

QUESTIONS DE DIDACTIQUE LIÉES AUX RAPPORTS ENTRE LA GÉOMÉTRIE ET L'ESPACE SENSIBLE DANS LE CADRE DE L'ENSEIGNEMENT À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

Sophie GOBERT
IUFM d'Aix-Marseille

Résumé :

La communication présentée ici expose en l'approfondissant la partie de mon travail de thèse où il est question d'ostension. Cette question est devenue par la suite majeure et constitue à présent mon objet d'étude. Dans une première partie je rappelle les différentes recherches portant sur ce procédé, de façon à mieux situer mon positionnement, dans un second paragraphe je présente trois modes spécifiques d'introduction ostensive des savoirs, et en conclusion je résume quelques conditions nécessaires pour un usage maîtrisé du procédé.

(Une partie importante du texte a fait l'objet d'une publication dans les actes du séminaire national de didactique des mathématiques janvier 2001 ; d'autre part les exemples concernant la symétrie axiale proposés lors de la communication ne sont pas tous repris dans le texte, ils font l'objet d'un article en cours pour la revue Grand N).

I. QU'EST-CE QUE L'OSTENSION ?

a. Une première définition (Recherche de Harrison Ratsimba-Rajohn)

« *L'enseignant fournit « d'un coup » tous les éléments et les relations constitutifs de la notion visée* ». C'est comme cela qu'est définie l'ostension pour la première fois dans le cadre de la didactique des mathématiques, par Harrison Ratsimba-Rajohn, dans un DEA réalisé en 1977, qui s'intitulait : « Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques », dans lequel il montre à partir d'exemples d'introduction de notions dans les manuels des années 60, comment les élèves sont mis en contact avec des éléments représentant des objets géométriques (images, schémas, courbes, listes de propriétés, discours, ...) en pensant que ce seul contact suffira à la compréhension et à l'appropriation des connaissances en jeu.

b. Des caractéristiques de l'ostension (Recherche de Marie-Hélène Salin et René Berthelot)

M-H. Salin et René Berthelot (par la suite désignés par SB) dans leur thèse en 1992 ont également fait une petite étude de l'utilisation de l'ostension dans l'enseignement primaire.¹

Selon SB la présentation ostensive des savoirs se caractérise par deux aspects essentiels :

« le fait que les savoirs n'apparaissent pas comme des outils pour résoudre un problème proposé aux élèves. Aucune place n'est faite à une approche a-didactique qui les aiderait à identifier l'apport du savoir mathématique à la maîtrise du réel.

Le milieu matériel auquel s'applique la connaissance est absent, il est remplacé par un autre milieu, symbolique, sans que l'enseignant soit en mesure de s'assurer que pour les élèves, le concept visé fonctionne de la même manière à propos des deux milieux. »

Ces chercheurs dans leur étude distinguent deux formes d'ostension qui correspondent à deux périodes : l'ostension qu'ils appellent « assumée », parce qu'elle l'était dans les discours institutionnels, avant les années 70, 80, ce sont les leçons de choses pour dire vite, où le maître montre aux élèves ce qui est à savoir, fait réaliser diverses activités manuelles ; l'élève observe écoute fait, il est supposé comprendre et être capable de transférer les savoirs introduits aux exercices proposés. SB en donnent deux caractéristiques :

- **le savoir officiel est présenté dès l'entrée dans la situation didactique,**
- **il n'existe pas, au sein de la situation d'enseignement, de situation a-didactique d'apprentissage où l'élève peut se situer en « résolveur de problèmes » grâce à ses interactions avec le milieu de référence effectif.**

L'autre ostension apparaît à partir des années 80 et des programmes de 77/80 – 85, qui paradoxalement sont fortement influencés par les apports des recherches en psychologie, en didactique des mathématiques, et où le constructivisme va devenir une référence pour les apprentissages. A partir de l'étude de certains exemples, analyses de manuels essentiellement, SB montrent en quoi « *ces modifications sont de surface et que les propositions d'enseignement qui correspondent à ces nouvelles conceptions n'aboutissent le plus souvent qu'à une forme déguisée d'ostension [...] laissant l'élève actuel peut-être plus démuné que ses prédécesseurs.* »

En général les activités présentent des images aux élèves, et à partir de leurs observations ils doivent dégager des propriétés ou des connaissances, à partir de questions du type « Observe, que peux-tu dire de ... ».

SB remarquent : « l'ostension « assumée » a été remplacée par l'ostension « déguisée » : au lieu de montrer à l'élève ce qui est à voir, le maître le dissimule derrière une fiction : celle que c'est l'élève lui-même qui le découvre sur les figures soumises à son observation. Comme ce savoir à découvrir est un savoir très élaboré, le maître est obligé de « manipuler » le milieu matériel pour rendre la lecture de ses propriétés la plus simple possible. »

Les auteurs soulignent que l'ostension déguisée laisse peut-être les élèves encore plus démunis que l'ostension assumée, dans la mesure où la responsabilité d'identifier

¹ Une étude plus approfondie est exposée par Marie-Hélène Salin dans *Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur*, dans : *Etudes des pratiques effectives : l'approche des didactiques*, ouvrage coordonné par P. Venturini, C. Amade-Escot, A. Terisse, Ed. La pensée sauvage.

un savoir et de l'expliciter est devenue à leur charge, sans qu'ils n'aient réellement de moyen de pouvoir l'assumer.

c. Précision (Guy Brousseau, école d'été de didactique des mathématiques)

C'est dans ce même esprit que Guy Brousseau parle de contrat didactique d'ostension. Il précise à l'école d'été de 95 une définition de l'ostension : *« le professeur « montre » un objet, ou une propriété, l'élève accepte de la « voir » comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance, ou plutôt de reconnaissance, ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous entendu que cet objet est l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites. »* [...]

Et il précise : « Le contrat didactique d'ostension est insuffisant pour « définir » un objet mathématique. [Mais] il fonctionne très bien dans de nombreux cas où une définition mathématique serait trop lourde ou inutile. »

d. Les effets négatifs de l'ostension (Recherche de Dilma Fregona)

Dilma Fregona a travaillé dans le cadre de sa thèse sur « les figures planes comme milieu pour l'enseignement de la géométrie » en 1995, et un chapitre est consacré à l'étude de l'ostension, où elle met en évidence des éléments pour expliquer en quoi ce contrat ne fonctionne pas toujours, et peut souvent induire des dérives pouvant gêner les apprentissages des élèves et même y faire obstacle. Elle rassemble différents aspects mis en évidence dans le cadre de la théorie des situations, des effets négatifs de l'ostension, principalement :

- **l'illusion d'une continuité entre ce qui est montré et les savoirs formulés**
- **l'illusion d'une évidence pour la compréhension de l'élève du passage entre l'objet sélectionné par le maître à la classe d'objets qu'il va désigner**
- **et surtout, l'absence de sens, construit autour des savoirs, dans la mesure où ils n'apparaissent pas pour les élèves comme des outils pour résoudre un problème posé.**

e. Passage à ma recherche

Dans mon travail de thèse, j'ai étudié au niveau de l'école élémentaire, des situations par rapport à des thèmes précis, situations dans lesquelles l'articulation du spatial et du géométrique se gérait dans certaines phases, par des moments d'ostension, c'est pourquoi j'ai été amenée à m'intéresser à ce procédé.

J'ai tenté d'examiner la possibilité d'un contrôle efficace du procédé d'ostension, afin d'en faire un procédé didactique maîtrisé par l'enseignant, dans le but de faciliter son travail, et d'éviter les pièges et insuffisances mentionnées précédemment, avec le souci évidemment de faire progresser les apprentissages des élèves.

Avec le recul, il me semble pouvoir dégager mieux les raisons qui justifient que l'on se penche sur ce procédé de façon constructive :

En premier lieu, des raisons liées à la spécificité de l'école élémentaire, et à l'âge des enfants qui viennent à l'école. On utilise des notions ou des objets géométriques à définir, pour lesquelles évidemment on ne peut pas se permettre de définition lourde ou inutile. A l'école élémentaire les élèves travaillent beaucoup à partir de situations d'action, basées sur des manipulations de matériel, ou sur l'observation d'images, et l'ostension déguisée se retrouve fréquemment. De plus les élèves sont la plupart du temps dans une problématique pratique relativement au milieu objectif ou de référence des situations qui leur sont proposées.

Ensuite **les diverses contraintes qui pèsent sur les enseignants** : en particulier la gestion du groupe classe (surtout pour les enseignants débutants), l'avancée du temps didactique, le sentiment de cerner et de maîtriser les savoirs à enseigner, les traces à montrer aux institutions, ... un ensemble de contraintes micro ou macro didactiques, qui entraîne pour beaucoup d'enseignants un inévitable usage de l'ostension.

Un autre type de raison : la difficulté à trouver pour une notion une bonne situation d'introduction, un problème à résoudre, qui possède un caractère adidactique, et qui soit tel qu'il n'y ait pas de rupture entre l'activité effective des élèves et les connaissances à institutionnaliser.

D'autre part, quand on en trouve une, expérimentée et étudiée du point de vue de la recherche, et que se mettent en place des ingénieries didactiques, alors se posent tous **les problèmes liés à la reproductibilité des situations**.

Pour toutes ces raisons, il me paraît important de se pencher sur ce procédé, pour étudier en quoi et comment, il peut être maîtrisé par les enseignants pour être efficace dans leur enseignement.

Bien sûr il s'articule avec d'autres procédés à l'œuvre dans des situations d'actions, de formulation, et de validation, où le savoir en jeu transparaît, et des situations de recherche associées, où le savoir participe à la résolution. En particulier ce procédé s'articule avec des situations à caractère adidactique, pour lesquelles les savoirs introduits par ostension peuvent être transformés en connaissances pour les élèves, de sorte qu'ils puissent aussi leur donner du sens comme outils pour résoudre des problèmes posés.

Avant de passer à mes propres travaux, je vais redonner une définition de l'ostension, formulée par Guy Brousseau, s'appuyant sur une définition donnée par U. Eco², et adaptée au cadre didactique (elle est proche de celle formulée en 95, mais plus affinée et précise) :

L'ostension a lieu quand le maître choisit un objet ou un événement, dans le milieu de l'élève, qu'il utilise comme signe pour déterminer et exprimer à l'élève une certaine classe d'objets à laquelle le maître sait que cet objet appartient.

² ECO U. (1992) *La production des signes*, Livre de poche. « L'ostension a lieu quand un objet ou un événement, produit de la nature ou de l'action humaine (intentionnellement ou intentionnellement), fait parmi les faits, est "sélectionné" par un individu et désigné pour exprimer la classe des objets dont il est membre. »

II. PRÉSENTATION DE TROIS MODES DIFFÉRENTS DU PROCÉDÉ D'OSTENSION.

J'ai dégagé trois modes différents d'introduction ostensive des savoirs, avec une ostension contrôlée par le maître, notamment par le choix de certaines variables didactiques, et en liaison avec un milieu pour une situation adidactique ultérieure ou conjointe :

- **les savoirs introduits comme contraintes pour une tâche,**
- **les savoirs introduits par les démonstrations visuelles,**
- **Les savoirs introduits comme constats d'observation dans l'environnement spatial ou graphique.**

a. Savoirs introduits comme contraintes pour une tâche

Nous pouvons envisager un premier mode d'ostension qui consiste à placer les élèves dans des situations d'actions, pour lesquelles le milieu objectif contient les connaissances visées dans la mesure où elles sont introduites, formulées, comme contraintes pour la tâche ; et elles sont ensuite reformulées à la fin de la situation comme éléments d'institutionnalisation.

Par exemple, considérons une façon d'introduire la définition des patrons de solides : le maître propose aux élèves une tâche de mise à plat de solides, construits avec du matériel d'assemblages de pièces polygonales³, mise à plat devant respecter certaines contraintes : « les faces doivent être assemblées les unes aux autres, en un seul morceau, de façon à pouvoir reconstituer le solide ». A la fin de la situation, après l'activité des élèves, le maître peut introduire le vocabulaire et institutionnaliser la définition des patrons comme des mises à plat de solides respectant ces contraintes.

Evidemment on entrevoit tout de suite pour cet exemple que l'efficacité du procédé dépend ici d'une variable essentielle, le type de matériel utilisé par les élèves pour leur recherche, leur permettant de faire des essais, des reprises, dans des contraintes de temps, et de gestion du travail, économique et efficace.

Ainsi on voit bien en quoi les connaissances visées sont introduites dès l'entrée dans la situation didactique, comme contraintes pour la tâche. Les activités des élèves portent sur la compréhension et l'appropriation de ces contraintes comme moyen d'action et de validation, elles sont ensuite reformulées en éléments d'institutionnalisation pour introduire le vocabulaire approprié.

b. Démonstrations visuelles

L'usage des démonstrations⁴ visuelles est une forme classique d'ostension assumée, qu'il convient de manier pour des moments de rappel.

Une démonstration visuelle est une mise en scène où le maître montre des objets ou des actions sur ces objets, à partir de manipulations de matériel, pour définir des objets ou notions géométriques, et faire fonctionner ces définitions de façon opératoire.

³ du type Clix-géométrie, Ed. CELDA.

⁴ Le mot démonstration n'est pas utilisé dans son sens mathématique mais le sens courant de « action de montrer ».

Par exemple, pour réintroduire la définition des patrons de solides :

Le maître peut disposer de solides ; il annonce aux élèves qu'ils vont revoir une façon particulière de construire ces objets, consistant à « dessiner à plat, toutes les faces du solide, juxtaposées les unes aux autres, de façon à obtenir le solide, après découpage du contour du dessin et pliage suivant ses segments ». Le maître montre ensuite de tels dessins, et effectue les manipulations de montée en volume pour visualiser l'obtention du solide. Il montre et manipule également un contre exemple, où l'organisation des faces est pourtant proche d'un patron présenté précédemment.

Pour l'exemple de matériel proposé en annexe 1, les variables pour l'ostension sont le choix du solide, sa nature, son format, sa couleur, les patrons choisis, et la présence d'un contre exemple. Les choix faits sont déterminés par des organisations de la position des faces assez régulières, sans toutefois être prototypiques, cela pour ne pas focaliser l'attention des élèves sur les images utilisées, mais sur les actions effectuées à partir de ces images. Ainsi pour la définition que le maître donne de la notion de patron, les aspects principaux sont mis en évidence : « un patron, c'est un dessin, où toutes les faces du solide sont représentées, juxtaposées les unes aux autres, *pas n'importe où*, mais de telle sorte qu'après découpage du contour et pliage suivant les segments, on obtienne le solide ».

Il est nécessaire, après ce premier moment d'ostension, que les élèves s'approprient la définition donnée pour apprendre à fabriquer ou reconnaître des patrons de solides. Pour cela le maître doit proposer aux élèves *des situations d'action et de formulation* associées à la démonstration visuelle, situations à caractère adidactique pour lesquelles le milieu objectif contiendra alors les savoirs permettant aux élèves de réguler leurs actions et de valider leur travail.

De façon plus générale, caractérisons ce type de présentation ostensive des savoirs :

Une démonstration visuelle consiste à mettre en scène un matériel et des manipulations de ce matériel, en jouant sur des variables, didactiques et non didactiques, de sorte que le maître dit clairement aux élèves ce qu'il veut que les élèves voient dans ce qu'il leur montre.

Dans une démonstration visuelle, les connaissances visées sont formulées déjà comme des savoirs. Les élèves sont dans un rapport passif au milieu, puis dans un rapport effectif lors de situations d'action et de formulation associées à la démonstration visuelle.

Dans les deux modes d'ostension précédents, les démonstrations visuelles, ou les savoirs introduits comme contraintes pour une tâche, les connaissances visées pour l'apprentissage sont présentées d'entrée dans la situation didactique. Ce n'est pas le cas pour le troisième mode d'introduction ostensive des savoirs, que j'aborde maintenant.

c. Les savoirs introduits comme constats d'observation dans l'environnement spatial ou graphique.

Prenons un exemple dans l'environnement graphique, concernant la symétrie axiale. Certaines des configurations présentées dans l'annexe 2 suggèrent les propriétés de la symétrie axiale *nécessaires* pour que les figures soient symétriques par rapport aux axes marqués ; par exemple à partir de la D, la propriété que « deux figures symétriques par rapport à une droite doivent être retournées l'une par rapport à l'autre de chaque côté de

la droite », ou à partir de la G que « deux figures symétriques par rapport à une droite doivent être situées à la même distance de cette droite ».

Ce support permet de construire une situation d'argumentation, basée sur l'observation d'images, où *le milieu suggère les propriétés des images qui traduisent l'absence de propriétés géométriques*.

Ainsi les propriétés géométriques de la symétrie axiale :

découlent d'observations et de formulations réalisées dans le cadre de l'environnement graphique,

elles sont des reformulations de propriétés visuelles ou spatiales de dessins.

Cela permet ainsi de formuler ces propriétés, et de les institutionnaliser. Elles peuvent ensuite servir de moyens de résolution ou d'arguments de validation, pour d'autres situations de reconnaissance ou de constructions de figures symétriques. Bien évidemment il s'agira de les rendre opératoires, dans d'autres situations, qui elles auront un caractère adidactique.

Remarquons que l'usage, ici, de l'ostension fonctionne bien pour les propriétés qui sont *bien visibles* et pour lesquelles les formulations dans le domaine de la perception visuelle ne sont pas trop éloignées du vocabulaire géométrique adapté. C'est le cas de la forme (A), la taille (B), le retournement (D), la distance à l'axe (G).

Mais d'autres configurations ne permettent pas si clairement d'établir une propriété déterminée de la symétrie axiale, c'est le cas de la C ou de la E. Elles constituent des contre exemples à l'efficacité de ce type d'ostension.

Pour résumer, le troisième procédé d'ostension permettant d'établir, d'institutionnaliser des savoirs de géométrie, a lieu lorsque : après que les élèves aient fait des constats et des formulations suite à des observations de figures, ou des manipulations de matériel, et des tâches d'argumentation, le maître reformule ces constats sous la forme de savoirs, qui deviennent alors pour les élèves des moyens d'action ou de contrôle des actions sur le milieu pour d'autres situations.

III. CONCLUSION

Pour conclure, résumons les conditions préalables pour que le mode ostensif soit adapté à une présentation constructive des savoirs, et permette la dévolution du milieu objectif de situations d'apprentissage, ou d'un milieu pour la validation par des savoirs de géométrie :

- **Les situations doivent porter sur des savoirs admettant des réalisations spatiales ou graphiques *effectives*.**
- **Le maître doit créer un milieu dans lequel les connaissances visées sont suggérées ou réalisées.**
- **Il fixe les variables de sorte que les savoirs soient clairement identifiables, avec le moins d'ambiguïté perceptive possible.**
- **Les élèves doivent être dans un rapport effectif à ce milieu.**

Ainsi le fonctionnement maîtrisé de l'ostension, pour définir des objets géométriques, ou établir des propriétés géométriques, peut permettre la dévolution du milieu objectif d'une situation d'apprentissage, ou d'un milieu pour la validation par des savoirs de géométrie.

RÉFÉRENCES CITÉES

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse, Université Bordeaux I, IREM d'Aquitaine

FREGONA D. (1995) *Les figures planes dans l'enseignement de la géométrie*, Thèse, Université Bordeaux I, IREM d'Aquitaine.

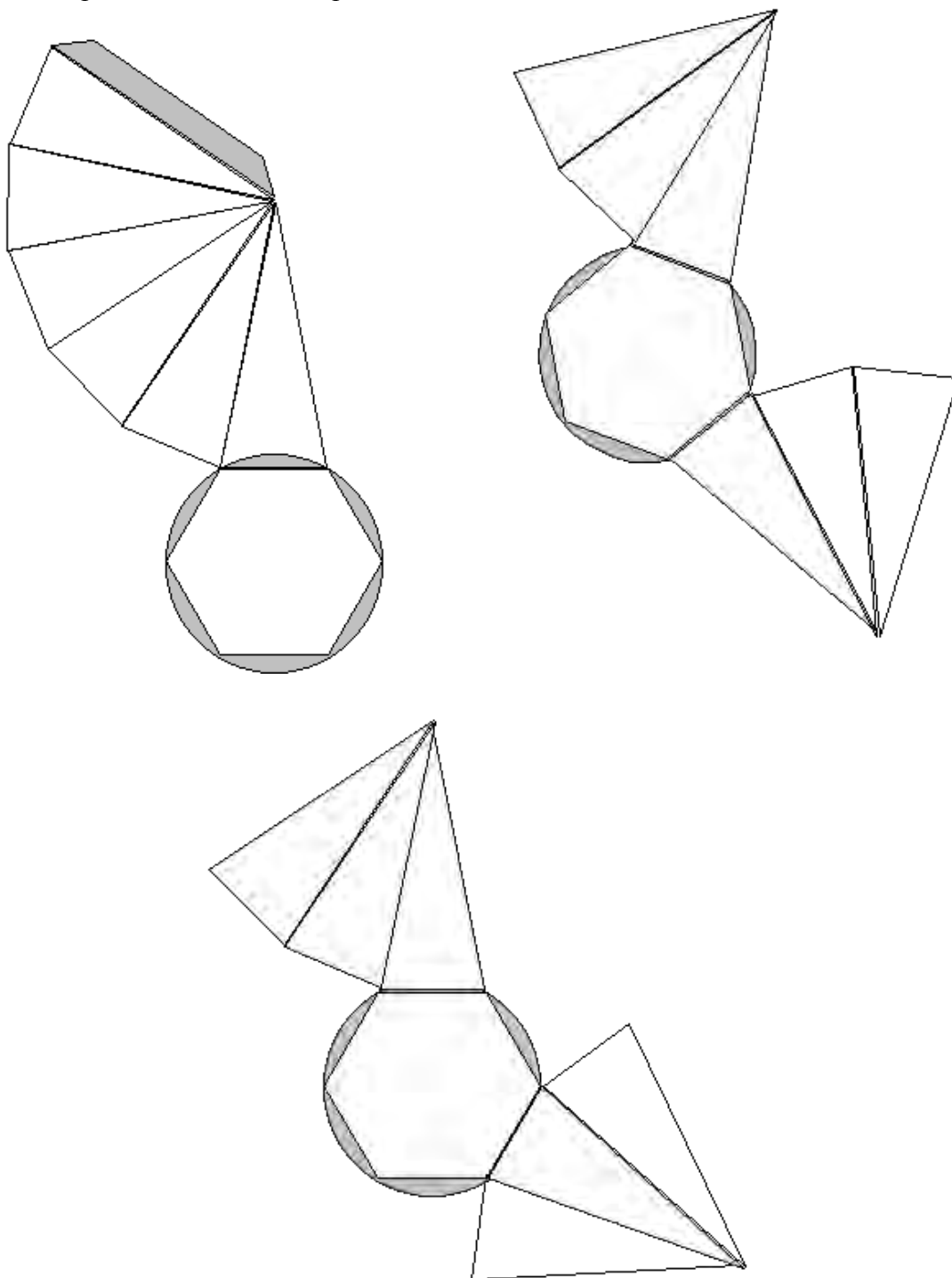
GOBERT S. (2001) *Questions de didactique liées au rapport entre la géométrie et l'espace sensible dans le cadre de l'enseignement à l'école élémentaire*, Thèse, Université Paris 7, IREM de Paris 7.

RATSIMBA-RAJOHN H. (1977) *Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques*, DEA, Université de Bordeaux I.

SALIN M-H. (2002) *Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur*, dans : *Etudes des pratiques effectives : l'approche des didactiques*, ouvrage coordonné par P. Venturini, C. Amade-Escot, A. Terisse, Ed. La pensée sauvage.

ANNEXE 1: Matériel utilisé pour « la démonstration visuelle » de définition d'un patron de solide.

Un solide (papier canson épais, plastifié, avec les arêtes repassées au stylo épais pour une bonne visibilité) : pyramide à base un hexagone régulier, de mêmes dimensions que celles utilisées pour la constructions des patrons. Diamètre du cercle pour l'hexagone 15 cm, et longueur des autres côtés des triangles 17 cm. En grisé ce sont des éléments visibles sur le matériel, éléments techniques conservés permettant de maintenir les faces pour faciliter les manipulations.



ANNEXE 2: Adaptation d'un document extrait du manuel *Nouvel Objectif Calcul CM1*, Ed. Hatier

