

# LIRE ET ECRIRE DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES

**Serge Petit**

Professeur de Mathématiques, IUFM d'Alsace

**Annie Camenisch**

Maître de Conférences Lettres, IUFM d'Alsace

Comment favoriser une meilleure compréhension des énoncés de problèmes à partir d'un travail explicite sur la langue en mathématiques ?  
 Quel travail de lecture et d'écriture mener à partir des énoncés de problèmes ?  
 Comment articuler le travail en mathématiques avec le travail en langue ?

De l'école primaire au collège, il semble évident que certaines difficultés des élèves en mathématiques sont souvent dues à des problèmes de lecture. Forts de ce constat, nous avons expérimenté une séquence dans une classe de CE2-CM1 (Classe de Mme Carole Brach à Herrlisheim) visant à articuler les mathématiques avec la maîtrise de la langue. La démarche mise en place tient davantage du tâtonnement que de l'expérimentation scientifique, même si elle prend ses fondements théoriques dans la didactique des mathématiques et du français<sup>1</sup>.

L'objectif de notre travail, qui prend appui sur les problèmes additifs, est de rendre les élèves capables de mieux lire des énoncés de problèmes, de mieux les comprendre pour mieux les résoudre, une des compétences spécifiques attendues dans la maîtrise de la langue étant de « lire correctement une consigne d'exercice, un énoncé de problème »<sup>2</sup>. Une autre compétence majeure attendue en fin de cycle 3 en mathématiques, puisqu'elle l'est déjà en fin de cycle 2, est que les élèves soient capables de résoudre des problèmes additifs à une transformation, « de déterminer, par addition ou soustraction, le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités »<sup>3</sup>.

Cet atelier a placé les participants dans des conditions d'analyse, de production et de réflexion à propos d'énoncés de problèmes issus de la démarche expérimentée.

---

## 1. ANALYSER DES PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

---

### Dans l'atelier

Objectif : mettre en évidence les difficultés des élèves et émettre des conjectures quant à leurs origines.

La première étape consiste à analyser des productions d'élèves, soit deux séries de problèmes qu'ils ont essayé de résoudre sans autre consigne. Il s'agit de problèmes additifs présentant les mêmes triplets de valeurs numériques.

<sup>1</sup> Voir aussi, pour des documents plus complets dans le Bulletin Vert de l'APMEP n° 456, Janvier-Février 2005

<sup>2</sup> BOEN numéro spécial du 14 février 2002, programmes de l'école.

<sup>3</sup> Ibid.

L'intégralité des productions d'élèves a été soumise à la sagacité des participants qui ont été invités à relever les difficultés rencontrées par les élèves et à émettre des hypothèses sur leur origine.

MATH

Prénom : Sandrine ..... Classe : CE2-CM1

**Première séance / Série A**

Résous les problèmes suivants et écris la solution sur cette feuille.

**Problème 1 :** Avant la récréation, Augustus Gloop avait 17 bâtons de chocolat. Pendant la récréation il joue et perd 5 bâtons. Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?

$17 - 5 = 12$

Phrase de réponse :  $17 - 5 = 12$  il lui reste 12 bâton de chocolat

**Problème 2 :** Lundi soir, la température dans la cour de l'école était de 17 degrés. Pendant la nuit, elle a baissé de 5 degrés. Quelle température fait-il le mardi matin ?

$17 - 5 = 12$

Phrase de réponse :  $17 - 5 = 12$  il y a 12 degrés.

**Problème 3 :** A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

$5 + 12 = 17$

Phrase de réponse : il y a 17 personnes dans le bus

**Problème 4 :** Lundi soir la température, dans la cour de l'école, était de 17 degrés. Mardi matin, elle est de 12 degrés. Que s'est-il passé pendant la nuit ?

$17 - 12 = 5$

Phrase de réponse : la température a baissé de 5 degrés

**Problème 5 :** Augustus, qui avait inventé un jeu, joue une première partie. Il perd 5 bâtons de chocolat. Il joue ensuite une deuxième partie. Il gagne 12 bâtons. Après ces deux parties, Augustus a-t-il plus ou moins de bâtons qu'avant ces deux parties ? Combien de plus ou combien de moins ?

Phrase de réponse : on ne peut pas savoir. On ne sait pas combien il a de bâtons

**MATH**

Prénom : Arice ..... Classe : CE2-CM1

**Première séance / Série B**

Résous les problèmes suivants et écris la solution sur cette feuille.

**Problème 6 :** Que s'est-il passé pendant la récréation ? Avant la récréation, Augustus avait 17 bâtons de chocolat. Il joue. Après la récréation il a 12 bâtons.

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 5 \\ \hline 12 \end{array} \text{ réponse}$$

Phrase de réponse : Il a mangé 5 bâtons de chocolat.

**Problème 7 :** Avant de s'arrêter à l'arrêt « Mairie », un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 5 \\ \hline 12 \end{array} \text{ réponse}$$

Phrase de réponse : 5 personnes est descendu du bus.

**Problème 8 :** Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés. Quelle était la température lundi soir ?

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline 7 \end{array} \text{ réponse}$$

Phrase de réponse : Il faisait 7 degrés lundi.

**Problème 9 :** Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un autobus transportait 17 personnes. Pendant l'arrêt, 5 personnes sont descendues. Combien de personnes le bus transporte-t-il après l'arrêt ?

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 5 \\ \hline 12 \end{array} \text{ réponse}$$

Phrase de réponse : Il y a 12 personnes qui est descendu.

**Problème 10 :** Un bus s'arrête à un premier arrêt, 5 personnes descendent. Il s'arrête ensuite à un deuxième arrêt où 12 personnes montent. Après ces deux arrêts, y-a-t-il plus ou moins de personnes dans le bus ? Combien de plus ? Combien de moins ?

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ + 5 \\ \hline 17 \end{array}$$

Phrase de réponse : 7 personnes de moins, il y a 17 personnes plus.

Photos 1 : Deux exemples de productions d'élèves de chaque série. La classe était partagée en deux groupes chargés de résoudre les cinq problèmes d'une série. Les élèves les plus rapides pouvaient enchaîner sur la

## Atelier A1 : Lire et écrire des énoncés de problèmes

De cette analyse des productions émergent des constats et des hypothèses :

Constats :

- problèmes 5 et 10 massivement échoués<sup>4</sup>
- problème 8 échoué à 50%
- autres problèmes massivement réussis

Hypothèses globales sur l'origine de quelques erreurs :

- différence d'habillage (les températures sont plus difficiles à se représenter)
- structure linguistique plus difficile (compréhension du « ou »)
- double question
- autre type de résolution dans les problèmes 5 et 10 que dans les précédents (problèmes à double transformation)
- ordre de passage des problèmes : « fatigue » de l'élève après la résolution de 4 problèmes
- articulation entre le langage naturel et le langage mathématique
- difficulté due au non respect de la chronologie

Une question a été soulevée d'emblée : comment ces problèmes ont-ils été fabriqués ?



Photo 2 : Analyse de problèmes par les participants à l'atelier A1

### Dans la classe

Le but de cette phase de résolution de problèmes était de faire prendre conscience aux élèves que certains problèmes étaient plus difficiles que d'autres, et de leur permettre de trouver pourquoi. Le choix des mêmes valeurs numériques vise à éliminer d'entrée cette première cause, spontanément évoquée par les élèves.

---

<sup>4</sup> Il s'agit de problèmes à deux transformations, sans que l'état initial ne soit connu ; la question portant sur la comparaison de l'état initial et de l'état final.

### **Analyse : prendre conscience du rôle de la langue**

L'échec en mathématiques ne provient vraisemblablement pas des mathématiques seules (que sont-elles seules ?), mais de la compréhension des énoncés, de la représentation que l'élève peut ou non se forger de la situation à la lecture d'un énoncé.

Or, les programmes insistent sur la nécessaire prise en compte de « la maîtrise du langage »<sup>5</sup> notamment dans le cadre des disciplines :

*« La maîtrise du langage et de la langue française constitue l'objectif majeur du programme de l'école élémentaire. Elle donne lieu à des contenus spécifiques. Mais elle se construit aussi dans la transversalité de l'ensemble des apprentissages. »*<sup>6</sup>

Cela impose, tant pour les élèves que pour les enseignants :

- d'analyser des productions d'élèves afin de savoir d'où on part, de mieux repérer les difficultés rencontrées par les élèves, tant en lecture et compréhension d'un énoncé, que du point de vue des mathématiques sous-jacentes.
- d'analyser les textes des énoncés pour ce qu'ils sont (des textes d'un type bien particulier), afin de les étudier en tant que textes et de repérer les difficultés éventuelles inhérentes à la langue.

---

## **2. CLASSER SELON PLUSIEURS CRITÈRES**

---

### **Dans l'atelier**

Objectif : faire émerger différents classements possibles en montrant que certains d'entre eux peuvent produire des axes de travail intéressants, susceptibles de modifier les performances des élèves en compréhension des énoncés et donc en résolution de problèmes.

Cette deuxième étape a consisté à classer les énoncés de trois manières différentes pour chacun des groupes, en précisant dans chaque cas le critère de classement (excluant explicitement la classification des problèmes additifs selon Gérard Vergnaud<sup>7</sup>) et en proposant des pistes pédagogiques.

Un certain nombre de « critères » ont ainsi été collectés :

- temporalité : ordre des faits différents de l'ordre chronologique
- congruence : ordre de résolution, mots inducteurs d'opération (a baissé, augmente)
- place de la question
- chronologie : marqueurs temporels
- situations : chocolats, température, transport
- structure du récit
- longueur du scénario
- question induisant une opération ou un choix à faire
- nombre de questions
- nature de la question (ouverte ou fermée)
- opération à réaliser (addition, soustraction)

---

<sup>5</sup> Il n'est donc pas mathématiques à proprement dit.

<sup>6</sup> Ibid.

<sup>7</sup> En effet, elle apparaît « spontanément » dans tous les groupes.

## Atelier A1 : Lire et écrire des énoncés de problèmes

- nombres identiques utilisés

Ces relevés ont permis de tracer en pointillés quelques pistes de travail exploitée par la suite.

### Dans la classe

Les élèves ont retenus trois classements, par ordre préférentiel :

- situation
- résolution par addition ou par soustraction
- résultat final

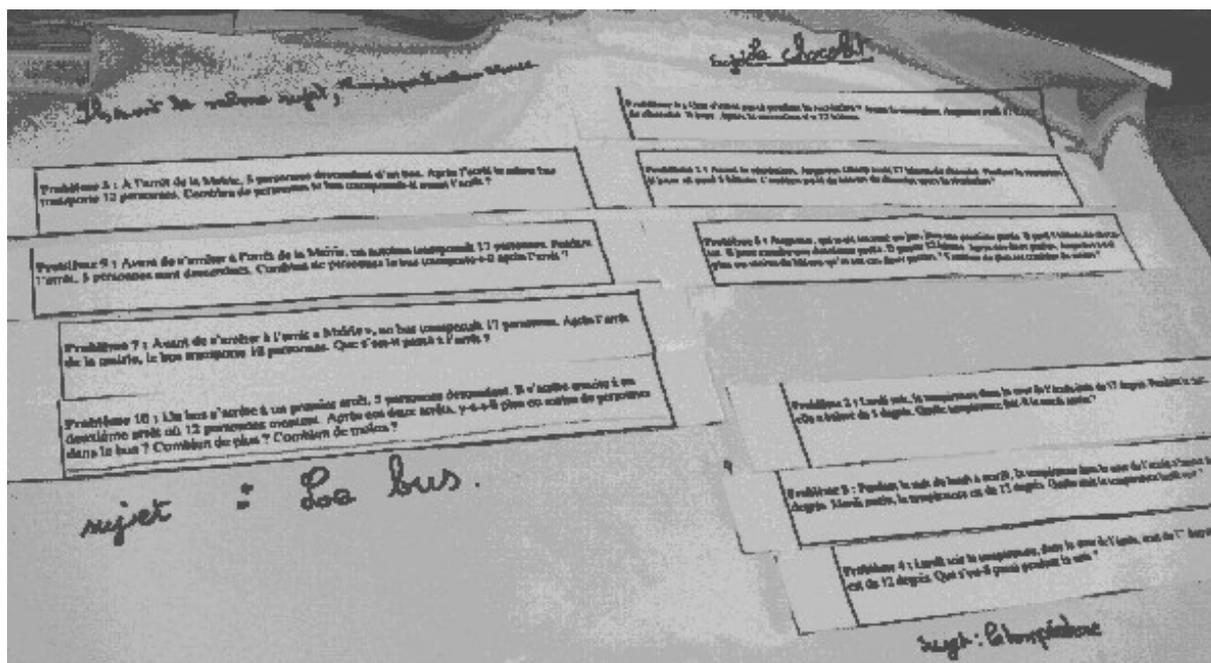


Photo 3 : Les élèves classent volontiers les énoncés par « situation », racontant des histoires de bus, de température ou de chocolat...

### Analyse : faire émerger la notion d'histoire

L'activité de classement contraint les élèves à mieux observer les énoncés de problème et donc à mieux les lire. Ce travail est conseillé par les instructions officielles : « quelques techniques d'exploration du langage doivent être régulièrement utilisées : classer (des textes, des phrases, des mots, des graphies) en justifiant les classements réalisés par des indices précis »<sup>8</sup>.

Pendant, cette activité n'a pas fait apparaître un classement important, celui par « histoire ». Ce classement, qui repose sur la représentation de la situation évoquée par l'énoncé, est essentiel pour la résolution car il rétablit la chronologie événementielle.

Afin de la faire émerger, il est nécessaire de passer par un détour qui consiste, à partir de quelques énoncés choisis, à produire puis à comparer des textes sous contraintes : ordre chronologique, présence de toutes les données contenues dans l'énoncé (incluant la réponse à la question posée). Cette production de textes impose de « manipuler des unités linguistiques (mots, phrases, textes), c'est-à-dire [de] savoir

<sup>8</sup> BOEN spécial du 14 février 2002

effectuer certaines opérations de déplacement, remplacement, expansion, réduction d'où apparaîtront des ressemblances et différences entre les objets étudiés. »<sup>9</sup>.

### Dans la classe

Cet « exercice de style »<sup>10</sup> conduit à des histoires utilisant un scénario identique dont seuls les détails inventés et la mise en mots diffèrent. Une fois dépouillés des informations supplémentaires ajoutées par les élèves, les différents textes ainsi comparés montrent à l'évidence que plusieurs énoncés sont sous-tendus par la même histoire. Ce sont des manipulations sur la langue qui font jaillir cette « évidence ».

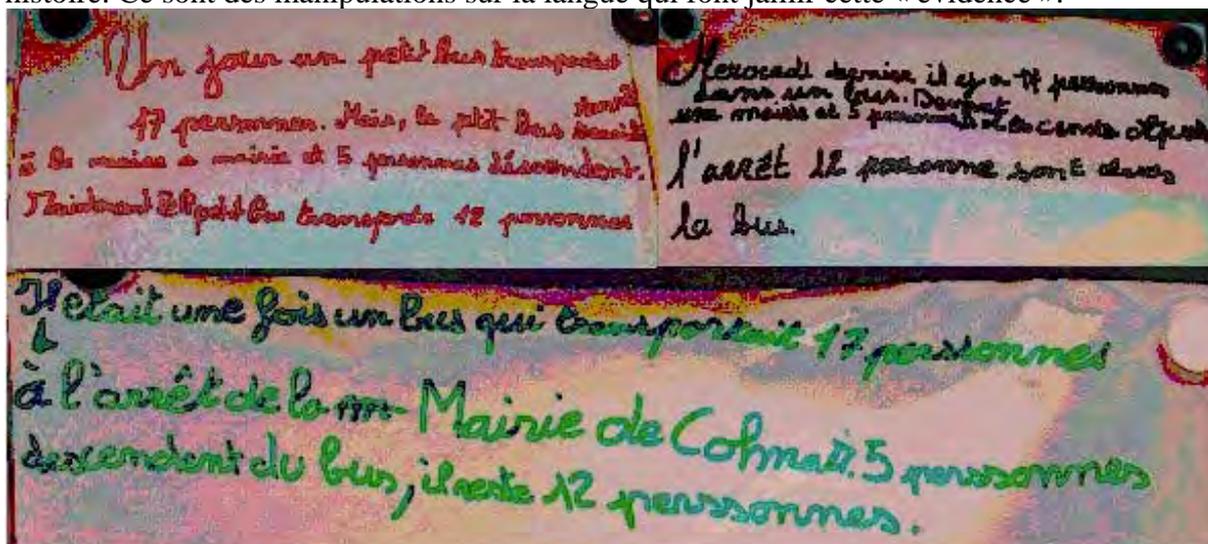


Photo 4 : Trois histoires de bus, issues de trois problèmes différents... Il est désormais impossible de retrouver le problème d'origine...

La conclusion qui s'impose montre qu'à partir d'une même histoire il est possible d'élaborer plusieurs énoncés de problèmes et ce constat conduit tout naturellement à l'analyse de la manière dont les énoncés sont produits.

## 3. FABRIQUER DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES

### Dans l'atelier

Objectif : expliciter la démarche mettant en évidence la fabrication d'énoncés de problèmes et faire fabriquer les énoncés de problèmes relatifs à une histoire.

Notre pari au niveau de l'école pourrait s'appuyer sur cette citation de GUILLEVIC<sup>11</sup> :

*Tu sais qu'en écrivant*

*Tu vas apprendre*

Le passage par l'écriture d'énoncés de problèmes peut contribuer à améliorer la lecture et la résolution de problèmes de même nature.

<sup>9</sup> ibid.

<sup>10</sup> Les histoires d'autobus ont bien inspiré les *Exercices de style* de Raymond Queneau (Edition illustrée chez Gallimard Jeunesse, 2002). Rien n'empêche de faire de cette activité un atelier d'écriture à visée d'abord ludique, avant d'en venir à une exploitation plus utilitaire.

<sup>11</sup> *Art Poétique, Poésie* / Gallimard, 1989.

## Atelier A1 : Lire et écrire des énoncés de problèmes

Le domaine qui a été choisi, celui des problèmes additifs à une seule transformation, permet d'écrire des histoires « simples », simples parce qu'elles ne mettent en jeu que trois périodes :

- une période initiale, celle précédant une transformation ou « avant »,
- la période de la transformation ou « pendant »,
- la période finale, celle suivant la transformation ou « après »,

et qu'elles sont dépouillées de toutes données et informations inutiles (ou presque). Ces « histoires » peuvent donc s'écrire dans un court récit chronologique composé de trois phrases « simples ».

Mais la simplicité des phrases et des histoires ne doit pas dissimuler la complexité de la tâche qui consiste à écrire un texte aussi particulier que l'énoncé de problème. En effet, le problème qui se pose alors est de savoir comment, à partir d'une histoire, fabriquer un tel énoncé.

### Dans la classe

Le travail précédent qui a consisté à mettre en évidence l'histoire sous-jacente aux trois énoncés a permis de retenir les règles suivantes, formulées par les élèves.

Pour fabriquer un énoncé de problème du type traité :

- On invente une histoire.
- On change l'ordre du temps.
- On connaît la réponse et on efface une des données, c'est là qu'on met la question.
- On peut alors rédiger la question.
- On vérifie que les phrases sont bien écrites, c'est-à-dire en bon français.

La procédure a été formalisée et rendue plus explicite par l'utilisation d'affiches de couleurs. Chaque phrase (correspondant à une période) est copiée sur une affiche de couleur : bleu pour « avant », blanc pour « pendant », rouge pour « après ».

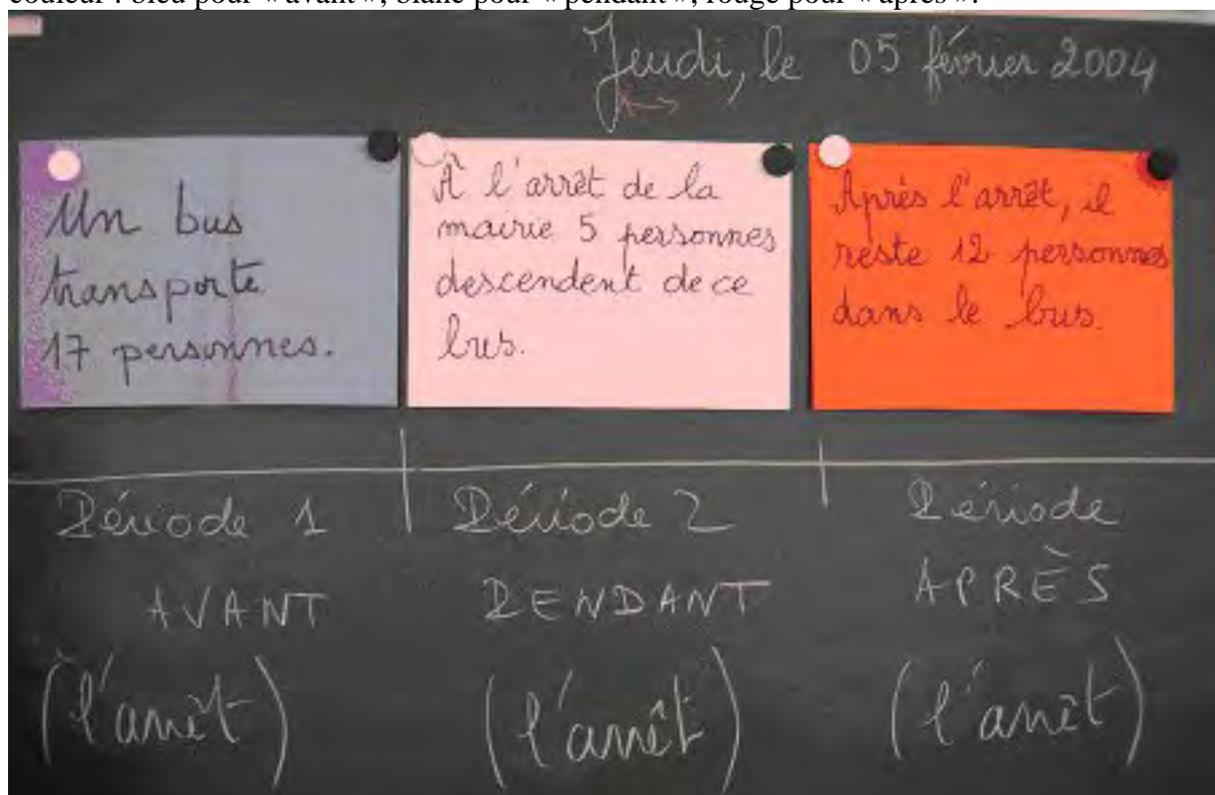


Photo 5 : Le jeu des couleurs ou « drapeau » (bleu, blanc, rouge) permet de mettre en évidence les différentes périodes.

Il suffit à présent de permuter les affiches pour visualiser la modification de la chronologie, de cacher une des données et d'ajouter un point d'interrogation.

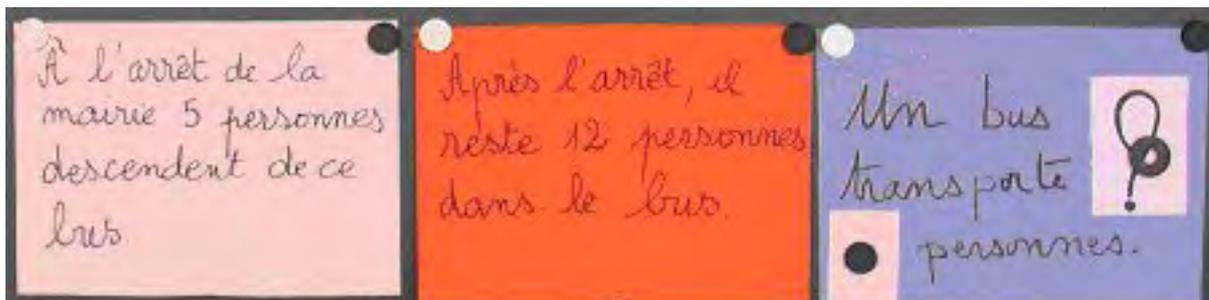


Photo 6 : Le jeu des couleurs ou « drapeau » (blanc, rouge, bleu) facilite le repérage de la chronologie.

A chaque histoire correspondent six énoncés dans lesquels la question porte sur la dernière période exprimée ; dix-huit si la place de la question varie.

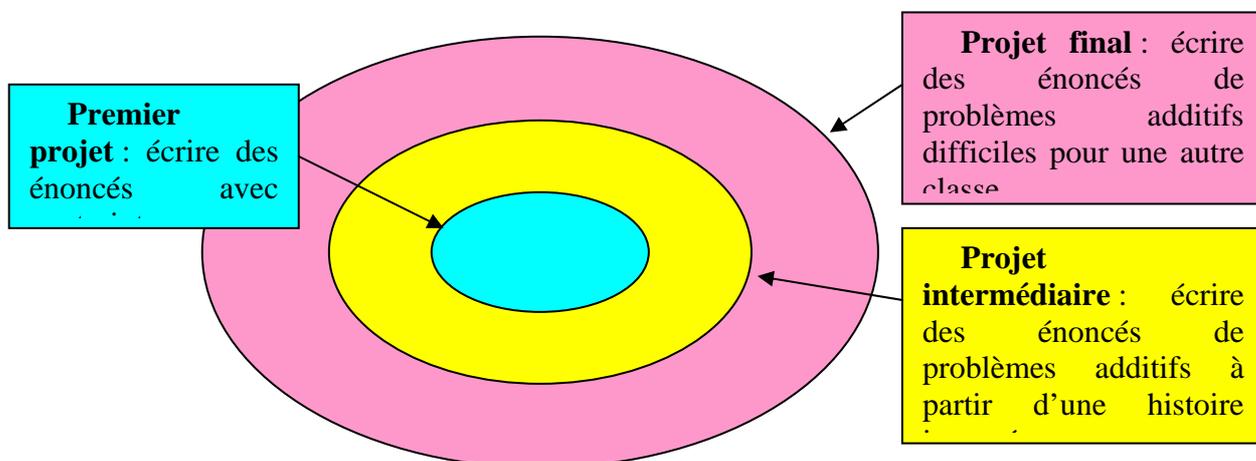
Cette manipulation met en évidence les modifications nécessaires pour rétablir la cohérence textuelle : changements de déterminants, de substituts, de marqueurs temporels (« petits mots », temps des verbes), transformation d'une phrase déclarative en phrase interrogative. Il s'agit alors d'un travail d'écriture nécessitant des apprentissages très précis ou des réinvestissements dans le domaine de la maîtrise de la langue.

#### 4. DÉVELOPPER LA MAÎTRISE DE LA LANGUE

##### Dans l'atelier

**Objectif :** Expliciter la démarche du projet d'écriture et proposer une articulation avec le travail en mathématiques.

Produire les énoncés correspondant aux contraintes d'ordre (de « drapeaux ») et de position de la question oblige l'élève à un travail sur la langue. Le travail de production d'énoncés de problèmes va donc tout naturellement s'inscrire dans un projet d'écriture, et même dans plusieurs projets gigognes (rédiger des énoncés avec la contrainte d'une histoire et d'un drapeau, rédiger des problèmes additifs à partir d'une histoire inventée, rédiger des énoncés difficiles pour une autre classe).



## Atelier A1 : Lire et écrire des énoncés de problèmes

Chaque projet d'écriture suit une démarche qui passe par les étapes suivantes :

- écriture d'un premier jet (différentes productions se sont succédées avec des sujets différents, d'abord collectivement, puis par groupes, enfin individuellement)
- confrontation des écrits produits, avec tentative de résolution des problèmes inventés et première évaluation par les élèves eux-mêmes (repérer ce qui ne va pas, si la contrainte a été respectée...)
- analyse collective et individuelle des dysfonctionnements dans les productions,
- établissement à partir des analyses collectives d'une grille de « vérification » qui devient grille de relecture, puis d'évaluation (il est essentiel que cette grille, modulable, ait été réalisée avec les élèves)
- remédiation différenciée pour les élèves qui ne parviennent pas à réviser leur écrit
- lecture d'énoncés de problèmes du même type afin d'en tirer les caractéristiques
- activité décrochée d'observation réfléchie de la langue par exemple sur la syntaxe de la phrase interrogative en mathématiques (différentes formulations possibles des questions, en utilisant « combien » ou « quel »...)
- écritures et réécritures à l'aide de la grille de relecture intégrant explicitement les apprentissages réalisés en observation réfléchie de la langue

Contrairement au projet d'écriture littéraire où les phases de réécriture consistent à modifier afin de l'améliorer un seul écrit, le projet d'écriture autour des énoncés de problèmes additifs se déroule sur plusieurs énoncés avec des habillages différents, intégrant les apprentissages réalisés dans les précédents, notamment au niveau des structures.

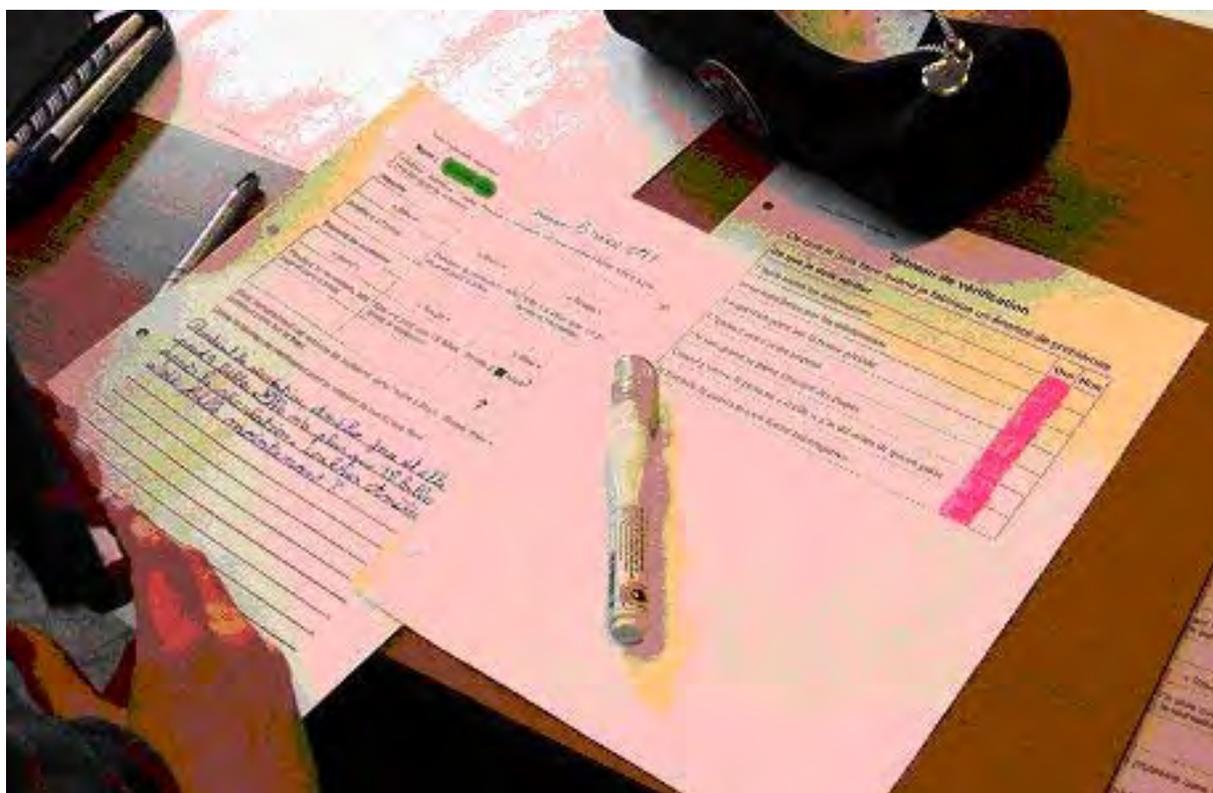


Photo 7 : Production d'élève et tableau de « vérification » des erreurs.

### **Renvois aux textes officiels**

Un travail explicite sur la lecture et l'écriture prend sa place en mathématiques comme le stipulent les programmes du cycle 3 : « *l'enseignement de la lecture et celui de l'écriture sont d'abord, au cycle 3, rattachés aux grands domaines disciplinaires définis par le programme. On lit, on écrit de la littérature, de l'histoire, de la géographie, des sciences, etc.* »

Une partie des activités sur la langue s'inscrit directement dans les périodes réservées aux mathématiques (la rédaction de l'histoire sous-jacente à un problème, la comparaison des textes, quelques ajustements rapides grammaticaux ou orthographiques...) comme le précisent encore les programmes : « *Un temps significatif de chacun d'entre eux [champs disciplinaires] devra être consacré à l'apprentissage du parler, du lire et de l'écrire dans le contexte précis des savoirs et des types d'écrits qui le caractérisent.* »<sup>12</sup>

Une autre partie des apprentissages sera réalisée sous forme d'activités dites « décrochées », par exemple en observation réfléchie de la langue française. Le cas de la formulation des questions, aspect fondamental en mathématiques, puisqu'il permet de mieux cerner l'objet de la question, a été traité de cette manière. L'essentiel est cependant de réinvestir explicitement les apprentissages ainsi réalisés sur la langue dans les projets d'écriture : « *Les connaissances acquises dans les séquences consacrées à la grammaire sont essentiellement réinvesties dans les projets d'écriture (quel que soit l'enseignement concerné). [...] La familiarisation acquise avec les structures de la langue permet aussi de résoudre certains problèmes de compréhension face à des textes plus complexes.* »<sup>13</sup>

---

### **EN GUISE DE CONCLUSION TRÈS PROVISOIRE**

---

L'atelier a suscité bien des questions et ouvert de nouvelles perspectives de travail. Ainsi, de nombreux participants se demandaient jusqu'où le travail d'écriture permettait de répondre à la fois aux problèmes d'ordre mathématique et à ceux liés à la maîtrise de la langue, c'est-à-dire si le travail sur la langue favorisait une meilleure résolution des problèmes de mathématiques, quels qu'ils soient, et si la démarche d'observation était transférable à des problèmes autres que les problèmes additifs.

---

<sup>12</sup> BOEN spécial du 14 février 2002

<sup>13</sup> ibid. p 64