SÉQUENCE ERMEL

Notre point de départ était la séquence ERMEL CM2 intitulée « le mobilier de l'école » (voir en **annexe 1** l'extrait de manuel correspondant). Cette séquence débute par la résolution du problème suivant :

Le mobilier de l'école
Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.
Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises.
Le second contient 25 tables.
Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.
Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?

Ce problème présente de manière évidente plusieurs difficultés pour les élèves. Ceux-ci doivent tout d'abord bien comprendre l'énoncé, et notamment le fait que chacun des trois chargements pèse 300 kg. Ils doivent ensuite réaliser qu'il est préférable de commencer par fle deuxième chargement, qui permet de déterminer le poids d'une table (cette démarche n'est pas absolument indispensable : il est possible de procéder par essais et erreurs, mais ici les valeurs numériques rendent improbable la réussite d'une telle procédure). Les élèves peuvent ensuite se heurter à des difficultés de calcul. Lorsqu'ils ont trouvé le poids d'une table, ils doivent alors d'une part comprendre qu'ils peuvent réinvestir cette information dans chacun des deux autres chargements ; et d'autre part choisir le premier chargement, qui leur permet de déterminer le poids d'une chaise. Peu d'élèves de CM2 réussissent d'emblée ce problème, et la séquence décrite par ERMEL prévoit donc diverses modalités d'aide à l'intention des autres élèves. Ceci nous a conduits à proposer aux participants les consignes suivantes, pour le début de l'atelier :

- Repérer les aides prévues par ERMEL ;
- Faire l'analyse critique d'au moins une de ces aides ;
- En proposer d'autres (le temps de l'atelier n'a pas permis aux participants de travailler sur cet aspect).

Voici une rapide synthèse des aides relevées par les participants et de leurs commentaires.

- *Lors la présentation du problème, le maître précise que les poids des objets sont les mêmes dans les différents chargements. D'une part, cette précision pourrait être apportée par les élèves eux-mêmes. D'autre part, ne risque-t-elle pas de « tuer » certaines procédures, comme celle par essais et erreurs ?*
- *A la fin de la présentation du problème, le maître précise : « quand vous faites un calcul, vous expliquez à quoi il correspond ». On peut se demander ici s'il s'agit plutôt d'une aide méthodologique ou d'une nouvelle exigence, qui peut engendrer des difficultés pour certains.*
- *Lors de la reprise collective qui suit une courte recherche individuelle du problème, les « bon élèves » doivent montrer aux « mauvais élèves » ce que l'on doit chercher en premier, pour obtenir une solution partielle. Ainsi ce ne sont pas les élèves eux-mêmes qui amènent la question de ce que l'on doit chercher en premier, ce que l'on peut regretter. De plus cette modalité de traitement des réponses erronées : exposition par les élèves qui ont mal commencé de leur démarche, qui sera corrigée par ceux qui ont bien commencé, pose problème.*
- *A la fin du temps de reprise collective, on doit écrire au tableau : « on cherche le poids d'une table en utilisant l'information 25 tables pèsent 300 kg ». Il s'agit en fait d'une nouvelle consigne, à laquelle l'élève est obligé de répondre. Est-ce que*

cette consigne peut aider les élèves à réinvestir cette démarche dans la suite du problème ?

- *Après l'étape de reprise collective, les élèves qui n'avaient pas bien commencé doivent travailler en groupe de deux, et se mettre d'accord. On peut se demander si cette modalité de travail peut réellement amener à un déblocage.*
- *ERMEL suggère de fournir des schémas à certains élèves. Mais la nature de ces schémas n'est pas précisée, elle doit être décidée par le maître. Est-ce qu'un tel schéma apporté extérieurement et non produit par l'élève est réellement susceptible de débloquer la situation ? Cependant cette aide semble potentiellement intéressante à certains participants, qui suggèrent plus généralement de travailler sur des représentations du problème.*

Notre propre étude des aides proposées par ERMEL nous avait conduits à des constats proches de certains de ceux mentionnés ci-dessus. Nous avons ainsi étudié en particulier la question de l'emploi de schémas (présentée ici en partie II), celle du recours à du matériel (partie III), et du passage à l'écriture (partie IV). D'autre part, nous avons souhaité examiner d'autres modalités d'aides conduisant à des variations de la séquence ERMEL. Nous avons retenu ici le recours à du matériel, la mise en place de scénarios permettant un travail en autonomie d'une partie des élèves (partie V), l'un de ces scénarios reposant sur l'emploi d'un logiciel spécifiquement conçu pour cette séquence (partie VI). Lors de l'atelier, les participants se sont répartis en sous-groupes qui se sont chacun penché sur l'un de ces aspects. En plus des brefs résumés de ces sous-ateliers qui vont suivre, le lecteur intéressé pourra trouver sur le CD-Rom des versions longues des présentations de chaque sous-atelier.

II. SCHÉMATISATIONS ET RÉSOLUTION DE PROBLÈMES.

Dans l'activité « le mobilier de l'école » une aide sous forme de schéma est évoquée, ainsi il est écrit à la page 88 (ERMEL CM2) :

« *une aide sous forme de schéma représentant les différents chargements (répétition de 300 kg pour chaque chargement) permet de « débloquer » certains élèves* ».

Il n'y a pas de précision sur le schéma que l'enseignant peut employer. De plus, l'utilité d'un tel schéma renvoie à la question générale du rôle des schémas dans la résolution de problèmes. Il est bien connu que cette question est problématique (voir par exemple Julo (1995), Pfaff (2003)).

Nous avons voulu contribuer à l'étude de cette question en considérant deux cas :

- Le schéma est fourni
- Le schéma doit être produit par l'élève

II.1 Influence du schéma lorsqu'il est fourni dans l'énoncé du problème

Une première question pouvait être posée :

Quel schéma peut-on fournir aux élèves lors de la résolution du problème « le mobilier de l'école » ?

Avec les participants de l'atelier, il nous est apparu que dans le cas présent, il était réellement délicat de trouver un schéma aidant à la représentation et la résolution de ce problème.

Dans une des classes qui ont expérimenté la situation « mobilier de l'école », l'enseignant a fourni aux élèves en difficulté un schéma, donné en **annexe 2**.

Les élèves qui n'avaient pas réussi à commencer la résolution du problème n'ont pas nettement progressé avec ce schéma sous les yeux ; ces élèves ne sont pas allés au-delà du poids d'une table, ce qui correspond au calcul de la première valeur à déterminer.

Ceci pose la question de l'efficacité d'un schéma fourni aux élèves, du moins pour ce problème.

Nous avons poursuivi l'étude de l'influence d'un schéma fourni en utilisant un problème de type « deux équations à deux inconnues » pour lequel on peut penser que le dessin peut être une aide. Nous avons mené cette expérimentation avec dix classes de CM1 et de CM2 (soit 244 élèves en tout).

Le problème de départ était le suivant :

Enoncé A

Caramels et sucettes

Deux camarades Stéphanie et Emilie vont à la boulangerie.
Stéphanie achète 3 caramels et 1 sucette.
Stéphanie paie 65 centimes.
Sa camarade Emilie achète 2 caramels et 1 sucette.
Emilie paie 55 centimes.
Quel est le prix d'un caramel ? Quel est le prix d'une sucette ?

Dans chaque classe, la moitié des élèves avait l'énoncé tel quel (énoncé A), et l'autre moitié un énoncé comportant en plus des dessins (énoncé B, voir **annexe 3**).

Il est à noter que chez les élèves qui n'ont pas eu de dessin fourni dans l'énoncé du problème, pratiquement aucun n'a eu recours à la représentation imagée spontanée.

Si l'on analyse ce problème du point de vue mathématique, on s'aperçoit que les élèves ont à utiliser la soustraction dans un cadre peu habituel pour eux. On peut faire l'hypothèse que le fait de visualiser les confiseries à acheter aura un effet positif sur la résolution du problème ; au moins pour calculer le prix d'un caramel. Voici les résultats obtenus pour ce problème ; nous avions demandé aux enseignants des classes de répartir leurs élèves en « bons », « moyens », « en difficulté », en ce qui concerne les mathématiques.

Pourcentages de réussite au problème « caramels et sucettes »

	Bons élèves	Elèves moyens	Elèves en difficulté
Avec dessin	72,5%	40,4%	24,1%
Sans dessin	69%	41,1%	24%

Les résultats montrent que la présence d'un dessin dans l'énoncé du problème proposé n'a pas d'influence sur la réussite des élèves lors de sa résolution. En particulier, le fait de fournir un dessin aux élèves en difficulté n'est pas une aide pour ceux-ci (ce que montre un test de χ^2 appliqué au tableau ci-dessus).

II.2 La schématisation par les élèves pour mieux appréhender un problème :

Une deuxième question se pose :

Comment introduire le schéma dans les productions des élèves, quel rôle aura ce schéma ?

Avec les participants de l’atelier, nous avons classé les schémas en plusieurs types :

- *schéma spontané*
- *schéma imposé par la consigne*
- *schéma donné dans le texte de l’énoncé*

Et on peut ensuite s’interroger sur le rôle de ce schéma

- *schéma qui aide à la représentation*
- *schéma qui aide à la résolution*
- *schéma qui illustre la solution*
- *schéma qui n’est d’aucune utilité*

Notre idée de départ a été la suivante : soumettre aux 26 élèves d’une classe de CM2 un problème de trois équations à trois inconnues sans les inciter à schématiser quoi que ce soit, évaluer leurs productions, puis, leur soumettre le même problème deux mois plus tard en les obligeant à « faire un dessin ».

Aucun travail spécifique sur la résolution de ce type de problème n'a été fait auparavant par l'enseignant de cette classe. Les élèves de la classe choisie pour cette expérimentation n’étaient pas non plus habitués à résoudre des problèmes à l'aide de schéma. L'objectif était d'essayer de mesurer l'impact d'un dessin produit par l'élève lui-même sur sa résolution.

Cette façon de procéder peut être critiquée car l'énoncé du problème est inchangé entre les deux expérimentations ; on peut penser que certains élèves qui avaient réussi à résoudre le problème lors de la première expérience se souviendront des résultats numériques lors de la deuxième résolution. Cela n'est pas en soi un problème puisque notre but est d’évaluer l'effet d'une schématisation sur les élèves les plus en difficulté. Le problème choisi est le suivant :

Le matériel de géométrie

On a acheté du matériel de géométrie pour une classe : des carrés, des triangles et des disques.
2 carrés et 3 disques coûtent 70 centimes d'euro.
6 carrés coûtent 30 centimes d'euro.
3 carrés, 2 disques et 4 triangles coûtent 95 centimes d'euro.
Combien coûte un carré, un disque, un triangle ?

Ce problème a été donné une première fois tel quel, la consigne étant alors simplement de le résoudre.

On peut noter que seuls deux élèves ont spontanément produit un schéma : l’un pour obtenir le prix d’un triangle, l’autre pour illustrer son résultat.

Pour ce qui est de la deuxième expérimentation, nous avons donc repris le même problème. Nous l’avons aussi complété par deux nouveaux problèmes, dont l’analyse figure dans la version longue du compte rendu de cet atelier.

Les élèves avaient pour consigne de résoudre les problèmes dans l'ordre qu'ils voulaient, mais dans tous les cas ils devaient effectuer un dessin ou un schéma.

Les niveaux de réussite sont codés ainsi :

0	Rien
0,25	Choix de la première information pertinente
1	Première donnée numérique juste
1,25	Choix de l'information pertinente suivante
1,75	Réinvestissement de la donnée numérique déjà trouvée
2	Deux données numériques justes
2,75	Réinvestissement des deux données numériques trouvées
3	Toutes les données numériques sont trouvées

Nous donnons dans le tableau ci-dessous les effectifs d'élèves ayant atteint les différents niveaux, toujours en tenant compte de leur niveau en mathématiques estimé par l'enseignante, et en comparant la première expérimentation, a priori sans dessin, et la seconde.

Niveau atteint Epx1/exp2	Bons élèves	Elèves moyens	Elèves en difficulté	Total
0	0/0	1/0	4/4	5/4
1	2/0	2/1	0/0	4/1
1,25	0/0	0/0	1/0	1/0
1,75	0/0	1/0	0/0	1/0
2	0/1	1/0	0/1	1/1
2,75	1/0	3/0	0/0	4/0
3	6/8	3/10	1/1	10/19

Niveau « bons élèves » :

- pour les 6 élèves qui avaient déjà résolu le problème, le schéma est une réponse à la consigne, il ne représente pas toujours la situation et le problème semble avoir été reconnu et résolu de mémoire.
- pour les 3 autres élèves, le schéma a toujours représenté la situation, et il a permis des progrès dans la résolution.

Niveau « élèves moyens » :

- pour les 3 élèves qui avaient déjà résolu le problème, le schéma est une réponse à la consigne, il ne représente pas toujours la situation et le problème semble avoir été reconnu et résolu de mémoire.
- pour les 6 élèves qui ont résolu le problème seulement à la deuxième expérimentation, il est clair que le schéma a été une aide.
- pour le dernier élève, à la deuxième expérimentation une erreur de calcul sur le montant du disque n'a pas permis de déterminer les trois valeurs demandées mais le schéma a été une aide, a permis d'organiser les calculs correctement jusqu'à la troisième valeur comprise.

Niveau « élèves en difficulté » :

- pour les 4 élèves qui n'avaient pas démarré lors de la première expérimentation, le schéma n'a pas aidé à la résolution. Ces élèves n'ont pas su représenter la situation.
- pour 2 autres élèves, le problème a été bien résolu et le schéma a été une aide.
- un dernier élève de ce niveau avait résolu le problème lors de la première expérimentation. Son schéma représente bien la situation, mais le problème semble avoir été reconnu, résolu de mémoire et il y a eu une erreur dans une des valeurs.

Il est aussi à remarquer que 5 élèves, tous niveaux confondus, produisent un schéma qui fait apparaître les informations dans l'ordre où elles vont être utilisées.

II.3 Conclusion sur l'emploi de schémas

Le fait de demander aux élèves de produire un schéma ne semble pas avoir un effet bénéfique sur la résolution des problèmes présentés ici. En particulier, pour les élèves en difficulté, les productions font apparaître la difficulté à représenter de manière efficace un problème.

Un travail de longue haleine sur la réalisation de schémas, sur leur utilisation pour la résolution du problème doit être entrepris auprès des élèves dès le cycle 2 ; ce travail nécessaire a été également mis en avant par les collègues participant à l'atelier. De plus, l'idée de partir des productions des enfants (dessins, schémas etc.) de les analyser collectivement en classe afin de mettre en évidence les éléments pertinents et utilisables pour la résolution d'un problème a été unanimement retenue.

III. LE RECOURS À DU MATÉRIEL

Pour le problème « le mobilier de l'école » sous sa forme initiale, il semblerait difficile d'avoir recours à du matériel. C'est en revanche plus naturel pour des problèmes de structure analogue (c'est à dire qui peuvent se formaliser mathématiquement comme des systèmes linéaires à deux ou trois inconnues et deux ou trois équations) qui concernent des prix de bonbons, ou de matériel de géométrie, avec des valeurs numériques plus faibles.
Dans le cas de ces problèmes, nous faisons l'hypothèse que l'emploi de matériel peut aider les élèves, et même leur permettre de résoudre des problèmes non triangulaires. On peut penser a priori en particulier que l'emploi de matériel favorisera le développement de « procédures personnelles », selon la terminologie employée dans les programmes de 2002.

Nous avons travaillé dans deux classes afin de tester cette hypothèse, en distinguant le cas où le matériel peut être manipulé par les élèves, et le cas où le matériel est simplement montré.

III.1 LES ÉLÈVES, L'ENSEIGNANT, ET LA MANIPULATION.

Nous avons travaillé dans une classe de CM1-CM2 au mois de décembre. Trois séances ont eu lieu. Elles comportaient un temps de recherche en groupe de trois élèves. Dans tous les cas, on a fourni du matériel aux élèves. En fin de séance avait lieu une mise en commun qui se terminait par une correction au tableau. Quatre problèmes en tout ont été étudiés par les élèves. Il y a eu ensuite une évaluation individuelle, 5 mois plus tard.
Pour l'atelier, nous avions soumis aux participants un extrait de transcript dans lequel les élèves travaillaient sur le problème suivant :

Les bonbons
Je suis allé acheter des bonbons à la boulangerie, et je voudrais que vous me disiez combien coûte un bonbon. J'ai acheté des caramels, des frites, et des sucettes. Dans ce sachet il y a 3 sucettes, 3 frites et 3 caramels. Il coûte 1 euro et 5 centimes. Dans ce sachet il y a 3 sucettes. Il coûte 60 centimes. Dans ce sachet il y a 2 sucettes, 9 frites et 2 caramels. Il coûte 1 euro et 5 centimes.

Chaque groupe de trois élèves dispose de trois vrais sachets de bonbons, avec des étiquettes de prix. Cependant, les sachets dans lesquels sont placés les bonbons sont transparents. En conséquence, le réflexe naturel des élèves a été de compter les bonbons à travers le sachet, aucun n'a spontanément ouvert le sachet pour manipuler les bonbons. A cet égard, le choix de bonbons de type « frites » n'était pas très heureux non plus, car ces bonbons laissent sur les doigts du sucre en poudre…La mise en place d'une expérience « réelle » comporte de nombreuses difficultés d'organisation !

Nous observons plus particulièrement un groupe de 3 élèves : Carole, Pierre-Emmanuel (CM2) et Pierre (CM1). Ces élèves ont fait le tableau suivant :

1^{er} sachet	$2^{ème}$ sachet	$3^{ème}$ sachet
1 € 05 cts 3 s 3 f 3 c	60 cts 3 s	1 € 05 cts 2 s 9 f 2 c
0,45	20cts - 1	0,65

Ils ont donc trouvé le prix d'une sucette, et réinvesti cette information dans les sachets 1 et 3 (on peut penser qu'ils auraient trouvé la solution si le problème avait été triangulaire).

En revanche ils n'ont pas ouvert les sachets.

L'enseignant intervient auprès de ce groupe ; en effet, il a pu constater qu'après une intervention de Carole : « il y a 3, 3, et 3 » faite en observant le tableau, les enfants sont bloqués dans la résolution. Il fait le choix d'ouvrir les sachets, et d'initier une manipulation. Les 9 frites et les 2 caramels du sachet *3* sont déposés sur un papier sur lequel il est écrit 65 centimes. A partir du sachet *1*, l'enseignant fait 3 paquets, contenant chacun 1 sucette, 1 frite, 1 caramel. On peut noter que ce ne sont pas les paquets que suggérait l'intervention de Carole. Pour le sachet *1*, les enfants ont déjà remarqué que comme une sucette coûte 20 centimes, 3 frites et 3 caramels coûtent 45 centimes. Après ces manipulations, un élève (se référant au premier sachet) dit « alors il faut diviser 45 par 3 ». Est-ce lié à la manipulation ? On ne peut pas l'affirmer. Une fois la division effectuée, l'enseignant conclut « une frite et un caramel, ça fait 15 centimes ». Pierre-Emmanuel se tourne alors vers les bonbons du sachet *3*, et désignant une frite et un caramel il dit « ça plus ça, ça fait 15 centimes ». L'enseignant continue à contrôler la manipulation, en mettant ces deux bonbons de côté. Ensuite l'élève fait de même avec la sucette et le caramel restants. Il retourne alors au calcul, et parvient à dire que 7 frites coûtent 35 centimes, et finalement, à trouver le prix d'une frite.

Nous n'avons donné ici que les grandes lignes de l'épisode de classe. Les participants de l'atelier, qui disposaient du transcript complet, ont remarqué que :

- *Les élèves n'ont pas tenté eux-mêmes de se lancer dans la manipulation. Ceci est peut-être dû en partie au choix d'un matériel inadapté, mais peut-être aussi aux habitudes en vigueur dans la classe.*

- *Ils avaient en revanche produit un tableau très structuré, montrant notamment le recours à un système d'ostensifs (Bosch, Chevallard 1999) pré-algébriques, avec les lettres employées pour désigner les bonbons. Ceci pose la question de l'intervention de l'enseignant, qui oblige les élèves à changer en faveur d'un ostensif de type matériel, moins élaboré. Il refuse de les laisser développer leurs propres représentations, ici en particulier à cause de l'objectif initial de la recherche.*
- *L'enseignant conditionne fortement les actions des élèves. C'est lui qui produit en fait toutes les manipulations. En conséquence, il s'est de plus consacré, à cause du dispositif choisi, à cet unique groupe. Pourquoi alors ne pas faire faire les manipulations délibérément par l'enseignant au tableau ?*

L'animateur a apporté les réponses suivantes :

- Au moment où il est intervenu, les élèves étaient bloqués. Leur tableau ne suffisait plus à avancer. Au cours de la discussion, Carole a suggéré de diviser par 6, lorsque l'on dispose de 3 frites et 3 caramels. Grâce au matériel, l'enseignant a pu très simplement lui faire prendre conscience de son erreur.
- Les interventions de l'enseignant étaient soigneusement contrôlées, et en particulier limitées à une action sur le milieu matériel. Ainsi le caractère adidactique de la situation est préservé.
- Les manipulations faites par l'enseignant au tableau ne peuvent en aucun cas avoir la même efficacité que les interventions « de proximité » qu'il a eues ici.

En fin d'année (le 11 mai), lors d'une évaluation menée avec le problème « le matériel de géométrie », les élèves ont obtenu les résultats suivants (les codes de réussite sont ceux qui ont été introduits dans la partie II) :

Niveau atteint	CM1	CM2
3	4	9
2	2	4
1	1	4
0	5	1

Ces résultats sont comparables à ceux que l'on a observés dans d'autres classes lorsque le problème « le matériel de géométrie » a été utilisé en tant que diagnostic initial, avant tout travail spécifique. Ils ne suffisent pas pour affirmer que les élèves ont réalisé un apprentissage spécifique lors des séances de décembre, bien que les enseignants aient eu l'impression d'un réel progrès. Un diagnostic initial aurait été nécessaire.

Certains élèves ont dit qu'ils avaient pensé aux problèmes de bonbons en travaillant sur le problème du matériel de géométrie. Est-ce l'emploi du matériel qui les a conduits à se souvenir de ces problèmes ? Il serait intéressant de mettre en place des situations permettant de tester cette hypothèse.

III.2. Matériel présenté au tableau

La seconde expérimentation a lieu dans une classe de CM2. Le problème sur lequel on a travaillé est le suivant :

> Les Smarties et les Kit-Kat
>
> J'ai 20 centimes, et comme je suis gourmande, je vais à la boulangerie pour acheter des bonbons.
>
> Je prends une boîte de Smarties, et trois Kit-Kat. Je montre tout ça à la marchande et je lui donne les 20 centimes. Elle me dit : Il manque 6 centimes.
>
> Je suis malheureuse, je vais tout ranger, puis il me vient une idée.
>
> Je reprends une boîte de Smarties, et deux Kit-Kat. Je donne la pièce de 20 centimes à la marchande. Elle me rend 1 centime.
>
> A votre avis, combien coûte le Kit-Kat, et combien coûte la boîte de Smarties ?

Tout cet énoncé est en fait mimé par l'enseignante pour l'ensemble de la classe. Elle colle le matériel correspondant sur le tableau, avec les prix, mais aucun énoncé écrit n'est distribué. Les élèves cherchent la solution individuellement, pendant que l'enseignante circule dans les rangs. En fin de séance une solution est élaborée collectivement.

On observe que tous les élèves ont mis en place des stratégies par essai et erreur. Le fait que le prix d'un Kit-Kat s'obtenait par une simple différence n'a été observé par aucun élève. Lors de la résolution commune, l'enseignante commence par demander le prix de chacun des deux « lots », mais même après cette première étape, on voit que les élèves continuent leurs essais.

Ici encore, les participants disposaient d'un transcript.

> *Ils ont fait remarquer que le fait que les deux lots soient apparents au tableau pouvait accentuer pour les élèves l'idée qu'il s'agissait de deux ensembles séparés, les empêchant ainsi de considérer le deuxième lot comme un sous-ensemble du premier.*
>
> L'animateur a lui-même signalé que dans une véritable situation d'achat, la cliente aurait simplement reposé un Kit-Kat, et la boulangère lui aurait rendu 6 centimes.

Dans la classe de CM1-CM2 citée à la partie précédente, le même problème a été posé, mais cette fois les élèves disposaient de bonbons posés sur leurs tables. Ils ont tous trouvé la solution ; mais il s'agissait de la deuxième séance, qui avait débuté par un rappel des procédures possibles pour le problème « bonbons ». Les élèves avaient donc déjà une expérience du type de démarche à adopter.

Après les diverses expériences que nous avons menées, la question de l'aide possible par le recours à du matériel demeure. En particulier, nos observations ne nous permettent pas de conclure que le recours à du matériel, pour un problème où celui-ci est envisageable, favorise le développement par les élèves de procédures personnelles. Comme dans le cas des schémas (partie II), on observe que l'emploi de matériel nécessite une préparation particulière, rendant cette pratique plus familière. Un objet ostensif (Bosch, Chevallard 1999) quel qu'il soit ne renvoie pas à un non-ostensif sans qu'un apprentissage spécifique ait eu lieu. Est-ce que, une fois cet apprentissage réalisé, le recours à des ostensifs de type matériel peut favoriser la mémorisation de procédures ? Ceci est une autre question, qui demande un travail complémentaire.

IV. LE PASSAGE À L'ÉCRITURE

Le support retenu pour ce sous-atelier est une expérimentation qui s'est déroulée dans une classe de CM1.

Nous n'avons pas particulièrement suivi le scénario préconisé dans la séquence ERMEL "Le mobilier de l'école". Nous avons décidé, dans un premier temps, de proposer aux élèves un test diagnostique "Le matériel de géométrie", problème dans lequel le domaine numérique ne devait pas susciter de difficultés particulières à ces élèves qui venaient juste d'aborder la division euclidienne (voir ci-dessus l'énoncé du problème dans la partie II).

Au cours de la séquence ainsi construite, nous avons essayé de proposer aux élèves des aides en liaison avec la maîtrise du langage. En fonction des besoins et des opportunités, l'enseignante de la classe a organisé des tâches s'appuyant sur les domaines de la langue orale et écrite en prenant ainsi en compte les 3 dimensions présentes dans les documents d'application du cycle 3 : "Parler, lire, écrire en mathématiques".

Les tâches d'écriture ont été nombreuses et variées :

écrire pour rechercher la solution,

écrire pour communiquer sa solution et sa procédure,

écrire pour élaborer une affiche-aide méthodologique destinée aux élèves d'une autre classe,

écrire pour aider un camarade en difficulté,

écrire pour inventer un nouveau problème de même type.

Les écrits ont parfois été élaborés individuellement, par binômes ou par groupes de 3 ou 4 élèves.

A cette époque de l'année, l'enseignante n'avait pas d'exigence particulière quant à la production d'une solution rédigée et aucune action en ce sens n'avait été encore menée.

Lors de la séance 1, une dizaine d'élèves avait trouvé les 3 réponses du problème-test. Il aurait été alors intéressant, en séance 2, de leur demander de rédiger une solution de ce problème mais c'était une consigne qui n'avait pas de sens pour eux. Aussi, la consigne s'est transformée en : "Expliquez comment vous avez réussi à résoudre le problème. "

C'était la première fois que ces élèves étaient confrontés à une telle consigne et les résultats sont assez étonnants. Ces écrits de narration sont d'une grande qualité et nous apportent des informations intéressantes concernant la procédure de résolution mais aussi l'histoire personnelle de l'élève au cours de la recherche. Par ces écrits, les élèves ont pu :

- décrire leur démarche,
- justifier cette démarche,
- exprimer non seulement les difficultés rencontrées mais aussi des éléments qui leur ont permis de dépasser ces difficultés.

Ces narrations ont permis aux élèves d'aller plus loin dans la maîtrise de la résolution de ce type de problèmes. Cette consigne d'écriture a été proposée plusieurs fois au cours de la séquence.

Une piste pour prolonger notre travail serait d'exploiter plus complètement ces écrits : en effet, il aurait été certainement possible de les utiliser au service des élèves en difficulté.

En parallèle, la résolution de ce problème a été l'occasion d'introduire un "modèle" de solution rédigée. L'attitude des élèves a été fort différente face à ce nouvel écrit : certains ne semblent pas en avoir perçu un réel intérêt, d'autres l'ont assimilé à une aide.

Nous avons donc choisi de réfléchir, dans le cadre de cet atelier, à deux points en particulier :

1. Rédiger une solution du problème.
2. Narrer sa recherche.

IV.1 Rédiger une solution du problème

Questions de départ :

- Qu'est-ce qu'une solution rédigée ?
- Quel contenu doit-on, peut-on y trouver ?
- Quelle est l'utilité de rédiger la solution du problème ?
- De quelle façon peut-on exploiter ces écrits ?
- Quelle solution rédigée de ce problème proposeriez-vous dans une classe ?
- Que pensez-vous de la solution rédigée dans cette classe de CM1 (**annexe 4**) ?

La solution rédigée élaborée en classe

La solution rédigée (**annexe 4**) a été construite au cours d'un temps de différenciation. Elle a été conçue pour servir de mémoire :

- **mémoire** pour rendre compte de ce qui a été fait en mathématiques pendant plusieurs jours.
- **mémoire** pour restituer la démarche à suivre (chronologie et contenu) permettant d'obtenir les réponses à la question posée dans le problème.

Questions des participants

- *Pourquoi n'a-t-on pas justifié le choix, la chronologie des différentes étapes ?*
- *Comment donner du sens à cette forme d'écrit ? A qui est-il destiné ? Comment motiver les élèves à produire une solution rédigée ?*
- *Quelle(s) utilisation(s) ultérieure(s) d'un tel travail ?*

IV.2 Narrer sa recherche

Questions de départ

- Observer quelques narrations de recherche. Les comparer. Quels contenus ? Quelles formulations ?
- Imaginer des utilisations possibles pour ces écrits.

Eléments perçus

- structuration en paragraphes,
- utilisation de connecteurs de temps et de connecteurs logiques,
- précision du vocabulaire utilisé,
- informations mathématiques liées à la procédure,
- implication personnelle marquée par un besoin d'expliciter les "passages délicats".

Ces documents d'une qualité certaine auraient pu être utilisés comme support de travail aussi bien pour le groupe-classe que pour les élèves en difficulté.

Différentes suggestions des participants :

- *Proposer aux élèves ayant produit de tels écrits d'aider un camarade en difficulté (tutorat).*
- *Faire étudier, analyser ces écrits à tous les élèves de la classe pour mieux cerner et expliciter les difficultés à dépasser et la procédure à mettre en place.*
- *Elaborer à partir de la comparaison de ces productions une solution rédigée.*

IV.3 Conclusion sur le passage à l'écrit

Il semble que les élèves peuvent progresser par des tâches d'écriture qui ne se résument pas à la simple recherche de la solution d'un problème plus ou moins complexe.

D'autres expérimentations nous ont montré que les élèves en difficulté peuvent eux aussi participer de façon constructive à la production d'écrits en collaboration avec des élèves plus à l'aise.

Les écrits produits par tous ces élèves sont d'une grande richesse. Le passage à l'écriture leur a souvent permis d'aller plus loin en se posant les bonnes questions.

Le prolongement de cette recherche sera de trouver des possibilités d'utilisation et d'exploitation plus variées pour ces écrits et notamment au service d'élèves rencontrant des difficultés.

V LA DIFFÉRENCIATION

V.1 Quelle différenciation ?

Les participants de ce sous-groupe ont comme nouvelles consignes de répondre aux deux questions suivantes :

1, Quelles sont les conditions nécessaires de mise en œuvre d'une différenciation efficace?
2, Quels sont les types de différenciation envisageables pour l'objectif de résolution d'un problème à étapes ?
La synthèse des échanges conduit à mettre en évidence les éléments suivants.

Q1 Conditions de mise en œuvre :

- **un maître « libéré »** : des élèves en autonomie qui lui permettent un appui des groupes en étayage. Cela suppose que les élèves soient capables d'autonomie, mais la différenciation peut justement contribuer à atteindre cet objectif. Les tâches proposées, les modalités d'organisation retenues devraient leur permettre de travailler seuls.
- **des évaluations** : un diagnostic initial, un suivi constant des élèves. Cette évaluation initiale devrait permettre à l'enseignant de définir la composition première de ses différents groupes. Le suivi constant de ses élèves à travers l'étude de leurs productions individuelles devrait lui permettre de réguler son action, en particulier en ce qui concerne la modification éventuelle de la composition des groupes.
- **des conditions matérielles** satisfaisantes qui permettent de modifier la disposition des tables.
- **les élèves**, bénéficiant du soutien de l'enseignant sont **intégrés à l'activité commune**.

Il semble intéressant que, dans l'organisation des activités, les élèves ne sentent pas mis à l'écart. Le fait que leurs réussites soient mises en valeur est perçu comme un élément important de l'action du professeur. L'encouragement affectif, tout au long du travail, est également souligné.

Q2 Types de différenciations envisageables pour cet objectif :

tâche différente :

- ➢ un autre contexte : les avis sont divergents lorsque l'on évoque la difficulté supplémentaire due aux grandeurs mises en jeu dans l' énoncé (masse et cardinal)
- ➢ d'autres choix de variables numériques

aides :

- à la représentation de la situation : du matériel, des dessins, des représentations, des explications orales ou écrites supplémentaires.
- à la solution : des écrits pour expliquer une étape et fournir la réponse, ..
- présence du maître qui, par son questionnement, accompagne la réflexion, qui apporte la solution en suggérant une étape de résolution.

Ce dernier point a fait l'objet d'un échange entre les participants : certains d'entre eux perçoivent ce type de problèmes comme étant nettement en dehors du programme de mathématiques de cycle 3 et considèrent donc que son intérêt est très limité pour les élèves les plus fragiles.

mise à disposition d'outils :

- une calculatrice qui permet de soulager le travail de l'élève
- un logiciel d'aide, voir la partie VI.

V.2 Un scénario permettant un travail autonome

Nous avons étudié avec les participants à l'atelier un scénario permettant un travail en autonomie d'une partie des élèves.

Présentation de l'expérimentation réalisée

EVALUATION INITIALE : LE MATÉRIEL DE GÉOMÉTRIE

E1 Des sacs transparents contenant le matériel permettent de visualiser celui-ci mais ne sont pas manipulables. L'analyse des productions individuelles permet au professeur de constituer 7 groupes hétérogènes de 3 élèves qui travailleront en autonomie (10 élèves sur 29 élèves réussissent). Certains de ces élèves ont totalement échoué à cette évaluation, mais il ne paraît pas raisonnable que l'enseignant puisse prendre en charge plus de 3 groupes de 3 élèves.

SÉQUENCE A : MOBILIER DE L'ÉCOLE OU MATERIEL DE GEOMETRIE

S1 (60 min) Premières recherches (groupes mobilier) et prise en charge soutien (groupes formes). Les élèves en soutien travaillent sur le problème de l'évaluation initiale avec l'aide de la maîtresse et le matériel effectif.

S2 (55 min) Brassage entre les groupes mobilier et soutien du maître aux groupes formes. Le brassage des groupes en autonomie permet une réponse collective correcte de chacun des groupes.

S3 (55 min) Rédaction des affiches, mise en commun groupes formes (classe entière).

S4 (60 min) Contrôle individuel formes ou mobilier ; collectif classe : institutionnalisation formes. Le contrôle réalisé après une mise en commun permet de mesurer l'impact de celle-ci et celui du travail de groupes.

S5 (40 min) Collectif classe : mise en commun groupes mobilier, institutionnalisation.

Détail des deux premières séances (voir annexe 5 pour l'état des travaux) :

S1

Horaire	Episodes	Remarques

10:40–10:52	*Présentation générale : mise en place des groupes* Soutien : familiarisation, aide à la représentation du problème Autonomes : mise au travail	 *Matériel concret avec des consignes de travail : C1 confection des sacs C2 compléter les cases indiquant la composition des sacs.* ***La maîtresse réactive le scénario usuel : les 3 rôles secrétaire, rapporteur et messager; les brassages futurs…***
10:52–11:35	Soutien Autonomes Auprès de 3 groupes	
11 : 23 35'fin séance	Groupe F	*Le premier groupe autonome remplit **le « tableau secret »*** *Etat tableau secret : il est entièrement complété.* *(Un brassage sera nécessaire car les propositions sont divergentes)*

Les élèves en autonomie ont pour tâches :

- de résoudre individuellement le problème (cf. **annexe 6**)
- de comparer leurs solutions à trois en se mettant d'accord sur une proposition commune (cf. **annexe 7** fiche collective verte)
  Remarque : s'ils rectifient leur proposition initiale, le changement de couleur de stylo permet au professeur de suivre l'évolution de la réflexion de chacun.
- de proposer au groupe classe leur solution commune. Cette proposition commune est inscrite dans un tableau dit « secret » car accessible au seul regard de la maîtresse.

Ce « tableau secret » à un rôle fondamental : il permet à l'enseignant de suivre l'évolution des groupes en autonomie.

Des rôles précis sont attribués aux 3 membres des groupes :

le rôle du **secrétaire** est d'être le garant du respect des consignes de travail, celui du **rapporteur** est d'inscrire au tableau secret la proposition de son groupe et celui du **messager** de défendre la position commune lors des brassages ultérieurs entre groupes.

L'annexe 5 permet de rendre compte de l'état des travaux à la fin de la séance (productions individuelles et productions collectives).

S2

Horaire	Episodes		Remarques
10:40–10:52	Organisation du brassage		
10:40–11:11	Soutien Prise en charge collective	*Autonomes*	Support de la réflexion : objets représentés au tableau
11:13–11:13		Début rédaction	
11:17–11:23		Relance et état des lieux	Feu vert pour rédaction transparents et affiches
11:29:00		Fin séance	Constat de réussite apparente

La maîtresse, en dehors de la présence des élèves, a eu de temps matériel de réfléchir au **brassage des différents groupes** en autonomie : il est organisé de telle sorte qu'au sein des nouveaux groupes constitués la bonne réponse au problème soit représentée par un élève (cf. annexe 5 pour l'organisation des groupes).

Les élèves en autonomie ont pour tâches :

- d'échanger au sein des nouveaux groupes (cf. **annexe 8**)
- de reformer leurs groupes initiaux et de comparer leurs nouvelles propositions issues du brassage (s'ils rectifient leur proposition issue du brassage

sur leur fiche individuelle, ils doivent changer de couleur de stylo).
- de se mettre d'accord sur une nouvelle proposition en utilisant la fiche collective de couleur rouge (cf. **annexe 7**). Cette proposition commune est une nouvelle fois écrit au tableau dit « secret ».

Un seul brassage, réalisé au cours de cette séance, a permis d'obtenir une unicité de propositions.

L'idée fondamentale est de **parvenir,** après éventuellement 2 brassages, **à obtenir la bonne réponse** au sein de chacun des sous-groupes autonomes de 3 élèves **sans intervention du professeur** qui reste uniquement organisateur des brassages.

Il peut ainsi **consacrer l'essentiel de son action aux élèves en soutien.**

VI. UN LOGICIEL SPÉCIFIQUE

L'emploi d'un logiciel pour cette séquence a été envisagé dans le cadre des modalités permettant une différenciation, mais aussi pouvant fournir une représentation du problème en offrant une forme de manipulation.

Le logiciel construit pour l'expérience reprend le contexte des manipulations qui ont été proposées dans certaines classes (voir la partie III, le recours au matériel). Sur la page de travail, trois bocaux présentent respectivement des sucettes, des caramels et des langues de chat, et trois paniers contiennent un assortiment de ces bonbons. Le prix de chaque panier est affiché (prix-énoncé), et la consigne demande de trouver le prix des bonbons.

La contenance de chaque panier a été limitée à 5 bonbons, quel qu'en soit le type (sucette, caramel ou langue de chat).

Une bulle au-dessus de chaque bocal permet à l'élève de proposer un prix pour ce bonbon, parmi des étiquettes allant de 5 en 5 jusqu'à 95 centimes. Dès la sélection de l'étiquette le prix testé s'affiche sur le bocal.

Sous le prix-énoncé de chaque panier un tableau rappelle sous forme d'icônes les types de bonbons présents dans ce panier (1, 2 ou 3 types, pour favoriser la prise en compte de ce critère). Ce tableau affiche (en bleu) le prix-testé par l'élève, c'est-à-dire le prix du panier compte tenu des prix choisis pour chaque bonbon. Cette modalité facilite la stratégie par essais/erreurs et ajustements successifs, en comparant prix-testé et prix-énoncé.

La page de travail est assez complexe et peut être présentée, soit progressivement par une animation disponible avec le logiciel, soit directement en tant que support à un travail sur la lecture d'image.

Notons que ce logiciel fournit essentiellement une représentation du problème, et facilite la stratégie des essais. Il offre peu de possibilités de manipulation, en particulier un transvasement de panier en panier pour en comparer les contenus n'est pas permis. Cette option pourrait être privilégiée pour envisager une autre version.

Le jour de l'atelier à Foix trois versions sont présentées, dont deux (A et B) ont été testées en classe.

La version A pose systématiquement à l'élève un problème de nature triangulaire, les paniers étant remplis aléatoirement avec respectivement 1, 2 et 3 types de bonbons.

La version B propose des paniers remplis de façon aléatoire.

La version C permet à l'élève de remplir lui-même des paniers, pour constituer un problème du même type, qu'il peut ensuite soumettre à un camarade en passant à la page suivante.

Les participants à l'atelier sont invités à formuler des critiques sur la forme du logiciel, et à proposer des scénarii d'utilisation.

Scénarii proposés par les participants :

- *La version A ne semble pas adaptée aux élèves en grande difficulté, qui peuvent notamment rencontrer en outre des difficultés de lecture, ou de manipulation de la souris. Cette version peut être utile aux élèves en cours de stabilisation, qui par exemple ont le sens des opérations mais n'ont pas encore fixé de stratégie efficace pour résoudre ce type de problème. La résolution (sur ce cadre, jugé attractif dans les classes testées) d'un assez grand nombre de problèmes du même type peut faciliter le repérage d'une stratégie efficace : commencer par le panier qui ne contient qu'un type de bonbon ; le réinvestissement de ce premier prix trouvé étant automatiquement traité dans les prix-testés, repérer ensuite le panier qui ne contient que deux types de bonbons, etc.*
- *La version B permet de poser aux élèves ayant réussi le test initial d'autres problèmes faisant intervenir d'autres « gestes » algébriques (un panier peut être contenu dans un autre ou obtenu par combinaison des deux autres, ce qui permet une simplification du problème). Cette version peut ainsi proposer à ces élèves un approfondissement général sur les méthodes de recherche de problèmes complexes.*
- *Les deux versions testées semblent ainsi pouvoir être utilisées de façon enrichissante par deux groupes d'élèves dans la classe (élèves ayant réussi le test et élèves en cours de stabilisation), qui peuvent travailler en autonomie. Nous travaillons actuellement sur la programmation d'un module de recueil des données (problème traité, stratégie de l'élève, temps passé sur le problème…) pour permettre le suivi de ces groupes par l'enseignant.*
- *La version C n'a pas été testée. Mettre l'élève en situation de poser un problème du même type nous paraît une idée à approfondir, mais l'utilité du logiciel pour cette fonction reste incertaine (le traitement des calculs par l'élève qui pose le problème ne semble pas inutile ; de plus, est-il utile de mettre l'élève dans cette situation d'auteur un grand nombre de fois ?).*
- *D'autre part, les élèves en grand difficulté auraient sans doute besoin d'un logiciel de lecture plus aisée, et qui permettrait plus de manipulations. De façon plus immédiate, ils bénéficient surtout de la disponibilité que*

l'enseignant peut dégager en utilisant le logiciel en autonomie pour les autres groupes.

Les principales critiques formulées :

- *L'utilisation d'une monnaie fictive permettrait d'éviter les nombres décimaux intervenant dans les prix en euro.*
- *Il semble souhaitable de reformuler la consigne (*« trouve le prix <u>de chaque</u> bonbon »*), et de ne pas montrer de bonbons dépassant des bocaux (une étiquette suffit).*
- *La présence d'une étiquette* 00 € *dans les bulles peut troubler ; elle permet aux élèves d'annuler un choix précédent, par exemple pour le prix d'une sucette, en visualisant le prix-testé qui tient uniquement compte des prix choisis pour les deux autres bonbons. Elle pourrait être remplacée par une étiquette* « prix non fixé » *ou simplement* « ? ».
- *La version B peut proposer un système d'équations qui laisse libre le prix d'un (voire de deux) des bonbons. Après discussion sur la pertinence de ce type de problème, les participants s'accordent sur l'intérêt de faire rencontrer aux élèves des situations de ce type, à condition que le logiciel les prenne en compte. Un message du type* « Bravo, tu as trouvé les prix des sucettes et des langues de chat ; on ne peut pas connaître le prix des caramels à partir de ces paniers » *est envisagé.*

Une réflexion plus générale s'est ouverte dans l'atelier sur l'utilité d'aborder ce type de problèmes avant le collège. Les participants s'accordent sur l'importance de développer des méthodes de recherche en général, sans institutionnaliser une technique particulière de résolution des problèmes de type « triangulaire ».

CONCLUSION

Revenons sur notre questionnement initial, celui des types d'aides à la résolution de problèmes, et des interventions possibles de l'enseignant pour aider les élèves. Nous n'oublions pas, bien entendu, que le type de problèmes que nous avons retenu est très complexe et spécifique. Ceci nous contraint à une certaine prudence dans nos conclusions, mais nous permet aussi d'éviter l'amalgame entre « élèves en difficulté sur ce type de problèmes » et « élèves en difficulté en mathématiques ». Les principaux constats que nous retenons de nos expérimentations, et des échanges avec les participants à l'atelier sont les suivants :

- Aucun type d'ostensif : matériel, dessin, écrit, ne constitue une aide en lui-même, sans un apprentissage spécifique, au moins pour certains élèves ;
- Les élèves ont progressé lorsqu'on leur proposait de jouer un rôle actif dans l'élaboration d'une aide : dessin, ou affiche en particulier ;
- Il est nécessaire de différencier des groupes au sein de la classe, et l'enseignant doit plus particulièrement intervenir auprès des élèves en difficulté. Différentes organisations permettent une telle intervention ; éventuellement les élèves bloqués sur un problème peuvent travailler en relative autonomie sur un logiciel adapté, mais en dehors de ce cas spécifique, un apport direct de l'enseignant semble indispensable.

Il faut souligner aussi, comme l'ont fait les participants à l'atelier, que les expérimentations menées ont conduit à consacrer en classe un temps important à ce type de problèmes, et qu'il n'est pas clair que les apprentissages réalisés à cette occasion soient transférables à d'autres problèmes. Nous avons donc l'intention de poursuivre notre travail, et en particulier d'étudier l'emploi comme aide des différents types d'ostensifs, à propos d'un thème mathématique moins restreint.

BIBLIOGRAPHIE

Bosch M., Chevallard Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs, *Recherches en didactique des mathématiques* vol 19.1, pp 77-124, La pensée sauvage, Grenoble.

Coppé S., Houdement C. (2002) Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire, *Grand N* n°69, pp 53 à 62

Julo J. (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques* Presses universitaires de Rennes.

Julo J. (2001) Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand N* n° 69.

Pfaff N. (2003) Différencier par les procédures : un exemple pour la proportionnalité au cycle 3. *Grand N n°71*.

Annexe 1
Extrait d'ERMEL CM2 Hatier p. 86 à 91

-2. Le mobilier de l'école (période 2)

. Descriptif rapide

Dans ce problème il y a plusieurs inconnues à différencier (le poids des pièces de mobilier) avec des informations qui mettent en jeu une ou plusieurs de ces inconnues (poids des différents chargements). Il s'agit donc de déterminer l'ordre de traitement de ces informations permettant de trouver successivement les valeurs de ces inconnues.

Objectifs spécifiques

- Prendre conscience de la nécessité de planifier : les données ne sont pas toujours fournies dans l'ordre de leur traitement (étape 3 de la première phase).
- Planifier la tâche au cours d'une mise en commun permettant un échange sur les principales étapes de la résolution (étape 1 de la deuxième phase).
- Rédiger la solution du problème (étape 2 de la deuxième séance).

. Énoncé

" Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises.

Le second contient 25 tables. Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires. Combien pèse une chaise, une table, une armoire?

DÉROULEMENT

Cette situation se déroule sur deux séances :

- une première séance au cours de laquelle les élèves vont être amenés à prendre conscience de la nécessité de planifier, de ne pas prendre les informations dans l'ordre de l'énoncé et à essayer de résoudre le problème après une mise en commun ayant mis en évidence la première information à traiter ;
- une deuxième séance dans laquelle, les différentes étapes étant explicitées collectivement à partir des premières recherches, les élèves vont ensuite mettre en forme la solution du problème.

PREMIÈRE PHASE : Résolution du problème 1

ÉTAPE 1 : Présentation du problème

Le maître peut préciser que chaque chargement fait 300 kg, et que dans chaque chargement le poids d'une chaise, d'une table et d'une armoire ne change pas. Il précise : "Quand vous faites un calcul, vous expliquez ce à quoi il correspond ".

ETAPE 2 : Recherche individuelle

Elle a pour but de permettre aux élèves de " rentrer" dans le problème. Elle doit être de courte durée.

Les productions des élèves sont diverses :

- démarrage de façon erronée :
- des élèves font 15 + 30 = 45 et divisent 300 par 45 et concluent ou non sur le poids d'une table ou d'une chaise ;
- d'autres ne tiennent pas compte de toutes les données et réduisent un chargement à une seule catégorie de mobilier, par exemple" 300 kg = 30 chaises. " ;
- arrêt à la première étape (calcul du poids d'une table) mais ne peuvent continuer ;
- calculs sans signification ;
- calculs cohérents qui permettent d'aller jusqu'au bout de la résolution.

Certains élèves restent bloqués à la première ligne d'information. D'autres calculent bien le poids d'une table en utilisant la deuxième ligne d'information mais ne parviennent pas à " se débarrasser " du poids des 15 tables pour calculer le poids d'une chaise.

ÉTAPE 3 : Reprise collective du problème

On cherche à ce que les élèves sélectionnent les informations à traiter en premier : les informations ne sont pas toujours données dans l'ordre où elles sont à utiliser; en particulier on ne peut commencer le problème par le premier chargement.

. Consigne

" Qu'avez-vous cherché en premier? "

Le maître fait venir au tableau les élèves qui ont démarré de façon erronée. Leurs productions sont discutées et ce sont les élèves qui ont bien amorcé le problème qui formuleront " il ne faut pas prendre la première information. "

Au tableau on écrira :

1° recherche: on cherche le poids d'une table en utilisant l'information 25 tables pèsent 300 kg.

Tous les élèves devraient pouvoir, à la fin de cette reprise, débuter leur résolution par la recherche du poids d'une table.

ÉTAPE 4 : Relance de la recherche du problème

Elle doit être différenciée selon les élèves :

-les élèves qui ont bien démarré continuent seuls : " Vous continuez la résolution du problème. "

- les autres travaillent par deux; le maître met ensemble les élèves qui en sont au même stade de la résolution ; une seule feuille est donnée pour le groupe.

Pour les élèves qui s'arrêteraient au poids de la table, la relance peut être donnée sous la forme :

" Mettez-vous d'accord pour savoir ce qu'il faut chercher maintenant. "

Une aide sous forme de schéma représentant les différents chargements (répétition de 300 kg pour chaque chargement) permet de " débloquer "certains élèves.

La première séance s'arrête après cette étape afin que le maître puisse analyser les productions des élèves pour organiser la mise en commun.

DEUXIÈME PHASE : Rédaction de la solution du problème

ÉTAPE 1 : Mise en commun

Elle a pour objectif de mettre en évidence l'ordre dans lequel on va traiter les informations pour répondre à la question afin que les élèves puissent rédiger la solution du problème en mettant en évidence les différentes étapes de la résolution.

Différentes productions " significatives " en nombre réduit (réécrites par le maître pour une meilleure lisibilité) sont affichées au tableau :

- des procédures erronées, en particulier celles pour lesquelles les élèves font bien apparaître le poids d'une table mais ensuite s'embrouillent dans les calculs successifs ;
- des procédures laborieuses qui ne montrent pas de façon claire les différents calculs successifs effectués ;
- des productions inachevées.

Lors de cette mise en commun, quatre niveaux d'explications fournies par les élèves sur leur travail peuvent apparaître :

1- Ils décrivent les calculs en nommant les opérations utilisées : " pour calculer le poids d'une table, j'ai fait une division (ou j'ai divisé 300 par 25) " ;

2- Les élèves décrivent leur méthode de calcul qu'ils ont effectué : " j'ai calculé le poids d'une table, puis de 15 tables puis... » ;

3- Ils donnent l'ordre dans lequel il faut trouver les poids des différents objets :

" je calcule d'abord le poids de la table puis de la chaise puis de l'armoire " ;
4- Ils justifient cet ordre en disant : " je prends d'abord la deuxième information puis la deuxième puis la troisième ».
Au terme de cette mise en commun, les niveaux 3 et 4 seront écrits au tableau sous la forme :
On prend l'information dans le 2e chargement pour calculer le poids d'une table.
On prend l'information dans le 1er chargement pour calculer le poids d'une chaise.
On prend l'information dans le 3e chargement pour calculer le poids d'une armoire.
ÉTAPE 2 : Rédaction de la solution
Cette rédaction se fait à deux. Les groupes doivent être homogènes pour une discussion efficace.

Pour certains élèves, ce n'est que lors de cette rédaction qu'ils peuvent prendre conscience des différentes étapes.
. Consigne
" Vous rédigez la solution en indiquant les différentes étapes dans l'ordre où il faut les traiter. »
Il subsiste toujours des ambiguïtés pour les élèves sur ce que l'on attend d'eux concernant la forme de la rédaction : certains élèves pensent qu'il faut "raconter tout ce qu'il faut faire " et se lancent dans une production de texte allant jusqu'à expliquer les opérations.
On doit conseiller aux élèves de simplifier leur rédaction mais ce conseil ne peut venir qu'au coup par coup, après que les élèves se soient rendu compte de l'inutilité de certaines explications.
ÉTAPE 3 : Analyse collective des différentes rédactions
Cette analyse est réalisée à partir de certaines productions qui sont sélectionnées selon les catégories suivantes :
- celles qui ne prennent pas en compte une étape importante ;
- celles qui ne formulent pas la réponse au problème ;
- celles qui restent imprécises dans leurs formulations.
Cette analyse ne peut se faire qu'en léger différé, le temps d'organiser matériellement ce moment de mise en commun : ces productions peuvent être réécrites sur une affiche afin d'être lisibles par l'ensemble des élèves, on peut utiliser le support du rétroprojecteur ou faire des photocopies des productions sélectionnées afin qu'un groupe de deux élèves en ait un exemplaire. Cette dernière façon de procéder (combinée avec un affichage collectif) est sans doute la meilleure car elle permet aux élèves de s'approprier les écrits d'autres élèves avant l'analyse collective.
Si le décalage dans les productions des élèves est trop important pour qu'une mise en commun soit efficace pour tous les élèves, on peut prévoir dès l'étape 2 une différenciation :
- pour les élèves qui ont fait une bonne rédaction dès la première séance ou qui ont bien annoté leurs calculs, il est difficile de leur demander une nouvelle rédaction, ils peuvent passer directement à " La commande des maîtres " ;
- pour les élèves qui ont bien entamé la résolution lors de la première séance et ayant annoté leurs calculs, on leur demande de terminer la résolution sans refaire la rédaction ;
- pour les autres élèves, on respecte le déroulement prévu dans l'étape 2 et on constate effectivement qu'en rédigeant, certains prennent conscience de la planification et terminent ainsi la résolution ; d'autres ont encore besoin d'aide pour passer d'une étape à une autre.

TROISIÈME PHASE : La commande des maîtres

Quelques jours après

Cette reprise, indispensable pour les élèves en échec dans le problème précédent, est proposée à tous les élèves. (Pour les élèves ayant parfaitement réussi, le maître insistera sur les consignes de rédaction). Dans cet énoncé des modifications ont été apportées par rapport à l'énoncé précédent, relativement à la place des informations et à l'ordre des calculs successifs.

. Énoncé

Des maîtres achètent des cahiers, des classeurs et des blocs-notes pour leurs classes.

Le premier achète 20 compas et 50 livres. Il paie 900 €.

Le second achète 10 livres, 10 classeurs et 10 compas. Il paie 240 €. Le troisième achète 30 compas, il paie 150 €.

Combien coûte un compas, un classeur, un livre ?

- Lecture silencieuse suivie d'un court entretien oral pour expliciter éventuellement le vocabulaire.
- Résolution du problème en travail individuel avec comme consigne : " vous rédigez la solution en indiquant de façon claire les différentes étapes, vous faites des phrases pour dire à quoi correspondent vos calculs ".
- Mise en commun pouvant être effectuée simplement avec les élèves n'ayant: pas réussi.

Quelques erreurs peuvent subsister :

- des solutions inachevées : " il reste 80 € de compas et de classeurs) " ;
- des résultats et des phrases qui ne correspondent pas : " 10 x 5 = 50, il reste 30 € de classeurs " ;
- des calculs sans phrases explicatives, ce qui entraîne quelques confusions dans l'enchaînement des calculs ;

. des résultats intermédiaires non justifiés car les calculs sont faits mentalement, en particulier pour les classeurs, ne figurent pas les prix de 10 cahiers et 10 compas, 50: 10 est écrit directement.

Il est à remarquer une particularité dans ce problème : la deuxième information incite à diviser par 3 (même nombre de classeurs, cahiers, blocs notes), cette information " piège " doit amener les élèves à mieux lire les informations données et à ne pas extrapoler (sous-entendu : le classeur, le cahier, le bloc- note coûtent le même prix »).

Les élèves, dans l'ensemble, écrivent des phrases de façon concise pour faire comprendre leur solution comme " 50 livres coûtent 800 € ". Certains, parfois, reviennent maladroitement au contexte en précisant en face de l'information "achat du premier maître " mais cette erreur reste marginale.

-

3. Magnétoscope (période 3)

Deux séances

. Description rapide

Il s'agit d'acheter des cassettes pour enregistrer des émissions et de payer le moins cher possible.

Ce problème met en jeu des connaissances dans différents domaines (champ additif et multiplicatif, nombres sexagésimaux).

Dans cette situation, il est d'abord demandé aux élèves de prévoir les différentes étapes puis, après une mise en commun, de rédiger la solution.

. Objectifs spécifiques

~ Sélectionner les informations pertinentes à partir d'un " document brut "(programme de la télévision scolaire).

~ Planifier sa démarche en se posant des questions intermédiaires pour pouvoir répondre à la question posée.

- Optimiser une solution.
- Identifier les caractéristiques de la rédaction d'une solution.

. Énoncé

« Un directeur d'école veut enregistrer sur cassette vidéo toutes les émissions télévisées proposées aux élèves des cycles 1, 2 et 3 au cours du premier trimestre de l'année scolaire 1994-1995.

Il souhaite regrouper, sans les couper, toutes les émissions consacrées :

- aux Badaboks sur une ou plusieurs cassettes ;
- aux Crobs sur d'autres cassettes ;
- au cycle 3 sur d'autres cassettes encore.

De plus, par mesure de sécurité, il prévoit de laisser 5 minutes après chaque enregistrement d'émission.

Pour acheter ses cassettes, il a le choix entre 3 formules :

- acheter des cassettes de 4 heures à 12 € l'une ;
- acheter des cassettes de 3 heures à 10 € l'une ;
- acheter 1 lot de 3 cassettes de 3 heures chacune à 20 € le lot.

Quel sera l'achat le plus avantageux pour ce directeur d'école? "

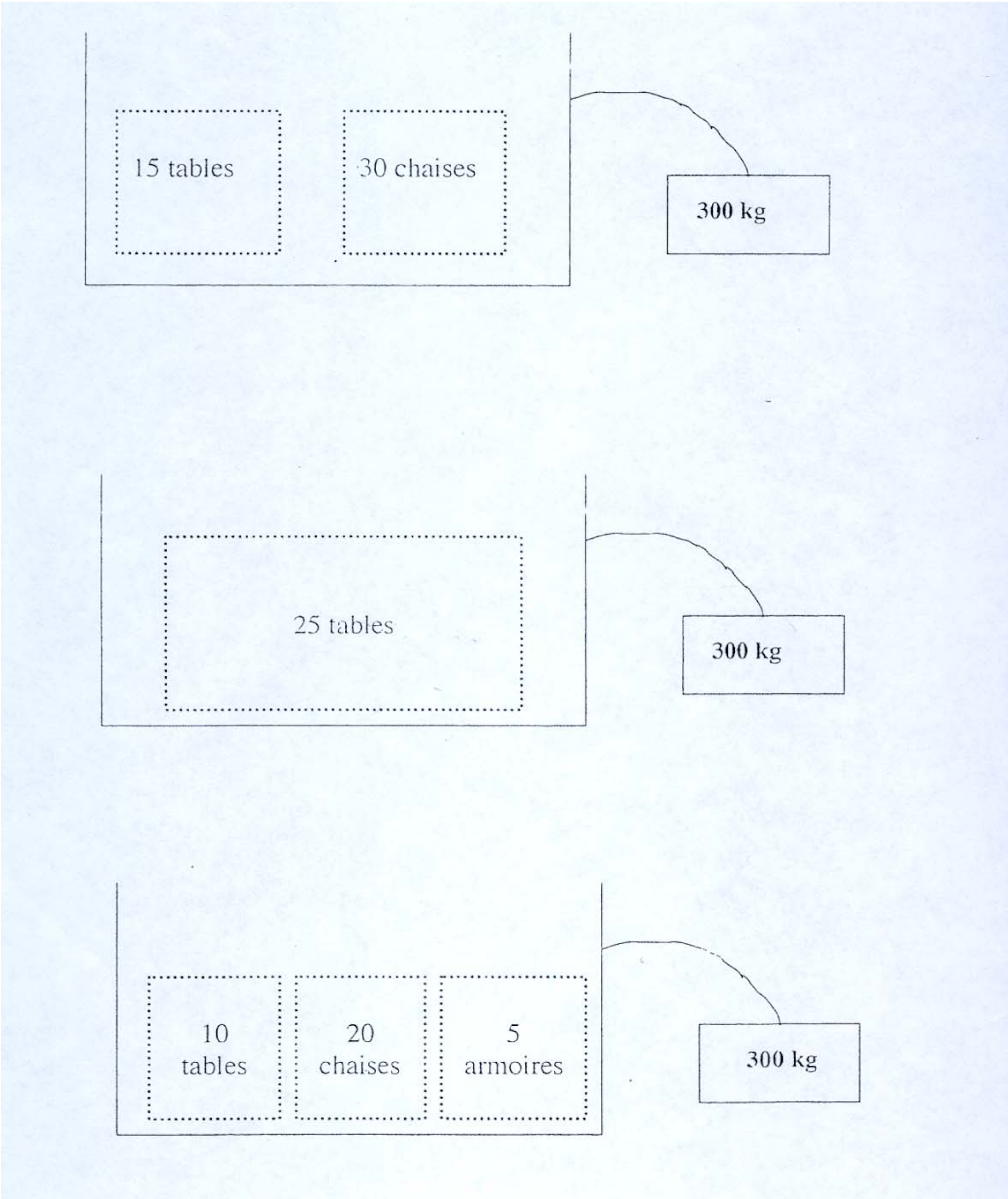
DÉROULEMENT

Il est prévu sur deux séances correspondant aux deux phases :

- la première phase vise à ce que les élèves s'approprient le document " programme de télévision ", puis qu'ils prévoient les différentes étapes et résolvent le problème en élaborant une première rédaction.
- la deuxième phase vise à faire expliciter les critères d'une bonne rédaction de la solution à partir de l'analyse des productions des élèves de la première séance.

Annexe 2

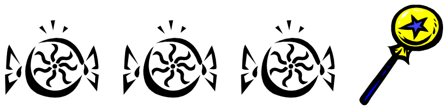
Le schéma fourni aux élèves pendant la séance « mobilier de l'école » annexe



Annexe 3
Caramels et sucettes, énoncé B

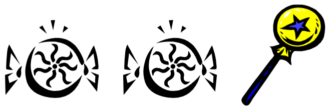
Deux camarades Stéphanie et Emilie vont à la boulangerie.

Stéphanie achète 3 caramels et 1 sucette.



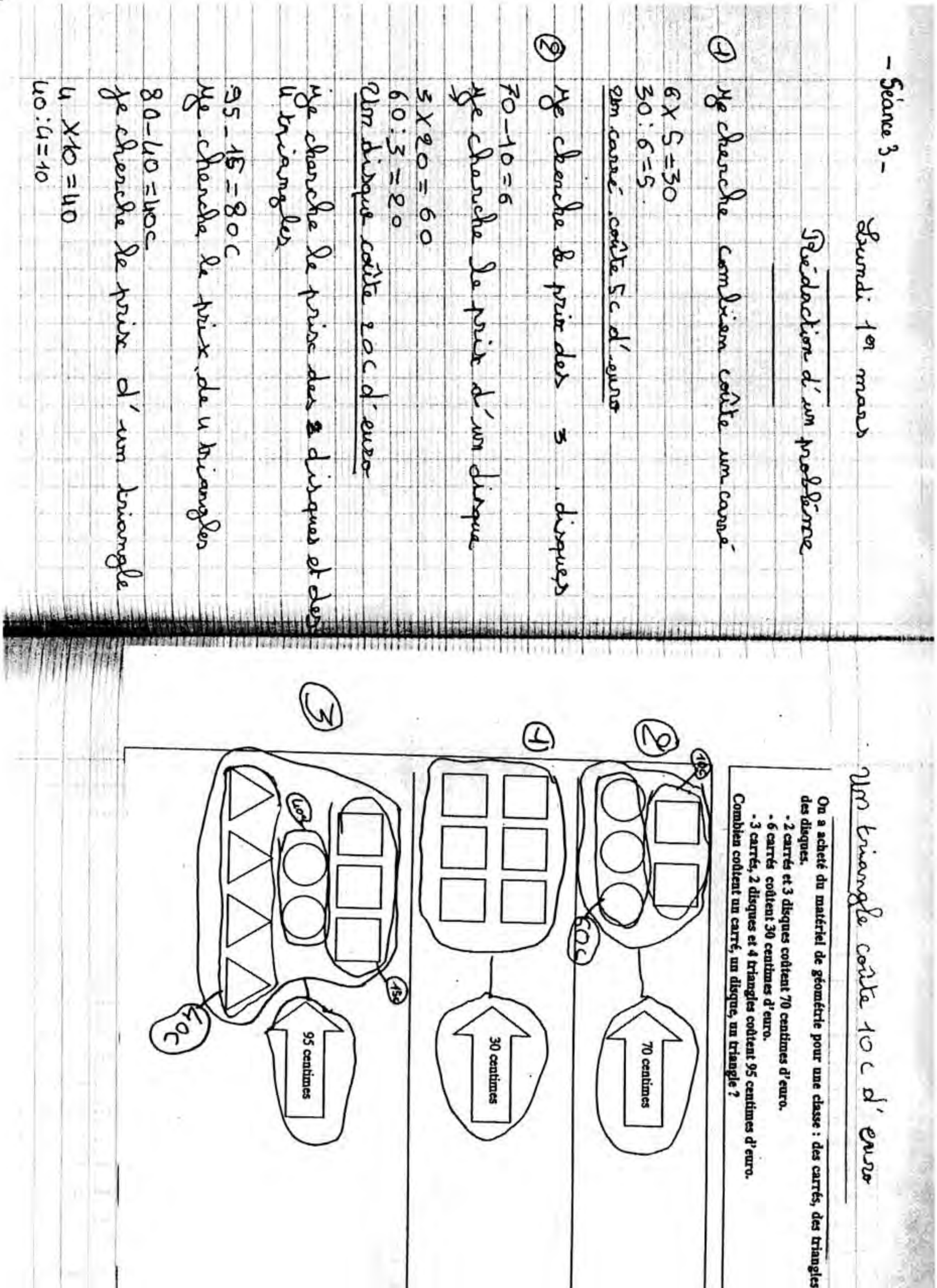
Stéphanie paie 65 centimes.

Sa camarade Emilie achète 2 caramels et 1 sucette.



Emilie paie 55 centimes.

Annexe 4
Solution rédigée en classe de CM1 pour « Le matériel de géométrie ».



\- Séance 3 -

Lundi 1er mars

Rédaction d'un problème

① Je cherche combien coûte un carré.

6 x 5 = 30
30 : 6 = 5
Un carré coûte 5 c d'euro

② Je cherche le prix des 3 disques

70 – 10 = 60
Je cherche le prix d'un disque
3 x 20 = 60
60 : 3 = 20
Un disque coûte 20 c d'euro

③ Je cherche le prix des 2 disques et des 4 triangles

95 – 15 = 80 c
Je cherche le prix de 4 triangles
80 – 40 = 40 c
Je cherche le prix d'un triangle
4 x 10 = 40
40 : 4 = 10
Un triangle coûte 10 c d'euro

On a acheté du matériel de géométrie pour une classe : des carrés, des triangles et des disques.
- 2 carrés et 3 disques coûtent 70 centimes d'euro.
- 6 carrés coûtent 30 centimes d'euro.
- 3 carrés, 2 disques et 4 triangles coûtent 95 centimes d'euro.
Combien coûtent un carré, un disque, un triangle ?

Annexe 5
État des travaux

Séquence A : MOBILIER DE L'ECOLE ou FORMES GEOMETRIQUES (23/3/04 S1 10 :39-11 :35 25/3/04 S2 10 :40-11 :35 S3 15 :35-16 :30 S4 2/4 8 :52-10 :48 S5 13 :42-14 :50)

			stade				commentaires	méthode
		proposition	rien	carré ou table	carré disque ou table chaise	tout		dessin représentation calculs
		carré disque triangle ou table chaise armoire						
2	Gr A :							d
1	secrétaire A1	**test ok**				1		m a
	s1	4 12 20		1	avec troisième relation		hasard bon	
	A1 D2 A3 s2	4 12 20		1	avec troisième relation		hasard bon	
	aide	**contrôle**		1			c 300 : 30 a 300 : 5	
2								
2	Messager A2	**test**	1					
	s1	6 12 60	1	table copie A1				
	avec D s2	4 12 20		1	copie A1 ?		Hasard bon	
	aide	**contrôle**		1			somme les chaises 300 : (20 + 30) armoires 300 : 5 = 6	
	Rapporteur							ment
5	A3	**test**			1			al
	s1	6 6 6	1				somme tables et chaises	
	reste s2	4 12 20			copie A1 ?		Hasard bon	
	aide	**contrôle**			1		armoire 300 : 5	
	collectif	s1	6 12 60 et	4 12 20 hasard	s2	4 12 20	hasard r faux	
								d
3	Gr B : B1	**test ok**				1		m a

	s1	4 12 40	1		armoire (120 + 80) : 5	
	B1 D3 B3 s2	ar 20	1		le compte est bon idem	
		contrôle ok		1	bien expliqué	
1						
2	B2	**test 5 7 2**	1			d
			tabl			
	s1	10 12 60	e		info ordre texte	
	avec D s2	ar 20	1		le compte est bon idem	
	aide retard	**contrôle**	1		somme les chaises 300 : (20 + 30)	
2						d
9	B3	**test ok**		1		m a s
	s1	4 12 40	1		le compte est bon	
	reste s2	ar 20	1		le compte est bon idem	
		contrôle	1		a 200 : 5 = 40	
			4 12	4 12		
	collectif	s1	40 s2	20	Faux 20c5a 20 x 5	
2	Gr C C1	**test 5 20 15**	1		étourderie	d s
			tabl			
	s1	6 12 48	e		chaises (12 x 15) : 30 armoire 240 : 5 (240 = 120 + ?)	
	C1 F2 C3 s2	4 12 20		1	ok	
		contrôle ok		1	bien expliqué	
1						
1	C2	**test**	1			d
			tabl			
	s1	6 12 8 ?	e		chaises 300 : (30+15) armoires 300 : (10+20+5)	
	avec F s2	4 12 20		1	ok	
	aide retard	**contrôle**	1		pas de sens aux calculs	
2						
3	C3	**test ok**		1		m

	s1 reste s2 **S5** **Choix pour mise en commun**	6 6 60 4 12 20 **contrôle**	tabl e 1		1	chaises (somme) 300 : 50 armoires 300 : 5 ok *intéressant (abs en s5)*	
	collectif	s1	6 12 60	s2	4 12 20	ok	
1 0	Gr D :D1 s1 D1 A2 B2 s2	**test ok** 4 12 20 **contrôle ok**			1 1 1	ok rien bien expliqué	me ntal
8	D2 s1 avec A s2	**test** 5 10 20 **contrôle ok**	1 1		1	des égalités respect de 1 (15 x 10 + 3 x30) = 300 rien ok	
7	D3 s1 Avec B s2 aide	**test 5 20 40** 4 12 20 **contrôle**	tabl e 1	1	copie D1? *1*	55 + 40 = 95 rien souvenir des nombres le compte est bon	d m a
	collectif	s1	4 12 20	s2	4 12 20	ok explications?	
4	Gr E E1 s1 E1 G2 E 3 s2	**test ok** 6 6 32 4 12 20 **contrôle ok**	1		1 1 1	somme tables 300 : (15 + 25 +10) et chaises (300 : (30 +20) ok bien expliqué	d m a

15	E2	**test 5 20 8**			1			d
	s1	5 6 50	1				somme ta 300 : (15 + 25 +10) et cha 300 : (30 +20) ar (300 : 5)	
	avec G s2	4 12 20				1	ok	
	aide	**contrôle**	1				*intéressant*	
24	E3	**test ok**				1		mental
	s1	6 6	1				somme ta 300 : (15 + 25 +10) et cha 300 : (30 +20)	
	reste s2	4 12				1	ok	
		contrôle		1			souvenir chaise 4 le compte est bon	
	collectif	s1	6 6 32		s2	4 12 20	ok	
28	G F : F1	**test 5 14 10**		1				d
	s1	4 12 20				1	ok	
	F1 C2 s2	4 12 20				1	ok	
	aide *copie sur 19*	**contrôle**		1			ajout chaises : 6 ajout t et c pour arm 20	
19	F2	**test ok**				1		d
	s1	4 12 20				1	ok	
	avec C s2	4 12 20				1	ok	
		contrôle ok				1	avec explications	
	collectif	s1	4 12 20		s2	4 12 20	ok	***transparent pour synthèse***
26	G G G1	**test ok**				1		mental
	s1	4 12 20				1	ok	
	s2	malade						

		contrôle ok				1	avec explications	
2 5	G2	**test ok**				1		les objets puis leur prix
	s1	absent						
	reste avec E2							
	s2	**contrôle ok**				1	idem que test	
2 0	G3	**test 5 20 0**			1		étourderie	
	s1	10 12 60		tabl e			copie sur antoine	
	en E s2	**contrôle ok**				1	avec explications	
	collectif	s1	4 12 20		s2	4 12 20	ok	
			stade				commentaires	méthode
		proposition carré disque triangle	rien	carré	carré disque	tout		dessin représentation calculs
1	G H Formes bois	**test**	1					
	s1	5 23 20		1				
	s2					1	ok	
	aide	**contrôle**		1		*1*	souvenirs	
9		**test**		1				d
	s1	5 23 20		1				
	s2	fiche p formes				1	ok	
		contrôle			1	*1*	mémoire du 10	
1		**test**	1					

7								
	s1	5 23 23		1				
	s2					1	ok	
	aide	**contrôle**		1		*1*	disque 23 et 20	
	collectif	s1			s2	5 10 20	ok 2ème transparent	
16	G I Formes échelle	**test**	1					
	s1	5		1				
	mise en commun 1 en s3 s2	5 10 20				1	ok	s a
		contrôle					**absent**	
18		**test**	1					
	s1			1				
	s2	5 10 20				1	ok	s a
		contrôle ok				1	ok	
6		**test**	1					
	s1	5		1				
	s2	le compte est bon		1				
		contrôle ok				1	méthode ?	
	Collectif	s1			s2	5 10 20	ok	
13	G J Formes petites tailles	**test 5 90 38**		1				d
	s1	5		1				
	s2					1	ok	
	aide	**contrôle**	1				*retard*	
14		**test 5 23 23**		1				d

	s1	35 7 47	1			rien		
	s2							s a
	aide	**contrôle**	1			*retard*		
2 7	s1 **mise en commun 2 en s3** s2	**test 5** plusieurs réponses	1		1	sur dessin		d s a
		contrôle			1	erreur 40 : 4 = 11		
		s1		s2	5 10 20	erreur de calcul	*5 11 20* *transparent pour synthèse*	

réussites	test	10
	contrôles	9 + 2

ANNEXE 6
FICHE INDIVIDUELLE

<table>
<tr><td rowspan="2">Nom :

Prénom :</td><td colspan="3">Rôle
(à entourer)</td></tr>
<tr><td>Secrétaire
(écrits collectifs)</td><td>Messager
(autre groupe)</td><td>Rapporteur
(tableau)</td></tr>
</table>

Le mobilier de l'école

Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises.

Le second contient 25 tables.

Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.

Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?

ANNEXE 7

les fiches collectives

- Première recherche *Ma recherche et mes explications*

fiche collective verte

Réponses :

- Deuxième recherche *Mes échanges dans le nouveau groupe*

fiche collective rouge

Réponses :

- Troisième recherche *Mes échanges dans le nouveau groupe* **fiche collective jaune**

Réponses :

ANNEXE 8

FICHE COLLECTIVE

Secrétaire

Nom : Prénom :	Nom : Prénom :	Nom : Prénom :

- **Le mobilier de l'école**

Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises ; le second contient 25 tables ; le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.

- **Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?**

Réponses :

FICHE COLLECTIVE

Messager

Nom : Prénom :	Nom : Prénom :	Nom : Prénom :

- **Le mobilier de l'école**

Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises ; le second contient 25 tables ; le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.

- **Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?**

Réponses :

FICHE COLLECTIVE

Rapporteur

Nom : Prénom :	Nom : Prénom :	Nom : Prénom :

- **Le mobilier de l'école**

Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.

Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises ; le second contient 25 tables ; le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.

- **Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?**

Réponses :