L'enseignement de la géométrie en formation initiale

Alain Kuzniak

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Angers 1995.

Cet article présente quelques réflexions sur l'organisation et sur la structuration globales d'un enseignement de la géométrie aux étudiants PE.

Nous avons organisé ces réflexions sur l'enseignement de la géométrie autour de thèmes qui fédèrent les objectifs d'un certain nombre d'activités que l'on peut trouver aisément dans les productions destinées aux formateurs d'enseignants.
Nous avons ainsi souhaité éviter la confusion fréquente entre le but d'une activité et son titre. En effet, plus que de savoir si l'on "fait" les polyèdres ou la boite du pâtissier, il importe de connaître les objectifs et la place de ces activités en formation des maîtres.
Il s'agit ici d'un premier état de la réflexion et l'angle choisi qui épouse un plan de cours à des PE, devra par la suite être enrichi et revu par d'autres entrées que celle présentée ici et par une étude plus approfondie des activités de formation.

1. Réflexions sur la géométrie

a) Une géométrie pour les enfants ?

La géométrie expérimentale.

La géométrie de l'école élémentaire n'est pas celle du mathématicien pas plus que celle du lycéen. D'entrée, la géométrie élémentaire semble offrir divers visages et ce depuis longtemps contrairement au nombre.
Faisons un détour par Gonseth[1] pour tenter de voir le lien entre ces géométries. Selon Gonseth, l'activité géométrique résulte dans le meilleur des cas d'une articulation harmonieuse entre "intuition", "expérience" et "déduction".
L'expérience dont il s'agit ici est proche de celle des physiciens, elle apporte la preuve quasi matérielle de l'existence de propriétés. Ainsi Gonseth cite-t-il la "démonstration" que fait Legendre[2] du théorème suivant.

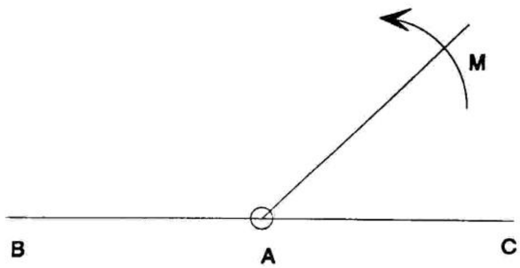
> *Par un point pris sur une droite, on peut élever une perpendiculaire sur cette droite, et on ne peut en élever qu'une.*

---

[1] GONSETH F. (1926) 1974 Les fondements des mathématiques. Blanchard

[2] En fait, il s'agit d'une démonstration de Blanchet, professeur en classes préparatoires, dans sa réactualisation de la Géométrie de Legendre. Cette démonstration ne figure pas dans les éditions parues du vivant de Legendre.

Legendre (ou plutôt Blanchet) base son raisonnement sur la figure matérialisable suivante :



La droite AM d'abord couchée sur AC tourne autour du point A. L'angle MÂC d'abord petit devient grand contrairement à son angle adjacent MÂB qui devient petit pour atteindre 0. Ainsi l'angle MAC d'abord plus petit que MÂB devient plus grand que cet angle : par conséquent il y aura une position AM de la droite mobile où ces deux angles seront égaux et il est évident qu'il n'y en aura qu'une seule.

Je ne sais trop quel serait le destin d'un candidat au Capes présentant actuellement cette démonstration mais il serait certainement en dehors de l'éducation nationale et non enseignant en classes préparatoires comme Blanchet.
Rien ne correspond ici à la démonstration mathématique "suite de syllogismes enchaînés avec rigueur et continuité". Nous sommes dans le monde sensible et non dans l'abstrait et plus qu'à la raison et à la logique il est fait appel à l'expérience du monde sensible. On peut parler d'une "géométrie expérimentale".
Cette preuve dynamique s'oppose aux démonstrations statiques de la géométrie "abstraite", mais elle semble par contre très proche de la perception que peut avoir l'enfant de l'espace.
Une autre preuve peut aussi résulter de l'usage du pliage. Suivant la terminologie présentée par Lebesgue[3], il s'agira d'un pliage de deuxième espèce qui permet de partager un angle en deux parties égales.
Ainsi que ce soit par pliage ou par "mouvement virtuel", la construction et la perception sont au cœur d'une géométrie non déductive de type expérimental. Le raisonnement que privilégie cette approche est le raisonnement de type constructif que signale également J.F. Richard[4] dans sa réflexion sur la résolution de problèmes.

---

[3] LEBESGUE H. (1950) 1987 Leçons sur les constructions géométriques. Editions Jacques Gabay

[4] RICHARD J.F. 1984 *La construction de la représentation du problème* Revue de Psychologie Française 1984, 29, 3/4.

Le rôle du point.

Un autre aspect important de la géométrie concerne l'unité de base qui fonde la géométrie élémentaire et plus particulièrement la nature et l'importance du point. Celui-ci peut être soit la notion de base de toute la géométrie axiomatique, soit l'aboutissement de toute la géométrie du monde sensible.

Dans cette deuxième perspective, nous retrouvons Legendre, toujours cité par Gonseth, qui définit ainsi sa géométrie à partir des volumes.

> *Tout corps occupe, dans l'espace indéfini, un lieu déterminé qu'on appelle volume.*
> *La surface d'un corps est la limite qui le sépare de l'espace environnant.*
> *Le lieu où les surfaces de deux corps se rencontrent est appelé ligne.*
> *Un point est un lieu où deux lignes se coupent.*

La notion de point n'est donc pas ici la notion la plus simple mais au contraire elle apparaît comme le résultat d'un détour qui est loin d'être évident. Notons aussi que la droite n'est pas définie dans cette approche du point. Le point devient l'aboutissement d'un cheminement complexe qui part du monde sensible pour parvenir au monde abstrait de la géométrie.

Il ne faut pas croire qu'une géométrie axiomatique conforme au modèle d'Hilbert n'est possible que basée sur le point et Whitehead a bâti une géométrie de ce type sur la notion élémentaire de volume.

Le point dans la géométrie de l'enfant (extrémité de segments ou intersection de lignes) n'est pas une notion première mais une notion construite qui suivra assez bien la genèse proposée par Legendre.

Conclusion.

La géométrie élémentaire de l'enfant n'incorpore pas la dimension déductive et semble reposer sur l'intuition et l'expérience. Elle constitue le temps préparatoire de la construction de la géométrie chez l'individu apprenant.

Cette géométrie met en avant les formes et les volumes et conduit graduellement à la notion de point. Elle privilégie une approche constructive de l'espace et d'un certain nombre d'objets géométriques.

Il s'agit de développer des images et des représentations mentales grâce à de nombreuses expériences sur les objets. Ce temps préparatoire sera suivi par l'approche de la géométrie déductive basée sur le point.

Un des enjeux de la formation sera d'articuler ces deux phases de façon harmonieuse. Or tout semble montrer (par exemple l'analyse fine d'exercices de l'évaluation de sixième faite par M. Fenichel et M. Pauvert) qu'il y a une rupture de contrat brutale dans le cursus scolaire entre ces deux conceptions.

b) Quel enseignement de géométrie pour les Professeurs d'école ?

Le futur professeur d'école, même s'il n'a pas toujours un passé mathématique glorieux ne se situe plus dans ce temps préliminaire de l'activité géométrique que nous avons défini plus haut. Il conçoit la géométrie comme l'étude déductive d'un certain nombre de propriétés d'ensembles de l'espace.

Cet espace est devenu global et homogène avec le point de vue d'un observateur extérieur. Il s'agit d'une géométrie ponctuelle où la déduction logique est reine et où le vu et l'expérimenté n'ont plus la primauté, du moins dans la forme standard de l'activité qu'est la démonstration.
Le formateur d'enseignants va devoir poursuivre au moins quatre objectifs différents :

1. amener l'étudiant à envisager l'existence de différentes formes de l'activité géométrique et notamment celle basée sur l'intuition et l'expérience.
2. développer sa connaissance et son expérience sur un certain nombre d'objets géométriques.
3. redonner du sens à l'activité déductive.
4. l'aider à planifier et à organiser son enseignement de la géométrie.

Apprendre à enseigner la géométrie et apprendre la géométrie.

Dans les faits, on constate que les formateurs d'enseignants vont tenter simultanément de modifier la perception de la géométrie qu'ont les étudiants en tentant de leur apporter des connaissances sur les objets géométriques (polyèdres, figures planes) et ceci grâce à des situations d'enseignement proches de la pratique des classes élémentaires. Dans cette conception, les stratégies d'homologie sont privilégiées comme l'illustre de manière intéressante la situation de Jean Vincent sur les polyèdres.
Ces stratégies d'homologie s'appuient sur un modèle constructiviste conscient de la part du formateur. Elles sont bien définies par deux types de ressemblance :

- la ressemblance entre la démarche pédagogique prônée par le formateur et celle qu'il met en œuvre pour enseigner à ses étudiants.
- la ressemblance entre les situations proposées aux étudiants et aux enfants.

Plusieurs choix sont possibles pour les situations proposées :

a) La situation de départ est la même pour les enfants et les futurs enseignants.

b) La situation présentée aux adultes est légèrement plus complexe mais aisément transférable.

c) La situation présentée aux étudiants n'est pas susceptible d'un transfert simple à l'école élémentaire.

En fait, le choix de ces situations dépend de l'appréciation par le formateur des difficultés liées à la notion abordée. Nous avons étudié dans notre thèse[5] les deux hypothèses suivantes.

Une situation simple permet une prise de conscience nette de la démarche pédagogique suivie, mais en contrepartie elle risque d'infantiliser l'étudiant et/ou de provoquer son rejet.

[5] KUZNIAK A. 1994, Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré. Thèse, Université de Paris VII.

> Une situation plus complexe transmet un savoir mathématique non trivial aux étudiants, mais la nouveauté de ce savoir peut occulter la démarche pédagogique suivie.

Lorsqu'on souhaite faire quitter son statut d'élève à l'étudiant - professeur pour lui faire acquérir le regard de l'enseignant, on rencontre les stratégies basées sur la transposition.

Ces stratégies tentent de provoquer un recul par rapport à la pratique en transposant un savoir savant de type didactique. Les supports utilisés par le formateur peuvent être les analyses d'erreurs et les analyses de documents pédagogiques.

Une autre perspective plus ambitieuse et privilégiant la démarche pédagogique semble être celle de G. Le Poche qui tente une distanciation effective en revenant sur l'activité menée par le formateur auprès des étudiants grâce à un film qui a gardé la trace de cette activité. Cela donne une réalité plus importante à ce "pas de côté" qui doit faire basculer de l'étudiant au maître.

Redonner du sens à l'activité déductive en géométrie.

Un autre aspect important de la formation est celui du sens à donner à l'activité déductive et à la démonstration en géométrie.

La place du concours en fin de première année favorise un travail sur cette approche, mais il est fondamental de bien déterminer les thèmes prétextes à la démonstration ou à la preuve.

Ceux-ci ne doivent pas être définis en fonction de leur situation scolaire (troisième ou seconde) mais en fonction de leur coté exemplaire et intéressant pour la formation professionnelle des étudiants.

Plusieurs pistes nous semblent envisageables :

- problèmes de dénombrement
- problèmes dits de l'architecte ou du géomètre souvent liés à la mesure.
- problèmes liés à la recherche de lieux géométriques.
- problèmes dérivant de constructions qui amènent à se poser la question de la validité des observations faites (cercle des neuf points, points de concours surprenants).

Certains formateurs signalent une "résistance" des étudiants à cette approche basée sur les constructions et les pliages. Ce point mériterait une analyse et une confirmation.

2. Trois grands thèmes de structuration de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres

a) Espaces(s) de la géométrie élémentaire.

Cette partie nous semble problématique dans la mesure où règne une certaine confusion provoquée par les différentes approches de l'espace que peuvent faire philosophes, psychologues et mathématiciens. Les mêmes noms sont donnés à des notions totalement différentes.

Nous ne remettons bien sûr pas en cause cette approche pluraliste d'un thème par essence pluridisciplinaire, mais nous souhaitons seulement tenter de clarifier ce qui relève des mathématiques et nous astreindre à n'employer des termes mathématiques que dans leur acception mathématique la plus courante.
Nous pensons ici plus particulièrement aux espaces affines et projectifs. Cet effort de clarification et de précision nous semble important à la fois pour les formateurs d'enseignants et pour leurs étudiants.
Les ouvrages mathématiques à tendance didactique ou pédagogique comme le ERMEL introduisent rapidement plusieurs types d'espaces géométriques. Il s'agit principalement des espaces topologiques, projectifs, affines et euclidiens. On trouve aussi l'espace cartésien et l'espace des similitudes.
Cette présentation repose sur une construction axiomatique qui ne tient pas compte de la genèse historique plutôt inverse de ces notions. Cet ordre et le choix des termes semble plutôt se référer à Piaget et à une genèse psychologique de l'espace chez l'enfant.
Il est impossible dans le cadre de la formation des PE d'ignorer l'apport piagétien, mais cela ne doit pas nous conduire à nous tromper sur le sens mathématique des mots employés.
Or la pensée mathématique moderne sur la géométrie est fondamentalement imprégnée par le programme d'Erlangen défini en 1872 par F. Klein. Dans cette conception, la géométrie n'est plus l'étude d'un espace doué de certaines propriétés mais la donnée d'un groupe de bijections d'un ensemble substrat.
L'objet de la géométrie est l'étude de sous ensembles de E "au point de vue des propriétés qui ne sont pas altérées par les transformations du groupe". Dans cette perspective, l'idée d'invariant est fondamentale.
En formation des maîtres, cette idée d'invariant nous semble importante à préserver et ceci d'autant plus qu'elle ne semble pas contradictoire avec les apports de la psychologie génétique.
Nous allons rapidement passer en revue les différents espaces géométriques qui mettent en jeu ces invariants.

Espace topologique.

L'épistémologie[6] de cet ensemble est intéressante pour le sujet qui nous occupe. D'abord, il faut noter que contrairement à l'espace euclidien, cet espace n'est pas vu par les mathématiciens comme un espace proprement géométrique.
Ensuite, la notion fondamentale, celle d'ouvert, renvoie à une tentative de définition de la localité mais indéterminée non liée à la notion de point. Cette définition est asymétrique : la réunion quelconque d'ouverts est un ouvert, par contre seule l'intersection d'une famille finie d'ouverts est encore un élément de la famille.
De ce fait au moins dans les espaces séparés, le point ne fait pas partie de la famille de base. La réflexion topologique n'a pas le point à sa base mais est bâtie

[6] SALANSKIS J.M. 1991 L'herméneutique formelle. L'infini, Le continu, L'espace. Editions du C.N.R.S.

sur la notion locale de voisinage. La globalité se définit par extension (réunion) de localités (les ouverts).
Les propriétés topologiques seront celles qui seront invariantes par les applications continues (applications qui préservent la localité). II s'agit par exemple des notions d'extérieur et d'intérieur, de voisinage (par définition même), de connexité.

Espace projectif et espace affine.

Nous renvoyons aux ouvrages classiques de géométrie de Berger ou de Frenkel pour des définitions précises et claires de ces espaces[7]. Notons simplement

- il s'agit d'espaces définis à partir d'espace vectoriel soit par opération d'un groupe (espace affine) soit par passage au quotient (espace projectif), donc d'espaces "algébrisés" pour permettre des opérations.
- les "définitions axiomatiques" propres (qui permettent de définir l'espace directement à partir des droites et des propriétés ensemblistes d'intersection) existent mais ne font plus partie de la géométrie élémentaire.
- dans la pratique usuelle élémentaire, (espace projectif est surtout "vu" comme le complété projectif de l'espace affine qui évite les problèmes de parallélisme.
- il est en effet impossible de voir $P^2(R)$ dans l'espace R^3 autrement qu'avec des plongements avec singularités comme la surface de Boy.

Les notions fondamentales qui se dégagent ici sont celle d'alignements, de parallélisme et d'intersection de droite. Compte tenu des connaissances des étudiants, le risque est grand pour le formateur de pratiquer l'effet Jourdain.
Ainsi il parlera de propriétés affines là où légitimement l'étudiant ne voit que parallélisme. Que peut, en effet. représenter la notion d'espace affine ou d'espace projectif pour un étudiant polyvalent dont la dominante n'est pas les mathématiques ?

Espace euclidien ou métrique.

En fait, il s'agit d'espace affine euclidien c'est à dire d'espace affine dont l'espace vectoriel sous-jacent est euclidien. La notion fondamentale est donc celle de produit scalaire qui permet de définir une distance sur l'espace affine associé qui devient ainsi un espace métrique.
L'existence d'un produit scalaire permet de donner du sens à l'orthogonalité et à la notion d'angle par le biais du groupe orthogonal. C'est aussi cet espace qui permettra de définir toutes les transformations géométriques élémentaires. Il s'agit d'une certaine manière de l'espace paradigmatique de toute géométrie.
Là encore, la transposition que doit opérer le formateur de professeurs d'école pour passer de ce savoir savant à un savoir à la fois accessible au niveau de ses étudiants et opératoire pour leur métier futur paraît rendre pratiquement inévitable l'effet Jourdain.

---

[7] Pour une référence plus récente AUDIN M., Géométrie Belin.

La référence théorique éclaire peu les étudiants et semble plutôt les doter d'un vernis langagier inutilement pédant. Cette transposition nous paraît impossible si l'on reste dans le domaine des mathématiques, par contre elle est possible mais délicate s'il s'agit d'attirer l'attention de l'étudiant sur quelques notions fondamentales et élémentaires des mathématiques qui aident à définir l'espace de la géométrie.
En conclusion, il paraît nécessaire de dégager les invariants fondamentaux de la géométrie que nous avons vus précédemment en évitant tout formalisme inutile mais en utilisant les termes académiques lorsque ceux-ci sont facilitateurs. Notamment pour aider à l'identification de certaines classes d'invariants topologiques ou métriques. Les aspects projectifs et affines nous semblent a priori nettement moins pertinents.
Dans la formation, cela conduit le formateur d'enseignants à une institutionnalisation forte sur ces notions et à une stratégie de type transpositif sans l'appui (du moins à notre connaissance) de situation fondamentale de formation qui pourrait préparer un apport relativement magistral.
Les points qui apparaissent fondamentaux à soulever pour les étudiants sont donc les suivants :

- invariants topologiques simples.
- alignements
- parallélisme
- orthogonalité et notion d'angle mesure

De l'avis des membres de notre groupe de travail, ces aspects qui font partie des espaces de la géométrie sont parfois négligés dans leur transmission pratique à des élèves. En effet, l'idéologie dominante qui privilégie un enseignement qui part du complexe fait négliger l'enseignement direct de ces invariants

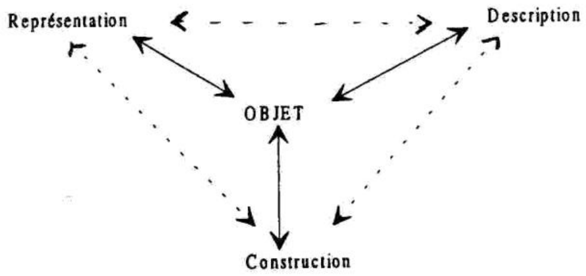
La rupture continu - discret : importance des réseaux.

Nous serons très brefs sur cette opposition fondamentale. Nous avons rappelé que le point apparaissait comme l'aboutissement d'une construction de l'espace qui partait du volume. Cette construction est commune à l'enfant et à la genèse historique mathématique de ces notions. Elle est en contradiction avec la genèse axiomatique privilégiée aujourd'hui dans l'enseignement de la géométrie.
Comme l'affirme René Thom[8] (il en tente même une démonstration), le continu précède ontologiquement le discret. C'est à dire qu'il est plus facile de concevoir le discret à partir du continu que l'inverse. Ainsi la ligne brisée se conçoit comme un accident du continu alors qu'inversement un être discret ne peut accepter un accident continu sans être lui-même localement continu.
Cette conception intuitive permet de bâtir la notion de point comme accident du continu. Cette discrétisation nécessaire de l'espace va passer selon nous par l'usage et l'enseignement de réseaux de toutes sortes (le plus important mais non

[8] THOM R 1992 "L'Antériorité Ontologique du Continu sur le Discret" in Salanskis et Sinaceur, *Le labyrinthe du continu, pp. 37-143.*

le seul étant celui à maille carrée). Le point apparaît alors lié simultanément aux notions de mailles et de nœuds du réseau.
Les réseaux vont également permettre le codage des déplacements et la représentation de l'idée de direction. Enfin, ils permettent un passage progressif du local au global en ne privilégiant aucune case du réseau.
Les formateurs utilisent les réseaux de toutes sortes en opposition aux supports vierges pour introduire la notion de variable didactique. La construction de figures sur différents supports met bien en évidence les différences d'apprentissages qui peuvent être liées à une même consigne lorsque certains paramètres de la situation varient. Les réseaux semblent surtout enseignés au cycle II, mais leur usage et surtout leur construction au cycle III pourrait permettre de remédier à la carence d'activités sur le parallélisme et l'orthogonalité que nous avons pointée plus haut.

b) Activités sur l'objet.
On peut décrire l'ensemble du processus d'étude d'un objet tel qu'il est vu par les instructions officielles par le schéma suivant :



Un des buts essentiels de la formation est de permettre aux étudiants de structurer leur enseignement d'un certain nombre d'ensembles géométriques au travers de ce prisme. Les formateurs semblent d'ailleurs (hypothèse à confirmer) retenir cet aspect de la géométrie comme début de cours de géométrie et ceci souvent à l'aide d'activités sur les objets. Nous allons en voir différents aspects.

Étude d'objets géométriques particuliers.
Différentes figures géométriques sont étudiées de manière approfondie en formation des maîtres. II s'agit pour les formateurs de présenter les différents aspects de l'approche d'un objet géométrique à l'école élémentaire. Les activités porteront donc sur la représentation, la description et la construction de différentes figures

- des activités de représentation à partir des gabarits du cube ou des vues de l'octaèdre.
- des activités de description tel le jeu du portrait.

- des activités de construction surtout de polyèdres grâce à un matériel spécifique (Polydron ou le clone de Jovo), ou encore à partir de pliage ou de constructions papier (C. Rimbault).

Ces études visent à la fois un savoir mathématique et un savoir pédagogique. Pour mieux préciser la démarche pédagogique attendue, il est possible d'insister sur deux grands types d'activités pédagogiques fréquentes en géométrie : les activités d'émission/réception et les activités de classification de corpus.

Les activités d'émetteurs/récepteurs.

Il s'agit de mettre en œuvre la description d'un objet pour le construire ou pour le reconnaître grâce à l'émission de messages écrits.
Un exemple de ces activités est celui proposé par Jeanne Bolon[9] sur les constructions de quadrilatères. Là encore l'activité d'émission-réception est mise en œuvre avec les étudiants.
Ces activités sont également une source de travaux d'élèves pouvant être analysés en formation ou lors du concours.

La classification de corpus d'objets.

II s'agit cette fois de faire redécouvrir (ou découvrir) les propriétés des figures géométriques qui permettent d'organiser la connaissance de ces figures.
L'approche privilégiée n'est pas axiomatique *a priori* mais opératoire sur des ensembles qu'elle permet d'organiser comme les solides ou les figures planes.
Un grand nombre de comptes rendus de telles activités de formation figurent dans les productions de la Copirelem. Sans doute parce que souvent ces activités sont traitées sur le mode de l'homologie, le problème de la trace écrite et de l'institutionnalisation en géométrie nous semble trop négligé. On peut simplement signaler les cartes d'identité ou les dictionnaires de géométrie.

3. Aides pour la programmation d'un cours de géométrie.

Pour conclure, nous allons aborder très rapidement un point qui nous paraît négligé du moins dans les propositions d'activités de formation produites par la Copirelem.
Il s'agit de la structuration globale de l'enseignement de la géométrie. En effet, l'objet principal de la formation des PE n'est pas ou pas seulement la transmission d'un savoir mathématique sur la géométrie. II faut aussi aider les étudiants à mettre en place et à planifier leur propre enseignement de la géométrie.
Les stratégies d'homologie misent sur une sorte de transfert automatique par imitation de la formation à l'enseignement. Elles négligent les phénomènes de transposition opérés par les étudiants.

---

[9] Voir Géométrie, dictée de figures (PLOT n° 48).
Exemple: « Donner *une consigne permettant à un groupe récepteur de construire un rectangle de 4 cm sur 3 cm. Le message ne devra pas comporter le terme* rectangle.

Selon nous, la réflexion sur la programmation de l'enseignement de cet objet complexe qu'est la géométrie doit permettre une distanciation réflexive. Trop souvent, cet aspect essentiel est laissé à l'initiative de l'étudiant qui s'en remet alors soit à la progression proposée par les manuels, soit aux propositions du *"Babin"* souvent confondues avec les instructions officielles.

Nous proposons ici notre propre approche de ce problème en formation.

Pour être clair, notre but n'est pas de transmettre le modèle d'une progression type mais de sensibiliser l'étudiant à la notion moins rigide de programmation par thèmes. La structuration proposée aux étudiants repose sur le plan du cours de géométrie qui leur a été dispensé pendant le module.

L'activité proposée est une activité de synthèse effectuée en fin de module qui doit permettre aussi de familiariser les étudiants avec une certaine forme de vision de l'enseignement de la géométrie.

Les étudiants, répartis par groupes, doivent remplir une grille très succincte obtenue à partir de l'observation de la progression de différents manuels (trois par niveau du CP au CM2). II s'agit de noter la place et l'importance réservées aux différents types d'activités géométriques dégagés dans le module de formation.

1) Activités portant sur l'espace et les différents invariants (nature de ces invariants et type de supports utilisés).

2) Activités centrées sur l'étude d'un objet particulier en précisant cet objet et le type d'approche retenue (description, représentation ...).

3) Activités sur les transformations géométriques.

Les étudiants doivent également observer les rôles respectifs du plan et de l'espace à trois dimensions, le rôle des constructions et des instruments de géométrie, l'idée du simple et du complexe.

Enfin, ils doivent retenir une activité qu'ils jugent intéressante ou problématique.

Cette activité ne consiste pas en une découverte de manuels qui sont déjà connus par les étudiants. La synthèse effectuée à l'issue de la séance permet d'insister sur l'idée d'une programmation globale de la géométrie sur l'école élémentaire et sur le côté non obligatoire des regroupements proposés par les manuels.

L'objectif de l'enseignant doit être de ne pas négliger certains aspects de la géométrie. Le choix des objets étudiés dépend du niveau des élèves et de leur passé, ceci afin d'éviter les bégaiements fréquents constatés à l'école (travaux sur le cube ou surtout reprise constante des mêmes activités sur la symétrie).

Plan d'un cours de géométrie aux PE

	Activités proposées aux étudiants.
Introduction Rôle de la géométrie. 1) Société, histoire des maths • mesure • période classique • période contemporaine 2) A l'école primaire	*Le triangle de Pascal et les fractales*
I) Espaces de la géométrie 1) Caractéristiques de l'espace en maths. 2) Différents types d'espace de représentation pour l'enfant, classification par les invariants	
• "topologique" • alignements • parallélisme • orthogonalité • mesure	*Les puzzles.* *Les marelles* *Étude du matériel Structuro*
3) Importance des réseaux • notion de variable didactique. • discrétisation de l'espace.	*Étude de travaux d'enfants*
II) Activités sur les objets géométriques 1) Reproduire, décrire, représenter et construire.	*Les kaléidocycles* *L'octaèdre*
2) Deux grands types de situations pédagogiques a) Les situations d'émission réception. b) Les situations de classification de corpus.	*Description de quadrilatères* *Les polyèdres.*
III)Les relations entre objets : transformations géométriques 1) Recherche d'invariants dans les transformations • alignements. • angles • isométries	*Transformations "conchoïdales " et"cissoidales "* *Frises*
2) Etude de la symétrie.	*Travaux à partir de la brochure Suivi Scientifique 6ème*
IV) Aides pour mettre au point une structuration de progression en géométrie.	*Analyse de manuels*