

# LE RÔLE DES PRATIQUES LANGAGIÈRES DANS LES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

Muriel Fénichel  
I.U.F.M. de Créteil

## Résumé :

Cet atelier avait pour objectif d'amorcer une réflexion :

- sur l'apprentissage à la description du monde mathématique avec des mots, des expressions qui désignent les objets mathématiques et les relations entre les objets mathématiques,

- le rôle des pratiques langagières dans la construction des concepts mathématiques et sur la manière dont on peut utiliser les propositions des élèves de l'école élémentaire

\* d'une part dans la formation initiale et continue des enseignants,

\* et d'autre part dans la pratique de la classe de l'enseignant qui les a mises en place pour aider ses élèves à apprendre en mathématiques.

Cet atelier a déjà été proposé lors du colloque de la COPIRELEM organisé en 2002 à La Roche sur Yon.

Je ne reprendrai donc pas les différents points qui ont été évoqués à la Roche sur Yon et qui ont été développés dans les actes de ce colloque. Les participants à l'atelier du colloque d'Avignon pourront s'y reporter.

Dans un premier temps, je présenterai les pistes de réflexion proposées aux participants à l'atelier concernant la mise en place d'un langage propre à la description du monde mathématique à travers certaines pratiques langagières.

Dans un second temps, j'évoquerai des activités de pratique langagière proposées à des élèves de l'école élémentaire pouvant participer à la construction des concepts mathématiques et les questions que leur analyse ont suscité au sein du groupe de participants.

---

## A) APPRENDRE À DÉCRIRE LE MONDE MATHÉMATIQUE

---

### 1) Les mots et les expressions qui désignent des objets ou des relations entre les objets

Le passage de la langue courante à la langue mathématique est un enjeu incontournable de l'enseignement des mathématiques.

De nombreuses erreurs sont dues au fait qu'un même signifiant peut désigner des signifiés différents selon le contexte référent.

Par exemple, le verbe « doubler » a un sens différent selon qu'il est associé au mot nombre ou au mot voiture. Un élève peut donner la réponse 6, quand on lui demande de doubler le nombre 5. Cette erreur déjà mise en évidence par Stella Baruk, peut être due au fait que l'élève associe le verbe « doubler » au mot voiture et dans ce cas, doubler une voiture signifie passer devant.

Il faut beaucoup de temps avant que les élèves puissent évoquer tout de suite le bon signifié.

On peut citer, à ce propos, quelques extraits des documents d'applications des programmes de mathématiques aux cycles 2 et 3.

«L'enseignement des mathématiques donne lieu, dès l'école élémentaire, à l'apprentissage d'un vocabulaire précis. Les interférences entre « mots courants » et « mots mathématiques » peuvent être sources de confusion auxquelles l'enseignant doit être attentif (...) De plus, la mise en place d'un vocabulaire précis ne remplace pas la construction des concepts. Ce vocabulaire n'a de sens que lorsque le concept est en construction et a déjà été utilisé implicitement par les élèves »

La langue mathématique s'apprend en se pratiquant. Il s'agit d'utiliser la langue courante pour construire des mathématiques mais aussi pour apprendre à parler la langue des mathématiques. Il s'agit de préparer les élèves à la langue que l'on va utiliser pour faire des mathématiques.

Les participants de l'atelier ont été amenés à mettre en évidence le fait qu'il y a des mots et expressions qui sont utilisés :

- uniquement dans le domaine des mathématiques (polyèdre, bissectrice, équipollent, poser une opération...),
- dans d'autres domaines que les mathématiques alors que leur sens premier est mathématique : le vecteur d'une infection, une croissance exponentielle...
- en mathématiques et dans d'autres domaines en désignant des signifiés différents : le centre d'un cercle, le centre d'une ville, un sommet d'un triangle, le sommet d'une montagne, le produit de deux nombres, un produit de consommation,...

D'autre part, en mathématiques, un mot ne doit pas seulement être lu pour ce qu'il désigne mais aussi pour les propriétés qui lui sont attachées. Par exemple, les consignes suivantes ont été proposées aux participants :

- colorier en rouge tous les rectangles et en bleu tous les carrés
- construire un carré dont la diagonale a pour longueur 6 cm,
- construire un carré dont le côté a pour longueur 6 cm,
- construire un rectangle dont le périmètre est égal à 24 cm et dont l'aire est maximale

Leur analyse a révélé le fait que, dans chacune d'elles, le mot « carré » ne fait pas appel aux mêmes propriétés

Il est important de prendre en compte ces différents points tant en formation initiale qu'en formation continue. En effet, trop souvent, les enseignants n'ont pas conscience que ce qu'ils disent n'est pas entendu par leurs élèves, soit parce qu'ils ne peuvent imaginer que ces derniers ne se réfèrent pas au même domaine qu'eux (ici les mathématiques), soit parce qu'eux-mêmes emploient un langage peu précis et ambigu pour parler de mathématiques.

Il semble aussi nécessaire de leur donner des outils pour leur permettre d'analyser la manière dont sont évoqués les objets mathématiques et les relations entre les objets dans les documents qu'ils utilisent avec leurs élèves. Bien souvent, ces documents utilisent des expressions erronées qui peuvent être sources de difficulté à la construction des connaissances (par exemple, l'utilisation de l'expression « nombre décimal » à la place de l'expression « écriture décimale »)

A l'école élémentaire, il s'agit de sensibiliser les élèves à cette polysémie : en même temps, qu'ils découvrent ou approfondissent une notion, il semble important de distinguer les différents sens que peut prendre un même mot ou une même expression et de mettre en clairement évidence ce qui relève du domaine des mathématiques.

Par exemple, à propos d'une activité autour des patrons des polyèdres, il est possible de demander aux élèves de donner plusieurs significations de ces mots et, ensuite, de mettre en évidence le sens qu'ils recouvrent en mathématique.

Il semble aussi important de faire exprimer les relations qui existent entre les différents objets mathématiques :

Par exemple, à propos d'une leçon sur les longueurs, il est possible de demander aux élèves d'exprimer les relations entre mètre et centimètre. A propos d'activités concernant la notion de multiple, il est possible de demander aux élèves de traduire l'expression « 63 est un multiple de 7 ».

Quelques exemples de telles pratiques langagières intégrées dans les activités mathématiques de la classe ont été proposés aux participants.

## **2) Donner du sens aux écritures symboliques**

La langue mathématique est aussi une langue de symboles, une langue qui s'appuie sur des conventions. Ces dernières doivent explicitement être évoquées aux élèves. Par exemple, il est intéressant de leur dire que l'écriture à virgule d'un nombre décimal est une écriture conventionnelle qui a été introduite pour faciliter l'exposition des calculs.

A l'école élémentaire, de nombreuses écritures symboliques sont introduites et il s'agit de proposer aux élèves des activités pour leur donner du sens.

On peut alors faire l'hypothèse que formuler et faire formuler les relations sous-jacentes à ces écritures contribuent à leur donner du sens.

Les exemples suivants relatifs aux écritures additives, soustractives et multiplicatives ont été proposés aux participants de l'atelier :

*Formuler avec des mots l'écriture :*

- $5 + 4 = 9$
- $125 - 78$
- $4 \times 5 = 20$

Voici quelques propositions pour  $5 + 4 = 9$  :

- des formulations se référant à des contextes : nous sommes le quatre, dans cinq jours, nous serons le neuf
- des formulations hors contexte : cinq plus quatre égale neuf où on désigne chaque symbole par un mot, formulation qui peut marquer l'absence de sens, la somme de quatre et cinq, ça fait neuf, quand j'ajoute cinq à quatre, je trouve neuf...
- des formulations qui font apparaître le lien entre signifié et signifiant : cinq plus quatre, c'est la même chose que neuf.

A ce propos, une discussion entre les participants permet alors d'évoquer la signification du signe « = » : pour un élève de l'école élémentaire, il évoque un calcul à faire, le résultat d'une opération. Doit-on lui donner le sens de l'équivalence ? Est-il satisfaisant de le traduire par l'expression « pas plus, pas moins » ? D'autre part, l'ensemble de référence joue un rôle important dans la signification d'une telle écriture : quand on se réfère à un ensemble de symboles, l'écriture  $5 + 4 = 9$  n'a pas de sens alors que quand on se réfère à un ensemble de nombres désignant des quantités,  $5 + 4 = 9$  a du sens dans la mesure où  $5 + 4$  et  $9$  représentent la même quantité.

Pour l'ensemble des participants, il semble nécessaire de proposer des égalités du type  $5 + 4 = 6 + 3$  sans passer par l'intermédiaire de  $9$ .

D'autres formulations peuvent être évoquées :

- neuf, c'est cinq (quatre) de plus que quatre (cinq)
- de cinq (quatre) pour aller à neuf, il faut ajouter quatre (cinq).

On peut aussi évoquer les égalités qui se déduisent de  $5 + 4 = 9$

$$9 - 5 = 4 \text{ et } 9 - 4 = 5.$$

Voici quelques propositions pour  $125 - 78$  :

- des formulations se référant à un contexte : j'ai cent vingt cinq euros et je dépense soixante dix-huit euros ;
- des formulations moins contextualisées : cent vingt-cinq moins soixante dix-huit, la différence entre cent vingt-cinq et soixante dix-huit, l'écart entre cent vingt-cinq et soixante-dix huit, ce qu'il faut ajouter à soixante-dix huit pour obtenir cent vingt-cinq, ce qui manque à soixante dix-huit pour obtenir cent vingt-cinq.

De même pour  $4 \times 5 = 20$

- des formulations se référant à un contexte : vingt fauteuils, c'est quatre (cinq) rangées de cinq (quatre) fauteuils ;
- des formulations moins contextualisées : quatre fois cinq égalent vingt, vingt est un multiple de quatre (cinq), quatre (cinq) est un diviseur de vingt, vingt est dans la table de quatre (cinq), vingt est cinq (quatre) fois plus grand que quatre (cinq).

Généralement, les enseignants en formation initiale ou continue n'ont pas conscience de toutes ces traductions. Il semble important de les faire émerger afin de montrer que le sens d'une écriture symbolique se construit tout au long de la scolarité et que ces activités langagières peuvent permettre à leurs élèves de mieux calculer et de mieux résoudre les problèmes numériques en s'appuyant sur les relations explicites entre les nombres.

Ces activités peuvent être aussi l'occasion d'aborder ce qu'est un champ conceptuel.

Ce travail de formulation des écritures symboliques peut suggérer d'autres exemples de pratique langagière permettant d'en approfondir le sens. En voici quelques exemples :

- écrire un énoncé de problème dans lequel on trouve le mot « gagner » et où la solution se trouve en faisant une soustraction.
- écrire un énoncé de problème dans lequel on trouve l'expression « de moins que » et où la solution se trouve en faisant une addition.
- écrire un énoncé de problème dans lequel on trouve l'expression « fois plus » et où la solution se trouve en faisant une division.

Un travail analogue peut être envisager pour donner du sens à d'autres écritures symboliques introduites à l'école élémentaire : l'écriture fractionnaire, l'écriture à virgule, les écritures utilisant les symboles « > » et « < ».

---

## **B) PRATIQUES LANGAGIÈRES ET CONSTRUCTION DES CONCEPTS**

---

Dans la seconde partie de l'atelier, les participants ont été amenés à donner leur point de vue sur le compte-rendu d'activités de pratique langagière proposées à des élèves de l'école élémentaire. L'objectif de ces activités est de faire écrire, parler en mathématiques pour aider à mieux construire les connaissances.

### **1) Mettre en évidence les liens qui existent entre les différentes connaissances, de faire apparaître le réseau conceptuel.**

Les connaissances ne se construisent pas de manière isolée, elles se construisent en interaction avec d'autres. Elles font partie d'un réseau dont les différentes connections sont établies avec d'autres connaissances. Un concept ne peut avoir d'existence que s'il est en liaison avec d'autres concepts.

Il semble important d'aider les élèves à mettre en relation les différentes connaissances qu'ils sont en train d'acquérir afin qu'ils prennent conscience de la manière dont elles se construisent en leur donnant du sens. Trop souvent, les activités à partir desquelles les apprentissages mathématiques sont mis en place sont perçues comme des moments isolés. Peu nombreux sont les élèves qui sont capables d'en construire les liens qui les unissent et qui permettent de donner du sens aux connaissances en jeu.

A propos d'apprentissages en cours, certains enseignants avec lesquels nous travaillons ont mis en place des moments de pratique langagière afin de faire apparaître chez leurs élèves les liens qui tissent le réseau de connaissances en train de se construire.

En voici quelques exemples illustrés par les réactions des participants de l'atelier auxquels il était demandé une analyse :

#### ***a) En CP au mois d'avril : « explique à ta manière à quoi sert un nombre » (cf annexe 1)***

Voici les analyses à priori et à postériori de cette séance :

##### *Analyse a priori*

L'objectif de cette activité est de faire le point sur ce que les élèves sont en train d'apprendre dans le domaine des nombres. Peuvent-ils évoquer avec leurs mots l'aspect outil de l'objet mathématique nombre qu'ils sont en train d'apprendre ?

On peut faire les hypothèses suivantes sur les propositions des élèves à cette époque de l'année :

- un nombre sert à compter
- un nombre sert à calculer

On peut aussi faire l'hypothèse qu'à travers toutes les propositions des élèves vont apparaître les différents contextes dans lesquels peuvent être utilisés les nombres.

On peut reprendre ceux évoqués par Karen Fuson (Chemin du nombre) qui en distingue sept contextes qu'elle répartit en quatre classes :

Les contextes mathématiques :

- le contexte cardinal où le nombre quantifie une collection d'éléments discontinus ( réponse à la question "Combien?" ) ;
- le contexte ordinal où le nombre décrit l'ordre d'un élément dans une collection d'éléments ordonnés ( réponse à la question "où ?" ) ;
- le contexte de la mesure où le nombre indique le nombre d'éléments nécessaires, pris pour unités, pour "remplir" l'objet considéré : "tu as deux ans aujourd'hui".

Les contextes séquentiels

- le contexte de séquence où chaque mot nombre est un élément d'une suite ordonnée sans référence à une quelconque quantité ou même réalité,
- le contexte de dénombrement dans lequel les mots-nombres, organisés en suite stable et conventionnelle, sont mis en correspondance terme à terme avec les éléments d'une collection.

Le contexte symbolique

- où les nombres sont perçus en tant qu'écriture chiffrée.

Le contexte non numérique

- où les nombres servent à désigner des codes tels que les numéros de téléphone ou de bus...

*Analyse a posteriori*

Pratiquement tous les contextes ont été évoqués.

Néanmoins les élèves n'ont pas évoqué que le nombre pouvait servir pour mémoriser une quantité ou une position, mais peut-être n'en ont-ils pas conscience alors qu'ils utilisent ces fonctions du nombre à l'école et ce depuis la maternelle ;

D'autre part, ils n'arrivent pas à exprimer la différence entre nombre, chiffre, numéro.

Ils ont beaucoup évoqué le contexte mathématique de la mesure.

Ils ont aussi pu évoquer le calcul : les nombres servent à calculer, à obtenir d'autres nombres.

L'enseignante a poursuivi ce travail en proposant à ses élèves des activités leur permettant de distinguer ce qu'est un nombre et ce qu'est un numéro.

Certains participants ont trouvé que l'enseignante aurait du intervenir de manière à lever certaines ambiguïtés. Certains se sont posé la question de la nécessité de différencier nombre et numéro en CP. D'autres encore ont proposé de donner la consigne sous la forme suivante : quand utilise-t-on les nombres ?

En formation initiale et continue, il est possible d'utiliser la transcription de la séance pour introduire les aspects outil et objet du nombre et les différents contextes dans lesquels ils sont utilisés

**b) En CE2 en début d'année : à propos du mot « retenue » (cf Annexe 2)**

Il s'agit ici de mettre en évidence les liens qui existent entre la technique opératoire de l'addition posée en colonne et la numération.

Les participants ont fait les remarques suivantes :

Dans le document proposé par l'enseignante, on ne sait pas ce qui est mis derrière le mot «retenue» : s'agit-il de sa définition, de sa fonction ? L'enseignante est-elle au clair avec ce qu'elle attend des élèves ?

Deux réponses d'élèves sont proposées en annexe 3.

**c) En CE1 en fin d'année ou en CE2 en début d'année : explique cent à ta manière**

*(se reporter au compte-rendu de l'atelier du colloque de la Roche Sur Yon)*

Il s'agit ici de faire le point, de provoquer un retour sur ce qui a été appris plus ou moins récemment, de rendre compte de la manière dont elles ont été mémorisées. Il s'agit aussi de faire apparaître toutes les connaissances numériques évoquées par cette consigne ainsi que leurs liens. Les élèves peuvent alors prendre conscience que selon les activités proposées, ils feront appels à des expressions différentes du nombre cent :

## **2) Débat et construction des connaissances**

Nous illustrerons ce paragraphe par l'activité suivante proposée, cette année, à des élèves de plusieurs classes de cycle 3. La consigne donnée par l'enseignant est la suivante : Explique à ta manière pourquoi il y a un zéro dans 502 ?

Les propositions des élèves d'une classe de CM2 sont données en annexe 4. Elles ont été distribuées aux participants de l'atelier mais nous n'avons pas eu le temps de les analyser.

Pour commenter ce travail, je livrerai dans un premier temps les propos d'Eliane Ricard – Fersing, professeur de philosophie à l'IUFM de Créteil, qui fait partie de notre groupe de travail « lire et écrire pour apprendre ». Il s'agit d'une synthèse des réflexions que ce travail a suscitées au sein de ce groupe.

« La discussion démarre à partir de la question : quel sens faut-il donner à l'expression « à ta manière » dans la consigne : explique, *à ta manière*, le zéro dans 502.

Est-ce le signal du droit de l'élève à oser une pensée, à dire sa manière de voir les choses ? Si c'est le cas, n'y a-t-il pas tromperie dans la mesure où l'école tend vers l'adoption d'une explication unique du phénomène en particulier quand il est scientifique ? Est ce que le détour par le débat, l'argumentation fait faire aux élèves de véritables progrès dans leurs apprentissages ?

Au fond, que voulions-nous avec une telle consigne ? Nous visions une problématisation des savoirs scolaires, plus qu'une aide à la conceptualisation. Nous voulions que les enfants rencontrent le savoir sur la numération comme un savoir en relief, un savoir paradoxal qui oblige à s'arrêter et réfléchir et finalement, peut-être, à s'émouvoir devant l'ingéniosité de la numération de position. Nous voulions que les enfants perçoivent qu'il y a là « matière à penser » (titre d'un livre de Connes et Changeux). Le zéro, marque habituelle du néant, peut jouer un rôle tout différent quand il est utilisé à l'intérieur du nombre et l'interrogation sur son sens déclenche toute une reconstruction de la logique de la numération de position.

Expliquer le zéro, ce n'est pas être confronté à une situation problème mais plutôt au caractère problématique des objets de connaissance qui en disent toujours plus qu'on ne croit, principalement parce qu'ils sont des créations de l'esprit humain et qu'en tant que tels ils reflètent une pensée à l'œuvre, complexe, historique, orientée autant vers la connaissance que vers l'action. Ni plus ni moins que l'idée d'accord grammatical, l'idée du zéro ne se laisse séparer de son épaisseur et des enjeux qui ont présidé à son élaboration et à son utilisation.

Etre problématique pour un concept, ce n'est pas seulement poser des problèmes ou présenter des difficultés mais avoir une histoire, répondre à des enjeux, s'articuler avec d'autres concepts. »

Pour conclure, j'évoquerai les questions que nous nous posons à propos de cette activité ?

- La consigne posée est-elle judicieuse ? Engage-t-elle les élèves dans un véritable débat ?
- Serait-il préférable de donner la consigne de la manière suivante : A ton avis, la présence du chiffre 0 dans 502 permet-il de dire qu'il n'y a pas de dizaine dans 502 ?
- L'expression « à ta manière » renvoie-t-elle au domaine des mathématiques pour tous les élèves ?
- Y a-t-il une réponse (ou plusieurs) attendue par l'enseignant ?
- Cette activité est-elle utile du point de vue de la construction des connaissances mathématiques ?
- Défavorise-t-on les élèves en difficulté en proposant une telle activité ? Ne rendons-nous pas flou, ce qui l'était déjà pour les élèves ?
- A quel moment l'enseignant doit-il intervenir ? Doit-il intervenir de manière immédiate pour lever le flou ou alors doit-il le faire après l'analyse des propositions des élèves ?
- Quel moyen peut se donner l'enseignant pour prendre en compte l'ensemble des propositions de ses élèves ?
- Et surtout, que faire de ce travail ? Comment le situer dans la mise en place des apprentissages mathématiques ?

Des questions qui restent en supens et qui auraient pu être posées aux participants de cet atelier. Nous n'en avons malheureusement pas eu la possibilité, faute de temps.

---

### **C) CONCLUSION**

---

Pourtant, dans chacune des classes où nous avons proposé ce type d'activité, nous avons vraiment eu le sentiment que les élèves étaient en train de penser mathématiques. Ce n'est pas un argument scientifique, nous en sommes conscients.

Il s'agit non seulement de faire que « d'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques soit aussi, à côté des autres disciplines, de contribuer au développement des compétences dans le domaine de la langue orale et écrite, tout en travaillant les spécificités du langage mathématique et sa syntaxe parfois particulière » (documents d'application des programmes de mathématiques aux cycles 2 et 3) mais aussi de permettre aux élèves d'élargir leurs connaissances mathématiques en utilisant les interactions entre la langue écrite et la langue orale.

## **Annexe 1**

Classe de CP de Anne –Marie Lanoizelée  
Ecole Jean Jaurès Stains

### **Présentation de la situation**

Il s'agit de demander aux élèves d'expliquer avec leurs mots à quoi sert un nombre.

---

### **LE DÉROULEMENT DE LA SÉANCE ET LES PROPOS DES ÉLÈVES**

---

La séance a duré environ 40 minutes.

#### **Consigne donnée par la maîtresse :**

Je voudrai que vous me disiez à votre avis, avec vos propres mots à vous, à quoi sert un nombre.

#### **Les propos des élèves**

Steeve : «ça sert à compter»

Keltoum évoque la même idée

M ( maîtresse) : «ça ne sert qu'à compter ?»

Elève : «à faire des égalités»

Anna : «à écrire»

M : «à écrire quoi ?»

Anna «ça sert à écrire maman»

Anna vient écrire le mot maman au tableau.

M : «A-t-elle bien écrit le mot maman ?» Les élèves constatent que oui.

M : «Anna, montre-nous avec quel nombre tu as écrit maman» puis «Avec des nombres, peut-on écrire quelque chose ?»

Ager : «on écrit des nombres et quand on les écrit à l'envers, ça fait des lettres»

On constate ensemble que pour écrire des mots, on utilise des lettres. Puis on repart sur la consigne :

Vivian : «Pour apprendre à écrire les nombres quand on ne sait plus les écrire.» Il donne un exemple : «quand on ne sait plus écrire 7, on compte jusqu'à 7 et on regarde ( sur la bande numérique) et on l'écrit.»

Sonia : «Dans les classes»

M : «ça ne sert qu'à l'école ?»

Une grande partie des élèves répond non.

Steeve : «Sur la terre : c'est pareil dans d'autres pays»

M : «Il y a des pays où ils ont leurs nombres à eux. Font-ils la même chose que nous ? Les Chinois, font-ils la même chose que nous ?»

Elève : «Ils comptent»

Laurie : «pour apprendre à compter. Les Chinois ne savent pas compter. Peut-être qu'ils font un, neuf, dix, quarante Peut-être qu'ils ne comptent pas dans le même ordre que nous.»

M : «Il y a des enfants qui parlent en arabe. Qui peut écrire 7 ?»

M (reprise de la consigne) : «On se sert des nombres en classe. Pour quoi faire ?»

Sarah : «Quand on fait des choses de mathématiques»

M : «par exemple ?»

Sarah : «quand on fait des problèmes de mathématiques»

M : «C'est quoi un problème ?»

Marc évoque le problème qu'ils viennent de résoudre lors du contrôle.

M : «A quoi ça servait les nombres dans le problème ?»

Elève : «à faire des plus et des moins»

Elève : «A savoir combien il y a de gommettes.»

Wilam ( ?) : «ça sert à faire les âges»

M : «ça sert à faire quoi aux âges ?»

Elève : «Si on a vingt ans, ça sert à dire l'âge»

Elève : «Si on ne se rappelle plus ce qu'il y a avant 8, on récite 7, 8»

M : «Les papas et les mamans se servent-ils des nombres ?»

Marc : «Pour l'argent»

Dylan : «Il y a des numéros sur l'argent. Il faut savoir compter pour savoir combien il faut payer».

Laurie : «L'argent, ça sert à manger. Il y a des nombres sur l'argent»

M : «Dylan nous dit qu'il y a des nombres sur l'argent et Laurie nous dit qu'il y a des numéros»

Elève : «Jusqu'à 9, c'est des numéros et si c'est 10, c'est un nombre»

M : «Pourquoi ?»

Elève : «parce qu'il y a deux chiffres et avec deux chiffres ça fait un nombre»

Elève : «Quand il y a un seul chiffre, c'est un numéro»

M : «ça sert à quoi les numéros ?»

Jame ( ?) : «à compter»

M : «Alors un nombre et un numéro, c'est la même chose ?»

Anna : «Les numéros, ça sert à compter. Ça sert à écrire»

M : «Alexandre, qu'en penses-tu ?»

Alexandre : «les numéros, ça sert à faire les nombres»

M : «Pour faire 10, quels numéros on utilise ?»

Alexandre : «1 et 0»

Laure-Alexia : «C'est un chiffre»

M : «Est-ce que c'est la même chose chiffre et numéro ? Qui saurait dire ce qui n'est pas pareil ?»

Laure-Alexia : «Les numéros, ça s'écrit avec plusieurs chiffres et un chiffre, ça s'écrit avec un chiffre. Jusqu'à 9 on se sert de chiffres»

Un élève évoque le nombre 10 : « Si on enlève le 0, ça fait 1. Si on le remet, ça fait 10 »

La maîtresse écrit au tableau 01 et 10 et demande si c'est la même chose.

Elève : « 01 c'est la date ou alors 1 »

Elève : «Si tu mets le 0 avant 1 ça va pas. Il faut le mettre après le 1»

Elève : «On peut aussi écrire des numéros avec des lettres»

Laure-Alexia : «les chiffres, ça sert aussi pour faire les numéros de téléphone, ça sert aussi pour faire les numéros sur les voitures»

Alexandre : «Comme dans les appartements» (référence au code)

Laurie : «il y en a aussi sur les motos»

M (pour permettre aux élèves de se recentrer sur la consigne) : «Quand on a construit l'école, est-ce qu'on s'est servi des nombres ?»

Ager ( ? ) «quand on mesure»

Laure–Alexia : «Ben oui avec le mètre»

Elève : «La taille»

Elève : «la température pour savoir la chaleur, avec le thermomètre»

M : «mais pourtant, quand on s'est mesuré, on a uniquement fait des traits» (La maîtresse fait référence aux repères qui permettent aux élèves de repérer leur taille)

Elève : «Sur les montres, il y a des nombres»

Elève : «dans la poésie « Pirouette», il y a des nombres»

M : «les nombres sur l'horloge permettent de savoir l'heure»

Elève : «sur la télécommande de la télé, pour changer de chaîne»

M : «Il y a des nombres sur la télévision, à quoi servent-ils ?»

Elève : «pour savoir sur quelle chaîne on est »

Pour clore la séance, la maîtresse propose aux élèves qui n'ont pas pris la parole de faire une proposition

Jame ( ? ) : «Quand on colle des gommettes on peut les compter.»

Elisa évoque les bandes numériques

Sonia «Pour lire la date, à savoir la date et le mois»

Néhamat ( ? ) «aussi sur l'ordinateur, il y a des nombres»

M : «A quoi servent-ils ?» Néhamat ne répond pas

Anne ( ? ) : «à savoir l'anniversaire»

Reine : «Sur la règle il y a des nombres»

M : «A quoi servent-ils ?»

Elève : «A tracer»

M : «Comment fait-on pour tracer ?»

Jason : «On ne peut pas tracer avec des nombres »

Elève : «Le 60 sert à savoir où on s'arrête»

Elève : «A faire des recettes de gâteaux»

Elève : «Pour savoir ce qu'il faut comme quantité»

Elève : «Il y en a sur les calendriers»

## Annexe 2

### Une retenue, qu'est-ce que c'est ?

1) On a calculé cette addition en colonnes :

$$\begin{array}{r} \square \\ 1625 \\ + 135 \\ + 28 \\ \hline 1788 \end{array}$$

Explique à ta façon :  
la retenue, qu'est-ce que c'est ?

2) On a calculé cette addition en colonnes :

$$\begin{array}{r} \square \\ 3462 \\ + 343 \\ + 73 \\ \hline 3878 \end{array}$$

Est-ce qu'ici la retenue est la même chose que  
dans la première opération ?

Oui, c'est la même chose : .....

Non, ce n'est pas la même chose : .....

### Annexe 3

#### Une retenue, qu'est-ce que c'est ?

1) On a calculé cette addition en colonnes :

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 1625 \\ + 135 \\ + \quad 28 \\ \hline 1788 \end{array}$$

Explique à ta façon :  
la retenue, qu'est-ce que c'est ?

Une retenue s'est 10 unités, parce que 10 unités s'est 1 dizaine, et la dizaine s'est une retenue

2) On a calculé cette autre addition en colonnes.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 3462 \\ + 343 \\ + \quad 73 \\ \hline 3878 \end{array}$$

Est-ce qu'ici la retenue est la même chose que dans la première opération ?

Oui c'est la même chose

Non, ce n'est pas la même chose. Parce que la...  
retenue... de la... deuxième opération la retenue est dans  
les centaines, alors que dans la première opération  
la retenue elle est dans les dizaines.

## Annexe 4

### Explique pourquoi il y a un « 0 » dans 502

Classe de CM2 de Carine– Ecole Varlin 2 Pierrefitte (17/01/2003)

La veille, les élèves avaient eu à répondre par écrit à la question suivante :  
«Explique à ta manière pourquoi il y un 0 dans 502»

18 élèves ont répondu « s'il n'y avait pas de 0, cela ferait (ou, pour certains, se lirait) 52.

4 élèves ont répondu « Parce qu'il n'y a pas de dizaine »

2 élèves ont fait référence au tableau de numération : c d u

1 élève a écrit  $502 = 500 + 2$

1 élève a écrit, s'il y avait 1 à la place de 0, ça ferait 512.

Au tableau sont écrites les différentes propositions numérotées :

1) Parce que s'il n'y avait pas de 0, on lirait cinquante deux

2) Parce qu'il n'y a pas de dizaine

3) Parce que c'est un nombre à trois chiffres, c'est-à-dire une centaine, une dizaine, une unité. On est obligé de mettre la dizaine

4) Parce que normalement 500 possède deux zéros. Si on ajoute 2 à la place du dernier zéro, ça fait 502

5) Parce que s'il y avait 1 à la place du 0, ça ferait 512.

**M** : «Vous allez lire ces propositions, y réfléchir. En particulier celles qui n'étaient pas votre réponse. Ensuite, on va débattre sur ce qui vous semble correct ou incorrect.»

Elle rappelle les règles d'organisation de la classe durant un débat.

**M** : «Qui a une remarque à faire ? Qu'est-ce qui vous semble correct ou évident ?»

**E** : «la première»

**E** : «la deuxième»

**E** : «la troisième»

**E** : «la première»

**E** : «la cinquième»

(Ce sont tous des élèves différents)

**M** : «On va les prendre une à une»

#### Première proposition :

**E** : «parce que s'il n'y a pas de 0, ça ferait 52»

La maîtresse écrit 502

52

#### Deuxième proposition

**E** : «S'il n'y a pas de dizaine, on remplace par un 0 et on peut remplacer par le chiffre des unités»

**M** : «explique»

Le même élève : «dans 502, il n'y a pas de dizaine»

**Isabelle** : «S'il n'y a pas de dizaine dans 502, on peut ajouter le 2. On ajoute. Si on enlève le 2 des unités, ça fait 500»

**M** : «J'enlève 2 ou le chiffre 2 ?»

**Isabelle** : «Il n'y a ni dizaine, ni unité»

**M** : «le 0 indique qu'il n'y a ni dizaine, ni unité ? »

**Cachito** : «dans 502, il y a des dizaines, s'il n'y a pas de dizaine, ça fait 52. »

**M** : «Dans 52, il n'y pas de dizaine ?»

**E** : «le 5 est dans la colonne des centaines»

La maîtresse écrit au tableau :

	c	d	u
	5	0	2

**Cachito** : «Si on enlève le 0, et on met 5 à sa place, il y a des dizaines»

**Bobby** : «Quand on dit 502, on entend cent. On n'entend pas les dizaines, mais pourtant on est obligé d'écrire quelque chose pour la dizaine»

**M** : «Est-ce qu'il y a des dizaines ou pas ?»

**E** : «Si on veut vraiment voir 502, on est obligé de mettre un 0»

**E** : «S'il y avait une dizaine, on l'aurait su en voyant le nombre»

**E** : « Il y a des dizaines à cause de ce que vient de dire Bobby»

La maîtresse propose de laisser, pour le moment cette proposition et de passer à la suivante :

### Troisième proposition

**Christian** : «le 0, c'est une dizaine»

**M** «Quand j'ai une dizaine de bonbons, comment j'écris ? Une dizaine de bonbons et 2 bonbons, c'est 02 ?»

**E** : «non»

**Isabelle** : «C'est obligatoire de mettre une dizaine pour 502»

**M** : «Je crois qu'il y a un problème de vocabulaire : je mets forcément une dizaine. Qu'est-ce que c'est une dizaine ?»

**E** : «C'est 10»

La maîtresse fait alors référence à la situation « tickets de cantine » (ERMEL) qu'elle a fait vivre dans sa classe au début de l'année :

**M** : «Vous vous souvenez des tickets de cantine ?»

**Bobby** : «3 chiffres, c'est une centaine, une dizaine, une unité. Il faut dire des centaines, des dizaines, des unité»

**M** : «Quelle forme ça prend ?»

**E** : «De 1 à 9»

**Isabelle** : «Si on a 10, on doit mettre dans la colonne d'à côté»

*On peut traduire les propos d'Isabelle par : dès qu'il y a plus de dix unités du même ordre, on doit passer à l'ordre d'unité supérieur.*

**M** : «Je vais recentrer : dans chaque colonne, on est obligé d'écrire une certaine quantité de centaines, de dizaines, d'unités. Pour toi, la quantité c'est de 1 à 9.»

**Cachito** : «100 000 000 : on doit mettre 100 dans la colonne des millions et des 0 après»

Cachito monte ainsi que pour écrire les grands nombres, on ne procède pas de la même manière : en effet, le million est une base auxiliaire et cela masque certains ordres d'unité.

**M** : «Que met-on dans les colonnes ? Dans chaque colonne on peut mettre 0, ...,9. ça s'appelle comment ?»

**E** : «Des chiffres»

**M** : «Est-ce que ça convient à tous ? La formulation de la proposition 3 est incorrecte : on écrit un chiffre des unités, un chiffre des dizaines, un chiffre des centaines. Ce n'est pas forcément une dizaine, c'est le chiffre des dizaines. »

### Quatrième proposition :

**Fatoumata** : «oui, si on n'avait pas mis le 2 à la place du 0, ça fait 520»

**M** s'adressant à Oumar, le seul à avoir écrit cette proposition : «Oumar, tu avais écrit cela, explique»

Oumar essaie d'expliquer mais n'y arrive pas

**Mohamed** : «Cette explication est zarbi (bizarre) parce que je ne comprends pas pourquoi on remplace le 0 par le 2»

**E** : «Pourquoi il parle du 2»

**Logan** : «Si on met 500 et après 2, le 0 n'est pas à sa place»

Au tableau, il écrit 500, il écrit 2 en effaçant le 0 des unités et en montrant le 0 des dizaines, dit « le 0 ne change pas »

**Albin** : «On pourrait remplacer le 0 des dizaines par un 2»

**E** : «ça ferait 520 et pas 502»

**M** : «Comment Oumar a-t-il écrit 502 ?»

**E** : « Il a ajouté 2 à 500»

**M** : «est-ce que c'est vrai ?»

**E** : «Oui »

**M** : «Qu'est-ce qui rend sa réponse un peu bizarre ? Sabrina, qu'en penses-tu ? »

**Sabrina** : «On a 500, on enlève le 0»

**M** : « a-t-il d'autres avis ?»

**E** : «normalement, si on ajoute 2 à la place du dernier 0, on peut dire 2 u»

Dans la proposition 4, la maîtresse met entre crochets la phrase : «la place du dernier zéro».

**M** : «C'est mieux comme ça. En enlevant cela, qu'est ce que ça change dans le sens de la phrase ?»

**Bobby** : «C'est plus clair»

**Paul** : «On ne sait pas dans quel sens on part quand on parle du dernier zéro»

La maîtresse lui fait remarquer qu'on utilise le sens de l'écriture.

**M** : «Lorsqu'on ajoute, est-ce qu'on remplace ?»

**E** : «Non, on n'enlève pas»

**M** : «Mettre à la place, c'est qu'on enlève et qu'on met autre chose à la place, ce n'est pas la même chose. Additionner et remplacer, ce n'est pas la même chose. Oumar a ajouté 2 mais dans son explication, il a dit qu'il avait fait une addition et il a dit ce que ça donnerait du point de vue de l'écriture.»

La maîtresse efface alors le morceau de phrase qu'elle avait mis entre crochets.

**E** : «C'est pas correct : si on ajoute 2, on ne sait pas quel 2»

**M** : «Alors, il faut dire comme Bobby , 2 unités ; Est-ce que c'est obligatoire ?»

**Paul** : «On aurait pu dire 20»

**M** : «Généralement, est-ce qu'on précise ? Est-ce que dans la pratique courante, quand on ajoute 2, 8 , on précise l'unité ?»

**E** : «Non, on sait que le chiffre 2 va être dans les unités»

**M** : «je rajoute le mot unité si ça vous fait plaisir, mais on ajoute rarement le mot unité, c'est sous-entendu. Mais si je vous demande d'ajouter 2 dizaines de bonbons, il faut que je précise, si je dis 2, c'est 2 unités.»

### **Cinquième proposition :**

**M** : «Lahna, qu'en penses-tu ?»

**Lahna** : «C'est vrai»

**Jgurta** : «C'est vrai»

**Isabelle** : «Je ne suis pas d'accord, parce qu'on parle de 502 et pas de 512. IL fallait expliquer pourquoi il y a un 0 dans 502 et pas dans 512»

**Paul** : «Au lieu de dire 1, on pourrait dire autre chose»

**E** : «Il fallait mettre par exemple»

**M** : «ça n'exclut pas toutes les autres possibilités : 1 c'est un exemple . Il y a d'autres propositions qui ressemblent à celle là, est-ce que la première, ce n'est pas la même chose ?»

**Lahna** : «dans la première réponse, on l'enlève (le 0)»

**M** : «Pour Lahna, il y a une grosse différence, dans la première réponse, on ne donne pas un exemple, on enlève le 0»

**Isabelle** : «Si on ne met pas le 1, ça ferait aussi 52»

**M** : «Est-ce que la dernière proposition explique le rôle du 0 ?»

**E** : «Elle explique le rôle du 1»

**E** : «Elle explique les deux»

**Lucie** : «Le 1, il n'a rien à faire» (C'est 502 et pas 512)

**M** : «ça peut donner une explication. Qu'apprend-t-on avec le 1 ?»

**E** : «S'il y avait un 2 à la place ça ferait 522. Ça apprend quelque chose»

**E** : «ça apprend, que chaque chiffre a un rôle dans l'écriture, si on en met une autre à la place, ça change le nombre. Si je mets le 1 à la place du 0, ça fait 512 et plus 502»

**E** : «Si c'est vrai pour le 1, c'est vrai pour le 0, si on l'enlève ça fait 52»

**M** : «On se sert de chiffres pour écrire les nombres. Chaque chiffre a un rôle à jouer. Si on change les chiffres, on change la valeur du nombre».

La maîtresse propose alors de revenir à la proposition 2.

**Samira** : «S'il n'y a pas de dizaine, on est obligé de mettre 10»

**Mohamed** : «Il y a des dizaines»

**M** : «Il faut argumenter pour convaincre les autres»

**Jugurta** : «On est obligé de mettre un 0 pour dire 502».

**M** : «Certains ont dit que le 0 indiquait qu'il n'y avait pas de dizaine mais pourtant Mohamed dit qu'il y a des dizaines»

**Mohamed** : «Ce n'est pas le chiffre des dizaines, c'est le nombre de dizaines»

**M** : «Quand on dit qu'il n'y a pas de dizaine, que dit-on ? Mohamed a dit qu'il y a un problème avec le chiffre des dizaines et le nombre de dizaines. Est-ce que dans 502, il y a des dizaines»

**Mohamed** : «Il y en a»

**D'autres élèves** : «On ne peut pas savoir»

**Sandoche** : «1 centaine, ça fait dix dizaines»

**M** : «J'ai combien de centaines dans 502 ?»

**Sandoche** : «5 centaines », et il continue : « 1 centaine c'est 10 dizaines , 2 centaines, c'est 20 dizaines»

La maîtresse écrit au fur et à mesure au tableau.

**M** : «Jusqu'où vas-tu aller comme ça ?»

**Sandoche** : «5 centaines, c'est 50 dizaines».

**M** : «Sandoche semble avoir convaincu beaucoup de monde»

**Kévin** : «C'est vrai, c'est bien»

**M** : «Et donc, que peut-on dire de la proposition 2 ?»

**Bobby** : «En fait, il y en a, il y en a un nombre, mais il n'y a pas de chiffre»

**M** : «Et 0 ?»

**Logan** : «Il y a des dizaines»

**M** : «la proposition 2 n'est donc pas correcte, puisque Sandoche nous a dit qu'il y en a 50. Alors qu'est-ce qui vient faire là le 0, pourquoi y a-t-il un 0 et y a-t-il des dizaines».

**Paul** : «parce que c'est 50 dizaines et 2 unités»

La maîtresse écrit au tableau : 502 c'est 50 d et 2u ;

**M** : «Comment aurait-on pu l'écrire autrement ?»

**Lucie** : «5 centaines, 0 dizaine, 2 unités»

La maîtresse continue à écrire au tableau.

Elle rappelle aux élèves la situation des tickets de cantine :

**M** : «Rappelez-vous des tickets de cantine . Comment fonctionnait-on ? 10 tickets, un carnet ; 10 carnets, une enveloppe ; Quand est-ce que je vais avoir 0 à la place des carnets ?»

Elle reprend le matériel et rappelle à nouveau :

**M** : «Chaque fois qu'on a 10 tickets, on un carnet : une dizaine

Chaque fois qu'on a 10 carnets, on une enveloppe : une centaine.

Ainsi, on a calculé facilement le nombre de tickets. Si j'ai 369 tickets, combien ai-je de tickets, de carnets, d'enveloppes tout seul ?»

**E** : «Il y a 3 enveloppes, 6 carnets, 9 tickets»

**E** : «6 carnets, ça fait bien 60»

**M** : «Et si j'ai 502 tickets de cantine ?»

**Isabelle** : «5 enveloppes, 2 tickets, je n'ai pas de carnet»

**E** : «On a 0 carnet»

**M** : «Mais alors si on a 0 carnet, comment a-t-on fait les enveloppes ? Qu'a-t-on fait avec tous les carnets ?»

**Logan** : «On les a regroupés»

**M** : «Bravo, Logan»

**M** : «A chaque fois qu'on en a 10, on regroupe. S'il y a un 0, c'est qu'on a pu faire tous les échanges. Il n'y a plus de carnet tout seul. Cela ne veut pas dire qu'il n'y a pas de carnet. Le 0 indique qu'on n'a pas pu faire de groupement et qu'il n'en reste pas tout seul»

**M** : «Qu'est-ce qu'il aurait été correct de mettre à la place de la proposition 2. Qu'aurait-on pu écrire à la place ? Comment aurait-on pu formuler autrement pour que ça devienne correct ?»

**Cachito** : «Que ce n'est pas parce qu'on n'entend pas le 0 qu'il n'y a pas de dizaine.»

Bobby essaye de commencer à reformuler .

Les élèves ont du mal à reformuler.

La maîtresse leur propose alors de réfléchir, dans la semaine, à une bonne formulation .

Puis :

**M** : «J'aimerais que quelqu'un essaye de résumer ce qu'il y a à retenir.»

**Oumar** : «la remarque de Sandoche»

**Mohamed** : «des fois, il faut réfléchir, il faut savoir si on est dans les nombres. Il faut réfléchir au vocabulaire, de quoi on parle : chiffre, nombre»

**Isabelle** : «Il faut savoir que le 0 est un chiffre»

**Cachito** : «Ce n'est pas parce qu'on n'entend pas le 0 qu'il n'y a pas de dizaine et même quand on l'écrit»

Et pour conclure :

**M** : «j'ai deux petites remarques à vous faire :

- Lorsqu'on vous demande une explication écrite ou orale, il faut faire attention au vocabulaire qu'on utilise. En mathématique, c'est pareil que lorsque vous répondez à des questions de lecture. Tous les termes ont une explication précise. Lorsqu'on utilise un terme à la place d'un autre, ça peut changer le sens, ce qui est vrai peut devenir faux.

- Ce matin, vous avez été très bien dans votre argumentation »