

# Proportionnalité

Hervé Péault

*Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Pau 1992.*

*L'article détaille six activités cherchant à réorganiser les connaissances personnelles des étudiants professeurs des écoles sur la proportionnalité, en vue d'un enseignement de cette notion à des élèves de 10 à 12 ans.*

J'ai consacré sur ce thème 3 séances en première année de formation des professeurs d'école. L'objectif de ce travail était très général : permettre à chacun d'améliorer sa maîtrise de la notion de proportionnalité et de pouvoir envisager des séquences sur ce thème à l'école élémentaire.

Avec le point de départ (activité 1) j'ai essayé de les amener à réfléchir sur les procédures qu'ils utilisent spontanément pour résoudre un problème de proportionnalité puis à comparer ces procédures à celles utilisées par les enfants.

Les activités suivantes visaient à préciser les caractérisations mathématiques de la proportionnalité, à les resituer dans différents cadres et à amorcer une réflexion didactique à partir de manuels ou de projets de séquences.

La plupart de ces activités sont très directement inspirées de "*La proportionnalité existe. Je l'ai rencontrée...*" IREM de Rouen, 1988.

J'ai ensuite remis aux étudiants 3 documents (non présentés ici) : une série d'exercices sur la proportionnalité, des fiches de travail permettant de reprendre individuellement le travail sur les aspects mathématiques de la proportionnalité et un document de synthèse sur la proportionnalité à l'école.

## ACTIVITÉ 1

### *Objectif*

Première analyse de procédures utilisées en situation de proportionnalité.

### **Problème**

Le problème choisi est le suivant (annexe 1) : extrait d'un document de l'APMEP pour l'évaluation en sixième (11-12 ans, début du collège)

## Structures additives et structures multiplicatives

"Trois plateaux de fruits sont à l'étalage d'un marchand de primeurs. L'étiquette du premier plateau indique que l'on peut avoir 8 oranges pour 4 F, l'étiquette du second plateau indique 2 F pour les 3 citrons et celle du troisième plateau indique 4 F pour les 7 poires.  
Quel est le fruit le plus cher ? Quel est le fruit le moins cher ?"

### 1) Résolution par les étudiants

Après un premier temps de recherche individuelle, on recense et on classe les procédures utilisées. On essaie d'analyser toutes les procédures envisageables. Celles-ci visent à se ramener à des éléments de comparaison communs pour chaque type de fruit et peuvent se résumer à 4 catégories :

- recherche du prix unitaire
- recherche de la quantité de fruits pour 1 F
- recherche de la quantité de fruits pour un même prix (2 F et 4 F sont les plus utilisés)
- recherche du prix pour une même quantité de fruits (à partir du plus petit multiple commun, ici 168)

Prix	1		a	
Quantité		1		b

Les deux premières conduisent à un calcul de division, les deux autres à l'utilisation de la linéarité.

### 2) Étude de procédures d'élèves

Les étudiants sont d'abord invités à essayer de prévoir les réactions d'élèves de sixième devant ce problème et les difficultés qu'ils risquent de rencontrer.

Je leur donne ensuite le document en annexe 1 recensant des procédures d'élèves de sixième telles qu'elles ont été expliquées par les enfants. Ils doivent comparer ces procédures à la classification déjà faite et analyser les erreurs.

Outre des procédures d'interprétation directe des données (*Chrystèle*) ou de calculs sans lien avec la situation (*Tony, Sébastien*), on retrouve les procédures déjà évoquées plus haut avec une difficulté majeure dans la recherche du prix unitaire : répugnant à diviser par un nombre plus grand, certains élèves inversent les termes.

### 3) Modifications de l'énoncé

Le problème posé est le suivant : *quels éléments peut-on changer dans le problème susceptibles de modifier les procédures utilisées (variables didactiques) ?*

Les étudiants sont invités à imaginer des énoncés changeant éventuellement de contexte et jouant sur ces variations.

Trois variables paraissent importantes : la valeur de chaque rapport prix/quantité (entier ou non, plus grand ou plus petit que 1), les rapports entre les prix, les rapports entre les quantités.

## ACTIVITÉ 2

### *Objectif*

Permettre d'en arriver à une caractérisation mathématique de la proportionnalité.

### **1) Lecture de graphiques**

Les 6 situations suivantes sont proposées :

**S1 :** Trouver, en fonction de leur nombre, le prix de brochures valant 25 F pièce, avec 10 F de port.

**S2 :** Trouver, en fonction de leur nombre, le prix de places de cinéma valant 39 F l'une.

**S3 :** Trouver, dans un carré quadrillé régulièrement, le nombre de cases intérieures en fonction du nombre de cases dans chaque ligne.

**S4 :** Trouver, en fonction d'un prix initial, le prix réel à payer après une réduction de 25 %.

**S5 :** Trouver, en fonction du prix, un montant à payer compte-tenu de frais fixes s'élevant à 6,5 F.

**S6 :** Trouver, en fonction de sa longueur, la largeur d'un rectangle de  $840 \text{ cm}^2$ .

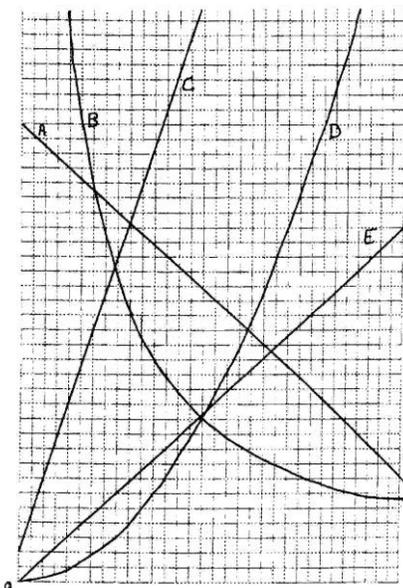
*Les graphiques ci-après sont projetés à l'aide du rétro-projecteur.*

### **Consigne**

*Pour chacun des graphiques, et sans faire de calculs écrits, dites s'il vous paraît possible d'établir une graduation sur les axes telle que le graphique corresponde à l'une des situations.*

**Recherche**

La recherche s'effectue par petits groupes avant une mise en commun (où on fait s'exprimer en dernier, les groupes qui recourent à la formalisation fonctionnelle de chaque situation).



Chacun reçoit ensuite un exemplaire qu'il peut utiliser pour le travail qui suit.

**2) Caractérisation de la proportionnalité**

Le tableau suivant est proposé

3	5	7	8	15

**Consigne**

« Pour chaque situation, essayez de trouver le maximum de procédures différentes possibles pour remplir le tableau ».

La mise en commun permet de mettre en évidence des procédures liées :

- à l'utilisation d'une *formule* (calcul d'un produit dans le cas des fonctions linéaires),
- à l'utilisation de *propriétés* indépendantes de cette formule (linéarité, conservation des écarts, considérations sur les écarts et la linéarité pour les fonctions affines...),
- à l'utilisation de *graphiques*.

### **Synthèse**

Définition de la proportionnalité, caractérisation par une fonction multiplicative, la linéarité, la représentation graphique. Démonstration de l'équivalence fonction multiplicative/fonction linéaire.

Définition de la proportionnalité inverse et présentation sommaire de divers autres types de fonctions (fonction affine, fonction puissance, fonction exponentielle).

### **3) « La règle de trois »**

Chaque étudiant doit résoudre l'un des problèmes suivants (chaque problème est donné au tiers des présents) :

**Pb1** : "Un mobile se déplaçant à vitesse constante parcourt 25 m en 6 minutes. Quelle distance parcourt-il en 15 minutes ?"

**Pb2** : "6 cm<sup>3</sup> de minerai ont une masse de 25 g. Quelle est la masse de 15 cm<sup>3</sup> de ce même minerai ?"

**Pb3** : "6 objets identiques sont vendus 25 F. Pour appliquer un tarif identique. à quel prix doit-on vendre 15 de ces objets ?"

La mise en commun s'effectue sur les procédures utilisées et leur comparaison. C'est seulement à cette occasion que j'ai vu apparaître une procédure utilisant les "produits en croix". Cela a été l'occasion de démontrer l'équivalence entre cette propriété et les autres propriétés liées à la proportionnalité.

À cette occasion, je présente l'évolution des programmes concernant la proportionnalité, les termes "règle de trois" et "recherche d'une quatrième proportionnelle".

### **4) Proportionnalité et croissance**

#### **Objectif**

Réinvestissement

#### **Première partie**

La fiche ci-dessous est donnée à chacun :

*Quelles sont les situations pour lesquelles il y a proportionnalité entre les variables indiquées ?*

## Structures additives et structures multiplicatives

- 1) colis postaux : *masse / tarif*
- 2) cercle : *diamètre / périmètre*
- 3) cylindre de base donnée : *longueur / volume*
- 4) individu : *taille / poids*
- 5) ressort avec poids suspendu : *poids / allongement*
- 6) plaque de métal homogène : *poids / aire*
- 7) entier quelconque : *nombre / somme de chiffres*
- 8) carré : *côté / périmètre*
- 9) carré : *côté / aire*
- 10) rectangles de longueur constante : *largeur / aire*
- 11) rectangles de périmètre constant : *longueur / largeur*
- 12) rectangles d'aire constante : *longueur / largeur*
- 13) gaz de ville : *consommation / tarif*
- 14) déclaration de revenus : *revenu montant de l'impôt*
- 15) soldes à pourcentage fixe : *prix initial / prix à payer*
- 16) cercle : *aire / carré du diamètre*
- 17) sphère : *volume / carré du rayon*
- 18) parcours (distance fixe) : *vitesse moyenne / durée*
- 19) parcours (vitesse donnée) : *distance / durée*
- 20) parcours (durée donnée) : *vitesse moyenne / distance*

### **Mise en commun**

Étude des désaccords. C'est l'occasion de mieux mettre en évidence la non-équivalence entre croissance et proportionnalité.

### **Deuxième partie**

Divers graphiques sont donnés (cf. document 1988 cité de l'IREM de Rouen). Il faut les associer, quand c'est possible à l'une des situations ci-dessus.

### **ACTIVITÉ 3**

#### **Objectif**

Réflexion sur des aspects didactiques de l'enseignement de la proportionnalité.

#### **1) Exposé**

Dans un premier temps, je donne quelques indications sur l'approche des fonctions numériques et de la proportionnalité à l'école élémentaire (indications qui seront développées dans des fiches complémentaires) et sur le comportement des élèves.

(cf. article de M. Pézard "*Proportionnalité*" dans le bulletin inter-IREM "*Suivi scientifique sixième 85-86*", p 205).

## 2) Comparaison de séquences extraites de manuels

Travail par groupes puis mise en commun. J'ai choisi les extraits suivants :

- "Maths : Calcul et géométrie CM2" (Nathan 89), p.140
- "Math-hebdo CMI" (Hachette1984), p.130

Les deux extraits proposent chacun une situation de départ de comparaison de prix dans les magasins.

*La consigne est d'analyser la tâche de l'élève dans chacun des extraits proposés puis de proposer une nouvelle situation sur le même thème en s'attachant à bien définir la tâche des élèves.*

Il pourrait aussi être intéressant d'utiliser le texte de l'épreuve du concours P.E. 92 de l'Académie de Nantes. Celui-ci propose la comparaison de deux situations sur la proportionnalité, extraites l'une de « Objectif calcul CM2 » (Hatier), p. 104, l'autre de « Maths et Calcul CM2 » (Hachette), p 194. Dans chacun des cas il s'agit de l'étude de la consommation d'essence d'une voiture.

### ACTIVITÉ 4

#### *Objectif*

Réinvestir, dans un cadre géométrique, les propriétés liées à la proportionnalité.

#### 1) Première partie

Les étudiants reçoivent une série de cartes par groupe (en papier fin, suffisamment transparent) de même format. Sur chacune d'elles se trouve l'un des 12 rectangles de la page suivante (positionnés différemment sur les différentes cartes). Les diagonales sont tracées sur quelques rectangles.

Le rapport longueur/largeur est 1,27 pour 4 rectangles type (A), 1,63 pour 4 autres type (B), 1,41 pour les 4 derniers type (C).

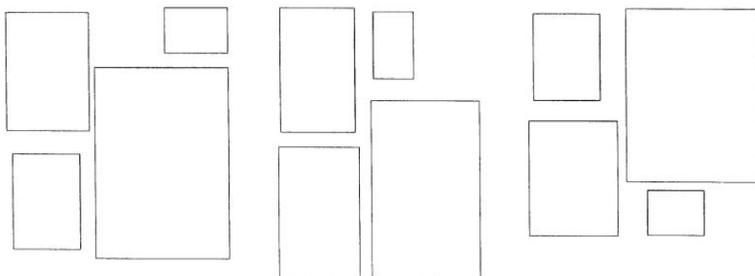
Les rectangles sont dans les rapports suivants (les dimensions sont en cm) :

- rectangles de type A : 1 - 1,5 - 2 - 3  
Ce sont les rectangles 16 x 12,6 ; 24 x 18,9 ; 32 x 25,2 ; 48 x 37,8
- rectangles de type B : 1 - 1,85 - 2 - 2,7  
Ce sont les rectangles 18 x 11,04 ; 33,3 x 20,42 ; 36 x 22,08 ; 48,6 x 29,81

## Structures additives et structures multiplicatives

- rectangles de type C : 1 - 1,5 - 1,85 - 3

Ce sont les rectangles 18 x 12,76 ; 27 x 19,14 ; 33,3 x 25,6 ; 54 x 38,28



### **Consigne**

*Quels sont les rectangles qui peuvent être considérés comme des agrandissements ou des réductions les uns des autres ? Classez-les selon ce critère. Vous avez le droit de mesurer mais vous n'êtes pas obligés.*

### **Mise en commun**

Elle vise à mettre en évidence et valider les procédures utilisées. Celles-ci ont été les suivantes :

- des procédures géométriques visant à superposer les rectangles, soit par un coin soit par leurs centres.
- des procédures numériques après mesurage des côtés, voire des diagonales :
  - \* calcul du rapport longueur/largeur.
  - \* recherche de linéarité sur des valeurs entières (les rectangles aux dimensions doublées ou triplées sont repérés, mais pas les autres).
  - \* calcul du périmètre et recherche de rapports entiers entre les périmètres.
  - \* calcul de l'aire et recherche de rapports entiers entre les aires.

Ces deux dernières procédures conduisant bien sûr à des conclusions erronées.

La mise en commun est l'occasion, pour valider les procédures géométriques, d'une référence au théorème de Thalès.

## 2) Deuxième partie

Un rectangle de type B est choisi.

### *Consigne*

*Construisez un nouveau rectangle à l'intérieur de telle façon que la longueur de ce rectangle soit la largeur du grand rectangle et que les 2 rectangles puissent être considérés comme identiques à un agrandissement près.*

*Cherchez des procédures utilisant des calculs sur les dimensions et des procédures ne faisant intervenir aucun calcul.*

### *Nouvelle consigne*

*Construisez un rectangle puis effectuez le même travail que précédemment. Le deuxième rectangle doit partager le premier exactement en deux parties de même aire.*

### *Mise en commun*

Elle vise à faire apparaître que le rapport doit être égal à  $\sqrt{2}$  et se prolonge par l'étude des formats commerciaux de papier. Le format A0 étant conventionnellement établi à  $1 \text{ m}^2$ , on montre que les dimensions du format A4 sont  $21 \times 29,7$ .

## ACTIVITÉ 5

### *Objectif*

Étude de la proportionnalité multiple.

### *Problème*

*Dans une entreprise, des machines travaillent à rythme régulier pour produire une certaine substance. 8 machines produisent 6 kg de cette substance en 5 jours. Comment prévoir la quantité produite pour un nombre donné de machines et un nombre donné de jours ?*

Recherche et étude des procédures. Synthèse à l'aide d'un tableau.

Présentation de la notion de bilinéarité et des fonctions de type  $(x, y) \rightarrow axy$ .

## ACTIVITÉ 6

Analyse didactique sur le thème "Agrandissement et proportionnalité à l'école".

Le document en annexe 2 est remis aux étudiants et fait ensuite l'objet d'un échange à partir des questions posées.

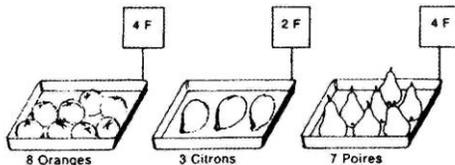
Il est présenté comme un sujet possible de concours et le "corrigé" joint est remis aux étudiants à l'issue de la discussion (annexe 3).

### ANNEXE 1

Ce problème est extrait d'un document de l'A.P.M.E.P. (questionnaire d'approfondissement pour l'évaluation en fin de sixième).

Voici trois plateaux de fruits à l'étalage d'un marchand de primeurs. L'étiquette du premier plateau indique que l'on peut avoir 8 oranges pour 4 F, l'étiquette du second plateau indique 2 F pour les 3 citrons et celle du troisième plateau indique 4 F pour les 7 poires.

Quel est le fruit le plus cher ?  
Quel est le fruit le moins cher ?



*Voici quelques réponses d'élèves d'une classe de sixième (à qui il avait été demandé d'expliquer leur solution) :*

**Fabien.** Le plus cher des fruits, c'est l'orange. Car si on divise 4 par 8, 2 par 3 et 4 par 7, ça nous donne 2, 1 et 1. Et donc le citron et la poire sont les moins chers.

**Tony.** J'ai fait  $4 \times 8 = 32$  puis  $2 \times 3 = 6$  puis  $4 \times 7 = 28$  et je constate que les fruits les plus chers sont les oranges et les moins chers les citrons.

**Cindy.** Si on divise les 8 oranges par son prix, on obtient la valeur totale des 8 oranges (8 oranges à 4 F ça fait 2 F pour une orange).

Si on divise les 3 citrons par son prix, on obtient la valeur totale des 3 citrons (3 citrons à 2 F, ça fait 1,50 F pour un citron).

Si on divise les 7 poires par son prix, on obtient la valeur totale des 7 poires (7 poires à 4 F ça fait 1,75 F pour une poire).

Donc les plus chers sont les oranges, les moins chers sont les citrons.

**Mathieu.** Le fruit le plus cher est le citron car si on multiplie 3 par 2, ça fait 6: ça sera aussi cher que les oranges et les poires, mais il y aura un fruit de moins.

Le fruit le moins cher est l'orange, parce que 6 citrons ça ferait 4 F et 7 poires ça fait 4 F et 8 oranges ça fait 4 F : c'est le même prix, mais il y a une orange de plus que les autres fruits.

**Chrystèle.** Le fruit le plus cher c'est les oranges et les poires car il vaut 4 F ; le fruit le moins cher c'est les citrons car il vaut 2 F.

**Ludovic.**  $8 : 4 = 2$  F pour une orange ;  $3 : 2 = 1,50$  F pour un citron ;  $7 : 4 = 1,75$  F pour une poire. Le plus cher c'est l'orange. le moins cher c'est le citron.

**Alexandre.** En divisant le prix par le nombre de fruits, nous trouvons le prix d'un fruit. Orange : 0,50 F ; citron : 0,66 F ; poire : 0,57 F. Donc les citrons sont les plus chers et les oranges les moins chères.

**Jérémie.** J'ai cherché pour le même nombre d'oranges et de citrons, ça fait 24. 24 oranges coûtent 12 F et 24 citrons coûtent 16 F. Donc les citrons sont plus chers et les poires il n'y en a que 7 pour 4 F donc les oranges sont moins chères.

**Alice.** On calcule en faisant une division.  $4 : 8 = 0,50$  ;  $2 : 3 = 0,66$  ;  $4 : 7 = 0,57$ . Le fruit le plus cher est le citron à 0,66 F et le moins cher est l'orange à 0,50 F.

**Karine.** Si on divise les oranges par 2, ça fait 4 oranges, alors le prix serait à 2 F. 4 oranges à 2 F et 3 citrons à 2 F il y a une orange de plus donc les oranges sont les moins chers et les citrons les plus chers.

**Sébastien.** Pour les oranges, j'ai trouvé 12. Pour les citrons, j'ai trouvé 6. Pour les poires, j'ai trouvé 11. Les plus chers c'est les oranges et les poires. les moins chers c'est les citrons.

**Élodie.** Pour 4 F on peut avoir 8 oranges, 6 citrons et 7 poires. Donc c'est les oranges les plus chers et les citrons les moins chers.

**Cécile.** L'orange coûte 50 centimes car  $8 \times 50 \text{ c} = 400 \text{ c}$  et 400 c c'est 4 F...

**Cyrille.** Avec 1 F on a 2 oranges mais moins de 2 avec les citrons et les poires. Donc les oranges sont moins chères.

**Peggy.** Les 8 oranges coûtent 4 F et les 7 poires aussi. Alors le plus avantageux ce sont les 8 oranges à 4 F parce qu'il y en a plus et les plus chers c'est les poires mais les citrons encore plus car pour 4 F on n'en a que 6.

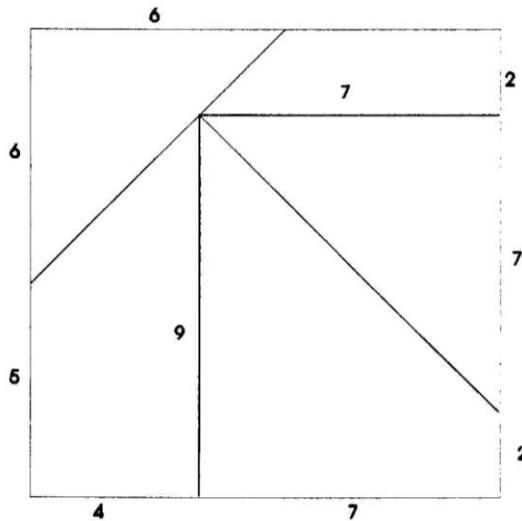
## Structures additives et structures multiplicatives

**Julien.** L'orange coûte 2 F, le citron 1,50 F et la poire 1,50 F. Donc le plus cher c'est l'orange, et le citron et la poire sont pareils.

### ANNEXE 2 LE PUZZLE

Voici une situation pour une classe de CM2.

Les enfants sont regroupés par équipes de 4 ou 5. Chaque équipe reçoit le puzzle ci-dessous.



La consigne donnée est la suivante :

*« Chaque équipe a reçu un puzzle et doit en reconstruire un autre, mais plus grand ! Pour cela il faudra respecter la règle suivante : "un segment qui mesure 4 cm sur le puzzle que je vous ai donné devra mesurer 6 cm sur le puzzle que vous construirez. "*

*De plus chaque élève de l'équipe doit fabriquer une seule pièce du puzzle. Lorsque chaque élève de l'équipe aura terminé, vous assemblerez les pièces. Vous devrez alors obtenir un puzzle identique au modèle, mais plus grand. »*

Après la recherche par équipes, les différentes solutions sont communiquées lors d'une mise en commun.

- 1) Quelles sont les connaissances mathématiques concernées par ce travail ?
- 2) Quel est l'intérêt d'organiser un travail de groupe dans lequel chaque élève a une seule pièce à reconstituer ?
- 3) Voici quelques-unes des procédures couramment utilisées par les élèves dans cette situation :
  - « On ajoute à chaque fois 2, puisque 4 doit faire 6 »
  - « Il faut ajouter la moitié de la longueur de départ »
  - « Il faut multiplier chaque longueur par 1,5 »
  - « Puisque 4 donne 6, 2 donne 3, 6 donne 9... »

Comparez ces différentes procédures et les représentations de la situation auxquelles elles correspondent.

- 4) Que peut attendre l'enseignant de la mise en commun ?
- 5) Voici deux modifications de la consigne :
  - "ce qui mesure 4 cm devra mesurer 8 cm..."
  - "ce qui mesure 4 cm devra mesurer 7 cm..."

Quelles modifications ces changements de consigne sont-ils susceptibles d'introduire dans les procédures utilisées par les élèves ?

### ANNEXE 3 Éléments de réponse

1) Ce problème de la reproduction d'un puzzle permet d'aborder le thème de la **proportionnalité** dans un cadre géométrique.

Il s'agit ici de reconnaître une situation de proportionnalité et de la traiter convenablement :

- remise en cause du modèle "*pour agrandir, il faut ajouter*",
- usage des fonctions numériques adaptées et des propriétés de linéarité.

Cela s'accompagne d'un travail sur les nombres (décimaux, éventuellement fractions) et sur les figures géométriques (reproduction de figures simples).

2) L'organisation du travail retenue ici a d'abord l'avantage de permettre une implication directe de chaque enfant.

Par ailleurs, il est important que le travail soit organisé par équipes et que chaque membre de l'équipe ait à réaliser une pièce, de façon à provoquer les échanges, la concertation et le débat sur le choix d'une procédure.

Mais surtout, c'est la reconstitution du puzzle par assemblage des pièces construites qui permettra **de valider** la stratégie utilisée par le groupe. Il s'agit

## Structures additives et structures multiplicatives

ici d'une validation interne à la situation : les enfants peuvent déterminer seuls s'ils ont réussi, sans recours à une autorité externe.

Si un enfant ou une équipe avait la charge globale de l'ensemble du puzzle, une procédure vraisemblable consisterait à tracer d'abord un grand carré agrandi sur lequel s'effectueraient des tracés avant découpage. La justesse de la construction de chaque pièce ne pourrait plus être validée directement, puisque le puzzle serait de toutes façons reconstituable.

3) Seules les trois dernières procédures permettent de reconstituer le puzzle.

- La première procédure recouvre une erreur fréquente sur la conception de l'agrandissement. Pour beaucoup d'élèves « **agrandir, c'est ajouter** ». Il est à noter que les tentatives infructueuses de reconstituer le puzzle dans ce cas, ne suffisent pas en général pour remettre en cause chez les élèves le modèle additif utilisé (ils se reprochent par exemple de mauvais dessins ou de mauvais découpages..). Il est donc important que le puzzle choisi soit tel que la reconstitution à l'aide de la règle "ajouter 2" conduise à des pièces nettement incorrectes.

- La seconde procédure traduit la persistance du modèle additif, mais cette fois-ci la **quantité à ajouter dépend de la quantité initiale**. C'est la traduction d'une fonction numérique du type  $x \rightarrow x + x/2$  assez facilement identifiable compte tenu des données numériques choisies. Elle correspond à une représentation correcte de l'agrandissement, mais qui risque d'être fragile pour un éventuel réinvestissement.

- La troisième procédure s'appuie sur une représentation juste de l'agrandissement « **agrandir, c'est multiplier** ». C'est la reconnaissance d'une fonction multiplicative et du coefficient de proportionnalité.

- La quatrième procédure s'appuie aussi sur une représentation juste de l'agrandissement, liée cette fois non plus à un coefficient de proportionnalité, mais à la **linéarité**. Cette procédure permet de retrouver un résultat de plusieurs façons, notamment si elle est organisée autour de la constitution d'un tableau de valeurs.

4) La mise en commun permet de revenir sur la **validation**. La validation dans les groupes a permis de répondre à la question "*est-ce que ça marche ?*". La mise en commun est l'occasion d'essayer d'envisager la question « *pourquoi ça marche ?* »

Par ailleurs elle doit permettre le **confrontation des différentes procédures**. C'est une étape importante car elle permet à certains de s'approprier une solution qu'ils n'ont pas élaborée.

Elle permet également de **faire des rapprochements entre des procédures différentes** (par exemple, ceux qui ont été amenés à rechercher l'image de 1 en utilisant des propriétés de linéarité ont finalement mis en évidence le coefficient de proportionnalité).

C'est enfin l'occasion de confronter les élèves à différents aspects de la proportionnalité qu'on retrouvera dans d'autres situations.

**5) Le rapport de proportionnalité est une variable didactique essentielle** de la situation et une analyse a priori est nécessaire de la part de l'enseignant avant de faire un choix sur cette variable.

La consigne "*4 cm devient 8 cm*" a toutes les chances de conduire directement les élèves à doubler toutes les mesures et d'autres procédures ont peu de chances d'apparaître. "L'évidence" de cette procédure risque de faire perdre l'intérêt du travail sur la proportionnalité et ses liens avec l'agrandissement.

La consigne "*4 cm devient 7 cm*" conduira à rendre plus délicat le recours à la deuxième ou la troisième procédure. En effet, le coefficient d'agrandissement n'étant plus aussi simple, son utilisation devient plus délicate pour des enfants de CM2 : d'autre part l'équivalent de la seconde procédure consisterait à "*ajouter la moitié de la longueur initiale et encore la moitié de cette moitié*"...ce qui rend faible sa probabilité d'apparition.

Cette nouvelle consigne conduit donc à marquer plus nettement l'opposition entre le modèle additif ("*ajouter 3*") et celui utilisant la linéarité. On a pu constater que certains enfants ayant réussi avec la consigne "*4 cm devient 6 cm*" régressent avec cette nouvelle consigne, revenant quelque temps à un modèle additif avant de pouvoir à nouveau le rejeter.

### **Bibliographie**

- COPIRELEM, "*Agrandissement de puzzle*" in "Aides pédagogiques pour le CM", publication APMEP n°64 , p. 80, Situations problèmes 1987.
- R. Charnay, "*Des problèmes pour apprendre en CM2 et 6ème*", IREM Lyon, p. 26, 1987.

