La boîte cadeau

François Huguet

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - Cahors 1991.

Cet article est un compte rendu d'activités en formation initiale.
L'objectif de l'auteur est de montrer aux stagiaires l'intérêt de penser l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire en terme « d'activités » même si cette situation se réfère aux Instructions Officielles de 1985, elle nous semble toujours pertinente et exploitable. Cette situation est proposée dans « Elem-Math VII » (publication APMEP).

"Lors de l'introduction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage actif : ils découvrent les notions comme des réponses à des problèmes." (Instructions Officielles de 1985)

Contexte

J'ai utilisé cette situation récemment en 3 circonstances et sur une durée d'environ 2 heures avec des normaliens de 1ère et 2ème année en modifiant à chaque fois quelques variables didactiques de la situation.

Je me suis volontairement détaché de la présentation faite dans l'ouvrage cité en référence.

Cette situation me semble un bon prétexte pour convaincre les élèves en formation de l'intérêt d'une telle approche de notions mathématiques fondée sur la résolution de problèmes en « construisant du sens » et prenant le contre-pied d'une approche plus « formaliste », à base de définitions, qu'ils ont souvent mal vécue.

Matériel

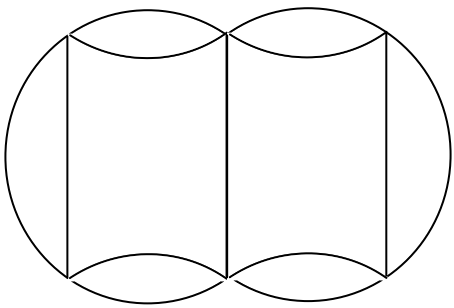
- Des feuilles de papier Canson, des ciseaux.
- Des règles, des doubles décimètres.
- Des compas, des équerres.

I - Mise en situation

1ère Phase : Appropriation du problème.

Consigne

"Nous allons tous construire des "Boîtes Cadeaux". Voici le modèle d un "patron" qui vous servira à construire différentes boîtes".



Mon rôle a consisté à répondre aux questions concernant la réalisation des patrons. Exemple: « *Je ne vous donne pas les positions des centres des cercles mais vous pouvez les trouver* ! »

Aides possibles

(voir codages sur le dessin de la page suivante)
- Coder des points particuliers A,.B, C, D, E, F.
- Les points A, B, C sont alignés.
- Les points D, E, F sont alignés.
- Tous les cercles ont même rayon.

Découverte des deux paramètres de la situation :

- R = Rayon des cercles.
- d = Distance des centres O_l O_2.

2ème Phase : Construction des « Patrons ».

Choix possible : fixer un paramètre (Exemple: R = 8 cm)

Proposer à différents groupes de normaliens des distances variées entre les centres. (Exemple : 3 cm ; 5 cm ; 7cm ;.. ; 15cm.).

Cela permet d'avoir une production riche, qui sera intéressante à exploiter.

3

3ème Phase : Analyse des difficultés rencontrées.

Par exemple pour trouver les centres des cercles :

> - Utilisation des propriétés des diagonales ou des médianes du rectangle. (exemple : dans le rectangle ABED on peut déterminer ainsi la position du centre O_1)
> - Utilisation des propriétés du losange. (Exemple: O_1 A O_3 B)
> - Utilisation des propriétés de symétrie, etc.

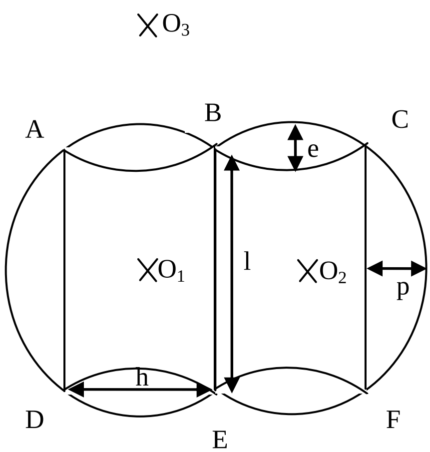
4ème Phase : Réalisation puis comparaison des boîtes obtenues.

Pour la construction, il me semble nécessaire, comme pour des enfants, d'être exigeant et attentif à la bonne utilisation des instruments tout en laissant un libre choix en ce domaine.

Pour faciliter la comparaison des boîtes obtenues, il est possible de s'accorder sur quelques dénominations utiles.

Par exemple :

- p = poignée.
- e = épaisseur de la boîte.
- 1 = largeur de la boîte.
- h = hauteur de la boîte.



5ème Phase : Premiers prolongements possibles.

Remarque : ces propositions de travail sont à la limite des possibilités d'enfants de CM.

1) Faire constater que pour un rayon fixé (Exemple : R = 8 cm), si « d » augmente alors « p » diminue, « e » augmente, « t » diminue, et « h » augmente.
   Bien sûr, la justification mathématique est du niveau du collège et peut être l'occasion d'utiliser le théorème de Pythagore.

   Pour justifier ces résultats constatés, certains de mes normaliens ont eu des difficultés à argumenter ! Cela a produit une intéressante confrontation permettant de montrer l'utilité des démonstrations et des connaissances mathématiques.

2) Poser le problème de l'adaptation des dimensions de la boîte à la forme d'un objet donné. Par exemple pour un objet de faible épaisseur et de forme « carrée », il faudra prévoir une boite telle que « l » = « h ». Dans ce cas, la figure O_1 B O_2 E est un carré.

   C'est alors l'occasion de redécouvrir de nombreuses propriétés de cette figure simple.

Autres prolongements pour un niveau plus élevé

Poser le problème des contraintes de construction. La construction d'une telle boîte est-elle toujours possible ?

Ceux qui ont choisi R = 8 cm et d = 15 cm ont constaté que la construction n'est pas possible !

La contrainte évidente $0 < d < 2R$ est donc trop large !

Une analyse plus fine, niveau Lycée ou fin de 3ème, permet de découvrir :

$$p = R - d/2$$
$$e = 2 (R - \sqrt{R^2 - d^2/4}$$
$$1 = 2\sqrt{R^2 - d^2/4}$$
$$h = d.$$

L'étude de ces fonctions confirme les constats précédents.

La position « limite » correspondant à « 1 = e » peut être étudiée simplement en constatant que, dans ce cas, le triangle O_1 B E est équilatéral. Ceci confirme la solution algébrique qui donne le résultat suivant :

$$0 < d < R\sqrt{3}$$

II - Regard sur l'expérience vécue

Afin de faciliter l'analyse critique de l'activité proposée, je demande alors aux normaliens de comparer notre démarche avec celle indiquée dans un manuel scolaire.

Cette comparaison permet bien sûr d'identifier quelques « variables de commande » de la situation et de commencer une « analyse a priori » des procédures qui pourraient être utilisées par des enfants de CM.

Au cours de ces 3 expériences, les normaliens en très grande majorité ont « joué le jeu » et adhéré à la démarche proposée.

Ils semblent convaincus de l'intérêt d'une telle approche de la géométrie à partir d'une réelle situation-problème pour l'école élémentaire mais ils posent aussi deux types de questions :

- *"Quelles sont les limites de ces activités avec des enfants de CM ?"*
- *"Qu'ont appris les enfants et que faut-il « institutionnaliser »" ?*

Aux questions du premier type j'ai eu tendance à répondre: *« Vous essaierez ! »*

Pour répondre aux autres questions et relancer le débat, j'ai proposé que l'on fasse ensemble l'inventaires des propriétés géométriques concernant des figures simples et des notions mathématiques relevant du niveau de l'école élémentaire qui peuvent être évoquées ou utilisées au cours de ce type d'activité.

Comme vous pouvez le deviner, c'est très riche !

- On peut retrouver par exemple, pour le rectangle, le losange, le carré, les propriétés des diagonales et des médianes.
- On peut utiliser la symétrie et construire des médiatrices pour trouver la position des centres des cercles.
- On peut aussi rencontrer des parallélogrammes, des triangles équilatéraux, des triangles rectangles inscrits dans des demi-cercles.
- On pourrait même utiliser des propriétés liées à la proportionnalité !

Je me suis permis enfin d'évoquer quelques notions didactiques concernant les situations d'apprentissage.

En effet, au cours de ce type d'activité les enfants sont mis en situation d'action puis de formulation et de validation avec la possibilité de confronter leurs méthodes de recherche.
Cette situation, ouverte pour l'élève, l'amène à faire des choix, tout en lui donnant des possibilités de contrôle, la validation n'étant pas nécessairement de la responsabilité du maître.

Enfin, même si les acquisitions de connaissances peuvent ne pas être négligeables, le plus important c'est :

- de construire du "sens" à travers des activités mathématiques.
- de permettre à l'enfant d'accumuler des expériences en développant son autonomie.
- de lui donner l'occasion d'argumenter et de communiquer.

Ce sont bien là les points forts et l'esprit des instructions officielles actuelles concernant l'Ecole Elémentaire.