

## **A PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DES SOLIDES : QUELLES MATHÉMATIQUES FAIRE VIVRE A L'ÉCOLE ? QUELS OUTILS POUR LA FORMATION DES MAÎTRES ?**

**Jean-Claude Aubertin**

**Yves Girmens**

**Claude Maurin**

**Louis Roye**

**Formateurs en IUFM, Membres de la Copirelem**

### **Résumé**

L'atelier a pour objectif d'obtenir la contribution des participants à une réflexion commune amorcée par les membres de la Copirelem.

La problématique générale qui guide cette réflexion est : « Quelles mathématiques faire vivre à l'école ? Quels outils pour la formation des maîtres ? ».

L'atelier se propose d'enrichir cette réflexion en prenant l'exemple de l'enseignement sur les solides à l'école primaire.

---

### **1 - CADRE**

---

C'est la question du sens qui guide nos interrogations sur la nature et le statut des savoirs mathématiques à enseigner aux élèves : les connaissances mathématiques acquises par les élèves doivent être porteuses de signification réelle pour eux.

Il s'agit à plus long terme d'identifier des repères pour définir la place et le statut des savoirs mathématiques dans la formation de la personne adulte que l'enfant est appelé à devenir.

Cela renvoie à la question de la place des connaissances mathématiques dans la construction de l'enfant.

Cette réflexion vise à permettre :

- D'affiner les raisons d'être de l'enseignement des mathématiques à l'école pour soi-même, en tant que formateur et dans la perspective d'alimenter un argumentaire utile pour les débats auxquels tout formateur est amené à prendre part.
- De mieux cerner les enjeux de l'enseignement des mathématiques.
- D'identifier les situations et les activités d'apprentissage en relation avec ces enjeux.
- De réfléchir à des stratégies, outils et situations pour la formation des maîtres.

La réflexion initiale menée par la Copirelem a permis de mettre en évidence que les finalités d'un enseignement donné à l'élève dans la

perspective de son accession au stade d'adulte s'inscrivent dans trois domaines :

- La rationalité et le raisonnement.
- Un apprentissage culturel.
- L'intégration sociale et l'apprentissage à la citoyenneté.

L'atelier se propose de commencer à étudier de quelle manière l'apprentissage des mathématiques, à propos des solides, peut contribuer, à la fois de façon spécifique mais aussi universelle, à développer des compétences relevant de ces trois domaines.

---

## **2 – PLAN DE L'ATELIER**

---

L'atelier s'est déroulé en trois temps :

Premier temps : Les participants doivent identifier les composantes en matière d'apprentissage, rattachées à ces trois domaines et essaient donc de clarifier ce que représente pour eux chacun de ces trois domaines.

La consigne qui leur était donnée était : « Pour chacun des domaines précédents, rechercher et inventorier tous les aspects relatifs aux apprentissages qui s'y rattachent ? »

Deuxième temps : Présentation par les animateurs d'un inventaire élaboré par la Copirelem lors de la réflexion initiale.

Troisième temps : En prenant appui sur les programmes et leurs documents d'application, il est demandé aux participants d'essayer de spécifier et de développer tous les aspects qui ont été identifiés dans les trois domaines, concernant l'enseignement sur les solides.

Il est convenu d'illustrer ces divers aspects en décrivant des types de situations d'apprentissage et en soulevant des questions concernant l'organisation des savoirs.

---

## **3 – PREMIÈRE ÉTAPE : TROIS DOMAINES D'APPRENTISSAGE**

---

Le point de départ proposé est le postulat que les apprentissages mathématiques s'inscrivent dans trois domaines

- La rationalité et le raisonnement.
- L'apprentissage culturel
- L'intégration sociale et l'apprentissage à la citoyenneté.

En groupes, les participants ont essayé d'identifier quels aspects d'apprentissage ils rattachent à ces différents domaines.

Le terme « aspects » désigne aussi bien des pratiques, des situations, des savoir-faire, des activités, des types de démarche...propres à caractériser un apprentissage.

L'objectif est d'impulser une démarche d'analyse commune qui permettra par la suite de s'accorder sur des référents communs.

À l'issue de ce temps de réflexion, une mise en commun des productions a mis en évidence les éléments suivants:

- À propos de la rationalité et du raisonnement
  - les décodage et réalisation de représentations planes d'un solide,
  - l'élaboration de raisonnements en vue de réaliser une tâche, de résoudre un problème (par exemple : réaliser un solide, trouver le lien entre le nombre d'arêtes, de faces...),
  - la mise en œuvre de débats,
  - le travail autour de la preuve : sa nature et sa nécessité,
  - l'apprentissage de l'observation, de la prise d'indices, de la recherche d'indicateurs pertinents,
  - le fonctionnement de la langue d'usage, sa différenciation avec le langage mathématique,
  - les activités d'apprentissage qui favorisent la déduction et qui nécessitent la recherche de moyens de contrôle.
- Concernant l'apprentissage culturel
  - Apprendre à parler « mathématiques » (il ne s'agit pas là d'un langage formel mais d'un langage qui développe une « lecture mathématique » du monde),
  - Acquisition des mathématiques utiles dans la vie courante,
  - La fréquentation de connaissances « historiques » (par exemple : les solides de Platon, des représentations figuratives...).
- Concernant l'intégration sociale et l'apprentissage de la citoyenneté
  - Les échanges et les confrontations avec des pairs, dans un but d'établir des éléments de vérité reconnus et validés par le groupe,
  - La pratique du débat scientifique (et la différenciation avec le débat démocratique),
  - Le développement de l'attitude de chercher à comprendre,
  - L'insistance sur l'apprentissage des outils pour aider à comprendre,
  - L'apprentissage des conventions (pour la représentation des solides).

La mise en commun des conclusions a permis aux participants d'explorer les divers apprentissages rattachés aux grands domaines définis au préalable, de débattre de certains choix, de certaines interprétations et de s'entendre sur des objets communs.

Afin de permettre la poursuite du travail à partir d'une base commune, les animateurs ont proposé ensuite aux participants une grille d'analyse élaborée par les membres de la Copirelem lors d'un séminaire de réflexion initiale.

Le travail dans ce cadre vise, d'une part, à faire partager aux participants le travail déjà amorcé par la Copirelem et d'autre part, à mettre en place un référent de travail commun pour la suite de l'atelier.

#### **4 – DEUXIÈME TEMPS : TRAVAIL À PARTIR D'UN RÉFÉRENT COMMUN**

La grille d'analyse suivante est présentée et explicitée.

Dans la colonne de droite figurent, pour chacun des trois grands domaines d'apprentissage, les aspects, exprimés en terme de champs d'activités, d'objectifs, d'axes de travail...que les membres de la Copirelem ont retenu dans leur réflexion initiale.

| Domaines d'apprentissages                      | Types d'apprentissages                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) Rationalité et Raisonnement                 | Apprentissage de raisonnement.<br>Apprentissage de modèles.<br>Apprentissage de méthodes.                                                                                                                              |
| 2) Culture                                     | Apprentissage de référents culturels mathématiques.<br>Acquisition d'une culture commune.<br>Acquisition d'une compréhension du monde.<br>Développement du plaisir de chercher, de la capacité à produire des efforts. |
| 3) Intégration sociale et formation du citoyen | Apprentissage de l'argumentation avec des pairs.<br>Développement de l'esprit critique et apprentissage au discernement.<br>Construction d'outils.<br>Acquisition de méthodes pragmatiques.                            |

Les participants sont invités, à utiliser ce cadre pour, en groupes, tenter de préciser et d'explicitier des contenus, des savoir-faire, des situations, des types de travaux s'inscrivant dans les différents champs d'apprentissage identifiés pour chaque domaine.

A l'issue du travail de groupes, la mise en commun permet de dégager les remarques suivantes :

Dans le *domaine de la rationalité et du raisonnement*, l'apprentissage de formes de raisonnements, de modèles et de méthodes sont liés. Le raisonnement contribue à l'acquisition de modèles.

L'apprentissage de l'espace favorise divers types de raisonnements qu'il serait intéressant et important d'identifier.

Enfin, l'espace offre des situations qui permettent à l'élève de raisonner simultanément dans le domaine sensible et sur le plan abstrait.

Dans le *domaine de la culture*, une finalité essentielle des mathématiques semble être de développer certaines postures telles qu'accepter de réfléchir avant d'agir, accepter de chercher pour trouver.

En revanche, le développement du plaisir à chercher comme objectif du travail sur les solides mérite d'être interrogé car il s'agit peut-être d'un « a priori » de l'expert en mathématiques.

L'apprentissage des modes de raisonnement peut être considéré comme partie intégrante de la culture : en effet, le pouvoir de trouver ne contribue-t-il pas à faire naître et à développer le plaisir de chercher ?

De plus, l'acquisition d'éléments culturels (dans les domaines des mathématiques et de l'art, des mathématiques et de l'architecture) est un facteur de développement personnel de l'enfant.

Sur le plan de *l'intégration sociale*, l'enjeu principal est le développement de postures et d'attitudes du futur citoyen concernant par exemple le respect des règles et des conventions.

Par exemple, lire des représentations planes de solides exige la connaissance et la prise en compte de normes et de conventions sociales.

La pratique du débat en mathématique doit avoir comme objectif de faire saisir aux élèves de quelle nature sont les arguments sur lesquels on s'appuie pour valider un résultat en mathématiques, et de marquer la différence avec une argumentation classique.

La fonction sociale des mathématiques se développe par l'acquisition d'outils spécifiques de résolution et d'analyse et, comme pour d'autres disciplines, par le pouvoir que confèrent la réussite et la connaissance.

Enfin, l'apprentissage des solides, parce qu'il rend capable de distinguer le réel du perçu et de choisir une représentation pertinente pour une situation donnée contribue au développement du discernement.

L'éducation à la citoyenneté se construit simultanément par l'apprentissage de normes communes et par celui du droit à la différence (pour les autres et pour soi).

Qu'est-ce qui peut, dans les apprentissages sur les solides, relever de l'apprentissage du droit à la différence et de l'apprentissage de lois communes ?

On relève, dans les conclusions des divers groupes quelques éléments illustrant les divers champs d'apprentissage :

- Pour l'apprentissage du raisonnement : en permettant le passage de propriétés perçues à des propriétés vérifiées à l'aide d'instruments ou attestées par des informations connues, le travail autour des solides favorise la démarche : émission d'hypothèses, vérification, argumentation.
- Pour l'apprentissage de modèles et de méthodes sont évoquées la compréhension des divers modes de représentation d'un objet de l'espace et la capacité à choisir la représentation adaptée à une situation donnée.
- Concernant les référents culturels mathématiques, il s'agit des savoirs décrits dans le programme : les objets géométriques, les différents types de représentations, les conventions, les relations entre les objets.
- Pour la compréhension du monde, l'accent est mis sur l'aptitude à mettre en relation divers points de vue sur un même objet et sur la reconnaissance de propriétés s'appuyant sur ces points de vue.
- À propos du développement du plaisir de chercher, il est relevé que, par exemple, des situations comme le jeu du portrait, les constructions à partir de message peuvent y contribuer.
- Pour l'acquisition d'éléments culturels, sont évoqués des travaux mettant en relation mathématiques et art ou mathématiques et architecture.
- Au sujet de l'apprentissage de l'argumentation avec des pairs, il est souligné que les types de tâches, reproduire, construire, comparer, ....permettent de s'interroger sur la nature des éléments sur lesquels on s'appuie pour valider une production.
- Enfin, par rapport par rapport à l'apprentissage de l'esprit critique et du discernement, sont mis en avant les travaux qui nécessitent de distinguer les propriétés réelles des propriétés perçues et ceux qui exigent de savoir reconnaître les représentations pertinentes d'un solide en fonction d'une situation donnée.

---

## **EN GUISE DE CONCLUSION**

---

Ce premier travail fournit quelques repères pour répondre à la question « quelles mathématiques faire vivre à l'école ? », concernant l'apprentissage des solides.

La poursuite de la réflexion pourrait être, dans un premier temps, d'analyser très précisément des situations de classe, en tentant de mettre en évidence à quels types d'apprentissage elles contribuent puis, dans un deuxième temps, de proposer des enchaînements de situations, permettant de mettre en place des organisations de savoirs satisfaisantes.

Enfin, pour mieux identifier et spécifier les diverses formes d'apprentissage, en relation avec des situations retenues, il serait opportun d'obtenir la collaboration de philosophes, de psychologues cognitivistes, d'épistémologues....