

## Vivre un Atelier de Recherche en Mathématiques

Pierre Eysseric

*Cet article présente quelques sujets de problèmes proposés dans le cadre des Ateliers de Recherche en Mathématiques. Il a été publié sous cette forme dans le n° 70 de la revue Grand N ainsi que dans les n° 440 et 443 du bulletin de l'APMEP.*

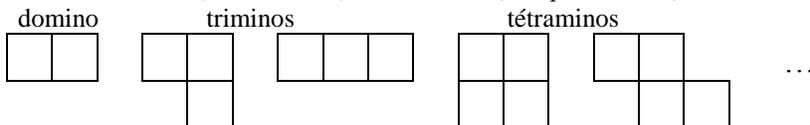
*Les élèves sont répartis en ateliers regroupant trois ou quatre d'entre eux. Après avoir choisi l'un des sujets exposés ci-dessous, un groupe amorce son exploration selon les modalités des Ateliers de Recherche : formuler des questions (des problèmes) et tenter de les résoudre avec la perspective de communiquer à l'ensemble du groupe les résultats de la recherche ( compte-rendu des essais infructueux, des impasses explorées, des pistes envisagées non abouties mais qui semblent intéressantes, des certitudes éprouvées...)*

### **Sujet n°1 : Pavage de polyminos.**

Un polymino est un assemblage plan de carrés égaux (cases) tel que tout carré soit rattaché à la figure par au moins un de ses côtés.

Exemples de polyminos :

les dominos, les triminos, les tétraminos, les pentaminos, ...



Paver un polymino consiste à le recouvrir par des polyminos plus petits de telle sorte que toute case soit recouverte une fois et une seule.

Le problème général des conditions pour qu'on puisse paver un polymino par un type de polyminos donné n'est pas résolu à ce jour; mais de nombreux cas particuliers peuvent être abordés:

- Pavage d'un polymino carré par des dominos.
- Pavage d'un polymino carré privé d'une case par des dominos.
- Les deux problèmes précédents pour des polyminos rectangulaires.
- Pavage d'un polymino carré par des triminos.
- ...

## Problèmes et apprentissage

### Sujet n°2 : Les pesées.

On a un certain nombre de pièces en apparence toutes identiques. L'une d'elles est fautive (elle est plus légère ou plus lourde que les autres, on ne sait pas). On veut la retrouver en un nombre minimum de pesées à l'aide d'une balance à deux plateaux (une pesée indique si le contenu d'un des plateaux est plus lourd, plus léger ou égal à celui de l'autre plateau).

### Sujet n°3 : 22, v'la le chef.

On étudie le codage suivant :

On fait correspondre à chaque lettre le nombre correspondant à son rang dans l'alphabet, à chaque mot la somme de nombres codant ses lettres.

Exemples:

CHEF est codé par  $3+8+5+6=22$

Le mot-nombre DIX-HUIT est codé par  $4+9+24+8+21+9+20=95$

A partir de cette situation, envisager des recherches mathématiques à effectuer...

### Sujet n°4 : 6174, 495 et Cie.

Choisir un nombre de 4 chiffres; par exemple : **7148**

Ordonner les 4 chiffres du plus grand au plus petit ; sur l'exemple on obtient le nombre 8741

Ordonner les 4 chiffres du plus petit au plus grand ; sur l'exemple on obtient le nombre 1478

Calculer la différence des deux nombres ainsi obtenus :

$$8741 - 1478 = \mathbf{7263}$$

Recommencer toutes les étapes en partant du résultat obtenu :

**7148** → 8741

-1478

**7263** → 7632

-2367

**5265** → 6552

-2556

**3996** → 9963

-3699

**6264** → 6642

-2466

**4176** → 7641

-1467

**6174** → 7641

-1467

**6174**

Essayer avec d'autres nombres !

Arrive-t-on toujours à 6174 ? Au bout de combien d'opérations ?

Les résultats des différentes soustractions ont-ils d'autres particularités ?

Et si on fait la même chose avec des nombres de 3 chiffres, que se passe-t-il ?

..... Vous pouvez continuer et vous poser d'autres questions pour les nombres de 2 chiffres, 5 chiffres, .....

### **Sujet n°5 : Kapla.**

Les planchettes Kapla ont pour dimensions 8 mm, 24 mm et 120 mm:

3 épaisseurs dans une largeur; 5 largeurs dans une longueur.

Quels problèmes mathématiques se posent à partir de ce matériel?

### **Sujet n°6 : Le jeu de la vie.**

Règles du jeu :

- Une case vide avec 3 voisins donne une naissance.

	X	X	
	X	N	

*Si on part de la population ci-dessus (cases avec X), il y aura une naissance dans la case N.*

- Un pion isolé, avec un seul voisin, 4 ou davantage, meurt...
- Un pion ayant 2 ou 3 voisins survit.

			X	X
X		X	X	X
		X	X	
	X	X	X	

*Dans la population ci-dessus, les individus X vont mourir (certains d'isolement, d'autres d'étouffement), les individus X survivent et il va y avoir des naissances (A vous de les trouver !).*

Pour jouer :

Vous placez vos pions dans un quadrillage pour former votre population initiale. Vous suivez ensuite chaque étape de son évolution.

**A vous de trouver les populations initiales les plus aptes à la survie et au développement.**

## Problèmes et apprentissage

### **Sujet n°7 : Étude du jeu "AIRJEU".**

**Matériel :** - des baguettes de longueurs variées en nombre suffisant (au moins 4 exemplaires de chaque)  
- un sablier.  
- du papier, des ciseaux, de la colle et du scotch.

**Règle du jeu :** (4 joueurs)

- on distribue à chaque joueur 4 à 8 baguettes (chaque joueur reçoit le même lot de baguettes); il est aussi possible de tirer au sort les baguettes qui seront utilisées.

- on retourne le sablier et chacun doit réaliser en utilisant toutes ses baguettes un polygone ayant la plus grande aire possible et le dessiner sur une feuille blanche.

- à l'issue de cette phase, on compare les figures obtenues, on les range de la plus grande à la plus petite aires et des points sont attribués à chaque joueur:

- 5 points pour la figure de plus grande aire
- 3 points pour la suivante
- 1 point pour l'avant-dernière figure
- rien pour la figure de plus petite aire.

### **Variantes:**

- LA PLUS PETITE AIRE GAGNE avec la sous-variante :  
les joueurs piochent chacun 5 baguettes au hasard : cette fois, les polygones n'auront plus le même périmètre et le gagnant (figure de plus petite aire) ne sera pas toujours celui qui aura la plus petite longueur de baguette.
- LE PLUS PETIT PERIMETRE ...

### **Sujet n°8 : Étude du jeu "PERIJEU".**

**Matériel :** - des formes géométriques variées en nombre suffisant (au moins 4 exemplaires de chaque) ; on pourra utiliser des pièces d'un puzzle comme le tangram ou des pièces de la mallette "La moisson des formes" ...  
- un sablier.  
- une ficelle et/ou un instrument de mesure des longueurs.

**Règle du jeu :** (4 joueurs)

- chacun pioche une forme géométrique.  
- on distribue à chaque joueur un exemplaire des 4 pièces qui ont été piochées.  
- on retourne le sablier et chacun doit réaliser en utilisant les 4 pièces une figure ayant le plus grand périmètre possible avec les contraintes de juxtaposition des pièces ci-dessous et en reproduire le contour sur une feuille

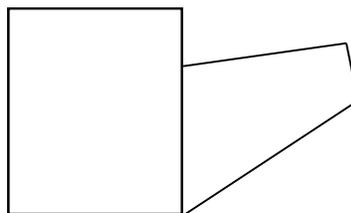
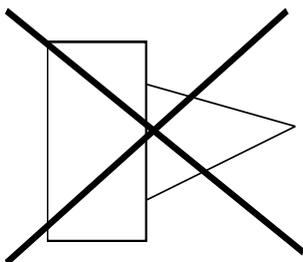
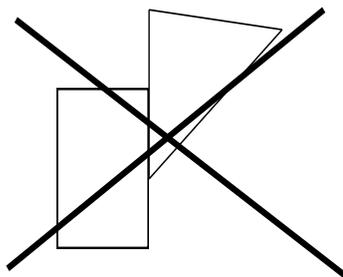
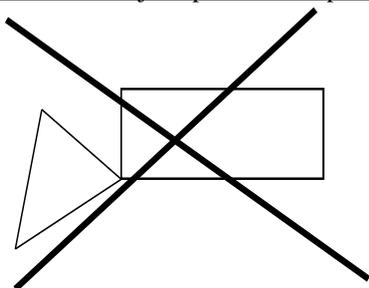
blanche.

- à l'issue de cette phase, on compare les figures obtenues, on les range du plus grand au plus petit périmètre et des points sont attribués à chaque joueur:

- 5 points pour la figure de plus grand périmètre
- 3 points pour la suivante
- 1 point pour l'avant-dernière figure
- rien pour la figure de plus petit périmètre.

- variante : on mesure les périmètres et on le nombre de points attribués à chacun correspond à la mesure en mm du périmètre de sa figure.

Contraintes de juxtaposition des pièces :



2 pièces doivent avoir au moins un sommet commun et deux côtés accolés.

Variante :

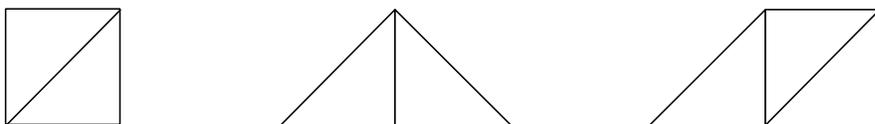
- avec des lots de 4 formes qui ne sont pas les mêmes pour chacun des joueurs; cette fois, les figures n'auront plus la même aire et le gagnant (figure de plus grand périmètre) ne sera pas toujours celui qui aura les pièces ayant la plus grande aire.

Sujet n°9 : LES POLYVOILES.

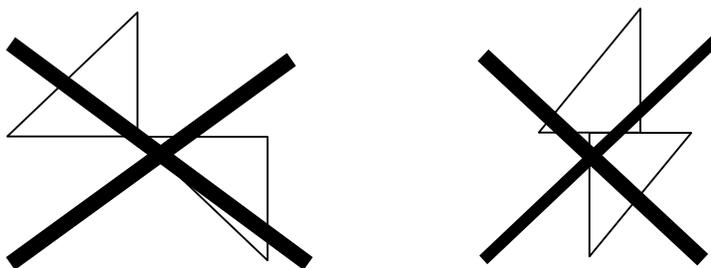
On réalise des assemblages de triangles rectangles isocèles identiques (des demi-carrés) par côtés entiers :

## Problèmes et apprentissage

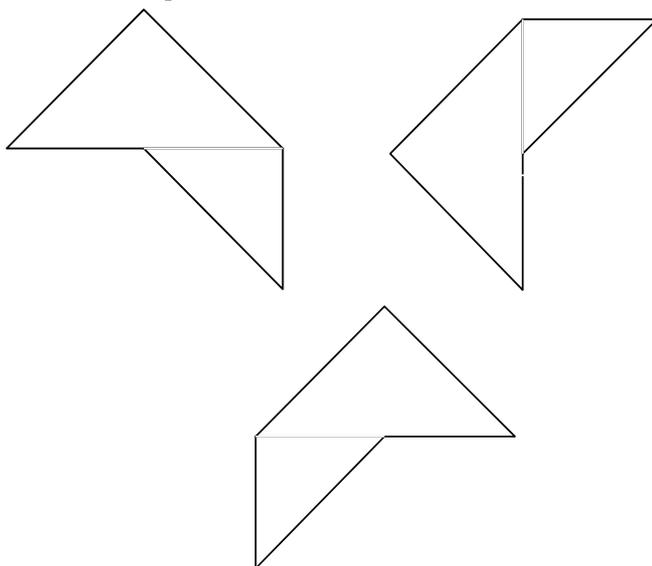
- un grand côté avec un grand côté ou un petit côté avec un petit côté :



- pas d'assemblages par les angles ou par portion de côté :

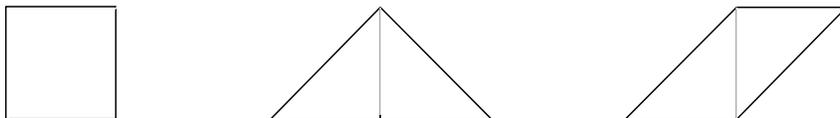


Deux pièces seront considérées comme identiques si l'une peut recouvrir l'autre, éventuellement après un retournement :



### 3 pièces identiques

On peut obtenir 3 pièces différentes en assemblant ainsi 2 triangles rectangles isocèles ; on les appelle des "bivoiles" :



**Trouvez tous les assemblages différents de 3 triangles rectangles isocèles ("trivoiles"). Utilisez le papier quadrillé ci-joint pour dessiner les pièces trouvées !**

**On peut continuer la recherche avec les assemblages de 4 triangles rectangles isocèles ("tétravoiles") puis de 5 ("pentavoiles"), de 6 ("hexavoiles"), ...**

**VOICI QUELQUES PISTES POUR POURSUIVRE, MAIS IL EST POSSIBLE D' EN IMAGINER D'AUTRES:**

Quelle est la trivoile de plus grand périmètre ?

Quelle est la trivoile de plus petit périmètre ?

Rangez les trivoiles par périmètres croissants ?

Même question pour les tétravoiles, les pentavoiles, ...

Assemblez les tétravoiles pour réaliser un "serpent" le plus long possible! Puis un serpent qui se mord la queue...

En utilisant toutes les tétravoiles une seule fois et en les assemblant par côtés entiers, peut-on obtenir un rectangle ?

Et toutes les questions que vous aurez envie de vous poser au sujet de ces polyvoiles et des puzzles qu'elles peuvent permettre de réaliser !...

### **Sujet n°11 : Étude du jeu d'Oslo.**

Le but du jeu d'Oslo est d'**obtenir n'importe quel nombre entier naturel non nul**, en partant de **4**, à l'aide d'**applications successives des trois règles suivantes**:

1. Mettre un 0 à la fin du nombre (c'est à dire multiplier par 10);
2. Mettre un 4 à la fin du nombre (c'est à dire multiplier par 10 et ajouter 4) ;
3. Diviser par 2 si le nombre est pair.

**Exemple** : on obtient le nombre 30 avec la séquence ci-dessous d'utilisation des règles:

$N^{\circ}3 \ N^{\circ}2 \ N^{\circ}3 \ N^{\circ}3 \ N^{\circ}3 \ N^{\circ}1$  (la suite des nombres est: 4, 2, 24, 12, 6, 3, 30)

### **Variantes :**

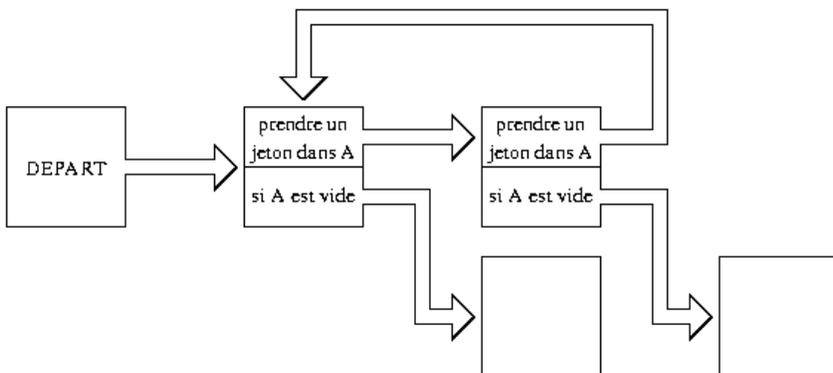
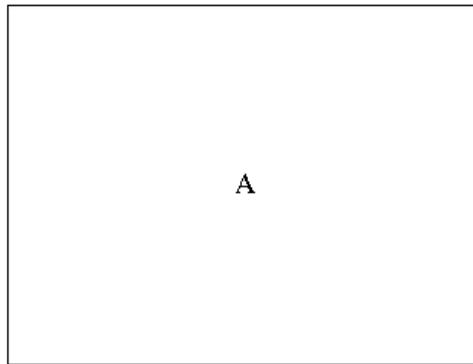
- changer le nombre de départ (6 au lieu de 4 par exemple) ;
- prendre d'autres règles ;
- limiter le nombre d'applications successives autorisées pour une même règle ; ...

**Sujet n°12 : LESMACHINES A REGISTRES.**

Trois machines sont proposées; elles sont constituées de deux parties :

- des registres : ce sont les mémoires; placer 8 jetons dans le registre A revient à mettre le nombre 8 dans la mémoire A;
- une sorte de jeu de l'oie avec un départ et une arrivée, sur lequel se déplace un pion : faire fonctionner la machine, c'est, à partir d'une configuration donnée pour les registres, amener le pion de la case DEPART à la case ARRIVEE.

En faisant fonctionner les machines à partir de diverses configurations de départ pour les registres, il faut découvrir la fonction de chacune d'elles, ... puis d'en inventer de nouvelles !



**Machine n°1**

**Machines n°2 et n°3**

