

Enseignement de la dialectique OUTIL-OBJET et des JEUX de CADRES en formation mathématique des professeurs d'école

Régine DOUADY

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Colmar 1993.

L'auteure définit et illustre les notions de Dialectique outil- objet et Jeux de cadres qu'elle a introduites dans la didactique des mathématiques, en s'appuyant sur l'enseignement des mathématiques dans le premier degré et la formation des enseignants.

1. Introduction

Je ne chercherai pas à décrire la Dialectique outil-objet ni les Jeux de Cadres. On pourra se reporter à (Douady R.1984, 1987, 1991). Je me situe dans le contexte de la formation des enseignants, qu'ils soient professeurs d'école ou professeurs de mathématiques. Cependant, j'illustrerai mon propos par des exemples pris à l'école primaire.

Les questions qui m'intéressent sont les suivantes :

- Quels rôles la Dialectique outil-objet et les Jeux de Cadres peuvent-ils jouer dans l'apprentissage des mathématiques et, par contre coup, dans la formation d'un enseignant en charge de cette discipline ?
- S'ils sont retenus comme contenus de formation, quels problèmes d'enseignement posent-ils ?
- Peut-on envisager des stratégies de formation favorisant chez les formés la disponibilité opérationnelle de ces connaissances ?
- Quelles sont les difficultés de mise en œuvre des stratégies retenues ?

Pour chacune des questions précédentes, la réponse dépend-elle des concepts, des niveaux scolaires ?

Bien sûr, il ne s'agit pas de répondre à toutes ces questions, mais seulement de situer la Dialectique outil-objet par rapport à elles.

2. Explication du vocabulaire

L'expression **dialectique outil-objet** comporte trois mots.

Eclairages didactiques

- Le mot **objet** fait référence au savoir institué, à un moment donné, à sa représentation formelle, à l'aspect culturel et ce, de différents points de vue. Au niveau de l'ensemble des objets, il y a une idée de cohérence, d'organisation globale du savoir.

*Comme **objet**, un concept est défini sans référence à un contexte particulier, sans référence à un chercheur particulier, conformément aux règles du jeu permises en mathématiques et qui, elles, ont un caractère a-temporel.*

- Le mot **outil** fait référence au fonctionnement des notions mathématiques, explicitement ou implicitement, notions constituées en objets ou seulement en voie de l'être. Que permettent-elles de faire à un chercheur ou à une équipe, dans la *dynamique mathématique* ? J'entends par-là la prise en compte d'un ensemble de questions, de problèmes, de recherche de stratégies de résolution, des stratégies elles-mêmes, d'identification des objets impliqués dans le travail de résolution, de reformulation dans des registres ou dans des cadres différents, de recherche de liens entre des questions apparemment étrangères...

*Comme **outil**, un concept est impliqué dans un contexte problématique par quelqu'un (individu ou groupe), à un moment donné.*

Ceci n'empêche pas qu'un même outil soit adapté à différents contextes, sous l'action de différents chercheurs, à différents moments.

Ainsi les mots outil et objet renvoient à deux significations des notions mathématiques qu'il est important de distinguer de plusieurs points de vue :

- *scientifique*, lorsqu'il s'agit de décrire ou d'organiser un exposé oral ou écrit de mathématique. S'agit-il d'exposer des définitions, des théorèmes avec ou sans démonstration ? S'agit-il d'étudier une question mathématique ? S'agit-il de modéliser une question d'un autre champ ? ...
- *épistémologique*, lorsqu'il s'agit de décrire l'évolution
 - à l'échelle historique : qu'est ce qui a provoqué sa naissance et son développement, dans quelle(s) problématique(s) et avec quel statut ?
 - à l'échelle de la psychogenèse.
- *didactique*, lorsqu'il s'agit de décrire et d'expliquer les raisons des choix de l'enseignant. A la suite de ces choix, l'enseignant prend des décisions et met ses élèves dans une certaine situation. Il s'agit alors de décrire cette situation, de préciser les attentes de l'enseignant, les moyens d'action et les moyens de contrôle à disposition des élèves pour répondre à la demande. Il s'agit aussi de décrire l'évolution des décisions de l'enseignant eu égard à l'interprétation qu'en font les élèves auxquels il s'adresse et à

l'effet qu'elles produisent en termes de connaissances et de sens de ces connaissances pour eux.

- *formation professionnelle*, lorsqu'il s'agit de mettre en regard la réalité telle qu'elle peut être observée et telle qu'elle serait souhaitable.

- Le mot **dialectique** fait référence aux changements de statut des connaissances, à la façon dont ces changements interviennent dans l'organisation du savoir culturellement reconnu et à la façon dont ce savoir joue dans le progrès scientifique.

On sait bien toutefois que ces changements diffèrent selon les concepts, et que l'évolution historique peut être très différente de ce qu'on peut observer ou organiser dans un contexte scolaire.

Si l'on s'intéresse à l'histoire des mathématiques, on se rendra compte que les événements se déroulent de façon ambiguë et plus complexe qu'il n'y paraît, que plusieurs sens coexistent pour des mathématiciens contemporains, voire chez un même mathématicien selon l'environnement des questions qu'il traite. Dans l'enseignement, on peut focaliser son attention sur l'aspect fonctionnel, sur l'aspect descriptif, sur l'aspect explicatif, faire interagir ces différentes préoccupations. J'admets que *tout objet institué est un outil potentiel*. Ainsi peut s'installer, de façon générale mais non exclusive, une *dialectique* entre les statuts outil et objet d'un concept.

Soulignons un problème d'enseignement : qui prend en charge les transformations de statut des connaissances et comment ? Qui en a le contrôle ? Les *changements de cadres* (sur l'initiative de l'acteur de la situation et sous son contrôle : élève, groupe d'élèves ou enseignant) et jeux de cadres (changements organisés par l'enseignant) interviennent de façon essentielle dans ces transformations.

3. Sens et capitalisation du savoir

Deux facteurs contribuent au sens d'un concept :

- l'ensemble des questions où il est engagé,
- l'ensemble des relations avec les autres concepts engagés dans ces mêmes questions.

Autrement dit, le *sens* a plutôt à voir avec le *statut outil*, la *capitalisation du savoir* plutôt avec le *statut objet*. Toutefois, les relations entre concepts sont au cœur de la structuration du savoir et de ce fait, le *sens a aussi à voir* avec le *statut objet*. Plus, il a à voir *avec les transformations de statut*.

Par ailleurs, il arrive aussi qu'au cours de sa scolarité, un élève ait à *capitaliser des méthodes ou des pratiques qui sont des outils et non encore objets*. C'est le cas des représentations graphiques de certaines fonctions qui restent attachées à

Eclairages didactiques

des contextes qui leur donnent une certaine signification, même si, par ailleurs, elles sont dépersonnalisées.

Comment, dans la relation didactique, se construit le sens des connaissances mathématiques ? Comment se capitalise le savoir ? Comment s'articulent la construction du sens et la capitalisation du savoir ? Comment s'organise la cohérence ou la compatibilité entre différents points de vue sur un même objet mathématique ?

Telle quelle, cette question est trop large. Pour pouvoir l'aborder, on a besoin de préciser les caractères de la relation didactique et les contenus mathématiques en jeu. La Dialectique outil-objet offre alors des éléments de réponse.

La Dialectique outil-objet a une double signification épistémologique et didactique.

- Dans sa signification **épistémologique** ; elle constitue *un modèle*, partiellement seulement certes, *descriptif et explicatif* de la relation enseignement/apprentissage d'une certaine notion ou d'un réseau de notions. Elle consiste à décrire et expliquer la production et l'évolution de certaines connaissances en termes de relations entre les questions posées et le savoir existant à un moment donné, en termes de changement de statut des notions en jeu. Les changements de statut résultent de l'étude d'une filiation de problèmes, de relais de questions dans des cadres différents.

La Dialectique outil-objet permet, dans certains cas, de questionner les contenus et modalités d'un enseignement existant et de les mettre en rapport avec leurs effets du côté des élèves. Elle permet de tester l'étendue et les limites de la diffusion des connaissances produites par les uns et les caractéristiques de la reprise par d'autres. Notons que les impasses où les uns se sont fourvoyés sont autant de repères pour les autres qui continuent à travailler.

Les *changements de cadre* constituent un élément descriptif du modèle, leur existence ou leur absence dans la réalisation analysée a une dimension explicative.

- Dans sa signification **didactique**, la Dialectique outil-objet prend appui sur deux points : sa signification épistémologique et l'hypothèse suivante : *Pour les élèves en situation scolaire, prise de sens et capitalisation du savoir se développent en dialectique.*

Ainsi, pour *certaines* concepts ou méthodes, objets d'enseignement, mais *non pour tous*, la Dialectique outil-objet schématise une organisation possible de la relation enseignement-apprentissage centrée sur la recherche d'un problème répondant à certaines conditions.

Il s'agit pour l'enseignant :

- * de bâtir un scénario et une mise en scène de ce qu'il veut enseigner incluant une situation a-didactique au sens de G. Brousseau,

- * de gérer les rapports entre ce qu'il propose et ce que les élèves font, d'étudier les initiatives qu'ils prennent, les contrôles qu'ils exercent, les justifications qu'ils donnent,

- * d'organiser la diffusion de résultats encore contextualisés et d'aider à leur dépersonnalisation,

- * d'aider, le cas échéant, à une certaine décontextualisation,

- * d'évaluer les connaissances des élèves,

(cette évaluation peut prendre des formes très différentes selon que les notions en jeu sont considérées comme des outils ou comme des objets ; en particulier, l'étude d'un problème maillon d'un nouveau processus impliquant comme outil adapté ce qui vient de faire l'objet d'un cycle de la Dialectique outil-objet peut être une forme d'évaluation des connaissances dans leur statut d'outil : en effet, c'est une occasion pour l'enseignant de prendre de l'information sur la *disponibilité chez tel élève* de telle ou telle connaissance -en situation, à son initiative et sous son contrôle-),

- * d'entretenir la disponibilité des connaissances.

Il s'agit pour chaque élève :

- * d'entrer dans la situation a-didactique : chercher le problème proposé,

- * d'intégrer son propre travail dans l'expression du travail de l'ensemble de la classe et de le situer par rapport au travail des autres élèves, par rapport aux initiatives ultérieures du maître sur le sujet, en somme, d'adopter une double attitude : travailler et réfléchir sur son travail.

Le Jeu de cible (R. Douady 1984) est un exemple d'ingénierie où l'enjeu est l'extension du champ numérique au CP pour des nombres allant de la dizaine à la centaine. Le processus qui s'appuie sur cette ingénierie porte sur quelques semaines.

Un autre exemple d'ingénierie a pour enjeu le *passage des nombres entiers aux nombres décimaux* en transitant par certaines fractions, ingénierie qui met en oeuvre plusieurs problèmes impliquant plusieurs cadres. et dont la durée du déroulement se compte plutôt en années (R. Douady et M.J. Perrin 1986).

Les Jeux de Cadre sont des outils pour mettre en oeuvre la Dialectique outil-objet dans sa phase a-didactique : spécialement pour suggérer des conjectures ou des questions jalons, des pas intermédiaires dans la recherche d'un problème, et ainsi permettre de créer *du nouveau à partir d'ancien*. L'intérêt et la force des Jeux de Cadre résident dans la possibilité, pour le maître de mettre à disposition des élèves au moins un cadre où ce qu'ils cherchent prend une forme chargée de sens pour eux. L'intérêt des Jeux de Cadre c'est aussi, du côté des élèves, de rendre pertinents et disponibles des outils, des méthodes, des techniques... non envisageables dans une première approche du problème qu'ils ont à résoudre. C'est particulièrement le cas du cadre algébrique qui sert à modéliser de nom-

Eclairages didactiques

breux problèmes externes aux mathématiques ou internes, mais relevant d'une autre branche.

Mais il est aussi possible et fructueux de mettre en œuvre **des Jeux de Cadre hors Dialectique outil-objet**. Cela veut dire que pour faire fonctionner des jeux de cadres, il n'est pas nécessaire d'avoir à chercher un problème dont l'outil adapté pour le résoudre est justement l'enjeu de l'enseignement. C'est ce qui se passe à certains moments de l'ingénierie sur les aires de surfaces planes (R. Douady et M.J. Perrin 1984).

Le maître, en faisant pression pour que les élèves changent de contexte, changent de registre, modifient le réseau des concepts et des écritures symboliques en relation pertinente pour les questions étudiées, crée une situation favorable à l'évolution de leurs conceptions et à l'élaboration de nouvelles connaissances disponibles sous leur contrôle.

4. La Dialectique outil-objet : un contenu de formation

La Dialectique outil-objet peut jouer plusieurs rôles.

1) Outil pour le formateur

Elle peut être un instrument didactique à disposition du formateur pour organiser son enseignement de mathématiques.

En particulier, elle offre la possibilité soit d'apprendre des sujets nouveaux, soit de revenir, sans lassitude, voire avec un certain suspens sur des questions mathématiques déjà traitées. Ceci est intéressant pour les futurs professeurs d'école en général fâchés avec les mathématiques, pour créer une certaine curiosité et les inciter à renouer avec des connaissances supposées disponibles, mais de fait non disponibles et pourtant nécessaires à l'exercice de leur futur métier. Bref, pour créer chez eux un rapport aux mathématiques convivial et non plus conflictuel, même s'il exige de l'effort, de la rigueur et de la vigilance.

La Dialectique outil-objet est alors un *outil pour le formateur*. Elle reste implicite pour les futurs enseignants. Il en est de même des changements de cadres.

2) Outil pour le futur enseignant

Elle peut être un instrument didactique à disposition du formateur pour confronter les futurs enseignants à des concepts de didactique *dans leur fonctionnement*. Ceci peut se produire :

- si les élèves-enseignants doivent élaborer des scénarios pour enseigner une certaine notion ou pour coordonner des notions déjà présentées indépendamment les unes des autres ;

- s'ils ont à analyser des processus d'enseignement décrits par leur chronique. Celle-ci peut leur être fournie par le formateur sous forme d'un texte ou d'une cassette vidéo. Elle peut être le résultat d'un vécu personnel de l'élève-enseignant dans l'une des positions suivantes : étudiant en train de faire des ma-

thématiques sous la conduite d'un formateur, observateur direct en classe d'une leçon (ou une série de leçons) assurée par quelqu'un d'autre, enseignant acteur d'un scénario d'une ou plusieurs leçons.

La Dialectique outil-objet est alors un *outil pour le futur enseignant*. Elle donne lieu, dans le premier cas à une institutionnalisation des mathématiques en jeu, et dans tous les cas à une explicitation, non nécessairement décontextualisée, des outils didactiques mobilisés par le formateur ou les formés.

3) Objet mobilisable par le futur enseignant

Elle peut être un objet d'enseignement aussi décontextualisé et dépersonnalisé que possible, un *objet mobilisable par le futur enseignant*.

Ces différents rôles qui mettent en jeu, à la fois, les pratiques et les représentations métacognitives des enseignants, vont appeler des stratégies d'enseignement différentes dont on peut attendre qu'elles se fécondent mutuellement.

Les jeux de cadres, au sein d'un processus de type Dialectique outil-objet ou indépendamment d'un tel processus, sont aussi des outils à disposition du futur enseignant. On peut les lui présenter, soit implicitement pour résoudre une question didactique, soit explicitement en décrivant en quoi ils consistent, en donnant des exemples, en expliquant comment l'enseignant entend les provoquer chez les élèves et en exploiter les effets.

5. Stabilité ou dérapage dans une ingénierie

Pour remplir leur fonction, les enseignants ont besoin de disposer d'ingénieries qui leur permettent de prévoir sans trop de risque ce qui peut se passer au cours de la réalisation dans la classe. A défaut, ils doivent pouvoir disposer de repères et de moyens d'analyse qui leur permettent de prendre des décisions rapides dans l'action.

J'entends ici par ingénierie un ensemble de leçons organisées pour réaliser un projet d'enseignement et obtenir des élèves un certain apprentissage.

Ceci amène à distinguer les ingénieries selon qu'elles sont construites à des fins de recherche ou à des fins d'enseignement. Les premières ont pour objectif de répondre à des questions que se pose le chercheur. Elles peuvent être très difficiles à conduire, demander une grande expérience professionnelle d'enseignant pour ne pas s'écarter des conditions imposées à la situation. Ce n'est pas un inconvénient. Si tel est le cas, la classe pourra être celle d'un enseignant expert. C'est le cas par exemple pour certaines leçons de l'ingénierie sur les nombres décimaux mise au point par G. et N. Brousseau, que celle-ci et d'autres collègues expérimentés ont conduit dans leur classe : certains problèmes répondent bien aux conditions de la Dialectique outil-objet et nécessitent des jeux de cadres pour être traités. En revanche, la reproductibilité par des enseignants non avertis peut poser problème. D'autres ingénieries sont au contraire très stables. Cela veut dire que la mise en scène à partir de documents écrits donne lieu à une bonne régula-

Eclairages didactiques

rité dans les réalisations. Mieux, l'analyse didactique proposée offre la possibilité de faire d'autres choix pour les variables de situation et d'obtenir des réalisations cohérentes avec les prévisions. C'est le cas de la situation proposée par G. Brousseau et bien connue maintenant "l'agrandissement d'un puzzle".

Dans les risques de dérapage, un élément intervient de façon essentielle c'est la *référence à l'expérience matérielle ou physique*.

Va-t-on prendre en compte, dans l'étude proposée aux élèves, les erreurs expérimentales et le domaine de validité du modèle qu'on cherche à construire ?

Si l'erreur de mesure due à la manipulation ou aux limites de l'instrument est du même ordre que l'objet à étudier, si le domaine de validité est plus petit que le champ des expériences réalisable, il y a tout lieu de penser que l'enseignant travaillera dans le modèle pendant que les élèves travailleront eux dans la réalisation - à moins que sous l'effet du contrat, les élèves travaillent aussi dans le modèle. Enseignant et élèves ont toutes les chances de se situer dans des cadres différents malgré un langage commun. On peut alors prévoir un décalage croissant entre les attentes respectives de l'enseignant et des élèves et ce qui se passe effectivement. On peut prévoir une adaptation de l'enseignant sous forme de maïeutique, effet Jourdain, voire Topaze pour éviter un blocage de la relation didactique : il s'agit alors de sauver la reproduction externe à défaut du sens didactique de la situation.

Ce peut être le cas de la représentation des fractions comme épaisseur d'une feuille de papier : si une pile de n feuilles mesure 3 cm, p piles de n feuilles superposées ne mesurent pas forcément $3p$ cm mais sans doute moins selon la valeur de p . De même, si on représente l'addition de deux fractions comme l'épaisseur d'une feuille obtenue en réunissant deux feuilles distinctes, il faudra s'inquiéter de la façon dont est réalisée cette réunion : s'il s'agit de colle, l'épaisseur de la colle risque d'être plus grande que l'épaisseur de chacune des feuilles. En revanche, dans l'agrandissement de puzzle, les erreurs de modèle peuvent être bien distinctes des erreurs de manipulation. Cela dépend de la forme des pièces et de leur combinatoire.

L'analyse en termes de *cadres et changement de cadres* peut être bien utile pour pointer les difficultés et les expliquer au moins partiellement.

6. Des difficultés de réalisation de la Dialectique outil-objet

Le processus s'appuie sur la donnée d'un problème mettant en jeu de façon essentielle ce que l'enseignant souhaite que les élèves apprennent.

1) En amont de la classe

- adapter des énoncés existants à une situation particulière,
- trouver de *bons* problèmes.

Cela demande que l'enseignant ait des repères pour savoir s'il peut travailler par Dialectique outil- objet ou non. Par exemple, les concepts généralisateurs, unifi-

cateurs se prêtent mal à un travail par Dialectique outil-objet comme le montrent A. Robert et J. Robinet.

2) En classe, pour enclencher la Dialectique outil- objet

Les mathématiques sont-elles un enjeu pour les élèves ?

Si oui, comment assurer la *dévolution* du problème aux élèves ?

Sinon, comment déplacer l'enjeu vers le problème ? (cf. l'exemple du calcul mental, cahier DIDIREM 19.1 ou Repères-IREM n° 15).

3) En classe, pour avancer

Que peut faire l'enseignant si un élève sèche et ne sait pas exploiter les changements de cadres prévus pour lui permettre d'avancer ?

4) En classe, pour choisir ce qui est à institutionnaliser et le moment pour le faire, par delà les diversités cognitives et les différences de familiarité des élèves.

Ces difficultés provoquent des problèmes à l'enseignement de la Dialectique outil-objet et des Jeux de Cadre dans la mesure où en principe, il n'y a pas de réponse générale mais des réponses adaptées aux différents élèves et aussi aux contenus mathématiques.

7. Propositions d'enseignement de stratégies

Le formateur a besoin de prendre en compte la réalité de l'enseignement. *telle qu'elle est*, aussi bien que telle qu'il voudrait qu'elle soit. Il a besoin de s'appuyer sur des pratiques vécues et sur les représentations métacognitives des stagiaires et de leur milieu d'accueil. Les stratégies de formation doivent permettre d'intégrer dans l'habitus des pratiques différentes (P. Perrenoud 1994).

La situation de formation fait intervenir les mathématiques de plusieurs points de vue :

- *comme champ scientifique à mieux connaître.*

Cela amène à faire des mathématiques comme un étudiant peut le faire : résoudre des problèmes, vérifier les hypothèses de validité d'un théorème, retrouver la démonstration, chercher des contre exemples à un énoncé...

- *comme domaine à enseigner et en particulier à mettre en scène.*

Cela demande un travail de découpage du corpus à enseigner respectant bon nombre d'exigences : cohérence mathématique compatible avec un découpage dans le temps, avec une certaine recevabilité du côté des élèves, une possibilité d'évaluation...

Cela demande d'opérer une décentration par rapport aux objectifs mathématiques auxquels l'étudiant était habitué.

Ce n'est plus lui qui est au centre de la scène mais les élèves, ce n'est plus sa réussite qui sert à l'évaluation de ce qu'il fait, mais celle des élèves (A. Robert, 1994 journée de formation).

Eclairages didactiques

Cela conduit à proposer de combiner plusieurs stratégies de formation. Citons à titre d'exemples celles qu' A. Kuzniak a dégagées dans sa thèse (1994) : monstration, homologie, transposition.

1) Homologie en position d'étudiant

Le formateur essaie de faire vivre aux stagiaires le type de situation qu'il voudrait que le futur enseignant mette ensuite en place dans sa classe.

Par exemple, il propose aux stagiaires un problème de mathématique. Il l'a choisi et a organisé l'énoncé en fonction de critères didactiques. Il a prévu ce qu'il voudrait institutionnaliser et qu'il voudrait voir réinvesti.

Se pose alors immédiatement la question du choix du contenu mathématique : en relation directe avec les programmes à enseigner ou bien mettant en jeu des notions nouvelles, mais susceptibles d'être abordées à partir de leurs connaissances, dans un temps compatible avec le temps imparti à la formation.

Citons un thème de chaque catégorie

- *Découper dans une feuille de papier un disque et un rectangle de façon à fabriquer un cylindre, fermé à un bout, de volume maximum.*
- *Comment rendre compte de l'irrégularité d'une côte très découpée ?*

Les notions de variable didactique, de saut informationnel, d'outil et d'objet, de registre (système sémiotique de représentation), de cadres sont des références essentielles pour la mise en forme des énoncés à proposer et la gestion de la situation dans sa dynamique

Puis il fait une *double institutionnalisation* mathématique et didactique. Autrement dit, un cycle Dialectique outil-objet du point de vue mathématique, puis une explicitation des raisons qui ont amené au choix d'un énoncé particulier, et aussi dans la mesure du possible des décisions prises au cours du travail.

2) Monstration

Observation en classe d'une réalisation satisfaisant aux hypothèses de la Dialectique outil-objet et d'une classe mettant en oeuvre des hypothèses différentes.

Prises de notes et analyse avec le formateur à partir des notes prises. Confrontation des points de vue de différents observateurs d'une même leçon, le cas échéant.

Explicitation éventuelle des notions didactiques ayant servi à l'analyse.

3) Homologie en position d'enseignant

Comment enseigner telle notion mathématique, à tel niveau ?

Il s'agit de bâtir des scénarios et envisager la mise en scène, d'adapter des ingénieries existantes pour satisfaire certaines contraintes.

Il revient au formateur de choisir un contenu qui se prête bien à une ingénierie de type Dialectique outil-objet et un contenu qui s'y prête mal.

4) Transposition

Il s'agit d'aider l'enseignant à adopter une altitude réflexive par rapport à sa propre pratique.

Compte tenu d'une réalisation précise, les choix didactiques étaient-ils bien compatibles avec les intentions ? La situation a-t-elle évolué comme il était attendu ? Sinon qu'est ce qui a provoqué les distorsions ? Quelles décisions ont été prises dans l'action ? De quoi relevaient-elles (représentations métacognitives, contrat, savoir...) ? L'analyse faite remet-elle en cause les prévisions pour la suite ? Si oui, sur quoi faire porter les changements ?

En combinant des stratégies différentes, on pense agir sur les connaissances mathématiques, sur le sens de ces connaissances pour le futur enseignant, sur ses représentations du savoir, sur la manière d'apprendre en relation avec le public élève qui lui est confié.

La Dialectique outil-objet et les jeux de cadres sont des éléments qui contribuent à ce programme de formation.

Bibliographie

ARTIGUE M. (1989) Ingénierie didactique, *Recherches en Didactique des mathématiques* n° 9.3. 281-308. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BAUTIER E. et ROBERT A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue Française de Pédagogie*. N° 84. 13-19. INRP, Paris.

BROUSSEAU G. (1987) Fondements et méthodes de la didactique. *Recherches en Didactique des mathématiques* n° 7.2. 33- 15. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1990), Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des mathématiques*, n° 9.3. 309-336. La Pensée Sauvage, Grenoble.

CHARLOT B. et BAUTIER E.(1993) *Rapport à l'école, rapport au savoir et enseignement des mathématiques*. Repères IREM n°10. Topiques Editions, Pont à Mousson.

COPIRELEM (1991) *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*, Tome 1. Actes du stage national de Cahors, mars 1991. IREM de Paris 7, Université Denis Diderot.

COPIRELEM (1993) *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*, Tome 2. Actes du stage national de Pau, mars 1992. IREM de Bordeaux. Université de Bordeaux I.

Eclairages didactiques

DOUADY R. (1984) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Cahier de Didactique n°3. IREM PARIS 7

DOUADY R. (1984) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des mathématiques* n° 7.2. 5-32. La Pensée Sauvage, Grenoble.

DOUADY R. (1992) Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, n°6. Topiques Editions, Pont à Mousson.

DOUADY R. (1994) Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. *Repères IREM* n°15. Topiques Editions, Pont à Mousson.

DOUADY R. et PERRIN-GLORIAN M.J (1989)
Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, n°20. 387-424

KUZNIAK A. (1994) *Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*. Thèse de doctorat, Université Paris 7

PERRENOUD P. (1994) *La formation des enseignants entre théorie et pratique*. L'Harmattan.

PERRIN-GLORIAN M.J.(1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en Didactique des mathématiques*, n°13.1. La Pensée Sauvage, Grenoble

ROBERT A. et ROBINET J. (1989), Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. *Cahier de DIDIREM*, n° 1, IREM, PARIS 7.