

DES ÉTUDIANTS APPRÉCIENT LEUR PASSÉ SCOLAIRE EN MATHÉMATIQUE.

LES ACTIVITÉS EN CLASSE EN QUESTION.

Jean-Claude Rauscher,
IUFM d'Alsace CeRF-EA 218, IREM de Strasbourg
e-mail : Jc.Rauscher@wanadoo.fr

Résumé :

Nous présentons ici les principales indications que nous donne une enquête¹ faite auprès d'étudiants de licence entre 1995 et 2001 dans le cadre de cours destinés à les sensibiliser à la didactique ou à l'enseignement des mathématiques. Deux oppositions ressortent de l'analyse du corpus des déclarations des d'étudiants amenés à apprécier leur passé scolaire en mathématique. La première concerne les activités mathématiques en classe, pour lesquelles est souligné soit leur aspect heuristique, soit leur aspect algorithmique ou routinier. La deuxième porte sur le caractère des mathématiques : aux yeux de nombreux étudiants, il s'est transformé au fil de leur scolarité de "concret" en "abstrait". Le détail des contenus donnés à cette deuxième opposition et ses confrontations avec la première font entrevoir l'expression d'un besoin : il faut disposer de certains outils pour comprendre et profiter d'activités heuristiques. La question de l'articulation entre l'appréhension ou la production de représentations sémiotiques et l'appréhension conceptuelle des objets mathématiques, au centre des travaux menés par Raymond Duval et François Pluvinage, apparaît donc comme une question que les étudiants posent aussi lorsqu'ils réfléchissent leur passé scolaire en mathématiques. Elle interroge les aspects à prendre en compte par les enseignants de mathématiques pour définir les activités dans les classes.

Mots clés : enquête, perceptions subjectives, enseignement des mathématiques, évaluation de l'enseignement, heuristique, registres

1. LE CADRE, L'OBJET ET LA MÉTHODOLOGIE DE L'ENQUÊTE :

Les écrits qui sont analysés ici ont été produit par des étudiants de licence de sciences de l'éducation (LSE), de mathématiques (LM), ou encore de licences pluridisciplinaires à orientation scientifique (LPD), entre 1995 et 2001, dans le cadre de cours destinés à les sensibiliser à la didactique ou à l'enseignement des mathématiques. Ils étaient sollicités au début de l'année à développer par un écrit ce qu'ils aimaient et ce

¹ Cette enquête a été initialement présentée lors du colloque Argentoratum 4 et 5 juillet 2002 en l'honneur de Raymond Duval et François Pluvinage à Strasbourg (Actes dans le volume 9 des "Annales de didactiques et sciences cognitives" IREM de Strasbourg à paraître fin 2003).

qu'ils n'aimaient pas en mathématiques et dans l'enseignement qu'ils avaient reçu dans cette discipline (de la maternelle à l'université). Ils étaient aussi invités explicitement à relater des épisodes de leur scolarité où il y avait eu un changement dans l'appréciation de la discipline ou de son enseignement. L'hypothèse² qui préside ici³ à l'analyse de ce corpus est que la prise en compte de déclarations "subjectives" d'étudiants se retournant sur leur parcours scolaire et appréciant la discipline mathématique et son enseignement peut tout autant que des évaluations dites "objectives" nous donner des éléments d'évaluation de notre enseignement.

Que nous disent ces étudiants à travers l'expression de leurs souvenirs et de leurs opinions exprimant approbations ou inconforts ?

Pour justifier leurs appréciations les étudiants évoquent :

- les qualités qu'ils attribuent aux mathématiques (ou à l'un de ses domaines) : elles sont qualifiées par exemple de *logiques, certaines, utiles, lointaines, abstraites, concrètes, d'œuvre de l'humanité, etc...*

- les activités qu'ils ont rencontrées : *résoudre des problèmes, démontrer, comprendre, appliquer des formules, etc...*

- les conditions d'apprentissage : *professeur qui juge, qui aide, qui ignore, temps qui manque, etc...*

Leurs déclarations donnent donc des éléments de réponse aux deux questions suivantes :

1- à leurs yeux, qu'est-ce qu'apprendre et faire des mathématiques pendant la scolarité ?

2- à leurs yeux, qu'est ce qui favorise ou au contraire handicape les apprentissages ?

Pour dégager les éléments de réponse, nous avons procédé à une analyse des contenus en terme de catégories, d'oppositions et de ruptures.

2. DEUX OPPOSITIONS À EXAMINER PRINCIPALEMENT.

Deux oppositions apparaissent massivement lorsqu'on parcourt les déclarations des étudiants se retournant vers leur passé scolaire. Elles sont à examiner plus précisément pour donner des éléments de réponse aux deux questions que nous venons de poser.

La première opposition met en jeu la question « qu'est ce qu'apprendre des mathématiques » : il se dégage un pôle d'activités heuristiques (*chercher, résoudre des énigmes, trouver l'astuce, etc...*) opposé à un pôle d'activités routinières ou algorithmiques (*calculer, appliquer une méthode, appliquer des formules, etc..*). On aime ou on n'aime pas l'aspect heuristique des mathématiques, on aime ou on n'aime pas l'aspect algorithmique des activités mathématiques. Cette opposition n'apparaît jamais référée à un changement dans le temps. Elle nous donne des éléments de réponse à la première question (*A leurs yeux, qu'est-ce qu'apprendre et faire des mathématiques pendant la scolarité ?*) mais peu à la deuxième (*A leur yeux, qu'est ce qui favorise ou au contraire handicape les apprentissages ?*).

² Pour une justification plus ample de ce point de vue on pourra se référer aux actes du colloque Argentorum.

³ Initialement, dans le cadre du cours lui-même, ces écrits étaient alors destinés à renvoyer aux étudiants la multiplicité de leurs représentations et de leurs vécus dans l'enseignement, et de l'analyser

La deuxième opposition est évoquée par la description d'un changement dans le temps. Elle oppose en général deux qualificatifs attribués aux contenus ou activités mathématiques : *concret* et *abstrait*. Qualifiées d'abord de "*concrètes*", les mathématiques deviennent à un moment "*abstraites*". Le niveau de scolarité où se situe ce changement est variable entre l'entrée à l'école primaire et la licence. Ce changement signalé est vécu parfois comme une rupture définitive, souvent comme une difficulté importante ou au moins un inconfort dans la progression des apprentissages. Mais lorsque les termes de cette opposition sont précisés par les étudiants, ils apparaissent en fait recouvrir des définitions très différentes. L'analyse plus précise de ces définitions nous permettra de sortir de l'opposition précédente pour préciser un autre aspect de ce qui constitue aux yeux des étudiants l'activité mathématique. Elle permettra surtout de dégager ce qui constitue pour eux un facteur essentiel de réussite en mathématiques.

3. QU'EST CE QU'APPRENDRE DES MATHÉMATIQUES POUR LES ÉTUDIANTS ? OPPOSITION ENTRE UNE PÔLE D'ACTIVITÉS HEURISTIQUES ET UN PÔLE D'ACTIVITÉS ROUTINIÈRES OU ALGORITHMIQUES.

Les déclarations de nos étudiants nous permettent de poser une question semblable à celle que se sont posée les auteurs de l'enquête sur l'initiative de la Société de Mathématiques de France "Mathématiques A Venir : opération "50 lycées" (G.Barbançon, R.Duval, C.Dupuis, F.Pluvineau, 1988.). Cette enquête a été menée en 1988 dans 50 lycées par voie de questionnaire dont l'idée clé était de "*déterminer quelle image les lycéens ont des mathématiques, tant de celles qui leur sont présentées, et qu'ils ont à pratiquer, que de celles qui résultent des travaux des spécialistes passés et présents*". Elle fait en particulier le constat qu'une majorité de lycéens (toutes sections confondues) ne pensent pas qu'un travail mathématique est contrôlable de bout en bout, et que, pour une majorité, l'activité mathématique semble exclure tout délai de réflexion ou de recherche, supérieur à 1h, dans la compréhension ou dans la découverte d'une solution. Ce constat amène les auteurs à se poser la question de la déformation de l'activité mathématique que l'enseignement entraîne chez les élèves (p 46 du rapport d'enquête).

Qu'en est-il pour nos étudiants, qui ont effectué leur année niveau licence entre 1995 et 2001, et qui ont donc pour la plupart reçu un enseignement dans la perspective définie dans le milieu des années 80 ?

Dans leurs déclarations apparaissent principalement des types d'activités ou d'opérations que l'on peut, pour objectiver notre analyse, renvoyer à une taxonomie des objectifs cognitifs telle qu'elle était proposée par Bloom et précisée dans la classification N.L.S.M.A⁴, adaptée pour s'appliquer spécifiquement aux tâches en mathématiques.

La connaissance, -par laquelle il s'agit de pouvoir rappeler les contenus étudiés-, n'est que rarement évoquée. Lorsqu'elle l'est, c'est tantôt pour signaler qu'à leurs yeux, la discipline "mathématiques" requiert peu de connaissances à apprendre, et tantôt parce qu'on n'aime pas devoir retenir des "choses" :

⁴ National Longitudinal Study of Mathematical Abilities (Wilson in Bloom, Hasting, Madaus, 1971)

Des étudiants apprécient leur passé scolaire en mathématique. Les activités en classe en question.

"J'aime les maths parce que je n'ai jamais appris à faire des maths, pour moi c'est naturel, je ne l'ai jamais travaillé" (LSE)

"J'aime les maths parce qu'il y a peu de choses à retenir, à apprendre, c'est plus un savoir faire ; ce que je n'ai pas aimé c'est apprendre les tables de multiplication." (LPD)

"Je n'aime pas les maths à cause du problème de mémorisation de formules et surtout problème pour les appliquer" (LSE)

Deuxième élément dans la taxonomie des objectifs cognitifs, la compréhension, -où il s'agit de prouver en traduisant, en interprétant ou en extrapolant que les contenus sont compris-, n'est pas évoquée dans ce sens par les étudiants. Mais, parfois utilisé dans son sens plus commun plus vague, le mot est évoqué pour déclarer qu'on aime les mathématiques quand on les comprend, ou, inversement, qu'on ne les aime pas quand on ne les comprend pas. D'autres fois il s'agit du plaisir de comprendre :

"J'aime comprendre l'origine de certaines notions apparemment très abstraites tels que l'apparition de N , Q , R mais aussi des dérivées qui s'appliquent au calcul d'une vitesse, etc.. et qui ont été inventées dans ce but" (LM)

En revanche les deux derniers éléments de la classification apparaissent très souvent évoqués et opposés par les étudiants : une dimension d'application, -où il s'agit d'utiliser des méthodes ou des règles connues pour répondre à des questions posées-, s'oppose à une dimension heuristique, -où c'est la méthode de résolution qui est à trouver-. Dans ce dernier cas, indépendamment de la présence en mémoire des connaissances nécessaires, on peut "trouver" la réponse plus ou moins vite ou même "sécher".

Les réponses faisant référence à une dimension heuristique sont très nombreuses, tous publics confondus (étudiants de mathématiques ou autres), et appellent souvent des appréciations positives :

"Je prenais cela comme un jeu : un problème posé, comment trouver la solution."(LSE)

"Le plaisir de trouver l'astuce qui va résoudre le problème"(LSE)

"En 4^{ème}, un jour (ou plutôt une nuit) j'ai cherché jusqu'au matin la solution d'un problème et j'ai trouvé et j'ai éprouvé une grande joie" (LSE)

"Ce que j'aime dans les maths, c'est le côté défi ; on sait qu'il y a une solution et que notre but est de l'atteindre grâce aux outils (théorèmes, définitions) qui sont à notre disposition ; ce que je préfère c'est dans la recherche d'une solution, la mise en place de la démonstration qui conduira au résultat. Le plus drôle c'est que je préfère les exercices qui posent problème, on sent la solution toute proche, mais il nous manque un élément qui nous permettra de conclure. Et lorsque la solution est trouvée, on se sent rassuré et content de soi." (LM)

Quelques évocations d'activités heuristiques font référence à des vécus plus douloureux :

"Je n'aime pas les maths quand je "sèche" devant un problème, un énoncé"(LSE)

Ces évocations nous amènent alors vers les déclarations qui évoquent surtout l'utilisation de méthodes ou de règles connues, fréquentes mais moins nombreuses que les précédentes :

"J'aime le côté "belle mécanique" lorsque je parviens à la faire tourner" (LSE)

"Je n'aime pas les probabilités car chaque exercice montre trop de différences, il n'y a pas de règles bien définies que l'on peut appliquer à chaque fois de la même façon."(LPD)

"J'aime les mathématiques car elles sont une sorte de mécanisme, on applique une formule plusieurs fois dans plusieurs situations. Un théorème nous permet de résoudre plusieurs problèmes, de démontrer plusieurs propriétés. Par contre lorsqu'on arrive au niveau de la licence, les mathématiques deviennent souvent abstraites, et on ne sait jamais par où commencer pour démontrer une propriété. J'aime les mathématiques lorsque je les comprends."(LM)

"Je n'aime pas l'aspect calculatoire (c'est long, pénible et finalement pas très instructif)"(LM)

"Je n'aime pas le côté scolaire de l'enseignement des maths au collège et au lycée. Les profs et les élèves ne semblent voir en général que les résultats à connaître, à assimiler" (LM)

4. LES ÉTUDIANTS ATTRIBUENT-ILS UN RÔLE À LA DIMENSION HEURISTIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES POUR DÉVELOPPER LES CONNAISSANCES ?

À partir de cette première analyse, on peut voir qu'aux yeux des étudiants se retournant sur leur vécu scolaire en mathématique, une dimension heuristique importante apparaît. Si certains étudiants évoquent et apprécient davantage les méthodes et algorithmes connus à appliquer, ils sont nombreux à évoquer positivement cette dimension heuristique des activités rencontrées. On peut imaginer que les déclarations de nos étudiants entrent en résonance avec les programmes de la fin des années 80. Rappelons que, dans ces programmes, un parti pris explicite sur la nature des connaissances mathématiques que les élèves doivent acquérir apparaissait : *"Une approbation mathématique pour un élève, ne saurait se limiter à la connaissance formelle de définitions, de résultats, de techniques et de démonstrations : il est indispensable que les connaissances aient pris du sens pour lui à partir de questions qu'il s'est posé, et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes"* (Programme collège 1986). Mais il n'est pas étonnant que les étudiants opposent ces deux aspects de l'activité mathématique en classe : les deux dimensions heuristiques et applicatrices coexistent nécessairement dans les pratiques, indépendamment des méthodes utilisées. L'étude récente sur les "Pratiques d'enseignement des mathématiques observées en classe de 6^{ème}", faite à la demande de l'Inspection générale et de la D.E.P.⁵, nous conforte dans cette idée (J.Borreani, P.Tavignot, R.Verdon, 2000). Elle montre que les phases de capitalisation du savoir et d'activités en classe coexistent toujours. Seul l'ordre de ces phases permet de différencier les pratiques.

Mais pouvons nous avancer alors des éléments de conclusion en ce qui concerne les conditions favorisant l'efficacité, perçues par les étudiants dans leurs apprentissages en mathématiques ? Rappelons là aussi l'hypothèse mise en œuvre dans les programmes des années 80 soulignant un geste professionnel important du professeur : *"Dès lors, les enseignants vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des "outils", c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci*

⁵ Division de l'Évaluation et de la Prospective

auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour des "outils" qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente." Alors, les activités de type heuristiques favoriseraient-elles aux yeux des étudiants les apprentissages et l'appropriation des savoirs en mathématiques ? En fait, aucun étudiant n'évoque cette hypothèse. Les étudiants opposent les deux aspects mais n'esquissent aucune articulation entre eux. On peut imaginer que les étudiants évoquent le pôle heuristique ou le pôle plus routinier en exprimant des appréciations en fonction de leur personnalité, qui aime par exemple la sécurité, ou au contraire aime relever des défis. Nous retrouvons là des phénomènes relevés par Jacques Nimier (J. Nimier, 1983). Pour analyser les conditions d'apprentissage perçues par les étudiants, il nous reste à catégoriser les indications qu'ils donnent sur les défauts ou manques qui ont pu entraver leur progression. Cela nous amènera à évoquer et analyser plus précisément l'opposition concret/abstrait qui sert souvent aux étudiants pour signaler une rupture dans leur cheminement scolaire en mathématiques.

5. QUELS TYPES D'INDICATIONS LES ÉTUDIANTS DONNENT-ILS SUR LES CONDITIONS QUI ONT PU INFLUENCER LEUR PROGRESSION ?

Les conditions, changements ou ruptures qui font que les apprentissages en mathématiques sont ressentis comme inconfortables, difficiles, voire impossibles, se regroupent principalement en deux catégories de causes.

L'une regroupe des causes externes à la discipline elle-même et évoque des conditions d'apprentissage ou d'enseignement qui peuvent être favorables et plus souvent défavorables. Les enseignants sont alors évoqués en première ligne.

L'autre regroupe les évocations de changement de nature de la discipline elle-même telle qu'elle apparaît aux yeux des étudiants

5.1. Évocation de causes externes à la discipline :

Parfois ce sont des raisons affectives, sans autre précision, qui sont évoquées :

"J'étais motivé pour progresser mais bien des enseignants m'ont démotivé" (LSE).

"Je suis arrivée en licence de math parce que je n'ai jamais eu de professeur de maths qui m'a dégoûtée" (LM)

"En 4^{ème} et 3^{ème}, j'ai commencé à être mauvaise car les rapports avec mon prof de maths n'étaient pas ce que j'attendais" (LSE)

"Je n'aime pas les professeurs qui bâclent, qui sautent des questions. Ceux qui disent c'est trivial, on ne rentre pas dans les détails..." (LM)

"Pour aimer les mathématiques, il faut savoir nous les faire aimer" (LSE)

"Voyant mes notes diminuer, mon père me forçait à bosser les maths, ce qui souvent se passait dans une mauvaise ambiance, ne renforçant absolument pas mon goût pour les maths" (LSE)

Parfois les enseignants sont mis en cause parce qu'ils ne donnent pas le temps nécessaire pour que les apprentissages puissent être menés par l'élève ou l'étudiant :

"On demande d'être rapide dans les raisonnements alors qu'il me faut un grand temps d'assimilation" (LM)

"Je n'aime pas lorsqu'on ne me laisse pas le temps de réfléchir" (LSE)

"Je n'aime pas lorsque je n'arrive pas à suivre un cours assez vite, lorsque les réponses sont données avant que j'ai eu le temps de mener ma réflexion" (LM)

Enfin, les enseignants peuvent aussi être appréciés en fonction de leurs apports :

"La rigueur du professeur de mathématique est variable et influence la bonne compréhension des concepts chez l'apprenant. Je n'aime pas cet aspect éducatif des maths qui dépend beaucoup du prof" (LM)

"Je veux être prof de maths depuis la 6^{ème} car cette année là notre prof de maths nous a expliqué la démarche qui devait se faire dans notre esprit pour résoudre un problème" (LM)

Cette dernière déclaration nous apporte déjà en l'occurrence une précision sur ce qui fait réellement défaut aux yeux des étudiants pour progresser dans les apprentissages.

5.2. Évocation de mathématiques qui deviennent abstraites

Très souvent ce sont les mots *"abstrait"* ou *"concret"* qui sont utilisés pour signaler un changement ou une rupture dans la progression, l'abstraction sauf exception correspondant en général à une appréciation négative. Dans de rares cas l'étudiant se contentera de ces termes pour qualifier les mathématiques et justifier son appréciation sans autres précisions. Les cas où des précisions sur ce qui est signifié par abstrait ou concret sont données sont heureusement plus fréquents.

Deux types d'indications se dégagent alors : celles qui réfèrent à un extérieur à la discipline et les autres qui concernent, à l'intérieur de la discipline elle-même, la nature des tâches ou des difficultés en jeu.

Le premier type d'indications renvoie à une utilité des mathématiques ou une gratuité qui sont, selon le cas, appréciées ou rejetées :

"J'ai commencé à aimer les maths en 1^{ère}, lorsque j'ai fait de la comptabilité, des maths financières, commerciales. Ces maths sont pour moi concrètes (études de cas tirés de faits réels) et elles me servent dans la vie de tous les jours et future (calculs de longueur de rayons dans les grandes surfaces pour des implantations diverses, nombre de rouleaux pour tapisser une pièce). Bref j'aime les maths quand je vois qu'elles peuvent me servir." (LSE)

"L'esprit acquis en math me permet de mieux appréhender les disciplines plus littéraires" (LSE)

"Ce que j'aime en mathématiques, c'est le côté art avec son aspect inutile et beau avec l'avantage d'être certain (inutile dans une application quotidienne ou scientifique)." (LM)

Le deuxième type d'indications renvoie à la nature des tâches en jeu en mathématiques :

Dans la rubrique "n'aime pas" : "Pour moi, faire des mathématiques c'est manipuler des chiffres, être dans l'abstraction, entrer dans la logique de quelqu'un d'autre." (LSE)

J'ai beaucoup aimé les maths faites au collège et au lycée. Ce n'était pas abstrait. Il suffisait de réfléchir et d'appliquer une méthode. Ce que j'aime aussi beaucoup ce sont les démarches pour résoudre les exercices. C'est clair : on a des hypothèses, on utilise un théorème, une règle et on trouve généralement la solution. J'aime beaucoup le côté rationnel des maths. Par contre, ce que j'aime beaucoup moins et où j'ai beaucoup plus de mal, c'est avec le côté abstrait des maths que l'on apprend aujourd'hui en licence. J'aime bien me représenter les choses, les visualiser. (LM)

"J'aime les mathématiques car elles sont une sorte de mécanisme, on applique une formule plusieurs fois dans plusieurs situations. Un théorème nous permet de résoudre plusieurs problèmes, de démontrer plusieurs propriétés. Par contre lorsqu'on arrive au niveau de la licence, les mathématiques deviennent souvent abstraites, et on ne sait jamais par où commencer pour démontrer une propriété. J'aime les mathématiques lorsque je les comprends."(LM)

Dans ces cas, comme dans ceux où les étudiants signalaient ce que leurs enseignants leur apportaient ou n'apportaient pas, nous trouvons des indications sur ce qui, au plus près des contenus et des tâches en jeu en mathématiques, fait défaut ou est indispensable aux yeux des étudiants pour progresser ou se sentir à l'aise. Arrivé à ce stade de notre analyse, il nous a semblé utile d'interroger plus systématiquement la polysémie concernant l'opposition "abstrait/concret" aux yeux des étudiants. C'est à cette fin que nous avons réalisé une enquête complémentaire dont nous allons rendre compte.

6. ABSTRAIT/CONCRET : QUE RECOUVRE CETTE OPPOSITION POUR LES ÉTUDIANTS ?

Nous avons récemment (mars 2002) proposé le questionnaire suivant à un groupe d'étudiants. Pour précision, il s'agit d'un groupe de licence pluridisciplinaire de Sciences et Technologie, option biologie-chimie-géologie à l'U.L.P. Strasbourg, donc d'étudiants qui se caractérisent par une formation scientifique non mathématique.

Lorsqu'on interroge des gens sur leur scolarité en mathématiques, certains évoquent l'aspect "abstrait" ou l'aspect "concret" de cette discipline.

Chacun de ces aspects est suivant le cas apprécié ou au contraire rejeté.

1) Et vous, abstraites ou concrètes, comment voyez-vous et appréciez-vous les mathématiques dans votre scolarité ? Précisez.

2) Nombreux sont ceux qui évoquent un moment de leur scolarité où les mathématiques de concrètes sont devenues abstraites à leurs yeux. Avez vous connu de tels passages ? Si oui, pouvez vous les préciser ?

3) D'autres encore différencient leur appréciation selon les domaines. Est-ce votre cas ? Précisez.

Pour analyser leurs réponses nous avons au départ retenu la catégorisation à laquelle nous étions arrivés précédemment, à savoir :

Évocation des conditions d'apprentissage	Évocation de l'encadrement professoral
	Évocation du temps d'apprentissage
Évocation d'un extérieur à la discipline	Évocation d'une utilité externe
	Évocation de la référence au réel
Évocation d'une tâche dans la discipline	

En première lecture, cette grille s'est révélée adéquate pour classer les réponses des étudiants. Il faut y ajouter éventuellement une rubrique concernant les évocations d'un domaine de la discipline sans autre précision.

Sur 25 réponses, 4 évoquent des domaines des mathématiques sans décrire une tâche, 18 décrivent des tâches, 7 font référence aux conditions d'apprentissage, et 6 évoquent un réel du monde physique. Les classes ne sont pas disjointes.

Majoritairement les étudiants évoquent donc des tâches liées à la discipline pour situer l'opposition *concret/abstrait*. Quelle est la nature de ces tâches ? Quels renseignements nous donnent-elles quant à la perception des étudiants de leur intégration des connaissances en mathématique ? Comprendre ou ne pas comprendre, qu'est-ce que cela veut dire pour les étudiants ?

Une lecture plus attentive des réponses nous a fait affiner la rubrique concernant l'évocation des tâches dans la discipline et nous permet de suggérer quelques éléments de réponse. Par leurs descriptions, les étudiants évoquent en fait la nécessité de maîtriser des registres, des traitements dans ces registres, et des changements de registres.

7. ÉVOCATION PAR LES ÉTUDIANTS DE LA NÉCESSITÉ DE MAÎTRISER DES REGISTRES POUR PROGRESSER EN MATHÉMATIQUE

7.1. Évocation d'un mode de traitement, d'un registre.

Nous avons rangé dans cette classe toute évocation de "méthodes", de "logiques", de "langages".

"En algèbre, du moment où j'ai compris la méthode à utiliser, il n'y a plus de problème."

"A partir de la 1^{ère} S et de la TS j'avais l'impression que c'était du chinois (à part les fonctions)"

"Cette année, l'analyse est devenue à mes yeux assez abstraite, le fait de travailler avec les chiffres avec une toute autre approche me rend plus répulsive à l'utilisation des chiffres. Mais toutefois la démarche est tout à fait intéressante !" (référence à un cours d'arithmétique)

"C'est au niveau de la première que les mathématiques sont devenues plus dures pour moi, avec la probabilité par exemple (logique que je ne comprenais pas forcément)"

7.2. Évocation d'un changement de mode de traitement ou de représentation.

"Au passage des chiffres aux inconnues vers la 4^{ème}, les mathématiques sont devenues un peu abstraites."

"J'ai différencié mes appréciations des mathématiques selon les domaines, notamment entre l'algèbre et la géométrie. Il s'est notamment passé que la géométrie est devenue plus claire au cours des années car j'ai pris du temps à visualiser et à comprendre la géométrie. Et parallèlement, l'algèbre est devenue moins claire par le passage du travail des mathématiques des chiffres aux lettres."

7.3. Évocation de l'application d'un mode de représentation au réel

"La géométrie n'a jamais été un domaine adoré. Je pense que c'est lié aux quelques difficultés que j'ai rencontrées (représentation dans l'espace)"

"J'ai toujours eu plus de mal en géométrie car je n'arrive pas "à voir" dans l'espace. En algèbre, du moment où j'ai compris la méthode à utiliser, il n'y a plus de problème"

Cette lecture plus détaillée nous fait considérer les déclarations des étudiants comme une réponse de leur part à la question qui est traitée par Raymond Duval (1995) sur les apprentissages mathématiques, et, de façon plus large, sur la nature même du fonctionnement cognitif de la pensée humaine. Il s'agit de la question de l'articulation entre la "sémioticité", appréhension ou production de représentations sémiotiques, et la "noésis", l'appréhension conceptuelle des objets mathématiques.

Pour les étudiants, la compréhension en mathématique semble conditionnée par la possession et la conquête de langages avec des modalités de traitements et de conversions.

A l'appui de cette thèse, des déclarations évoquent la référence au réel, pour y situer, non pas le concret, mais la difficulté d'accès :

"Oui, j'ai toujours eu plus de mal en géométrie car je n'arrive pas "à voir" dans l'espace. En algèbre, du moment où j'ai compris la méthode à utiliser, il n'y a plus de problème".

Cette étudiante nous dit que ce n'est pas l'existence d'une référence au réel qui est gage d'intégration des connaissances en mathématique, mais le fait de disposer d'un mode de traitement de ce réel.

Une dernière déclaration nous montre que notre nouvelle lecture permet aussi de reprendre la question de l'opposition entre l'aspect heuristique et l'aspect algorithmique en mathématiques. C'est la possession d'outils (langages, traitements, conversions) qui permet d'entrer dans le monde de l'heuristique :

"En math, il y a toujours des directives bien précises, une logique incontournable, des règles à respecter, c'est une forme de langage, un déchiffrement passionnant où une logique s'installe et reste toujours, pour pouvoir résoudre des énigmes, trouver une solution" (LSE).

8. EN CONCLUSION : QUELLES CONSÉQUENCES TIRER DE NOS OBSERVATIONS POUR NOS PRATIQUES EN CLASSE ?

Que nous permet de conclure notre prise en compte des déclarations "subjectives " des étudiants se retournant sur leur passé scolaire ?

Et quelles conséquences pouvons-nous en tirer pour nos pratiques dans les classes ?

Les étudiants sont sensibles, et souvent tout à fait favorablement, à l'aspect heuristique développé en mathématiques dans leur passé scolaire.

La condition essentielle pour l'intégration des connaissances en mathématiques qu'ils évoquent est la conquête et la possession de langages et de modes de traitements, en particulier pour appréhender le réel.

La possession de tels outils semble aussi parfois aux yeux des étudiants, conditionner l'entrée dans le monde heuristique.

Ces indications nous semblent se joindre aux conclusions des travaux qui ont été menés à l'IREM de Strasbourg sous l'égide de Raymond Duval et François Pluvinage. Ces derniers nous rendent attentifs à la nécessité pour les professeurs d'analyser les registres et leurs articulations dans les activités mathématiques qu'ils proposent en classe afin de prendre en compte les apprentissages que leurs élèves ont à faire dans ce domaine. Il s'agit là d'un aspect important des compétences professionnelles des enseignants. Dans notre thèse (JC Rauscher, 1993) nous avons mis en évidence les conséquences sur la progression des élèves de la prise en compte ou non de ces enjeux d'apprentissage par leurs professeurs. Pour enlever toute ambiguïté à notre propos, ajoutons qu'il ne s'agit évidemment pas de dire qu'il s'agit d'une condition suffisante pour exercer notre métier d'enseignant de mathématiques. Ainsi en parallèle ou en liaison avec cette dimension professionnelle qui prend en compte principalement les questions du développement cognitif des élèves, il est tout aussi essentiel que les professeurs, pour enseigner, prennent en compte la question importante des fondements épistémologiques de l'enseignement des mathématiques.

Une deuxième perspective se confirme à partir de notre étude : c'est la potentialité de régulation de l'enseignement et des apprentissages qui résulte de la prise en compte des "opinions" exprimées par les apprenants. Pour notre part, c'est une piste que nous explorons avec l'accompagnement des apprentissages par des écrits à vocation réflexive produits par les apprenants, JC Rauscher (2002) et A Kuzniak, JC Rauscher (2002). Côté enseignant, il s'agit d'un moyen d'évaluation et donc de régulation de l'enseignement. Côté apprenant, il s'agit alors de permettre à l'élève ou à l'étudiant de prendre en main sa progression en prenant conscience de certains enjeux d'apprentissage.

BIBLIOGRAPHIE :

BARBANÇON Gérard., DUVAL Raymond, DUPUIS Claire, PLUVINAGE François, *Mathématiques A Venir : opération 50 lycées ; Les maths et vous*, IREM de Strasbourg, 1988

BLOOM B.S., HASTING J.T., MADDAUS G.F., *Handbook of formative and summative evaluation of student learning*, New York, Mc Graw Hill, 1971

BORREANI Jacqueline, TAVIGNOT Patricia, VERDON Roseline, *Pratiques d'enseignement des mathématiques observées en classe de 6^{ème}*, Centre Régional de Documentation Pédagogique de Haute Normandie, 2000

DUVAL Raymond, *Sémiosis et pensée humaine, registres sémitiques et apprentissages intellectuels*, Peter Lang, Berne, 1995

KUZNIAK Alain, RAUSCHER JC, *Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école*, Colloque COPIRELEM 2002, actes à paraître.

M.E.N., *Mathématiques classes des collèges 6^e, 5^e, 4^e, 3^e, Horaires/ Objectifs/ Programmes/ Instructions*, CNDP, 1990

NIMIER Jacques, *Recherche sur divers modes de relation à l'objet mathématiques*, Thèse de doctorat d'État, Paris X, 1983

PLUVINAGE François, *Difficultés des exercices scolaires en mathématique*, Thèse de Doctorat d'État, U.L.P. Strasbourg, 1977

Des étudiants apprécient leur passé scolaire en mathématique. Les activités en classe en question.

RAUSCHER Jean-Claude, *L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes, le cas de l'enseignement de la géométrie en début de collège*, Thèse, USHS Strasbourg, (publiée par IREM de Strasbourg), 1993.

RAUSCHER J-C, Une production écrite des élèves au service des apprentissages dans le domaine numérique, in *Annales de Didactique et de Sciences cognitives, Volume 7*, IREM Strasbourg, 2002.