

DES RALLYES POUR FAIRE DES MATHÉMATIQUES AUTREMENT

Philippe Le Borgne

IUFM FRANCHE-COMTÉ et DIDIREM Paris VII

Philippe.leborgne@fcomte.iufm.fr

<http://www-irem.univ-fcomte.fr/rallye/index.htm>

Résumé :

Les rallyes mathématiques font partie des nombreuses innovations pédagogiques, comme par exemple la pratique des problèmes ouverts, les concours Kangourou ou Math en Jeans, qui considèrent comme essentiel et central le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages. Cet atelier avait pour objectif de faire connaître certaines expériences de rallyes mathématiques dans l'enseignement élémentaire et dans le second degré. La réflexion sur les différents aspects de l'activité de l'élève dans les épreuves de rallye nous a conduit naturellement à nous interroger sur la prise en compte des rallyes comme des instruments au service des apprentissages, et de la formation des enseignants.

1. PRINCIPES GÉNÉRAUX DES RALLYES

Les rallyes sont des concours réservés à des classes entières : il s'agit de résoudre au mieux un certain nombre de problèmes sans l'aide du professeur : la classe doit s'organiser seule pour résoudre des exercices en une séance et rend une seule feuille réponse.

Les objectifs s'expriment ainsi :

- Permettre à tous les élèves d'une même classe de participer à une activité mathématique.
- Motiver les élèves : les problèmes sont présentés sous forme de jeu, de défis.
- Favoriser l'argumentation et la communication au sein de la classe.
- Développer la démarche scientifique.

2. UN EXEMPLE DE RALLYE

Le rallye des écoles primaires du département des Ardennes

Le rallye départemental des écoles primaires des Ardennes existe depuis 1989. C'est un concours réservé à toutes les écoles du département des niveaux CP à CM2 comprenant trois épreuves annuelles où, dans chacun des cas, une classe doit résoudre une famille de problèmes inédits en une heure et rendre une seule fiche réponse. La première est un entraînement qui permet aux enseignants de tester l'adaptation du dispositif à leur classe. Ensuite, les classes volontaires peuvent s'inscrire à une épreuve

*30^{ème} colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres.
pages 419 à 448*

de qualification où les cinq meilleures classes par niveau seront sélectionnées pour la finale qui se déroule à l'IUFM. Certains problèmes proposés à ce rallye figurent en annexe 1.

Le rallye des Ardennes est organisé par une équipe de professeurs d'école pilotée par deux enseignants de l'IUFM de mathématiques et un PEMF, dans le cadre d'un stage de formation continue (supprimé en 2002...) consacré à la rédaction de problèmes et à tout un travail sur le rôle de leur résolution dans l'apprentissage des mathématiques, en particulier, par l'étude des énoncés. Les stagiaires se répartissent entre enseignants déjà formés à l'organisation du rallye et d'autres plus novices. L'organisation du rallye nécessite plusieurs rencontres (relecture des épreuves, envoi des sujets...) en dehors du stage ou les enseignants sont toujours volontaires. Elles concrétisent les actions de formation. Ainsi, le rallye apparaît comme un projet intéressant dans le cadre de la formation continue.

L'atelier a donné l'occasion aux participants de porter un regard critique sur les problèmes.

3. UNE EXPÉRIMENTATION

Les participants à l'atelier, séparés en deux groupes de cinq, se sont prêtés à une mini-épreuve de rallye consistant à résoudre cinq problèmes proposés en annexe 2 (deux exercices ont été retirés de l'épreuve par manque de participants).

Le but de cette expérimentation était de mettre les participants de l'atelier « dans le bain » en s'amusant à « sécher » sur des problèmes à énoncés simples, mais aussi de voir sur quels paramètres peut jouer l'organisateur pour atteindre les objectifs du rallye : une activité de recherche collective, un débat et aussi un certain engouement pour l'activité mathématique.

Il n'y a pas eu de problèmes pour l'engouement mais le public était convaincu ! Les procédures n'ont pas toujours abouti mais ont été discutées. Plusieurs remarques sont à signaler par ailleurs :

- Le débat ne s'improvise pas et demande beaucoup de temps : en général, on préfère continuer à chercher, même sur les questions difficiles, au lieu de faire un bilan collectif ;
- L'organisation de la recherche est très diverse : certains (leaders ?) portent le crayon mais influencent sans doute la recherche ... on préfère travailler à deux plutôt qu'à quatre ...

Voici quelques échanges pris « sur le vif » :

- « Moi, je préfère m'isoler »
- « Moi, je cherche l'exercice 1 »
- « Quand même !...il doit être faisable cet exercice 1 »
- « Bon, là il s'agit de ne pas se planter... »
- « Pour la boule de billard, je l'ai résolu et elle était d'accord... » (en parlant de la voisine).
- « Existe-t-il un contre-exemple ? »

Certaines attitudes ne m'ont pas échappé : regard au dessus de l'épaule (« tiens comment fait-il ? »), « j'espère qu'on aura les solutions... ».

Une première conclusion de l'expérimentation : l'observation des élèves et l'examen de leurs procédures aident sans doute l'enseignant à prélever des informations et à mieux connaître la classe. La posture de retrait adoptée par le professeur durant les épreuves peut être une position privilégiée pour l'observation en vue d'une exploitation ultérieure.

Les problèmes

Les problèmes ont été choisis (ou construits) parmi des classiques de rallyes, de jeux, d'olympiades pour susciter l'intérêt d'un public de professeurs de mathématiques : des énoncés simples mais on « sent » qu'il y a des mathématiques derrière...

Nous précisons ici quelques idées « clefs » :

Exercice 1 : la question est ouverte et appelle un éventuel contre-exemple (piège) ; de nombreuses procédures sont possibles (arriver au résultat par adaptation, utiliser les nombres complexes). On peut en déduire une généralisation.

Exercice 2 : il s'agit d'une application classique du problème des tiroirs.

Exercice 3 : on peut, par exemple, se ramener à la construction d'un segment plus petit et utiliser une homothétie.

Exercice 4 : un peu d'arithmétique...

Exercice 5 : est-ce une bonne tactique de répondre au hasard ? Utiliser des symétries orthogonales pour « déplier » le trajet de la boule.

4. PRÉSENTATION DE DIFFÉRENTS DISPOSITIFS DE RALLYES

4.1 Maine-et-Loire

Le rallye mathématique du Maine-et-Loire est réservé aux classes de niveau CE2 à 5^{ème}. Plusieurs observations ont permis d'analyser l'organisation collective des classes pendant les épreuves : organisation des groupes, responsabilités prises au sein de la classe, débats et décisions collectives, intérêt manifesté par les élèves. S'il semble que l'enthousiasme ait été l'attitude la plus fréquente, de nombreux obstacles apparaissent dans la mise en place d'un débat mathématique dans la classe :

- la nécessité de répondre à 10 problèmes posés amène à privilégier le temps de recherche plutôt que la confrontation ;
- n'ayant rien à perdre lorsque les réponses sont fausses, les élèves n'éprouvent pas le besoin de les contrôler.

Une nouvelle formule a été mise en oeuvre en 1993 pour favoriser davantage le débat mathématique. Désormais, seuls trois problèmes sont à résoudre à choisir dans une liste de 15 (les mêmes pour tous les niveaux), les réponses fausses étant comptées négativement.

Si on a noté une amélioration générale dans l'organisation des débats (cf. annexe 5 : brochure du CRDP Pays de Loire), la tendance est forte chez les classes de petits niveaux (cours moyen) de préférer de résoudre les problèmes les plus difficiles qui rapportent davantage de points (voir statistiques, brochure p 75).

4.2 Le Rallye de Franche-Comté

Le rallye de Franche-Comté s'adresse aux classes de 3^{ème} et 2^{nde} de l'Académie de Besançon. Trois épreuves identiques sont proposées aux élèves qui doivent résoudre 6

exercices (cf. annexe 3). Pour les engager dans l'épreuve, nous privilégions des problèmes où l'énoncé est simple et facile à comprendre (exercices 1, 2, 3, 4, 7), de plus certains sont assez faciles à résoudre. Tous nécessitent une argumentation pour se convaincre de la justesse des procédures.

Les énoncés sont exploitables en classe par l'utilisation de prolongements ou en jouant sur les variables. On demande également aux élèves de produire une justification écrite pour certains exercices - et non pas tous pour ne pas les obliger à produire systématiquement une démonstration – afin de favoriser en aval une analyse des procédures et l'explicitation des erreurs. Ces travaux feront l'objet d'une brochure disponible à l'IREM de Franche-Comté fin 2004.

5. DISCUSSIONS AUTOUR DES INTÉRÊTS ET LIMITES DES DISPOSITIFS « RALLYE »

Les évaluations par questionnaires auprès des élèves ou des professeurs montrent, à l'unanimité, l'intérêt des situations de rallye pour motiver les élèves. Il est rare que ces derniers pratiquent les mathématiques de manière collective. De plus, l'enjeu de la participation au rallye dépasse le cadre de la classe (concours départemental ou régional). Les rallyes offrent donc des occasions de donner une autre vision des mathématiques et, éventuellement, facilitent une modification du rapport des élèves à celles-ci.

Il y a, dans ces remarques, à la fois les intérêts et les limites du dispositif. Le rallye donne aux élèves l'occasion d'adopter une attitude de chercheur (le travail collectif est de fait un « mini travail de laboratoire »), mais elle n'est pas naturelle, elle se prépare. Le rôle de l'enseignant est primordial pour affirmer l'importance de la résolution de problèmes et la faire vivre en classe.

Quelques réflexions sur les apprentissages

Lors d'une épreuve de rallye, l'enseignant n'intervenant pas, le jeu des actions et rétroactions se décline non pas pour un élève particulier mais pour un groupe d'élèves. Un élève peut être exclu de tout ce qui se passe au niveau du savoir dans une telle situation. Si l'enseignant ne tente pas d'exploiter en aval les travaux des élèves, tout se passe lors du rallye comme s'il s'agissait d'une situation non-didactique. Replacé dans un cadre plus large, où l'enseignant exploite les travaux produits lors des épreuves, le rallye peut permettre de s'intégrer dans l'organisation didactique de l'enseignant. Il peut être le support d'une première rencontre avec une notion mathématique ou donner l'occasion de réinvestir certaines règles du débat mathématique...

Le rallye peut, en partie, prendre en charge certains apprentissages « proto-mathématique » non inscrits dans le curriculum : conjecturer, explorer, observer, informer, prouver, modéliser, formuler, débattre, savoir utiliser des exemples, des contre-exemples. Il permet également de construire des réseaux de connaissances, de recourir à des types de problèmes de références.

Comment favoriser le débat mathématique ?

La discussion a permis de revenir sur les notions de débat, argumentation, preuve... Nous renvoyons ici aux travaux de N. Balacheff, de G. Arsac ou de J. Douaire cités dans [5] et [8] de l'annexe 5.

6. EXPLOITER LES RALLYES

Nous avons tenté, dans la discussion de fin d'atelier, de répondre aux questions posées dès l'introduction en prenant compte des réflexions précédentes : quels apprentissages peuvent être visés dans la participation à un rallye mathématique ? Quelles pratiques enseignantes pour une utilisation des épreuves du rallye ?

Deux arguments semblent essentiels pour permettre une exploitation pédagogique du rallye :

- La participation au rallye doit s'inscrire dans un projet collectif mais elle doit être reconnue utile aux apprentissages individuels par l'enseignant comme par les élèves.
- Les pratiques mathématiques préconisées par les rallyes doivent s'inscrire dans les travaux quotidiens de la classe. En tant que telles, elles doivent être objets d'enseignement.

Plusieurs pistes ont été proposées comme matière à réflexion.

Utiliser les problèmes de rallyes dans la classe

Les problèmes posés dans les épreuves de rallyes le sont souvent de manière ludique. Il paraît essentiel de bien comprendre « quelles mathématiques sont derrière les énoncés ». Une exploitation des énoncés peut souvent être envisagée (cf. les énoncés du rallye de Franche-Comté) de façon à :

- rencontrer une nouvelle notion, une nouvelle technique ;
- exhiber toute une gamme de procédures différentes pour répondre à une question ;
- prolonger la réflexion sur des questions ouvertes ;
- isoler des variables et en jouer, apprendre à distinguer des « types de problèmes ».

Tout ce travail d'exploitation semble possible et souhaitable en classe.

De même les productions des élèves peuvent également être utilisées dans la classe :

- pour apprendre à communiquer : « expliquer aux autres groupe votre démarche... »
- pour amener un formalisme maladroit et source d'erreur ;
- pour analyser des erreurs...

Les solutions des élèves peuvent être « dépersonnalisées » dans le but de leur donner un statut d'écrits mathématiques : « en résolvant des problèmes, on construit des mathématiques... ».

Formation des enseignants

Analyse d'un questionnaire (cf. annexe 4 Rallye des Ardennes 2002)

Les questionnaires posés à des enseignants faisant participer leur classe montrent parfois un décalage entre les pratiques ordinaires de la classe et les activités pendant le rallye. Citons quelques réflexions :

« Les élèves sont confrontés à différents problèmes qu'ils ne font pas en classe ».

Pour préparer les élèves :

« 4 séances d'une heure trente pour tous les enfants et un atelier au fond de la classe pour les plus rapides à partir de Noël ».

De façon générale, il semble utile de sensibiliser les participants du rallye aux objectifs réels de ce type d'épreuve. De ce point de vue, l'organisation de rallye paraît un excellent moyen de former les enseignants.

CONCLUSION

Les mathématiques se font plus qu'elles ne s'apprennent et selon Marc Legrand (RDM 16.2) :

« Il n'est déontologiquement acceptable d'enseigner à tous les sujets de la société une discipline qui repose essentiellement sur la réflexion et qui est initialement un moyen d'intelligibilité du monde, que si précisément tous ces sujets peuvent par ce mouvement avoir accès à une meilleure intelligibilité du monde ».

Ainsi, l'activité mathématique collective développe une attitude démocratique : celle du chercheur qui se mesure aux autres chercheurs en utilisant les arguments qui permettent rationnellement de distinguer le vrai du faux. En favorisant cet aspect de débat en groupe, les rallyes permettent de participer à cette formation auxquels tous les élèves doivent avoir droit.

ANNEXE 1

Rallye des écoles élémentaires des Ardennes

Estraiment 2001

Préface

Vous avez entre les mains l'épreuve d'entraînement du Rallye mathématique.

Ce concours proposé sous forme de résolutions de problèmes très divers a pour objectifs d'intéresser **TOUS les élèves d'une même classe**, d'inciter ces classes au travail d'équipe et d'y développer un esprit scientifique ainsi qu'une démarche expérimentale.

Dans un esprit d'équité, nous vous demandons de respecter les consignes suivantes:

- ⇒ durée de l'épreuve : **55 minutes**
- ⇒ ne pas aider les élèves, ne pas orienter leurs recherches mais leur donner le matériel qu'ils souhaitent.
- ⇒ le choix final de la solution pour chaque exercice est de la seule responsabilité des élèves, ceci au cours des 55 minutes.

Nous vous laissons une totale autonomie dans l'organisation des groupes, la répartition des problèmes, le choix d'un groupe pour vérifier les solutions (Il n'est pas nécessaire de faire résoudre à chaque groupe la totalité des problèmes).

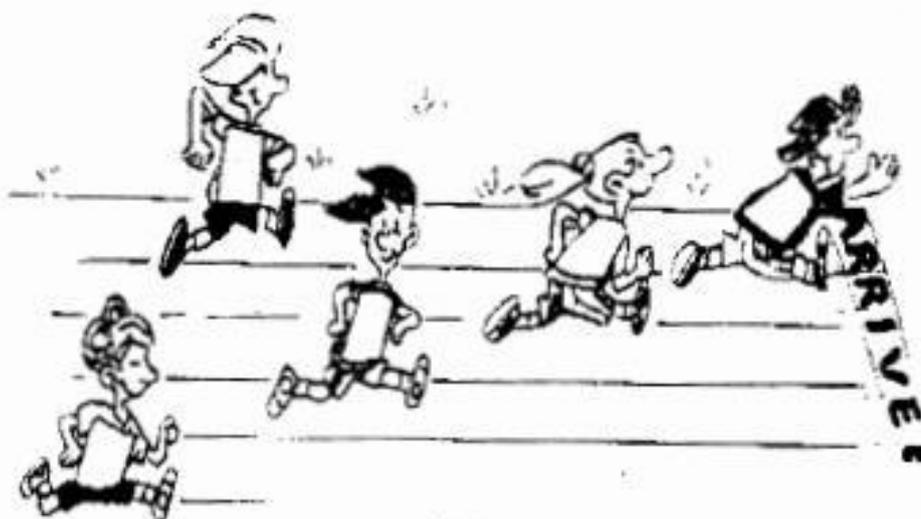
La classe doit résoudre, dans le temps imparti, les problèmes suivants :

CP : 1 à 8	CE1 : 6 à 13	CE2 : 9 à 16
CM1 : 14 à 21	CM2 : 17 à 24	CM1 & CM2 : 16 à 23
CE1 & CE2 : 8 à 15	CE2 & CM1 : 9 - 10 - 12 - 14 - 16 - 18 - 20 - 22	
CE2 & CM1 & CM2 : 9 - 12 - 14 - 15 - 17 - 19 - 21 - 23		
CE1 & CE2 & CM1 : 8 - 11 - 13 - 15 - 17 - 18 - 19 - 21		
CE1 & CE2 & CM1 & CM2 : 8 - 11 - 13 - 15 - 17 - 19 - 21 - 23		
CP & CE & CM : 1 - 4 - 7 - 10 - 13 - 16 - 19 - 21		
CP & CE1 : 1 - 3 - 5 - 7 - 8 - 9 - 11 - 13		
CP & CE1 & CE2 : 1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15		

Bon courage et bonne observation des stratégies des élèves. Nous restons à votre entière disposition pour répondre à toute question.

N° 1

A vos marques



	numéro du dossard
1er coureur	trente-cinq
avant-dernier coureur	nombre juste avant 60
5ème coureur	nombre compris entre 49 et 51
second coureur	$10+10+10+6$
3ème coureur	7 unités 1 dizaine

Sur chaque dossard, écris le bon numéro.

Entraînement 2000

N° 2

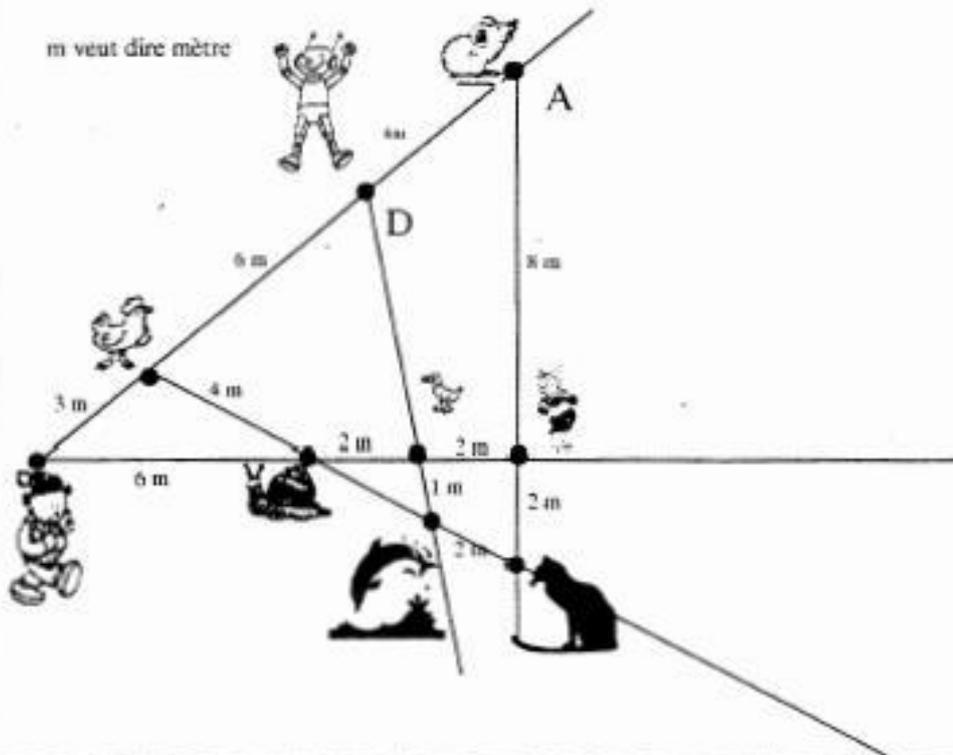
Salut à tous

Glup le martien est heureux. Il va bientôt rentrer chez lui. Mais avant de partir il veut dire au revoir à tous ses amis.

Trace en rouge le trajet de Glup qui part de D et termine en A (il passe une seule fois auprès de chacun)

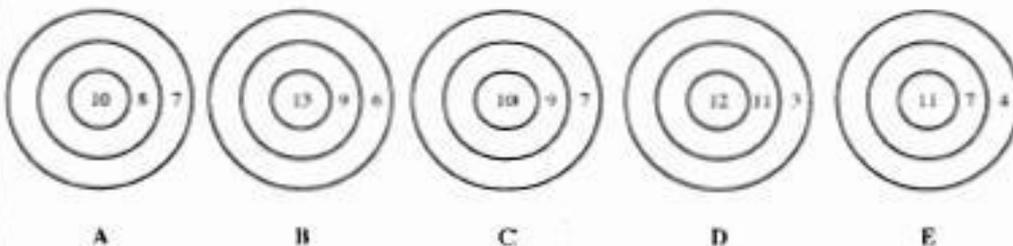
Quelle distance a-t-il parcourue ?

m veut dire mètre



N° 3

Robin des bois



Dans quelles cibles peut-on marquer 25 points en plaçant 3 flèches ?

N° 4

A qui est-ce ?

4 enfants n'ont pas écrit leur prénom.

Marc dit : "J'ai placé le carré sous les deux autres."

Angèle ajoute : "J'ai d'abord posé le rectangle et ensuite le triangle".

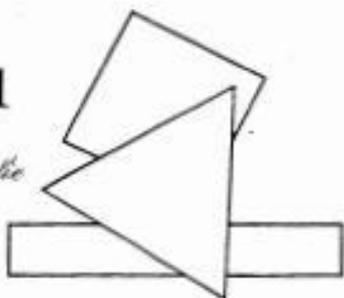
"Moi, dit Jordan, j'ai mis le triangle sur les deux autres".

Enfin, Patrick déclare : "Le rectangle est entre les deux autres".

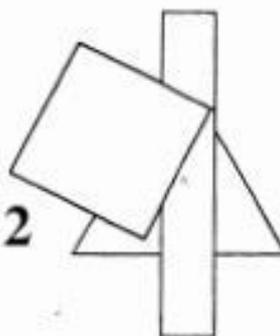
Rends à chacun son travail.

1

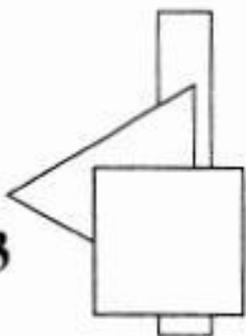
Julie



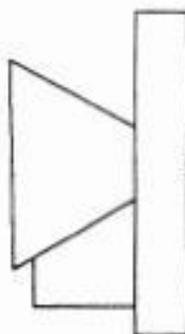
2



3



4

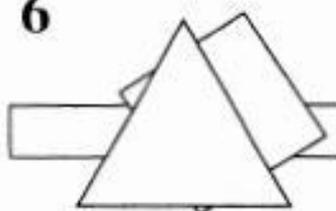


5

Celine



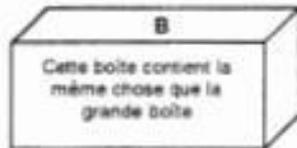
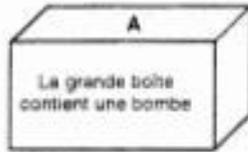
6



Entraînement 2000

N° 5

Choix décisif

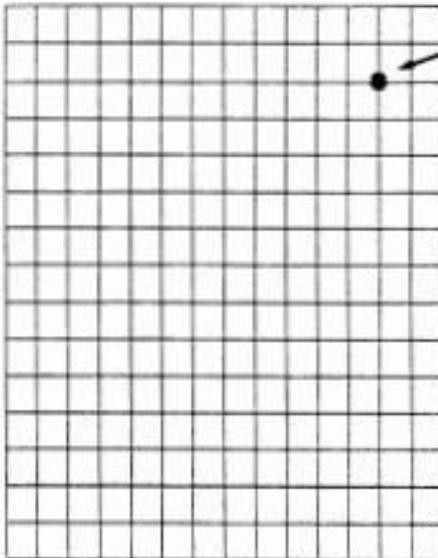


Une de ces boîtes contient un trésor, les deux autres une bombe.

Quelle est la boîte qui contient le trésor ?

N° 6

Le chemin des écoliers



Henri a suivi le chemin suivant pour aller de l'école jusque chez lui.

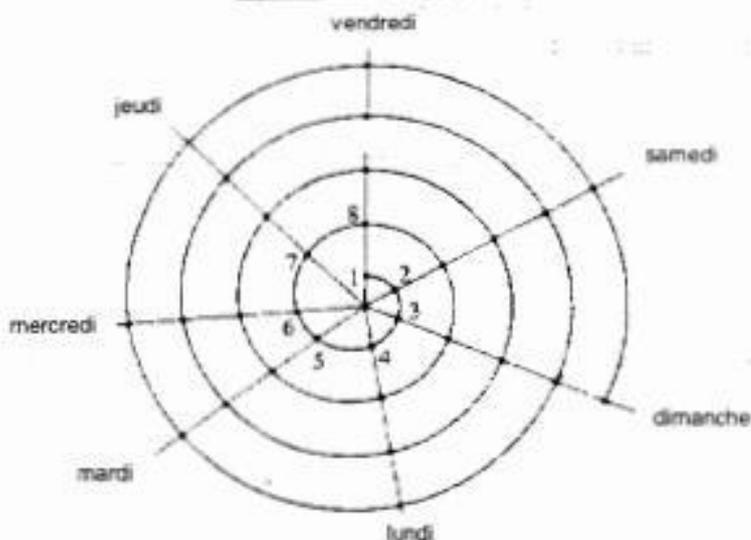
- 2 à gauche
- 2 en bas,
- 1 à droite,
- 2 en bas,
- 3 à gauche,
- 1 en bas,
- 2 à gauche,
- 2 en haut,
- 2 à droite.

Trace le chemin.

Eentraînement 2000

N° 7

Au fil des jours



En lisant ce dessin, on remarque que le 1er décembre 2000 tombera un vendredi.
Complète maintenant ce tableau.

tombera un	L	M	M	J	V	S	D
le 1er décembre					X		
Noël							
le dernier jour de l'année							

iras-tu en classe le 13 décembre? Pourquoi?

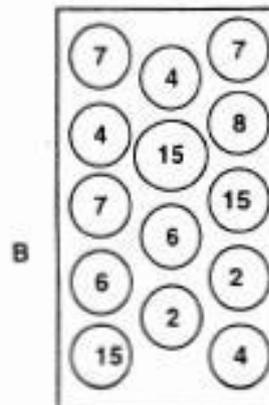
N° 8

Allo

Tu trouveras la température de l' eau dans laquelle Pierre va plonger en additionnant les nombres qui n'apparaissent qu' une seule fois dans A et ceux qui n'apparaissent qu' une seule fois dans B.

1	10	12	6	15
7	9	5	3	1
23	2	11	15	16
16	4	3	6	23
11	1	10	16	9
4	12	5	14	7

A



Entraînement 2000

N° 9

Lapinodrome

Le lapin entre en 1 et sort en 7.

Par combien de trajets différents peut-il passer sans jamais traverser une même alvéole plus d'une fois lors du même trajet ?

Exemples (1,2,7) (1,3,2,7) (1,3,4,6,7) sont 3 trajets différents.

N° 10

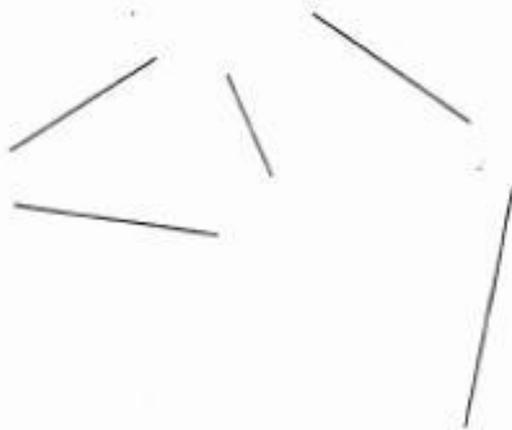
Le Maître à ruban

Quelle longueur de ruban de chaque couleur a-t-on utilisée ?

Entraînement 2000

N° 11

Traits tirés

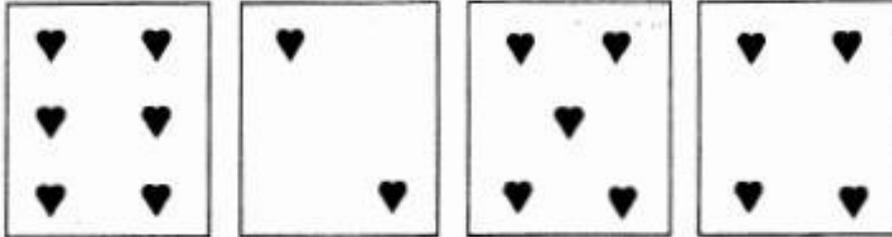


Combien de triangles obtiendra-t-on en prolongeant ces traits ?

Entraînement 2000

N° 12

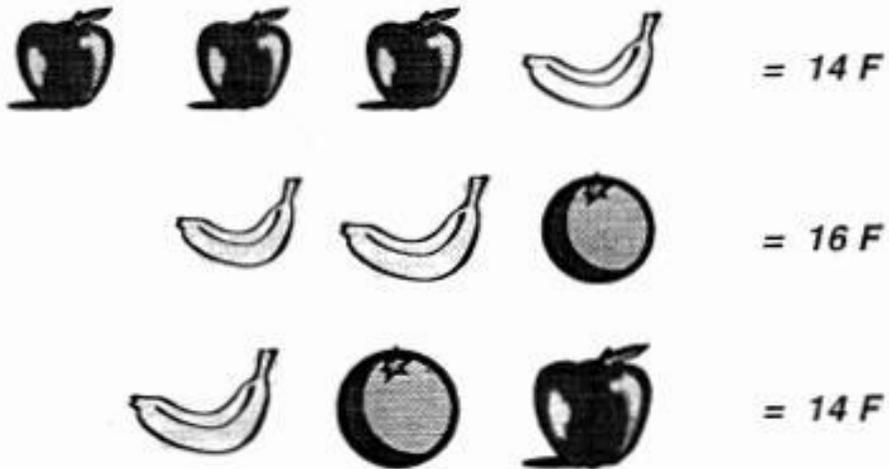
Poker



Trouver une carte dont la valeur est égale à la moitié de la somme de 2 autres.

N° 13

Salade de fruits



Combien coûte une orange?

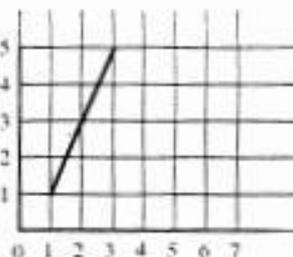
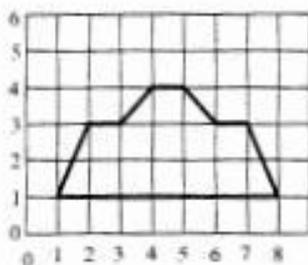
Entraînement 2000

N° 14

Quitte ou double ?

(1-1) (2-3) (3-3) (4-4) (5-4)...

Ecris le nouveau code du dessin en doublant les dimensions du dessin.



N° 15

On a gagné!

	Nantes	Saint-Denis	Lyon	Marseille
1/4 de finale	cat.1 750f	cat.1 750f	cat.1 750f	cat.1 750f
	cat.2 490f	cat.2 490f	cat.2 490f	cat.2 490f
	cat.3 250f	cat.3 350f	cat.3 250f	cat.3 250f
		cat.4 520f		
1/2 finale		cat.1 1850f		cat.1 1850f
		cat.2 1150f		cat.2 1100f
		cat.3 800f		cat.3 300f
		cat.4 300f		
finale		cat.1 2950f		
		cat.2 1750f		
		cat.3 950f		
		cat.4 350f		

Pour la coupe du monde de football, deux personnes ont assisté ensemble à un match de quart de finale, à un match de demi-finale et à la finale.

Elles ont dépensé en tout 8900f (pour 2).

Quelles places ont-elles achetées à chaque match ?

Entraînement 2000

N°16

A vos rangs! Fixe!

Un capitaine a 3 enfants. Je voudrais connaître leur âge respectif sachant que:

- Le produit de leurs âges est égal à 24.
- La somme de leurs âges est égale au nombre de marins sur le bateau (nombre impair compris entre 10 et 20).
- Le plus jeune ne sait pas encore nager.

Donne toutes les solutions possibles.

N°17

Vincent mit l'âne



Avec ces étiquettes, en les utilisant toutes à chaque fois, forme 2 nombres pour que la différence soit la plus petite.

Quelle est cette différence ?

Peux-tu trouver la même réponse si on te donne les étiquettes ?

Millions Cent Vingt Quatre

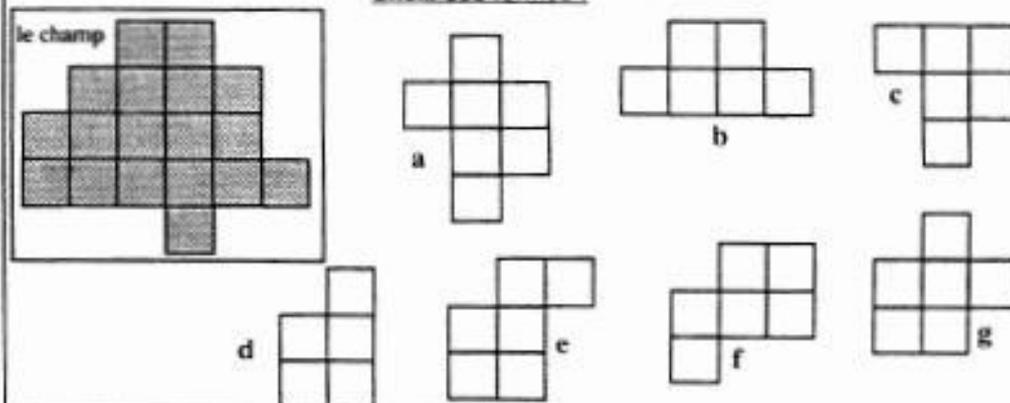
N° 18

Prendre l'aire pure

Un paysan partage son champ entre ses trois enfants. Il tient absolument à ce qu'ils aient tous des parts de formes superposables.

Aide-le à faire son partage en choisissant la forme qui convient.

Choix des formes :

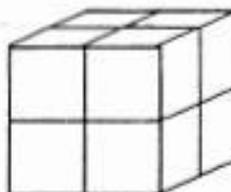
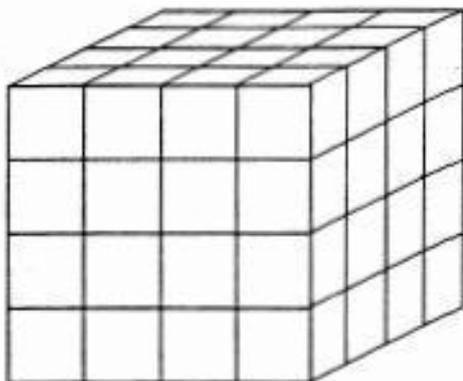


Entraînement 2000

N° 19

Gros cubes poussez pas.

Combien y a-t-il de façons possibles de placer le petit cube dans le grand ?



N° 20

Carrefour dangereux

	A	B	C	D	E	F
1					■	
2				■		
3			■			
4				■		
5	■	■				
6					■	

Horizontal

- 1) Double de 822.
- 2) Le chiffre des dizaines est égal à la somme des 2 autres. Carré de 5.
- 3) Les chiffres des unités et des dizaines sont identiques. Le chiffre des unités est égal à la différence des deux autres.
- 4) Le chiffre des unités est égal au quotient des deux autres.
Carré d'un nombre impair multiplié par 10.
- 5) Son chiffre des dizaines est égal à la somme des deux premiers et la somme des trois premiers nous donne le dernier.
- 6) 55 centaines.

Vertical

- A) $(5 \times 100) + (8 \times 10) + 9 + (1 \times 1000)$
- B) Tous ses chiffres se suivent.
- C) Le chiffre des unités est la moitié du chiffre des dizaines. 11 dizaines.
- D) Premier nombre de deux chiffres.
- E) Le chiffre des dizaines est égal à la somme des 3 autres.
- F) Le chiffre des centaines de mille est la moitié du chiffre des unités et la somme de ses chiffres est 13.

Entraînement 2000

N° 21

Bzzz ! Bzzz !

Deux villes distantes de 800 km sont reliées par une double voie de chemin de fer. A un moment donné, deux trains roulant à 100 km/h quittent chacune des deux villes en direction de l'autre.

Une mouche dont la vitesse est de 150 km/h commence alors un aller-retour ininterrompu entre ces deux trains.

Quelle distance aura-t-elle parcourue au moment où les 2 trains se croisent ?



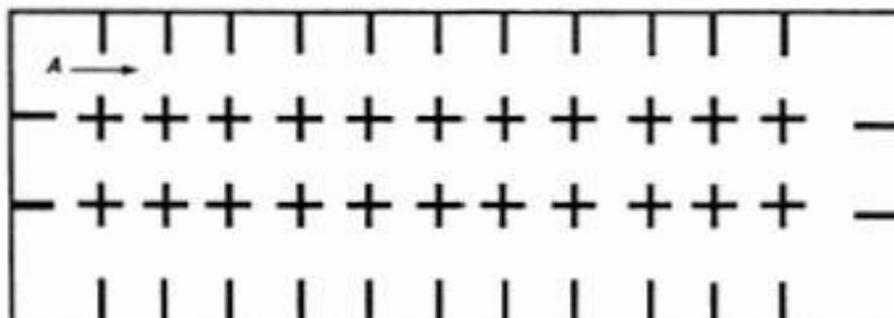
N° 22

Veille au grain

Monsieur Folnambule, veilleur de nuit à la CASDEN doit faire des rondes dans la salle des coffres. Il doit traverser toutes les salles une seule fois. Il part de A dans le sens indiqué par la flèche et doit terminer sa ronde en A.

Pour déjouer les observations d'éventuels cambrioleurs Mr Prédésésous, le directeur lui a demandé de ne jamais faire deux rondes identiques.

Donne 4 trajets différents

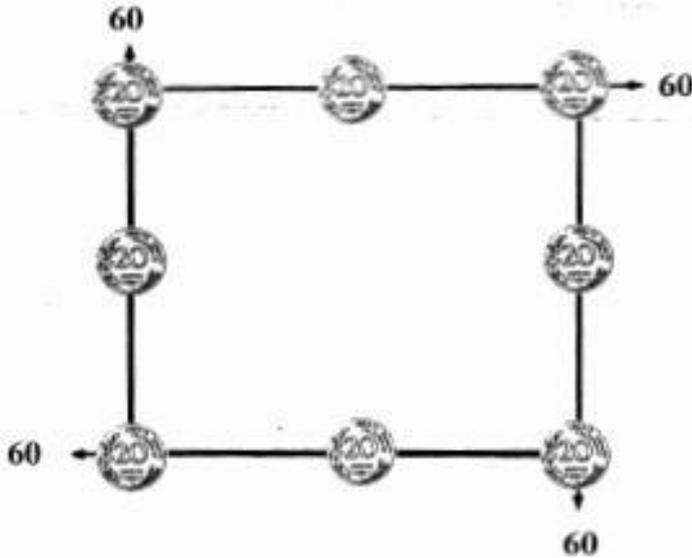


Entraînement 2000

N° 23

Cent deux sous dessus

8 pièces de 20 centimes sont placées sur le périmètre d'une table.



Comment peut-on placer 4 pièces de 10 centimes supplémentaires sans les empiler, ni changer la valeur des côtés?

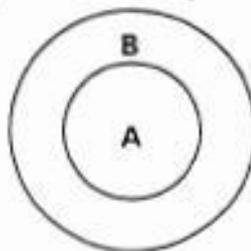
N° 24

Lance pierres

Pierre lance 3 fléchettes dans une cible comme celle-ci : deux dans le disque **A** et une dans la couronne **B**, il marque 33 points.

Paul lance aussi 3 fléchettes, une dans **A** et deux dans **B**, il obtient 27 points.

Combien de points obtient-on pour chaque fléchette dans le disque **A** et dans la couronne **B** ?



ANNEXE 2

Problèmes proposés dans l'atelier

Problème 1 [10 points]

Est-ce que le produit de deux nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers est encore la somme de deux carrés d'entiers?

Problème 2 [15 points]

22 arbres sont mis en rond ; sur chaque arbre se pose un corbeau. Toutes les minutes, deux corbeaux se déplacent chacun sur un arbre voisin du leur. Est-il possible pour les corbeaux, après un certain nombre de minutes, de se rassembler tous sur le même arbre?

Problème 3 [20 points]

Étant donné deux points du plan distants de 1 km, peut-on construire la droite qui les joint en utilisant une règle et un compas de dimensions ordinaires? (Décrivez votre méthode)

Problème 4 [20 points]

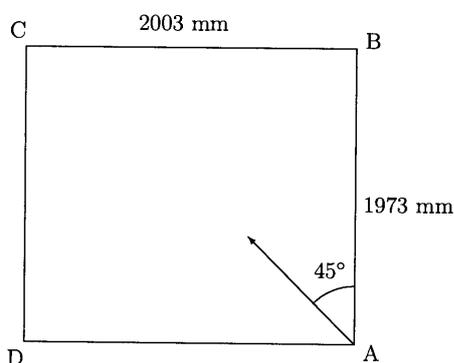
Par combien de zéros se termine le nombre $1000000!$?

Problème 5 [25 points]

Une boule de billard part de l'angle A d'un billard rectangulaire de 1973 mm sur 2003 mm, selon la bissectrice de l'angle en A . Elle poursuit sa route sans perdre d'énergie en rebondissant sur les côtés, jusqu'à atteindre l'un des 4 angles. La boule s'arrêtera-t-elle

- en A ? en B ? en C ? en D ? jamais.

Attention : toute réponse fausse vous pénalise de 10 points.



Problème 6 [30 points]

Existe-t-il f , g et h trois polynômes de degré 2 tels que la composée $f \circ g \circ h$ soit un polynôme de degré 8 ayant pour racines 1, 2, 3, ... 8?

Problème 7 [30 points]

Le quotient de deux entiers inférieurs à 1000 est 0.6786389 (à la calculatrice). Quels sont ces deux entiers?

ANNEXE 3

1

Rallye Mathématique de Franche-Comté 2004 : épreuve d'entraînement

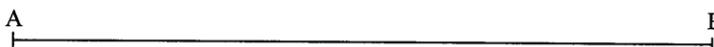
Les classes de troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6 ; les classes de seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité. Une fiche réponse est prévue à cet effet.

1- Construction avec des allumettes

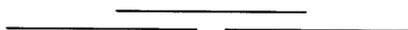
Pour construire des figures géométriques, on ne dispose que de sept allumettes, chacune mesurant exactement 3 centimètres.

Le but est de placer le milieu d'un segment [AB] de longueur 11,5 centimètres avec pour seuls outils les sept allumettes.



Représentez en couleur la position des sept allumettes sur le dessin de la fiche réponse.

Remarque : l'alignement de deux allumettes nécessite l'utilisation d'une troisième allumette comme l'illustre le schéma ci-dessous.



2- Quand 2003 se plie en 4

Le 31 décembre 2002 au soir, le programme qui gère l'illumination de la tour Eiffel est pris d'un virus hors du commun : la quadrimania !

Il refuse d'utiliser tout chiffre qui n'est pas un 4, mais permet tous les calculs habituels que l'on trouve sur une calculatrice : addition/soustraction, multiplication/division, puissance, racine carrée, parenthèses, etc.

Pour ne pas décevoir les milliers de personnes qui attendent la nouvelle année devant la tour, ainsi que les millions de téléspectateurs, l'informaticien propose, dans l'urgence, le calcul suivant :

$$\frac{4444 - 444}{\sqrt{4}} + 4 - \frac{4}{4}$$

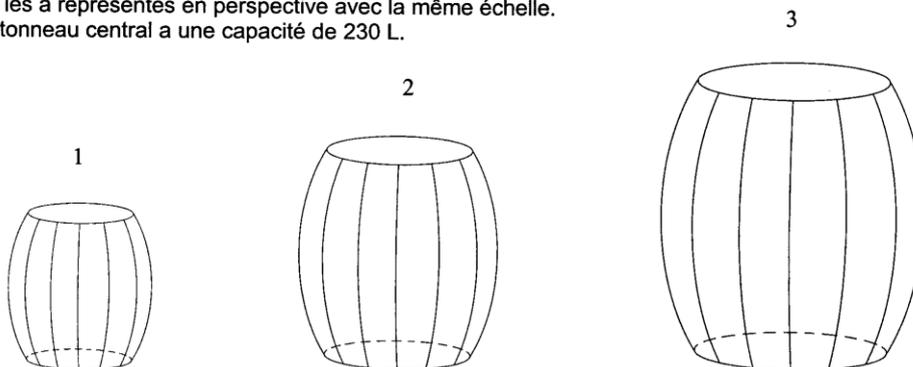
Auriez-vous été capable de programmer à votre tour l'affichage du nombre 2003, en utilisant le moins de chiffres 4 possible ? Proposez alors un affichage.

3- Réserve de tonneaux

Trois tonneaux ont des mesures proportionnelles.

On les a représentés en perspective avec la même échelle.

Le tonneau central a une capacité de 230 L.

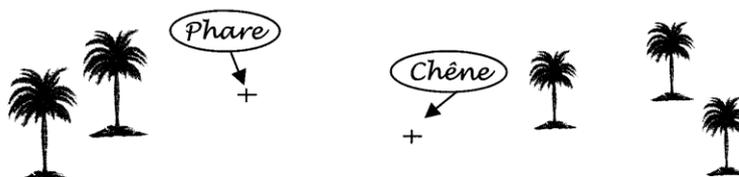


Évaluez la capacité des deux autres tonneaux.

Expliquez la démarche que vous avez utilisée et précisez vos calculs.

4- **SOS pour pirate manchot**

Le pirate anglais Pad Barb tient sa vengeance, il a enfin localisé la cache secrète de son ennemi juré, le corsaire français Naquinheuil.
Il lui suffit de trouver sur sa carte la position symétrique du phare de l'île des Mouettes par rapport au vieux Chêne des Pendus.
Mais il y a un os : le pirate a perdu un bras lors de son dernier affrontement avec Naquinheuil, il ne peut donc pas utiliser de règle et n'a que son vieux compas à sa disposition.



Aidez-le à trouver une méthode pour débusquer sur sa carte la cachette de son ennemi.
(On prendra soin de laisser les arcs de cercles utiles à la construction sur la fiche réponse)

5- **Trio de tête**

On procède à l'élection du président d'un club comptant 48 membres.
Il y a trois candidats : Jacques, Michel et Richard.
Chaque électeur classe les trois candidats dans son ordre de préférence sur son bulletin de vote.
Le mode de scrutin retenu consiste à élire le candidat cité en première position le plus grand nombre de fois.
En cas d'ex æquo, le candidat cité le plus grand nombre de fois en deuxième position est élu.

Au dépouillement, on constate qu'il y a au moins un bulletin de vote pour chacun des six classements possibles. De plus :

- ▣ Jacques a été plus souvent classé devant Michel que Michel devant Jacques.
- ▣ Michel a été plus souvent classé devant Richard que Richard devant Michel.

A la surprise générale, Richard remporte l'élection.

Donnez un exemple de répartition des 48 votes correspondant à cette situation.

6- **Pneu à pneu on fait sa route ...**

Quelle distance peut-on parcourir avec une voiture disposant de 7 pneus neufs, sachant que chaque pneu peut faire 40 000 km ?

7- Enchaînement d'entiers

On considère un nombre entier n compris entre 2 et 99.

En partant de n , on construit une chaîne de nombres de la façon suivante :

- si un nombre k de la chaîne est pair, le suivant s'obtient en divisant k par 2,
 - si un nombre k de la chaîne est impair, le suivant s'obtient en multipliant k par 3 et en ajoutant 1.
- La longueur de la chaîne est le nombre d'entiers nécessaires pour atteindre le nombre 1.

Exemple en prenant $n = 20$: $20 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1$ est une chaîne de longueur 8.

Attention, les nombres utilisés dans chaque chaîne ne peuvent s'écrire qu'avec 1 ou 2 chiffres.

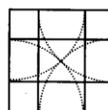
**Quel est le nombre compris entre 2 et 99 qui possède la chaîne la plus longue ?
Donnez sa chaîne complète.**

8- Division sacrée

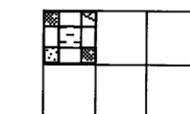
En Grèce, en Europe ou encore en Egypte, on a retrouvé des plans de villes ou des décors construits selon la règle de la "division sacrée".

A partir d'un carré :

- on trace quatre quarts de cercle ayant chacun pour rayon la moitié de la longueur d'une diagonale et pour centre l'un des quatre sommets du carré.



- ces quatre quarts de cercle coupent les côtés du carré en huit points, que l'on joint deux à deux pour obtenir quatre segments parallèles aux côtés du carré.



M. Bricol veut mettre dans sa cuisine un panneau mural en carrelage.

Ce panneau sera un rectangle constitué de six carreaux.

Chaque carreau, de forme carrée, sera partagé selon la "division sacrée", puis peint :

seuls seront peints le carré central et les quatre petits carrés, chacun d'une seule couleur.

M. Bricol a également les exigences suivantes, sachant qu'on ne dispose que de 4 couleurs différentes :

- Dans le panneau, deux carrés ayant un côté ou un sommet commun devront être de couleurs différentes.
- Sur le panneau rectangulaire, chaque couleur devra recouvrir exactement la même surface totale.

Faites une proposition à M. Bricol sous forme de maquette en respectant ses vœux.

9- Ras-le-bol

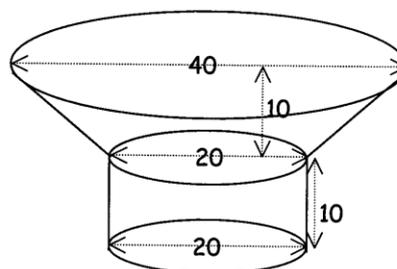
Un récipient en plastique transparent

a la forme ci-contre :

Il est constitué :

- d'un cylindre droit de hauteur 10 cm et de diamètre 20 cm,
- d'un tronc de cône droit de hauteur 10 cm et dont le diamètre supérieur mesure 40 cm.

On désire graduer ce récipient tous les litres.



Proposez une méthode.

Marquez les graduations sur le récipient (on reproduira le schéma de la fiche réponse à l'échelle réelle sur une autre feuille, millimétrée si possible).

ANNEXE 4

Questionnaire destiné aux enseignants organisant le rallye dans leur classe (Rallye des Ardennes 2002)

Ce questionnaire a été distribué à l'issue de la finale du rallye mathématique des écoles en 2002.

Les questions :

- 1) *Pourquoi avez-vous décidé d'engager votre classe dans un rallye ?*
- 2) *Selon vous, la participation au rallye a-t-elle des effets sur les apprentissages mathématiques de vos élèves ?*
- 3) *La participation au rallye a-t-elle une influence sur la pratique des mathématiques dans votre classe ?*
- 4) *Combien de temps consacrez-vous à la préparation des épreuves ? (temps de travail en classe, fréquence des séances)*
- 5) *Comment organisez-vous le travail pour que la classe puisse résoudre 12 exercices en 50 minutes ?*
Quel dispositif est adopté pour l'organisation de la classe sans l'enseignant ? (finale)
- 6) *Comment est construit ce dispositif avec les enfants ?*
- 7) *Des projets sont-ils mis en place dans votre classe favorisant un travail de coopération entre vos élèves ? (lesquels ?)*

Quelques réponses

Question 1

Pour favoriser le travail de groupe, le travail collaboratif (40%)

→ « *Pour confronter les élèves à différents problèmes, qu'ils ne font pas forcément en classe* ».

→ « *Pour la cohésion du groupe, la motivation pour les maths* ».

→ « *Pour un entraînement au travail de groupe* »

→ « *Pour la compétition, pour la diversité des exercices* »

→ « *Pour favoriser la motivation, s'engager dans un défi collectif où chacun peut amener ses réflexions et les justifier* »

→ « *Pour sortir des exercices traditionnels* »

→ « *Pour finaliser les travaux de l'année* »

→ « *Pour une ouverture de la classe et l'étalonnage avec d'autres établissements* »

Question 2 : très peu de réponses

→ « *oui* » (35%), « *non* » (2 fois)

→ « *surtout développement des qualités telles que l'écoute, l'argumentation* »

Des rallyes pour faire des mathématiques autrement

- « Développement de l'esprit logique » (2 fois)
- « Prise de conscience de l'existence de problèmes non numériques »
- « Oui, car on apprend à chercher et à justifier »
- « Non – Ils ne reproduisent pas en classe les méthodes de recherche utilisées pendant le rallye »
- « Les élèves sont plus motivés »

Question 3

- (plusieurs « oui » non justifiés, quelques « non »)*
- « Oui, on fait référence à certains exercices du rallye »
 - « Les grandes notions abordées partent très souvent de situations problèmes pouvant relever du rallye mathématique »
 - « Réinvestissement de méthodes de travail, se relire, se concerter, ai-je répondu à la question ? »
 - « Pratique de résolution de problèmes par travail en groupes hétérogènes »
 - « Les élèves connaissent une approche différente des mathématiques par le biais des entraînements »

Question 4

- « Pas de temps supplémentaire »
- « 5 à 6 heures + quelques exercices tirés des archives RM, donnés en guise d'exercices d'appui à une séquence - non quantifié. »
- « 3 à 4 entraînements » (3 fois).
- « 4 séances d'une heure trente pour tous les enfants et un atelier au fond de la classe pour les plus rapides à partir de Noël »
- « Un entraînement spécifique dans les conditions de l'épreuve, la séance pour la qualification, d'autres séances selon qu'on est qualifié ou pas »
- « 2 ou 3 heures »
- « Séance d'entraînement : épreuve + temps de correction assez long pour mettre en lumière les stratégies. Une fois tous les 15 jours, les élèves sont confrontés à des défis mathématiques en groupes »
- « 2 séances d'une heure + une demi-heure de correction à chaque fois »
- « une séance tous les quinze jours »

Question 5

Groupes hétérogènes et répartition des problèmes (plusieurs réponses)

Coopération entre les plus forts et les faibles (trois réponses)

- « En groupe, la confrontation finale se fait avec un représentant de chaque groupe »

Dans une classe de CP-CE1 : « 5 groupes de travail ; 5 min de lecture des problèmes par le leader avec surlignage des consignes et classement des épreuves suivant leur difficulté, 30 min de travail par groupe. 10 min de synthèse par les responsables des résultats trouvés. »

→ « *Grouper les enfants, 6 groupes de 3 enfants. Ils ont les 12 problèmes et chacun doit en faire au moins 6. Après une première lecture, les enfants choisissent les 6 problèmes....* »

→ « *Recherche libre sans organisation spécifique dans un premier temps ; à partir des constats effectués, définition collective d'un mode d'organisation adapté.* »

→ « *Chaque enfant possède les exercices, les résout, puis les plus rapides confrontent ensemble leurs résultats* »

→ « *Travail en petits groupes avec confrontation des résultats entre deux groupes qui ont travaillé sur le même problème. Discussion et choix d'un résultat. Reprise des problèmes qui ont posé des difficultés* ».

→ « *Petits groupes hétérogènes représentant les trois niveaux de la classe, les grands venant au secours des petits* » (Classe de CP/CE1/CE2).

→ « *Division de la classe en groupes hétérogènes (4 élèves par groupe), répartition des exercices (exemple : 4 faciles + 1 difficile), alternance des travaux : seul, confrontation des résultats, confrontation générale.* »

→ « *Répartition en groupes de même niveau, chaque groupe a deux exercices (1 facile, 1 plus dur) puis après résolution, aident les autres. Synthèse : chaque groupe présente sa solution aux autres : discussion* ».

Question 6

Dans tous les cas, le dispositif est mis en place par l'enseignant avec parfois une « discussion » avec les élèves.

Question 7

Tutorat CE/CM

Défi lecture

Rédaction d'un journal.

ANNEXE 5

Quelques ressources sur les Rallyes

<http://www.univ-irem.fr/>
<http://www.apmep.asso.fr>
<http://www.animath.fr>
<http://www-irem.univ-fcomte.fr/rallye/index.htm>
(sites disposant d'un catalogue de sites web « Rallye »)

- [1] **250 problèmes pour nos élèves**. I.R.E.M. de Lyon Université Claude Bernard-Lyon
1. Mai 1993.
- [2] **A.P.M.E.P. Fichier Evariste**. Coédition A.P.M.E.P./les Editions du Kangourou.
- [3] **A.P.M.E.P. Jeux 4 « de l'intérêt des problèmes de rallyes »**. Publication de
l'A.P.M.E.P. 1995 - n° 97.
- [4] **AASSILA M. 300 défis mathématiques**. Editions Ellipses.
- [5] **ARSAC G. GERMAIN G. MANTE M. Problème ouvert et situation-problème**
I.R.E.M. Académie de Lyon.
- [6] **Comité International des Jeux Mathématiques. PanoraMath 2**. Panorama 2000
des compétitions mathématiques. CIJM Paris 1999 - Coédition CIJM-APMEP-ACL.
- [7] **Comité International des Jeux Mathématiques. PanoraMath96**. Panorama 1996
des compétitions mathématiques. CIJM Paris 1996. Coédition CIJM-APMEP-ACL.
- [8] **ERMEL Vrai ? Faux ? ...On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en
mathématiques au cycle 3**. Institut National de Recherche Pédagogique Paris 1999.
- [9] **La fraction du bicentenaire, championnat de France, volume n° 5**. Jeux
mathématiques et logiques , Hatier collection jeux mathématiques sous la direction
de Gilles COHEN.
- [10] **HALMOS P. Problèmes pour mathématiciens petits et grands**. Le sel et le fer,
CASSINI Paris 2000.
- [11] **Le plaisir de chercher en mathématiques et autres textes de didactique**.
Publication de l'I.U.F.M. de Nice. Université de Nice-Sophia-Antipolis - Institut de
Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques et Institut Universitaire de
Formation des Maîtres de l'Académie de Nice (mai 1996).
- [12] **Le Rallye mathématique transalpin ; Quels profits pour la didactique ?** Actes des
journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin - Brigue 1997-1998.
Dipartimento di Matematica dell'Università di Parma/Institut de Recherche et de
Documentation Pédagogique Neufchâtel. Éditeurs responsables : GRUGNETTI L.
et JAQUET F.

- [13] **Évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques. Actes des journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin.** Siena 1999 Università di Siena Dipartimento di Matematica « Roberto Magari »/Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique Neufchâtel. *RMT* - Neufchâtel 2000. Editeurs responsables : GRUGNETTI L. (Parma), JAQUET F. (Neufchâtel), CROCIANI C., DORETTI L. SALOMONE L. (Siena).
- [14] **PEAULT Hervé** *Un Rallye pour débattre de Mathématique*, 4 années d'expérience du Rallye mathématique de Maine-et-Loire, épreuves – résultats - commentaires. C.R.D.P. des Pays de la Loire / C.D.D.P. de Maine-et-Loire 1989-1993.
- [15] **SOULAMI T.B.** *Les olympiades de mathématiques - Réflexes et stratégies.* Editions Ellipses.
- [16] La revue **TANGENTE** *Tangente Arithmétique.* Secrets de nombres. Tangente hors série n° 6. Editions Archimède.