COPIRELEM

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

Concours externe
de recrutement
des Professeurs des Ecoles

Mathématiques

Annales 2002

Sujets et corrigés

ARPEME
(Association pour l'élaboration et la diffusion de Ressources Pédagogiques sur l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole.).

UNIVERSITE DENIS DIDEROT
IREM PARIS 7
(Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques)

COPIRELEM

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

Concours externe
de recrutement
des Professeurs des Ecoles

Mathématiques

Annales 2002

Sujets et corrigés

Ces annales ont été rédigées par :

J. C. Aubertin (IUFM de Franche-Conté)
A.Berté (IUFM d'Aquitaine **)**
C.Bolsius (IUFM Nancy)
J.Briand (IUFM d'Aquitaine **)**
A.Duval (IUFM d'Aquitaine)
P.Esseyric (IUFM d'Aix-Marseille).
C. Houdement (IUFM de Normandie)
M.L.Peltier (IUFM de Normandie)
G. Le Poche (IUFM de Bretagne).

La relecture finale du document a été effectuée par **:**
Yves Girmens (IUFM Montpellier)**,**
Florence Michon (IUFM Grenoble),
Claude Maurin (IUFM Aix-Marseille).

REMERCIEMENTS DES AUTEURS

Ces annales ont pu être menées à bien grâce aux contributions de personnes, association et institutions :

- **Nos collègues formateurs à l'enseignement des mathématiques qui exercent en IUFM, ou en circonscriptions**, qui ont fait parvenir les sujets.

- **L'ARPEME** (Association pour l'élaboration et la diffusion de ressources pédagogiques sur l'enseignement des mathématiques à l'école.)

Cette association a pour but de favoriser le développement de la réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école et sur la formation des professeurs à l'enseignement des mathématiques :

-en aidant à la communication d'expériences, à la diffusion de documents de formation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques.

-en apportant un soutien à l'organisation de colloques et séminaires de réflexion rassemblant les formateurs intervenant à divers titres dans la formation en mathématiques des professeurs.

-en prenant en charge l'élaboration, l'impression et la diffusion de tous documents utiles pour les formateurs en mathématiques des professeurs des écoles : documents pédagogiques écrits et audiovisuels, actes des colloques, compte-rendus de séminaires.

- **La COPIRELEM** (Commission permanente des **IREM** pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire) et l**'IREM (Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques) de l'université de Paris VII Denis Diderot**.

SOMMAIRE

Informations

L'ÉPREUVE DU CRPE EN MAI 2002…….. **6**
AVERTISSEMENT…….. **7**
CONSEILS AUX CANDIDATS…….. **7**
INFORMATION…… **7**
TABLEAU RÉCAPITULATIF 1…….. **8**
TABLEAU RÉCAPITULATIF 2…….. **9**
INDEX DE QUELQUES MOTS CLÉS…… **308**

Les sujets et leurs corrigés

	N° page du sujet	N° page du corrigé
AIX-MARSEILLE, CORSE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE.	**10**	**113**
AMIENS…….	**21**	**124**
BESANÇON…….	**31**	**134**
BORDEAUX, CAEN, CLERMONT-FERRAND, NANTES, ORLEANS-TOURS, POITIERS, RENNES……..	**36**	**139**
CRETEIL, PARIS, VERSAILLES……...	**42**	**149**
DIJON, NANCY-METZ, REIMS, STRASBOURG……..	**48**	**156**
GRENOBLE, LYON…….	**58**	**163**
LILLE, ROUEN…….	**72**	**179**
LIMOGES…….	**83**	**190**
LA MARTINIQUE……..	**95**	**202**
LA REUNION……..	**98**	**210**
RENNES (2)……..	**101**	**216**

L'ÉPREUVE DU CRPE EN MAI 2002

Textes officiels de référence :
- BO n° 5 janv 92 définissant les épreuves des concours de professeurs des Ecoles.
- Le recueil de textes réglementaires sur les IUFM de Janvier 1992 (MEN)
- BO n° 43 nov 94 : recommandations relatives aux concours de recrutement des professeurs des Ecoles.
- BO n° 45 déc 94 : Référentiel des compétences et capacités caractéristiques d'un professeur d'Ecole
- La note de service 94-271 du 16 nov. 96 sur de nouvelles recommandations relatives aux concours de recrutement des professeurs des Ecoles.

L'épreuve du CRPE se présente actuellement[1] comme suit :

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

- Cette partie vise à apprécier les connaissances mathématiques des candidats pour des notions relevant de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Les questions posées ne se limitent pas, bien entendu, à des exercices ou problèmes extraits de manuels scolaires de l'école primaire. Certaines questions permettent de valoriser des candidats manifestant une certaine aisance dans le domaine mathématique.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

- L'épreuve d'analyse de travaux d'élèves consiste à repérer les erreurs et les qualités dans une production d'élèves, à les analyser et les commenter en référence aux objectifs et aux contenus de la discipline tels qu'ils sont définis dans les programmes officiels.

SECOND VOLET (8 POINTS).

DIDACTIQUE

Pour enseigner à des élèves de l'école primaire il ne suffit pas de connaître les contenus mathématiques à transmettre. Cette connaissance est bien sûr nécessaire mais certainement pas suffisante. Une formation à l'enseignement des mathématiques ne se réduit ni à l'acquisition de contenus mathématiques, ni à un discours de pédagogie générale (qui, par nature exclue l'étude des contenus).
Ce second volet est consacré à l'analyse d'approches didactiques et démarches pédagogiques correspondantes.

[1] **NB : Les textes officiels qui définissent le concours de recrutement des Professeurs des Ecoles maintiennent actuellement la structure de l'épreuve. A plus long terme, nous invitons les candidats à se tenir informés.**

AVERTISSEMENT

Pour ce qui concerne le volet travaux d'élèves et le volet didactique, la plupart des sujets de didactique soulèvent de vraies questions. Nous avons eu le souci de donner des réponses détaillées sur le plan didactique et donc, quelquefois, plus approfondies que ce que l'on peut attendre d'un candidat au CRPE. Certaines remarques des correcteurs sont alors ajoutées en italiques.

CONSEILS AUX CANDIDATS

La lisibilité, la correction et la rigueur des réponses sur les plans mathématique et didactique sont bien entendu les critères principaux d'évaluation. Cependant, une écriture difficilement lisible, la présence de « fautes » d'orthographe par trop grossières et fréquentes, les coquilles fâcheuses, le verbiage pompeux et vide, l'abus d'expression hors de propos, finissent par avoir une incidence sur l'évaluation, et cela, quelle que soit la précision du barème de notation appliqué. Nous conseillons donc de relire la copie en tenant compte de tout cela.

INFORMATIONS

Nous avons rédigé le sujet de remplacement de Rennes. Le premier sujet a été annulé dans cette académie pour des raisons matérielles locales.

TABLEAU RECAPITULATIF 1

2002

	Première partie (volet mathématique)										Analyse de travaux d'élèves	
	ARITHMÉTIQUE - ALGÈBRE					GÉOMÉTRIE - MESURE					CYCLE	THÈME
	décimaux fractions	proport. (%, éch, vitesse)	Numération div/multiples	Arithmétique , équations	fonction et/ou graph.	Constr. Règle Compas	propri. triangles quadrila.	Thalès Transforamtion	Pythag. Pér. Aire Graduation	volume patron		
AIX-MARSEILLE, CORSE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE		X	X			X	X			X	3	Résolution d'un problème
AMIENS		X	X			X					2-3	Symétrie axiale
BESANÇON		X		X					X		2	Décomposition additive de nombres
BORDEAUX, CAEN, CLERMONT, NANTES, ORLÉANS-TOURS, POITIERS, RENNES(1)					X			X		X	3	Géométrie
CRÉTEIL, PARIS, VERSAILLES						X	X		X		3	Décimaux
DIJON, NANCY- METZ, STRASBOURG, REIMS.			X	X		X					3	Symétrie axiale
GRENOBLE, LYON.	X		X	X							2	Symétrie axiale
LILLE, ROUEN				X		X	X		X		3	Construction géométrique
LIMOGES		X		X		X	X				3	Problème de multiplication
MARTINIQUE						X	X				3	Ecriture d'un énoncé de problème
LA RÉUNION				X		X		X			3	Technique de la multiplication
RENNES (2)			X	X			X			X	3	Problème de partage

TABLEAU RECAPITULATIF 2

2002	Second volet (connaissances didactiques)			
	CYCLE	Sujet mathématique étudié	Concept(s) de didactique abordé(s) ou évoqué(s).	Remarques
AIX-MARSEILLE, CORSE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE	3	Mesure des durées		Comparer 2 manuels
AMIENS	3	Problèmes multiplicatifs, proportionnalité	Variables didactiques, institutionnalisation	Comparer 2 manuels
BESANÇON	3	Géométrie : reproduction, programme de construction		Différenciation, évaluation
BORDEAUX, CAEN, CLERMONT, NANTES, ORLÉANS-TOURS, POITIERS, RENNES(1)	2	Décompositions additives, anticipation d'un ajout		
CRÉTEIL, PARIS, VERSAILLES	2	Résolution de problèmes		Comparer 2 manuels
DIJON, NANCY, METZ, STRASBOURG, REIMS.	2	Introduction de la multiplication	Variables didactiques	Comparer 2 manuels
GRENOBLE, LYON.	2	Notion de perpendicularité		Manuels et livres du maître
LILLE, ROUEN	2	Situations additives au CP		
LIMOGES	3	Proportionnalité		Comparaison de deux manuels
MARTINIQUE	3	Problème de recherche		
LA RÉUNION	3	Proportionnalité		Etude de deux exercices
RENNES (2)	3	Programme de construction d'une figure		Situation de communication

AIX-MARSEILLE, CORSE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Sans effectuer de division, comment peut-on prévoir que 36 054 est divisible par 18 ?

EXERCICE 2

Officiellement, 1 € vaut 6,55957 F .
Pour effectuer certaines transactions, on est encore obligé de convertir des prix en francs en prix en euros. Pour cela, afin d'obtenir un ordre de grandeur du résultat, on utilise le moyen suivant :
« Au prix en francs, ajouter la moitié de ce prix puis diviser le résultat par 10. »

I) Si ***x*** est le prix en francs et ***y*** le prix en euros, à quelle fonction linéaire correspond le moyen utilisé ?

2) On doit convertir 660 000 F en euros.
a) Quel est le résultat en euros si on utilise le moyen ci-dessus ?
b) Quel est le résultat en euros si on utilise le taux officiel ?

3) Quelle est l'erreur relative commise en utilisant le résultat obtenu en 2a) à la place du résultat obtenu en 2b) ? On donnera le résultat en pourcentage dont on arrondira le taux au dixième près.

4) Le prix en francs étant un nombre décimal, le prix converti en euros par le moyen ci-dessus est-il un nombre décimal ?

EXERCICE 3

1°) - [AB] est un segment de longueur 6 cm.
Pour chacune des questions a), b), c) ci-dessous le candidat donnera une réponse sans justification :
- soit en faisant une figure et en la décrivant ;
- soit en donnant une définition mathématique de l'ensemble demandé.

Quel est l'ensemble des points M du plan vérifiant :
a) AM < BM ?
b) AM est le plus petit côté du triangle ABM ?
c) ABM est un triangle rectangle ?

2°) - On considère trois points A, B, C non alignés du plan.

a) Etablir l'existence d'un seul point I du plan tel que lA = IB = IC.
Construire ce point à la règle et au compas sur la figure 1 donnée en annexe I en laissant visibles les traits de construction.

Soit D un point du plan tel que trois quelconques des quatre points A. B, C, D ne soient pas alignés.
J désigne le point du plan tel que JA = JB = JD.
K désigne le point du plan tel que KA = KC = KD.
L désigne le point du plan tel que LB = LC = LD.

b) Montrer que si I et J sont confondus alors les quatre points I, J, K. L sont confondus.
Quelle est alors la position relative des points A, B. C, D ?

c) On suppose que I et J sont distincts.
Caractériser la position relative des points A, B, C, D (tels que trois d'entre eux ne soient pas alignés) pour que le quadrilatère IJKL soit un parallélogramme .
Faire une construction dans ce cas en complétant la figure 2 de l'annexe I.

d) Est-il possible de trouver une position relative de A, B, C, D pour que IJKL soit un rectangle ?

Annexe 1 (Exercice 3)

Figure 1 (question 2° a))

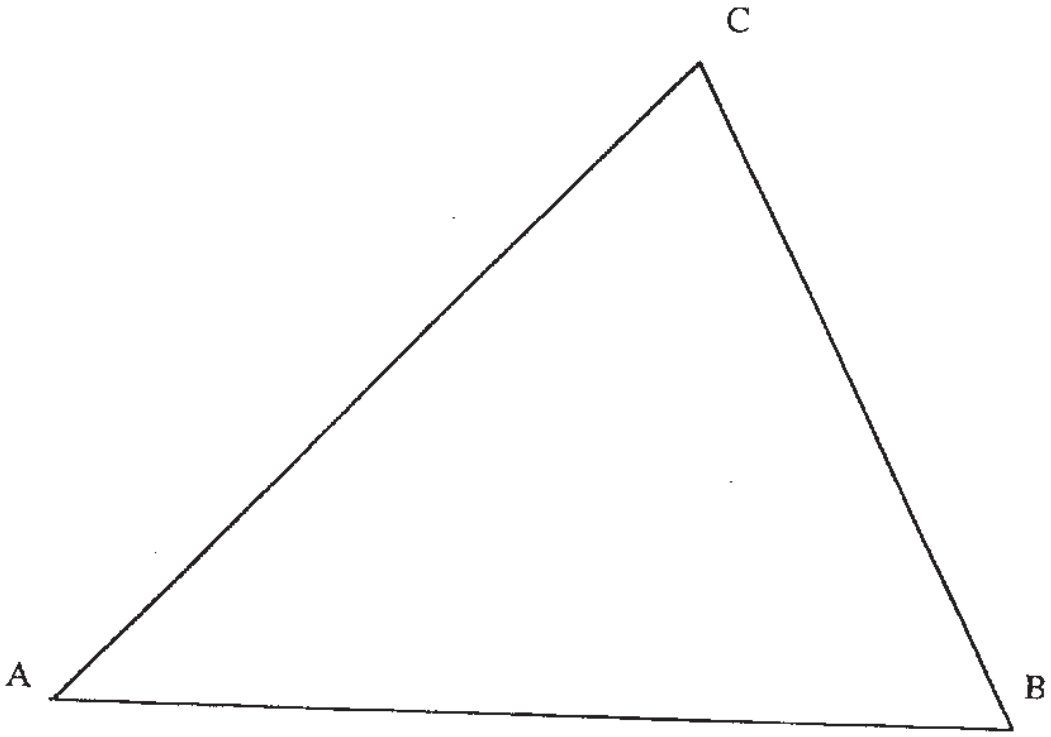
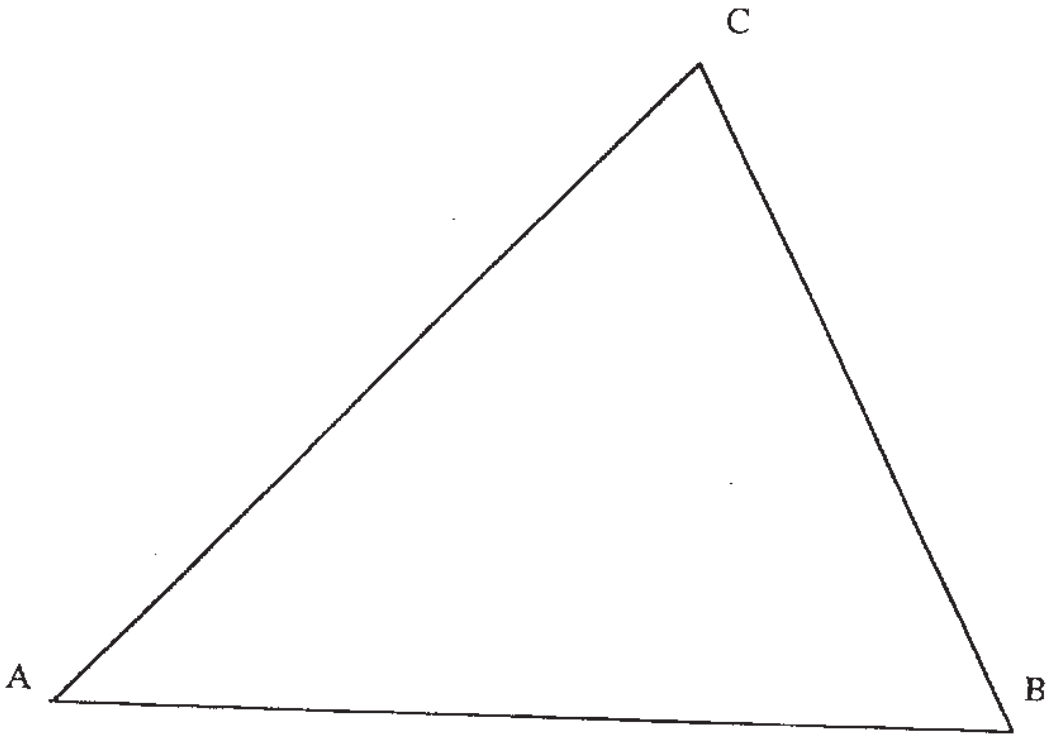


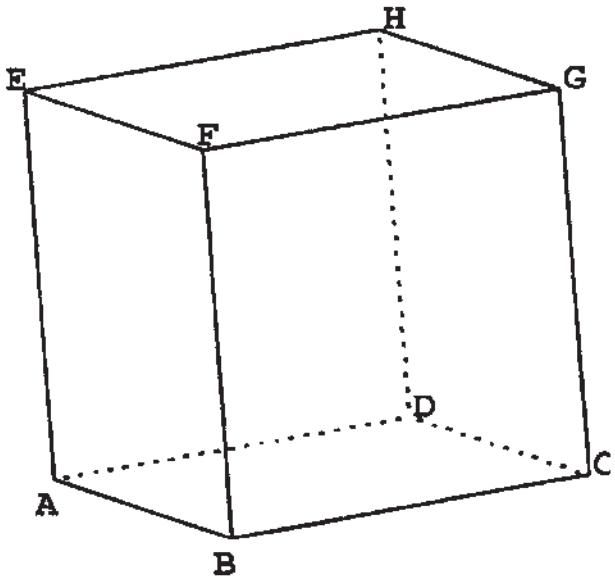
Figure 2 (question 2° c))



EXERCICE 4

Soit le cube ci-contre d'arête a.
En coupant ce cube suivant le plan (BED) on obtient deux polyèdres.

L'exercice ne concerne que le polyèdre ne contenant pas le sommet A.



1) Donner le nombre d'arêtes et le nombre de sommets de ce polyèdre.

2) Nommer chacune des faces triangulaires de ce polyèdre en précisant sa nature géométrique particulière éventuelle. Justifier .

3) Calculer le volume de ce polyèdre.

Rappel :

Volume de la pyramide : $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Dans cette partie, les questions portent sur les documents figurant en annexe 2 de ce sujet.
Ces documents sont les productions de sept élèves de CM2 en réponse au problème suivant :

> Maria dispose de 540 friandises dont 330 chocolats et 210 caramels.
> Elle veut confectionner des sachets identiques contenant à la fois des chocolats et des caramels.
> Elle essaie d'abord de mettre 10 chocolats et 7 caramels dans chaque sachet.
> Combien peut-elle faire de sachets complets ?
> Lui reste-t-il des chocolats ou des caramels ?
> Si oui, combien ?
> Explique tes réponses.
> Maria souhaite qu'une fois tous les sachets terminés, il ne lui reste ni chocolats ni caramels.
> Combien doit-elle mettre de friandises (chocolats et caramels) dans chaque sachet ?
> Combien de sachets peut-elle faire ?
> Explique tes réponses.

1) Après avoir reproduit le tableau ci-dessous sur la copie, le compléter en indiquant pour chaque élève et chaque question la qualité de la réponse: juste, fausse, pas de réponse.

	Question 1	**Question 2**
Lobna		
Emma		
Ghyuvanna		
Erwan		
David		
Xavier		
Natacha		

2) Pour la première question de ce problème, classer les productions selon la démarche suivie par l'élève et analyser ces démarches.

3) Pour la deuxième question, deux élèves ont donné une solution correcte. Lesquels ?
Donner toutes les solutions possibles de ce problème.

Annexe 2

Lobna

1. 210 : 7 = 30
Elle peut faire 30 sachet de caramels
330 : 10 = 33
Elle peut faire 33 sachet de chocolats.

Elle peut faire en tout 30 sachet complet et il lui reste 30 chocolat

2. Elle peut mettre dans chaque sachet
(330 : 10) + (210 : 10) = 10 sachet

330	10
30	33
0	

210	10
10	21

Emma

1. 540 : 17 = 31 reste 13.
Oui, il lui en reste 13.

2. 90 × 6 = 540
Elle doit faire 90 sachets de 6 bonbons chacun.

David

1. Solution

Elle peut faire 63 paquets

Il reste 12 caramels

330 | 10
30 | 33
0

310 | 3
00 | 3

33
+30
63

63 17
12 3

2.

Xavier

1. 330 : 10 = 33

On peut faire 33 sachet de chocolat

210 : 7 = 30

On faut faire 30 sachet de caramel

33 - 30 = 3

on peut faire 30 sachet de chocolat et de caramel

Il y a 30 chocolat en trop

2. Il faut mettre 1 chocolat en plus dans chaque paquet

Natacha

1. 540 | 17
-51 | 31
030
-17
13

Il lui reste 13 friandises

Elle va remplir 31 sachets.

Ghjuvanna

1. Elle peut faire : 330 ÷ 10 = 33 + 210 ÷ 7 = 30 = 63 sachets.
mais il me lui restera pas de chocolats ou de caramels.

2.

Erwan

1. 330 | 10 / 30 | 33 — 210 | 7 / 00 | 30

Elle peut en faire 30.
Il lui reste 30 chocolat.
Si je fais 330 : 10 cela me donne 33, donc avec les chocolats elle peut faire 33 paquet.
Alors qu'avec les caramels elle peut en faire 30.

2. 330 | 11 / 00 | 30

Elle doit mettre 11 chocolat et 7 caramel.
Elle peut faire 30 sachet
Si je fait 11 : 330 cela font 30, donc 30 paquet

SECOND VOLET (8 POINTS)

INTRODUCTION :

Les Instructions Officielles du cycle des approfondissements (M.E.N., Programmes de l'Ecole Primaire, page 64) demandent aux Professeurs des Ecoles et aux instituteurs d'enseigner, pour la mesure des durées, les unités usuelles et les relations entre ces durées.
Donner les unités usuelles utilisées au Cycle 3.
Préciser les relations entre ces données.

Vous trouverez en annexe, deux documents :
Doc. A: ***Extrait de Bordas Nouvelle Collection Thévenet Cycle III*** Edition 1996
Doc. B : ***Extrait de Hachette, Cahier d'activités mathématiques Cycle III*** Edition 1999

DANS LE DOCUMENT A :

1) a) Effectuer la troisième opération de l'exercice 4. Expliquer la démarche pour un élève non muni de calculette.
b) Quelles sont les compétences spécifiques nécessaires pour mener à bien les tâches demandées dans :

- Les exercices N°3 et N°4 ?
- L'exercice N° 10 ?

2) Trois exercices autorisent l'utilisation de la calculette.
Pour résoudre le N°7, Pierre tape 10 000 000 : 60, puis il divise son résultat par 60, puis divise encore par 24.
a) Que cherche-t-il à calculer ?
b) Il a lu sur son écran 115,7 et annonce: « 10 000 000 de secondes, c'est 115 jours et 7 heures; comme 4 x 30 = 120, ça fait environ 4 mois. »
Analyser les réponses de Pierre.
3) Quelles difficultés peut rencontrer un élève de cycle III dans l'exercice N° 11b ?

DANS LE DOCUMENT B :

1) On propose d'observer un schéma. Des nombres sont écrits de part et d'autre de l'axe.
Justifier l'intérêt de cette disposition.
2) Dans quel(s) exercice(s) du document A, le schéma tiré du document B peut-il être utilement réinvesti ?
Justifier votre réponse, du point de vue de l'intérêt pédagogique.
3) L'élève doit compléter le cadre du document B: « Ce qui me semble important ».
En quoi cette trace écrite participe-t-elle aux apprentissages ?

Document A

3. Effectue les additions suivantes :

	h	min	s
+	2	43	25
	1	12	27
	...	...	...

	h	min	s
+	1	27	39
	3	28	17
	...	...	...

	h	min	s
+	2	37	48
	5	48	29
	...	...	...

4. Effectue les soustractions suivantes :

	h	min	s
−	9	48	54
	3	27	46
	...	...	...

	h	min	s
−	7	21	32
	4	17	49
	...	...	...

	h	min	s
−	3	17	41
	2	24	53
	...	...	...

6. a) J'ai un rendez-vous à 11 h. Je dois effectuer un trajet de 40 min en bus. Le 1er bus démarre à 6 h et il y en a toutes les 15 min. À quelle heure dois-je me rendre au départ du bus pour ne pas manquer mon rendez-vous ?

b) Ma montre avance de 24 min tous les jours. Je l'ai mise à l'heure lundi à midi. Quelle heure indiquera-t-elle mardi à midi, mercredi à midi, vendredi à midi ?

7. Trouve la bonne réponse.
Dix millions de secondes font environ :
1 jour, 12 jours, 1 mois, 4 mois, 1 an.

8. Le vainqueur du Marathon a mis 2 h 13 min 14 s pour parcourir 42 km. Le 100e coureur est arrivé 24 min et 55 s plus tard. Le 1 000e coureur a mis 3 h 56 min et 8 s pour arriver.

a) Combien de temps a mis le 100e coureur pour parcourir les 42 km de la course ?

b) Quelle durée sépare le vainqueur du 1 000e coureur ?

9. L'horloge de la cathédrale de Salisbury en Angleterre est la plus ancienne horloge encore en état de marche. Elle a été construite en 1386.

a) Depuis combien d'années fonctionne-t-elle ?

b) Sachant qu'elle bat toutes les 4 s, combien de fois bat-elle en 1 h ?

10. Alicia regarde la télévision en moyenne 1 h 15 min par jour.

Combien de temps regarde-t-elle la télévision en une semaine ? en un mois de 30 jours ? *Donne ta réponse en h et en min.*

11. **Nuit-jour**

a) Au 31 décembre, la durée du jour est de 8 h 12 min. Cette durée augmente de 2 minutes par jour. Quelle sera la durée du jour le 8 janvier ? le 31 janvier ?

b) La durée du jour était la même entre le 20 et le 31 décembre. Elle diminuait de 2 min par jour entre le 1er et le 20 décembre. Quelle était la durée du jour le 19 décembre ? le 15 décembre ?

Document B

◆ Le trajet que fait Emmanuel pour aller à l'école dure environ 12 min. Il rentre déjeuner chez lui tous les midis. Quelle est la durée totale de ses trajets par jour, et par semaine (lundi, mardi, jeudi, vendredi, samedi matin) ?

.....

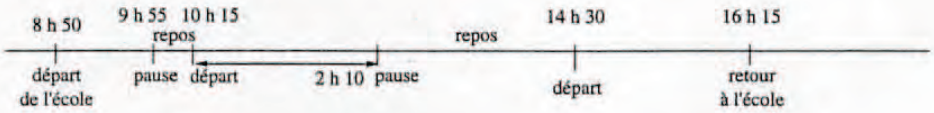
.....

◆ Malik est parti de chez lui à bicyclette à 9 h 15. Il est rentré chez lui à 11 h 30, mais il a fait une pause de 27 min. Combien de temps a-t-il roulé ?

.....

.....

◆ Observe ce schéma horaire d'une randonnée cycliste, puis réponds aux questions.



À quelle heure les cyclistes se sont-ils arrêtés pour déjeuner ?

.....

Quelle a été la durée de cette pause ?

.....

Quelle a été la durée totale de la sortie cycliste ?

.....

– Trouve à ton tour deux autres questions et réponds-y.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ce qui me semble important :

AMIENS

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Soit N = mcdu un nombre entier naturel écrit en base dix pour lequel m>c>d>u>O.

1) Quel est le plus petit nombre N possible ?
2) Quel est le plus grand nombre N possible ?
3) Dressez la liste des nombres N pour lesquels le chiffre des milliers est 6.

On appelle N' le nombre entier obtenu à partir de N en permutant le chiffre des unités avec celui des unités de mille et le chiffre des centaines avec celui des dizaines.
On appelle D le nombre obtenu en faisant la différence N-N'.

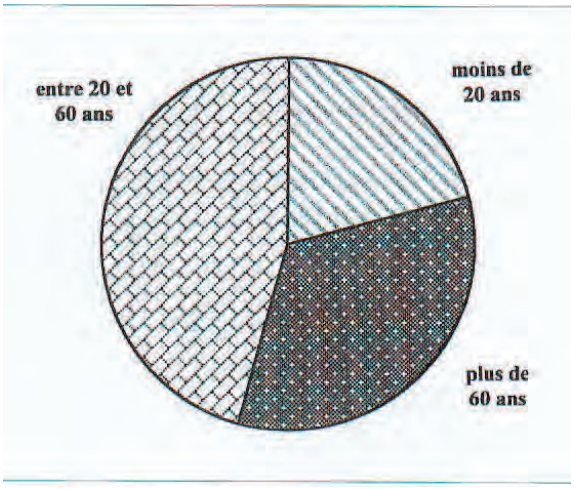
4) Exprimez D en fonction de m, c, d et u.
5) Montrez que D est un multiple de 9.
6) Quelle est la valeur maximum de D ? Pour quelle(s) valeur(s) de N, D est-il maximum ?
7) Quelle est la valeur minimum de D ? Pour quelle(s) valeur(s) de N, D est-il minimum ?

EXERCICE 2

Le tableau ci-dessous donne la répartition de la population d'un pays par groupe d'âge.

Population en milliers d'habitants	
Moins de 20 ans	31 125
Entre 20 et 60 ans	68 475
Plus de 60 ans	49800

Le diagramme circulaire ci-contre « camembert » représente les données du tableau.



1) Exprimez la part de chaque catégorie :
   a) sous forme de fractions irréductibles ;
   b) sous forme de pourcentages.

2) A la règle et au compas ***(les traits de construction resteront apparents),*** construisez sur la feuille jointe (Annexe 1 à rendre avec la copie) des secteurs angulaires de mesure :
   a) 60°
   b) 15°
   c) 45°

3) Réalisez sur la feuille jointe (Annexe 1 à rendre avec la copie) la construction du « camembert » en utilisant uniquement règle et compas ***(les traits de construction indiquant la démarche devront rester apparents).***

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

L'exercice 4 (annexes A, B, C et D) a été proposé dans le cadre des évaluations nationales CE2.

1) Analysez les productions d'élèves.
Pour chacune d'elles, on indiquera les acquis et les difficultés rencontrées par rapport à la notion visée.

2) a) Quelle est la notion mathématique sous-jacente ?
   b) Citez 2 autres transformations géométriques qui apparaissent au travers de ces productions.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Reportez-vous à l'annexe E (2 feuillets).

Références : ***J'apprends les maths***, Rémi Brissiaud, Edition Retz
Le moniteur de mathématiques, Gérard Vergnaud, Edition Nathan

1) Quel est l'objectif visé par l'enseignant par la mise en œuvre de ces séquences ?

2) Dans quel cycle situez-vous ces séquences ?

3) Pour chacune des activités ou chacun des exercices présentés, indiquez :
   a) les objectifs spécifiques visés,
   b) les acquis supposés des élèves,
   c) les procédures de résolution auxquelles peut s'attendre l'enseignant.

En fonction de ce qui précède, proposez, en le justifiant, un classement chronologique de ces activités et de ces exercices installés dans la classe.

4) Concernant l'activité B, sur quelles variables l' enseignant peut-il jouer pour approfondir la notion abordée ?

5) Concernant l'activité D.II, aux questions 2 et 3, comment aideriez-vous les élèves en difficulté ?

6) En quoi les deux exercices A et C diffèrent-ils ?

7) Quels savoirs institutionnaliser à l'issue de l'ensemble de ces séquences,

Annexe 1 ***(document à rendre avec la copie)***

Feuille de graphique
Volet I 1ère Partie Exercice 2

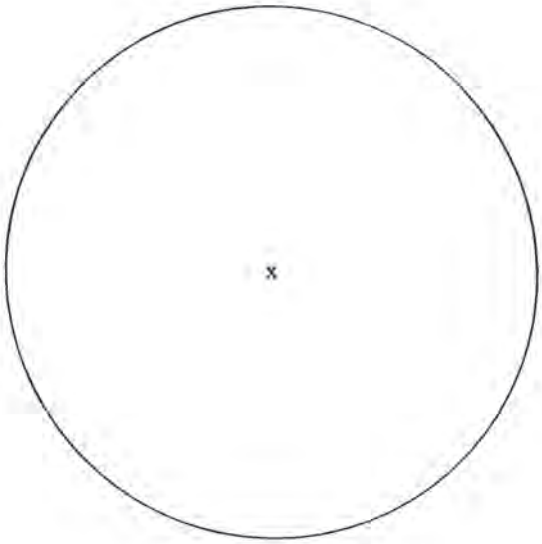
2°) Construction des secteurs angulaires :

x a) 60°

x b) 15°

x c) 45°

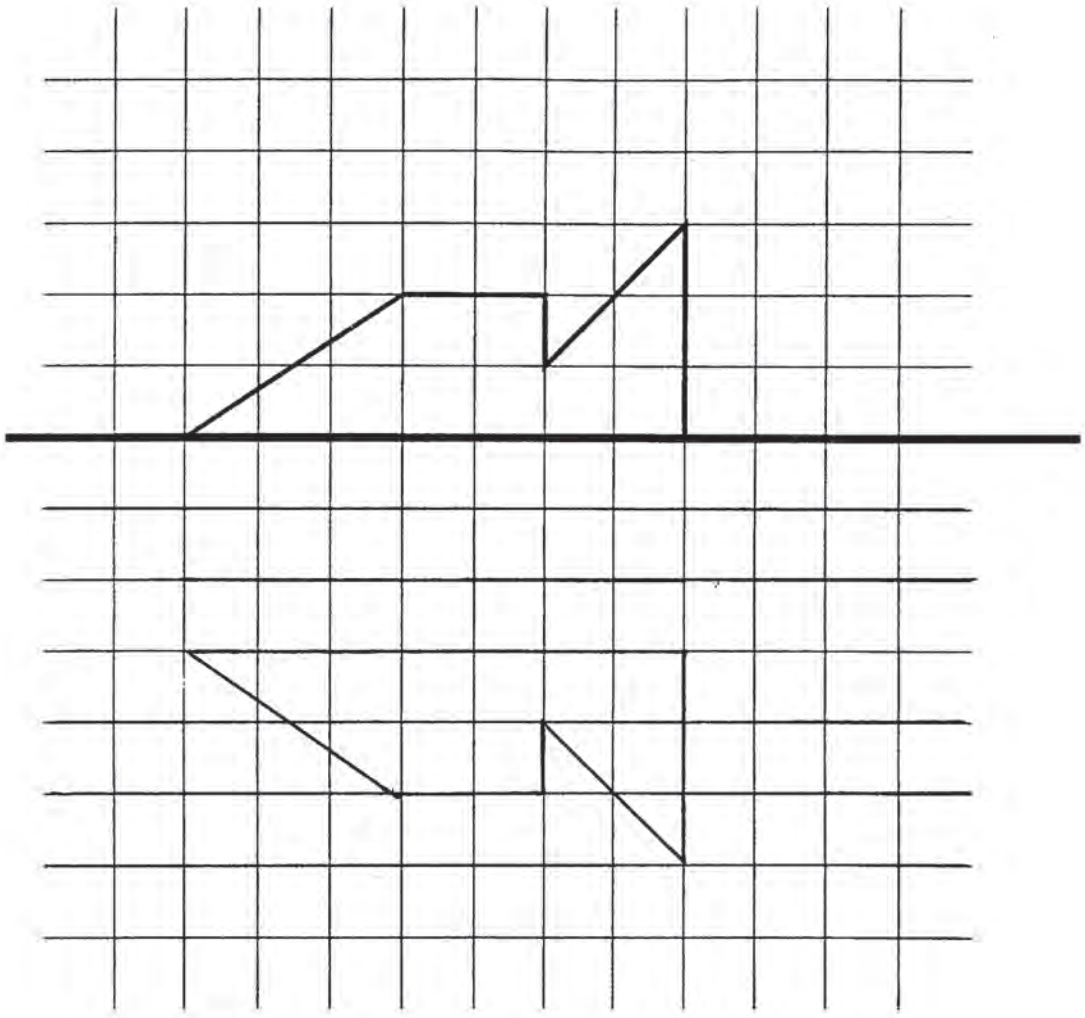
3°) Construction du "camembert":



Annexe A

Exercice 4

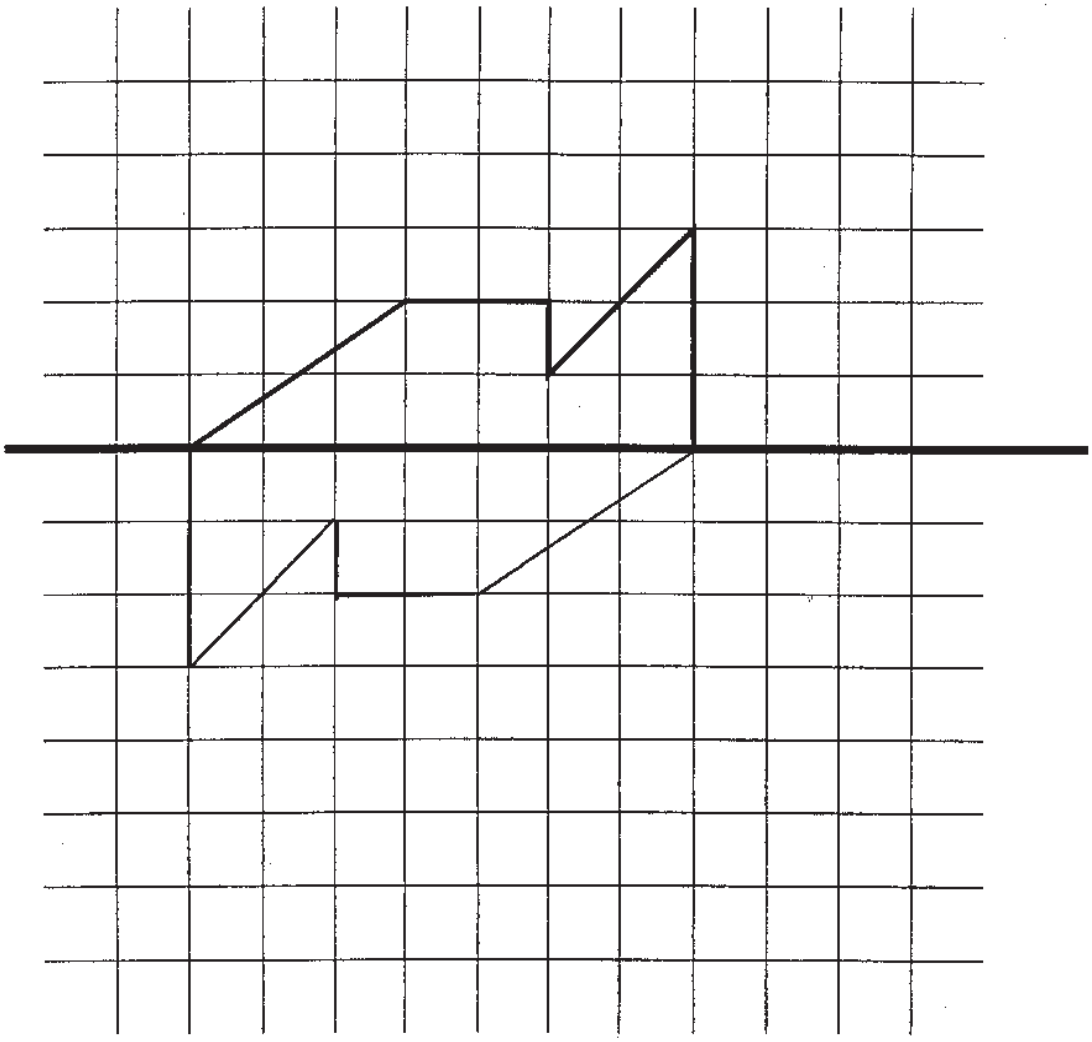
Complète le dessin comme si tu pliais la feuille en suivant le grand trait.



Annexe B

Exercice 4

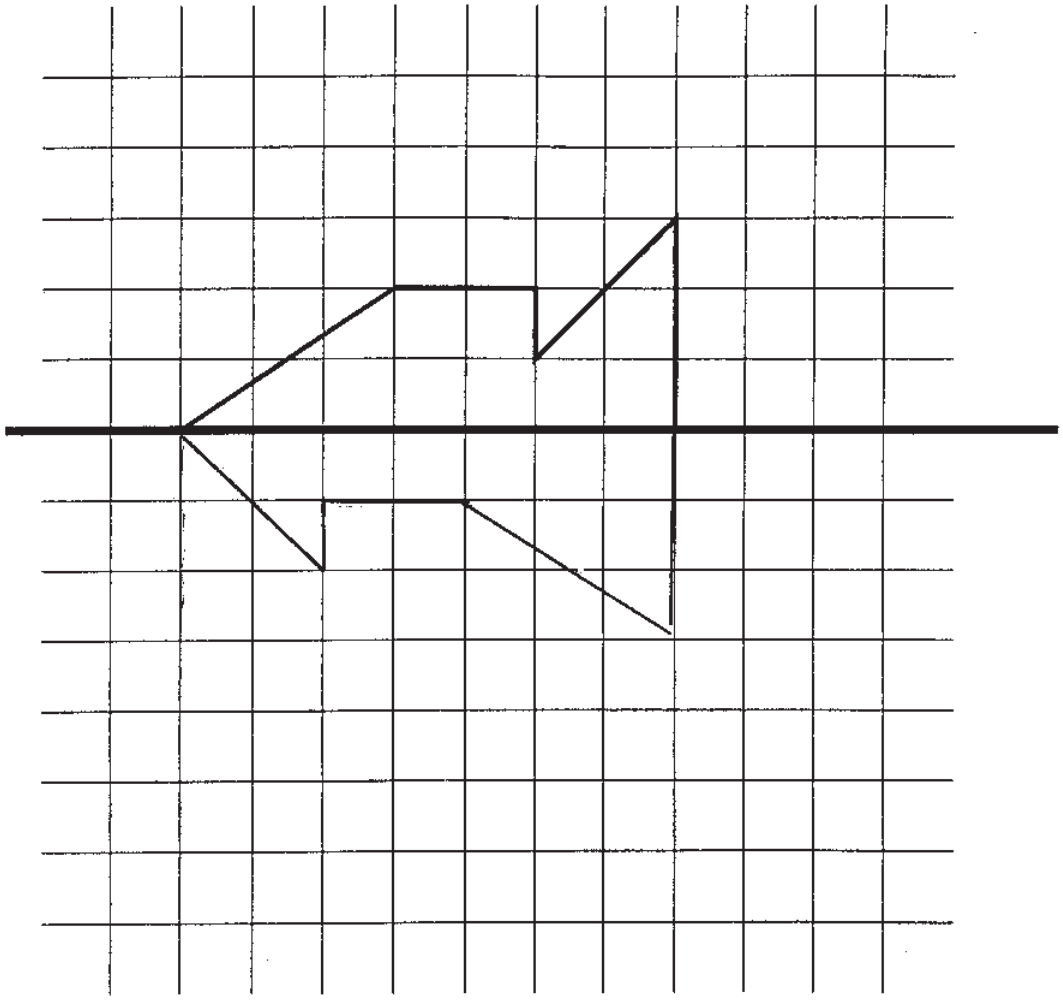
Complète le dessin comme si tu pliais la feuille en suivant le grand trait.



Annexe C

Exercice 4

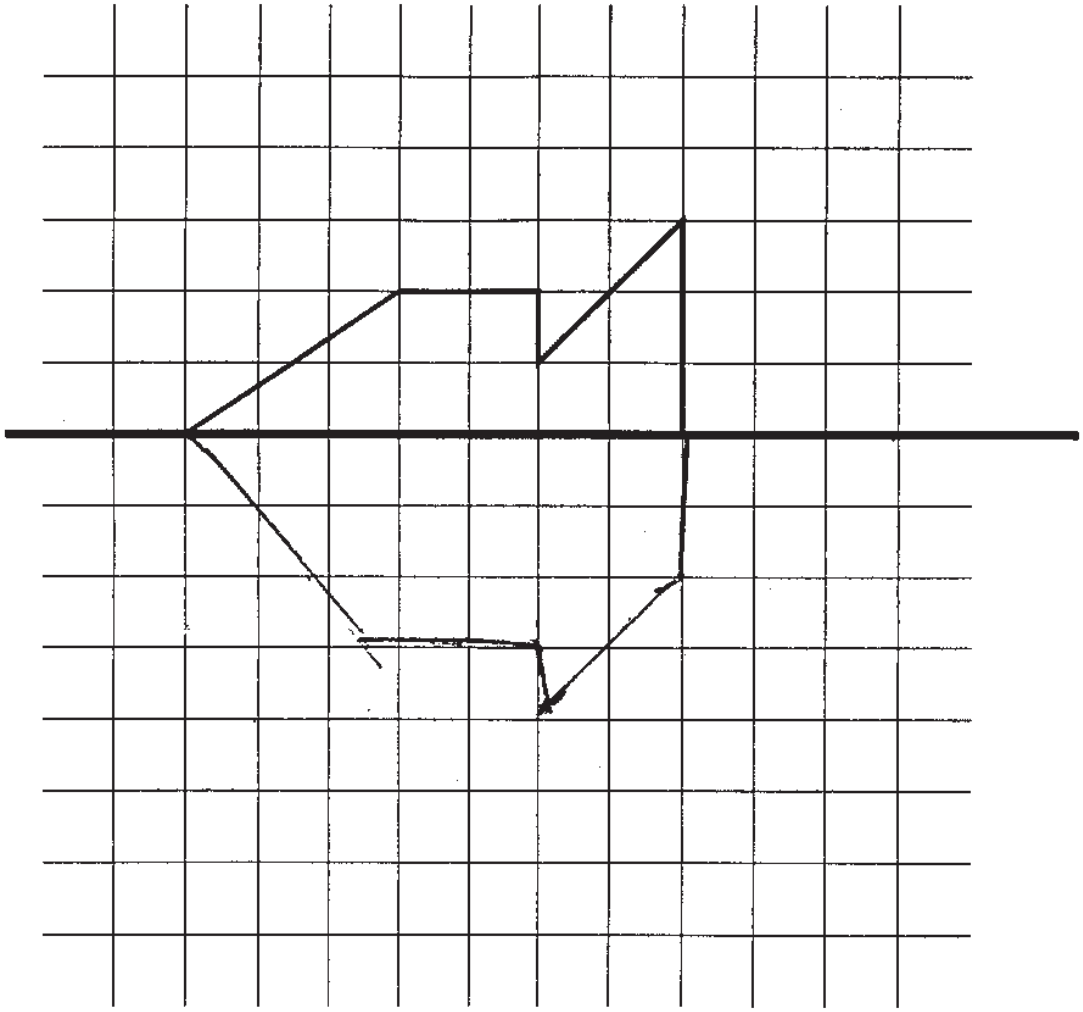
Complète le dessin comme si tu pliais la feuille en suivant le grand trait.



Annexe D

Exercice 4

Complète le dessin comme si tu pliais la feuille en suivant le grand trait.



Annexe E (1er feuillet)

A/ *À l'œil nu, un objet mesure 14 mm de long. Une loupe grossit 5 fois les objets. Quelle est la longueur de l'objet grossi par la loupe ?*

longueurs des objets en mm	longueurs des objets grossis en mm
1	5
14	?

B/ M. Garcia consulte le catalogue *Toute la vaisselle*. Aide-le à choisir.

1. *Quels bols choisir ? Provence ou Aquitaine ?*

Bols *Provence*

Les 4 bols : 192 F

Bols *Aquitaine*

Les 5 bols : 192 F

2. *Quels verres choisir ?*

Verres en cristal *ASKA*

Les 6 verres : 158 F

Verres en cristal *GÉBRE*

Les 6 verres : 173 F

3. *Quels vases choisir ?*

Vases *Pise*

3 vases pour 459 F

Vases *New York*

6 vases pour 173 F

4. *Quelles assiettes choisir ?*

Assiettes *Louis XIV*

4 assiettes : 128 F

Assiettes *Henri IV*

7 assiettes . 217 F

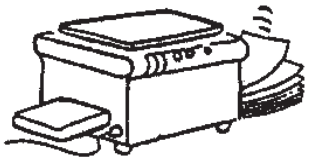
C/ *Une institutrice commande 4 boîtes de feutres. Dans chaque boîte, il y a 8 feutres et chaque feutre coûte 5 F.*
Combien l'institutrice va-t-elle payer ?

boîtes	feutres	francs
1	8	
	1	5
4		?

Annexe E (2ème feuillet)

D/

I - Voici le tarif des photocopies d'une librairie :



75 centimes

LA PHOTOCOPIE

Combien coûtent 5 photocopies ?
Combien coûtent 9 photocopies ?
Calcule de 2 façons le prix de 14 photocopies.
Calcule de 2 façons le prix de 90 photocopies.

II - Voici le tarif d'une autre librairie :

PHOTOCOPIES	
Quantité achetée	Prix à l'unité
De 1 à 6	85 c.
De 7 à 10	80 c.
De 11 à 20	70 c.
Plus de 21	60 c.

1. Calcule le prix de 5 photocopies.

M. Dubois fait 9 photocopies. Le libraire lui demande 7.20 F. Vérifie que le libraire ne s'est pas trompé.

M. Diot fait 15 photocopies. Le libraire lui demande 10.50 F. Vérifie que le libraire ne s'est pas trompé.

Combien coûtent 25 photocopies ?

2. On a vu que le prix de 5 photocopies est de 4.25 F et que celui de 9 photocopies est de 7.20 F.
Cela permet-il de calculer le prix de 14 photocopies ?

3. On a vu que le prix de 9 photocopies est de 7.20 F.
Cela permet-il de calculer le prix de 90 photocopies ?

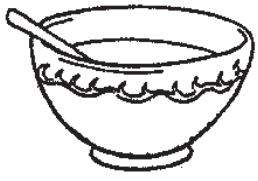
E/

Dans un catalogue, on trouve 2 modèles de bols vendus à l'unité :

Bols vendus à l'unité

Modèle ***Picardie*** :

Voir prix dans nos pages tarifs



Bols vendus à l'unité

Modèle ***Limousin*** :

Voir prix dans nos pages tarifs

M. Dubois achète 7 bols *Picardie* et paie 168 F et Mme Duchêne achète 5 bols *Limousin* pour 120 F.

1. Montre que le prix de ces bols à l'unité est le même pour les deux modèles.
2. Calcule de deux façons le prix de 12 bols.
3. Calcule de deux façons le prix de 14 bols.

BESANÇON

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

1) Le prix d'un article augmente de 25 %. De quel pourcentage doit-il diminuer pour revenir à son prix initial ?

2) Le prix d'un article diminue de 25 %. De quel pourcentage doit-il augmenter pour revenir à son prix initial ?

EXERCICE 2

On considère la table de multiplication ci-dessous dont on isole une figure en forme de croix. Soit C le terme central et S la somme des quatre éléments grisés entourant l'élément central. Calculez $\frac{S}{C}$.

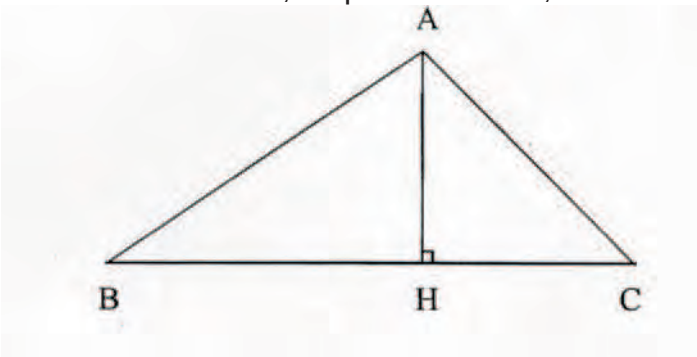
Choisissez une autre croix dans cette table et calculez le nouveau rapport $\frac{S}{C}$.

Qu'observez-vous ?
Pouvez-vous généraliser votre observation quelle que soit la croix choisie ? Prouvez votre réponse.

x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

EXERCICE 3

Le but de l'exercice est de calculer l'aire d'un triangle ABC dont les côtés [AB], [BC] et [AC] mesurent, dans la même unité, respectivement 5, 7 et 4.



Soit H le pied de la hauteur issue de A et soit ***x*** la longueur BH.
1) Montrez que $25 - x^2 = 16 - (7 - x)^2$.
2) Déduisez-en ***x*** puis calculez l'aire S du triangle ABC.
3) Vérifiez la valeur de l'aire S trouvée dans la question précédente en utilisant la formule de Héron.

Formule de Héron :
Soit un triangle dont les longueurs des côtés, dans la même unité, sont a, b et c. L'aire de ce triangle est égale à $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p est le demi-périmètre du triangle.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

L'annexe 1 est extraite de la brochure "Aide à l'évaluation des élèves" publiée par le Ministère de l'Education Nationale.
1) Répondez à la question suivante en vous référant à cette annexe.
A quel cycle et à quelle année de ce cycle proposeriez-vous cet exercice ?

2) En annexe 2 figure la production de Farid. Analysez-la pour répondre aux questions ci-dessous :

a) Pour réaliser l'exercice Farid s'appuie sur des acquis mathématiques. Listez ces acquis en les classant par domaines.
b) En quoi Farid ne répond-il pas à la consigne ?
c) L'analyse de la production de Farid doit permettre à l'enseignant d'appuyer son travail de remédiation sur des hypothèses. Lesquelles ?

SECOND VOLET (8 POINTS)

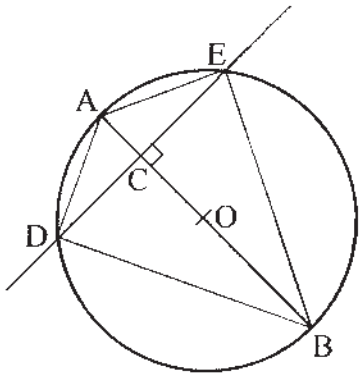
Cette activité est inspirée d'une situation présentée dans l'ouvrage « J'APPRENDS LES MATHS » (Editions RETZ).

Voici le début d'un programme de construction de la figure ci-dessous :

1) – Trace un cercle de centre O, de rayon 2 cm.

2) – Trace un diamètre de ce cercle.

Termine ce programme de construction et reproduis la figure à l'identique.



1) En utilisant les informations ci-dessus, rédigez un programme de construction de cette figure.

2) A quel cycle de l'école primaire et en quelle année de ce cycle cette activité peut-elle être proposée ?

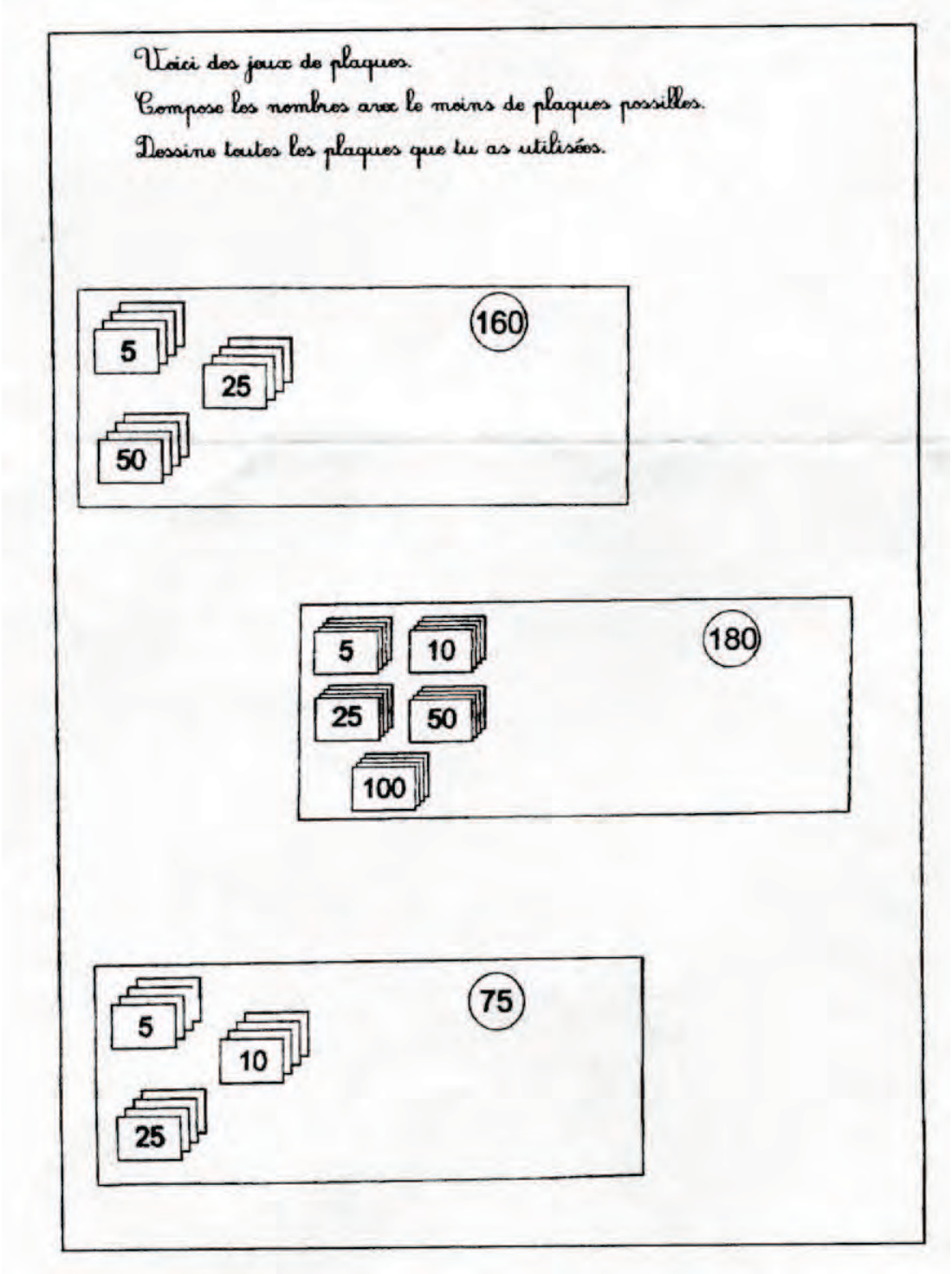
3) Précisez deux domaines d'activités mathématiques dans lesquels s'inscrit cette situation et trois compétences mathématiques particulières qu'elle met en œuvre.

4) L'enseignant modifie cette activité pour mettre en place une différenciation pédagogique en conservant les mêmes objectifs. Citez trois aménagements possibles pour simplifier la tâche et trois pour la complexifier.

5) Listez six éléments pertinents que vous pourriez prendre en compte pour évaluer cette activité.

Annexe 1

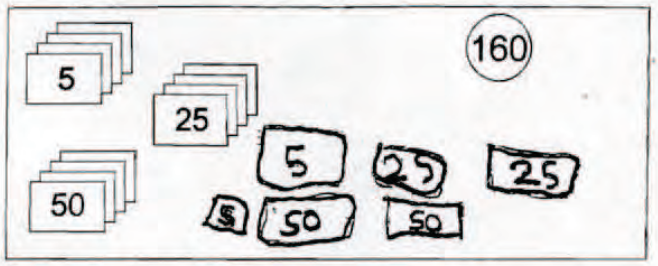
L'enseignant donne oralement la consigne suivante :
« Voici un jeu de plaques. Les plaques de même valeur sont rangées en piles. A droite, il y a un jeton dont la valeur est marquée, par exemple : 160 pour la première partie. »
L'enseignant montre ce jeton et complète la consigne :
« Vous devez composer ces nombres avec le moins de plaques possibles. Dessinez ces plaques. »

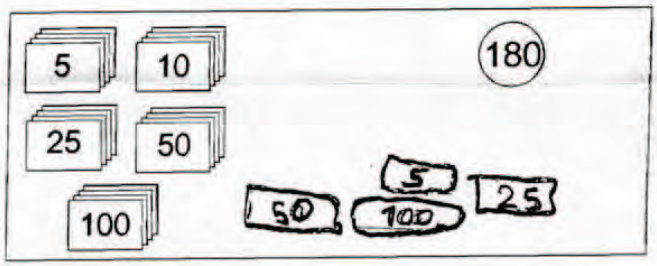


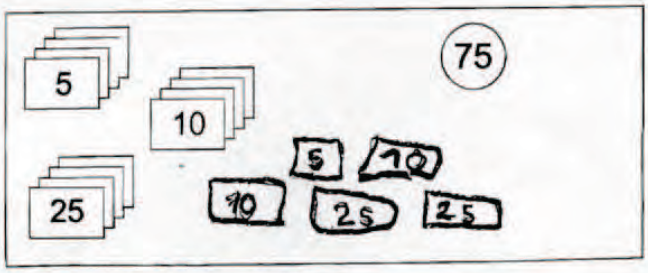
Annexe 2

Voici des jeux de plaques.
Compose les nombres avec le moins de plaques possibles.
Dessine toutes les plaques que tu as utilisées.

Farid







BORDEAUX, CAEN, CLERMONT, NANTES, POITIERS, ORLÉANS-TOURS

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

I - Une société de transports décide de mettre en service un train rapide entre les villes de Cherbourg et Caen distantes de 132 km.
Sachant que sa vitesse moyenne est de 165 km/h, calculer, en minutes, la durée du trajet Cherbourg-Caen.

II - Le prix normal du billet est proportionnel au nombre de kilomètres parcourus: le prix pour un kilomètre est de 0,12 €.
Cette société décide de proposer un tarif réduit aux 15-25 ans, selon deux possibilités :

- tarif A : réduction de 25 % sur tous les trajets ;
- tarif B : achat d'une carte « 15-25 » au prix de 30 € valable un an, permettant d'obtenir une réduction de 50 % sur tous les trajets.

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous.
(écrire les calculs effectués pour 500 km)

	Avec le tarif A	Avec le tarif B
Dépense annuelle pour 500 km		
Dépense annuelle pour 1500 km		

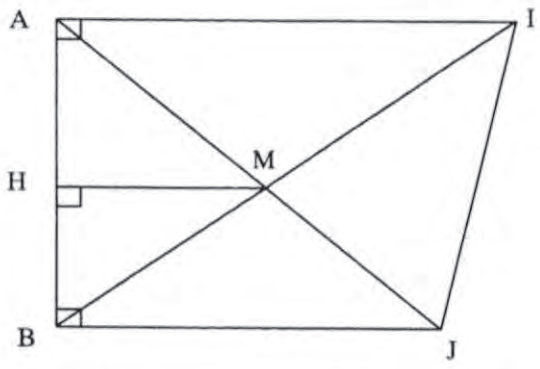
2) Soit t_1 la dépense annuelle en euros pour x km avec le tarif A et t_2 la dépense annuelle pour x km avec le tarif B.
Exprimer t_1 et t_2 en fonction de x.

3) a) Résoudre l'inéquation $0{,}06x + 30 < 0{,}09x$.
b) A partir de quel kilométrage annuel l'achat de la carte « 15-25 » est-il avantageux ?

4) Le plan est muni d'un repère orthogonal. On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour représenter 200 km et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 10€.
a) Tracer la droite d_1 d'équation $y = 0{,}09x$ et la droite d_2 d'équation $y = 0{,}06x + 30$.
b) Retrouver graphiquement le résultat de la question 3.b).

EXERCICE 2

Le quadrilatère ABJI est un trapèze rectangle de bases [AI] et [BJ]. Les diagonales [AJ] et [BI] se coupent en M. La distance du point M à la droite (AB) est HM.
On donne en centimètres : AI = 6 ; BJ = 5 et AB = 4.



1. Ecrire, en justifiant, deux rapports égaux à $\frac{HM}{AI}$ et deux rapports égaux à $\frac{HM}{BJ}$.

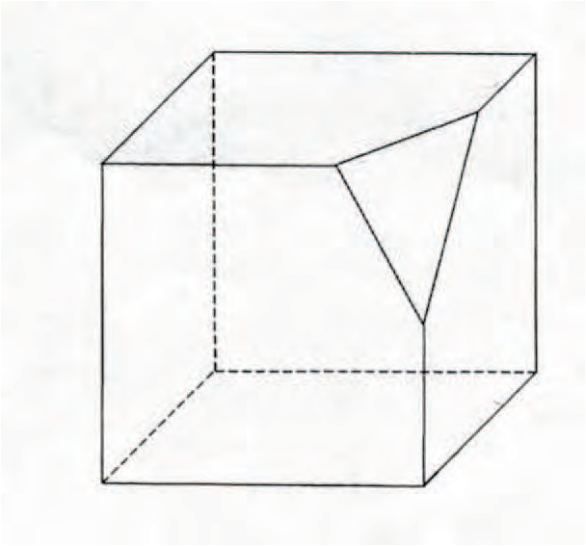
2. Calculer $\frac{HM}{AI} + \frac{HM}{BJ}$.

3. En déduire la longueur HM.

4. Calculer la longueur AH.

EXERCICE 3

Si on sectionne un coin d'un cube par un plan alors on obtient le solide ci-contre :



1. On découpe de la même façon les huit coins du cube, les faces triangulaires ne se touchent pas et ne se recoupent pas. On obtient alors un solide qui a 14 faces (F = 14).

Préciser le nombre S de sommets et le nombre C d'arêtes de ce solide. Vérifier que S - C + F = 2.

2. On coupe de la même façon les huit coins du cube de départ par des plans qui passent par les milieux des arêtes.

Le volume total des huit morceaux découpés est-il égal au volume du solide restant ? Justifier la réponse par des calculs, en notant ***a*** la longueur de l'arête du cube.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Analyse de travaux produits par cinq élèves d'une classe de CM2 en fin d'année scolaire. Les consignes données et les productions figurent en annexe 1.

1. Quelles compétences peuvent être évaluées grâce à cet exercice ?

2. Pour chaque élève :
- préciser les compétences maîtrisées ;
- analyser les erreurs commises.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Se référer aux documents 1 et 2 joints en annexe 2.

1. On s'intéresse au document 1.
   a) Quels sont les objectifs visés à travers ce jeu ?
   b) Comparer l'activité des élèves qui jouent à celle de leurs camarades qui suivent la partie.
   c) A ce niveau de la scolarité, quelles stratégies les élèves peuvent-ils mettre en œuvre pour déterminer le contenu de la boîte ?
   d) Quels sont les objectifs des « mises en commun » conduites par le maître après chaque partie et comment peuvent-ils évoluer ?

2. On s'intéresse au document 2.
Analyser et comparer les notations produites par quatre élèves de cette classe.

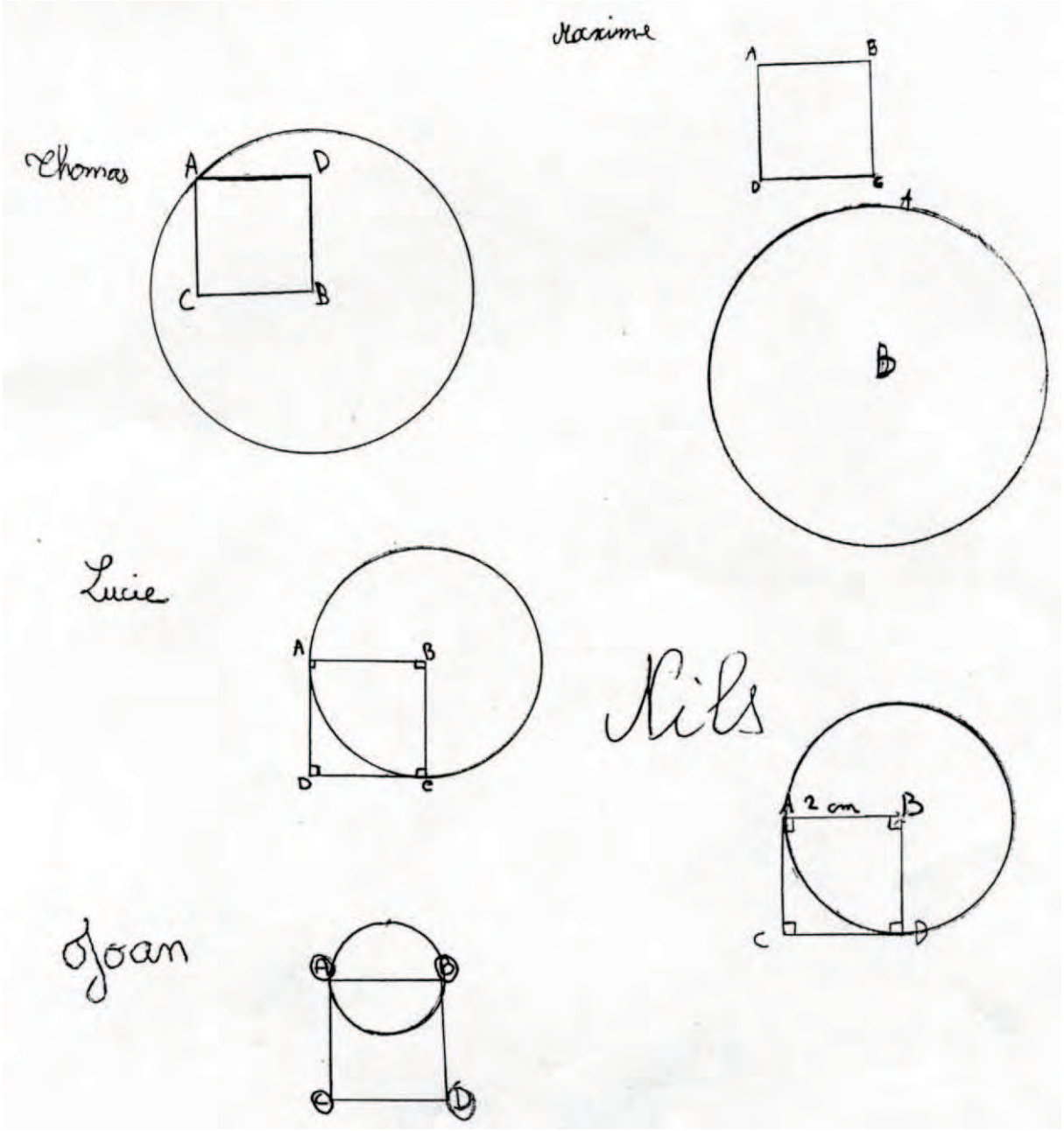
3. On s'intéresse aux difficultés rencontrées et aux prolongements possibles.
Dans le document 1, à la fin de sa fiche, le maître a noté les difficultés qu'il a rencontrées.
   a) Faire une analyse de ces difficultés.
   b) Proposer des prolongements pour répondre à celles-ci.

Annexe 1

Consignes :

Trace le carré AB CD de côté 2 cm.

Trace le cercle de centre B passant par A.



Annexe 2

Document 1 : extrait d'une fiche de préparation de classe. Le jeu présenté est inspiré d'une situation proposée dans Cap Math C.P. - guide des activités – Hatier.

Dix jetons dans la boîte

Séance 1 :

…

Matériel collectif :

- une vingtaine de jetons
- une boîte au couvercle percé permettant de mettre les jetons mais pas de dénombrer son contenu.

Matériel individuel : une feuille de brouillon

Présentation du jeu :

Deux élèves désignés par le maître jouent devant toute la classe. A tour de rôle, chaque joueur peut mettre 1, 2 ou 3 jetons dans la boîte. Avant de les mettre, il les montre et annonce à tous combien il en choisit.

Le premier qui arrive à dix a gagné, à condition qu'il le dise au moment où cela se produit.

La première partie est jouée par l'enseignant contre un élève.

Déroulement :

Deux joueurs sont ensuite désignés pour chaque partie. Les camarades suivent le déroulement des parties et doivent noter leur évolution sur une feuille.

Mise en commun : à la fin de chaque partie, le maître relève quelques feuilles dont la présentation est différente et demande à leur auteurs d'expliquer comment ils ont fait. On compare collectivement les différentes notations.

Difficultés rencontrées au cours de cette première séance :

- aucun enfant n'a noté le total obtenu après chaque coup joué.
- l'objectif « anticiper le résultat d'un ajout » ne semble pas entièrement atteint. Quelques élèves ont noté le total final.

Document 2 :

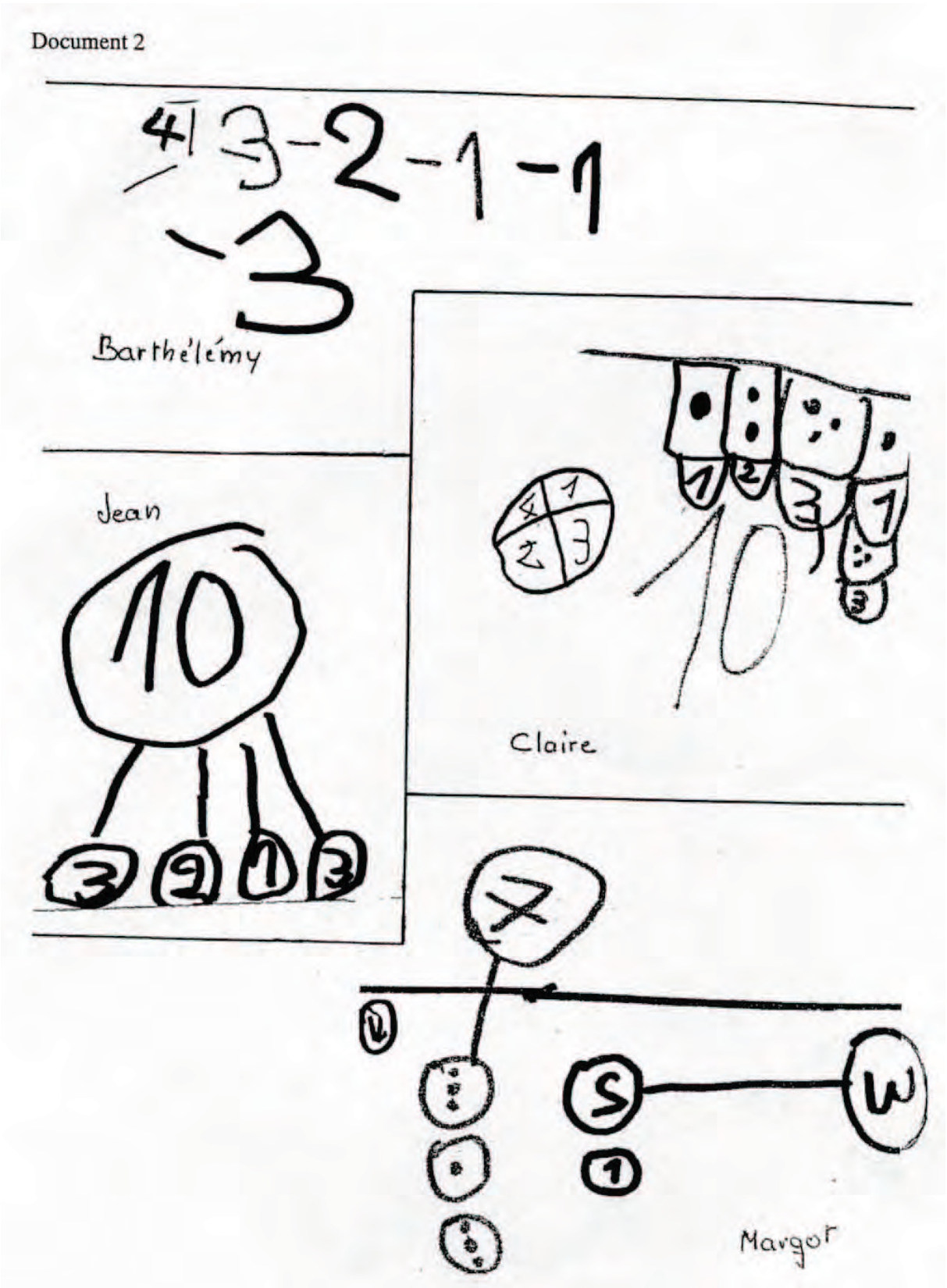
Présentation de travaux d'élèves recueillis lors de la partie n° 4.

Pour mémoire :

Coups joués : 3 - 2 - 1 - 1 - 3 $\rightarrow$ 10

Annexe 2 (suite)

Document 2



CRÉTEIL, PARIS ET VERSAILLES

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES

Cet exercice se réfère à l'annexe 1.
Les questions sont largement indépendantes les unes des autres.

On considère le cercle (C) de centre O et de rayon R et deux diamètres [AC] et [BD] perpendiculaires de ce cercle (voir figure1). M et N sont les milieux respectifs des segments [AO] et [OC].
La droite perpendiculaire à la droite (AC) passant par N coupe le cercle (C) en R et S (le point R est situé sur l'arc BC).

1. Calculer la longueur du segment [DM] en fonction de R.

2. Démontrer que le quadrilatère BMDN est un losange.

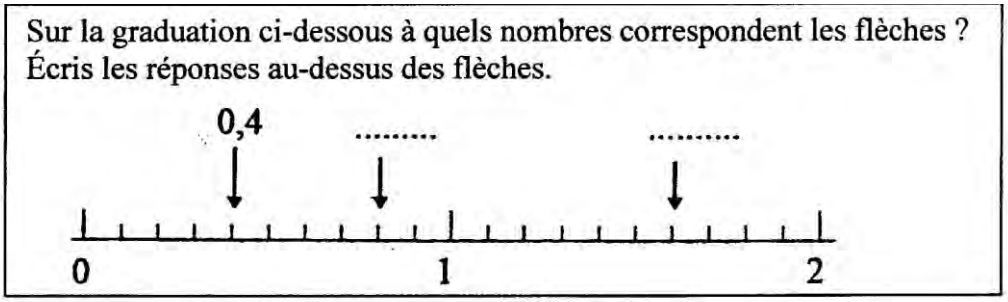
3. Calculer la longueur du segment [NS] en fonction de R et démontrer que le triangle OSC est un triangle équilatéral.

4. On considère la partie grisée (P) du disque de centre O et de rayon R extérieure au losange BMDN (voir figure 2).
   Déterminer l'aire a de (P) en fonction de R.
   Dans cette question, on prend R = 4 cm. Donner la valeur arrondie de a au centième.

5. Pour cette question, reproduire le segment $[B_1\ D_1]$ de l'annexe 1 sur votre copie (respecter la longueur 10cm).
   Construire, à la règle non graduée et au compas, un agrandissement de la figure 1 à partir du diamètre $[B_1\ D_1]$ (les tracés de construction devront rester apparents).
   Ecrire un programme de construction de la figure.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ÉLÈVES

On considère l'exercice suivant extrait de l'évaluation en mathématiques à l'entrée en sixième de 1998 :



Les réponses de cinq élèves sont fournies en annexe 2.

1. Préciser les élèves qui n'ont pas fait d'erreurs.
2. Pour chacun des élèves ayant commis une erreur, préciser cette erreur et expliquer d'une phrase simple d'où elle peut provenir.

SECOND VOLET (8 POINTS).

Le sujet se réfère à deux extraits de manuels figurant en annexes 3 et 4 :

- Annexe 3 : Document B « Nouvelle collection Thévenet » (Editions Bordas)
- Annexe 4 : Document C « J'apprends les maths » (Editions Retz)

1. Quels objectifs visent les activités proposées dans chacun des documents B et C ?
2. Dans quel cycle de l'école primaire et à quels niveaux de classe peut-on proposer les activités des documents B et C ? (Justifier la réponse).
3. Comparer les approches proposées dans chacun des deux documents.
4. Proposer la mise en place d'une séquence pédagogique à partir des documents B et C. En particulier préciser dans quel ordre sont donnés les exercices.

Annexe 1

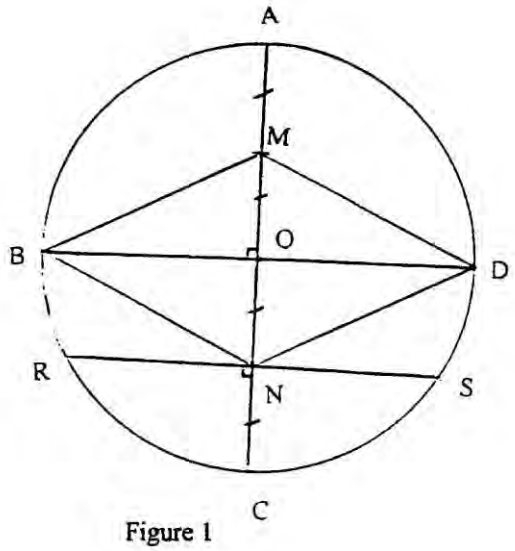


Figure 1

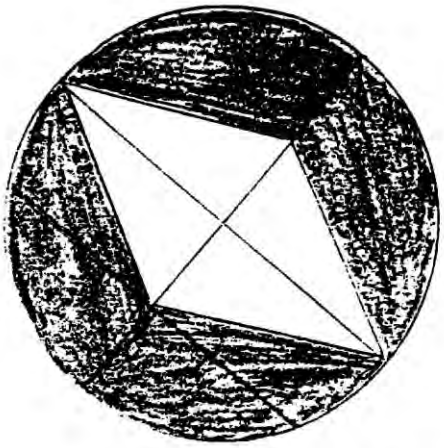
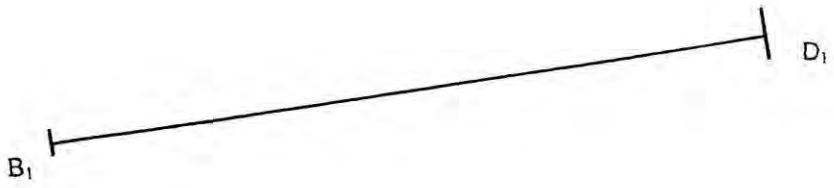
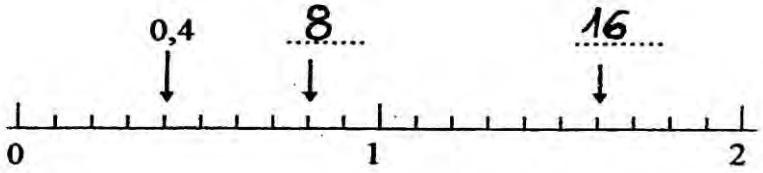


figure 2

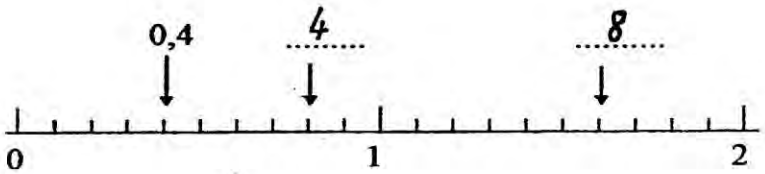


Annexe 2

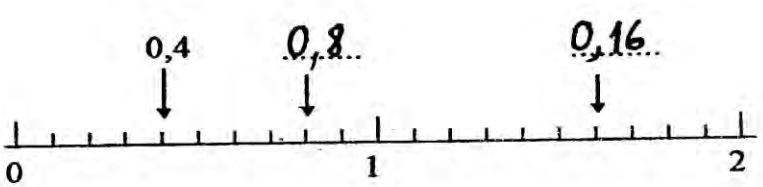
Elève 1 :



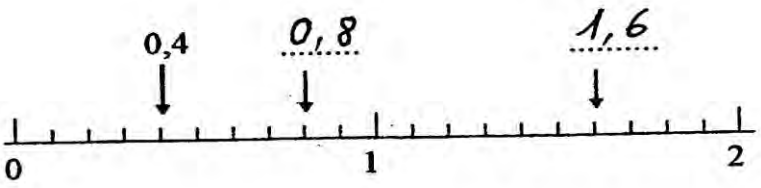
Elève 2 :



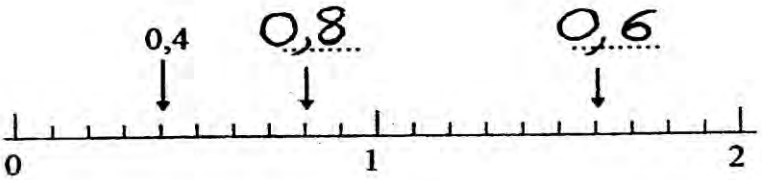
Elève 3 :



Elève 4 :



Elève 5 :



Annexe 3

DOCUMENT B :

1. Rémi, Marie et Luc se partagent les timbres.

- Combien de timbres a chacun ? .....
- Combien en reste-t-il ? .....

---

2. Six enfants se sont partagé entièrement un paquet de gâteaux.
Chaque enfant a reçu 4 gâteaux.

Combien y avait-il de gâteaux dans ce paquet ?

..... = ...

---

3. Trois enfants se partagent un jeu de 32 cartes.

- Combien de cartes chacun a-t-il ? .....
- Combien de cartes reste-t-il ? .....

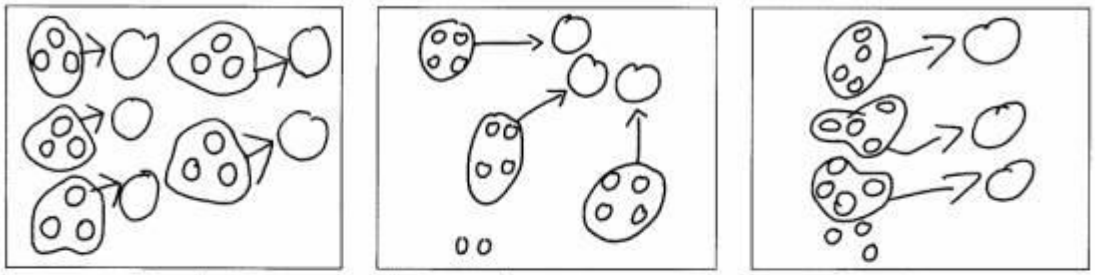
Annexe 4

DOCUMENT C :

Problème : Dans l'école de Victor, en donnant 4 billes, les enfants peuvent avoir 1 calot. Victor a 15 billes et veut le plus possible de calots.

Combien de calots peut-il avoir ? Lui restera-t-il des billes ?

Pour résoudre ce problème, Mélanie, Sébastien et Cécile ont fait un schéma.
Un seul schéma est juste. Entoure-le.



Mélanie Sébastien Cécile

Le schéma juste est celui de .....

Termine son travail en écrivant une égalité et la solution : .....

.....

Le schéma de ..... est faux parce que .....

.....

Le schéma de ..... est faux parce que .....

.....

Problèmes à résoudre sur le cahier

Ecris une égalité ou fais un schéma.

1 ▶ Myriam a 8 francs. Elle voudrait bien s'acheter une bande dessinée qui coûte 56 francs.
Combien d'argent manque-t-il à Myriam ?

2 ▶ A la récréation, les enfants échangent des images. Avec 5 petites images, on peut avoir 1 grande image autocollante. Antonio a 24 petites images.
Combien de grandes images autocollantes Antonio peut-il avoir ? Lui restera-t-il des petites images ?

3 ▶ Dans un paquet d'images, il y a 6 images. En un jour, le libraire a vendu 104 paquets d'images.
Combien d'images le libraire a-t-il vendues ?

4 ▶ Luc a 49 francs. Il voudrait s'acheter un jeu qui coûte 65 francs.
Combien d'argent lui manque-t-il ?

5 ▶ Dans un concours de boules, il y a 8 équipes de 3 joueurs.
Combien de joueurs participent à ce concours de boules ?

(Corrigé page 163)

DIJON, NANCY-METZ, REIMS, STRASBOURG

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Quatre joueurs se partagent un gain de manière suivante :

le premier prend la moitié de la somme moins 1500 euros,
le deuxième prend exactement le quart de la somme,
le troisième prend le tiers de la somme moins 500 euros,
le quatrième prend 300 euros plus le cinquième de la somme.

Quelle somme reçoivent-ils chacun ?

EXERCICE 2

Déterminer le nombre entier N satisfaisant simultanément aux trois conditions ci-dessous :

N est divisible par 6,
N n'est pas divisible par 8,
N a exactement 15 diviseurs.

On rappelle que, si la décomposition d'un nombre en facteurs premiers est de la forme $A^aB^bC^c...$, alors le nombre de ses diviseurs est (a+1)(b+1)(c+1)...

EXERCICE 3

L'objectif de cet exercice est de construire, sans aucun calcul, avec la règle graduée, le compas et l'équerre, un triangle ABC connaissant AB, BC et la hauteur issue de A.

1) Dans cette question AB = 5,5 cm, BC = 5 cm et la hauteur issue de A mesure 4 cm. Trois méthodes de construction seront mises en œuvre.

1ère méthode. L'étape initiale est le tracé de la hauteur.

Vous détaillerez et expliquerez les étapes de la construction. Combien de triangles non superposables avez-vous pu construire ?
2ème méthode. L'étape initiale est le tracé du côté [BC]. Tracer un triangle solution.
Vous détaillerez et expliquerez les étapes de la construction.

3ème méthode. L'étape initiale est le tracé du côté [AB]. Tracer un triangle solution
Vous détaillerez et expliquerez les étapes de la construction.

2) Dans cette question, AB = a, BC = b et la hauteur issue de A mesure h. La construction est-elle possible quels que soient les nombres a, b et h ?
Vous justifierez votre réponse.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Un enseignant de cycle 3 a proposé les deux exercices donnés en annexe1.
Il a formulé la consigne suivante: « Construisez le symétrique des figures par rapport à la droite tracée en gras ». II a veillé au préalable à ce que la seule ressource disponible soit la règle.

1) Quelle est la compétence évaluée dans les deux exercices proposés aux élèves ?

2) Citez deux procédures qu'un élève de cycle 3 peut utiliser pour résoudre cet exercice.

3) Pour chaque élève, repérez les erreurs et les réussites dans les productions proposées en annexe 1 .
(Dans les productions, les tracés présentant le tâtonnement des élèves ont été noircis.)

(Corrigé page 163)

SECOND VOLET (8 POINTS)

En annexes, figurent les documents extraits de :
- "Le Nouveau Math Elem", fichier de l'élève, Editeur Belin, fiches 58 et 59 (ce fichier compte au total 119 fiches). *Annexe* 2.
- "Cap Maths", Guide des activités, Editeur Hatier, p. 152, 153, 154, concernant l'introduction de l'écriture multiplicative. *Annexe* 3.

1) **Questions portant sur l'ensemble des documents.**

a) Ces documents sont issus de livres destinés au CE1. Justifier leur usage à ce niveau d'enseignement.
b) Rappeler brièvement les propriétés de la multiplication définie dans l'ensemble des entiers naturels.
c) Les approches de la multiplication telles qu'elles apparaissent dans les deux documents permettront-elles par la suite de rendre compte de ces propriétés ?
d) L'expression "fois" a-t-elle la même importance dans les deux documents ?

2) **Questions portant sur le document en annexe 2** (fiches 58 et 59 du fichier de l'élève "Le Nouveau Math Elem").
Remarque préalable: c'est la première fois dans le fichier que les élèves ont recours à des additions itérées.

a) En quoi l'exercice 2 de la fiche 58 se différencie-t-il des autres exercices des fiches 58 et 59 ?
b) Quelle est la tâche de l'élève sur l'ensemble de ce document ?

3) **Questions portant sur le document en annexe 3** (pages extraites du Guide des activités "Cap Maths").

Remarque préalable: en quinzaine 6, les élèves ont utilisé le mot "fois" dans des additions du type "ajouter 3 fois le nombre 4", et en quinzaine 7, les élèves ont résolu des problèmes relevant de l'addition itérée.

- Sur la séance 2 :

a) Quel intérêt peut présenter la reprise du problème "des tours" ?
b) Quelles sont toutes les solutions du problème ?
c) Citer deux variables didactiques spécifiques de cette situation, et leurs effets.

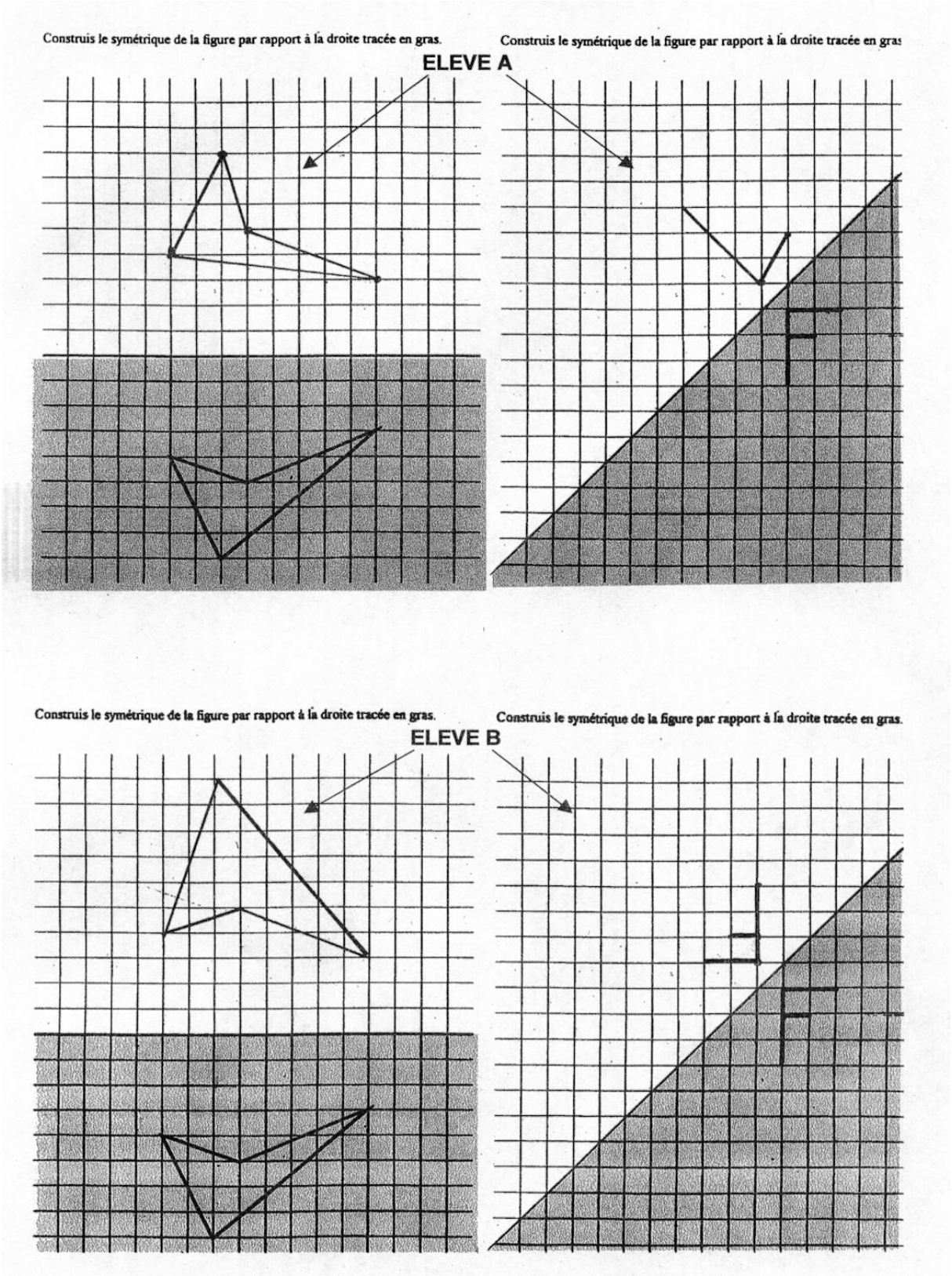
- Sur la séance 3 :

d) Quel est l'objectif de l'activité de la séance 3 ?

e) Proposer un autre type de problème multiplicatif différent de ceux étudiés précédemment.

(Corrigé page 163)

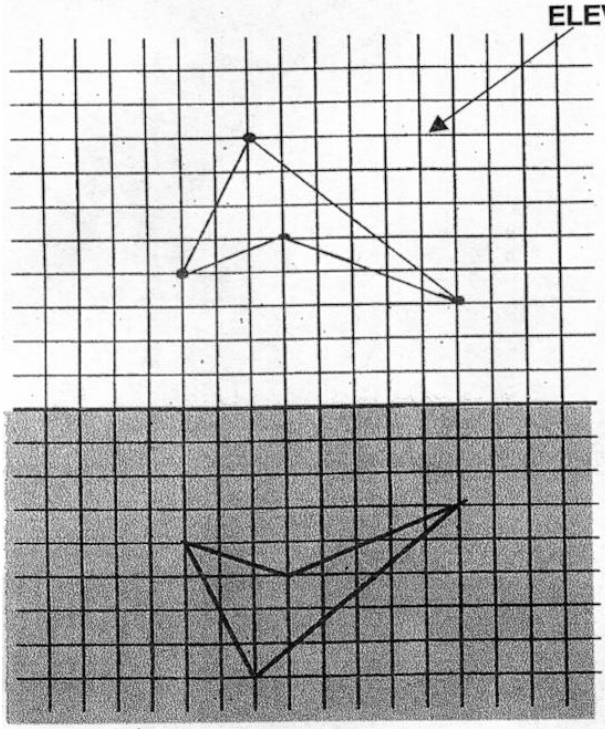
Annexe 1 (page 1/2)



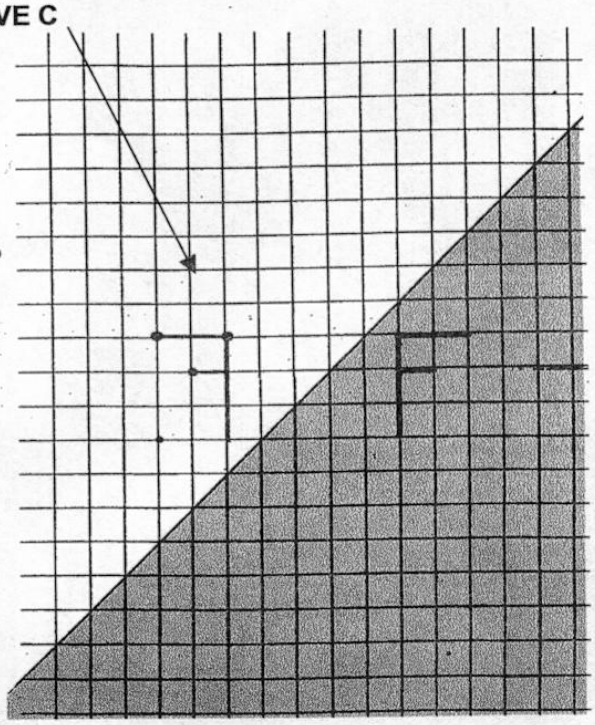
Annexe 1 (page 2/2)

Construis le symétrique de la figure par rapport à la droite tracée en gras.

ELEVE C

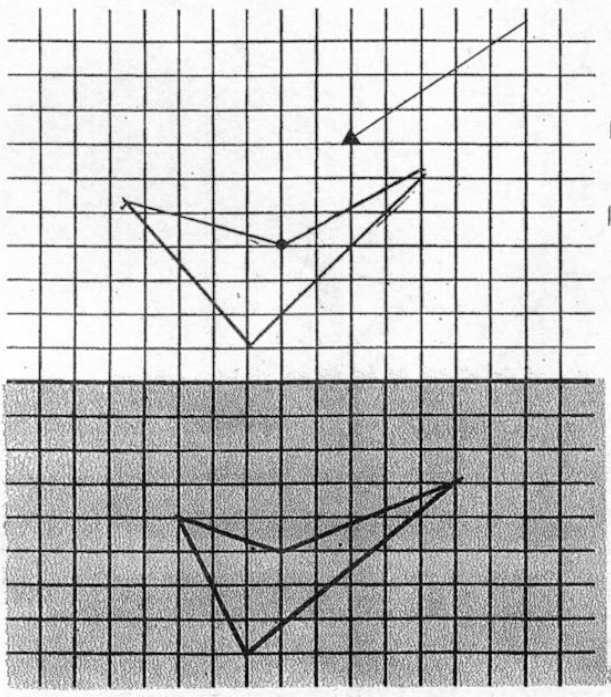


Construis le symétrique de la figure par rapport à la droite tracée en gras.

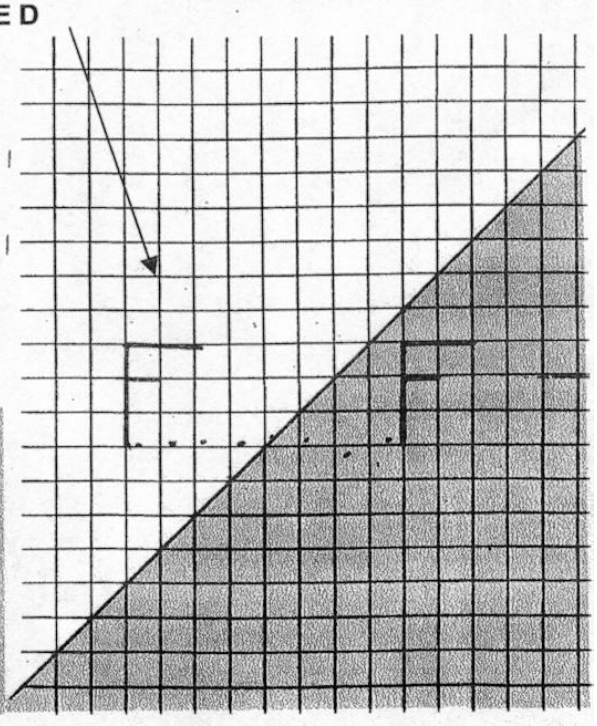


Construis le symétrique de la figure par rapport à la droite tracée en gras.

ELEVE D



Construis le symétrique de la figure par rapport à la droite tracée en gras.



Fiche 58

Additions répétées

Annexe 2 (page 1/2)

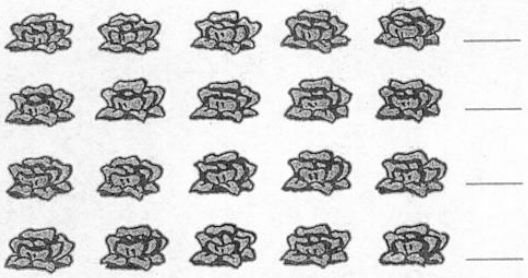
1 Le jardinier a planté des salades.

• **Écris** le nombre de salades dessinées dans chaque ligne ; puis le nombre de salades dessinées dans chaque colonne.

• **Calcule** le nombre total de salades de 2 façons différentes :

– par colonnes : 4 + 4 + _____ = ____

– par lignes : 5 + 5 + _____ = ____

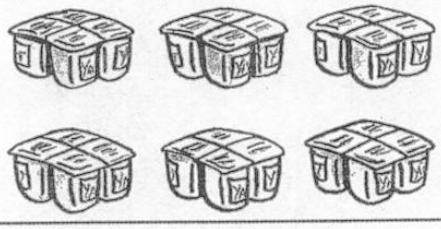


2 Dans le réfrigérateur, il y a 6 paquets de 4 yaourts.

Calcule le nombre total de yaourts.

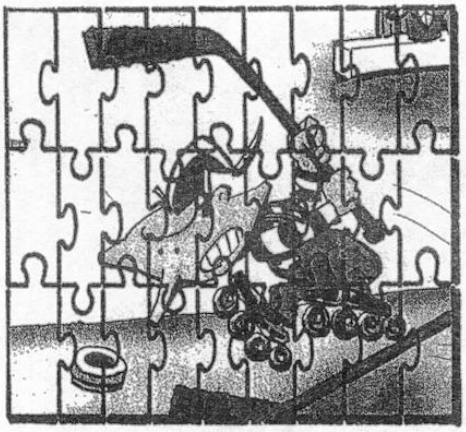
_____ = _____

Il y a ____ yaourts.



3 Combien de pièces ces deux puzzles ont-ils ?

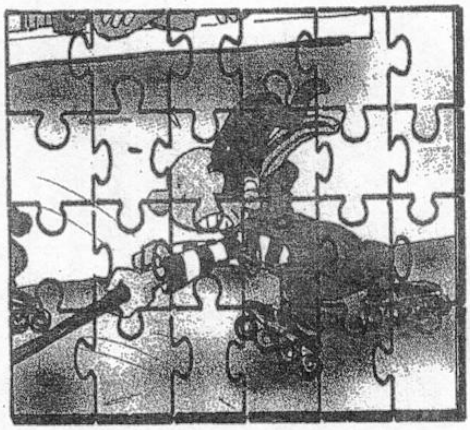
A



_____ = ____

Le puzzle **A** comporte ____ pièces.

B



_____ = ____

Le puzzle **B** comporte ____ pièces.

Fiche 59

Retrancher 10 ou 20 à un nombre donné.

La multiplication

Annexe 2 (page 2/2)

Dans l'exercice 1 de la fiche 58, tu as calculé de deux façons différentes le nombre de salades.

Première façon

4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20

4 est répété 5 fois

on écrit 4 x 5

On dit « 4 multiplié par 5 ».

Deuxième façon

5 + 5 + 5 + 5 = 20

5 est répété 4 fois

on écrit 5 x 4

On dit « 5 multiplié par 4 ».

4 x 5 = 5 x 4

1 Écris les additions répétées sous forme de multiplication.

7 + 7 + 7 + 7 = 7 x ____

2 + 2 + 2 + 2 = ____ x ____

4 + 4 + 4 + 4 = ____ x ____

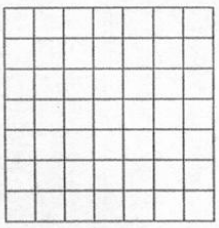
3 + 3 + 3 + 3 + 3 = ____ x ____

6 + 6 + 6 = ____ x ____

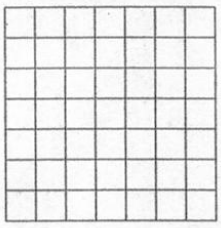
10 + 10 + 10 + 10 + 10 = ____ x ____

2 Colorie le nombre de carreaux indiqué par la multiplication.

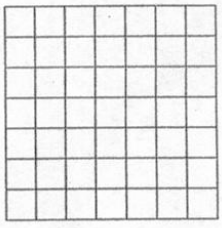
6 x 3



5 x 4



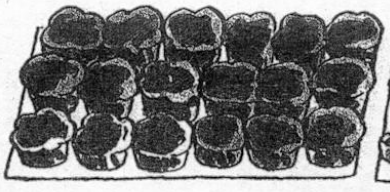
7 x 5



3 Écris les calculs et donne les résultats.

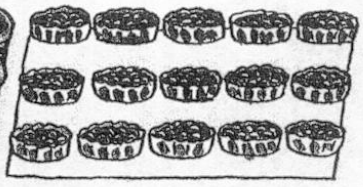
____ x ____ = ____

____ éclairs au chocolat



____ x ____ = ____

____ brioches



____ x ____ = ____

____ tartes

Annexe 3 (page 1/3)

quinzaine 8 séance 2

activité 2 **Chercher** à résoudre un problème du domaine multiplicatif et utiliser l'écriture multiplicative, en relation avec l'usage du mot « fois » et de l'addition itérée.

matériel collectif :
• une centaine de cubes emboîtables

matériel par équipe :
• une grande feuille
• un feutre
• une calculette

Activité 2 Se familiariser avec l'écriture multiplicative (1)

Le problème proposé reprend une situation envisagée en quinzaine 7 (séance 3), dans le but d'introduire l'écriture multiplicative. Il s'agit de savoir combien on peut réaliser de tours identiques (de même hauteur) en utilisant une certaine quantité de cubes.

❶ Combien de tours identiques ?

Une boîte contenant 30 cubes emboîtables est posée sur le bureau. Le problème « des tours » est rappelé :

Alex et Lisa veulent, en utilisant tous ces cubes (il y en a 30, on l'écrit au tableau), *construire des tours toutes pareilles. Attention : il faut utiliser tous les cubes. Ils doivent trouver le plus de façons possibles de le faire. Après avoir trouvé une solution, ils peuvent tout démolir pour trouver une autre solution !*
Vous allez les aider et chercher par équipes de deux sur une grande feuille. Ensuite, nous mettrons ensemble toutes vos solutions et vous préciserez comment vous les avez trouvées.

On peut préciser, d'emblée, que les tours peuvent être posées « à plat » pour éviter les questions liées à l'écroulement si elles sont trop hautes.

Annexe 3 (page 2/3)

matériel individuel (ou par 2) :
• une calculatrice

matériel par élève :
• cahier de brouillon ou ardoise

❷ Recherche par équipes de deux

L'enseignant est disponible pour :
– préciser à nouveau les contraintes à certains élèves ;
– suggérer de recourir à un dessin ou poser une question du type : « est-il possible de faire des tours ayant pour hauteur 12 cubes ? », à des équipes qui sont en situation de blocage persistant ;
– inciter à chercher d'autres solutions possibles.

❸ Mise en commun

a/ Dans un premier temps, les réponses (y compris celles qui sont erronées) sont recensées et inscrites au tableau sous la forme : 3 tours de 10 cubes ; 5 tours de 6 cubes ; etc.

b/ Dans un second temps, on cherche à vérifier l'exactitude des réponses, en indiquant les procédures qui ont permis de les trouver. A côté de chaque réponse, on peut ainsi inscrire :
– le dessin des tours (s'il est proposé) ;
– le comptage de n en n ;
– l'addition itérée ;
– l'écriture produit, seulement si elle est proposée.
Le contrôle du nombre de termes des écritures additives (ou des comptages), notamment lorsqu'elles sont longues, nécessitera l'utilisation du mot « fois » et les expressions du type « 5 fois 6 » seront inscrites à côté des écritures correspondantes. On obtient ainsi une organisation en colonnes, du type :

dessin	comptage	écriture additive	expression avec « fois »

c/ La vérification des calculs peut s'avérer fastidieuse. Si l'écriture multiplicative n'a pas été, comme il est probable, suggérée par un élève, l'enseignant indiquera qu'il existe une opération qui permet de calculer « les fois quelque chose » avec le signe × de la calculatrice. Ainsi, on peut vérifier que « 5 fois 6 » peut être calculé aussi bien avec 5×6 (dit « 5 multiplié par 6 ») qu'avec 6×5 (dit « 6 multiplié par 5 »). Les deux écritures correspondantes sont inscrites dans une colonne ajoutée au tableau.

Le tableau pourra être recopié sous forme d'affiche et conservé dans la classe, comme référence pour les élèves.

❹ Entraînement individuel

Quelques exercices systématiques de calcul ou de passage d'une écriture multiplicative à une écriture additive (et inversement) sont proposés, par exemple :
– calculer : 3×4, 2×7, 7×2 ;
– écrire sous forme multiplicative et calculer : « 5 fois 4 » ;
– traduire avec × : $3 + 3 + 3 + 3 + 3$.

153

Annexe 3 (page 3/3)

quinzaine 8 séance 3

activité 2 **Chercher** comment utiliser l'écriture multiplicative (et le calcul multiplicatif).

+0 min. individuel

matériel par élève :
- cahier de brouillon
- calculatrice

- *fichier de l'élève p. 68*
- *fiche différenciation 68 bis*

Activité 2 Se familiariser avec l'écriture multiplicative (2)

❶ Combien de cubes ?

Les questions posées sont ici inverses de celles de la séance précédente : on connaît le nombre de tours et leur hauteur, on cherche le nombre de cubes nécessaires à leur réalisation.

Moustik veut lui aussi construire des tours :
– Pour faire 8 tours de 5 cubes chacune, combien lui faut-il de cubes ?
– Pour faire 12 tours très hautes de 15 cubes chacune, combien lui faut-il de cubes ?

Alex a fait une tour avec 12 cubes et Lisa en a fait une autre avec 15 cubes. Combien ont-ils utilisé de cubes ensemble.

Chaque question résolue individuellement est suivie d'une mise en commun des résultats et des procédures, puis d'une synthèse portant sur :
– la distinction entre le sens de 12 + 15 et celui de 12 × 15 ;
– sur l'économie de calcul apporté par l'usage du signe × avec la calculatrice, lorsque les calculs sont très longs.

❸ Exercices écrits (n° 5, n° 6 et n° 7)

Combien de tours ? (n° 5) : On revient au problème initial où le nombre total de cubes étant connu, on cherche le nombre de tours réalisables. L'illustration est d'abord commentée par les élèves. Une mise en commun suit la résolution individuelle.

Ecritures multiplicatives (n° 6 et n° 7) : Il s'agit de passer de l'écriture additive à une écriture multiplicative et de calculer quelques produits.

154

GRENOBLE - LYON

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Un entier naturel *n* est divisible par 11 si et seulement si la différence :
(1er chiffre en partant de la droite + 3ème chiffre + 5ème chiffre + …) - (2ème chiffre en partant de la droite + 4ème chiffre + 6ème chiffre + …) est divisible par 11
(ou la somme des chiffres de rang impair diminuée de la somme des chiffres de rang pair est divisible par 11).

Exemples :
6457 est divisible par 11 ; en effet : (7 + 4) - (5 + 6) = 0 ;
19 346 701 est divisible par 11 ; on a : (1 + 7 + 4 + 9) - (0 + 6 + 3 + 1) = 11 ;
1 919 192 est divisible par 11 ; on a : (2 + 1 + 1 + 1) - (9 + 9 + 9) = - 22 ;
987 654 321 n'est pas divisible par 11 ; car : (1 + 3 + 5 + 7 + 9) - (2 + 4 + 6 + 8) = 5.

1- On considère tous les nombres entiers naturels de quatre chiffres différents écrits avec les chiffres 2, 5, 6 et 9.

a) Parmi ces nombres déterminez-en un qui est divisible par 11.

b) Parmi ces nombres déterminez tous les nombres qui sont divisibles par 11. Écrivez les.

2- On considère tous les nombres entiers naturels de six chiffres différents écrits avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
Parmi ces nombres, existe-t-il un nombre qui est divisible par 11 ? Justifiez votre réponse.

EXERCICE 2

Le quotient de deux entiers naturels peut avoir une écriture décimale qui « ne se termine pas ».
Par exemple, $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$; $\frac{227}{110} = 2{,}06363\ldots$
L'écriture décimale est alors périodique à partir d'un certain rang, c'est-à-dire que la même séquence de chiffres finit par se répéter. indéfiniment.
On écrit :
$\frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$ (période « 6 » à un chiffre), et: $\frac{227}{110} = 2{,}0\overline{63}$ (période « 63 » à deux chiffres).

1- On considère le nombre: $x = 0,\overline{9}$, ayant une période à un chiffre.

a) Comparez 10x et 9+*x.*

b) Démontrez : $0,\overline{9} = 1$. (On pourra, par exemple, utiliser a).)

2- Déterminez une écriture fractionnaire de $19,\overline{78}$.

(On pourra remarquer que $19,\overline{78}$ s'écrit $19 + 0,\overline{78}$.)

EXERCICE 3

Le caissier d'une banque verse 15000 € en billets de 10 €, 50 €, 100 € et 500 €.
Il utilise dix fois plus de billets de 50 € que de billets de 10 €, et deux fois plus de billets de 500 € que de billets de 100 €.

Combien a-t-il compté de billets de chaque sorte ?

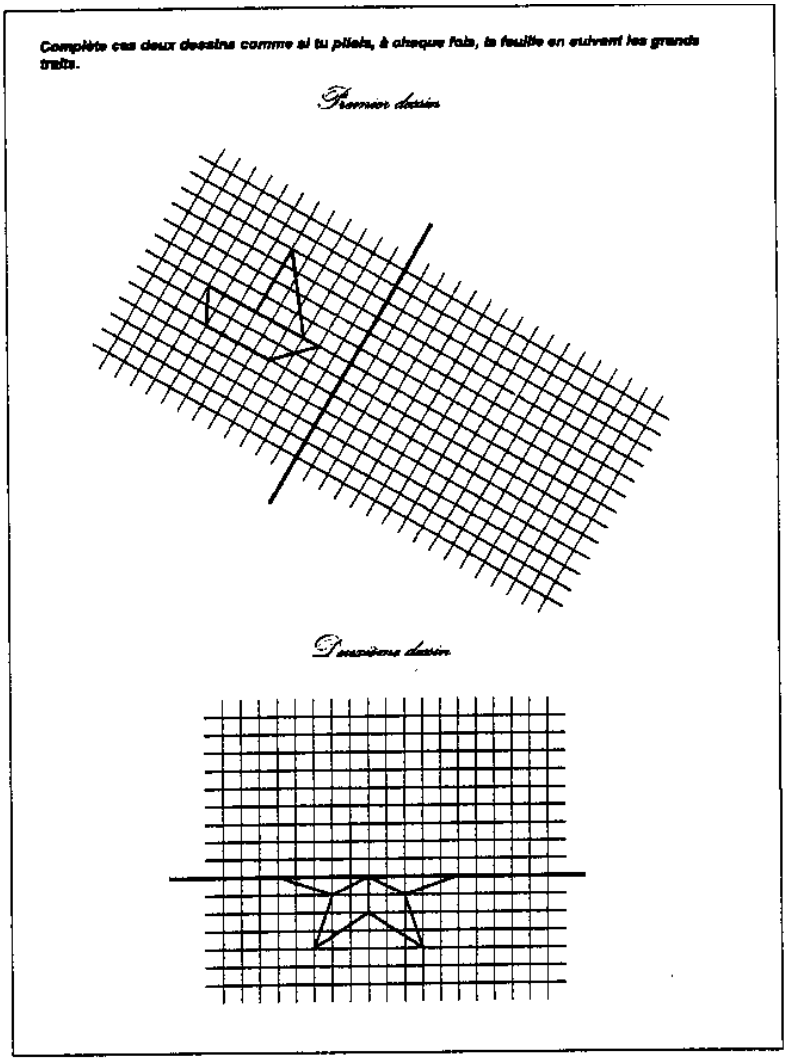
EXERCICE 4

Un supermarché reçoit une livraison de bouteilles. Si l'on compte les bouteilles par 3, 5 ou 7, il en reste toujours 2.

Sachant que le nombre de bouteilles livrées est compris entre 1 500 et 1 600, combien de bouteilles le supermarché a-t-il reçues ?

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Chacun des cinq fac-similés présentés ci-dessous et en annexes A1 et A2 est une réduction d'originaux de format A4.



L'exercice ci-dessus a été soumis à des élèves de cycle 2 dans le cadre d'une évaluation diagnostique. Il s'agissait de faire émerger leurs erreurs pour y remédier.

1- Quelles caractéristiques des deux dessins le maître a-t-il retenues à cet effet ?

2- Citez au moins deux transformations autres que la symétrie axiale que des élèves ont utilisées implicitement et approximativement, en précisant les élèves concernés.
3- Quelles sont les deux particularités qui apparaissent dans les dessins de Driss (annexe A2) ? Utilisez ces indices pour reconstituer la démarche probable de cet élève.
4- Dans le premier dessin (annexe A1), quelle(s) propriété(s) de la symétrie axiale Antonia a-t-elle respectée(s) ?

SECOND VOLET (8 POINTS)

Les documents qui vont être utilisés sont extraits :

- du manuel « *J'apprends les maths - Cycle des apprentissages fondamentaux - CE1 »* - éditeur RETZ pages 35, 41 et 71 : annexes B1, B2 et B3 ;
- du livre du maître « *J'apprends les maths - CE1 »* - éditeur RETZ - pages 80 et 81, page 87, pages 116 et 117 : annexes C1 et C2 ;
- - du manuel « *Optimath - CE1 »* - éditeur HACHETTE Education - page 102 : annexe D ;
- - du « *Guide pédagogique - Optimath - CE1 »* - éditeur HACHETTE Education - pages 243 et 244 : annexes E1 et E2.

Ces extraits de manuels constituent l'ensemble des activités consacrées à la perpendicularité pour chacun d'eux.

1- Comparez les situations utilisées par les auteurs des deux manuels pour traiter la notion de perpendicularité (annexes B1, B2 et B3, C1 et C2, D. E1 et E2).

2- On considère les exercices C de l'annexe B1 et B de l'annexe B2.

2.1- Quelle particularité présentent ces deux exercices ?
2.2- Quel intérêt didactique y trouvez-vous ?

3- Que pensez-vous de la présentation puis de l'utilisation du compas proposées dans l'extrait du livre du maître figurant en annexe C1 ?

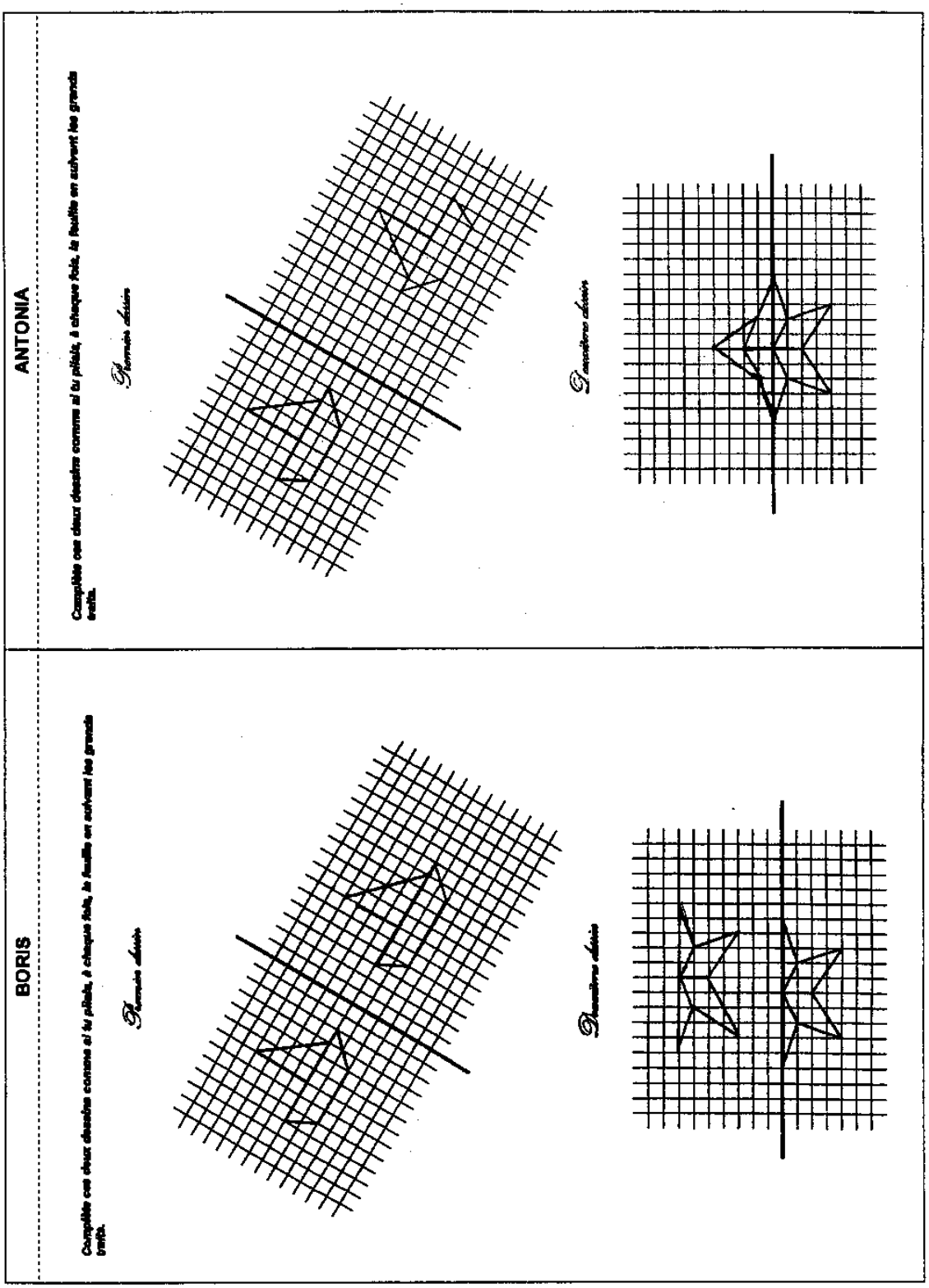
4- Commentez la pertinence de la première étape de la phase 2 présentée dans l'extrait du guide pédagogique figurant en annexe E2, au regard du programme de mathématiques du cycle des apprentissages fondamentaux.

5- Proposez quatre situations distinctes (concrètes ou géométriques) qui permettent d'introduire la notion de perpendicularité. Précisez pour chacune d'elles si elle peut être utilisée en cycle 2.

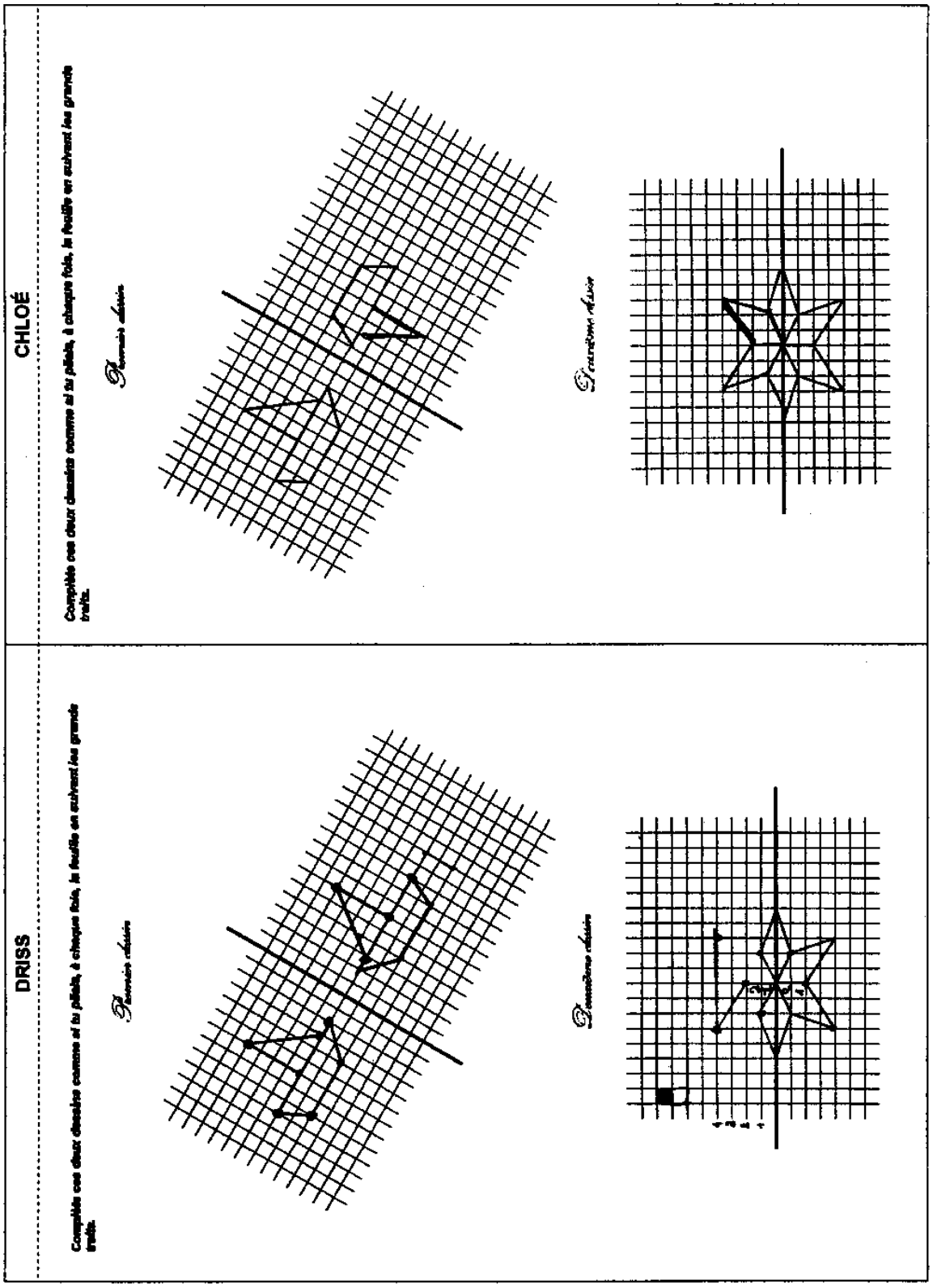
6- Dans les extraits de manuels présentés. il est fait référence au champ des connaissances spatiales et au champ des connaissances géométriques. Définissez ces deux champs de connaissances.

Analysez l'articulation entre ces deux champs de connaissances, en présentant des exemples tirés de situations d'enseignement, sans se limiter à la notion de perpendicularité.

Annexe A1


ANTONIA
Complète ces deux dessins comme si tu pliais, à chaque fois, la feuille en suivant les grands traits.
Premier dessin
Deuxième dessin
BORIS
Complète ces deux dessins comme si tu pliais, à chaque fois, la feuille en suivant les grands traits.
Premier dessin
Deuxième dessin

Annexe A2


CHLOÉ
Complète ces deux dessins comme si tu pliais, à chaque fois, la feuille en suivant les grands traits.
Deuxième dessin
Première dessin
DRISS
Complète ces deux dessins comme si tu pliais, à chaque fois, la feuille en suivant les grands traits.
Deuxième dessin
Première dessin

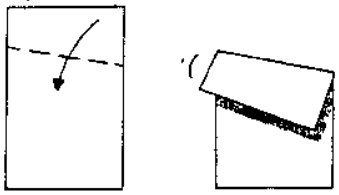
Annexe B1

Extrait du manuel *« J'apprends les maths - Cycle des apprentissages fondamentaux - CE1 »* - éditeur RETZ - page 35.

page
35

Fabrique-toi une équerre en suivant ces indications.

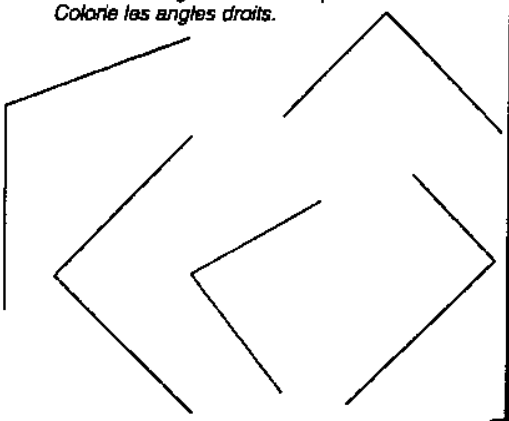
1 Prends une feuille de papier et plie-la comme tu veux.



2 Avec beaucoup de soin, fais un deuxième pli en mettant bien bord à bord, comme ceci :

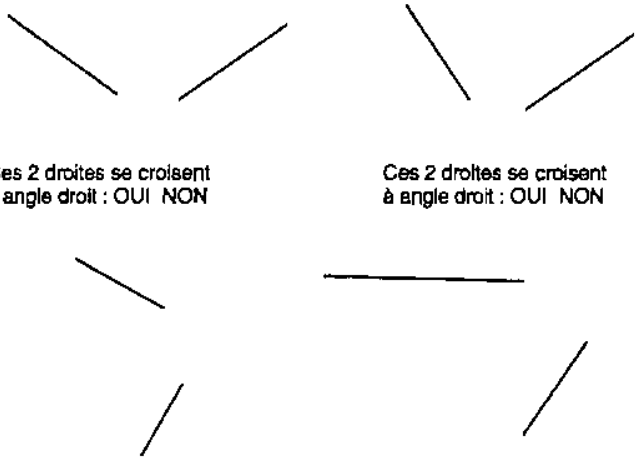
3 Colorie l'angle droit sur ton équerre.

4 Vérifie ces angles avec ton équerre. Colorie les angles droits.



B

Imagine qu'on prolonge ces droites à l'aide d'une règle et réponds (entoure ce qui est vrai).



Ces 2 droites se croisent à angle droit : OUI NON

Ces 2 droites se croisent à angle droit : OUI NON

Ces 2 droites se croisent à angle droit : OUI NON

Ces 2 droites se croisent à angle droit : OUI NON

Pour vérifier tes réponses prolonge les droites à l'aide de ta règle et utilise ton équerre.

J'apprends : Quand 2 droites se croisent à angle droit, on dit qu'elles sont **perpendiculaires.**

C

Annexe B2

Extrait du manuel *« J'apprends les maths - Cycle des apprentissages fondamentaux - CE1 »* - éditeur RETZ - page 41.

page
41

Imagine qu'on prolonge ces droites à l'aide d'une règle et réponds (entoure ce qui est vrai).

Ces 2 droites se croisent à angle droit : OUI NON

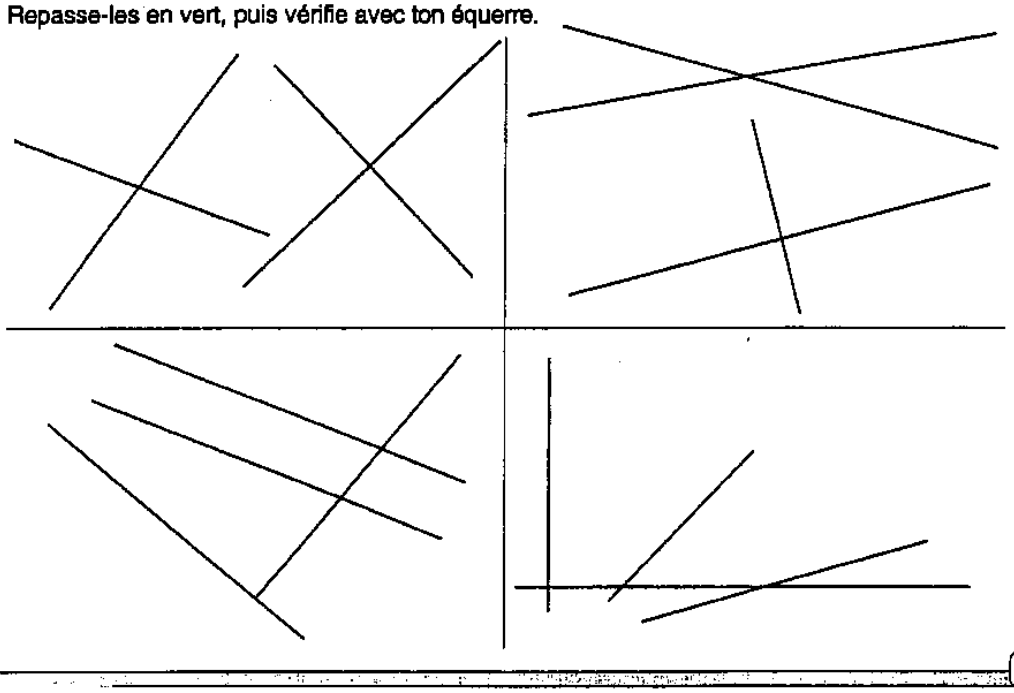
Ces 2 droites se croisent à angle droit : OUI NON

Ces 2 droites se croisent à angle droit : OUI NON

Pour vérifier tes réponses prolonge les droites à l'aide de ta règle et utilise ton équerre.

B

Dans chaque cadre, il y a 2 droites perpendiculaires.
Repasse-les en vert, puis vérifie avec ton équerre.



C

Annexe B3

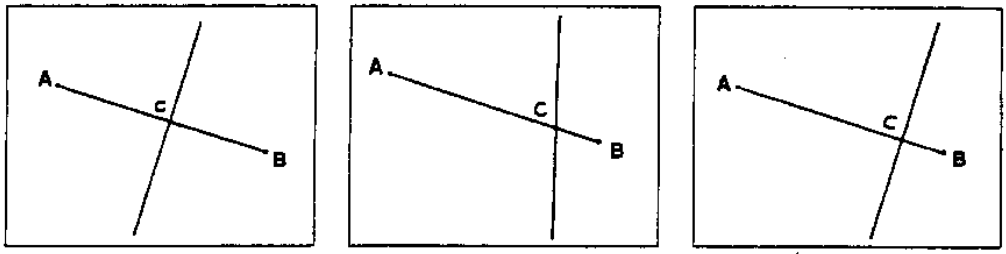
Extrait du manuel *« J'apprends les maths - Cycle des apprentissages fondamentaux - CE1 »* - éditeur RETZ -page71.

La reproduction de ce document ne respecte pas les dimensions d'origine.

page 71

Voici un exercice de géométrie : *Trace le segment AB.*
Sur ce segment AB, dessine un point à 3 cm de A.
Appelle ce point C.
Par ce point C, trace une droite perpendiculaire au segment AB.

Sébastien, Mélanie et Cécile ont fait cet exercice.
Un seul tracé est juste. Entoure-le.



Mélanie Cécile Sébastien

Le tracé juste est celui de .....

Le tracé de ..... est faux parce que .....

.....

Le tracé de ..... est faux parce que .....

.....

B

Annexe C1

Extrait du livre du maître « *J'apprends les maths - CE1* » - éditeur RETZ - pages 80 et 81.

OBJECTIFS

[...]

En géométrie, on s'intéresse aux angles de demi-droites. C'est en effet plus simple pour un enfant de concevoir d'abord la notion d'angle par analogie avec l'écartement des branches d'un compas, que comme une mise en rapport des directions de deux droites. Pour autant, il n'est pas nécessaire d'utiliser l'expression « demi-droite » avec les élèves. Ceux-ci vont apprendre également à se servir d'une équerre pour déterminer si un angle est droit et à repérer si des droites sont perpendiculaires dans le cas où leur intersection n'est pas matérialisée. C'est seulement dans les activités de la page 41 qu'on étudiera l'intersection de 2 droites et les angles qui en résultent.

[...]

ACTIVITÉS page 35

[...]

B. L'équerre et l'angle droit

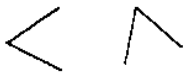
Activités préliminaires

1. Qu'est-ce qu'un angle ?

L'enseignant peut, dans un premier temps, utiliser un compas à tableau pour donner un contenu intuitif à la notion d'angle. L'enseignant présente le compas (« *c'est un outil qui permet de tracer des cercles* ») et dit aux enfants qu'on va s'intéresser ce jour-là à l'écartement de ses branches. Il présente le compas avec ses branches faiblement écartées et dit : « *Les branches font un petit angle* ». Cet angle peut être reproduit au tableau en suivant avec la craie le bord de chaque branche. On agrandit l'écart en disant : « *Ici, l'angle a changé, il est devenu plus grand* ». On le reproduit aussi et l'on poursuit jusqu'à obtenir un angle presque plat.

2. Approche intuitive de l'égalité de 2 angles

Considérons les 2 angles suivants:

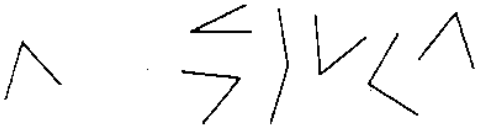


Un adulte ne peut soupçonner l'égalité de ces 2 angles que dans la mesure où il se livre à une rotation mentale des côtés de l'un, pour voir si la superposition est probable. C'est cette opération mentale qu'on cherche à favoriser ici.

L'enseignant a tracé au tableau un angle de 2 demi-droites (environ 60°, par example). Il présente le compas (avec une ouverture de 20° environ) en ayant soin de l'orienter différemment du tracé au tableau (en maintenant la jonction des 2 branches en haut par exemple) et demande aux enfants si les branches du compas font le même angle que celui qui est tracé au tableau. Pour confirmer qu'il est plus petit, l'enseignant superpose l'une des branches du compas et un côté de l'angle tracé au tableau. Il revient à la position initiale du compas et augmente légèrement son ouverture. Et maintenant ? etc. On explorera aussi le cas où le compas a été trop ouvert.

3. Comparer deux angles en utilisant un gabarit

Un angle de référence est tracé à gauche du tableau et 6 ou 7 angles dans la partie droite. Quels sont ceux qui sont les mêmes que l'angle de référence ? On pourra utiliser à nouveau le compas comme gabarit, mais on pensera aussi à l'usage d'un papier calque.



4. Reconnaître un angle droit parmi un ensemble d'angles divers.

Même situation que la précédente, mais l'angle de référence est celui qui est formé par 2 côtés adjacents du tableau (l'enseignant a par exemple repassé à la craie les bords du coin supérieur gauche du tableau).

L'enseignant demande si les élèves peuvent trouver dans la classe des angles identiques à celui-ci. Cet angle particulier s'appelle l'angle droit et on dispose d'un outil qui sert de gabarit : l'équerre. L'équerre à tableau de la classe est disposée sur l'angle de référence et est utilisée pour rechercher les autres angles droits qui sont tracés au tableau.

Activité du fichier

On commence par montrer aux enfants comment ils peuvent se fabriquer eux-mêmes une équerre. Chaque élève dispose soit d'une feuille de papier calque 21 x 29,7 cm, soit d'une feuille de papier machine du même format. L'enseignant accompagne le travail de la classe, si possible avec une feuille d'un plus grand format. Pour la formation du deuxième pli, on montrera un pliage incorrect et un pliage correct. Le fait que cette équerre est « juste » peut se vérifier en la disposant sur un coin de table, un coin du fichier, etc. L'angle droit de cette équerre peut être, comme il est indiqué sur le fichier, symbolisé par un petit carré. Sur les 5 angles proposés dans le fichier, les élèves indiquent ensuite au crayon ceux qui sont droits avant de les vérifier avec leur équerre.

C. Droites perpendiculaires

La notion de droites perpendiculaires est introduite ici dans le cas où l'intersection n'est pas matérialisée : ce sont des droites « qui vont se croiser à angle droit ». L'enseignant insiste donc pour que les élèves anticipent l'intersection et répondent avant de prolonger les droites et de vérifier avec leur équerre (on verra que 2 droites perpendiculaires « forment 4 angles droits » dans les activités de la page 41 ; il suffit donc ici de prolonger jusqu'à l'intersection).

Annexe C2

Extrait du livre du maître *« J'apprends les maths - CE1 »* - éditeur RETZ - page 87 (colonne de gauche) et pages 116 et 117 (colonne de droite).

ACTIVITÉS page 41

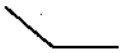
[...]

B. et C. Chercher, parmi des droites sécantes, les droites perpendiculaires

Activités préliminaires

1. Deux droites sécantes forment des angles de demi-droites opposés qui sont égaux 2 à 2.

L'enseignant a tracé au tableau deux demi-droites comme celles-ci :



Il prend un compas de tableau et choisit un écartement : « *Cet angle est-il le même que celui qui est tracé au tableau ?* » Par approximations successives on obtient un patron de cet angle. L'enseignant prolonge alors chaque demi-droite au tableau pour obtenir deux droites sécantes, il montre le compas et demande : « L'angle qui est là (en montrant le premier angle tracé), *est-ce qu'on le voit ailleurs ?* ». On procède de la même manière avec les 2 autres angles opposés. On pourra adopter un code de couleur pour l'égalité des angles.

Cette activité peut être reprise avec 2 nouvelles droites sécantes dont l'allure est sensiblement différente des précédentes.

2. Deux perpendiculaires forment 4 angles droits.

La même activité est reprise avec deux demi-droites qui se coupent à angle droit. « *Que pensez-vous de cet angle ?* ». On vérifie qu'il est droit à l'aide de l'équerre à tableau. Puis on prolonge pour former là encore 4 angles. On pouvait anticiper que 2 d'entre eux seraient droits. En fait, c'est 4 angles droits qu'on obtient ! La notation spécifique de l'angle droit pourra être introduite.

3. Chercher une perpendiculaire à une droite donnée.

L'enseignant a tracé au tableau un amas de quelques droites sécantes (qui donne l'impression d'un mikado en fin de partie). Deux de ces droites sont les droites de référence (une bleue et une rouge par exemple). L'enseignant demande aux élèves s'il y a une droite perpendiculaire à la bleue, puis à la rouge (on peut par exemple prévoir que la droite bleue est effectivement coupée par une perpendiculaire tandis que la rouge ne l'est pas). Les hypothèses sont vérifiées avec l'équerre à tableau.

Activités du fichier

On vise à ce que les élèves acquièrent une intuition de l'angle droit. Ils sont donc incités à chercher d'abord « avec leurs yeux ».

[...]

ACTIVITÉS page 71

[...]

B. Evaluer des tracés géométriques

Les élèves doivent de nouveau évaluer les productions d'enfants lors d'un exercice de géométrie. Celui-ci met en jeu les notions de distance à un point et de perpendicularité. Les élèves sont donc amenés à contrôler deux critères simultanément pour vérifier un tracé géométrique. Ce type de tâche joue un rôle important dans de nombreuses activités géométriques comme c'est par exemple le cas lorsqu'il faut se demander si une figure est bien un carré alors qu'elle en a toute l'apparence. Les deux erreurs proposées à l'analyse des enfants sont les suivantes :

- le point C n'est pas à 3 cm de A bien que la droite soit perpendiculaire à AB (schéma de Sébastien) ;
- la droite n'est pas perpendiculaire à AB bien que le point C soit à 3 cm de A (schéma de Cécile).

Les justifications des enfants :

Il est normal que les enfants ne prennent en compte que ce qui est erroné dans ces deux tracés puisque c'est ce qu'on leur demande. Mais lors de la mise en commun, l'enseignant pourra demander aussi ce qui est correct dans ces deux tracés. Cela permettra de souligner que, pour répondre à une telle consigne, il faut réaliser les deux conditions simultanément.

[...]

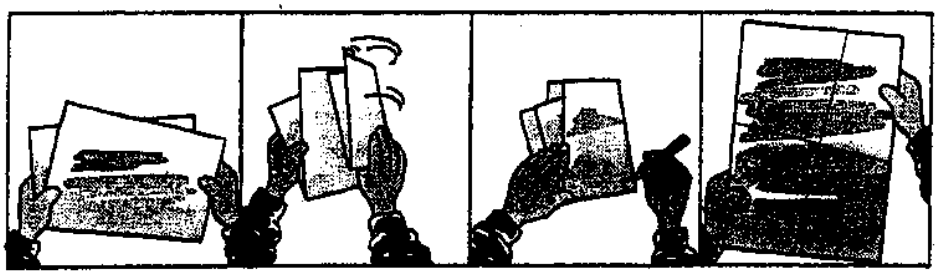
Annexe D

Extrait du manuel *« Optimath- CE1 »* - éditeur HACHETTE Éducation - page 102.

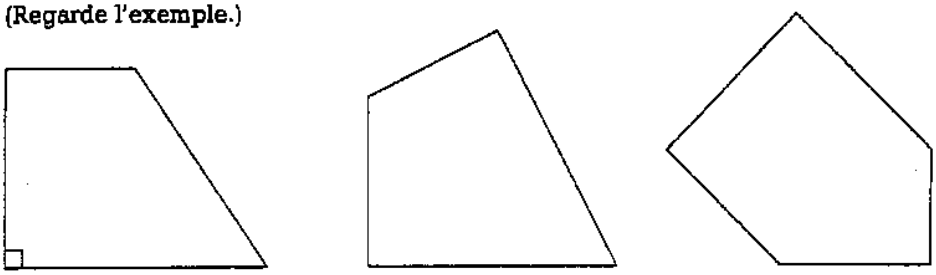
Équerre et angle droit

OBSERVE ET DÉCRIS les différentes équerres...

Observe les dessins, puis réalise une équerre en pliant en quatre une feuille de papier. Tu obtiens un angle droit. En ouvrant, on obtient quatre angles droits. Marque-les.

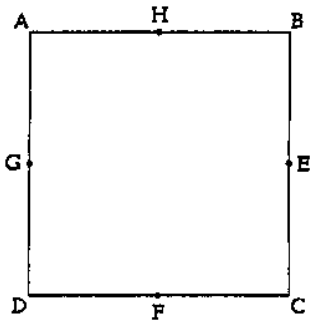


1 Avec ton équerre, trouve les angles droits des trois figures et marque-les. (Regarde l'exemple.)



2 Avec ta règle, trace les segments AE, BF, CG et DH.

Avec ton équerre, repère tous les angles droits et marque-les.



je sais...

fabriquer une équerre et l'utiliser pour vérifier si un angle est droit.

102

Annexe E1

Extrait du *« Guide pédagogique - Optimath - CE1 »* - éditeur HACHETTE Éducation - page 243.

Équerre et angle droit

[...]

Objectifs

1. a. Construire une équerre (ou un angle droit) par double pliage d'une feuille de papier.
   b. Construire deux droites perpendiculaires par pliage simple d'une feuille de papier.
2. Utiliser une équerre pour vérifier qu'un angle est droit et trouver les angles droits d'une figure.
3. Tracer des droites perpendiculaires avec l'équerre et sur un quadrillage (facultatif).

Matériel

Collectif

- Quelques grandes équerres de formes différentes.
- 1 grande boîte parallélépipédique (pavé droit).

Par groupes de deux

- Plusieurs polygones convexes comportant un ou deux angles droits.

Individuel

- Feuilles de papier blanc et quadrillé.
- 1 équerre usuelle.
- Crayon noir et crayons de couleurs.

[...]

Annexe E2

Extrait du *« Guide pédagogique - Optimath- CE1 »* - éditeur HACHETTE Éducation - page 244.

DÉROULEMENT DES ACTIVITÉS

Phase 1 — *Durée : 10 min*

Construction d'une équerre et de deux droites perpendiculaires

▶ **Collectif**

a. Première étape

Le maître demande aux élèves de prendre une feuille de papier et de la plier de façon arbitraire. Il veillera à ce que les enfants ne tiennent pas compte des bords de la feuille. La meilleure solution consiste d'ailleurs à utiliser des feuilles non pas rectangulaires, mais dont les bords sont coupés de façon absolument quelconque. Une fois la feuille pliée, les enfants effectuent un deuxième pliage, de façon à obtenir un angle droit en rabattant le bord plié sur lui-même : la suite des dessins, en haut de la page 102 du fichier de l'élève, illustre la procédure.

On fait observer le « coin droit » obtenu, qu'on appellera *angle droit*. On le symbolisera par le « petit carré » utilisé habituellement ⌙.

Faire ensuite déplier la feuille et, à l'aide du crayon et de la règle, repasser sur les plis pour les rendre bien visibles.

Les élèves sont invités à observer la figure : on attire leur attention sur le fait que les quatre angles sont superposables : il s'agit de quatre angles droits, que l'on fera marquer du symbole ⌙.

Les droites qui se coupent à angle droit sont appelées *droites perpendiculaires*.

Enfin, on fera replier la feuille suivant les deux plis et on précisera qu'on se servira du « coin droit » comme d'un instrument qu'on appellera *équerre*. On l'utilisera pour chercher l'angle droit de l'équerre usuelle dont disposent les enfants.

b. Deuxième étape

Les élèves prennent une deuxième feuille qu'ils plient une seule fois. À la pointe du compas, ils piquent à travers le papier, déplient la feuille et, au crayon et à la règle, marquent le pli ainsi que les deux points A et B, aux endroits où le papier a été piqué. En traçant la droite AB, on constate qu'elle est perpendiculaire à la droite matérialisée par le pli : on peut le vérifier en utilisant l'équerre.

L'opération peut être recommencée plusieurs fois : à chaque fois, la droite déterminée par deux points homologues est perpendiculaire à l'axe de pliage.

Phase 2 — *Durée : 10 min*

Recherche d'angles droits

▶ **Collectif**

a. Première étape

On invite d'abord les enfants à repérer les angles droits sur les objets courants de la salle de classe. Les exemples sont nombreux, beaucoup d'objets étant de forme rectangulaire. Chaque fois qu'un angle droit ou supposé tel a été désigné, l'élève vérifiera l'hypothèse à l'aide de son équerre en papier ou de l'équerre usuelle.

Puis, on leur fait observer les angles droits sur une boîte en forme de cube ou de parallélépipède rectangle.

▶ **Par groupes de deux**

b. Deuxième étape

Distribuer à chaque groupe de deux élèves un des polygones en carton prévus au matériel. Chacun d'eux comporte un ou deux angles droits ; les élèves sont chargés de les trouver avec leur équerre et de les marquer.

On vérifiera le travail réalisé et on classera les polygones suivant leur nombre d'angles droits.

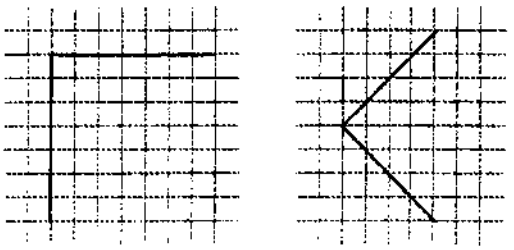
Phase 3 — *Durée : 10 min*

Tracés d'angles droits

▶ **Individuel**

Comme nous l'avons indiqué, cette phase est facultative. Elle comporte deux étapes :

- l'une est consacrée à des tracés d'angles droits sur une feuille blanche. Ces tracés seront d'abord libres, puis on demandera aux enfants de tracer des droites perpendiculaires ;
- l'autre est consacrée à des tracés d'angles droits sur une feuille quadrillée, par exemple :



Évaluation — *Durée : 30 min*

Page 102 du fichier de l'élève.

LILLE-ROUEN

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

L'objectif de l'exercice est de découvrir (ou de redécouvrir) certaines propriétés des nombres entiers naturels et de les utiliser pour calculer mentalement.

Les applications numériques devront faire apparaître les étapes du calcul mental.

a) Un élève dit : « moi je sais comment calculer le carré des nombres de 2 chiffres qui se terminent par 5. Par exemple pour 65^2 on prend le 6, on le multiplie par 7, ça fait 42, le carré de 65 ça fait 4225 ».

Vérifier le bien fondé de cette procédure en développant $(60+5)^2$.

Formuler cette procédure dans le cas général (on ne demande pas de démonstration).

Utiliser cette procédure pour le calcul de 35^2.

b) Soit n un nombre entier naturel, prouver que : $(n+1)^2 = n^2 + n + (n + 1)$.

Compléter la phrase suivante: « pour passer du carré d'un nombre entier à celui du nombre suivant…….. ».

Utiliser cette procédure pour le calcul de 101^2 et de 36^2.

EXERCICE 2

Soit le cercle C de centre O et de rayon r.

1 - Construire, sur la feuille jointe en annexe, l'hexagone régulier ABCDEF inscrit dans ce cercle en laissant apparents les traits de construction.
Le diamètre [AD] coupe le segment [BF] en H_1 et le segment [EC] en H_2.

2 - a) Quelle est la nature du quadrilatère ABOF ? Justifier votre réponse.
b) En déduire la longueur du segment [BF] en fonction de r.

3 - a) Quelle est la nature des triangles BDF et ACE ? Justifier votre réponse.
b) En déduire l'écriture d'un programme de construction uniquement par pliage d'un triangle équilatéral inscrit dans un disque.

4 - Le segment [AC] coupe les segments [BF] et [BD] respectivement en I et J.
Le segment [CE] coupe les segments [BD] et [DF] respectivement en K et L.
Le segment [AE] coupe les segments [DF] et [FB] respectivement en M et N.

a) Quelle est la nature du quadrilatère BCEF ? Justifier votre réponse.
b) Exprimer les longueurs AH_1 et AH_2 en fonction de r.
c) En déduire la longueur NI en fonction de r.
d) Quelle est la nature du polygone IJKLMN ?

5 - Calculer l'aire de l'hexagone ABCDEF en fonction de r.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Un maître demande à des élèves de dernière année du cycle des approfondissements de construire un rectangle à la règle et au compas sur une feuille unie, et de laisser apparaître les traits de construction.

Les productions de trois élèves se trouvent sur le document 1.

1. Pour chaque figure, décrire la procédure de construction utilisée par l'élève.

2. Justifier, d'un point de vue mathématique, ces procédures.

3. Préciser les connaissances et les compétences mises en œuvre dans la résolution de ce problème de géométrie proposé par le maître.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Cette partie est consacrée à l'étude des situations additives au cycle des apprentissages fondamentaux.
Elle s'appuie sur l'analyse de trois documents.

* **Document 2 :** chapitre intitulé « Somme de deux nombres » (1) extrait du manuel élève CP de 1a collection OPTIMATH (édition Hachette - 1995). Pages 28 et 29.

* **Document 3 :** chapitre intitulé « Somme de deux nombres » (2) extrait du même ouvrage. Pages 30 et 31.

Ces deux chapitres sont les premiers de la période 2 (novembre - décembre).

* **Document 4 :** présentation d'un jeu proposé en section de grands d'école maternelle.

I Etude du document 2 : Somme de deux nombres (1)

1) En vous aidant de l'encadré « JE SAIS » de la page 29, indiquer quelles sont les deux situations qui correspondent à la notion de somme. Quels sont les exercices des pages 28 et 29 qui illustrent chacune de ces deux situations ?

2) Quelle propriété de l'addition est travaillée dans l'exercice 2 de la page 28 ? Les deux parties de cet exercice ne sont pas identiques, indiquer la compétence visée pour chacune d'elles.
L'exercice aurait-il eu le même intérêt si la deuxième consigne avait été formulée comme suit :
« Complète, puis dessine les jetons » ? A quoi aurait alors servi le dessin ?

3) En quoi les exercices 4 et 5 de la page 29 sont-ils différents des exercices 1 et 2 ? Quelles sont les propriétés de l'égalité sous-jacentes ?

4) Que permet de construire l'exercice 7 ?

5) Le chapitre intitulé « Somme de deux nombres (1) » est le premier de la période 2 (novembre - décembre) ; que penser du choix des nombres ? Justifier.

II Etude du document 3 : Somme de deux nombres (2)

1) Dans la situation de départ, pourquoi les dés sont-ils qualifiés de « drôles » ?

2) L'exercice 2 de la page 30 propose des sommes égales à 4 ou à 5. Toutes les solutions ont-elles été proposées ? Le cas échéant, indiquer celles qui manquent, compléter l'exercice en conséquence.

Quelles sont les raisons qui peuvent justifier leur absence ?
Expliquer pourquoi l'illustrateur a choisi ces dispositions spatiales pour représenter les nombres.

3) On s'intéresse maintenant à l'exercice 5, composé de deux parties.

a) Ecrire toutes les solutions de la première partie de cet exercice. Quel choix de correction effectuer avec des élèves :

- correction immédiate ou différée ?
- correction individuelle ou collective ?

Justifier ce choix.

b) Dans la deuxième partie de l'exercice, un élève trouve : « 6 = 3 + 2 ».
Quelle aide lui proposer ?

4) A quel nombre, les activités de ce chapitre confèrent-elles un statut particulier ?
Pourquoi ?

5) Dans l'encadré « JE SAIS », les deux égalités 3 + 0 = 3 et 0 + 3 = 3 peuvent-elles être, l'une et l'autre, aussi aisément illustrées par des situations de la vie courante ayant du sens pour les élèves ?

III Etude du document 4 : Présentation d'un jeu en section de grands de maternelle

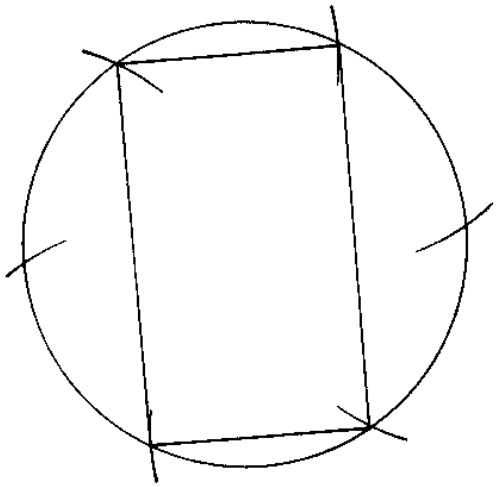
1) Retrouve-t-on les deux situations additives présentées dans les pages 28 et 29 du manuel CP ? Justifier.

2) Ecrire toutes les sommes de deux nombres illustrées par ce jeu, lors des échanges.

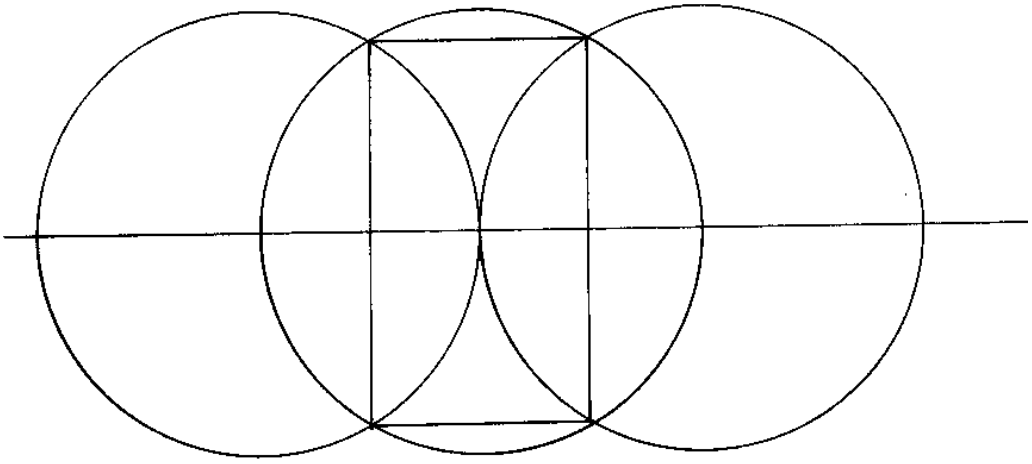
3) Comment aider l' élève à formaliser les échanges qu'il peut effectuer pendant le jeu ?

Document 1

anais

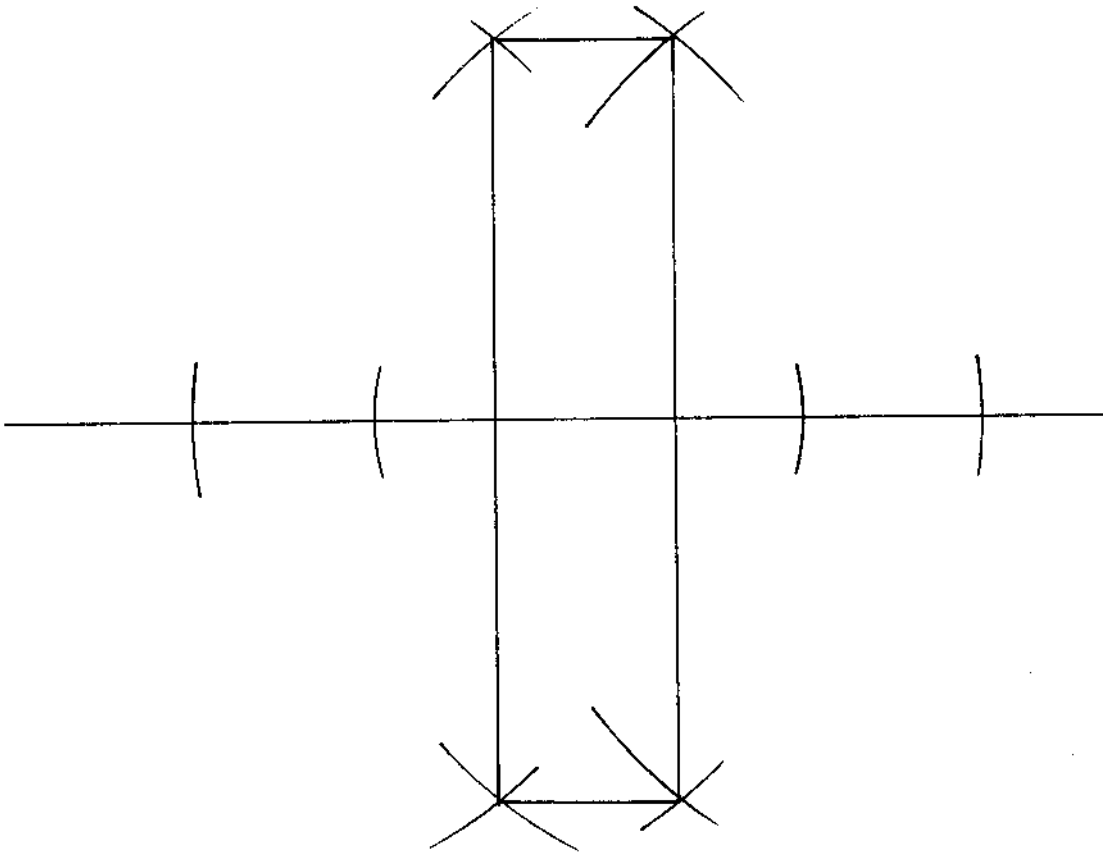


aurélie



Document 1 (suite)

dorian



Document 2

Document 2

Somme de deux nombres (1)

OBSERVE ET DÉCRIS...

Romain avait 3 jetons. Il a ajouté 2 jetons. Il a maintenant 3 + 2 jetons.

Complète : 3 + 2 = ____

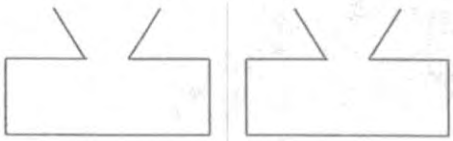
1 Observe les dessins et écris les nombres.

3 + 1 | 3 + 1 = ___ | 2 + ___ | 2 + ___ = ___

2 Complète.

___ + ___ = ___ | ___ + ___ = ___

Dessine les jetons et complète.



4 + 2 = ___ | 2 + 4 = ___

3 Observe et complète.

. 3 + 2 = 5

1 + ___ = ___

___ + ___ = ___

___ + ___ = ___

___ + ___ = ___

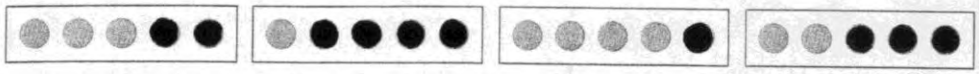
___ + ___ = ___

28
vingt-huit

Document 2 (suite)

Somme de deux nombres (1)

4 Complète.



5 = 3 + 2 | 5 = ___ + ___ | 5 = _____ | 5 = _____

5 Colorie, chaque fois, une partie des jetons en rouge et l'autre en bleu, puis écris les nombres.

6 = ___ + ___ | 6 = ___ + ___ | 6 = ___ + ___ | 6 = ___ + ___

6 Complète.

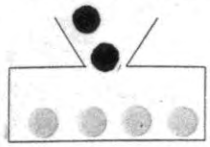
3 + 2 = 5	5 = 3 + 2	3 + ___ = 6	6 = ___ + 3
1 + ___ = 3	3 = 1 + ___	1 + ___ = 5	5 = ___ + 4
2 + ___ = 4	4 = 2 + ___	3 + ___ = 4	4 = ___ + 1

7 Calcule.

1 + 1 = ___	1 + 2 = ___	1 + 3 = ___	1 + 4 = ___
2 + 1 = ___	2 + 2 = ___	2 + 3 = ___	2 + 4 = ___
3 + 1 = ___	3 + 2 = ___	3 + 3 = ___	
4 + 1 = ___	4 + 2 = ___		

je sais...

1. que si j'ajoute : ou si j'assemble :



je peux écrire : 4 + 2 = 6 et dire :
« quatre plus deux est égal à six ».

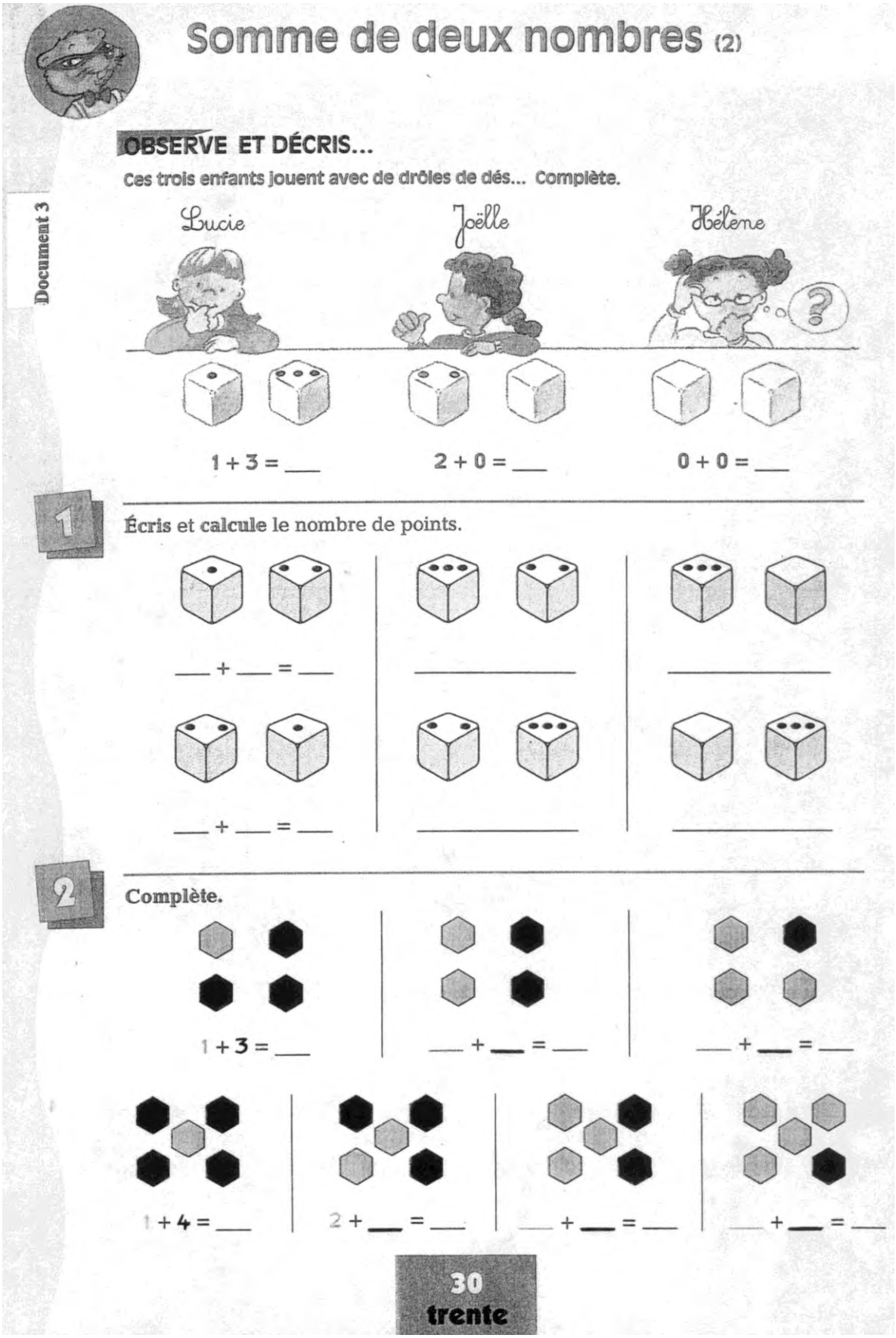
2. écrire :

1 + 2 = 3 et 3 = 1 + ___

3 + 3 = 6 et 6 = ___ + 3

4 + 1 = 5 et 5 = 4 + ___

Document 3



Somme de deux nombres (2)

OBSERVE ET DÉCRIS...

Ces trois enfants jouent avec de drôles de dés... Complète.

Document 3

Lucie — Joëlle — Hélène

1 + 3 = ___ 2 + 0 = ___ 0 + 0 = ___

1 Écris et calcule le nombre de points.

___ + ___ = ___

___ + ___ = ___

2 Complète.

1 + 3 = ___

___ + ___ = ___

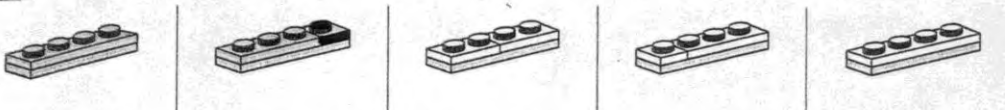
___ + ___ = ___

1 + 4 = ___ 2 + ___ = ___ ___ + ___ = ___ ___ + ___ = ___

30
trente

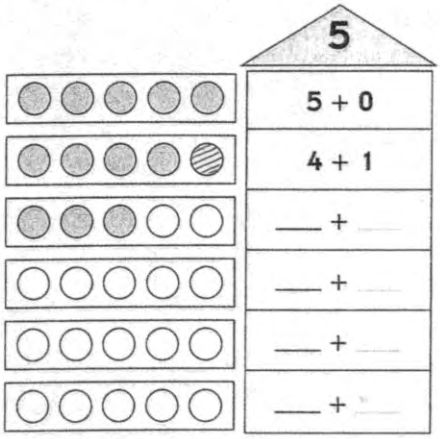
Document 3 (suite)

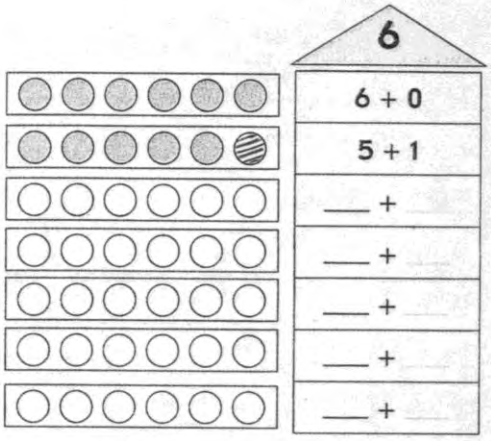
3 **Complète** les couleurs et les nombres.



4 = 4 + 0	4 = 3 + ___	4 = ___ + ___	4 = ___ + ___	4 = ___ + ___

4 **Colorie** les jetons et **écris** les sommes dans les maisons du 5 et du 6.





En regardant dans la maison du 5, tu peux écrire : **5 + 0 = 4 + 1.**
Trouve d'autres exemples.

En regardant dans la maison du 6, tu peux écrire : **6 + 0 = 5 + 1.**
Trouve d'autres exemples.

5 Voici une liste de nombres.

3 5 1 2

Trouve trois d'entre eux pour avoir :

___ + ___ = ___

Voici une autre liste de nombres.

2 6 3 4

Trouve trois d'entre eux pour avoir :

___ = ___ + ___

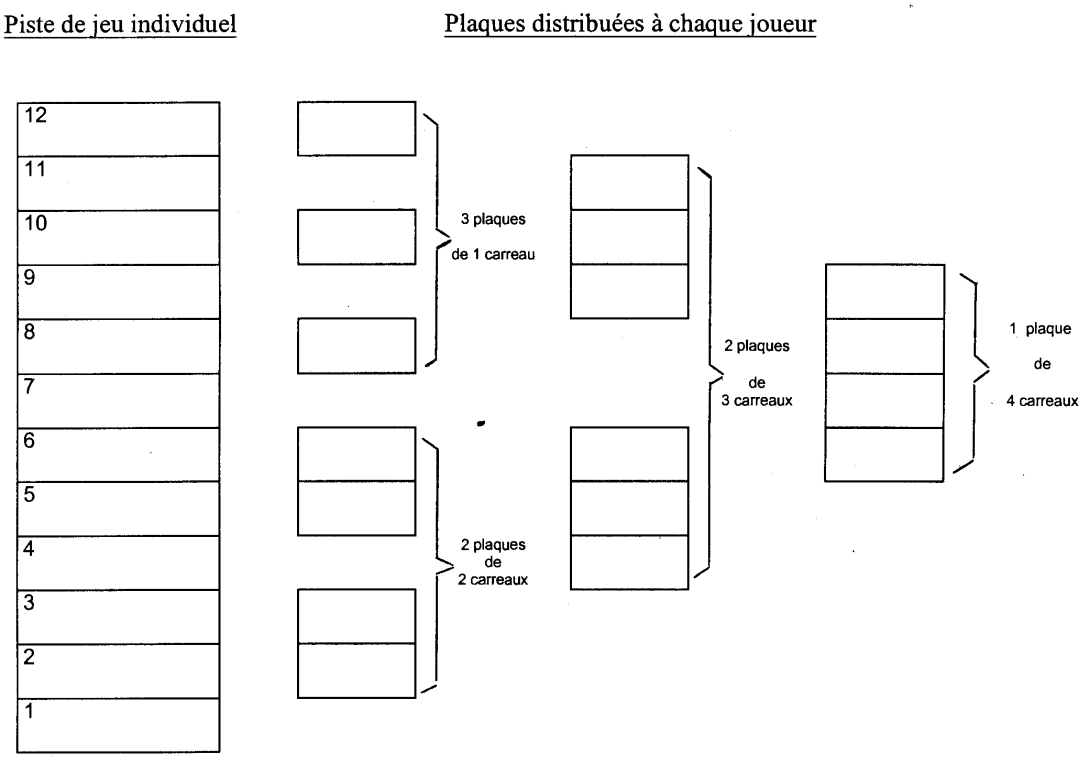
je sais...

- **ajouter zéro à un nombre :** 3 + 0 = 3 et 0 + 3 = 3
- **écrire de toutes les manières un nombre de 0 à 6 sous la forme d'une somme :** 4 = 0 + 4 ; 4 = 4 + 0 ; 4 = 1 + 3 ; 4 = 3 + ___ ; 4 = 2 + ___

Document 4

Présentation d'un jeu en section de grands d'école maternelle.

Matériel : On distribue à chaque joueur une piste de 12 cases, trois plaques de 1 carreau, deux plaques de 2 carreaux, deux plaques de 3 carreaux et une plaque de 4 carreaux.



On utilise un dé fabriqué conformément à la description suivante : 2 faces avec 1 point, 2 faces avec 2 points, 1 face avec 3 points et 1 face avec 4 points.

Déroulement du jeu :

Le but du jeu est de parvenir le premier à recouvrir totalement la piste à l'aide des plaques que l'on place dessus.

Les élèves lancent le dé à tour de rôle et placent sur leur piste la plaque qui correspond au tirage du dé.

Quand la plaque désignée par le dé n'est plus disponible, les élèves :

- procèdent à un échange **avec deux plaques** déjà placées sur leur piste.
  Par exemple : une plaque de deux carreaux peut remplacer 2 plaques de 1 carreau.
- ou remplacent **deux plaques par une plaque.**
  Par exemple : une plaque de 3 carreaux peut remplacer 1 plaque de 1 carreau et 1 plaque de 2 carreaux.

LIMOGES

RAPPEL IMPORTANT : l'usage de tout document de référence, de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

On met des livres identiques de dimensions 20 cm x 10 cm x 1 cm dans une boîte de dimensions 44 cm x 21 cm x 11 cm. On souhaite connaître le nombre maximum de livres qu'il est possible de placer dans cette boîte.

*
* *

4. a) Calculer le volume de la boîte et le volume d'un livre.

   b) En déduire un nombre théorique ℓ de livres que l'on ne pourra pas dépasser.

5. a) Peut-on placer ces ℓ livres dans la boîte ? Justifier la réponse.
   b) Conclure.

6. Exprimer en pourcentage le volume de boîte non utilisé. On donnera une approximation de la forme x % avec x entier compris entre 0 et 100.

EXERCICE 2

On considère un carré $C_1 = A_1B_1C_1D_1$ et le quadrilatère $C_0 = A_0B_0C_0D_0$ tel que :

- B_1 est milieu du segment $[A_1\ B_0]$
- C_1 est milieu du segment $[B_1\ C_0]$
- D_1 est milieu du segment $[\ C_1\ D_0]$
- A_1 est milieu du segment $[D_1\ A_0]$

*
* *

1. Construire à la règle et au compas le quadrilatère C_0 à partir du carré C_1 représenté sur la feuille annexe n°1.

2. a) Démontrer que C_0 est un carré de même centre que C_1.
   b) Exprimer l'aire S_0 de C_0 en fonction de l'aire S_1 de C_1.

3. a) Démontrer que la droite $(A_0\ A_1)$ coupe le segment $[C_0\ D_0]$ en son milieu et que la droite $(B_0\ A_1)$ coupe le segment $[A_0\ D_0]$ en son milieu.

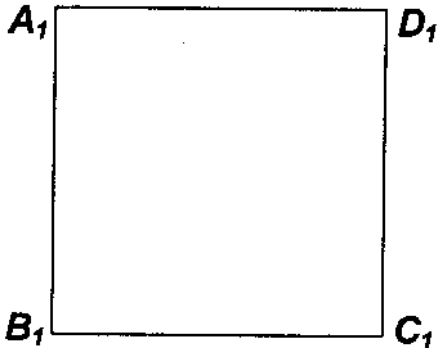
b) On efface une partie de la construction réalisée au 1° de telle sorte qu'il ne reste plus sur la figure que les points A_0, B_0, C_0, D_0. Ces quatre points sont placés sur la feuille annexe n° 2.
Ecrire un protocole de construction de C_1 et le réaliser. On ne demande pas de le justifier.

4. En réitérant le protocole obtenu au 3° b), on construit le carré C_2 à partir de C_1, le carré C_3 à partir de C_2 etc. On note I le centre de C_0 et on suppose que C_0 a pour côté 10 cm.

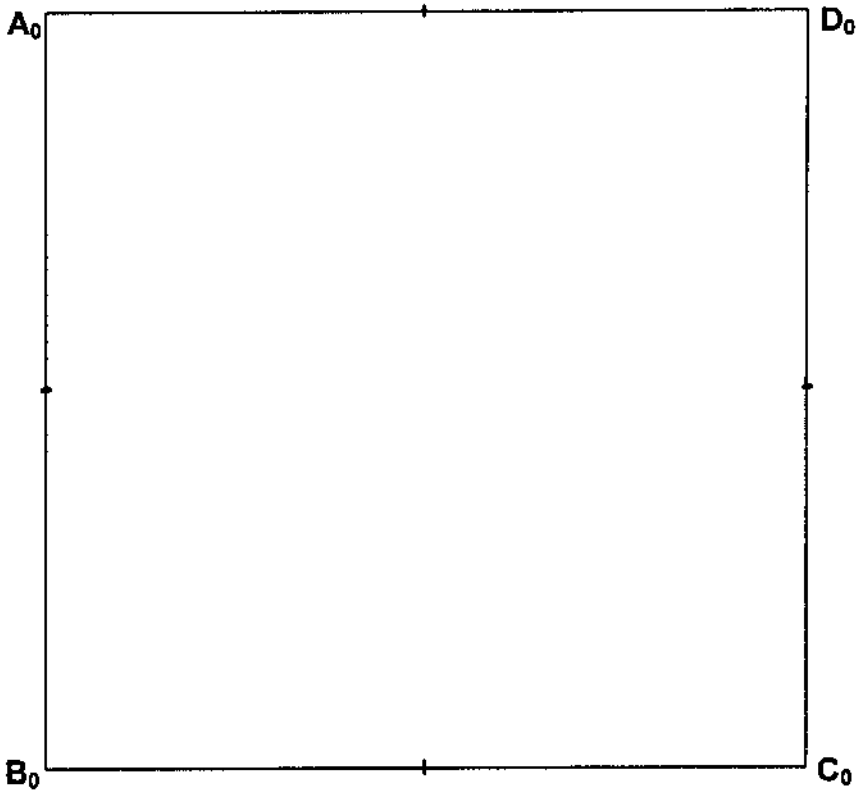
a) Quelle est la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle C_n se trouve à l'intérieur du disque de centre I et de rayon 1 mm ? Justifier la réponse.

b) En utilisant un rapporteur ou un compas, donner la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle C_0,..., C_n ont effectué plus d'un tour complet.

ANNEXE N°1



ANNEXE N°2



DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Dans une classe de CE2, le maître a proposé la situation suivante :

Dans son jardin, le grand-père de Paul a arrosé 85 salades. Il a planté 7 rangées de 13 choux chacune. Chaque rangée de choux mesure 8 mètres de longueur.

1ère question :
Quel est le nombre de choux plantés par le grand-père de Paul ?

Laisse bien les traces de tes recherches sur ta feuille.

2ème question :
As-tu des remarques à faire sur les renseignements que l'on t'a fournis dans ce problème ?

- Les élèves ont déjà étudié la multiplication (sens et technique) sur des nombres de deux chiffres.
- La séance a été organisée comme suit :
    - distribution de l'énoncé avec la première question,
    - lecture silencieuse des élèves suivie d'une lecture orale du maître,
    - résolution individuelle de la première question,
    - lorsqu'un élève a répondu à la première question, la seconde lui est proposée.

*
* *

1. Dégager ce que peuvent être les objectifs du maître en proposant cette situation. Vous limiterez votre réponse aux trois objectifs qui vous semblent les plus importants.

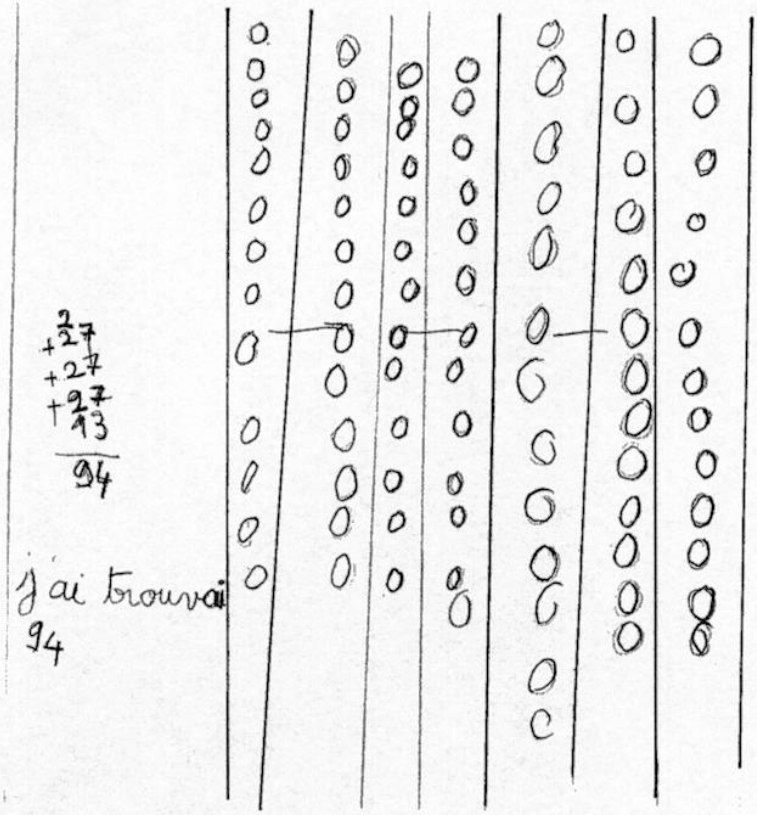
2. Repérer les réponses erronées à la première question.
Analyser la réponse de Thomas.

3. Analyser les techniques opératoires de Marine et d'Etienne.

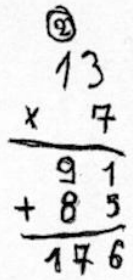
4. Expliquer le rôle du schéma dans les procédures de résolution de Camille et de Floriane.

5. Comparer les compétences de Camille et d'Etienne.

CAMILLE



THOMAS



1) Le grand-père de Paul possède 176 choux dans le jardin.

2) Les 85 salade je sais pas si c'est des choux.

ETIENNE

(1)

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2}\\ 13\\ \times\ 7\\ \hline =91 \end{array}$$

$3 \times 3 = 9+9 = 18+3 = 21$

Le grand-père de paul a planté 91 choux

---

(2) Le grand-père de paul a acheté 85 salade et les rangés de choux mesurais 8 m de longue et qui ces renseignement ne serve à rien

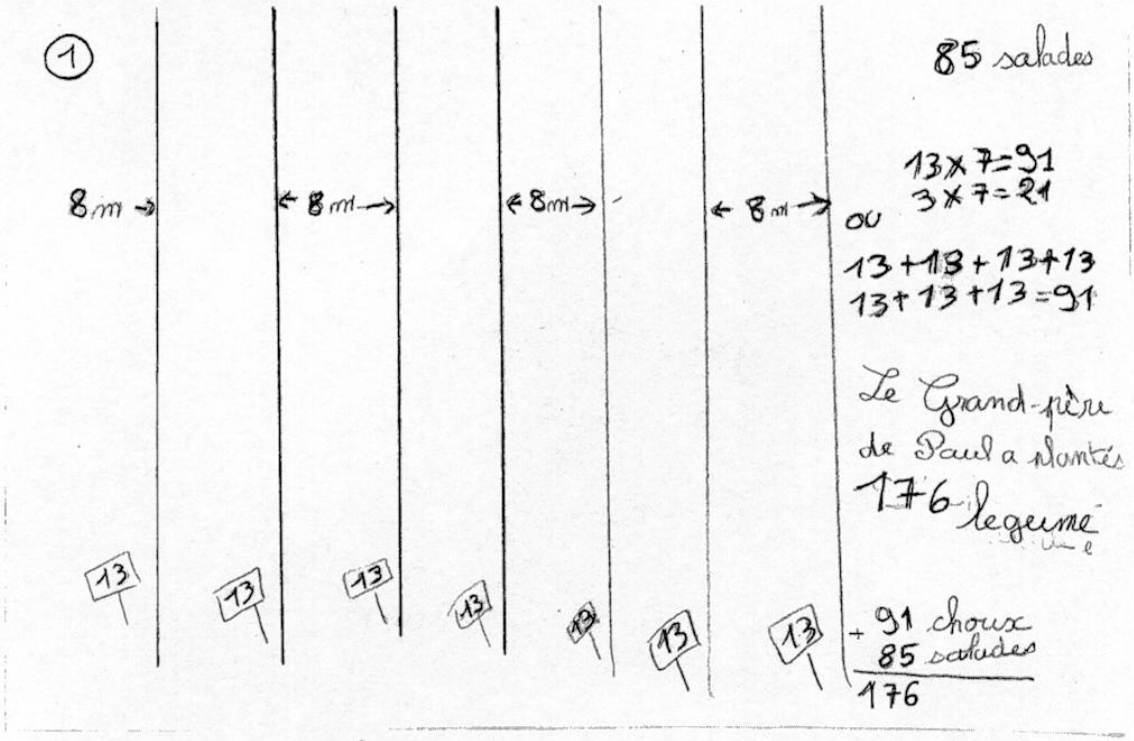
CYRIELLE

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2}\\ 85\\ +13\\ +\ 7\\ \hline 113 \end{array}$$

Le grand-père de Paul à planté 113 choux.

j'ai eu des petites dificulté au départ,

FLORIANE



2 Je nover pas besoin des 8 m

Floriane

MARINE

2 7 × 13 = 21

7 × 13 = 21

y'est fait 7 × 13 et sa ma donner 21.
Il y a 21 choux.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Dans une classe de CM2, le maÎtre veut introduire la notion de proportionnalité. Pour construire sa séance il consulte les deux manuels de l'élève en sa possession. Vous trouverez ci-joint une copie de la première page que chacun de ces manuels consacre à la proportionnalité.

Documents fournis :
Document A : Extrait du livre de l'élève « A nous les maths! » CM2 – Sedrap
Document B : Extrait du livre de l'élève « Optimath » CM2 - Hachette Education

*
* *

1. Présenter les réponses aux questions 2, 3 et 4 du document A, dans un seul tableau.

2. Le maître décide d'effectuer les modifications suivantes dans le document A :

Panne sèche !

. . . « Préparer le mélange de carburant : 18 litres d'essence de betterave modifiée pour 6 litres d'eau distillée.
- nous possédons 36 litres d'essence de betterave modifiée. Combien faut-il ajouter d'eau distillée ? »

[...]

Pour aller plus loin

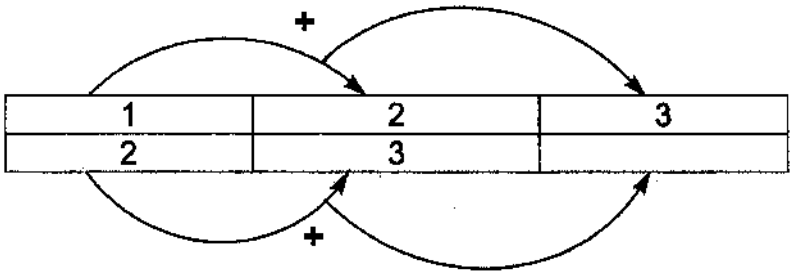
3 - Utilise les résultats du problème afin de calculer la quantité d'essence nécessaire :
- *pour 11 litres d'eau distillée ;*
- *pour 17 litres d'eau distillée ;*
- *pour 49 litres d'eau distillée.*

4 - Combien d'eau mettrais-tu pour :
- *9 litres d'essence de betterave modifiée ?*
- *54 litres d'essence de betterave modifiée ? » . . .*

a) Quels sont, selon vous, les objectifs du maître en effectuant ces modifications ?
b) Quelles sont les intentions des auteurs du manuel en proposant leurs données numériques ?

3. Analyser brièvement la progression proposée dans le document B. (exercices 1, 2 et 3)

4. En considérant le tableau suivant :



Faire une analyse critique du paragraphe 2 du document B.

5. Comparer les façons d'aborder la proportionnalité dans le document A et dans le document B. Quels sont, selon vous, les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

6. Citer les quatre compétences qui vous semblent les plus importantes parmi celles que les élèves doivent maîtriser pour effectuer le travail proposé dans le document A.

7. A partir du document A, proposer une organisation de séance, en dégageant et en décrivant les différentes étapes.

DOCUMENT A *Ce que je vais apprendre...*

- Résoudre un problème de proportionnalité.
- Trouver un coefficient de proportionnalité.
- Manipuler un tableau de proportionnalité.
- Repérer les grandeurs proportionnelles.

POUR RÉPONDRE AUX QUESTIONS

Tu peux utiliser ta calculatrice.

On peut décomposer :

$45 = 20 + 20 + 5$

et

$5 = 20 \div 4$

ou chercher par quelle multiplication on passe de 20 à 45.

Une situation de proportionnalité correspond à une multiplication ou à une division.

Proportionnalité

Panne sèche !

L'historoscope ralentit soudain, tremble, vibre, hoquette, puis se matérialise dans un grand nuage de poussière.

« Que se passe-t-il, Oncle Eustache ? Nous avons atterri au milieu d'un champ de bataille.

– Panne sèche, les enfants ! Nous sommes en 1214, en pleine bataille de Bouvines.

– Ils frappent contre la porte de l'historoscope ! Ils peuvent nous voir !

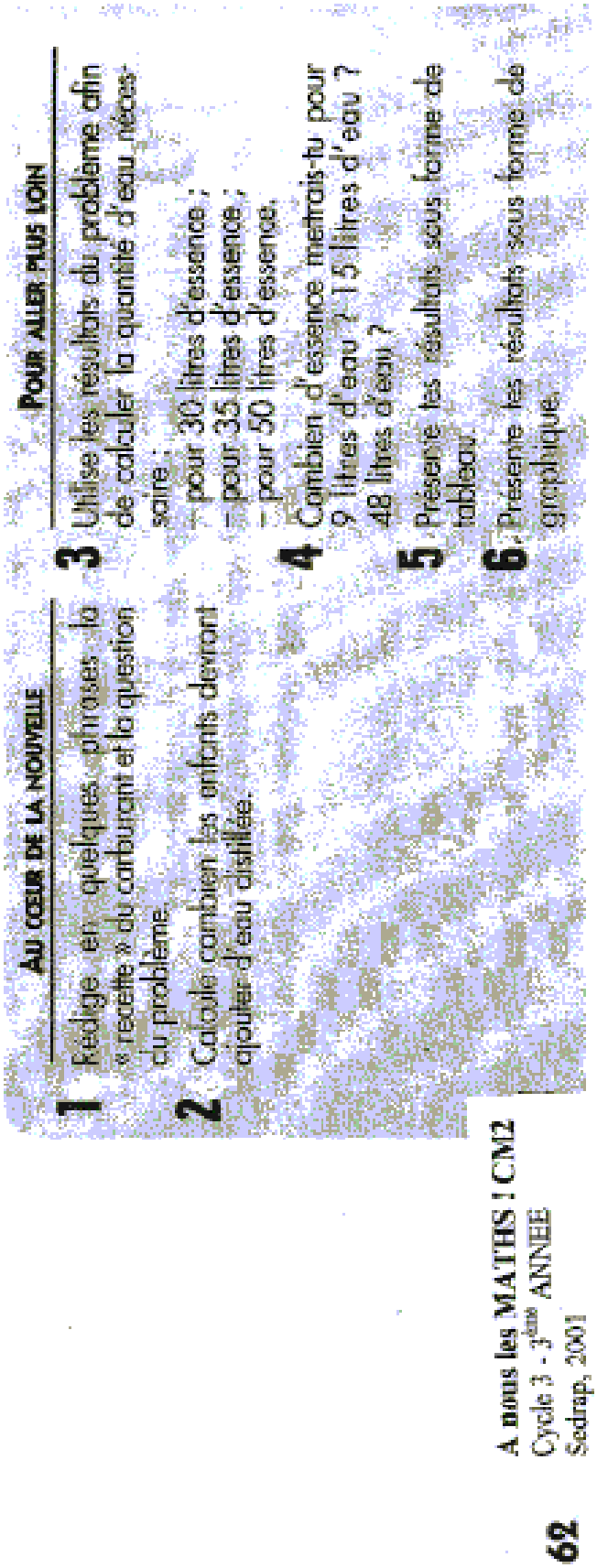
L'oncle Eustache se jette contre la porte pour bloquer la poignée.

– Vite, les enfants ! Préparez le mélange de carburant : 20 litres d'essence de betterave modifiée pour 12 litres d'eau distillée.

– Il reste 45 litres d'essence de betterave dans le réservoir. Combien faut-il ajouter d'eau ?

– Débrouillez-vous ! Je ne suis pas en position de réfléchir. Mais faites vite ! Je ne tiendrai pas longtemps ! » ■

DOCUMENT A (SUITE)



AU COEUR DE LA NOUVELLE

1 Rédige en quelques phrases la « recette » du carburant et la question du problème.

2 Calcule combien les enfants devront ajouter d'eau distillée.

POUR ALLER PLUS LOIN

3 Utilise les résultats du problème afin de calculer la quantité d'eau nécessaire :
- pour 30 litres d'essence ;
- pour 35 litres d'essence ;
- pour 50 litres d'essence.

4 Combien d'essence mettrais-tu pour 9 litres d'eau ? 15 litres d'eau ? 48 litres d'eau ?

5 Présente tes résultats sous forme de tableau.

6 Présente les résultats sous forme de graphique.

62

A nous les MATHS ! CM2
Cycle 3 - 3ème ANNEE
Sedrap, 2001

DOCUMENT B

Période 3 Revoir

Reconnaître et traiter une situation de proportionnalité

1 Des tableaux de multiples

a) Reproduis et complète les tableaux suivants :

× 25

2	3		5	
		100		250

?

?

	7	11		30
9			180	

: 9

?

11			0	
	5	8		11

× 11

b) Trouve les opérateurs lorsque c'est possible :

?

0	0
10	80
35	280
14	112

?

?

0	0
6	1
90	15
405	27

?

?

7	0
46	9
5,3	12,4
108	27

?

?

2,5	7,5
66	198
71,4	214,2
100	300

?

?

1	19
5	95
11	219
20	380

?

On reconnaît un tableau de proportionnalité au fait qu'on trouve un opérateur « multiplier par… » ou « diviser par… » pour ce tableau. On dit aussi que les nombres d'une liste du tableau sont « proportionnels » à ceux de l'autre liste.

DOCUMENT B (SUITE)

2 Un autre moyen de reconnaître un tableau de proportionnalité

En t'aidant des exemples, reproduis et complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous :

2	4	8		240
3	6			

×2 ×2 ×3 ×?
×2 ×2 ×3 ×?

700			3,5
200			

:10 :10 :?
:10 :10 :?

5	7,5			
2	3	5	8	10

+ +

Quelquefois, il est difficile de trouver l'opérateur. On essaie alors de vérifier la proportionnalité par addition, soustraction, multiplication et division dans les deux listes de nombres.

3 Eh bien ! triez maintenant…

Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Utilise les méthodes ci-dessus !

a)

0	20	100	2000
0	1	5	10

b)

2	4	6	10
4,5	9	13,5	22,5

c)

0	1	2	3
0	11	22	44

d)

16,5	33	7,6
49,5	99	22,8

4 VRAI ou FAUX ?

Dans ces deux situations, il y a proportionnalité entre « nombre de… » et « prix de… ».

a) Offre spéciale ! 20 euros la chemise,
50 euros les trois chemises,
80 euros le lot de cinq !

b) Spectacle écrit et interprété par les élèves de l'école. Venez nombreux !
Entrée (tarif unique) : 30 F.

MARTINIQUE

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

NB : Il est demandé aux candidats de laisser les traces de leurs constructions.

GEOMETRIE

Soient deux droites (DA) et D'A) sécantes en A, telles que D'A ≠ DA.
Tracez le cercle (C) de diamètre [DA] et le cercle (C') de diamètre [D'A].
(C) et (C') se coupent en A et B.
On note O et O' leurs centres respectifs.
(DA) recoupe (C') en E' et (D'A) recoupe (C) en E.

8. a) Réalisez la construction.

b) Que pouvez-vous dire des droites (DE) et (EA), puis des droites (D'E') et (E'A) ? Justifiez.

9. Les droites (DE) et (D'E') se coupent en F.
a) Que représente le point A pour le triangle (FDD') ? Justifiez.

b) Démontrez que les droites (AB) et (DD') sont perpendiculaires.

10. a) Prouvez que (AB) et (FA) sont confondues.

b) En déduire que les droites (DE), (BA) et (D'E') sont concourantes.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Dans un CM2, on a proposé le problème suivant :
« Invente un problème dont la solution est (31 : 5) - 4 »

Voici les productions de deux élèves A et B.

Elève A

J'ai 31 F, j'ai acheté 5 voitures avec, et j'en ai donné 4 à mon petit frère.

Elève B

J'ai acheté 31 voitures à 5 F l'unité et j'en avais déjà 4.

(31 : 5) - 4 = 3
(6 + 1) - 4= 3

31	5
-	6
30	
1	

QUESTIONS :

1) Quels peuvent être les objectifs d'une telle activité ?

2) Repérez les erreurs et les qualités de ces productions ; analysez et commentez-les en vous référant aux objectifs et aux contenus des enseignements mathématiques tels qu'ils sont définis dans les programmes et instructions de l'école primaire.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Le problème qui suit a été proposé à des élèves d'une classe de CM.

Dans sa tirelire, Sandra a une somme de 191 centimes composée de pièces de 5 centimes et de pièces de 2 centimes. Elle a en tout 64 pièces.
Calculez le nombre de pièces de chaque sorte.

1. Quels peuvent être les objectifs d'une telle activité ?

2. a) Relevez des difficultés présentées par cette tâche.

   b) Analysez les réponses des élèves données en annexe 1.

3. a) Donnez un exemple de procédure qu'un élève de CM2 pourrait mettre en œuvre pour résoudre le problème.

   b) Rédigez ce qui pourrait être la solution à partir d'une telle procédure.

4. Quelles sont les différentes étapes que vous proposeriez pour la conduite de cette activité dans un CM2 ? Décrivez très succinctement chacune d'elles.

Annexe 1

PRODUCTIONS D'ELEVES :

Elève A :

(25 x 5) + (33 x 2) = 191

Il y a 25 pièces de 5 centimes et 33 pièce de 2 centimes.

Elève B :

(32 x 5) + (32 x 2)

Il y a 32 pièces de 5 centimes et 32 pièces de 2 centimes, soit 64 pièces en tout.

LA RÉUNION

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

« Paul a dans sa tirelire 13 pièces de monnaie pour une valeur totale de 5 euros. Il n'y a que des pièces de 50 cents et de 20 cents.
Déterminer le nombre de pièces de 50 cents et le nombre de pièces de 20 cents. »

Résoudre ce problème en exposant votre démarche.

EXERCICE 2

L'unité de longueur est le centimètre.

Dans un triangle ABC, on appelle H le pied de la hauteur issue de A. Le triangle ABH est isocèle. AH = 14 et BC = 16.

a) Écrire un programme de construction de cette figure que vous réaliserez.

Une parallèle à la droite (BC) coupe le segment [AB] en J, le segment [AC] en K et le segment [AH] en L.

b) Quelle est la nature du triangle AJL ? Justifier la réponse.

On pose: AL = *x.*

c) Démontrer que $JK = \frac{8}{7}x$.

d) Calculer l'aire du triangle AJK en fonction de x.

e) Déterminer la valeur de *x* pour laquelle l'aire du triangle AJK est égale au quart de celle du triangle ABC.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Le document A, ci-dessous, propose les réponses de quatre élèves de CE2 à l'exercice suivant :

Calcule: 329 X 605

Analyser les réussites et les difficultés rencontrées par chacun des élèves.

Document A :

Thomas

329	
X 605	
1535	
188400	
189935	

Hélène

329	
X 605	
1505	
18240	
19745	

Mathias

329	
X 605	
1645	
1974	
3619	

Rémy

3 2 9	
x 6 0 5	
1 9 7 4	
1 6 4 5 . .	
1 6 6 4 7 4	

SECOND VOLET (8 POINTS)

Les documents B et C, ci-dessous, sont extraits d'un manuel : « Pour comprendre les mathématiques » - Hachette – 1997.

1) Préciser la notion mathématique sous-jacente.

2) Situer le niveau d'enseignement correspondant aux documents.

3) Résoudre chaque exercice en explicitant votre démarche.

4) Faire l'inventaire des procédures auxquelles les élèves peuvent avoir recours pour répondre aux questions posées dans ces documents.

5) Peut-on parler de situation-problème pour chacun de ces exercices ? Argumenter.

Document B

La voiture de M. Lambert consomme en moyenne 7 litres d'essence aux 100 km.
Son réservoir contient 56 litres.
À partir de ces informations, recopie et complète ce tableau.

Distance parcourue (en km)	100	.....	150	400	550	600	.....
Consommation d'essence (en litres)	7	3,5	.....	.....	.....	.....	56

Document C

Un avion parcourt 180 km en 15 min.

a. Quelle distance cet avion parcourt-il :

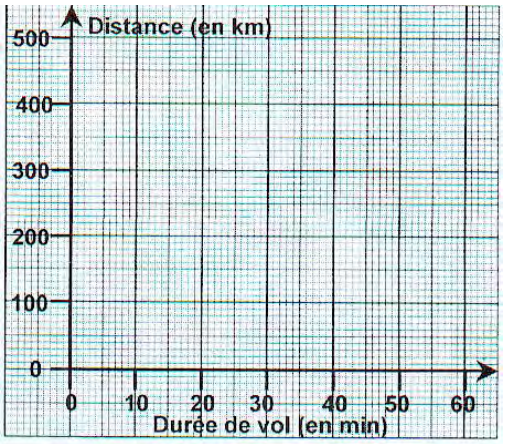
- en 30 min ?
- en 10 min ?
- en 60 min ?

Note les réponses dans un tableau.

Durée. du vol (en min)	15	30	10	60
Distance (en km)	180	……	……	……

b. Utilise ce tableau pour construire le graphique qui permet de trouver la distance quand on connaît la durée du vol.

c. Utilise le graphique pour connaître la durée d'un vol de 540 km.



RENNES

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

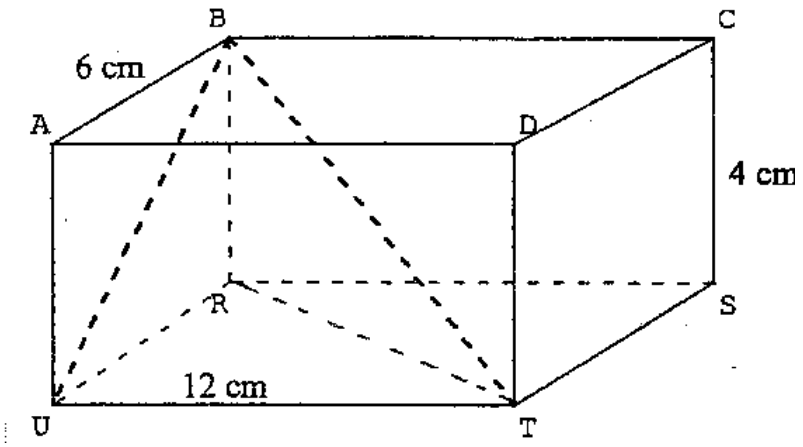
On veut calculer une valeur approchée au dixième près par défaut du quotient de 129 par 17 en utilisant une calculatrice dont la seule touche d'opération disponible est celle de la soustraction.
Proposer une démarche.

EXERCICE 2

1. Le reste de la division euclidienne d'un entier naturel *n* par trois est 1.
Quel est le reste de la division euclidienne par 3 :
de l'entier précédant *n ?*
de l'entier suivant *n ?*
2. Démontrer que la somme de trois entiers naturels consécutifs est toujours divisible par 3.
3. La somme des carrés de trois entiers naturels consécutifs est-elle divisible par 3 ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3

On considère le pavé droit ABCDURST.



Dessiner, en vraie grandeur, un patron de la pyramide BUTR. Indiquer les angles droits, les noms des points et laisser les traces de construction. On évitera de calculer les longueurs BU, BT et RT.

N.B. : La figure n'est pas à l'échelle.

EXERCICE 4

Soit un cercle C de centre O et de rayon 4 cm, [AB] un diamètre de ce cercle et C un point du cercle tel que AC = 4 cm.
1. Quelle est la nature du triangle AOC ? Justifier.
   Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
2. Soit H le milieu du segment [CB].
Démontrer que la droite (OH) est parallèle à la droite (AC).
3. Le point I désignant le milieu du segment [AO], la droite (Cl) recoupe le cercle C en D. Démontrer que le quadrilatère CADO est un losange, puis que les points D, H et O sont alignés.
4. Démontrer que la droite (CO) est perpendiculaire à la droite (BD).

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Analyse des travaux de six élèves d'une classe de CE2 en début d'année scolaire.
Leurs productions figurent en annexe 1.

Problème proposé aux élèves :
Pendant la récréation de 10h, Peyo, le surveillant, a demandé aux 25 élèves d'une classe de CE2 de se mettre par équipe de 4 pour le jeu du makila.
Combien peut-on faire d'équipes de 4 ?
Tous les élèves de cette classe pourront-ils jouer ?

1. Repérer les erreurs des élèves. A quoi sont-elles dues ?
2. Quelles sont les compétences requises pour faire ce problème en CE2 ?
3. Donner les procédures utilisées par les élèves.
4. Imaginer comment un élève de fin de cycle III pourrait le résoudre.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Vous disposez d'une préparation de cours d'un professeur des écoles (annexe 2) et'de quelques productions d'élèves :
Annexe 3 : la figure et le message de Noël, la figure réalisée par Baptiste à partir de ce message,
Annexe 4 : la figure et le message de Saïd, la figure réalisée par Virginie à partir de ce message,
Annexe 5 : la figure et le message de Rudy, la figure réalisée par Jérémy à partir de ce message.
Sur le même sujet, l'ouvrage Maths-outils (Magnard) propose des situations de remédiation (annexe 6).

I - On s'intéresse d'abord à la séquence prévue par l'enseignant et aux exemples de productions des élèves.

5. A quel moment du cycle III pourrait correspondre cette séquence ? Justifier.

6. Que pouvez-vous dire des compétences de Noël, de Baptiste, de Saïd, de Virginie, de Rudy et de Jérémy par rapport aux objectifs déclarés de cette séquence ? Par rapport au programme de géométrie du cycle III ?

7. Si l'enseignant choisit de retenir les exemples de productions qui vous sont fournis (annexes 3 à 5), décrire ce qu'il pourrait en tirer comme « essentiel à retenir » selon les termes de sa préparation.

8. Indiquer quels prolongements pourraient suivre cette séquence.

II - On s'intéresse aux activités proposées par l'annexe 6.

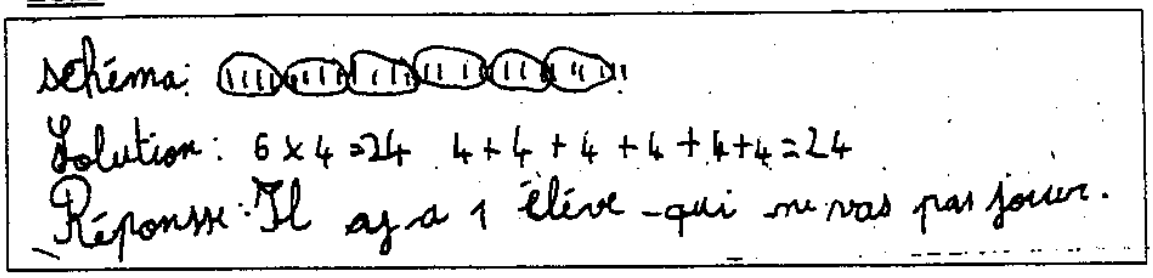
1. Quelle est la part laissée à l'initiative de l'élève dans le cadre d'une utilisation en autonomie ?

2. Comparez l'activité des élèves au cours de cette séquence à celle prévue dans cette annexe.

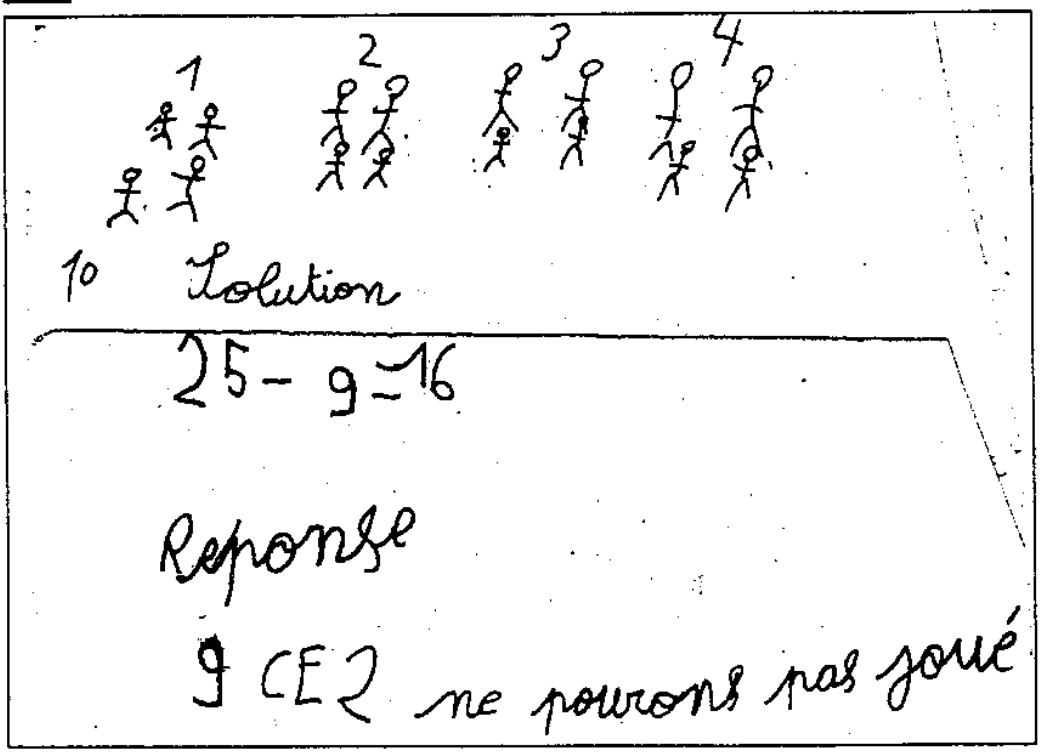
3. Comment l'enseignant pourrait-il utiliser cette annexe à d'autres fins que la remédiation ?

Annexe 1

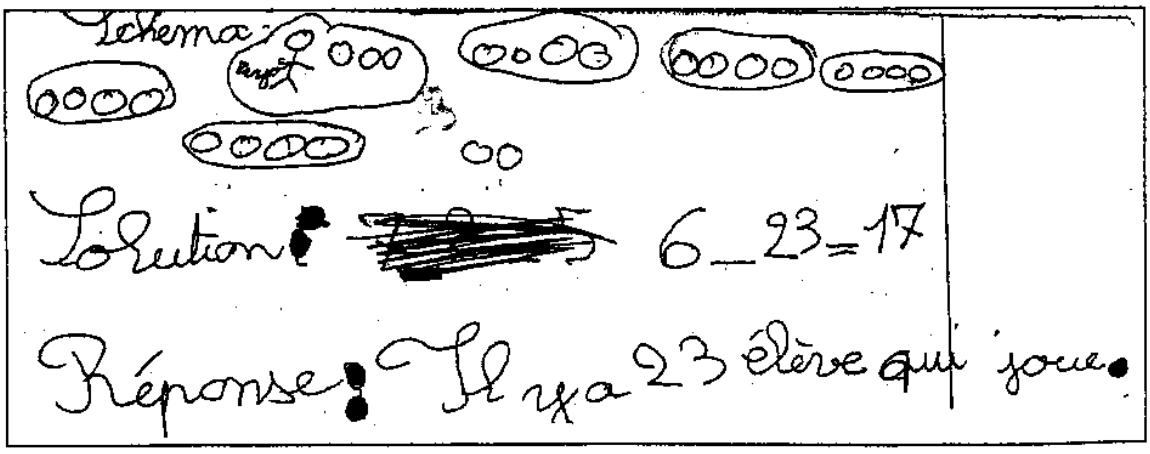
LOIC



LISE



DOMI



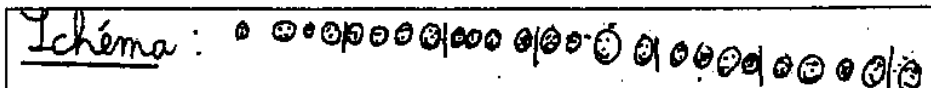
Annexe 1 (suite)

ERIC

25 X 4 = 100 + 1 = 101

Non parce que il reste 1 élève.

ELSA

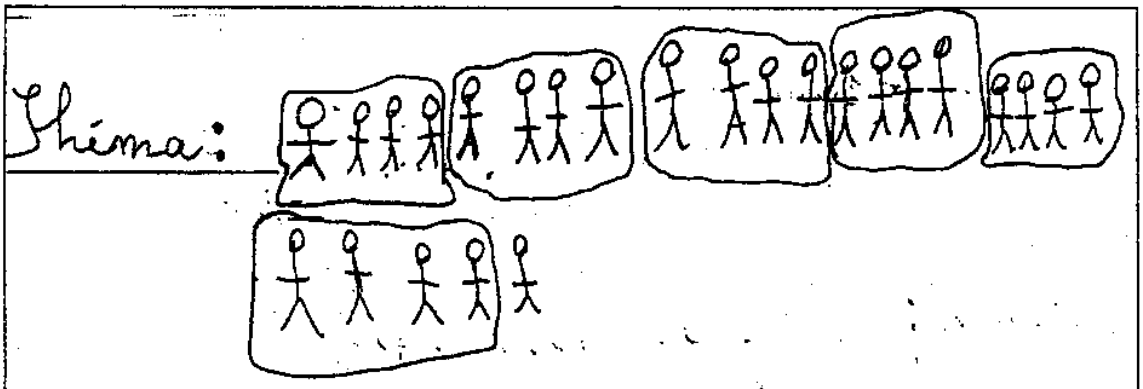
Schéma : 

Solution : 4+4+4+4+4+4+1=25

Il peuvent faire 6 equipe de quatre élève

Tous les élève ne peuvent pas jouer. Il en reste un tout seul.

ANNE

Schéma : 

opération : (4 x 6) + 1 = 25

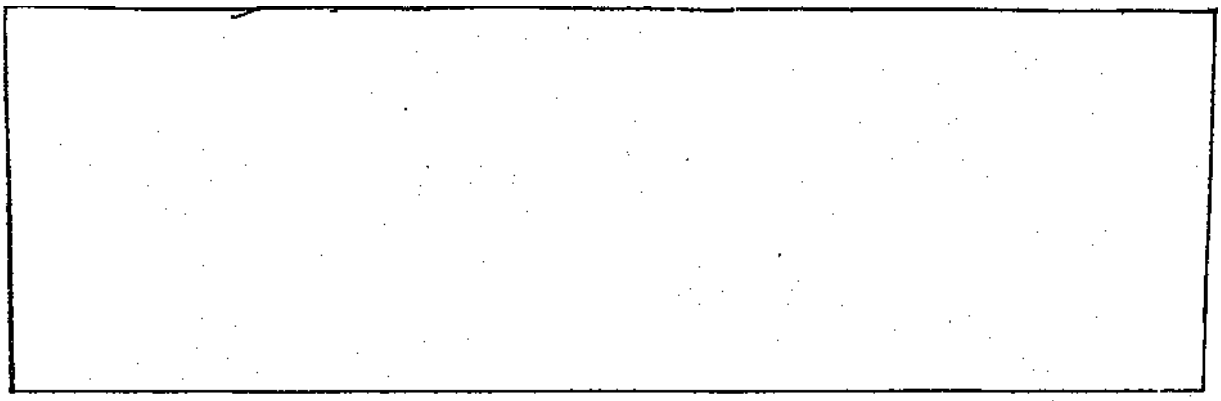
phrase - réponse : Il y a 6 groupes de 4 élèves. 1 élève n'est pas en jeu.

Annexe 2

Lire / Parler / Ecrire / Histoire / Géographie / Education civique / Géométrie / Mesures / Problèmes / Anglais / Arts Plastiques / EPS

TITRE	Situation Emetteur / Récepteur	
OBJECTIF(S)	Identification Reproduction Production	Adopter une stratégie efficace et un vocabulaire précis pour faire reproduire à l'identique une figure donnée
OBSTACLES	Choix de la figure. Précision nécessaire du vocabulaire. Précision nécessaire des mesures et du tracé. Exhaustivité des informations à donner.	
COMPETENCE(S)	Maîtriser les notions de polygone, de côté et les techniques de tracé et de mesure. Maîtriser du vocabulaire	
ORGANISATION ET MATERIEL	<u>Emetteurs :</u> 1 feuille format A4 pour la figure. 1 feuille format A5 pour la figure. <u>Récepteurs :</u> 1 feuille A4. <u>Pour tous :</u> Instruments pour les tracés (crayon, gomme, compas, règle graduée, équerre,…).	
DEROULEMENT	1. Rappel de la séquence précédente. Choix des paires d'élèves (émetteur - récepteur) . 2. Consigne pour les émetteurs/ « Vous devez faire tracer par un camarade exactement la figure que vous allez choisir et dessiner sur votre feuille. Pour cela, vous allez lui faire parvenir un message écrit. ». 3. Distribution du matériel. 4. Réalisation de la figure et du message par les émetteurs. 5. Réalisation de la figure à partir du message par les récepteurs. 6. Choix de quelques exemples par le maître. 7. Mise en évidence de l'essentiel à retenir .	
OBSERVATION(S)		

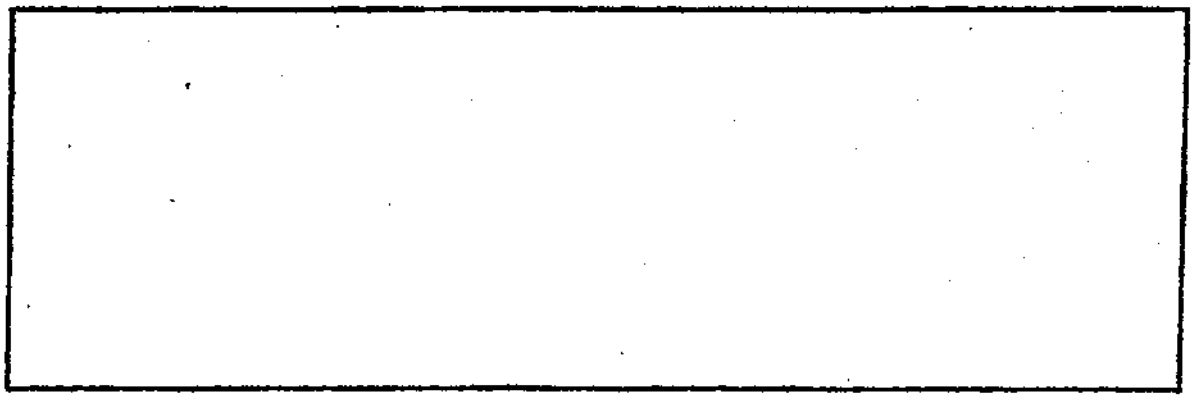
Annexe 3



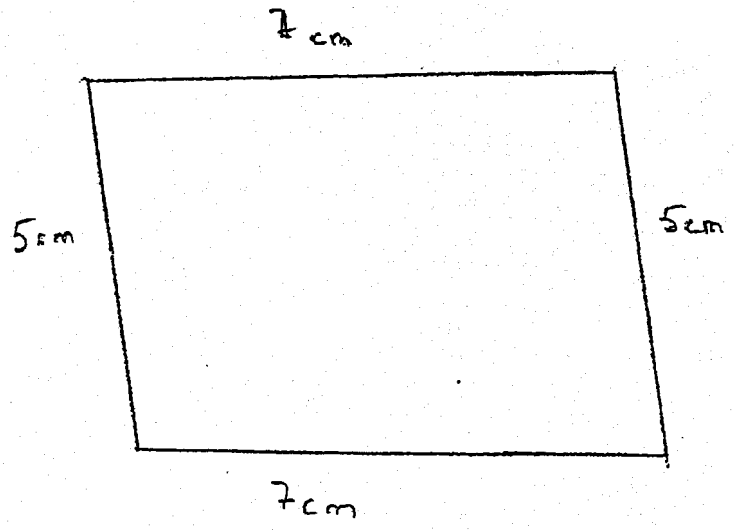
Message de Noël

C'est un rectangle de 15,5 cm de longueur et 5 cm de côté.

Baptiste Figure B Noël



Annexe 4

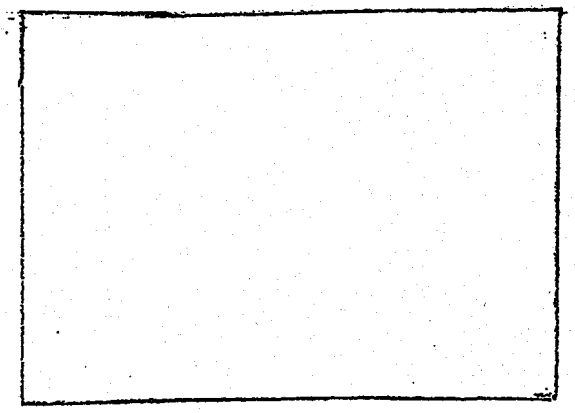


message de Said

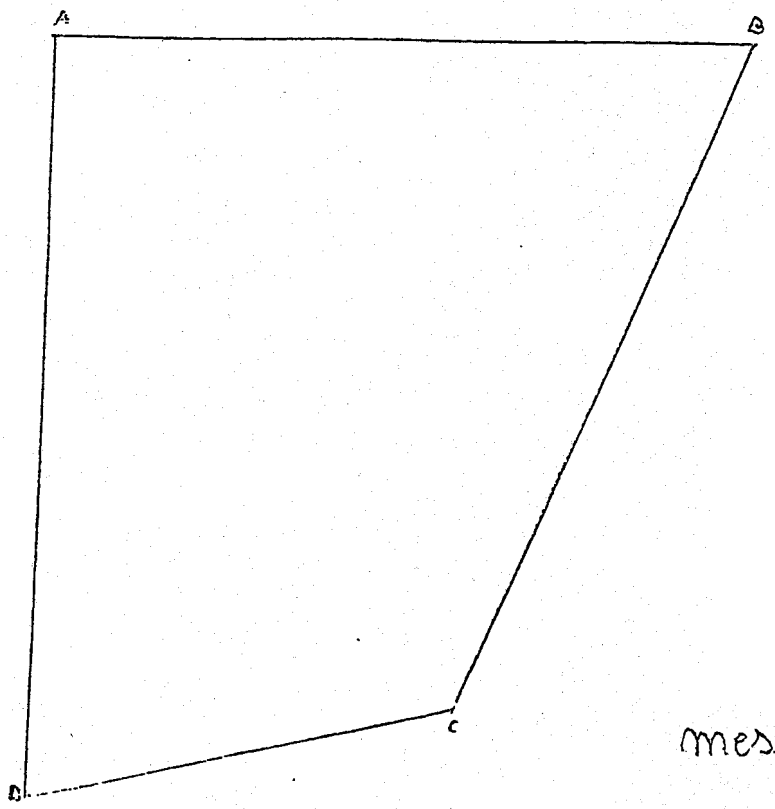
Il y a 4 cotés dont 2 cotés mesure 7çme et les 2 autre 5 cm.

Virginie

Figure de saïd



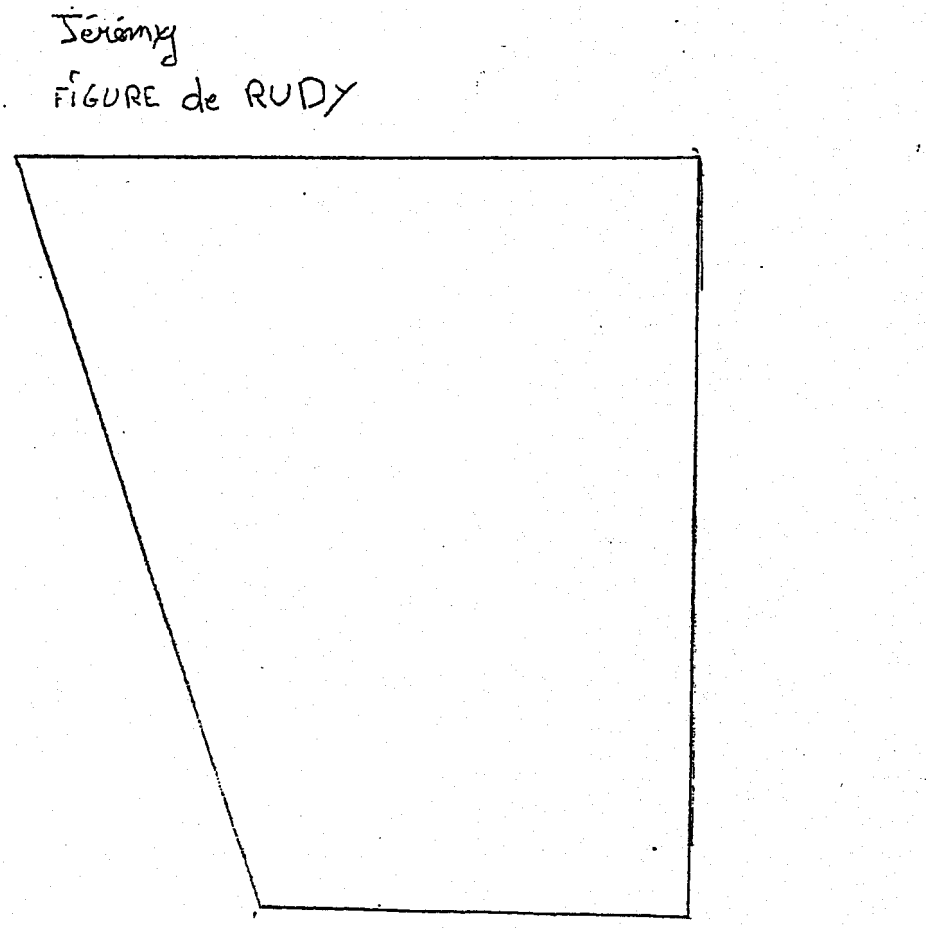
Annexe 5



message de Rudy

il y a un angle droit
il y a 4 côtés
aucun côtés parallèles
il y a 9 cm pour AB
10 cm pour BC 5,7 pour CD
et 10 cm pour DA
9 cm pour le Haut 10 cm pour
le côté droit 5,7 pour en Bas
et 10 cm pour la gauche

Annexe 5 (suite)



Annexe 6

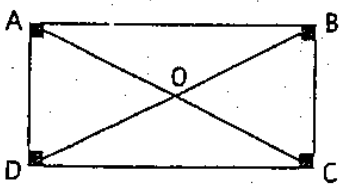
Remédiation

29-32-33

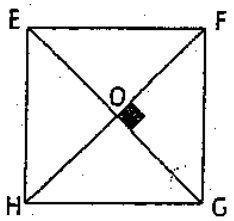
3

- Reproduire, décrire, construire quelques figures planes.
- Utiliser des outils usuels.
- Utiliser à bon escient le vocabulaire précis donné par les programmes.

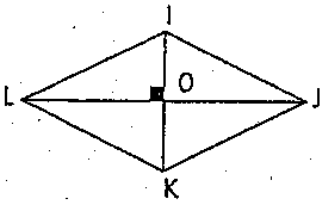
Observe et réfléchis



• Le quadrilatère ABCD est un **rectangle**. Il possède :
- 4 angles **droits** (⌞) ;
- 2 longueurs **égales** et **parallèles** (AB et DC) ;
- 2 largeurs **égales et parallèles** (AD et BC) ;
- 2 diagonales **égales** et qui **se coupent en leur milieu** (AC et BD).

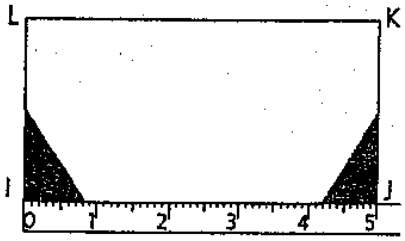


• Le quadrilatère EFGH est un **carré**. Il possède :
- 4 angles droits (⌞) ;
- 4 **côtés égaux** (EF = FG = GH = HE) ;
- des côtés opposés **parallèles** (EF et HG ; EH et FG) ;
- 2 diagonales **égales, perpendiculaires** et qui se coupent **en leur milieu** (EG et FH).



• Le quadrilatère IJKL est un **losange**. Il possède :
- 4 **côtés égaux** (IJ = JK = KL = LI) ;
- des côtés opposés **parallèles** ;
- des diagonales **perpendiculaires**, qui **se coupent en leur milieu** mais de longueur inégale (IK et JL).

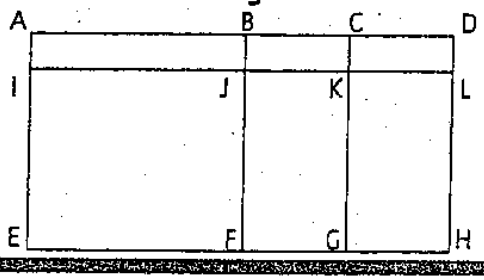
Observe et réfléchis



Pour construire un **rectangle**, on trace :
- un **côté** (par exemple ici, la longueur IJ) avec la règle graduée ;
- deux **perpendiculaires** à IJ passant par J et par I ;
- les deux **largeurs** (ici IL et JK) ;
- la deuxième **longueur** (LK).

Applique

1 Nomme les rectangles et les carrés visibles sur cette figure.



2 Trace :
a) un carré de 4 cm de côté ;
b) un rectangle de 6,5 cm de long et 4,5 cm de large ;
c) un losange dont les diagonales mesurent 7 cm et 4 cm.

3 Reproduis la figure de l'exercice 1 sur une feuille de papier uni.

CORRIGÉS

AIX-MARSEILLE, CORSE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Méthode 1 :
Les nombres dont le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 sont divisibles par 2 ; donc :
36 054 est divisible par 2
Si la somme des chiffres de l'écriture en base dix d'un nombre entier est multiple de 9, alors ce nombre est divisible par 9 ; ici, on : 3 + 6 + 0 + 5 + 4 = 18 = 2 x 9 ; donc :
36 054 est divisible par 9
Les nombres 2 et 9 n'ont pas de diviseur commun autre que 1 (ils sont premiers entre eux) ; la divisibilité par 2 et par 9 entraîne donc la divisibilité par 2 x 9, c'est à dire par 18.

Méthode 2 :
On peut écrire : 36 = 2 x 18 et 54 = 3 x 18
Donc : 36 054 = 2 x 18 x 1000 + 3 x 18 = 2003 x 18
Ceci nous prouve la divisibilité de 36054 par 18.

EXERCICE 2

1) Si *x* est le prix en francs et *y* le prix en euros, on a, en utilisant le mode de conversion indiqué dans l'énoncé :

$$y = \frac{\left(x + \frac{x}{2}\right)}{10}$$

c'est à dire $y = \frac{\frac{3x}{2}}{10} = \frac{3}{20}x = 0{,}15\,x$

La fonction linéaire correspondante est donc la fonction $f : x \mapsto 0{,}15x$

2) a) Si on utilise ce moyen, le résultat en euros pour un prix de 660 000 F sera :
0,15 x 660 000 = 99 000 €

b) En utilisant le taux officiel, le résultat sera :

$$\frac{660\,000}{6{,}55957} \approx 100\ 616{,}35\ \text{€}$$ en utilisant la convention d'arrondi

3) En utilisant le résultat du 2)a), on commet une erreur de :

100 616,35 – 99 000 = 1616,35 €

soit une erreur relative de :

$$\frac{1616{,}35}{100\ 616{,}35} \approx 0{,}016$$

i.e. **une erreur relative de 1,6%** (taux arrondi au dixième près).

4) On sait que le produit de deux nombres décimaux est un nombre décimal. Le prix en francs étant un nombre décimal et 0,15 étant lui aussi un décimal, le prix converti en euros par le procédé mentionné dans l'énoncé sera donc un nombre décimal.

Remarque : Si je convertis P à l'aide du taux officiel, le résultat $\frac{P}{6{,}55957}$ ne sera pas toujours un décimal, mais le prix en euros sera la valeur décimale approchée au centième près de ce résultat et le prix en euros sera donc bien un décimal.

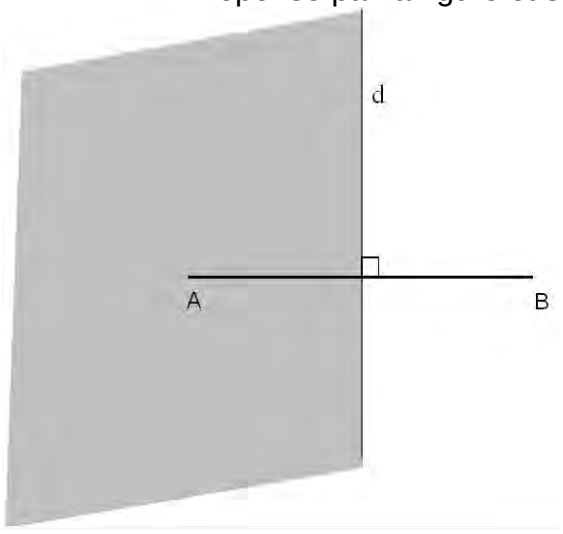
EXERCICE 3

1) Soit D la médiatrice du segment [AB]

a) Réponse par la définition mathématique de l'ensemble demandé :

L'ensemble des points M du plan vérifiant : AM < BM est le demi-plan ouvert (i.e sans la droite D) de frontière D contenant le point A.

Réponse par la figure et sa description :



D est la médiatrice du segment [AB]

L'ensemble recherché est la partie grisée, droite d exclue.

b) L'ensemble des points M tel que AM est le plus petit côté du triangle ABM est l'ensemble des points M tels que :

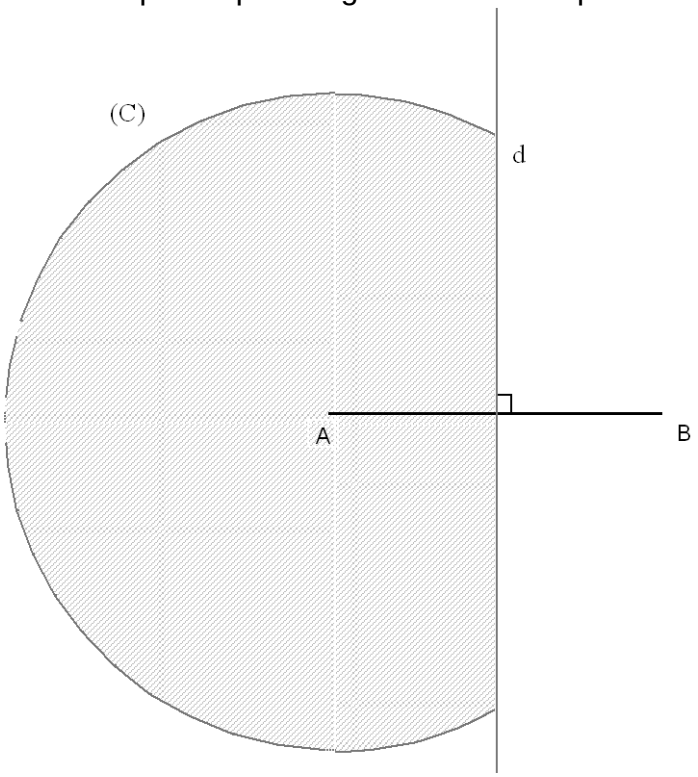
AM < BM et AM < AB

AM < AB signifie que M est à l'intérieur du disque de centre A et de rayon AB

Avec le résultat du a) on peut donner la définition mathématique de l'ensemble demandé :

L'ensemble des points M tels que AM est le plus petit côté du triangle ABM est l'intersection du disque ouvert (i.e sans le cercle) de centre A et de rayon AB avec le demi-plan ouvert de frontière (D) contenant le point A.

Réponse par la figure et sa description :



d médiatrice du segment [AB]

(C) cercle de centre A et de rayon AB

L'ensemble recherché est la partie grisée, frontière exclue.

c) Si ABM triangle rectangle, l'angle droit peut être en A, en B ou en M.

ABM triangle rectangle en A signifie : (AM) ⊥ (AB) donc que M est sur la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par A.

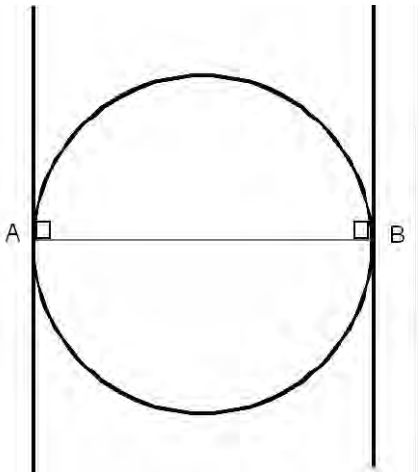
ABM triangle rectangle en B signifie : (BM) ⊥ (AB) donc que M est sur la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par B.

ABM triangle rectangle en M signifie que M appartient au cercle de diamètre [AB].

Réponse par la définition mathématique de l'ensemble demandé :

L'ensemble des points M tels que ABM triangle rectangle est donc la réunion du cercle de diamètre [AB] et des droites perpendiculaires à (AB) passant respectivement par A et par B.

Réponse par la figure et sa description :



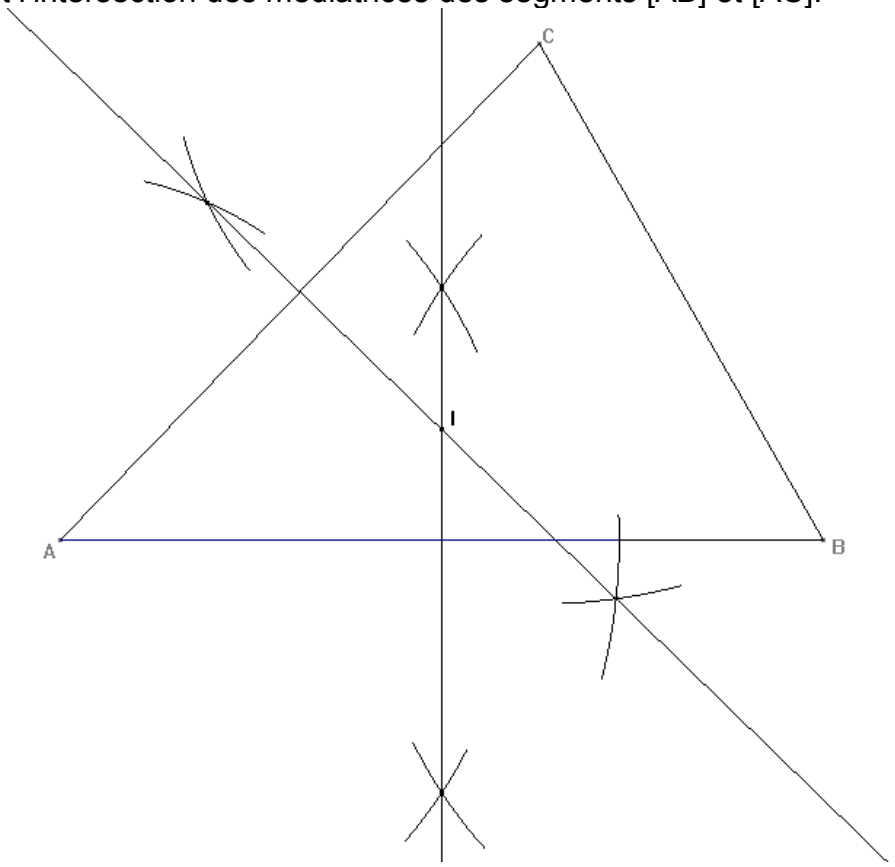
d ⊥ (AB)

d' ⊥ (AB)

(C) cercle de diamètre [AB]

L'ensemble recherché est en gras.

2) a) Si I est un point du plan tel que : IA = IB = IC
alors le point I appartient à la fois à la médiatrice du segment [AB] (IA = IB) et à la médiatrice du segment [AC] (IA = IC).
A, B et C étant non alignés, la médiatrice de [AB] et la médiatrice de [AC] sont des droites sécantes, d'où l'existence d'un unique point I tel que : IA = IB = IC.
Ce point est l'intersection des médiatrices des segments [AB] et [AC].



Autres réponses possibles :

A, B, C étant non alignés, il existe un unique cercle circonscrit au triangle ABC, donc il existe un unique point I tel que : IA = IB = IC ; I est le centre du triangle circonscrit au triangle ABC.

A, B C étant non alignés, on sait que les trois médiatrices du triangle ABC sont concourantes en un point I, unique point tel que : IA = IB = IC.

b) Si on suppose que : I = J
alors on a : IA = IB = IC = ID
Or K est l'unique point du plan tel que : KA = KC = KD, donc : K = I
L est l'unique point du plan tel que : LB = LC = LD, donc L = I
D'où **I, J, K et L sont confondus**.
Alors I est équidistant des points A, B, C et D.
Les points A, B, C et D sont donc cocycliques (sur un cercle de centre I).

c) On suppose maintenant que : $I \neq J$.
I et J sont sur la médiatrice du segment [AB] (IA = IB et JA = JB), donc : (IJ) $\perp$ (AB)
De la même manière, on peut établir que :
(JK) $\perp$ (AD) (KL) $\perp$ (CD) (IL) $\perp$ (BC)
Si on suppose de plus que IJKL est un parallélogramme, on a :

(IJ) // (KL) et (JK) // (IL)

Lorsque deux droites d'un plan sont parallèles, toute droite de ce plan perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre, donc :

(CD) ⊥ (IJ) car (CD) ⊥ (KL) et (KL) // (IJ)

(BC) ⊥ (JK) car (BC) ⊥ (IL) et (IL) // (JK)

Deux droites d'un plan perpendiculaires à une troisième droite de ce plan sont parallèles entre elles, donc :

(AB) // (CD) car (AB) ⊥ (IJ) et (CD) ⊥ (IJ)

(BC) // (AD) car (AD) ⊥ (JK) et (BC) ⊥ (JK)

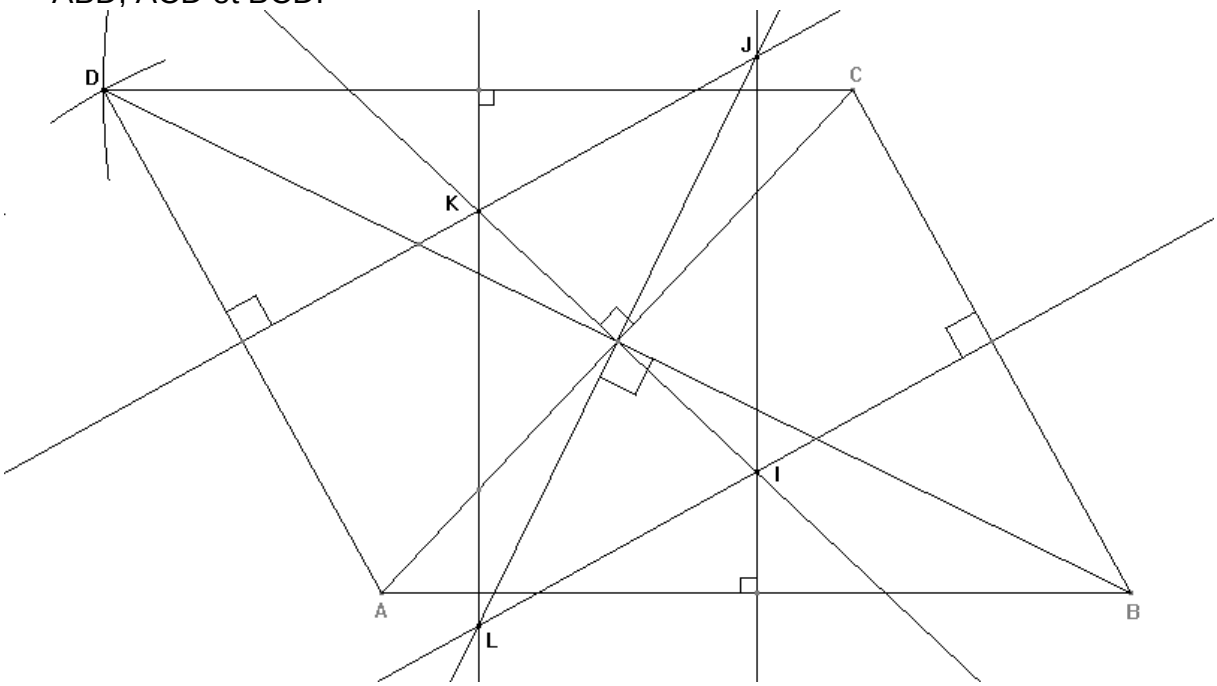
Donc le quadrilatère ABCD a ses côtés deux à deux parallèles, ce qui permet de conclure que : **ABCD est un parallélogramme**.

Remarque : on pourrait aisément établir que cette condition nécessaire est aussi suffisante, mais le sujet ne le demandait pas.

Construction :

on construit D tel que ABCD parallélogramme : D est le point se trouvant dans le demi-plan de frontière (AC) ne contenant pas B, à l'intersection du cercle de centre C et de rayon AB et du cercle de centre A et de rayon BC.

on construit I, J, K et L centres respectifs des cercles circonscrits aux triangles ABC, ABD, ACD et BCD.



d) Pour que IJKL soit un rectangle, il faudrait avoir : (IJ) ⊥ (KL)

Mais alors on aurait :

(IJ) ⊥ (AB) et (IJ) ⊥ (IL) entraîne (AB) // (IL)

(AB) // (IL) et (IL) ⊥ (BC) entraîne (AB) ⊥ (BC)

Donc le parallélogramme ABCD aurait un angle droit et serait un rectangle.

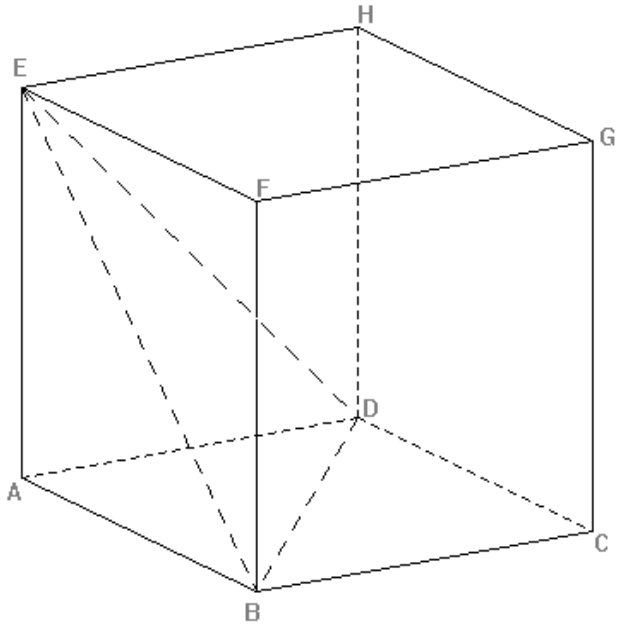
En conséquence, les points A, B, C et D seraient cocycliques et les points I, J, K et L seraient confondus au centre de ce rectangle.

Ceci est en contradiction avec l'hypothèse de départ : $I \neq J$.

Il est donc impossible de trouver une position de A, B, C et D telle que IJKL soit un rectangle.

EXERCICE 4

1) En coupant le cube ABCDEFGH suivant le plan (BED) on obtient deux polyèdres :



la pyramide BEDA dont un des sommets est le point A
un polyèdre ne contenant pas le point A

Ce polyèdre a : 7 sommets B, C, D, E, F, G et H ;
12 arêtes :
[BD], [DE], [EB] qui sont des diagonales de 3 faces (carrées) du cube de départ
[EF], [FG], [GH], [HE], [BC], [CD], [FB], [GC] et [HD] qui sont des arêtes du cube de départ.

2) Ce polyèdre a trois faces carrées (FGCB, CDHG et EFGH) et quatre faces triangulaires :
les faces DEH, EFB et BCD qui sont des triangles rectangles et isocèles ; en effet, ils sont obtenus en partageant un carré par une diagonale ;
la face BDE qui est un triangle équilatéral ; en effet [ED], [EB] et [BD] sont des diagonales de carrés de côté a, donc $ED = EB = BD = a\sqrt{2}$.

3) Volume du polyèdre = Volume du cube – Volume de la pyramide ABDE
Volume du cube = a^3
En considérant la base ABD de la pyramide ABDE et la hauteur EA relative à cette base, on a : Aire base = Aire (ABD) = $\frac{\text{Aire}(ABCD)}{2} = \frac{a^2}{2}$

EA = a
D'où, en appliquant la formule rappelée par l'énoncé :

Volume pyramide = $\frac{\frac{a^2}{2} \times a}{3} = \frac{a^3}{6}$

D'où **le volume du polyèdre** : $\frac{\mathbf{5}a^{\mathbf{3}}}{\mathbf{6}}$.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Il est difficile d'évaluer et d'analyser les productions des élèves sans avoir résolu le problème, ce qui nous impose de répondre en préalable à une partie de la troisième question.

Résolution du problème posé aux élèves :

Question 1 : $330 = 33 \times 10$ $210 = 30 \times 7$

Elle peut donc faire 30 sachets contenant à la fois 10 chocolats et 7 caramels, et il lui restera 30 chocolats.

Question 2 : Le nombre de chocolats doit être un diviseur de 330 et de 210

$330 = 30 \times 11$ $210 = 30 \times 7$

Le nombre de sachets devra donc être un diviseur de 30, d'où les 7 solutions :

2 sachets de 165 chocolats et 105 caramels
3 sachets de 110 chocolats et 70 caramels
5 sachets de 66 chocolats et 42 caramels
6 sachets de 55 chocolats et 35 caramels
10 sachets de 33 chocolats et 21 caramels
15 sachets de 22 chocolats et 14 caramels
30 sachets de 11 chocolats et 7 caramels

1)

	Question 1	Question 2
Lobna	Juste	Juste*
Emma	Fausse	Fausse
Ghyuvanna	Fausse	Pas de réponse
Erwan	Juste	Juste*
David	Fausse	Pas de réponse
Xavier	Juste	Juste
Natacha	Fausse	Pas de réponse

* voir question 3).

2) **Démarche de Lobna, Erwan et Xavier** :
Ils calculent :
le nombre de sachets de 10 chocolats que l'on peut réaliser ;
le nombre de sachets de 7 caramels que l'on peut réaliser ;
Leur réponse à la question 1 est le plus petit de ces deux nombres.

Démarche de Ghiuvanna et David :
Ils oublient qu'un même sachet doit contenir des chocolats **et** des caramels.
Ils calculent le nombre de sachets de 10 chocolats et le nombre de sachets de 7 caramels, puis ils additionnent ces deux nombres.
David perd complètement le sens du problème et continue en divisant 63 par 7 et en interprétant le reste comme le nombre de caramels restant.

Démarche d'Emma et Natacha :
Elles font des sachets de 17 friandises (division de 540 par 17) sans tenir compte de la nature des friandises dans les sachets.

3) On peut considérer que trois élèves, et non deux, ont donné une réponse correcte ; certaines de ces réponses demandent cependant à être complétées.

Erwan :
Il donne une réponse correcte et en partie justifiée :
- il indique ce qu'il met dans chaque sachet et le nombre de sachets qu'il réalise ;
- il explique sa réponse par la division de 330 par 11 dont le quotient est 30 (sous-entendu « comme la division de 210 par 7 faite à la question 1 » ; mais ce fait aurait pu être précisé), cependant il fait une erreur d'écriture (11 : 330 pour 330 : 11).

Lobna :
Sa réponse « 10 sachets » est correcte, mais :
- l'égalité « (330 : 10) + (210 : 10) = 10 sachets » est fausse ; on peut penser que cette écriture a un simple statut de mime sténographique de la répartition des friandises dans les 10 sachets.
- elle n'interprète pas clairement les quotients 33 et 21 comme étant respectivement les nombres de chocolats et de caramels dans chaque sachet.

Xavier :
Il a fait 30 sachets dans la question 1 et il lui reste 30 chocolats.
Il conclut correctement en signalant qu'en mettant un chocolat de plus dans chaque sachet, il ne lui restera ni chocolat, ni caramel.
Il ne répond pas explicitement aux questions posées : nombre de friandises de chaque sorte dans chaque sachet et nombre de sachets réalisés, mais malgré cette part d'implicite, sa réponse est très claire.

SECOND VOLET (8 POINTS)

I Les unités usuelles utilisées pour les durées au cycle 3 sont :
l'année, le mois, la semaine, le jour, l'heure, la minute et la seconde.
On a les relations suivantes entre ces unités :
1 année = 12 mois ≈ 52 semaines
1 mois ≈ 30 jours (28 à 31 jours selon les mois)
1 semaine = 7 jours
1 jour = 24 heures
1 heure = 60 minutes
1 minute = 60 secondes
Remarque : lorsqu'on considère le mois comme unité de durée, il s'agit en réalité d'un mois moyen de 30 jours.

II Dans le document A :

1) a)La soustraction :
2)

	3h	17 min	41 s
-	2h	24 min	53 s

peut être remplacée par la suivante :

	2h	76 min	101 s
-	2h	24 min	53 s

en utilisant les relations : 1h = 60 min et 1 min = 60 s
Ainsi, dans chaque colonne (h, min ou s) le nombre du haut est supérieur à celui du bas et on est ramené à trois soustractions d'entiers :
2 – 2 = 0 76 – 24 = 52 101 – 53 = 48
d'où la réponse : 52 min 48 s

Pour un élève non muni d'une calculette :
Méthode 1 : procéder comme ci-dessus, ce qui correspond à la technique opératoire de la soustraction par emprunt.
Méthode 2 : commencer par retrancher les secondes et pour cela rajouter 60s à 41s, puis retrancher 25min (24 + 1) à 77min et enfin retrancher 3h à 3h.
A chaque étape l'élève note la transformation qu'il fait à l'aide d'une retenue.
Méthode 3 : procéder par complément en partant de 2h 24 min 53s
7s pour aller de 2h 24min 53s à 2h 25min
35min pour aller de 2h 25min à 3h
17min 41s pour aller de 3h à 3h 17min 41s
17min 41s + 35min + 7s = 52min 48s pour aller de 2h 24min 53s à 3h 17min 41s

1) b) Les compétences spécifiques nécessaires pour mener à bien les tâches demandées sont :

pour les exercices N°3 et N°4 :

* connaître et maîtriser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction des entiers ;
* connaître les relations entre certaines unités usuelles de durées :
1 h = 60 min et 1min = 60 s.

pour l'exercice N°10 :

* maîtriser la technique opératoire de la multiplication des entiers ;
* reconnaître une situation multiplicative simple ;
* connaître les relations entre unités de durées :
1 h = 60 min et 1 semaine = 7 jours

2) a) Pierre cherche d'abord combien de minutes il y a dans 10 000 000 secondes :
division de 10 000 000 par 60
En divisant le résultat par 60, il cherche combien d'heures cela représente.
Enfin la division par 24 lui donne le nombre de jours.

2) b) Pierre lit 115,7 sur son écran.
Il interprète ce résultat comme 115 jours et 7 heures, alors qu'il s'agit en réalité de 115 jours et 7 dixièmes de jour, soit environ 115 jours et 17 heures.
Cependant sa réponse finale est correcte : il recherche avec succès parmi les réponses proposées la plus proche de 115 jours.
Il ne faudrait pas que cela lui fasse croire que son interprétation du chiffre 7 est correcte.
Remarque : pour la dernière étape, il ne continue pas en divisant 115,7 par 30 pour trouver le nombre de mois. L'ordre de grandeur du résultat lui permet une mise en relation directe par le calcul mental avec les réponses proposées.

3) Une première difficulté que peut rencontrer un élève de cycle 3 dans l'exercice N°11b est celle relative aux bornes et intervalles : entre le 1er décembre et le 20 décembre, le jour a diminué de 19 fois de 2 min (et non de 20 fois !).

Une deuxième difficulté vient de la polysémie du mot « jour » qui est employé indifféremment comme unité de durée et comme la période de durée variable durant laquelle le soleil est visible.

Enfin une troisième difficulté est liée au mot « diminuait » qui peut induire une soustraction, alors qu'il s'agit ici d'ajouter 2 min à 8h 12min.

III Dans le document B :

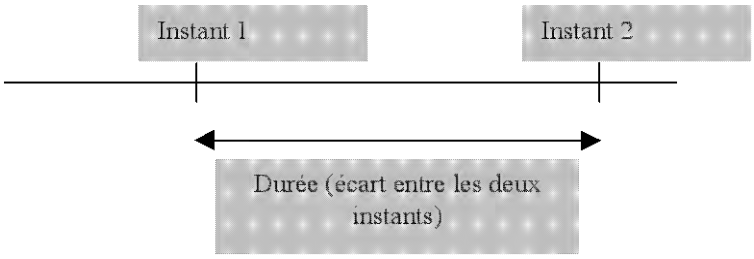
1) Le fait d'écrire des nombres au-dessus et au-dessous de l'axe permet de distinguer :

le repérage des instants au-dessus de l'axe ; c'est la chronologie des événements ;

la mesure des durées au-dessous de l'axe : les écarts entre deux instants.

Pour les indications en mots, c'est l'inverse ; de sorte que la description d'un fait ponctuel qui se passe à un instant donné est située en vis à vis de l'heure à laquelle il se produit.

2) Les exercices du document A pour lesquels le schéma tiré du document B pourrait être réinvesti sont ceux dont la structure est la suivante :



La question pourra porter soit sur la recherche de la durée (cas de l'exercice N°9a), soit sur la recherche de l'instant initial ou final (cas de l'exercice N°6a).
Dans l'exercice N°6a, ce schéma peut aider l'élève à distinguer les données d'instants 11h et 6h des données de durées 40min et 15min. L'élève peut placer dans un premier temps 6 et 11 sur un axe gradué, puis comprendre que 10h est un autre instant clé, le placer, puis marquer les instants de passage des bus entre 10h et 11h par le mot « Bus » au-dessous de l'axe et la durée de 15 min entre deux mots « Bus ».

3) La trace écrite réalisée par l'élève dans le document B participe aux apprentissages :

- elle incite l'élève à un retour réflexif sur son travail en lui faisant formuler ce qu'il a compris ;
- elle permet de recueillir des éléments qui pourront être utilisés ensuite dans la construction d'une trace écrite collective qui servira de référent pour la classe : ce qu'on a appris, qu'il faut retenir et qui pourra être réutilisé.

AMIENS

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

N =mcdu avec m>c>d>u>0

1) Le plus petit nombre N possible est 4321.

2) Le plus grand nombre N possible est 9876.

3) Liste des nombres N pour lesquels le chiffre des milliers est 6 :
6543, 6542, 6541, 6532, 6531, 6521, 6432, 6431, 6421, 6321

4) N = 1000m + 100c + 10d + u
N' = 1000u + 100d + 10c + m
D = N-N' = 1000(m-u) + 100(c-d) + 10(d-c) + (u-m)
D = 1000(m-u) + 100(c-d) - 10(c-d) - (m-u)
D = 999(m-u) + 90(c-d)

5) D = 9×[111(m-u) + 10(c-d)]
m-u et c-d étant des entiers naturels, 111(m-u) + 10(c-d) est un entier naturel.
D est donc un multiple de 9.

6) D est maximum quand les écarts m-u et c-d sont maximum ; or m-u est multiplié par un facteur entier plus grand que c-d. Compte tenu de la condition m>c>d>u, m-u varie entre 8 et 3, la valeur maximum est obtenue pour m=9, u=1. La valeur maximum de la différence c-d est alors de 6, obtenue pour c=8, d=2.
D est alors égal à 999×8 + 90×6 soit D = 8532
N= 9821

7) D est minimum pour les écarts minimum de m-u et de c-d ; soit pour m-u = 3 et c-d = 1
La valeur de D est alors 999×3 + 90×1, soit D = 3097
Ici les valeurs minimales pour m-u et d-c sont obtenues à chaque fois que les chiffres du nombres N sont consécutifs, ce qui donne six solutions :

N = 9876	N = 8765
N = 7654	N = 6543
N = 5432	N = 4321

EXERCICE 2

1) Appelons M la part de la catégorie "moins de 20 ans", E la part de la catégorie "entre 20 et 60 ans", et P la part de la catégorie "plus de 60 ans".

a) Pour donner les valeurs de M, E, P sous forme de fractions irréductibles, décomposons en facteurs premiers les différents nombres en jeu :
Population du pays en milliers d'habitants : 31 125 + 68 475 + 49 800 = 149 400

$$149\,400 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 83$$

$$31125 = 3 \times 5^3 \times 83$$

$$68\,475 = 3 \times 5^2 \times 11 \times 83$$

$$49\,800 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 83$$

Après simplification des fractions on obtient :

$$M = \frac{31125}{149\,400} = \frac{5}{24}$$

$$E = \frac{68\,475}{149\,400} = \frac{11}{24}$$

$$P = \frac{49\,800}{149\,400} = \frac{1}{3}$$

b) Pour donner les parts respectives de chaque catégorie en pourcentage, on cherche les fractions décimales approchées les plus proches des fractions irréductibles données ci-dessus :

$$\frac{5}{24} \approx \frac{20{,}83}{100}$$

$$\frac{11}{24} \approx \frac{45{,}83}{100}$$

$$\frac{1}{3} \approx \frac{33{,}33}{100}$$

On obtient donc les pourcentages suivants en arrondissant M à la valeur supérieure pour avoir une somme égale à 100%

M = 20,84%
E = 45,83%
P = 33,33%

2) Voir des constructions sur la feuille jointe en annexe.

a) 60° est l'angle d'un triangle équilatéral.

b) Pour obtenir l'angle 15°, plusieurs méthodes sont possibles :

- comme 15°= 60°- 45°, il suffit de tracer un secteur angulaire droit contenant un angle de triangle équilatéral, puis la bissectrice du secteur droit.
- on peut aussi en reprenant le début de la construction précédente, construire alors la bissectrice du secteur de 30° obtenu (90° - 60°).
- on peut également obtenir l'angle 30° en construisant la bissectrice d'un secteur de 60°, puis encore avec une bissectrice, obtenir l'angle 15°.
- on peut aussi, pour obtenir 15°= 60°- 45°, faire comme sur l'annexe jointe : l'angle 45° est obtenu grâce à la diagonale du carré de longueur

de côté égale au rayon du cercle (et de sommet le centre du cercle) et l'angle 60° est obtenu grâce au triangle équilatéral de longueur égale à cette diagonale.

c) Pour obtenir l'angle 45°, il suffit de tracer deux droites perpendiculaires et la bissectrice d'un des angles droits obtenus, ou bien comme sur l'annexe jointe, obtenir grâce au cercle le même carré que précédemment en b) et l'angle 45° grâce à une diagonale de ce carré.

3) Pour réaliser le camembert donnant la répartition de la population par groupe d'âge, il faut calculer la valeur des angles de chaque secteur à partir de la fraction de 360° que représente chaque part.

$$\frac{5}{24} \times 360 = 75$$

$$\frac{11}{24} \times 360 = 165$$

$$\frac{1}{3} \times 360 = 120$$

Ce qui donne :

pour M, un secteur angulaire d'angle 75°, soit 60°+15°
pour E, un secteur angulaire d'angle 165°, soit 180°-15°
pour P, un secteur angulaire d'angle 120°, soit 60°+60°

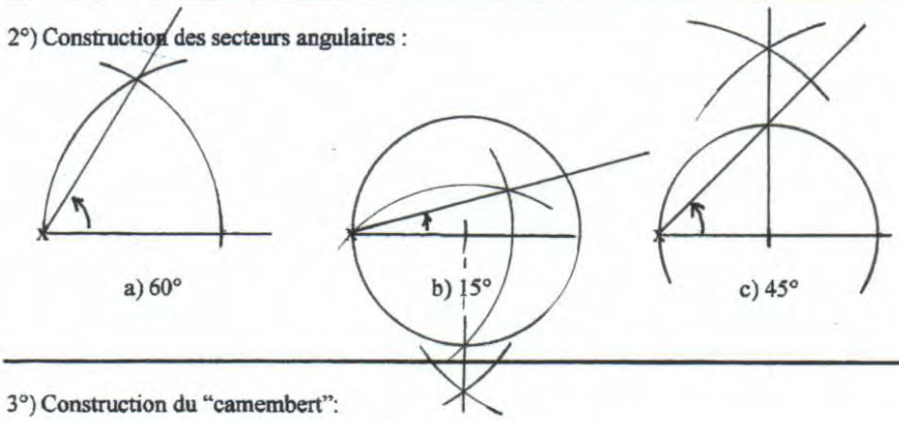
Remarque : il suffit d'en construire deux pour avoir le troisième.

La construction se trouve en annexe, et a été réalisée en obtenant d'abord l'angle 15° (cf. construction 2 b en partant du demi-cercle de diamètre égal au rayon du "camembert"), puis l'angle 75° ; grâce au diamètre du "camembert" on obtient immédiatement l'angle 165°.

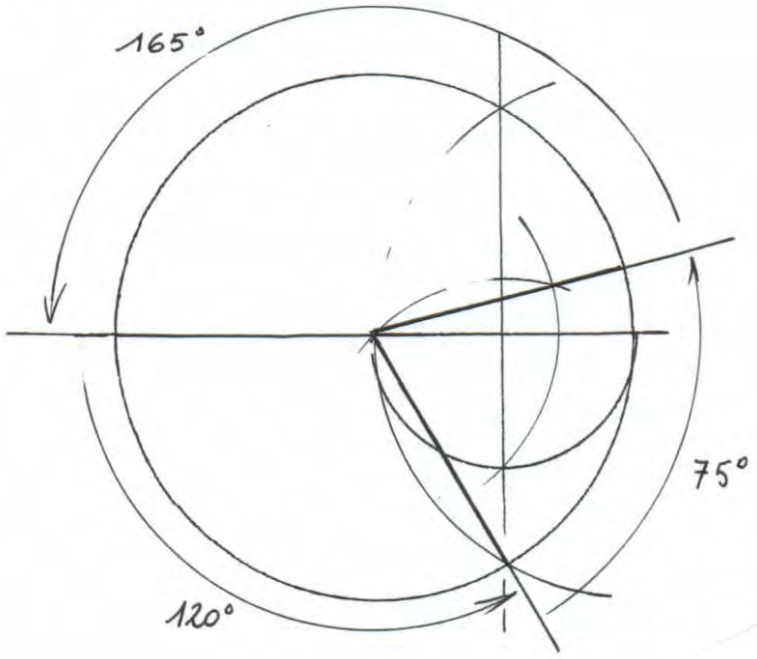
Feuille annexe

Feuille de graphique
Volet I 1ère Partie Exercice 2

2°) Construction des secteurs angulaires :



3°) Construction du "camembert":



DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Question 1.
Pour décrire les productions des élèves, nous allons nommer les différents sommets de la ligne polygonale à compléter par symétrie par rapport au "grand trait". Appelons A le sommet de la figure situé le plus à gauche sur l'axe de symétrie, puis B, C, D, E, F, les sommets consécutifs de la ligne polygonale à compléter (F est aussi sur l'axe de symétrie, à droite de A);

Élève de l'annexe A :

- Le dessin construit est superposable à celui qui est attendu, mais situé à trois carreaux en dessous de celui-ci. Il est donc possible, en pliant la feuille selon un **autre** axe, parallèle au trait gras, de faire superposer le dessin initial et son image. La notion de retournement lié à la symétrie semble donc acquise.
- La difficulté rencontrée peut tenir au fait que la figure polygonale a un côté confondu avec l'axe de symétrie. De ce fait, l'élève semble avoir tracé une figure symétrique de la figure donnée, en utilisant localement (de proche en proche) le repérage des points sur le quadrillage, mais sans se préoccuper de la position de l'axe. De ce fait l'égalité des distances à l'axe de symétrie de deux points homologues n'est pas respectée.

Remarque : On peut constater la présence sur la feuille de l'élève A de traits plus épais que les autres, parallèles à l'axe de symétrie, et absents des autres feuilles. Cela peut faire penser que l'élève A aurait d'abord tracé ces lignes parallèles à l'axe en utilisant le quadrillage, mais il est difficile d'imaginer l'utilisation qu'il aurait pu en faire étant donné le résultat final obtenu.

Élève de l'annexe B :

- Le dessin construit est superposable au modèle initial à l'aide d'une rotation d'un demi-tour ayant pour centre le milieu du segment [AF]. La partie dessinée par l'élève n'est donc pas la figure symétrique de la ligne polygonale ABCDEF par rapport à l'axe de symétrie imposé. Ce qui semble acquis pour cet élève, c'est la reproduction d'un modèle sur quadrillage dans une orientation inversée, en repérant des nœuds et en comptant des carreaux.
- La notion de symétrie axiale liée à l'anticipation du pliage n'a pas pris de sens.

Note : Il semble curieux de voir appliquer une symétrie centrale par un élève à l'entrée du cycle 3, même de façon implicite… S'agit-il réellement de la production d'un élève ou n'est-ce qu'un prétexte à l'évaluation des connaissances relatives aux transformations géométriques des candidats du CRPE ?

Élève de l'annexe C :

- Le dessin produit n'est pas symétrique par rapport à l'axe demandé.

Le symétrique E' su sommet E situé à trois carreaux de l'axe est correctement placé. Pour aller de A à F en suivant les côtés de la figure modèle, il suffit d'appliquer le programme suivant : Avancer vers la droite de 3 carreaux et monter simultanément de 2, avancer de 2 carreaux vers la droite, descendre de 1

carreau, avancer de 2 carreaux en montant simultanément de 2. Partant de E' et en remplaçant chaque expression « vers la droite » par « vers la gauche » dans le programme précédent, on rejoint le point A de départ. L'élève de l'annexe C a pu faire ainsi, c'est à dire construire implicitement ou non les instructions d'un trajet joignant des nœuds du quadrillage, et inverser l'orientation droite/gauche pour obtenir un trajet « inverse ». Remarquons que s'il avait inversé les directions « vers le haut » et « vers le bas » en repartant du même point A, il aurait pu obtenir une solution correcte.

- Les difficultés d'un tel élève pourraient tenir à l'orientation de l'espace.

Élève de l'annexe D :

- Il est difficile de déterminer ce qui pourrait être acquis par cet élève, dans la mesure où à la différence des élèves A, B et C qui savent tracer les segments joignant des nœuds d'un quadrillage à l'aide d'une règle, cet élève a probablement tenté de tracer directement des traits à la règle sans utiliser la position des images des sommets situés sur des nœuds mais en appliquant une translation de 5 carreaux vers le bas pour la partie BCDE de la ligne polygonale. Il a donc probablement tracé trois traits, à peu près parallèles à ceux du modèle et d'une longueur approximativement égale, puis sentant la nécessité de fermer le contour obtenu, terminé en joignant les extrémités de son dessin respectivement aux points A et F.
- L'élève ne parvient pas à anticiper l'effet du pliage sur une figure, la notion de symétrie axiale n'est pas acquise.
- Par ailleurs, les imprécisions dans les tracés font penser que le quadrillage n'est pas vraiment perçu comme un outil d'aide au tracé.

Question 2.a.

> *Note des auteurs du corrigé à propos de cette question : La place et la formulation de cette question sont surprenantes : Comment peut-on répondre à la question précédente si l'on n'a aucune idée des objectifs de l'exercice ? Par ailleurs l'expression "sous-jacente" est maladroite, il s'agit plutôt de la notion mathématique dont on veut évaluer le degré d'acquisition par cet exercice…*

Réponse : La « notion mathématique sous-jacente » est la symétrie axiale.
A propos de cette notion, les programmes 1995 du cycle 2 précisent « Approche de la symétrie axiale (pliages) » et demandent que les élèves soient capables de réaliser des tracés en utilisant des instruments (parmi lesquels figure la règle) et des techniques. Pour le cycle 3 il s'agit de « compléter une figure par symétrie axiale » et « d'utiliser des outils usuels tels que …, papier quadrillé, règle, … pour construire quelques figures planes … ».

Question 2.b.
L'annexe B montre l'application d'une rotation d'angle plat, dont le centre est situé sur la droite marquée par le « grand trait » en gras. *Il s'agit d'une symétrie centrale ou "demi-tour".*
L'annexe D illustre un essai maladroit et inachevé d'application d'une translation (de 5 carreaux vers la bas).
La question se limite à la demande de deux transformations. L'annexe C permet toutefois d'en relever une troisième : la composée de deux transformations : une symétrie axiale d'axe vertical (l'axe est la médiatrice de [AD]) suivie d'une translation

de 3 carreaux dirigée verticalement « vers le bas ». L'annexe A fournit une quatrième transformation : la composée de la symétrie orthogonale attendue et d'une translation de 3 carreaux, dirigée verticalement "vers le bas".

SECOND VOLET (8 POINTS)

Remarques :

1. *Dans l'annexe E les documents A/ et C/ sont tirés du manuel "le Moniteur de Mathématique", cycle 3 des éditions Nathan, et les documents B/, D/ et E/ viennent du manuel "J'apprends les maths",CM1 des éditions Retz.*
2. *L'énoncé utilise le terme séquence en lui donnant un sens temporel, et non un sens thématique ; on utilise plutôt le terme de séance : plusieurs séances se suivent au cours d'une ou plusieurs semaines, constituant la séquence d'apprentissage de la notion visée.*

Question 1.
Cette séquence permet d'aborder et de travailler la notion difficile de proportionnalité.
On peut avancer que la mise en œuvre de ces 5 activités (A, B, C, D, E) vise l'objectif commun :

l'élève sera capable de mettre en œuvre des procédures personnelles dans des situations de proportionnalité simple (activités A, B, D et E) ou simple composée (activité C), mais on l'incitera progressivement à utiliser implicitement les propriétés de linéarité (linéarité additive et/ou multiplicative).

Question 2.
Cette séquence relève du cycle 3, cycle des approfondissements. Les Instructions officielles (1995) précisent qu'en cycle 3, il y a une « première approche de la proportionnalité », et que l'élève doit « reconnaître une situation de proportionnalité et la traiter par les moyens de son choix ».

Question 3.

Activités	Objectifs spécifiques visés	Acquis supposés des élèves	Procédures attendues
A	Associer un rapport multiplicatif fonctionnel simple (scalaire) au "grossissement" d'un objet, et utiliser pour ce problème multiplicatif une schématisation de proportionnalité simple.	Multiplication. Lecture du tableau et de son symbolisme.	Calcul de 5 fois 14
B	Introduire la notion de proportionnalité en comparant le coût de 2 modèles de vaisselle dans des situations où le prix est proportionnel à la quantité (comparaison de 2 relations fonctionnelles multiplicatives).	Comparaison des entiers. Multiplication. Division exacte.	Comparaison des nombres de bols pour un même prix. Comparaison des prix des verres pour un même nombre. Faire une déduction pour les vases (plus de vases pour moins cher). Calcul du prix unitaire pour les assiettes ou recherche du prix d'un nombre d'assiettes identique, par exemple 28, multiple commun de 4 et de 7, dans les deux cas.
C	Résoudre un problème de proportionnalité simple composée faisant intervenir 3 grandeurs (et donc 3 relations fonctionnelles), en utilisant une schématisation.	Multiplication. Lecture du tableau et de son symbolisme.	Calcul du coût d'une boîte (8 fois 5), puis du coût de 4 boîtes (4 fois 40), ou calcul du nombre de feutres dans 4 boites (4 fois 8), puis calcul du prix des 4 boîtes (32 fois 5)
D	Utiliser les propriétés de linéarité dans une situation où le prix est proportionnel à la quantité. Différencier une situation de proportionnalité d'une situation de non-proportionnalité, pour laquelle les propriétés de linéarité ne sont pas valables.	Maîtrise des francs et centimes. Multiplication. Addition de décimaux. Lecture d'un tableau donnant les prix par intervalles.	I) Calcul des prix pour les nombres 5, 9, 14, 90 par produit par 75, et aussi par linéarité : pour 14 (5 + 9) et pour 90 (10×9). Repérage du prix unitaire en fonction du nombre de photocopies. Calcul du prix de 5 (5×85) et de 25 photocopies (25×60). Vérification des coûts de 9 (9×80) et de 15 photocopies (15×70). Comparaison de 4,25 + 7,20 avec $14\times 0{,}70$. Comparaison de $10\times 7{,}20$ avec $90\times 0{,}60$.
E	Dans une situation où le prix est proportionnel à la quantité, calculer le prix unitaire, puis le prix d'une quantité en multipliant par le prix unitaire ou en utilisant les propriétés de linéarité.	Division exacte. Multiplication.	Calcul du prix unitaire des 2 modèles par division. Calcul de 2 façons du prix de 12 bols (12×24 et 168 + 120) et de 14 bols (14×24 et 2×168).

Plusieurs rangements chronologiques sont possibles, par exemple :
B, A, D, E, C ou B, A, E, D, C ou …
L'activité C est la seule faisant intervenir 3 grandeurs, on peut donc considérer qu'elle est d'un abord plus difficile.
L'activité B semble première car elle approche la proportionnalité dans un contexte qui parle à tous les élèves, en les amenant à préciser le sens de "les moins chers", de façon intuitive sans calcul, puis calculatoire avec prix unitaire (le coefficient de proportionnalité).
L'activité A permet d'utiliser une schématisation, qui peut être une aide pour certains élèves, dans une situation simple car le coefficient de proportionnalité est un scalaire.
Même si le manuel concerné (Retz) présente ses 3 activités dans l'ordre B, E, D, nous ne voyons pas d'impératif à ordonner D et E, avec cependant une préférence pour l'ordre D, E car dans l'exercice D le prix unitaire est donné alors qu'il faut le calculer au début de l'exercice E, et cette activité permet la comparaison avec une situation de non-proportionnalité (situation de prix dégressifs), ce qui, par opposition, renforce la compréhension de la proportionnalité.

Question 4
La notion abordée est la proportionnalité.
Il s'agit d'une tâche de comparaison de 2 relations fonctionnelles (comparer les 2 coefficients de proportionnalité, donc les 2 prix unitaires).

- Pour cela il faut identifier d'abord l'importance du rapport entre le prix total et le nombre d'objets de vaisselle, ce qui constitue la variable la plus importante.
  Le quatrième exemple amène à calculer par division les deux prix unitaires, dans un cas simple où le rapport est un entier.
  Le rapport pourrait être décimal, et même fractionnaire non décimal (3 bols coûtent 20€).
  Le rapport pourrait être décimal ou fractionnaire inférieur à 1 (3 cuillers coûtent 2€), ce qui est encore plus difficile à maîtriser.

Les trois premiers exemples permettent par déduction logique d'éviter tout calcul en jouant sur la relation entre les deux rapports en jeu :

nombre d'objets différent et même prix total
même nombre d'objets et prix différent
le plus petit nombre d'objets a le plus grand prix.

On peut ainsi identifier 3 autres variables :

- le rapport des deux nombres d'objets (égal à 1 dans le deuxième exemple). Il pourrait inciter, dans le cas d'un rapport entier, à l'utilisation de la propriété multiplicative de linéarité pour comparer le coût des deux modèles sans passer par le calcul du prix unitaire (par exemple 4 bols Provence valent 30€ et 8 bols Aquitaine valent 59€).
- Le rapport des deux prix totaux (égal à 1 dans le premier exemple) avec la même remarque (par exemple 4 bols Provence valent 30€ et 7 bols Aquitaine valent 60€).
- La relation entre les deux rapports précédents (dans le troisième exemple, le rapport des nombres d'objets est plus petit que 1 et le rapport des prix plus grand que 1).

On peut jouer aussi sur la nature des nombres en jeu (prix décimaux par exemple), et leur taille (grands nombres), ce qui complexifie la gestion de la situation par la difficulté de maîtrise de ces nombres.
On peut aussi choisir un contexte moins familier que celui des situations où le prix est proportionnel à la quantité, en faisant intervenir d'autres grandeurs comme longueur, masse, durée ou aire.

Question 5.
Un élève en difficulté peut ne pas avoir pris clairement conscience que le prix unitaire de la photocopie changeait avec la quantité achetée ; pour cela une aide est de lui demander de calculer le prix unitaire lorsqu'on a acheté 5 photocopies, puis le prix unitaire lorsqu'on en a acheté 9.
Une aide plus directe pour la question 2 est de demander aux élèves de comparer le coût de 14 photocopies payées en une fois avec le coût total de 5 photocopies payées un jeudi et de 9 photocopies payées le lendemain.
Pour la question 3 on peut encore faire comparer le prix unitaire dans l'achat de 90 photocopies avec le prix unitaire dans l'achat de 9 photocopies.

Question 6.
Bien sûr les deux exercices A et C diffèrent par leur contexte (grandeurs continues dans l'exercice A, grandeurs dénombrables dans l'exercice C), mais surtout par la structure mathématique du problème.
A est un problème de proportionnalité simple où il n'y a qu'une relation fonctionnelle entre les mesures de 2 grandeurs : la longueur d'un objet (en mm) et la longueur de cet objet grossi. Ces 2 grandeurs sont de même nature (une longueur), le coefficient de proportionnalité est alors un nombre "pur", appelé scalaire, et peut alors s'exprimer avec la locution "fois plus" (ou "fois moins").
La schématisation traduit le rapport multiplicatif "5 fois" par "un objet de longueur 1 mm est grossi en un objet de longueur 5 mm".
C est un problème de proportionnalité simple composée où apparaissent trois relations fonctionnelles de proportionnalité simple entre trois grandeurs : le nombre de boîtes, le nombre de feutres et le prix des feutres (en F). La schématisation fait alors apparaître trois colonnes et une traduction de l'énoncé en trois lignes. Les trois coefficients de proportionnalité sous-jacents sont alors plus complexes ; ce ne sont pas des scalaires, mais relèvent des grandeurs-quotients : l'un est *le nombre de feutres par boîte*, l'autre *le prix par feutre*, et le dernier *le prix par boîte*.

Question 7.
À l'issue de cette séquence consacrée à l'approche de la proportionnalité, deux types de savoir peuvent être institutionnalisés :

- On reconnaît qu'une situation de calculs de prix selon la quantité est une situation de proportionnalité quand le prix unitaire est constant.
- Dans une situation de proportionnalité on peut calculer de plusieurs façons, en particulier utiliser la linéarité.

BESANÇON

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1 (2 POINTS)

1) Soit P le prix initial de cet article ;

Après augmentation de 25%, le prix de l'article devient $P \times 1{,}25$ (résultat de $P + 0{,}25 \times P$)

Pour revenir au prix initial, on lui applique le facteur multiplicatif qui vérifie :

$$(P \times 1{,}25) \times f = P$$

D'où $$f = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$$

Or $0{,}8 = 1 - 0{,}2$

On doit donc diminuer le nouveau prix de 20% pour revenir au prix initial P.

2) Après diminution de 25%, il devient $P \times 0{,}75$.

Pour revenir au prix initial, on lui applique le facteur multiplicatif g qui vérifie :

$$(P \times 0{,}75) \times g = P$$

D'où $$g = \frac{1}{0{,}75} = 1{,}33\ldots$$

Or 1,33… correspond à une augmentation en pourcentage d'<u>environ</u> 33,3%, on doit donc augmenter le nouveau prix de 33,3% pour revenir (<u>à peu près</u>) au prix initial P.

Remarque : Le nombre 1,33… est un rationnel non décimal dont une autre écriture est $\frac{4}{3}$

EXERCICE 2 (2,5 POINTS)

On considère cette première croix :

	28	
30	35	40
	42	

$$\frac{S}{C} = \frac{28 + 42 + 30 + 40}{35} = \frac{140}{35} = 4$$

Prenons une deuxième croix :

	18	
14	21	28
	24	

Le nouveau rapport $\frac{S}{C}$ est égal à : $\frac{18+24+14+28}{21} = \frac{84}{21} = 4$

On peut conjecturer que ce rapport $\frac{S}{C}$ est toujours égal à 4, quelle que soit la croix choisie dans le tableau de multiplication donné, et le démontrer :
Considérons que le terme central de la croix est dans la case intersection de la colonne c et de la ligne i ; ce nombre est donc $c \times i$, **avec** $\mathbf{2} \leq \mathbf{c} \leq \mathbf{9}$ **et** $\mathbf{2} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{9}$ pour que la croix puisse exister.
La croix est donc :

	$c \times (i-1)$	
$(c-1) \times i$	$c \times i$	$(c+1) \times i$
	$c \times (i+1)$	

Le rapport $\frac{S}{C}$ est égal à : $\frac{c\,(i-1) + c(i+1) + (c-1)i + (c+1)i}{c \times i} = \frac{4c \times i}{c \times i} = 4$
Remarque : on peut en effet simplifier la fraction par le facteur commun $(c \times i)$, car ni c, ni i ne peut être nul.

EXERCICE 3 (3,5 POINTS)

1) x = BH

Calculons AH^2 grâce au théorème de Pythagore appliqué à chacun des deux triangles rectangles en H : AHB et AHC (puisque $(AH) \perp (BC)$).

$AH^2 = AB^2 - BH^2 = AC^2 - CH^2$
$= 25 - x^2 = 16 - (7 - x)^2$

2) Résolvons cette équation en x :

$25 - x^2 = 16 - (49 - 14x + x^2)$
$25 = 16 - 49 + 14x$
$14x = 25 + 33$
$x = \frac{58}{14}$ $\qquad$ $x = \frac{29}{7}$

L'aire S du triangle ABC vaut $\frac{1}{2} BC \times AH$

Calculons AH : $AH^2 = 25 - (\frac{29}{7})^2 = \frac{49 \times 25 - 841}{49} = \frac{384}{49}$

Donc $AH = \frac{\sqrt{384}}{7}$ $\qquad$ or $384 = 2^7 \times 3 = 2^6 \times 6$

et $AH = \frac{2^3\sqrt{6}}{7} = \frac{8\sqrt{6}}{7}$

Donc l'aire S est égale à : $\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{8\sqrt{6}}{7}$ $\qquad$ $S = 4\sqrt{6}$

3) Calculons p : $\qquad$ $p = \frac{1}{2}(5 + 7 + 4) = 8$

La formule de Héron donne alors :

$S = \sqrt{8(8-7)(8-5)(8-4)} = \sqrt{8\times1\times3\times4}$

$S = 4\sqrt{6}$

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

1) Cet exercice peut relever du cycle 2 niveau CE1, ou bien du cycle 3 début de CE2, selon l'importance relative accordée par le maître au travail de décomposition (ou composition) additive de nombres ainsi qu'au travail de recherche (minimiser le nombre de plaques) et bien sûr selon les compétences déjà acquises par les élèves,.

Le choix des nombres (valeur du jeton et valeurs des plaques) fait que ce travail de décomposition additive est réalisable sans que l'addition ne soit totalement maîtrisée, donc en CE1. On peut remarquer que l'utilisation de produits facilite le travail : 3 fois 50 est plus petit que 160, mais 4 fois 50 est plus grand ; c'est possible aussi en CE1.

Le travail de mise en place d'une « stratégie » est cependant plus adapté à des CE2. Par exemple, choix de la plaque par ordre décroissant de valeur puis calcul du nombre maximal de plaques qui donnent une valeur inférieure ou égale à la valeur du jeton, puis calcul de la différence et choix de la plaque suivante ; ou encore réaliser une décomposition additive quelconque de la valeur du jeton et procéder à des groupements échanges pour obtenir le plus possible de plaques de grande valeur.

2)

a) On peut distinguer trois domaines :

- résolution de problèmes

l'élève a su mobiliser ses connaissances et exposer clairement ses résultats en répondant à une partie de la consigne (il dessine…).

- connaissance des nombres

Farid a su lire et interpréter les valeurs du jeton et des plaques (il maîtrise la numération décimale écrite des entiers),
il a su utiliser les relations entre les nombres 5, 10, 25, 50, 100.

- calcul

Farid a su faire des calculs additifs mentaux.

b) Farid ne compose pas les nombres 160 et 75 « avec le moins de plaques possibles », mais les décompositions proposées sont correctes.
Pour le jeton 180, Farid répond correctement à la question

c) On peut faire plusieurs hypothèses sur la le nombre de plaques proposé par Farid pour 160 et 75 :

* il n'a pas su gérer deux contraintes simultanées ;

* il n'a pas vu la deuxième contrainte car la phrase de consignes en comporte deux en une seule phrase ;

* il utilisé les plaques en les prenant de gauche à droite (pour 160, la petite plaque 5 a peut-être été ajoutée en dernier pour ajuster la somme).

On peut supposer que la donnée des plaques 100 pour 180 a participé à la réussite de Farid pour ce cas.

SECOND VOLET (8 POINTS)

1) Voici un programme de construction possible :
   - Trace un cercle de centre O, de rayon 2 cm.
   - Trace un diamètre de ce cercle ; appelle A et B ses deux extrémités.
   - Place un point C sur le segment [AO] tel que AC = 0,8 cm.
   - Trace la perpendiculaire en C à la droite (AB) ; appelle D et E les points d'intersection de cette perpendiculaire avec le cercle.
   - Trace le quadrilatère ADBE.

2) Elle peut être proposée au cycle 3, en CM2 (ou peut-être au CM1) parce qu'il faut écrire un programme de construction, analyser finement une figure, maîtriser un vocabulaire géométrique, savoir tracer une perpendiculaire...

3) Les deux domaines concernés sont géométrie et résolution de problèmes.
Parmi toutes les compétences mises en œuvre, on peut noter :
Pour reproduire la figure à l'identique :
- Analyser la figure, identifier les différents éléments (cercle et son centre, diamètre, droites perpendiculaires, points sur le cercle), identifier leur position relative (décoder le signe d'orthogonalité, place de C sur [AB]) ;
- Maîtriser les outils de tracé (règle, équerre, compas, gabarit).

Pour compléter le programme de construction :
- Maîtriser un langage approprié en utilisant certains termes géométriques (cercle, rayon, centre, diamètre, perpendiculaire à …en…, point, quadrilatère ou segment) ;
- Repérer ce qui a pu être construit à partir des deux premières consignes ;
- Identifier les étapes suivantes, les mettre dans l'ordre et les traduire en consignes ;
- Utiliser des lettres pour désigner des points.

Remarque : on pourrait ajouter une compétence du domaine de la Mesure : savoir se servir de la règle graduée, normalement maîtrisée en fin de cycle 2.

4) On peut raisonnablement supposer que les objectifs de cette activité sont d'une part savoir reproduire une figure et d'autre part savoir écrire un programme de construction.
La tâche de l'élève est d'analyser la figure, la reproduire, contrôler sa justesse et rédiger un programme de construction.

Les aménagements peuvent alors jouer soit sur
- la nature de la figure,
- sur son orientation dans la feuille,
- sur le support de la figure,
- sur les éléments du programme déjà proposés,
- sur l'organisation de la classe.

Pour simplifier la tâche, on pourra par exemple :
- donner une ou deux étapes supplémentaires du programme de construction,

- rendre plus simple la figure en plaçant le point C au milieu de [AO] (ce qui facilite la description de sa position), ou en O (la droite (DE) devient un deuxième diamètre et le quadrilatère ADBE est alors un carré),

- changer l'orientation de la figure en mettant le diamètre horizontal ou vertical (pour rendre plus aisée la reconnaissance du diamètre et de l'orthogonalité de (DE) et de (AB))
- donner la figure sur papier quadrillé avec les points O, A et B sur des noeuds du quadrillage et demander la reproduction sur papier quadrillé,
- faire travailler les enfants à deux pour la rédaction du programme.

Remarque, il est possible de combiner plusieurs de ces propositions par exemple donner la figure sur papier quadrillé, (AB) étant confondue avec une ligne du quadrillage. Il faut toutefois que le maître soit attentif à ces simplifications qui risquent de conforter les élèves dans une conception de l'orthogonalité exclusivement liée à la verticalité et l'horizontalité.

Pour complexifier la tâche, on pourra par exemple :
- ne pas donner le début du programme de construction,
- imposer un début de programme différent (par exemple, *trace un segment [AB] de longueur 4 cm*, …),
- modifier la figure (supprimer le cercle, donner une mesure non entière à [AB], supprimer le signe d'orthogonalité...)

Remarque générale :
Le fait que tous les élèves aient la même figure entrave la possibilité de validation des messages par les élèves eux-mêmes car ceux-ci reproduiront vraisemblablement la figure en utilisant leur perception visuelle et non le programme qu'ils auront rédigé.

5) L'évaluation va concerner les deux objectifs principaux, la reproduction et la rédaction du programme.

Pour la rédaction du programme :
- un vocabulaire géométrique est utilisé
- le vocabulaire géométrique utilisé est correct
- la détermination du point C est correcte
- les points sont nommés, y compris le centre O,
- le programme de construction donne une figure (même si ce n'est pas la figure souhaitée),
- le programme de construction donne bien la figure,
- le programme de construction est correct (pas d'étapes inutiles, elles s'enchaînent dans le bon ordre)

Pour la reproduction
- les mesures de longueur sont correctes (rayon du cercle, position du point C)
- les droites (DE) et (AB) sont bien perpendiculaires
- exactitude du tracé (superposition avec un modèle sur calque)
- soin des tracés

BORDEAUX, CAEN, CLERMONT, NANTES, ORLÉANS-TOURS, POITIERS, RENNES

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

I- 1 heure = 60 minutes

donc : $\frac{60\times132}{165}$ = 48. Il effectuera le trajet Cherbourg-Caen en 48 minutes.

II-

1-

Pour 500 km, avec le tarif a : $500 \times 0{,}12 \times 0{,}75 = 45$ €

avec le tarif B : $(500 \times 0{,}12 \times 0{,}5) + 30 = 60$ €

	Tarif A	**Tarif B**
Dépense annuelle pour 500 Km	45 €	60 €
Dépense annuelle pour 1500 Km	135 €	120 €

2-

Dépense annuelle avec le tarif A *: t1* = $0{,}75 \times 0{,}12 \times x = 0{,}09\ x$

Dépense annuelle avec le tarif B *: t2* = $(0{,}5 \times 0{,}12 \times x) + 30 = 0{,}06\ x + 30$

3-

a) Résolution de l'équation :

$0{,}06\ x + 30 < 0{,}09\ x$

$\Leftrightarrow$ $0{,}09\ x - 0{,}06\ x > 30$

$\Leftrightarrow$ $0{,}03\ x > 30$

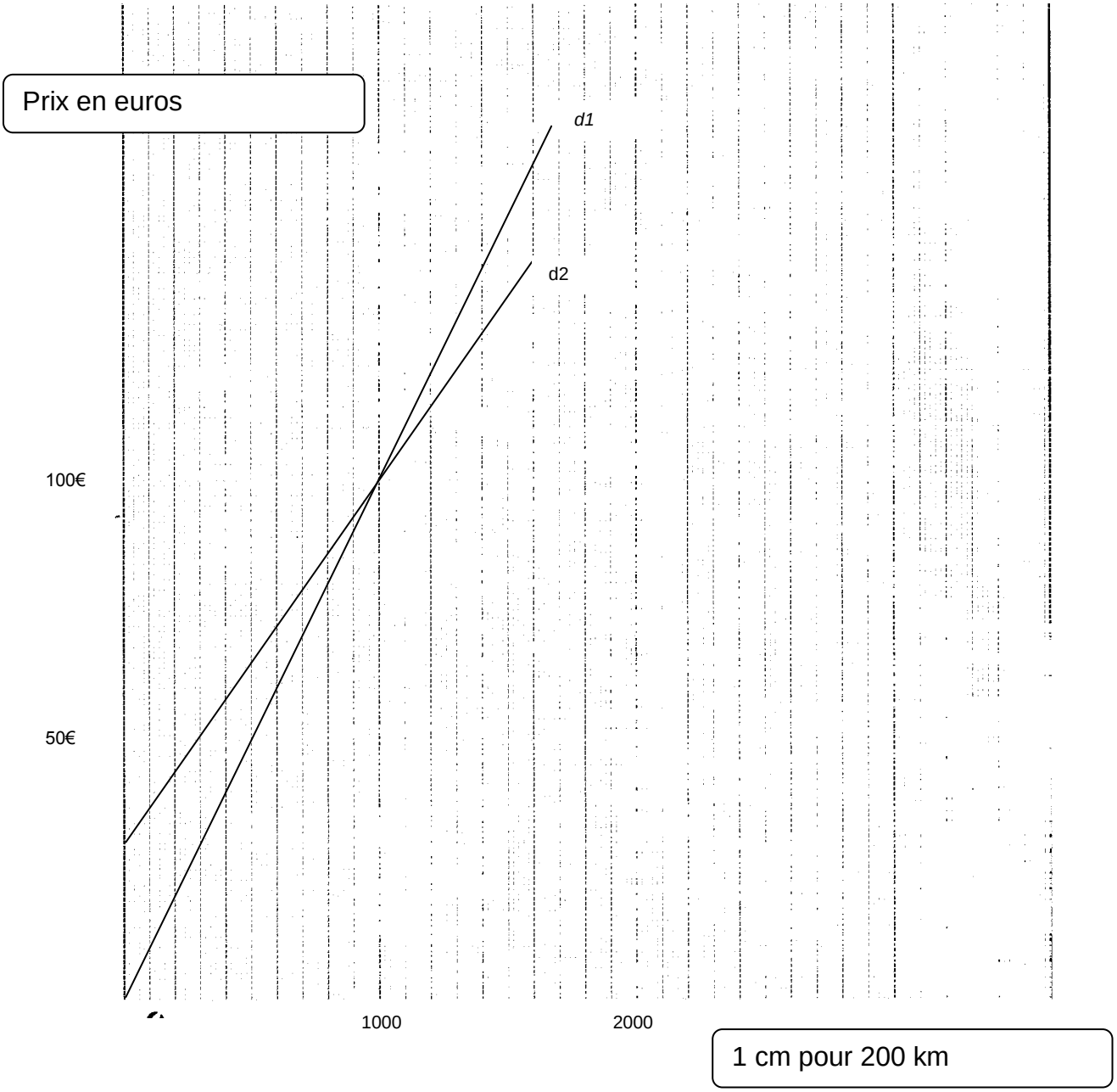
$\Leftrightarrow$ $x > \frac{30}{0{,}03}$

$\Leftrightarrow$ $x > 1000$

Les solutions de cette inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à 1000.

a) D'après a), le tarif B est inférieur au tarif A lorsque le nombre de kilomètres est supérieur à 1000, donc il est préférable d'acheter la carte « 15-25 » si l'on effectue plus de 1000 km par an.

4- a) (voir graphique)



b) Graphiquement, on lit l'abscisse du point d'intersection des droites d1 et d2. Cela correspond au nombre de km (On lit 1000), à partir duquel, le tarif B est plus avantageux que le tarif A.

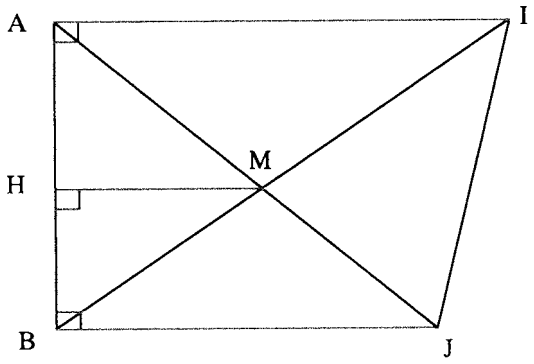
EXERCICE 2

1- Pour répondre à ces deux sous questions, on peut, à chaque fois, utiliser le théorème de Thalès dans des triangles :

Pour $\frac{HM}{AI}$: dans le triangle ABI, les segments [HM] et [AI] sont parallèles (car les 2 segments [HM] et [AI] sont perpendiculaires à la même droite (AB)).

Il vient donc : $\frac{HM}{AI} = \frac{BM}{BI} = \frac{BH}{BA}$

Pour $\frac{HM}{BJ}$: dans le triangle ABJ, les segments [HM] et [BJ] sont parallèles (perpendiculaires à (AB)). Il vient donc :



$\frac{HM}{BJ} = \frac{AM}{AJ} = \frac{AH}{AB}$

2- Calcul de $\frac{HM}{AI} + \frac{HM}{BJ}$:

D'après 1- on a $\frac{HM}{AI} + \frac{HM}{BJ} = \frac{BH}{BA} + \frac{AH}{AB} = \frac{AH+HB}{AB} = 1$ (car H est sur le segment [AB] et donc AH + HB =AB).

3-

D'après 2-, on a donc $\frac{HM}{AI} + \frac{HM}{BJ} = 1$

On sait que AI = 6 et BJ = 5 donc $\frac{HM}{AI} + \frac{HM}{BJ} = \frac{HM}{6} + \frac{HM}{5}$

soit

$\frac{HM}{6} + \frac{HM}{5} = \frac{5HM}{30} + \frac{6HM}{30}$ et $\frac{11HM}{30} = 1$ donc **HM =** $\frac{30}{11}$ **(en cm)**

4-

Calcul de la longueur AH : d'après 1- on sait que $\frac{HM}{BJ} = \frac{AH}{AB}$

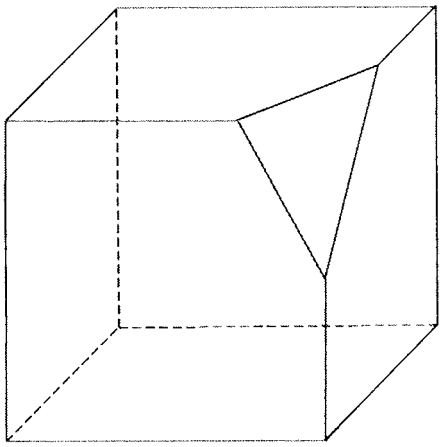
or $\frac{HM}{BJ} = \frac{AH}{AB} \Leftrightarrow HM \cdot AB = BJ \cdot AH.$

Donc $\frac{30}{11} \times 4 = 5 \times AH$

$AH = \frac{30 \times 4}{5 \times 11} = \frac{6 \times 4}{11} = \frac{24}{11}$

donc **AH =** $\frac{24}{11}$ **(en cm)**

EXERCICE 3



1- à chacun des 8 sommets du cube correspond alors 3 nouveaux sommets. On a alors un solide qui a 3×8, soit 24 sommets.

Les 8 faces triangulaires ont chacune trois arêtes qui s'ajoutent aux 12 arêtes existantes du cube : on obtient donc : $(3 \times 8) + 12$, soit 36 arêtes.

Sachant que le solide a 14 faces (6 issues du cube et 8 issues des coins), on a bien 24 - 36 + 14 = 2, soit : (S - C + F = 2).

Chaque morceau découpé est un tétraèdre de hauteur $\frac{a}{2}$, de base un triangle rectangle isocèle dont les côtés de l'angle droit mesurent $\frac{a}{2}$.L'aire de la base est donc : $\frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{1}{8} \times a^2$

Le volume est alors $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} \times a^2 \times \frac{a}{2}$ ($V = \frac{1}{3}$ x B x H étant la formule du volume du tétraèdre))

Le volume total des 8 morceaux découpés est donc $8\ V = \frac{1}{6} \times a^3$

Le volume restant du solide est donc : $a^3 - \frac{1}{6} \times a^3 = \frac{5}{6} \times a^3$ (a^3 étant le volume initial du cube)

Le volume total des huit morceaux découpés n'est donc pas égal au volume restant.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

1- Quelles compétences peuvent-elles être évaluées ?

- Connaître le vocabulaire géométrique : carré, cercle, centre ainsi que du vocabulaire associé aux activités de constructions géométriques : « …passant par … ».
- être capable de construire un carré dont on donne la longueur des côtés et un cercle dont on connaît son centre et un point de sa circonférence.
- être capable d' utiliser les instruments de la géométrie (règle graduée, équerre, compas) dans le cadre de l'activité.
- être capable de nommer des points. (compétence qui n'est pas du domaine de l'école élémentaire)

2- Analyse de travaux d'élèves :

Lucie,Thomas et Nils maîtrisent apparemment toutes les compétences requises. Leur tracé est exact. Nils et Lucie ajoutent, de plus, un code pour signifier les quatre angles droits.
Remarque : Thomas et Nils ne peuvent respecter la convention de notation des polygones, à savoir celle qui consiste à nommer les sommets en « tournant autour » de la figure. En effet, cette convention n'est pas au programme de l'école élémentaire.

Maxime : lit l'énoncé comme s'il s'agissait de deux énoncés séparés. Il répond juste pour chacun des énoncés pris séparément.
Il aurait pu être alerté par la présence des lettres A et B de la deuxième consigne, mais la convention qui consiste à comprendre que dans un énoncé (avec retour à la ligne), les lettres désignent un objet et un seul sur une figure, n'est pas objet d'étude à l'école élémentaire.

Joan trace un carré sans contrôler les propriétés du carré (mesure et orthogonalité). L'origine de cette absence de contrôle peut être :

- la maladresse de l'emploi des instruments,
- le contrôle maladroit de la mesure et seulement visuel de l'orthogonalité,
- le simple contrôle visuel de la mesure et de l'orthogonalité.

Pour le cercle, la consigne n'est pas respectée. Les causes peuvent être :

- la lecture erronée de la consigne (perçue comme : tracer un cercle passant par A et B).
- la méconnaissance du « centre », du « passant par ».

SECOND VOLET (8 POINTS)

Pour information, vous trouverez en fin de ce corrigé l'activité telle qu'elle est proposée dans l'ouvrage « Cap-Maths » éd.Hatier livre du maître CP.

1- On s'intéresse au document 1

a)Objectifs visés :

Il s'agit de proposer une séance fondée sur le jeu pour construire une activité mathématique.
Parmi les objectifs généraux, citons :

- Se servir de la structure du jeu pour faire conclure : savoir si on a gagné ou perdu.
- savoir exposer ses résultats, sa démarche.

Nous détaillons les objectifs spécifiques visés à travers ce jeu :
- Utiliser et stabiliser la connaissance des nombres de 1 à 10, pour anticiper le dernier coup et remporter la partie (joueur), pour faire état des coups (observateur).

Joueur	Observateur
- Produire des procédures pour évaluer le contenu de la boîte après chaque ajout et le complément à 10 en fin de partie.	- Représenter une situation et son évolution par un dessin et en tirer de l'information au moment du bilan. - Ecrire les nombres de 1 à 3, lire une écriture d'une suite de ces nombres et en tirer de l'information.

b) Comparer les deux activités :

Remarque : pour gagner à coup sûr, il faudrait que l'élève tienne la comptabilité du nombre de jetons qui sont dans la boîte et qu'il prenne conscience qu'il y a un passage gagnant : avoir 6 jetons. En effet 6+1, 6+2, 6+3 conduisent à 7, 8 ou 9 donc le joueur peut compléter[1]. On sait que ce jeu est gagné d'avance par le joueur qui commence par 2. Mais, bien sûr, les élèves de CP ne découvriront pas cela.

[1] Ce jeu pourra être utilement étudié en se référant à l'ouvrage « Théorie des situations » de G.Brousseau éd. La pensée sauvage. Le jeu s'appelle, dans cet ouvrage « la course à vingt ».

Activité des élèves : les tâches, suivant que l'on soit joueur ou observateur, sont de nature différente, l'enjeu également : pour les joueurs il s'agit de gagner, pour les observateurs de suivre et de garder une trace du déroulement.

Joueur	Observateur
Contrôler à chaque ajout le contenu de la boîte : • Trouver le résultat d'un ajout • Le mémoriser ou en conserver une trace (doigts) Evaluer la distance qui sépare ce dernier nombre de dix, la combler si c'est possible et annoncer 10. (les stratégies gagnantes ne sont évidemment pas évoquées)	Les élèves qui prennent des notes : certains peuvent se projeter dans le jeu, mais ils n'y sont pas contraints par la situation.. L'écrit est une réponse à une demande du professeur Pendant le jeu : conserver la trace des coups joués (à l'aide de dessins ou d'écritures chiffrés). .
Pendant la mise en commun : comparer les différentes traces écrites, les critiquer	

c) Stratégies mises en œuvre :

Joueur	Observateur
Les élèves qui jouent doivent contrôler, à chaque ajout, le contenu de la boîte : *soit en représentant le contenu de la boîte sur leurs doigts (en comptant ou non), soit en surcomptant grâce à la suite des mots nombres, soit en utilisant un répertoire additif.* ❖ Le joueur évalue la distance entre le contenu effectif de la boîte et 10. (Les stratégies gagnantes ne sont bien sûr pas évoquées).	Les élèves qui ont pris des notes ne sont pas contraints de s'intéresser au contenu de la boîte. Toutefois, ils peuvent manifester de l'intérêt à tenir à jour son contenu en utilisant leurs productions écrites : dans ce cas, selon la nature des écrits, on trouvera : - les dessins des jetons et leur dénombrement. - Les écritures de nombres traduisant les coups joués et l'aide des doigts, le surcomptage mental, des calculs additifs, permettant de connaître le nombre de jetons dans la boîte.

d) Objectifs des « mises en commun » :

- présenter un écrit et l'expliquer aux autres,

- comparer les écrits figurant sur les feuilles à l'évolution du contenu de la boîte au cours de la partie,
- comparer plusieurs notations selon leur lisibilité et ce qu'elles mémorisent de la partie (alternance des joueurs, nombre de jetons, nombre de jetons cumulés après chaque coup).
- privilégier les procédures qui permettent de bien connaître, après chaque coup joué, le nombre de jetons présents dans la boîte.

Comment ces objectifs peuvent-ils évoluer ?

Ils peuvent évoluer vers l'obligation, pour tous les élèves, d'utiliser les nombres pour mémoriser chaque coup, de connaître le contenu de la boîte, d'anticiper sur la distance à 10.
Au fur et à mesure que les élèves ont été joueurs et observateurs, on peut faire l'hypothèse que l'investissement dans l'activité d'écriture va évoluer parce que le professeur va l'exiger, et que la détermination du nombre de jetons présents dans la boîte, va s'améliorer.
Dans ce cadre, la distinction pourra se faire entre ceux qui utilisent le dessin des jetons et ceux qui utilisent des écrits numériques et convenir d'un moyen de codage plus standard. (Feuille de tenue de jeu et connaissance du contenu de la boîte à chaque coup).

2- Ecrits des élèves :
Les coups joués étant 3-2-1-1-3, la partie est gagnée par le joueur 1.

Barthélémy	Note les coups joués et semble très organisé (il semble qu'il utilise deux couleurs, mais le document ne permet pas d'être sûr). Remarque : le « 4 » signifie très vraisemblablement qu'il s'agit de la quatrième partie comme c'est indiqué dans l'annexe 2 document 2 (*toutefois, les candidats ont du être désarçonnés par ce nombre présent sur le document, dont l'interprétation est difficile).*
Claire	Les joueurs sont séparés, les coups sont représentés pour le joueur 1 plutôt vers la droite 3-1-3, pour le joueur 2 vers la gauche 2-1 ; ils sont représentés deux fois, une première fois par des points, une deuxième fois par des chiffres. Le total de tous les jetons est écrit en chiffres : on peut émettre l'hypothèse soit d'une écriture correspondante à l'annonce faite par le joueur 1, soit d'un recomptage des points. L'évolution du contenu de la boîte n'est pas présente sous forme de résultats intermédiaires. Le rond partagé en quatre parties est non interprétable.
Jean	Note les coups. Les coups joués sont écrits de gauche à droite dans le sens de lecture, les joueurs ne sont pas différenciés Il oublie un « 1 » et écrit le « 10 » : le seul examen de sa production écrite ne permet pas de conclure si ce 10 a été écrit avant, comme but à atteindre, ou après la partie. L'évolution du contenu de la boite n'est pas notée
Margot	C'est la représentation la plus claire, les coups des deux joueurs sont sur deux colonnes, ils sont entourés. Margot utilise à la fois une représentation avec des points et une représentation avec des chiffres, mais à la différence de Claire l'information n'est pas doublée. Le nombre total de jetons déposés par chacun des joueurs est écrit en chiffres. Les résultats intermédiaires ne sont pas présents. Le chiffre 2 est calligraphié à l'envers

Note : On constate bien, au travers de ces écrits que, faute d'une consigne de travail précise donnée par le professeur, il est difficile de juger de la pertinence de ces productions, puisqu'il n'y a pas de mise à l'épreuve.

3a) difficultés notées par le maître :

Si l'on se réfère aux travaux d'élèves proposés, du côté des observateurs, les protagonistes ont écrit, pour chaque coup, le nombre de jetons ajoutés dans la boîte et à la fin de la partie le joueur gagnant a anticipé l'ajout nécessaire.
Les observateurs s'attachent essentiellement à rendre compte des coups joués et ne participent pas réellement au jeu, ils sont comme une mémoire sans interprétation, il n'y a aucune raison a priori pour qu'un enfant qui ne joue pas, doive anticiper. Il suit simplement le déroulement, n'est pas acteur donc le problème ne lui échoit pas.
Il est difficile pour un enfant du début du CP de percevoir la partie dans sa globalité et de maîtriser toutes les étapes, un enfant peut jouer efficacement sans être capable d'expliquer ce qu'il fait ou de le traduire à l'écrit.
Au fil des parties si le maître ne modifie rien, il n'y aucune raison pour que les observateurs changent la nature de leurs écrits.

3b) Prolongements :

L'écrit doit changer de statut. Une modification de l'activité peut permettre de faire en sorte que les écrits soient pleinement intégrés à l'activité mathématique. Par exemple, le professeur fait arrêter le jeu à un moment donné, sans doute proche de la fin du jeu, afin de lancer un débat sur ce qu'il faudra faire pour gagner. Cela permettrait de s'appuyer sur les écrits de la partie.

A partir de la mise en œuvre d'origine(voir ci-dessous), le maître peut modifier la structure pédagogique
- Soit faire deux camps avec le groupe classe, chaque camp pouvant donner des conseils à son champion.
- Soit faire pratiquer le jeu en groupe de 4 à 6 élèves et faire deux équipes dans chaque groupe qui jouent l'une contre l'autre, les élèves sont joueurs et notent l'évolution du jeu sur une feuille, ils doivent se concerter pour savoir quoi jouer, une équipe appelle le maître, pour l'ouverture de la boîte, lorsqu'elle pense avoir gagner.

Centrer les mises en commun sur les méthodes utilisées pour déterminer le contenu de la boite après chaque coup joué.

« Cap-Maths » éditions Hatier, livre du maître du CP page 60.

35 min. collectif

matériel collectif :
• une vingtaine de jetons
• une boîte avec un couvercle percé permettant de mettre les jetons, mais pas de dénombrer le contenu de la boîte

matériel par élève :
• une feuille de brouillon

Activité 2 Dix jetons dans la boîte (1)

❶ Présentation du jeu

L'enseignant désigne deux joueurs.
A tour de rôle chaque joueur peut mettre dans la boîte un, deux ou trois jetons. Avant de les mettre, il les montre et annonce à tous combien il en met. Celui qui arrivera à avoir exactement dix jetons dans la boîte aura gagné, à condition qu'il le dise au moment où cela se produit.
Une première fois, un joueur joue contre l'enseignant et les contraintes du jeu sont précisées au fur et à mesure.

❷ Déroulement du jeu

Deux joueurs sont désignés. La classe est divisée en deux camps, les élèves de chaque camp étant chargés de suivre l'évolution du jeu pour leur joueur (mais sans intervenir). Ils ont un papier sur lequel ils peuvent noter ce qu'ils veulent.

❸ Première mise en commun

Elle porte essentiellement sur ce qui peut être noté pour suivre l'évolution du jeu et la manière de le noter.
On peut, à chaque fois, noter le nombre de jetons ajoutés et le nombre total de jetons contenus dans la boîte. Les élèves trouveront éventuellement un moyen pour distinguer ce qui est mis par chaque joueur (utilisation d'une couleur différente pour chacun des joueurs par exemple).

Ce jeu présente trois aspects intéressants :

– les nombres sont utiles pour suivre l'évolution du jeu (noter ce qui a été mis dans la boîte) ;

– ils sont également utiles pour savoir après chaque coup le contenu de la boîte (différentes procédures sont possibles pour déterminer le résultat d'un ou plusieurs ajouts) ;

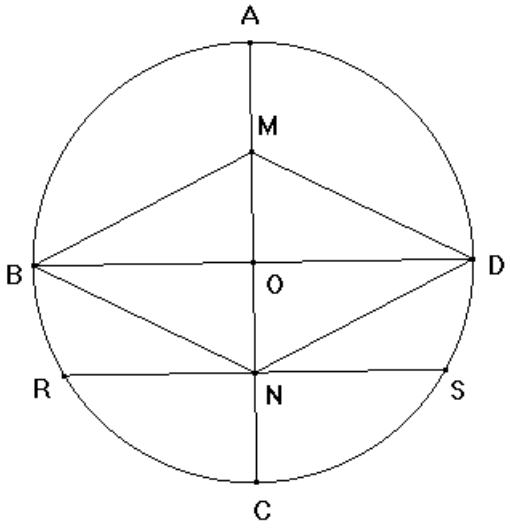
– ils permettent, lorsqu'on s'approche de dix, de déterminer le nombre de jetons qu'il faut mettre (détermination du complément à dix).

La stratégie générale gagnante ne peut pas être travaillée à ce niveau de classe.

CRETEIL, PARIS, VERSAILLES

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.



1) Longueur DM en fonction de R.

[AC] et [BD] sont deux diamètres perpendiculaires: MOD est donc un triangle rectangle.

Par construction OD = R et MO = $\frac{1}{2}$R. Le théorème de Pythagore donne:

$MD^2 = MO^2+OM^2 = R^2 + (\frac{1}{2}R)^2 = (1 + \frac{1}{4})\,R^2 = \frac{5}{4}\,R^2$ donc **MD =** $\frac{\sqrt{5}}{2}$**R**

2) Nature du quadrilatère BMDN

OB + OD = R et OM = ON = $\frac{1}{2}$R donc ses diagonales [MN] et [BD] se coupent en leur milieu. C'est un parallèlograme

(MN) et (BD) sont perpendiculaires. **BMDN est donc un losange** comme parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.

3) Longueur de NS

* On sait que ONS est un triangle retangle. Le théorème de Pythagore donne:

$OS^2 = ON^2+NS^2$ soit $NS^2 = OS^2 - ON^2 = R^2 - (\frac{1}{2}R)^2 = (1 - \frac{1}{4})\,R^2 = \frac{3}{4}\,R^2$

Il vient **NS =** $\frac{\sqrt{3}}{2}$**R**

Nature du triangle OSC

* OS = OC = R donc le triangle OSC est isocèle.

N étant le milieu de [OC] et (NS) étant perpendiculaire à (OC), on en déduit que (NS) est la médiatrice de [OC].
Donc S est équidistant de C et de N soit OS = OC
Donc OS = SC = OC : **le triangle OSC est équilatéral.**

4) L'aire de la partie grisée (P) est égale à celle du disque moins celle du losange.
aire (C) = πR^2

aire (BMDN) = $\frac{1}{2}$ BD x MN = $\frac{1}{2}$ (2R) x R = R^2

Aire (P) = (π - 1) R^2

Application numérique : **Aire (P) = 16 (π - 1) cm^2**

Attention sans disposer d'approximations poussées de π, on ne peut donner la réponse
Prendre pour π la valeur 3,14 ne donne pas la précision demandée
Si 3,14 < π < 3,15, alors 34,24 < 16 (π - 1) < 34,4 :
la deuxième décimale peut être 2 ou 3.

Il est nécessaire de choisir une valeur approchée au dix millième au moins (3,1415) de π pour obtenir la précision demandée.
Si 3,1415 < π < 3,1416, alors 34,264 < 16 (π - 1) < 34,266
Ce qui permet de donner **la valeur approchée au centième par défaut** : **34,26 cm^2**
Par contre il est encore impossible d'affirmer si le nombre cherché est plus près de 34,26 ou 34,27.

Pour la valeur arrondie, il est nécessaire d'aller plus loin dans la précision de π
Si 3,14159 < π < 3,14160, alors 34,26544 < 16 (π - 1) < 34,2656
Là on peut annoncer **une valeur arrondie au centième de 34,27 cm^2**

Avec une calculatrice donnant π
Les calculatrices donnant π permettent par arrondi du résultat affiché d'obtenir rapidement cette valeur.

5) Pour effectuer le dessin demandé, il suffit de suivre pas à pas le programme de construction ci dessous.
B_1D_1 est tracé.
Tracer la médiatrice de $[B_1D_1]$. elle coupe $[B_1D_1]$ en son milieu O
Tracer le cercle de centre O passant par B_1 : il coupe la médiatrice en A et C.
Tracer la médiatrice de [AO] : elle coupe [AO] en M
Tracer la médiatrice de [OC] : elle coupe [OC] en N et le cercle en R et S (R est sur l'arc BC)
Tracer la figure BMDN.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Nous allons traiter simultanément les deux questions :
Les abscisses données étaient 0 ; 0,4 ; 1 et 2.
Les réponses exactes pour les abscisses demandées étaient 0,8 et 1,6.

Elève	Erreur et origine
1	8 et 16 : l'élève n'a pas pris en compte les abscisses données ; il a probablement considéré une graduation en unités entières et il a compté les graduations depuis l'origine.
2	4 et 8 : l'élève n'a pas pris en compte les abscisses données : il a probablement considéré que la graduation était en centimètres.
3	0,16 : hypothèse 1 :l'élève a compté les graduations depuis l'origine et mal extrapolé le codage proposé hypothèse 2 : l'élève a calculé 0,8 + 0,8 = 0,16 Dans les deux cas il s'agit d'un dysfonctionnement probable dans la construction des décimaux : la partie décimale est traitée comme un entier
4	Pas d'erreur
5	0,6 : l'élève a probablement considéré une nouvelle origine au point d'abscisse 1 Est-il peu habitué aux décimaux supérieurs à 1 dans ce contexte ? A-t-il identifié un grand trait comme une origine ?

En résumé : On peut dire que pour les élèves 1, 2 et 3 les entiers font obstacle aux décimaux. L'erreur de l'élève 5 est complètement différente.

SECOND VOLET (8 POINTS)

1) **Objectifs visés par les activités**

Qu'est-ce qui est demandé à l'élève dans le document B ?
Il doit résoudre trois problèmes

Le 1 et le 3 sont des problèmes de partage ; à aucun moment il n'est indiqué que le partage est équitable, ni que le reste du partage doit être minimum ; le contexte des problèmes n'incite pas naturellement à de tels partages (par exemple il est rare de distribuer toutes les cartes d'un jeu, il reste un talon, une pêche…) : Il y a donc de multiples réponses possibles.
L'objectif pourrait donc être d'obtenir diverses solutions et diverses écritures d'un même nombre :
pour le 1 : 20 = 10 + 5 + 5 ou 20 =6 + 6 + 6 + 2 ou 20 = 6 + 7 + 7 etc.….
pour le 3 : 32 = 5 +5+ 5 + 17 ou 32 = 8 +8 +8 + 18 ou 32 = 10 + 10 + 10 + 2
et de dégager celle qui correspond à un partage équitable et de reste minimum.
L'écriture de ces décompositions pourrait être l'occasion d'introduire une notation comme : 20 = (6 x 3) +2 si on était en fin de CE2.

Le 2 est un problème multiplicatif classique.

Qu'est-ce qui est demandé à l'élève dans le document C ?
La première consigne concerne un problème d'échange : sans qu'il soit incité à faire lui-même le problème, l'élève doit interpréter et dire si un dessin proposé est « juste », alors que le dessin ne donne pas la réponse, il ne donne que la façon dont l'enfant avance vers la solution.
Les quatre problèmes de bas de page sont : 1 et 4 des problèmes additifs, ; 3 et 8 des problèmes multiplicatifs ; 2 est un problème d'échange comme celui de départ.

Comment répondre à la question 1 ? :
Remarquons tout d'abord qu'il s'agit de fiches d'évaluation et ceci très nettement pour le document B et la partie basse du document C
Mais répondre en ces termes ne permet pas de répondre ensuite à la question 3 qui demande de comparer les approches. Vu la question 3, il semble qu'il s'agisse d'utiliser ces fiches pour faire une leçon et que la réponse attendue soit un objectif d'apprentissage traité avec deux approches différentes.

On pourrait dans ce cas donner l'objectif commun suivant :
Apprendre à résoudre des problèmes numériques, avec deux orientations un peu différentes pour chacun des documents :
* l'orientation de B pourrait être un apprentissage de la résolution de problèmes en réinvestissant des compétences acquises sur addition et multiplication avec une discussion organisée sur les solutions possibles pour le 1 et le 3 ;
* l'orientation de C pourrait être un apprentissage de la résolution de problèmes avec recherche de problèmes classiques pour le 1, 3, 4 et 5 et incitation à faire un dessin quand il s'agit d'un problème d'échanges comme le 2.

Répondre ainsi aux questions 1 et 3 n'est pas encore très satisfaisant car il n'existe pas d'approches générales de la résolution de problèmes, et c'est pour cela qu'on ne peut que parler d'orientation de la séquence.

Surtout cela ne permettra pas de répondre à la question 4 dans laquelle il est demandé de mettre en place une séquence pédagogique unique, et sans aucun doute cohérente, en utilisant à la fois les deux documents. Il est donc préférable de trouver un objectif notionnel vraiment commun aux deux documents. Ce n'est pas clair, mais cela pourrait être la division abordée en cycle 3. Or la taille des nombres signifie qu'il s'agit plutôt d'un travail en cycle 2 assez loin de la division. C'est ce qui rend si difficile la réponse à cette question 1. Néanmoins pour des raisons de cohérence du sujet, nous avons opté pour la réponse suivante.

Réponse à la question 1 :
L'objectif des deux documents est d'initier les élèves à des problèmes de découpage d'une collection en paquets égaux (partage équitable, échanges) en vue de préparer à plus ou moins long terme l'enseignement de la division. Il s'agit d'approcher ces problèmes de découpage en paquets équipotents en les distinguant de ceux qui relèvent uniquement de la multiplication ou uniquement de la soustraction ; multiplication et soustraction sont en effet des opérations déjà connues et que les élèves vont utiliser pour résoudre ces nouveaux problèmes bien avant de connaître la division.

2) Cycles et niveaux de classe
Ce sont des fiches extraites de manuels de cycle 2 (CE1), ce qui aurait pu figurer sur les références données.
Ces activités peuvent être proposées :
- en milieu ou fin de CE1 (fin de cycle 2) car les nombres qui interviennent sont petits
- en début de CE2 (début de cycle 3) dans le but de préparer en fin d'année de CE2 des problèmes de même type (partage équitable ou échanges et changements d'unité) mais avec des nombres plus grands pour introduire vraiment la division.

3) Comparaisons des approches
Il s'agit dans les deux documents d'apprendre à résoudre un problème de découpage d'une collection en paquets équipotents.

Dans les deux documents, l'élève travaille d'abord sur un dessin mais
- dans le premier document l'élève doit trouver le nombre d'éléments d'un paquet par une procédure de marquage des objets pour les attribuer (coder le personnage à coté de chaque timbre ou entourer des paquets avec trois couleurs différentes).
- dans le second document le nombre d'éléments d'un paquet est donné (4 billes) et l'élève doit juger de dessins qui lui sont proposés pour résoudre le problème.

Dans les deux documents l'élève travaille ensuite sur des problèmes.
Le document B propose seulement deux problèmes : un problème de multiplication (nombres à un chiffre) et un problème de recherche de la valeur d'une part.
Le document C propose plus de problèmes : deux problèmes de soustraction, deux problèmes de multiplication dont une avec retenue et un facteur qui dépasse 100, un problème de recherche du nombre de paquets avec des nombres assez proches des nombres du problème déjà résolu par un dessin.

En résumé, **si on se place dans l'optique de la division**, le document B aborde le sens de la division par des problèmes de partage (supposé équitable) dans lesquels on cherche la valeur d'une part. Ceci amène des procédures d'estimation de la part (par exemple 10 pour le problème 3) et de multiplication.
Le document C aborde la division par la constitution de paquets équipotents dont il faut trouver le nombre. Ceci favorise les additions ou soustractions répétées.
Dans les deux cas le dessin de la collection peut fournir une stratégie de base.

4-Proposition d'une séquence ou d'une suite de séquences pour le CE1 à partir des deux documents

PHASE 1 : DOCUMENT B N°1 :
Les élèves sont par groupe de 3 et ont une collection de 20 objets (timbres, cartes, cubes, ... ou autres) à se partager réellement. L'objectif est de :
- comprendre ce que signifie le mot partage, (différencier un partage quelconque d'un partage équitable), utiliser le vocabulaire : la part de chacun est... il reste.. ;
- échanger en commun sur la façon de faire les parts : distribution des objets un à un ou estimation de la part de chacun et complément ou égalisation ensuite ;
- envisager différentes écritures de 20 et voir celle qui correspond à la constitution de parts égales avec reste minimum.

PHASE 2 : DOCUMENT B N°2
En changeant le texte : reprendre les deux premières phrases mais compléter avec un reste. Par exemple : *il reste 1 gâteau dans le paquet.*
Mise en commun des procédures de résolution (dessin, opérations).
Le dessin est un peu long et il est préférable de le garder pour vérifier.

PHASE 3 : DOCUMENT C PROBLÈME DES BILLES
Le problème est posé directement aux élèves sans la donnée des dessins.
Mise en commun des procédures de résolution (addition ou soustraction répétée de 4, multiples de 4, dessin si on ne sait pas démarrer ou pour vérifier)

PHASE 4 : DOCUMENTS C et B :
a- Résolution des problèmes 1 et 5 du document C dont la solution conduit aux opérations 56 – 8 et 8 x 3

b- Résolution du problème 3 du document B partage d'une collection en trois parties en prenant 32 cubes et 26 cubes (cubes de numération).
Les élèves travaillent par binômes associés.
- Un binôme cherche la solution avec papier crayon, pendant que l'autre cherche la solution en faisant la manipulation effective avec le matériel.
- Quand chacun a trouvé, ils confrontent leurs résultats et recommencent ensemble calcul et manipulation s'ils sont en désaccord.
- Le binôme qui manipule doit aller chercher les cubes nécessaires dans des bacs où il trouve en surnombre des barrettes de 10 et des cubes isolés en vrac. Il doit prendre seulement le nombre de cubes nécessaires. Certains vont décomposer le nombre du problème en dizaines et unités et prendre 3 barrettes et deux cubes ou 2 barrettes et 6 cubes tandis que d'autres prendront les cubes un à un. Ceci changera sensiblement la manipulation pour le partage en trois

Il est probable que certains élèves qui calculent sans matériel estimeront immédiatement la valeur d'une part à 10 dans le premier problème. Il faut ensuite être sûr que 10 est bien la solution et donner le reste.
Pour le partage des 26 cubes, le résultat 8 x 3 = 24 qu'ils ont vu en début de séquence peut éventuellement les aider

A la fin de la séance tous les élèves doivent avoir calculé sans matériel avec un des nombres et manipulé avec l'autre. Eventuellement l'enseignant peut recommencer ce genre de séquences en atelier

PHASE 5
Résolutions de problèmes 2, 3 et 4 sans matériel
En continuité avec les leçons précédentes et les manipulations, les élèves peuvent
- résoudre le problème 2 avec un dessin ou par calcul,
- utiliser le dessin pour vérifier ou la preuve intellectuelle 5 x 4 = 20 et 20 + 4 = 24.

Remarque :
a- Ce que nous proposons ici va prendre certainement plusieurs séquences, environ 3, le professeur adaptera selon le niveau de sa classe

b- Ce travail de transformation de document ne peut être exigé du candidat. Cependant c'est un travail auquel une formation en deux ans devrait rendre apte tout professeur sortant de l'IUFM. En effet il va avoir entre les mains du matériel de toutes sortes qu'il doit pouvoir adapter quelles que soient les contraintes qu'il aura (manuel en usage dans l'école où il arrive, progression commune avec des collègues, projet d'école dans lequel il doit s'intégrer en trouvant l'occasion de faire aussi du calcul. etc.)
Une certaine habileté à construire un court enchaînement de séquences en prenant du recul par rapport aux manuels ne suppose pas nécessairement une grande pratique sur le terrain, mais en revanche, il suppose une intégration totale des connaissances mathématiques et didactiques.

DIJON, NANCY-METZ, REIMS, STRASBOURG

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Soit s la somme à partager. Les quatre quarts représentent respectivement :

$$\left(\frac{s}{2}-1500\right)+\frac{s}{4}+\left(\frac{s}{3}-500\right)+\left(\frac{s}{5}+300\right)=s$$

$$\left(\frac{30s}{60}-1500\right)+\frac{15s}{60}+\left(\frac{20s}{60}-500\right)+\left(\frac{12s}{60}+300\right)=s$$

$$\left(\frac{77s}{60}-1700\right)=\frac{60s}{60}$$

$\frac{77s}{60}$ - $\frac{60s}{60}$ = 1700

$\frac{17s}{60}$ = 1700

17s = 1700x60

s = $\frac{1700x60}{17}$

s = 6000.

La somme à partager est de 6000 euros.

Le premier reçoit $\frac{6000}{2}$ - 1500, c'est à dire 1500 euros ; le second $\frac{6000}{4}$, soit 1500 euros ; le troisième $\frac{6000}{3}$ - 500, soit 1500 euros et la quatrième $\frac{6000}{5}$ + 300, soit 1500 euros.

EXERCICE 2

SI N se décompose en facteurs premiers sous la forme $N = A^aB^bC^c\ldots$, le nombre de diviseurs de N est (a + 1)(b + 1)(c + 1)…

Or N a 15 diviseurs et 15 ne peut être décomposé multiplicativement que de deux façons : 15x1 et 5x3.

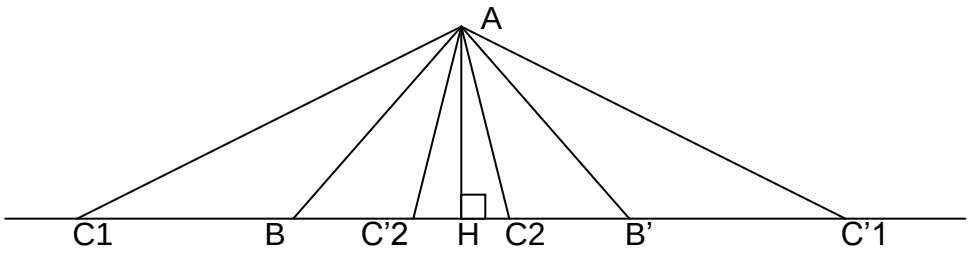
Donc N est de la forme : $N = A^{14}$ ou $N = A^2B^4$ où A et B sont des nombres premiers.
N est divisible par 6, donc il admet au moins deux diviseurs premiers : 2 et 3.
Ainsi, $N = 2^2 3^4$ ou $N = 3^2 2^4$.

Comme N n'est pas divisible par 8, l'exposant de 2 vaut au plus 2.
Donc $N = 2^2 3^4 = 4 \times 81 = 324$.

EXERCICE 3

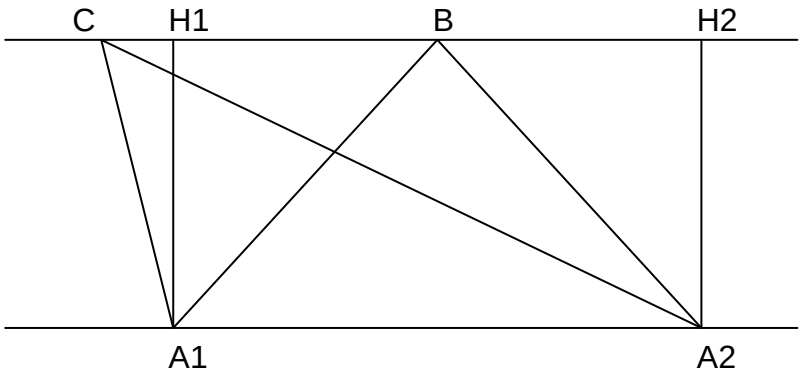
1) les dimensions de l'énoncé ne sont pas respectées.

a) 1ère méthode : on trace la hauteur [AH]. On trace la perpendiculaire à (AH) en H. Au compas, on place le point B (deux possibilités : B et B') puis on place le point C (deux possibilités pour chaque cas, C1 et C2 pour B, C'1 et C'2 pour B').
Quatre triangles peuvent être construits.

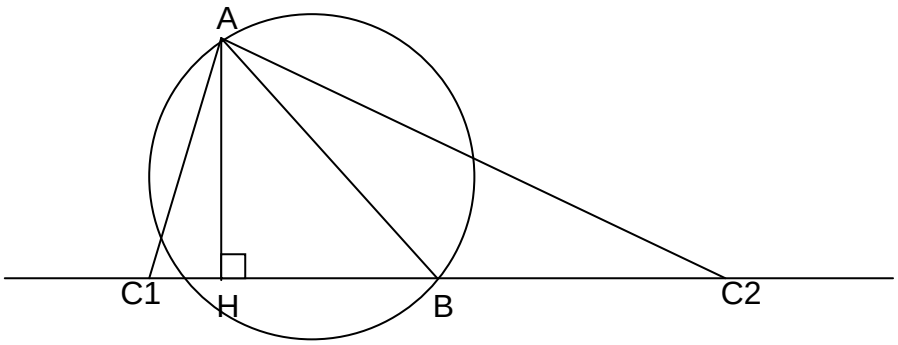


Pour des raisons de symétrie par rapport à la hauteur, ces triangles deux à deux sont superposables. Il ne reste donc que deux triangles non superposables dont ABC1 et ABC2 sont des représentants.

b) 2ème méthode : on trace le segment [BC]. On construit la parallèle à la droite (BC) distante de 4 cm. On construit le point A sur cette droite, à 5,5 cm de B (on n'exige pas les deux constructions possibles).



c) 3ème méthode : on trace le segment [AB]. ABH est un triangle rectangle en H ? donc H appartient au cercle de diamètre [AB]. On construit H sur ce cercle tel que AH = 4 cm, puis on trace la droite (BH). On construit enfin le point C (on n'exige pas les deux constructions possibles).



2) AB = a, BC = b, AH = h.
Il faut que $a \geq h$ car ABH est un triangle rectangle en H, donc l'hypoténuse [AB] est le plus grand côté.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

1) L'objectif de cette activité est : savoir construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe sur un quadrillage.

2) Des procédures que les élèves peuvent utiliser :
- le pliage
- construire le symétrique de chacun des points de la figure initiale et tracer enfin les segments
- construire le symétrique d'un point et à partir de celui-ci reconstruire la figure initiale de proche en proche.

3) Relevé des réussites et des erreurs des élèves

Elève A – production 1	Elève A – production 2
Les points sont bien reportés Ils sont mal reliés entre eux	Un point est bien placé et l'axe oblique est pris en compte La figure n'est pas achevée La procédure de report point par point n'est pas maîtrisée ici

Cet élève semble maîtriser la technique de construction point par point, mais ne semble pas avoir une vision globale du résultat attendu.

Elève B – production 1	Elève B – production 2
Trois points sont bien placés La figure n'est pas conforme (non conservation des aires) Pour placer le quatrième point, il semble utiliser le bord de la feuille et non la distance à l'axe	La figure est superposable Il confond symétrie centrale et symétrie axiale

La représentation de la symétrie axiale n'est pas installée.

Elève C – production 1	Elève C – production 2
La figure est correctement construite	La figure est superposable Il semble avoir construit le symétrique de la figure à partir d'un axe vertical

Cet élève sait construire le symétrique d'une figure dans les cas « classiques » (axe vertical ou horizontal).

Elève D – production 1	Elève D – production 2
La figure ressemble, mais aucun élément n'est juste par rapport à l'exercice demandé Il semble que cet élève utilise une translation	La figure est superposable Il a utilisé une translation et non nue symétrie.

Cet élève confond symétrie et translation.

SECOND VOLET (8 POINTS)

1. a) D'un point de vue des pratiques des professeurs l'introduction de l'écriture multiplicative se fait en cycle 2, généralement au CE1. Les Instructions Officielles demandent d'introduire les écritures multiplicatives au cycle 2.

   - Les deux documents abordent bien l'introduction de l'écriture multiplicative.
   - La nature des problèmes et la taille des nombres utilisés sont adaptées à ce niveau scolaire.

   b) La multiplication est une opération interne dans IN. Elle est commutative, associative, distributive par rapport à l'addition. *On peut aussi bien sûr rappeler ces propriétés dans la langage mathématique.*
   Elle possède un élément neutre (1) et un élément absorbant (0). Ces deux dernières propriétés ne seront pas analysées dans ce qui suit.

   c) Analyse de l'annexe 2 :

La commutativité apparaît immédiatement. Dans le document de l'annexe 2, le produit 4x5 apparaît comme le nombre d'éléments d'une grille rectangulaire de 4 lignes sur 5 colonnes.

L'associativité ne relève pas du niveau CE1. Le lecteur peut l'entrevoir dans l'exercice 2 de la fiche 58 : [(4 × (2 × 3) et (4 × 2) × 3], mais en aucun cas l'élève ne sera confronté à cette propriété de près ou de loin.

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition (schéma): le professeur pourra, à terme, s'appuyer sur le nombre d'éléments d'une grille rectangulaire de a lignes et de b + c colonnes, égal au nombre d'éléments d'une grille rectangulaire de a lignes et de b colonnes ajoutés au nombre d'éléments d'une grille rectangulaire de a lignes et de c colonnes pour l'illustrer.

Analyse de l'annexe 3 :

La multiplication est introduite par partages équitables.

La commutativité apparaît dans le document de l'annexe 3 à l'occasion du calcul 5 multiplié par 6 effectué à l'aide d'une calculatrice et qui donne le même résultat que 6 multiplié par 5.

L'associativité n'apparaît pas par cette approche.

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition : le professeur pourra, à terme, s'appuyer sur la configuration : (5 tours de (6 + 3) cubes chacune, c'est 5 tours de 6 cubes chacune et 5 tours de 3 cubes chacune) pour l'illustrer.

d) Dans l'annexe 2,

Pour l'écriture 4 + 4 °+ 4 + 4 + 4, les élèves utilisent volontiers l'expression « 5 fois 4 », qu'ils écrivent 5 × 4. Cette écriture n'est pas conforme à la tradition qui veut que le multiplicande soit le premier nombre écrit. Pour éviter cet écueil, le manuel propose une lecture « 4 répété 5 fois » qui est naturellement traduite par « 4 × 5 », ce qui lui permet de respecter la tradition.

Dans l'annexe 3, les élèves utilisent l'écriture 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 qu'ils lisent « 5 × 6 ». Le manuel propose d'utiliser la calculatrice pour constater que ce calcul additif peut s'effectuer par les actions « 5 x 6 =» ou « 6 ×5 = ». Il se sert de l'égalité des résultats pour en déduire l'égalité entre les deux écritures et donc entre les deux formulations orales.

Ce sont deux traitements différents de la difficulté. L'expression « fois » n'a donc pas la même importance, mais il est inutile de les hiérarchiser.

2. a) Cet exercice qui fait appel à un support non numérique est le seul à proposer une disposition en quadrillage dont l'élément générateur n'est pas l'unité. Ce qui semble favoriser une seule procédure de calcul par itération du groupement (4). Les deux nombres 6 et 4 n'ont pas le même statut.

b) C'est une tâche individuelle écrite et obligatoirement tutorée par un professeur : il s'agit de compléter une fiche. Sur l'ensemble du document, l'élève doit lire les informations, compléter des « blancs », colorier, prévoir la ou les réponse(s) qu'on attend de lui, comprendre une synthèse, appliquer le « modèle » qu'on lui donne.. Il n'y a pas de véritable recherche de la part de l'élève.

Remarque : L'impossibilité de consulter le « livre du maître » conduit inévitablement à des interprétations de l'usage du fichier que l'auteur du manuel réfuterait peut-être. Il est possible qu'une activité de recherche soit proposée dans le livre du maître.

3. Sur la séance 2 :

a) On ne sait rien de ce qui a précédé cette séance, donc l'analyse de la reprise ne peut être que superficielle.
L'intérêt de proposer à nouveau le problème des tours est que les élèves sont familiarisés avec le contexte, ils vont pouvoir « rentrer » directement dans la problème, se concentrer sur la recherche et sur toutes les solutions ; le matériel des cubes servira à la validation pour la mise en commun et non plus pour la construction des solutions, sauf éventuellement en cas de blocage total d'une équipe.

b) Solution experte : pour résoudre le problème, il faut décomposer 30 en un produit de facteurs premiers : $30 = 2 \times 3 \times 5$ et afficher les tous les produits, de deux facteurs possibles, égaux à 30, en tenant compte de l'ordre de ces facteurs. Ce qui donne :

$$1 \times 30 \ ; \ 30 \times 1 \ ; \ 2 \times 15 \ ; \ 15 \times 2 \ ; \ 3 \times 10 \ ; \ 10 \times 3 \ ; \ 5 \times 6 \ ; \ 6 \times 5.$$

Il y a donc huit solutions : une tour de 30 cubes, trente tours de 1 cube, quinze tours de 2 cubes, deux tours de 15 cubes, trois tours de 10 cubes, dix tours de 3 cubes, cinq tours de 6 cubes et six tours de 5 cubes.

c) Exemples de variables didactiques de la situation (on en demande deux) :
- Le nombre de cubes : ici 30 doit être suffisamment grand, et posséder un nombre de facteurs premiers suffisant pour permettre plusieurs décompositions multiplicatives sous forme de produit de deux facteurs.
- La disponibilité ou non des cubes : non disponibles dans la phase de recherche sauf pour les élèves qui ont des difficultés à se représenter la situation (mais c'est peu probable puisque les élèves connaissent déjà la situation) ; s'ils étaient disponibles dans la phase de recherche, ce ne serait qu'un exercice de manipulation avec essais et ajustements successifs.
- La disponibilité ou non de la calculette : ici présente, pour permettre aux élèves de vérifier plus rapidement que leur somme convient. Ils peuvent alors se concentrer davantage sur le problème de la recherche de toutes les solutions.
Ils peuvent trouver l'intérêt de la touche « fois » lors de la mise en commun.

Sur la séance 3 :

d) Cette fois-ci les informations concernent la constitution de chaque tour et leur nombre. L'enjeu est alors de calculer le nombre de cubes nécessaires.
- Dans un premier temps, les élèves doivent donc effectuer un calcul multiplicatif.
- Dans un second temps, les élèves sont confrontés à un problème additif dans le même contexte.

L'objectif de l'activité est donc de faire la différence entre une situation additive et une situation multiplicative.

e) Exemple de problème : « A la cantine, il y a le choix entre deux entrées et trois plats. Combien de menus différents pourra-t-on proposer ? ».

GRENOBLE - LYON

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Question 1 a :

En examinant les nombres donnés, on peut voir que 6+5 = 9+2 donc
(6+5) – (9+2) = 0

ce qui permet de trouver un nombre divisible par 11, soit par exemple 2596.

Cette remarque peut conduire du fait de la commutativité de l'addition à trois autres nombres : 2695 ou 9526 ou 9625 ;

En écrivant la différence opposée (9+2) – (6+5) = 0 on obtient quatre autres nombres :
5269 ou 5962 ou 6259 ou 6952.

Pour répondre à la question, il suffit de donner un de ces huit nombres.

Question 1 b

Un nombre de 4 chiffres est divisible par 11 si :
(1er chiffre + 3ème chiffre) – (2ème chiffre + 4ème chiffre) = 11k (k entier positif ou négatif)
Le choix d'une paire de deux chiffres parmi les quatre chiffres proposés détermine l'autre paire (les deux chiffres restants) et il suffit alors de savoir si la différence correspondante sera ou non de la forme 11k.

Ainsi avec la paire {2,9} associée à la paire {5,6} nous trouvons huit nombres qui vont être tous divisibles par 11 car la différence des sommes est nulle.

2596 ou 2695 ou 9526 ou 9625
et **5269 ou 5962 ou 6259 ou 6952** en inversant les deux paires.

Il n'y a que deux autres possibilités :

Si les chiffres 2 et 5 sont associés aux chiffres 6 et 9 , la différence des sommes est : 15 – 7 = 8 ou 7 – 15 = - 8
Cela ne fournit pas d'autres nombres divisibles par 11.

Si les chiffres 2 et 6 sont associés aux chiffres 5 et 9, la différence des sommes est : 14 – 8 = 6 ou 8 – 14 = -6
Cela ne fournit pas d'autres nombres divisibles par 11.

Tous les nombres divisibles par 11 sont donc les huit cités.

Remarque 1: Il existe 24 nombres formés avec les 4 chiffres différents donnés car
- il y a 4 choix possibles pour le premier chiffre,
- ce choix étant fait, il y a 3 choix possibles pour le second,
- et il reste 2 choix possibles pour le troisième
- soit 4 x 3 x 2 = 24 nombres

Nous avons envisagé 3 cas qui conduisent chacun à 8 nombres, ce qui fait bien 24 nombres différents.

Remarque 2 : L'examen des cas peut être fait plus rapidement de la façon suivante :
Avec les quatre chiffres donnés, la différence positive maximale
(1er chiffre + 3ème chiffre) – (2ème chiffre + 4ème chiffre) est (9+6) –(2+5) = 8
soit la somme des deux plus grands à laquelle on retranche la somme des deux plus petits.
Pour que le nombre soit divisible par 11 la différence doit être de la forme 11k.
donc la seule valeur possible de k est 0.
Nous avons déjà trouvé à la question 1 les deux paires qui conduisent à ce cas :
{2,9} et {5,6}. Il suffit d'écrire les huit nombres.

Question 2

Solution 1 :
Avec les six chiffres donnés, la différence positive maximale :
(1er chiffre + 3ème chiffre + 5ème chiffre) – (2ème chiffre + 4ème chiffre + 6ème chiffre)
est (4+5+6) –(1+2+3) = 9 , soit la somme des trois plus grands à laquelle on retranche la somme des trois plus petits.

Pour que le nombre soit divisible par 11 la différence doit être de la forme 11k.
donc des valeurs de k supérieures ou égales à 1 ou inférieures ou égales à –1 sont impossibles à trouver.
La seule valeur possible pour k pourrait être 0.
Mais comme la somme est impaire 1+2+3+4+5+6 = 21, la valeur 0 est impossible aussi.

Il n'y a pas de nombre divisible par 11 parmi tous les nombres écrits ainsi.

Solution 2
Une autre solution consiste à examiner tous les cas.
Parmi les six chiffres proposés choisir trois chiffres de rang donné détermine les trois autres chiffres restants. Par exemple si on choisit 1,2,3 de rang impair alors 4,5,6

seront de rang pair. Inversement si 1, 2 et 3 sont de rang pair, 4,5,6 seront de rang impair.
La différence des deux sommes est : (1+2+3) – (4+5+6) = -9
ou son opposé (4+5+6) – (1+2+3) = 9
Dans les deux cas, ce n'est pas de la forme 11k
Toutes les possibilités sont résumées dans ce tableau :

Chiffres de même rang	Chiffres de même rang	Différences
{1,2,3} somme 1+2+3 = 6	{4,5,6} somme 4+5+6 = 15	6-15 = -9 ou 15-6 = 9
{1,2,4} somme 1+2+4= 7	{3,5,6} somme 3+5+6 = 14	7-14 = - 7 ou 14-7 = 7
{1,2,5} somme 1+2+5 = 8	{3,4,6} somme 3+4+6 = 13	8-13 = -5 ou 13-8 = 5
{1,2,6} somme 1+2+ 6= 9	{3,4,5} somme 3+4+5 = 12	9-12 = -3 ou 12-9 = 3
{1,3,4} somme 1+3+4 = 8	{2,5,6} somme 2+5+6= 13	8-13 = -5 ou 13-8 = 5
{1,3,5} somme 1+3+ 5=9	{2,4,6} somme 2+4+6 = 12	9-12 = -3 ou 12-9 = 3
{1,3,6} somme 1+3+ 6= 10	{2,4,5} somme 2+4+5 =11	10-11 = -1 ou 11-10 = 1
{1,4,5} somme 1+4+5 = 10	{2,3,6} somme 2+3+6 = 11	10-11 = -1 ou 11-10 = 1
{1,4,6} somme 1+4+6 = 11	{2,3,5} somme 2+3+5 = 10	11-10 = 1 ou 10 – 11 = -1
{1,5,6} somme 1+5+6 = 12	{2,3,4} somme 2+3+4 = 9	12 – 9 = 3 ou 9 – 12 = -3

Remarque : Nous avons bien examiné tous les cas.
En effet, il y a 120 façons de choisir une suite ordonnée de 3 chiffres parmi 6 chiffres :
6 choix pour le premier, 5 choix pour le second et 4 choix pour le troisième soit 6x5x4 possibilités. L'ordre des trois chiffres n'intervient pas dans la somme. On peut permuter 3 chiffres de 6 façons possibles (3x2x1). Donc il y a 20 ensembles différents de trois chiffres (120 :6 = 20). Comme ces ensembles de trois chiffres sont associés deux par deux, il y a 10 cas à examiner.

Aucune des différences trouvées n'est un multiple de 11.
Il n'y a pas de nombre divisible par 11 parmi tous les nombres écrits ainsi.

EXERCICE 2

Question 1 a :

$10x = 9,\overline{9}$ et $9 + x = 9,\overline{9}$
Ces deux nombres sont égaux.

Question 1 b :

Résolvons l'équation $10x = 9+x$
soit $9x = 9$ donc **$x = 1$**

Remarque : Une autre méthode consiste à utiliser la somme des termes d'une suite géométrique de raison 0,1 soit la somme des termes de la forme $u_n = (0,1)^n$ quand n tend vers l'infini.

Le nombre cherché est $9(0,1+ 0,001 + 0,0001+.....) = 9 \times \frac{1}{1-0,1} \times 0,1 = 0,9 \times \frac{1}{0,9}$ = 1

Question 2 :

Solution 1

Posons $x = 19,\overline{78} = 19 + 0,\overline{78}$ soit $100x = 1978 + 0,\overline{78} = 1959 + 19 + 0,\overline{78}$

Ce qui amène à résoudre l'équation $100x = 1959 + x$ donc $99x = 1959$

Donc **x =** $\frac{\mathbf{1959}}{\mathbf{99}} = \frac{\mathbf{653}}{\mathbf{33}}$

Solution 2

Posons $x = 0,\overline{78}$ soit $100x = 78,\overline{78} = 78 + 0,\overline{78}$
ce qui amène à résoudre l'équation $100x = 78 + x$ donc $99x = 78$
d'où **x =** $\frac{78}{99} = \frac{26}{33}$

On cherche $19,\overline{78} = 19 + x$

Ce qui donne $\mathbf{19 + \frac{26}{33} = \frac{653}{33}}$

Remarque : Comme dans la question 1, on peut utiliser la somme des termes d'une suite géométrique de raison 0,01 et sa limite quand le nombre de termes de la somme tend vers l'infini.

EXERCICE 3

Soit x le nombre de billets de 10 euros. Le nombre de billets de 50 euros est donc 10x.
Soit y le nombre de billets de 100 euros. Le nombre de billets de 500 euros est donc 2y.

D'où l'équation à deux inconnues : $15\,000 = 10 x + (50 \times 10x) + 100y + (500 \times 2y)$
$15\,000 = 510x + 1100y$ soit **1 500 = 51x + 110y**

1500 et 110y étant des multiples de 10, il faut que 51x soit un multiple de 10.

51 n'étant divisible ni par 2 ni par 5 , x est donc un multiple de 10.
Les seules valeurs possibles de x sont 10 et 20 car si x = 30 on a 1530 >1500.

Si x = 10 on doit résoudre : 1500 = 510 + 110 y soit 110 y = 990 soit y = 9
Si x = 20 on doit résoudre : 1500 = 1020 + 110 y soit 110 y = 480 qui ne donne pas de valeur entière pour y.

Il y a 10 billets de 10 euros, 100 billets de 50 euros,
9 billets de 100 euros , 18 billets de 500 euros

Exercice 4

Solution 1 :
Le nombre de bouteilles diminué de 2 doit être un nombre multiple commun de 3 , de 5 et de 7
plus grand que 1500 -2 = 1498
plus petit que 1600 – 2 = 1598

Pour que le nombre soit multiple de 5 il doit se terminer par à ou 5. Donc la recherche commence à 1500 et s'arrête à 1595.

Pour qu'un nombre soit multiple de 3, la somme de ses chiffres doit être multiple de 3. Or 5+1 = 6 (somme du chiffre des unités de mille et du chiffre des centaines) est déjà un multiple de 3.
Il faut donc que la somme du chiffre des dizaines et du chiffre des unités soit un multiple de 3.
Quand le chiffre des unités est 0 , le chiffre des dizaines peut être 3, 6 ou 9.
Quand le chiffre des unités est 5, le chiffre des dizaines peut être 1 ou 4.

Il reste donc à chercher les multiples de 7 parmi 1515, 1530, 1545, 1560, 1575, 1590 (on passe d'un nombre au suivant en ajoutant 15).

La division par 7 de 1515 donne pour reste 3. La division par 7 de 15 a pour reste 1.

Les restes successifs de la division par 7 des nombres retenus sont donc :
3, 4, 5, 6, 0, 1

Le seul nombre qui convient est 1575
Le nombre de bouteilles est donc 1575 + 2 soit **1577 bouteilles.**

Remarque Il existe un théorème qui permet de trouver le reste de la division par 7 d'un nombre. Mais ce théorème n'est pas utile ici car, pour l'appliquer, les calculs sont relativement longs. Ce théorème est utile quand on cherche le reste de la division par 7 d'un nombre d'au moins 5 chiffres.

Solution 2 :
Soit n le nombre de bouteilles. Il faut que n-2 soit un multiple de 3, de 5 et de 7.
Ces nombres étant premiers entre eux, tout multiple commun est un multiple de leur produit, c'est à dire un multiple de 3 x 5 x 7 = 105.
Le seul multiple de 105 compris entre 1500 et 1600 est 105 x 15 = 1575.

Donc n-2 = 1575 et **n = 1577**

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DETRAVAUX D'ELEVES.

Question 1 :

Le maître a choisi certaines caractéristiques communes aux deux dessins :

1- Les deux dessins sont sur un quadrillage, l'axe de la symétrie coïncide avec une ligne du quadrillage.
Ceci permet pour effectuer le tracé :
- de trouver le symétrique de quelques points de la figure en comptant les carreaux sur une ligne du quadrillage perpendiculaire à l'axe sans la difficulté du tracé des perpendiculaires sur papier blanc ;
- d'utiliser éventuellement la conservation de la direction et de la longueur des quelques segments portés par les lignes du quadrillage.

Ceci permet après-coup de valider le tracé en vérifiant
- que chaque point et son image sont bien sur la même perpendiculaire à l'axe et à égale distance de l'axe ;
- que chaque segment et son image ont la même longueur sans utiliser un instrument de report des longueurs (compas) ou un instrument de mesure.

2- Chaque dessin est fait sur une partie quadrillée incluse dans une feuille blanche et l'axe de symétrie n'est dans aucun des cas un axe de symétrie de la partie quadrillée, ce qui permettrait des procédures de comptage de carreaux à partir des bords et non à partir de l'axe.

3- Dans chaque cas, la figure est tout entière située du même côté de l'axe ce qui est raisonnable en cycle 2 et les extrémités de tous les segments sont des nœuds du quadrillage mais
- chaque figure comporte des segments qui ne suivent pas les lignes du quadrillage.
- aucune des deux figures ne possède un axe de symétrie parallèle à l'axe de sorte que la figure image sera nécessairement « retournée ».

Les dessins diffèrent par d'autres caractéristiques

1- Dans le premier dessin il s'agit de construire l'image d'un objet identifiable :un bateau. Dans le deuxième dessin ce n'est pas le cas.

2- Dans le dessin du bateau, le quadrillage est disposé de façon que ses lignes ne soient pas parallèles aux bords de la feuille blanche. L'axe de symétrie se trouve ainsi oblique dans la feuille, alors que dans l'autre dessin il est horizontal. Cette disposition rend plus difficile une procédure de reproduction globale du bateau, d'autant plus probable que la figure représente un objet identifiable.

3: Dans le dessin du bateau la figure est éloignée de l'axe donc il faut tracer une seconde figure bien distincte de celle qui est donnée. Dans le second dessin, la figure donnée a trois points communs avec l'axe. Le travail peut s'interpréter comme

s'il s'agissait de compléter une figure par symétrie de sorte qu'à l'arrivée il n'y ait toujours qu'une seule figure.

4- Le dessin du bateau n'a aucun axe de symétrie. L'autre dessin a un axe de symétrie perpendiculaire à l'axe imposé pour réaliser la symétrie, de sorte qu'à l'arrivée on obtient une figure unique qui a deux axes de symétrie orthogonaux et donc un centre de symétrie.
Les élèves qui réalisent une symétrie centrale au lieu d'une symétrie orthogonale peuvent faire un dessin faux dans le premier cas et juste dans le second.

Question 2 :

Boris utilise approximativement la translation.
Dans le premier dessin il s'agit d'une translation de 12 carreaux perpendiculairement à l'axe avec une erreur dans la conservation des longueurs dans cette direction (un carreau de trop pour la voile et la coque). Dans le deuxième dessin il y aurait aussi une erreur d'un carreau dans la place d'une « pointe » si la transformation demandée était une translation.

Chloé utilise approximativement une symétrie centrale
Dans le premier dessin la symétrie centrale est approximative car il n'y a pas conservation de toutes les longueurs. Le deuxième dessin est exact aussi bien en terme de symétrie orthogonale que de symétrie centrale du fait de l'axe de symétrie de la figure proposée.

Antonia utilise une symétrie axiale composée avec une translation (symétrie glissée) dans son premier dessin (voir question 4).

Question 3 :

Deux particularités du dessin de Driss
1- Driss a marqué des points aux nœuds du quadrillage par des petits ronds noirs particulièrement visibles dans le premier dessin.
2- Driss compte les carreaux de part et d'autre de l'axe sur une perpendiculaire à l'axe. La trace de ses comptes est visible sur le deuxième dessin.

Procédure probable : Driss cherche les images des extrémités des segments aux nœuds du quadrillage en utilisant le fait qu'un point et son image sont situés à égale distance de l'axe sur une perpendiculaire à cet axe. Il doit joindre ensuite les points images par des segments quand ces segments sont dans la figure de départ. Il sait implicitement que l'image d'un segment est un segment). Il n'a pas besoin d'utiliser la conservation des longueurs et il ne procède pas par une conservation globale et approximative de la forme comme le font, semble-t-il, les autres élèves.

Question 4 :

Antonia a respecté les propriétés suivantes :

- l'image d'un segment est un segment de même longueur ; dans le cas particulier d'un segment parallèle à l'axe ou perpendiculaire à l'axe, ce segment et son image ont la même direction ;

- il s'agit d'une isométrie négative dans le plan, en d'autres termes l'orientation des angles change dans le plan : le calque de l'image construite ne pourra pas se superposer à la figure de départ sans sortir du plan.

En définitive Antonia a dessiné l'image par une symétrie axiale composée avec une translation, le tout involontairement.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Question 1 : Comparaison des manuels

Les deux manuels introduisent

- la notion d'angle droit ainsi que l'équerre en papier fabriquée par pliage et le codage de l'angle droit avec le petit carré au sommet,
- la notion de droites perpendiculaires à partir de celle d'angle droit.

Mais il y a d'importantes différences :
Comparons les situations utilisées par les deux manuels sur deux plans :

1- Sur le plan conceptuel

Manuel « J'apprends les maths »	Manuel « Optimath »
Angle droit comme cas particulier de la notion d'angle en général (qu'est-ce qu'un angle, égalité d'angles, comparaison d'angles).	Angle droit introduit avec l'équerre obtenue par pliage. Pas de généralité sur la notion d'angle.
Angle de demi-droites (infinies d'un côté).	Angles sur objets géométriques (polyèdres, polygones).
Angles formés par des droites sécantes quelconques, angles opposés égaux deux à deux. Cas particulier des droites perpendiculaires	Droites perpendiculaires amenées par deux pliages (déplier l'équerre en papier et pliage associé à médiatrice et symétrie axiale sans introduire le mot). Pas de généralités sur les quatre angles formés par des sécantes.
Notion de droite représentée par un trait à prolonger.	Droites représentées aussi bien par un pli que par un trait sans aborder le prolongement des traits.

2- Sur le plan des supports et des matériels utilisés

Equerre en papier fabriquée avec une feuille ordinaire.	Equerre en papier fabriquée avec une feuille aux bords non rectilignes. C'est important : - pour l'obstacle des directions privilégiées, - parce que si les élèves utilisent une feuille dont les coins sont à angles droits, ils ne savent plus ensuite si leur angle de référence est un des coins de la feuille qui reste accessible ou l'angle droit qu'ils ont fabriqué.
Environnement de la classe pour trouver des angles droits. Aucune validation, car l'angle de référence est l'angle du tableau fixe, impossible à superposer aux autres. L'équerre en papier n'est pas encore construite dans la progression.	Environnement de la classe complété par des polyèdres, puis des polygones en carton, pour trouver des angles droits. Vérification de l'anticipation avec l'équerre en papier.
Pour les exercices : dessin d'angles isolés, jamais inclus dans des figures finies. Demande curieuse de colorier ces angles ; les élèves ne peuvent colorier que des triangles.	Pour les exercices : angles toujours inclus dans des quadrilatères.
Tous les exercices sur papier blanc.	Un exercice sur papier quadrillé.
Utilisation du compas.	
Trois fiches d'entraînement avec deux exercices sur les droites perpendiculaires.	Une fiche d'évaluation sans exercice sur les droites perpendiculaires.

Question 2 : Deux exercices du manuel « J'apprends les maths »

2-1 : Dans les deux exercices, les élèves doivent prolonger mentalement des traits pour anticiper si un angle qu'ils imaginent est droit, puis vérifier si cet angle est droit ou non.
Pour la validation, la consigne dit exactement dans les deux cas ce qu'ils doivent faire (prolonger, vérifier) ainsi que les instruments à utiliser : prolonger avec la règle, vérifier avec l'équerre.

Dans les deux exercices, les élèves vont rencontrer d'abord un angle obtus, puis un ou deux angles droits, puis un angle aigu.

Dans les deux exercices la consigne ne dit pas de prolonger des traits qui représentent des droites mais de « prolonger des droites » ce qui est très confus.

Le premier exercice permet d'introduire un mot à retenir droites « perpendiculaires ». Le second sert à le réviser.

2-2 :
L'intérêt didactique de ces exercices est :
- d'apprendre à suivre des consignes,
- de reconnaître des angles droits quelle que soit la position des côtés qui ne sont pas dans des directions privilégiées,
- d'imaginer un point d'intersection non matérialisé et d'anticiper mentalement si des traits sont perpendiculaires.

Remarques :
1- Il est douteux qu'ils permettent à des élèves de CE1 de comprendre la notion de droites que l'on représente par un trait nécessairement fini comme un segment. C'est difficile même pour des élèves de 6ème .

2- Il est intéressant d'apprendre aux élèves à ne pas avoir peur de prolonger des traits qui représentent des droites, mais ils doivent apprendre à en avoir l'initiative seuls. Ici il n'y a aucune incertitude dans l'action à accomplir.

Question 3 : Utilisation du compas dans« J'apprends les maths »

Présentation du compas :
L'enseignant dit que le compas permet de tracer des cercles. Si les élèves ne l'ont jamais utilisé ainsi, ils ne comprendront pas cette phrase.
Les élèves vont plus tard utiliser le compas pour deux fonctions : reporter une longueur ou tracer un cercle. Il y a un lien entre ces deux fonctions parce que la fonction essentielle du compas est de conserver une longueur non matérialisée (à la différence de la ficelle) entre la pointe sèche et la pointe du crayon. Distinguer ces fonctions est déjà difficile pour les élèves.

La relation entre l'écartement des branches et cette distance que le compas conserve entre les pointes doit rester implicite à l'école élémentaire et plusieurs années au-delà, sous peine de confusion entre un angle et une longueur, mesurée au hasard entre les côtés de l'angle. Pour utiliser le compas, c'est la façon de faire varier la distance et non l'angle que les élèves doivent observer. Ce qui n'est pas le cas ici.
Figurer un angle par deux baguettes articulées aurait eu le même effet sans avoir l'inconvénient de présenter un instrument à contre – emploi.

Utilisation :
Elle est faite par le maître seul qui manipule ostensiblement le compas devant les élèves
Le compas est utilisé pour ces deux branches articulées qui permettent de représenter un angle de mesure variable. Le fait que ces deux branches ont la même taille peut entraîner l'amalgame entre angle et triangle isocèle. Deux baguettes articulées auraient pu être choisies de longueurs différentes.

Les observations ont montré qu'un obstacle bien connu à la compréhension de l'angle est le lien que font les élèves entre la taille de l'angle et la longueur de ses côtés ou bien entre la taille de l'angle et l'aire du triangle ainsi représenté. La notion d'angle présente des difficultés en CM et en 6ème. L'introduire en CE1 est prématuré.

QUESTION 4 : PREMIÈRE ÉTAPE DE LA PHASE 2 DANS LE MANUEL « OPTIMATH »

La recherche d'angles droits ne se limite pas à celle d'angles droits dans des figures planes. Le manuel propose de chercher d'abord des angles droits dans l'espace à trois dimensions et ensuite sur des polyèdres usuels, cube et parallélépipède, correspondant bien au programme de cycle des apprentissages fondamentaux autant ceux de 1995 que ceux de 2002. Le manuel aurait pu ajouter dans la référence à l'environnement de la classe des objets à trois dimensions plus « dynamiques » (ouverture plus ou moins grande de la porte par exemple).

QUESTION 5 : QUATRE SITUATIONS

Nous avons déjà trois propositions fournies dans le document Optimath :
- construction de l'équerre en papier, repérer des angles droits dans la classe et vérifier avec cette équerre ;
- déplier l'équerre en papier pour avoir deux droites perpendiculaires ;
- plier selon une droite ; piquer un point hors de la droite en traversant les deux épaisseurs, ouvrir et joindre les deux points ainsi déterminés pour avoir deux droites perpendiculaires.

Ce ne sont pas des « situations [2]» au sens didactique du terme mais des manipulations intéressantes que chaque élève peut faire. Ces trois propositions peuvent être utilisées aussi en cycle 3.
Dans le cadre physique, l'enseignant peut initier les élèves à utiliser un fil à plomb ou un niveau à bulle. A l'échelle du corps, l'enseignant peut poser le problème du plus court chemin pour rejoindre la base d'un mur (modélisé par la distance d'un point à la droite d'intersection du mur avec le sol).

Les suggestions ci-dessus peuvent être des réponses acceptables car, comme il est demandé quatre propositions, il ne peut s'agir de véritables « situations » didactiques dont l'explicitation serait trop longue.
Nous faisons ici des propositions : la première est une simple manipulation, les trois autres s'approchent de ce que peut être une situation dans un sens moins « naïf ».

Nos propositions sont beaucoup plus développées que ce qui est attendu d'un candidat. *Nous les donnons ainsi dans un but de formation.*

Proposition 1 en cycle 3 : droites perpendiculaires

[2] Guy Brousseau a construit une théorie des situations didactiques. Il dit : « *La conception moderne de l'enseignement va demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées par un choix judicieux des problèmes qu'il lui propose..... Ces problèmes, choisis de façon à ce que l'élève puisse les accepter doivent le faire agir, parler, réfléchir, évoluer de son propre mouvement* ». Certaines variables dans la situation commandent des comportements différents de l'élève. Guy Brousseau définit la situation didactique comme un ensemble de rapports... entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu (comprenant les problèmes et éventuellement des instruments ou des objets) et le professeur, aux fins de faire approprier un savoir par ces élèves (d'après un texte de Guy Brousseau : 'Fondements et méthodes de la didactique' dans la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques* 1986- volume 7-2).

a- Tracer un trait qui représente une droite, plier n'importe où de façon que deux parties du trait se superposent par transparence. Recommencer en pliant à un autre endroit toujours de façon à ce que deux parties du trait se superposent. Ouvrir.
Les deux plis représentent deux droites perpendiculaires au premier pli formé.
Faire marquer tous les angles droits ainsi déterminés.

b- Tracer un trait représentant une droite et un point A hors de cette droite. Par pliage représenter une droite passant par A et perpendiculaire à la droite tracée.

Proposition 2 pour début de cycle 2 : les angles droits dans le cube et le carré[3]

a- L'enseignant présente différents solides sans donner de nom. Les élèves reconnaissent les cubes.

b- Les élèves tentent de réaliser un cube en pâte à modeler. Examen des réalisations. Elles ne sont pas satisfaisantes. Pourquoi ? : faces non plates, arêtes inégales, coins pas droits...
Ceci permet d'arriver à l'idée que le cube a 6 faces toutes pareilles. Les élèves doivent le prouver avec un cube modèle. Pour cela ils sont amenés à prendre l'empreinte des faces, à les superposer. Ce sont des carrés.

c- L'enseignant donne différents quadrilatères (carrés, rectangles, losanges dont certains sont presque carrés...). Les élèves mettent à part ceux qu'ils considèrent comme carrés. A quoi les a-t-on reconnus ? Les élèves disent que les côtés ont la même longueur. Ils le prouvent en comparant les longueurs avec une bande de papier.

d- Est-ce que ce sont bien des faces de cube ? Donner des cubes ayant les mêmes longueurs d'arêtes que les côtés des carrés et losanges fournis. Chacun vérifie ses prévisions par superposition sur les cubes. Pas de superposition pour certains. Pourquoi ?
On arrive à dire : Le carré a 4 coins droits comme le cube.

Proposition 3 pour fin de cycle 2[4] : **tracé d'angles droits avec le cube et le carré**.

a- On a vu que le carré a des coins droits et on en trouve dans le cube. Chaque élève a un cube de 15 cm d'arête et une feuille blanche sur laquelle est tracé un trait en biais de 10 cm. Tracer un carré qui a pour côté ce trait. Vérification par superposition avec un carré en carton de 10 cm de côté.

b- On recommence mais cette fois l'arête du cube fourni est plus petite que le côté du carré demandé.

Compléments pour le début de cycle 3 : avec l'équerre en papier et un matériel pour le report de longueurs.
a- Compléter un carré à partir d'un côté tracé sur papier blanc en biais dans la feuille.

[3] D'après un document de M. Blanc et M. Courrière IREM de Nice (épuisé)
[4] D'après le même document que celui utilisé pour la proposition précédente.

b- Tracer un rectangle sur papier blanc. Sur une autre feuille deux segments non disposés à angle droit fournissent les longueurs imposées des côtés.

c- Prendre des renseignements sur un rectangle pour le reproduire. On vérifie par superposition. Le rectangle pourra être remplacé en CM par un quadrilatère ayant deux angles droits puis seul un angle droit.

Proposition 4 en cycle 3 : Rectangle et angles droits dans un espace à l'échelle du corps[5]

Un banc avec 4 pieds disposés en rectangle se trouve dans la cour. L'enseignant marque sur le sol l'empreinte de deux pieds consécutifs sur la largeur et déplace le banc assez loin. Les élèves doivent marquer l'empreinte des deux autres pieds et vérifier seulement à la fin en remettant le banc à sa place initiale. Ils ont tous le matériel à leur disposition (ficelle, craie pour marquer au sol, décamètre...).

QUESTION 6 : CONNAISSANCES SPATIALES ET CONNAISSANCES GÉOMÉTRIQUES

Les connaissances spatiales sont mobilisées pour modéliser des relations spatiales, construire des représentations et des repères de l'espace, dans le but de se repérer, se diriger, mémoriser et communiquer des informations liées à une position, à un déplacement, ou des informations relatives à un objet pour le reproduire à distance ou agir sur lui. .
En résumé les connaissances spatiales sont mobilisées dans le but d'anticiper le résultat d'une action.
Elles sont validées par la réussite de l'action.

Les connaissances géométriques sont mobilisées pour prouver une conjecture en se référant à un savoir institutionnalisé en mathématique sous le nom de géométrie, théorie qui contient les définitions de concepts (points, droites, courbes, surfaces, volumes), des axiomes et des théorèmes donnant certaines relations que ces concepts ont entre eux.
Les connaissances géométriques sont validées théoriquement.

L'articulation entre les deux champs de connaissances peut s'analyser de deux façons :

1-En introduisant des connaissances intermédiaires dites « connaissances spatio - géométriques » qui se manifesteront dans la fréquentation d'objets « épurés »

Par exemple :
- La pleine lune, une roue, un disque CD, sont des objets « réels ». Reconnaître qu'ils ont une similitude de forme relève des connaissances spatiales.
- Connaître le cercle défini comme un ensemble de points équidistants d'un point fixe relève des connaissances géométriques.
- Un cercle tracé au compas sur une feuille de papier est un objet intermédiaire dont la connaissance est d'ordre « spatio-géométrique ».

[5] D'après René Berthelot et Marie-Hélène Salin (1994) 'L'enseignement de la géométrie à l'école primaire'. Revue *Grand N* n°53 pages 39-56.

2- En se basant sur l'épistémologie de la géométrie c'est à dire la construction du savoir géométrique.
L'articulation nécessaire dans l'enseignement vient du fait que les connaissances géométriques prennent du sens en référence aux connaissances spatiales.
C'est ce que nous explicitons dans les exemples qui suivent dans lesquels nous assimilons connaissances spatiales et connaissances spatio – géométriques sous la seule dénomination de connaissances spatiales.

Exemple 1 :
Connaissances spatiales : L'élève reçoit une feuille blanche et deux traits de longueurs différentes formant un angle droit. Il doit trouver une méthode pour terminer le dessin d'un rectangle sans utiliser l'équerre. Il dispose seulement d'un compas et d'une bande de papier pliable pour reporter les longueurs ou trouver un milieu.

En mobilisant leurs connaissances spatiales les élèves trouvent deux méthodes pour construire le quatrième sommet soit en utilisant l'égalité des côtés opposés, soit la propriété des diagonales.

La validation se fait en vérifiant que les angles sont droits avec l'équerre.

Remarque : On pourrait concevoir « presque » le même problème en remplaçant les deux traits sur une feuille, par deux murs formant un angle droit. Il s'agirait de compléter le dessin au sol de la construction rectangulaire en disposant seulement d'une craie et d'un rouleau de ficelle. On dirait alors qu'il s'agit sans aucun doute de connaissances spatiales et non spatio- géométriques. C'est pour cette raison que nous ne faisons pas de distinction.

Connaissances géométriques : il s'agit de démontrer que les deux constructions ont donné un quadrilatère ayant trois angles droits. Le travail ne consiste plus à trouver les méthodes de tracé, on pourrait même donner ces méthodes. La nature du travail est différente. Pour réussir l'élève doit mobiliser bon nombre de connaissances géométriques.

Exemple 2 :
Connaissances spatiales[6]
L'élève reçoit des secteurs de disque en carton de rayons différents. Certains angles de ces secteurs ont même mesure, d'autres non. Les angles de même mesure diffèrent par la longueur de leurs côtés rectilignes, un angle plus grand aura des côtés plus courts qu'un angle plus petit. Certains angles ne sont pas des secteurs de disque et ont leurs deux côtés rectilignes de mesures différentes reliés par une courbe quelconque. . Ces cartons sont non déplaçables et un peu éloignés les uns des autres

Avec le calque ou les instruments que l'on veut sauf le rapporteur, il faut classer les angles du plus petit au plus grand.

[6] D'après le document : *Géométrie au cycle central* par le groupe de travail « Didactique des mathématiques au collège »– IREM de Bordeaux- 2001

La méthode attendue est le transport du calque. Les élèves qui comparent en plaçant deux points n'importe où, un sur chaque côté, et en comparant les écarts avec le compas ou la règle graduée font des erreurs.

Au collège il peut s'agir de dessins au lieu de cartons et les élèves ayant chacun une feuille individuelle peuvent tracer des arcs de cercle de même rayon et de centre le sommet des angles de façon à obtenir des triangles isocèles ayant tous la même longueur pour les côtés issus du sommet. Ils comparent la longueur des bases. Ils peuvent aussi tracer des triangles rectangles ayant un angle aigu qui est un des angles proposés et tous les côtés de l'angle droit adjacents à ces angles de même mesure. Ils comparent les autres côtés de l'angle droit.

La vérification peut se faire superposant les angles sur carton (en les découpant avant s'il s'agit de dessins).

Connaissances géométriques : Comparer les angles de triangles rectangles différents plus ou moins grands dont on donne la longueur des côtés.
La comparaison se fait en calculant une même ligne trigonométrique pour tous les angles et en comparant la valeur des rapports.

Exemple 3 : Connaissances spatiales :
Les élèves reçoivent une feuille blanche avec deux traits qui ne se rencontrent pas dans la feuille. Peut-on dire sans les prolonger davantage si ces traits représentent des droites qui n'ont pas de point commun, c'est à dire des droites parallèles ?
A vue la réponse est incertaine.

Les élèves font des propositions en utilisant l'équerre et trouvent plusieurs stratégies qui permettent d'arriver à la conclusion suivante dans la mise en commun :
Pour savoir si deux droites sont parallèles on peut :
- essayer de construire un rectangle qui a deux côtés opposés portés par ces droites (beaucoup d'élèves construisent deux segments perpendiculaires chacun à la même droite donc parallèles et vérifient s'ils sont de même longueur pour s'assurer que la distance entre les droites est constante)
- tracer une perpendiculaire à une des droites : elle doit être perpendiculaire à l'autre

L'élève peut tenter de valider ensuite sa réponse en collant une feuille supplémentaire et en prolongeant effectivement les droites.

Connaissances géométriques[7] :
L'enseignant demande aux élèves de tracer à l'aide de l'équerre un quadrilatère ayant un seul angle droit, puis un quadrilatère ayant deux angles droits et deux seulement. Examen en commun des productions.

L'enseignant demande alors de tracer un quadrilatère ayant trois angles droits et trois seulement.
Les élèves essaient, certains pensent que c'est possible et le vérifient par un dessin où le quatrième angle semble différer un peu d'un angle droit mais rien n'est décisif.

[7] D'après Jean Lafourcade- Collège du Grand Parc – Bordeaux. Pour plus de détails consulter le document: *Géométrie en sixième* par le groupe de travail IREM de Bordeaux-1996

Pour trancher l'incertitude ils doivent se référer à deux théorèmes admis et appris avant :
Si deux droites sont perpendiculaires à la même droite, elles sont parallèles
Si deux droites sont parallèles toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Ces deux résultats admis permettent de prouver que le quatrième angle est nécessairement droit

Ce deuxième exercice faisant appel aux connaissances géométriques se place plutôt en classe de 6ème. Mais ces élèves auront une idée pour démarrer leur preuve si les deux théorèmes sont disponibles c'est à dire appris bien mieux que « par cœur » sans comprendre.
Pour cela la situation précédente, ainsi que d'autres situations spatiales sur l'angle droit et les perpendiculaires comme celles évoquées dans la question 5, d'autres encore sur les parallèles, doivent avoir permis autant à l'école élémentaire qu'en 6ème de donner du sens au savoir géométrique. Et cela est vrai durant toutes les études de géométrie

LILLE, ROUEN

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIÈRE ÉPREUVE (8 POINTS)
MAÎTRISE DE CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES.

EXERCICE 1

a) La phrase de l'élève est correcte, mais sa généralisation n'est pas automatique : encore faut-il analyser comment le 6 et le 7 sont liés au 6 et au 5 du nombre de départ. La décomposition du nombre en dizaines et unités aide à cette analyse.

* Justification du calcul de l'élève
$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times 60 \times 5 = 60^2 + 10 \times 60 + 25 = 60 \times (60+10) + 25$
$= 60 \times 70 + 25 = 6 \times 7 \times 100 + 25$
= 6 x 7 centaines et 25 unités

* Formulation dans le cas général
Pour écrire le nombre carré d'un nombre de deux chiffes se terminant par 5, je prends le chiffre des dizaines, je le multiplie par le nombre successeur : j'écris le résultat et je juxtapose à droite 25.

Justification (non demandée)
Un tel nombre de deux chiffres s'écrit $10a+5$ avec $a=1,2\ldots9$
$(10a+5)^2 = (10a)^2 + 5^2 + 2 \times 10a \times 5 = 100a^2 + 25 + 100a = 100a (a + 1) + 25$

Application à 35^2
$35^2 = (3 \times 4) \times 100 + 25 = 1225$: c'est bien le résultat qu'on obtient par calcul direct.

b) $(n+1)^2 = (n + 1) (n +1) = n(n + 1) + 1(n + 1) = n^2 + n + (n + 1)$

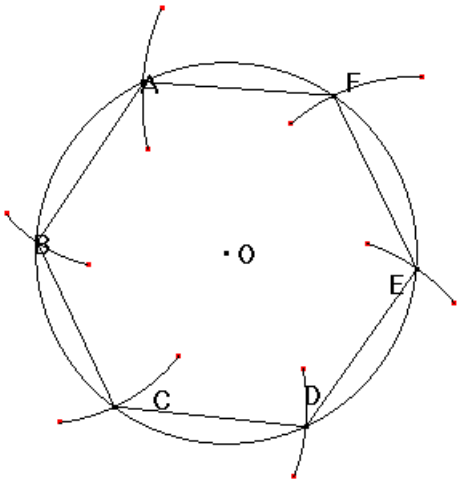
Pour passer du carré d'un nombre à celui du nombre suivant, j'ajoute la somme du nombre et de son successeur.

Calculons ainsi 101^2 et 36^2
$101^2 = 100^2 + 100 + 101 = 10\,201$
$36^2 = 35^2 + 35 + 36 = 1225 + 71 = 1296$
Ces résultats se vérifient par calcul direct.

EXERCICE 2

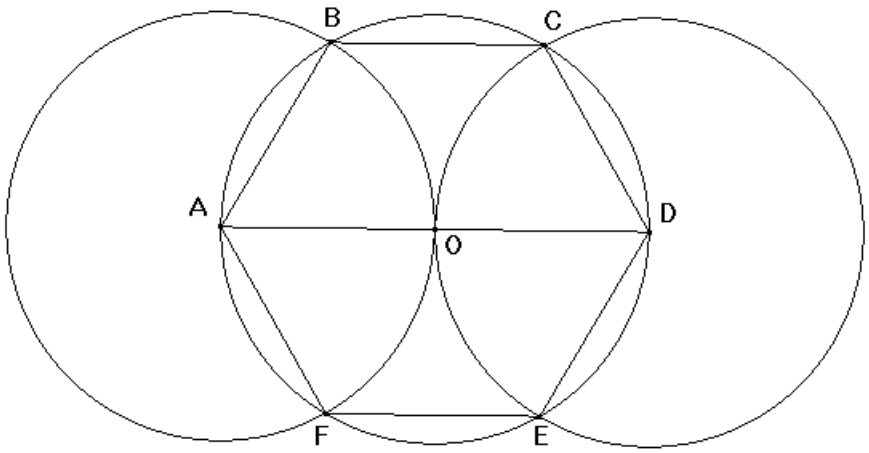
1) Construction de l'hexagone régulier

Procédure 1 de construction



Commentaire
Tracer un cercle de centre O rayon r. Marquer un point A sur le cercle. Reporter, sur le cercle, à partir de A, à l'aide du compas, en tournant dans le même sens, la longueur r. Marquer dans l'ordre les points d'intersection sur le cercle : B, C, D, E et F.
Relier ces points dans l'ordre alphabétique par des segments, puis F à A : on obtient l'hexagone régulier ABCDEF dont chaque côté a pour longueur r.

Procédure 2 de construction



Commentaire
Tracer un cercle de centre O et rayon r. Tracer un diamètre [AD].
Tracer le cercle de centre A et rayon r. Il coupe le premier cercle en B et F.

Tracer le cercle de centre D et rayon r. Il coupe le premier cercle au point C, situé dans le demi-plan contenant B et limité par (AD), et aussi au point E.
Relier ces points dans l'ordre alphabétique par des segments, puis F à A : on obtient l'hexagone régulier ABCDEF dont chaque côté a pour longueur r.

2) a) ABCDEF est un hexagone régulier de centre O : AB=BC=CD…=r par définition.
OF et OB sont deux rayons du cercle circonscrit au polygone.
Par suite **ABOF est un losange, non carré,** car l'angle de l'hexagone, $F\hat{A}B$ n'est pas droit.
Comme AO est aussi égal à r, les deux triangles AOF et AOB sont équilatéraux. Les angles $A\hat{F}O$ et $A\hat{B}O$ valent donc 60° et les angles $F\hat{A}B$ et $F\hat{O}B$ valent 120°.

2) b) [BF] est une des diagonales du losange, [AO] est l'autre : donc (BF) est perpendiculaire à (AO), c'est donc la droite support de la hauteur du triangle ABO issue de B. BF est le double de la hauteur du triangle équilatéral ABO de côté r.

Si la longueur d'un triangle équilatéral ($\frac{\sqrt{3}}{2}$ x longueur du côté) est connue , il vient donc : BF = 2 x $\frac{\sqrt{3}}{2}$ r = r $\sqrt{3}$

Sinon elle est recalculée en appliquant Pythagore dans le triangle rectangle ABH_1 :
$AH_1^2 + H_1B^2 = AB^2$
H_1 est le milieu de [AO], le point de rencontre des diagonales du losange ABOF, et AO = r donc $AH_1 = \frac{1}{2}r$; d'autre part AB = r

donc $H_1B^2 = r^2 - (\frac{1}{2}r)^2 = \frac{3}{4}r^2$ donc $H_1B = \frac{\sqrt{3}}{2}r$

Il vient donc BF = r $\sqrt{3}$

3) a) Nature des triangles BDF et ACE

Solution 1
L'hexagone régulier ABCDEF a trois axes de symétrie (AD), (EB) et (FC) : les points B et F sont symétriques par rapport à (AD), les points B et D sont symétriques par rapport à (FC), les points D et F sont symétriques par rapport à (BE). Le triangle BDF a trois axes de symétrie : **il est donc équilatéral**.
Même raisonnement pour le triangle ACE.

Solution 2
Les segments [FB], [BD] et [DF] sont superposables (ou isométriques) dans la rotation de centre O et d'angle 120°: °(B → F, F → D, D → B,) : le triangle BFD est donc équilatéral.
Même raisonnement pour le triangle ACE.

Solution 3

Des calculs identiques que ceux faits en 2b) donnent BD= $r\sqrt{3}$ et FD = $r\sqrt{3}$
Donc le triangle BFD est équilatéral.

3) b) La question peut se lire de deux façons.

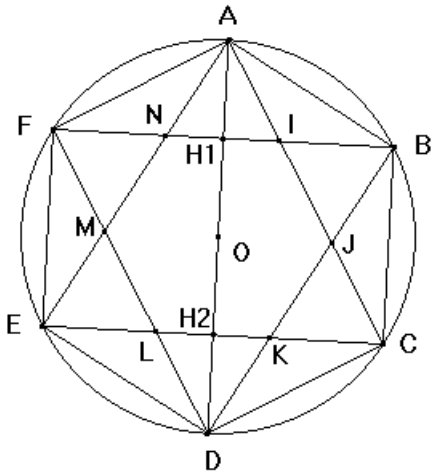
Interprétation 1 (attendue) : obtenir un triangle équilatéral inscrit dans un cercle par pliage du disque associé
Pliage attendu
Découper un disque dont le centre est marqué. Rabattre un point quelconque du cercle sur le centre. Marquer le pli qui matérialise une corde du cercle. Plier en deux exactement cette corde pour obtenir la médiatrice. Elle coupe le cercle en deux points. Les deux extrémités de la corde et un de ces points sont les trois sommets d'un triangle équilatéral.

Les questions préalables avaient pour but de justifier théoriquement a priori ce pliage.

Interprétation 2 (possible) : obtenir un hexagone régulier par pliage d'un triangle équilatéral inscrit dans un cercle
Pliage possible
Découper le disque avec le triangle équilatéral inscrit. Par pliage marquer les trois axes de symétrie du triangle. Les six points sur le cercle donnent les six sommets d'un hexagone régulier inscrit.

4) a) Nature du quadrilatère BCEF
Les segments [BE] et [CF] sont les diamètres du cercle comme diagonales de l'hexagone régulier ABCDEF.
Par suite BCEF a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et sont de même longueur : **BCEF est donc un rectangle**.

4) b)



Calcul de AH_1 et AH_2 en fonction de r
H_1 est le milieu de [AO], le point de rencontre des diagonales du losange ABOF, et AO = r donc $AH_1 = \frac{1}{2}r$. De même $DH_2 = \frac{1}{2}r$
AD est un diamètre du cercle : AD =2r
$AH_2 = AD - AH_1 = 2r - \frac{1}{2}r$ donc $\mathbf{AH_2 = \frac{3}{2}r}$

4) c) (NI) est parallèle à (EC) comme deux côtés du rectangle.
Les sécantes (AE) (AD) et (AC) sont coupées par deux parallèles.
Le théorème de Thalès dans le triangle AEC nous dit que :
$\frac{AH_1}{AH_2} = \frac{AN}{AE} = \frac{NI}{CE}$ or $CE = r\sqrt{3}$ donc $\frac{AH_1}{AH_2} = \frac{1}{3}$ donc $\mathbf{NI = r\ \frac{\sqrt{3}}{3}}$

4) d) Nature du polygone IJKLMN
Par symétrie compte tenu de la configuration hexagone régulier de départ, par des raisonnements analogues à 4)c) les longueurs NI, IJ, JK, KL, LM, MN sont égales.
Attention : cela ne suffit pas pour déduire que IJKLMN est un hexagone régulier.

IL FAUT AJOUTER :
* [AC] et [AE] sont symétriques par rapport à la droite (AD), médiatrice de [CE] ; (BF) est perpendiculaire à (AD) et coupe (AD) en N et I : donc N et I sont symétriques par rapport à (AD) ; par suite NO=OI.
De même ° : OI = OJ = OK = OL = ON
L'hexagone est aussi inscrit dans un cercle. **C'est donc un hexagone régulier.**

OU BIEN
* (AD) , (BE) et (CF) sont des axes de symétrie de cet hexagone qui font entre eux un angle de 120° : **l'**hexagone IJKLMN est donc régulier.

5) Aire de l'hexagone ABCDEF en fonction de r
Solution 1 *:* l'aire est la somme des aires de 6 triangles équilatéraux superposables à AOF
Aire AOF= $\frac{1}{2}$ AO x FH_1 = $\frac{1}{2}$ r x $\frac{1}{2}$ r$\sqrt{3}$ = $r^2\ \frac{\sqrt{3}}{4}$
L'aire de l'hexagone est donc $\frac{3}{2}\ \mathbf{r^2}\sqrt{3}$

Solution 2 : l'aire est la somme des aires de 3 losanges superposables à ABOF
Aire ABOF = $\frac{1}{2}$ x FB x AO = $\frac{1}{2}$ x r$\sqrt{3}$ x r = $\frac{1}{2}\ r^2\sqrt{3}$
On retrouve : aire de ABCDEF = $\frac{3}{2}\ r^2\sqrt{3}$

DEUXIÈME ÉPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ÉLÈVES

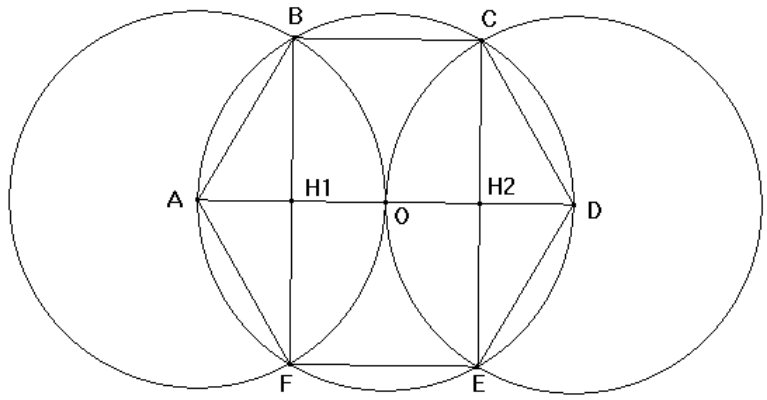
1) et 2)

ÉLÈVE ANAIS
Procédure utilisée
Voir construction 1 de l'exercice 2

Justification
La procédure de construction donne par définition un hexagone régulier (hexagone dont les côtés de même longueur et inscrit dans un cercle). Il suffit de renvoyer pour la justification à l'exercice 2 qui partait d'un hexagone ABCDEF régulier et démontrait que BCEF est un rectangle.

ÉLÈVE AURÉLIE
Procédure sans doute utilisée
Voir construction 2 de l'exercice 2

Justification
Prouvons que la construction des deux cercles permet d'obtenir un hexagone régulier ABCDEF : la suite de la justification se ramènera alors à l'exercice 2.



Soit r le rayon des trois cercles :
par construction r = OA = OB = OC= OD = OE = OF = AB = AF = DC = DE

Première justification de l'hexagone
Les longueurs de ses trois côtés étant égales à r, le triangle ABO est équilatéral ; de même les triangles AOF et COD et ODE. Les angles $B\hat{O}A$, $A\hat{O}F$, $C\hat{O}D$ et $D\hat{O}E$ sont égaux à 60°.

Par supplément (somme 180°), les angles $C\hat{O}B$ et $E\hat{O}F$ sont égaux à 60°. Les points F, E, D, C, B, A se déduisent l'un de l'autre dans cet ordre par une rotation de centre O et d'angle 60°
Ce qui permet de dire que ABCDEF est un hexagone régulier.

Seconde justification de l'hexagone

Appelons d la droite perpendiculaire à (AD) qui passe par O.

Tous les cercles (de même rayon) sont symétriques par rapport à (AD). Le cercle de centre O admet d comme axe de symétrie ; comme A admet D comme symétrique par rapport à d, le cercle de centre A admet celui de centre D comme symétrique par rapport à d. La figure globale admet donc deux axes de symétrie perpendiculaires.

En considérant les intersections de cercles,

* par la symétrie axiale d'axe d, : B → C et F → E donc (BF) // (CE)
* par la symétrie axiale d'axe (AD) : B → F et C → E donc (BC) // (FE)

BCFE est un parallélogramme avec deux axes de symétrie (AD) et d, médiatrices des côtés : c'est donc un rectangle.

ÉLÈVE DORIAN

Procédure possible

Tracer une droite. Marquer un point O sur cette droite

Placer sur cette droite (avec le compas) deux points A et B symétriques par rapport à O.

Placer sur le segment [AB] (avec le compas) deux points C et D symétriques par rapport à O, en nommant C le plus proche de A.

Tracer deux arcs du cercle de centre A et de rayon r plus grand que AO, de part et d'autre de (AB).

Tracer deux arcs du cercle de centre D et de même rayon r, de part et d'autre de (AB).

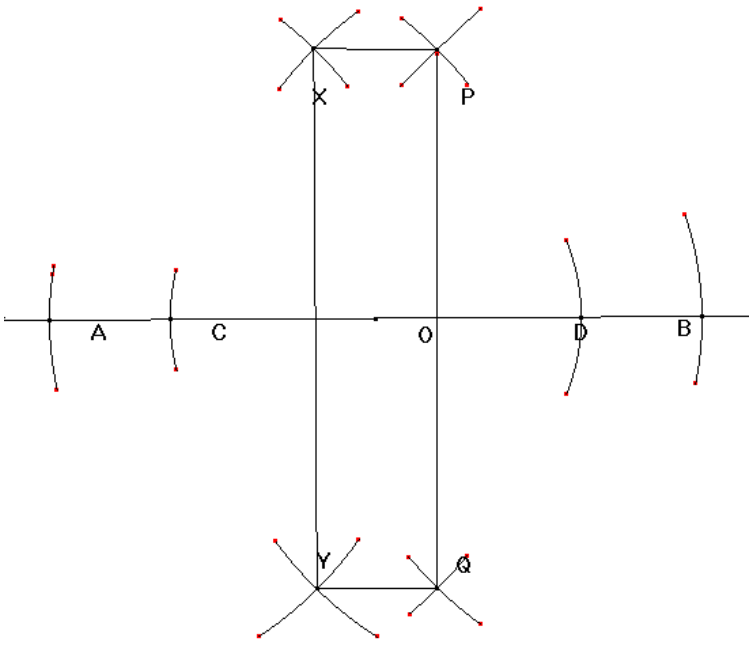
Nommer X et Y les intersections de ces deux cercles.

Tracer deux arcs du cercle de centre C et de même rayon r, de part et d'autre de (AB).

Tracer deux arcs du cercle de centre B et de même rayon r, de part et d'autre de (AB).

Nommer P et Q les intersections de ces deux cercles.

Relier P, X, Q, et Y en un quadrilatère convexe.



Justification
La procédure de construction, à base de cercles de centre O ou de cercles de centres symétriques par rapport à O produit une figure symétrique par rapport à la droite (AB) –symétrie s1-- et par rapport à la droite perpendiculaire à (AB) en O -- symétrie s2--.

Ainsi

Point	A	C	B	D	X	P	O
Point image par symétrie axiale s1	A	C	B	D	Y	Q	O

et

Point	A	D	(A,D)	(B,C)	X	Y
Image par symétrie axiale s2	B	C	(B,C)	(A,D)	P	Q

Par suite, par s2, les segments [XP] et [YQ] sont parallèles et de même longueur ; le quadrilatère XPQY, convexe, est donc un parallélogramme.
Par s1, (AB) est médiatrice de [XY] et de [PQ] : XPQY est donc un rectangle.

Remarque :
Nous avons indiqué une procédure de construction qui redonne exactement la figure de Dorian. Si nous avions conservé seulement le principe de sa construction, il suffisait de dire : « Sur une droite placer deux segments [AD] et [BC] quelconques. Tracer 4 cercles de même rayon de centre A, B, C, D tels que les cercles de centre A et D se coupent (en X et Y) et les cercles de centre C et B se coupent (en P et Q). »
Cette réponse est acceptée même si la figure peut avoir un aspect sensiblement différent quand les segments [AD] et [BC] sont disjoints et de longueurs différentes.

3) La tâche est de tracer un rectangle à la règle et au compas.
Les élèves mettent en œuvre des connaissances spatiales pour imaginer un tracé en anticipant sur la figure qu'ils vont obtenir. Anaïs a une bonne connaissance de l'hexagone inscrit dans un cercle et des rectangles qu'on peut y voir. Aurélie et Dorian ont une bonne connaissance des symétries du rectangle.
Les compétences se révèlent dans la réussite des tracés et le maniement des instruments. Aurélie trace les cercles en entier. Dorian ne trace que des arcs de cercle dans les parties « utiles » du plan, ce qui facilite la lisibilité au moment de joindre les sommets et suppose une très bonne anticipation de la place des points cherchés.

Remarque : les compétences sollicitées ne sont pas exigibles à la fin du cycle 3 et les productions proposées sont au minimum celles d'élèves de collège.
Les questions 1) et 2) peuvent donner lieu à des hypothèses de constructions différentes dont la justification ne sera pas de même difficulté.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Remarques
Les pages proposées des documents 2 et 3 font référence à des activités où l'élève est amené à anticiper
- le nombre de jetons contenus dans une boîte après ajout à une collection initiale,
- ou le nombre de jetons cachés d'une barrette à cinq ou six places.
Ces activités ne sont qu'évoquées par des dessins ou des schémas.
Les exercices proposés sont ***des évaluations de ces activités préalables et de la compréhension des écritures utilisées à cette occasion.***

Le manuel de CP à l'étude n'est pas prévu pour être utilisé seul : il est accompagné d'un livre du maître qui contient la description de ces ***activités préparatoires,*** *nécessaires à l'utilisation du manuel par l'élève.*

ÉTUDE DU DOCUMENT 2

1) Les deux situations correspondantes à la notion de somme de ces pages sont :
- une situation de transformation d'une collection par l'apport d'une autre collection[8],
- une situation de réunion de deux collections[9].

Dans les pages 28 et 29, les exercices 1 et 2 s'appuient sur la première situation rappelée dans le « observe et décris »[10] ; les exercices 3, 4 et 5 s'appuient sur la seconde.
Remarquons une erreur dans un dessin du manuel : il manque deux jetons dans la première boîte du deuxième exemple de l'exercice 1.

2) Dans l'exercice 2 de la page 28, est travaillée en acte la commutativité de l'addition.
Dans la première partie, il s'agit de coder un dessin bicolore par une écriture additive à deux termes ; dans la deuxième de dessiner des collections bicolores par analogie avec des écritures additives à deux termes et d'écrire la somme.

L'exercice aurait eu plus d'intérêt avec la formulation « Complète puis dessine les jetons » : il aurait laissé la procédure de réponse à la charge des élèves et aurait favorisé l'anticipation du nombre somme (et évalué la compréhension du symbole +) par calcul mental, par dessin, par image mentale de la collection totale.
Le dessin aurait ainsi servi à la validation.

3) Les exercices 4 et 5 sont différents des exercices 1 et 2 dans la mesure où ils n'évoquent pas de transformation dynamique d'une collection : les deux collections jouent le même rôle ; la somme des deux termes est toujours donnée.

[8] « état-transformation-état » au sens de Vergnaud.
Référence : *Le Moniteur de mathématique. Résolution de problèmes* Éditions Nathan 1997
[9] « réunion partie tout »
[10] Remarquons que les représentations de la boîte sont très différentes : en perspective pour la partie ''Observe et décris'', en schéma pour les exercices 1 et 2 : il n'est pas sûr que des élèves de CP y reconnaissent la même boîte.

La propriété sous-jacente de l'égalité est la symétrie : le signe = n'est pas forcément orienté de gauche à droite. Cette symétrie conduit à la transitivité de l'égalité :
si 1 + 4 = 5 et 5 = 2 + 3, alors 1 + 4 = 2 + 3.

4) L'exercice 7 permet d'écrire toutes les écritures additives à deux termes non nuls égales à 2, 3, 4, 5 et 6. Cela correspond aux premières tables d'addition..

5) On peut très bien ne rien penser.
Ou bien s'étonner que le champ numérique reste si petit, alors que les compétences des élèves de CP sur les nombres écrits sont en général plus avancées à cette période.
Ou bien se dire qu'une séance de systématisation sur les écritures additives doit se placer dans un champ bien connu.

ÉTUDE DU DOCUMENT 3

1) *C'est une « drôle de question » pour un concours*.
Les dés sont inhabituels car une face peut indiquer 0. Ils sont aussi magiques puisque seule leur face supérieure indique un nombre…

2) L'exercice 2 de la page 30 ne propose qu'une somme égale à 4 et une somme égale à 5. Il propose des écritures additives à trous et des collections bicolores de 4 ou 5 hexagones. Si on infère que la collection bicolore est associable par analogie avec une écriture additive où la quantité d'hexagones rouges doit toujours être écrite en premier, alors il ne manque aucune image.
Par contre les écritures qui comportent 0 sont absentes, parce qu'elles manquent de sens pour les élèves : il est difficile de comprendre pourquoi on éprouve le besoin d'ajouter 0 ; c'est purement formel. L'illustration par de tels hexagones n'est pas possible.
L'illustrateur a choisi des dispositions spatiales culturellement familières, les constellations (dominos) qui peuvent permettre aux élèves de dire directement (sans dénombrer) 4 ou 5.

3) a) Les solutions sont : 2 + 1 = 3 ; 1 + 2 = 3 ; 3 + 2 = 5 ; 2 + 3 = 5
La réponse à la question dépend du rôle qu'on veut faire jouer à cet exercice.
Si on veut une confrontation de solutions, collective et immédiate.
Si on veut une évaluation individuelle suite à d'autres exercices du même genre, individuelle et différée.

b) On peut proposer à l'élève d'aller chercher des jetons pour vérifier son égalité : il pourra, soit prendre 6 jetons d'une seule couleur et essayer de les répartir en deux tas, soit prendre 2 jetons d'une couleur et 3 d'une autre (ou 2 dans une main et 3 dans l'autre) et compter combien il a en tout.
Laisser l'élève prendre les jetons tout seul permet d'observer ses réactions et de mieux comprendre les raisons de son échec.

4) Les activités de ce chapitre confèrent à 0 un statut particulier, statut qu'il a d'ailleurs réellement parmi les nombres : en particulier il est élément neutre pour l'addition.

5) Ces deux égalités ne peuvent pas être illustrées naturellement par une situation réunion de deux parties. Par contre l'égalité 0+3 = 3 peut être, à la limite, illustrée par « une histoire de boites » : le maître montre la boîte qui est vide, demande le nombre de jetons, puis il y met 3 jetons et redemande le nombre de jetons : il symbolise alors l'action par l'égalité ci-dessus.

ÉTUDE DU DOCUMENT 4

1) On retrouve les deux situations additives dans le jeu :
- recouvrir progressivement la piste en ajoutant des carreaux permet d'illustrer la situation de transformation ;
- échanger une plaque de deux carreaux contre deux plaques d'un carreau, ou le contraire, permet d'illustrer la réunion de deux collections qui jouent le même rôle.

2)

1 + 1 = 2 et 2 = 1 + 1	1 + 2 = 3 et 3 = 1 + 2	1 + 3 = 4 et 4 = 1 + 3
	2 + 1 = 3 et 3 = 2 + 1	2 + 2 = 4 et 4 = 2 + 2
		3 + 1 = 4 et 4 = 3 + 1

La commutativité est très implicite dans ce jeu car les élèves ne seront pas sensibles à l'ordre dans lequel ils poseront les plaques.

3) La symétrie de l'égalité est mise en scène. Les échanges seront différents selon les besoins du jeu. L'acte d'échanger une plaque que l'on possède contre deux plaques que l'on prend diffère de l'acte de remplacer deux plaques que l'on possède par une seule. Il faut adapter sa décision.
Le maître peut écrire chaque fois qu'un échange a lieu l'égalité associée (par exemple, soit 2 + 1 = 3 soit 3 = 2 + 1) et laisser progressivement l'élève faire de telles propositions. Il peut aussi mettre à disposition des élèves des billets où sont écrites les huit égalités notées dans la question 2 avec deux couleurs différentes : en jaune ce qu'ils ont (par exemple 4), en vert ce qu'ils veulent (par exemple 1+3) ; quand ils voudront procéder à un échange, ils devront d'abord montrer l'égalité correspondante.

LIMOGES

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE N° 1 :

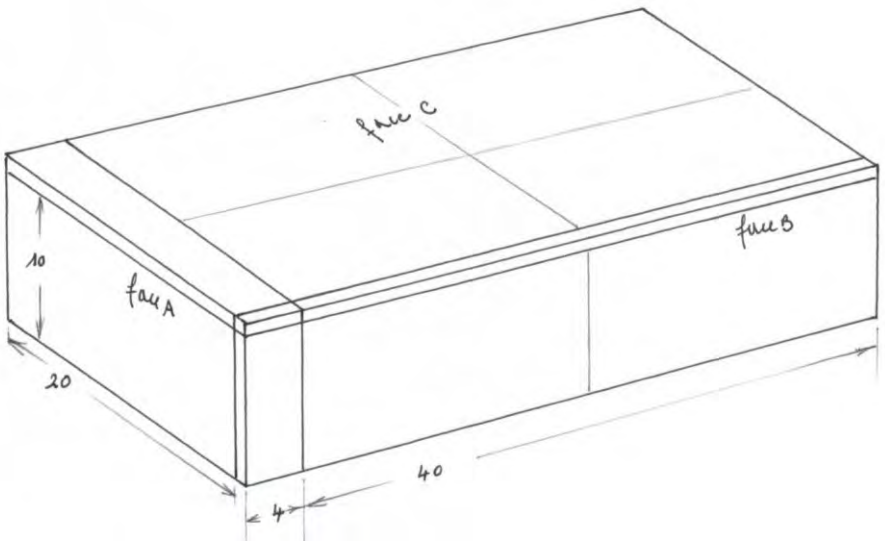
Question 1.a :
Le volume de la boîte parallélépipédique est égal au produit de ses trois dimensions : $44 \times 22 \times 11 = 10\,164$.
Le volume de la boîte est donc égal à 10 164 cm^3.
Le volume d'un livre, assimilé à un parallélépipède rectangle, est égal au produit de ses dimensions : $20 \times 10 \times 1 = 200$.
Le volume d'un livre est donc égal à 200 cm^3.

Question 1.b :
Le nombre théorique *l* de livres que l'on ne peut dépasser, en ne tenant pas compte des contraintes dues aux formats de la boîte et des livres, est le quotient euclidien de 10 164 par 200. Ce quotient est égal à 50 car :

$10\,164 = (200 \times 50) + 164$ et $164 < 200$.

De toute façon, on ne pourra placer plus de 50 livres dans la boîte. $l = 50$

Question 2.a :



Appelons A la face de dimensions 11×21, B la face de dimensions 11×44 et C la face de dimensions 21×44. Voir schéma ci-dessus.

On peut en principe ranger 44 livres parallèlement à la face A. Cela laisse deux espaces vides : l'un, contre la face B et de dimensions 44 × 11× 1, qui permet de placer deux livres, et l'autre, contre la face C et de dimensions 21 × 44 × 1, qui permet (de plusieurs façons d'ailleurs) de ranger quatre livres de plus.
Au total : 44 + 2 + 4 = 50.
On peut donc placer les *l* livres dans la boîte, avec *l* = 50.

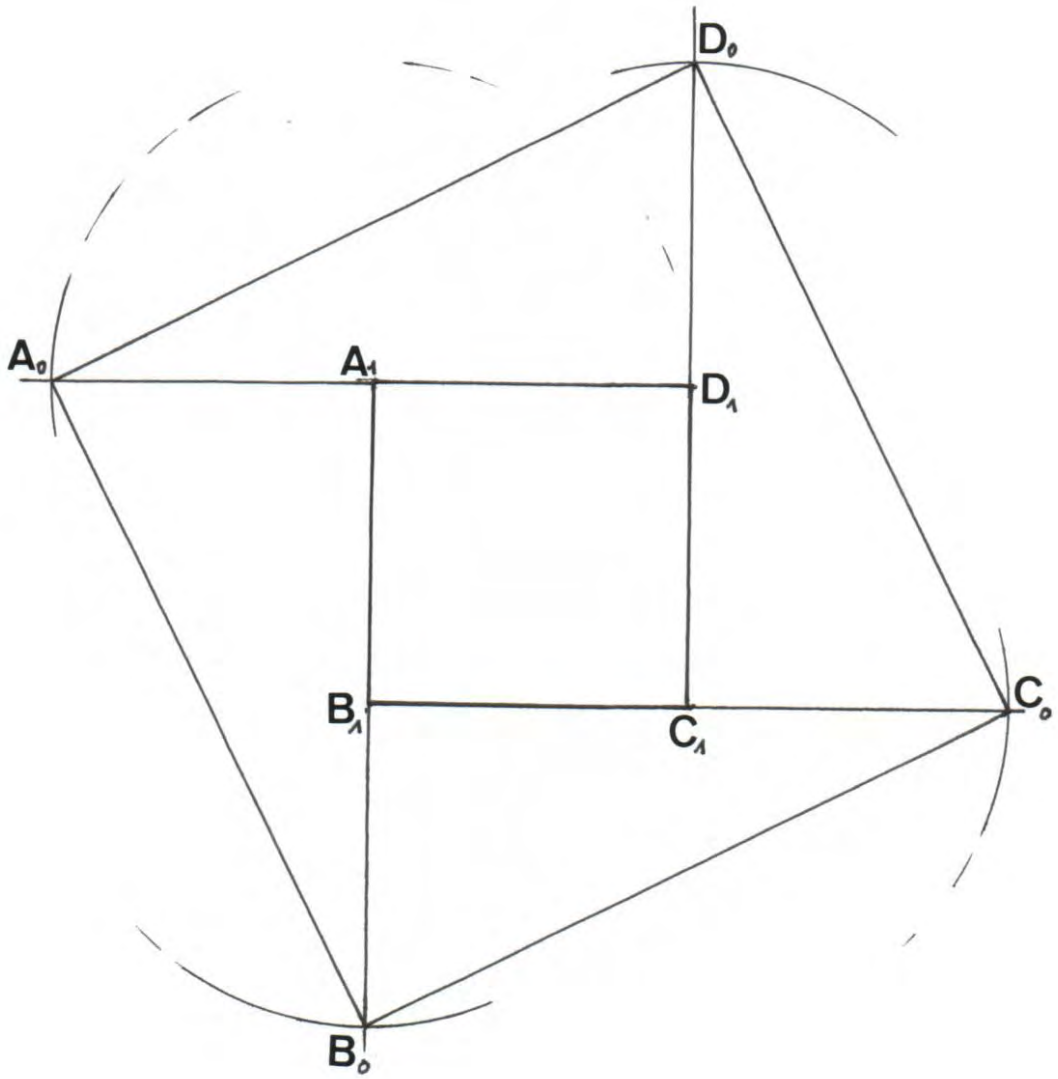
Question 2.b :
Un rangement judicieux permet, en disposant les livres de manière à occuper les espaces restant libres, d'atteindre le maximum possible. La forme de la boîte, ses proportions en rapport avec celles des livres déterminent le nombre de livres qui peuvent y être rangés. Une boîte de dimensions 7 × 4 × 363 qui aurait donc le même volume, égal à 10 164 cm^3, ne pourrait en contenir aucun. Une boîte aux dimensions 7 × 12 × 121 en pourrait contenir 42.
Remarque : Il y a plusieurs rangements possibles selon que l'on range les livres « à plat » ou verticalement.

Question 3 :
Calcul du volume restant libre, en cm^3 :
Première méthode : 50 livres occupant un volume égal à 200 ×50 (en $cm^{3)}$, le volume restant libre exprimé en cm^3 est égal à 164.
Seconde méthode : Le volume restant libre correspond à trois parallélépipèdes rectangles :
Le premier est de dimensions 44 × 1 × 1 et son volume, exprimé en cm^3, est égal à 44 ;
Le second est de dimensions 4 × 10 × 1 et son volume, exprimé en cm^3, est égal à 40 ;
Le troisième étant de dimensions 20 × 4 × 1 et son volume, exprimé en cm^3, est égal à 80 ;
Le volume restant libre, exprimé en cm^3, est par conséquent égal à 164.

Le rapport du volume restant libre comparé au volume total de la boîte est égal au rapport $\frac{164}{10164}$, ce qui donne une valeur approchée égale à 0,016…
En pourcentage ce volume non utilisé est donc compris entre 1% et 2% du volume total.
L'approximation de la forme x% avec x entier compris entre 0 et 100 la plus proche de la valeur réelle est 2%. Mais il faut remarquer que cette valeur approchée n'a pas de sens pour le problème posé car 2% de 10164 cm^3 est supérieur à 200 cm^3. Le volume restant serait alors inférieur à 50 × 200 $cm^{3.}$ L'approximation demandée est donc 1%.

EXERCICE N° 2 :

Question 1 :
Construction *:*



Question 2.a :
Appelons I le centre du carré $\mathbf{C}_1$, et r la rotation d'angle droit, de sens direct, et de centre I. Dans cette rotation, le point A_1 a pour image le point B_1, le point B_1 a pour image le pointC_1. Une rotation est une isométrie, elle conserve donc l'alignement et les longueurs. Le symétrique B_0 de A_1 par rapport à B_1 a pour image par cette même rotation le point C_0 symétrique de B_1 par rapport à C_1. De ce fait, le triangle B_0IC_0 est un triangle isocèle rectangle, d'angle droit en I.
On prouverait par un raisonnement analogue qu'il en est de même pour les triangles C_0ID_0, D_0IA_0 et A_0IB_0. On en déduit que les diagonales $[A_0C_0]$ et $[B_0D_0]$ du quadrilatère $\mathbf{C}_0$ sont perpendiculaires, ont le même milieu I, et sont de même longueur. Le quadrilatère $\mathbf{C}_0$ est donc un carré, ayant le même centre que $\mathbf{C}_1$.

Autre démonstration.
Les triangles $A_0A_1B_0$ et $B_0B_1C_0$ sont isométriques (superposables) car ce sont des triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit ont respectivement la même

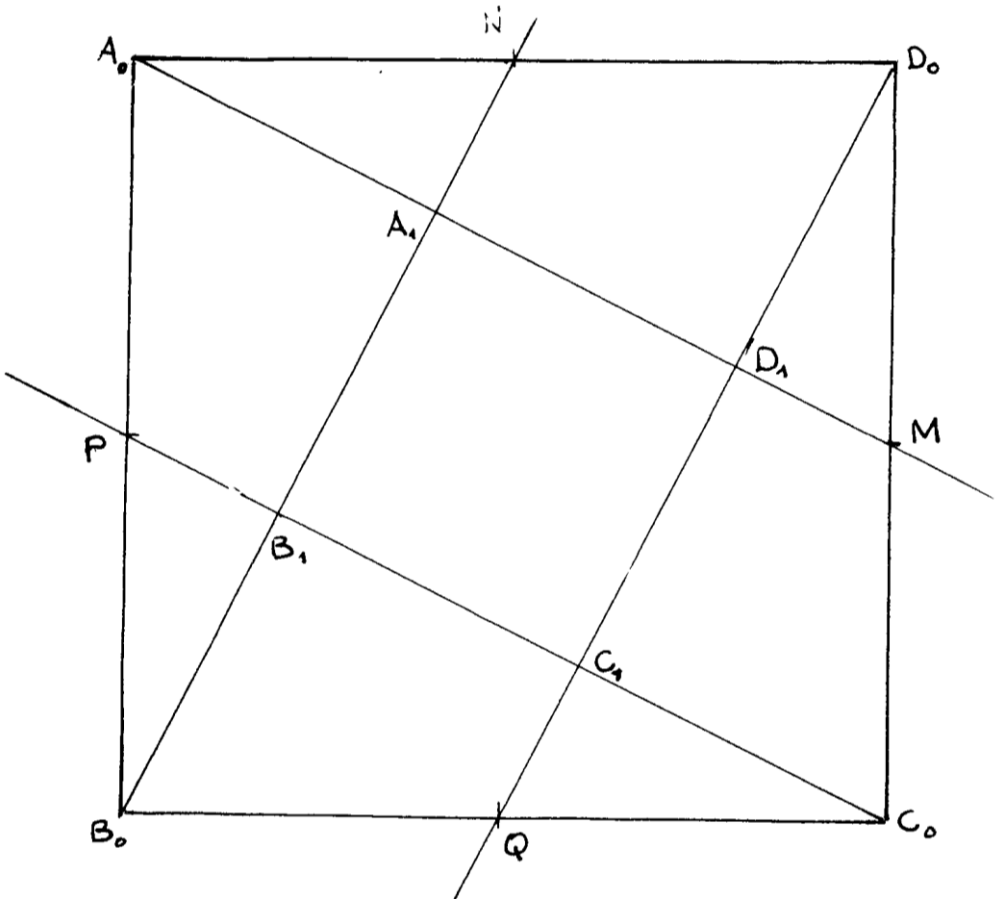
longueur. Leurs hypoténuses respectives A_0B_0 et B_0C_0 ont donc même longueur. En procédant de la même manière on démontre l'isométrie des quatre triangles $A_0A_1B_0$, $B_0B_1C_0$, $C_0C_1D_0$, $D_0D_1A_0$.
Le quadrilatère $A_0B_0C_0D_0$ est donc un losange.
$A_0B_0A_1 = B_0C_0B_1$ (isométrie des triangles)
$B_1C_0B_0$ est complémentaire de $B_1B_0C_0$
Donc $A_0B_0C_0$ est somme de deux angles complémentaires, c'est un angle droit. $A_0B_0C_0D_0$ est donc un carré.
Le quadrilatère $A_1B_0C_1D_0$ est un parallélogramme car $[A_1B_0]$ et $[D_0C_1]$ sont parallèles et de même longueur. Ces diagonales $[B_0D_0]$ et $[A_1C_1]$ ont même milieu. Les deux carrés C_0 et C_1 sont donc concentriques.

Question 2.b :
Calcul de la mesure du côté $[A_0B_0]$: Le triangle $A_0A_1B_0$ est rectangle en A_1 puisque les droites (D_1A_0) et (A_1B_0) sont perpendiculaires, comme supports de côtés consécutifs d'un carré. Le côté $[A_1A_0]$ est isométrique avec $[D_1A_1]$. $D_1A_1]$ et $[A_1B_1]$ sont deux côtés du carré $\mathbf{C}_1$, par conséquent $A_1A_0 = A_1B_1$.
$A_1B_0 = 2\ A_1B_1$ puisque B_1 est le milieu du segment $[A_1B_0]$.
Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $A_0A_1B_0$, rectangle en A_1.
$A_0B_0^2 = A_1A_0^2 + A_1B_0^2$
$A_0B_0^2 = A_1B_1^2 + 4\ A_1B_1^2$
$A_0B_0^2 = 5\ A_1B_1^2$.
L'aire d'un carré étant égale au carré de la mesure d'un de ses côtés, l'aire S_0 de $\mathbf{C}_0$ est égale à 5 fois l'aire S_1 du carré $\mathbf{C}_1$. Ce que traduit l'égalité $S_1 = 5\ S_0$.

Question 3.a :
La droite (A_0A_1) est parallèle à la droite (B_1C_0) (ce sont les supports de deux côtés opposés d'un carré). La droite (B_1C_0) et la droite (D_0C_0) sont sécantes. On en déduit que les droites (A_0A_1) et (D_0C_0) sont sécantes en un point M. Montrons que M est le milieu du segment $[D_0C_0]$. Dans le triangle $C_1D_0C_0$, la droite (D_1M) est parallèle à (C_1C_0). Cette droite passe par le milieu D_1 du côté $[D_0C_1]$. Nous pouvons appliquer la réciproque du théorème des milieux : La droite (D_1M) coupe le côté $D_0C_0]$ en son milieu M.
De la même façon, la réciproque du théorème des milieux, appliquée dans le triangle $D_1A_0D_0$, permet de montrer que la droite (B_1A_1) parallèle à (D_1D_0) et passant par le milieu A_1 du côté $[A_0D_1]$ coupe le côté $[A_0D_0]$ en son milieu.

Question 3.b :

Soit $\mathbf{C}_0$ le carré dessiné comme base pour les constructions. Soient M, N, P, Q les milieux respectifs des côtés $[C_0D_0]$, $[D_0A_0]$, $[A_0B_0]$, $[B_0C_0]$. Tracer les segments $[A_0M]$, $[B_0N]$, $[C_0P]$ et $[D_0Q]$. Le carré $\mathbf{C}_1$ apparaît en gommant les traits superflus.



Question 4.a :
Tous les carrés obtenus en réitérant le protocole de la question 3.b ont le même centre I. Chacun est une réduction du carré précédent, à partir duquel il est construit. Chaque carré a une aire cinq fois plus petite que le carré précédent. On en déduit que chaque carré a une mesure des côtés $\sqrt{5}$ fois plus petite que celle du carré précédent :

$A_0B_0 = \sqrt{5}\, A_1B_1$; $A_1B_1 = \sqrt{5}\, A_2B_2$; $A_2B_2 = \sqrt{5}\, A_3B_3$…

Le tableau ci-dessous indique les mesures **en centimètres** des côtés des carrés $\mathbf{C}_n$., exactes dans la première ligne, puis approchées au centième près dans la seconde.

A_0B_0	A_1B_1	A_2B_2	A_3B_3	A_4B_4	A_5B_5	A_6B_6	…	A_nB_n
10	$\frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$	$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$	$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{25}$	$\frac{2}{25}$	…	$\frac{10}{\sqrt{5}^n}$
10	4,47	2	0,89	0,4	0,18	0,08		

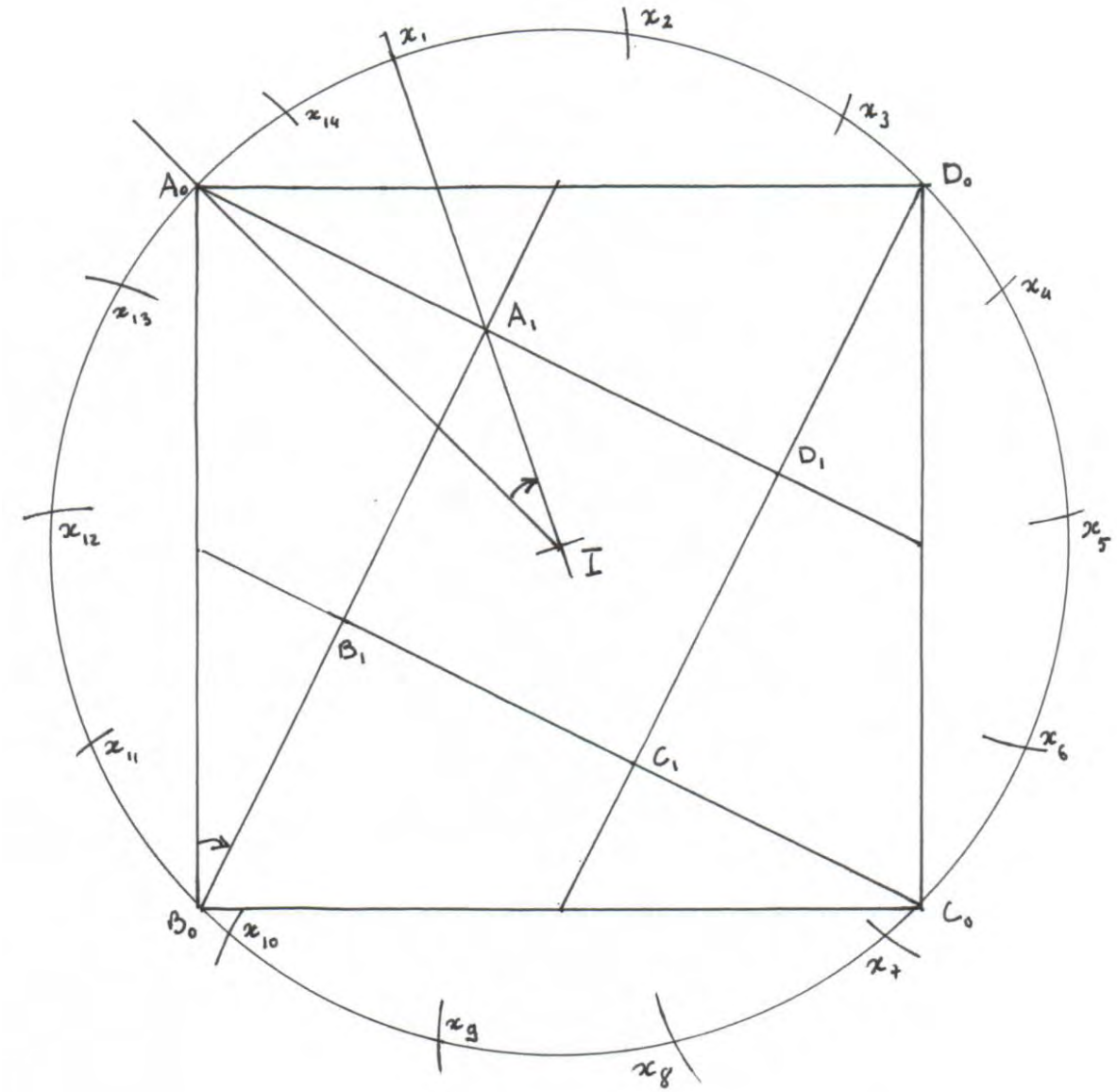
Le carré $\mathbf{C}_n$ sera contenu à l'intérieur du disque de centre I et de rayon 1mm si la distance IA_n est elle-même inférieure à 1mm, or $[IA_n]$ est une demi diagonale du carré $\mathbf{C}_n$

Le rapport entre la mesure de la diagonale d'un carré et celle d'un côté est égal à $\sqrt{2}$, le segment $[IA_n]$ a donc une mesure égale à $\frac{A_nB_n}{\sqrt{2}}$. Il suffit donc, pour connaître les mesures successives des segments $[IA_n]$, de diviser les mesures des côtés $[A_nB_n]$ par $\sqrt{2}$. On obtient $IA_5 > 0{,}12$ et $IA_6 < 0{,}06$. Le premier carré situé à l'intérieur du disque est donc le carré $\mathbf{C}_6$.

Question 4. b :

Par rapport au carré $\mathbf{C}_0$, le carré $\mathbf{C}_1$ a tourné d'un angle égal à l'angle que font entre elles les droites $(A_0\,B_0)$ et (A_1B_1), mais cet angle est le même que l'angle que font entre elles les droites (IA_0) et (IA_1).

A l'aide d'un compas, la figure ci-dessous montre qu'il faut effectuer 14 fois le protocole pour que le carré $\mathbf{C}_{14}$ obtenu ait effectué plus d'un tour complet.



Note : Argument trigonométrique non demandé dans cette épreuve : L'angle correspondant à une rotation a une tangente égale à $\frac{1}{2}$, et sa valeur en degrés est proche de 26,5°. Comme 26,5 × 13 < 360 et 26,5 × 14 > 360, on en conclut qu'il faut bien 14 opérations successives pour avoir effectué plus d'un tour complet.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES.

Question 1.

Les objectifs du maître peuvent être les suivants :

- Engager les élèves à reconnaître une situation multiplication dans un énoncé complexe.
- Conduire les élèves à identifier et trier dans un énoncé de problème les données utiles à sa résolution. Il s'agit donc de mettre en relation des données et une question.
- Amener les élèves à organiser leurs traces écrites.
- Faire comprendre aux élèves que leur travail est de produire une solution, mais aussi de vérifier qu'elle répond bien à la question posée.

Note : L'information fournie sur le travail accompli auparavant en classe, travail relatif à la technique de multiplication, peut faire penser que le maître puisse souhaiter voir dans quelle mesure les élèves utilisent ces connaissances récentes, plutôt que l'addition ou le dénombrement..

Question 2.

La réponse correcte est : le grand-père de Paul a planté 91 choux.
Les réponses de Camille, de Thomas, de Cyrielle et de Marine sont erronées.

Thomas calcule le nombre de choux et effectue le produit de 13 multiplié par 7. Le nombre obtenu 91 est correct. Il lui ajoute alors le nombre 85 (correspondant au nombre de salades donné dans l'énoncé). La somme de ces deux nombres est exacte. Thomas n'a donc pas distingué les salades et les choux, du moins dans le contexte où il se trouvait… Cependant, Thomas doute de son choix et le signale en réponse à la question 2.

Question 3.

Marine :
Marine a posé la multiplication de 7 par 13, 7 étant écrit au-dessus de 13. Marine peut avoir calculé ainsi : « *3 fois 7, ça fait 21. Je pose 1 et retiens 2.* » (Elle écrit 1 comme chiffre des unités du produit obtenu, ce qui est correct, mais marque et entoure la retenue qu'elle place à gauche du chiffre 7). Elle continue alors : « *1 fois 2, ça fait 2. J'écris 2*. » (Elle multiplie la retenue par le chiffre des dizaines de 13. Le chiffre 2 prend place à gauche du chiffre 1, dans le résultat).
Elle aurait ainsi multiplié entre eux les chiffres des unités puis, ayant placé la retenue au-dessus de 1 dans ce qui ressemble à une colonne de dizaines, multiplié entre eux les chiffres de cette colonne. Elle ne maîtrise donc pas la technique de la multiplication par un nombre à deux chiffres, et la gestion de la retenue dans des produits partiels. Signalons également qu'elle n'a pas idée de l'ordre de grandeur du résultat attendu, sa réponse 21 en étant bien éloignée…

Etienne :
Etienne dispose sa multiplication de 13 par 7 de façon à multiplier par un nombre à un chiffre. Son calcul est correct.
La présence du calcul en ligne peut être interprétée soit comme une vérification de l'égalité $3 \times 7 = 21$, soit comme une aide au calcul de ce produit.
En fait il décompose 7 en somme 3 + 3 + 1 et multiplie 3 par cette somme. Il utilise ainsi implicitement la distributivité de la multiplication sur l'addition :
$3 \times 7 = 3 \times (3 + 3 + 1)$, il calcule alors $3 \times 7 = (3 \times 3) + (3 \times 3) + 3 \times 1)$. Cela lui permet de se ramener à des produits de petits nombres dont il est absolument certain.
Son écriture est incorrecte du fait d'un usage illicite du signe = mais correspond probablement à la traduction de son raisonnement mental : « *3 fois 3 font 9* (pour trois rangées) ; *9 plus 9 égale 18* (pour six rangées) ; *18 plus 3 égale 21* (pour sept rangées).

Question 4.

Camille dessine un rond pour chacun des choux. Elle les dispose en 7 rangées verticales séparées par un trait. Si les rangées n'ont pas toutes la même longueur, chacune contient cependant exactement 13 ronds. Ce dessin va lui servir à **dénombrer** la collection de choux. Camille fait une erreur en les dénombrant : Elle groupe les colonnes par deux (présence des traits) mais elle compte 27 choux dans deux colonnes, en pointant sans doute deux fois le même choux. Réutilisant ce résultat elle obtiendra le nombre 94 au lieu de 91.
Floriane représente par une bande verticale chacune des 7 rangées. En bas de chacune de ces 7 colonnes, elle écrit 13, le nombre de choux qu'elle contient, sans dessiner les choux eux-mêmes. Cette représentation schématique du problème lui permet de **calculer** ensuite le nombre de choux demandé. Elle effectue ce calcul de deux façons, multiplicative et additive.
Remarque, Floriane additionne les 91 choux et les 85 salades pour trouver 176 légumes.

Question 5.
La réponse que nous donnons sur porte sur les compétences numériques. Il serait possible de d'étudier les compétences relatives à la rédaction.
Camille dessine chacun des éléments de la collection pour pouvoir les dénombrer, les compter un à un. Le **dénombrement** est une procédure fréquemment rencontrée au cycle 2 qui perdure pour certains élèves au début du cycle 3.
Etienne reconnaît une situation multiplicative, la traduit par une opération disposée en colonne : Sa procédure est un **calcul,** représentant un passage à l'abstraction que n'a pas fait Camille. C'est représentatif de ce que l'on peut attendre au cycle 3.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Question 1.
La quantité d'essence modifiée est proportionnelle à la quantité d'eau distillée.

Quantité d'essence en litres	20	5	**45**	**30**	**35**	**50**	**15**	**25**	**80**
Quantité d'eau en litres	12	3	**27**	**18**	**21**	**30**	**9**	**15**	**48**

Question 2.a :
Réponse : Les modifications apportées qui remplacent des variables numériques par d'autres tendent à modifier les procédures de résolution attendues. Les intentions du maître peuvent être de permettre l'utilisation de deux méthodes différentes :

- Utilisation du coefficient de proportionnalité ;
- Utilisation des propriétés de linéarité.

Justification : Dans le problème initial, il s'agit de déterminer progressivement les nombres manquants de l'une ou l'autre des suites proportionnelles :

Quantité d'essence en litres	20	**45**	**30**	**35**	**50**			
Quantité d'eau en litres	12					**9**	**15**	**48**

Le coefficient de proportionnalité dans ce cas est égal à $\frac{3}{5}$, son inverse à $\frac{5}{3}$, ce qui ne rend pas son utilisation commode. La recherche de l'image de l'unité (pour un litre d'essence, il faut $\frac{12}{20}$ de litre d'eau, soit 0,6 litre) n'est guère plus avantageuse du fait des calculs à effectuer avec des nombres décimaux.

Par contre les relations 45 = 20 + 20 + 5, 5 = $\frac{1}{4}\times 20$, 30 = 20 + $\frac{1}{2}\times 20$ sont propices à l'utilisation des propriétés de linéarité. La détermination du couple (5 ; 3) rend particulièrement commodes les calculs ultérieurs en utilisant l'additivité ou la conservation d'un même rapport entre des termes d'une même suite.

Le problème modifié demande la recherche des nombres manquants ci-dessous :

Quantité d'essence en litres	18	**36**				**9**	**54**
Quantité d'eau en litres	6		**11**	**17**	**49**		

Le coefficient de proportionnalité est alors égal à $\frac{1}{3}$, son inverse est le nombre entier 3, ce qui rend plus lisible et fiable son utilisation : « Il faut trois fois moins d'eau que d'essence. Il faut trois fois plus d'essence que d'eau.»
Les questions 2 et 4 permettent une utilisation aisée de la linéarité (36 est le double de 18, 9 est la moitié de 18 et 54 est le triple de 18). Pour la recherche des

antécédents de 11, 17 et 49 l'utilisation du coefficient de proportionnalité, ou l'utilisation répétée des propriétés de linéarité sont possibles..

Question 2. b :
Les intentions des auteurs du manuel étaient probablement de mettre en évidence l'efficacité de l'exploitation de la linéarité.
Exemple d'utilisation de la linéarité : appelons f la fonction qui associe la quantité d'eau correspondant à une quantité d'essence.

f(20) = 12. Sachant que 45 = 20 + 20 + 5, alors f(45) = 12 + 12 + $\frac{1}{4}\times 12$,

$5 = \frac{1}{4}\times 20$, donc $f(5) = \frac{1}{4}\times 12$. $f(5) = 3$

$30 = 20 + \frac{1}{2}\times 20$, donc f(30) = 12 + $\frac{1}{2}\times 12$.

La relation « pour 5 litres d'essence on utilise 3 litres d'eau » permet de résoudre rapidement la question 4. En effet les quantités d'eau proposées sont 9 et 15 multiples de 3, puis 48 qui est un multiple de 12.

Question 3.
L'ensemble du travail proposé porte sur des tableaux de nombres et non sur des situations à l'exception de l'exercice 4 vrai ou faux ?
Il s'agit (rubrique **Revoir**) de remettre en mémoire des techniques avant d'aborder la reconnaissance et le traitement de situations de proportionnalité. L'exercice 1 propose un travail systématique de recherche de termes manquants dans un tableau de proportionnalité à l'aide du coefficient de proportionnalité, ou du coefficient de proportionnalité inverse. L'exercice s'achève par une conclusion qui institutionnalise le terme d'opérateur « multiplier par » ou « diviser par ». L'existence d'un tel opérateur est présentée comme l'outil permettant de reconnaître un tableau de proportionnalité.
L'exercice 2 propose un autre moyen de reconnaître un tableau de proportionnalité, à l'aide des propriétés de linéarité.
Note : Le fait que dans les trois exemples donnés aucun des coefficients de proportionnalité ou de leurs inverses ne soit un entier n'est pas signalé. Le choix de la méthode, l'utilisation de la conservation du rapport ou des propriétés de linéarité sont imposés.
L'exercice 3 est un exercice de réinvestissement des méthodes qui viennent d'être exposées. Il demande de reconnaître si un tableau est bien un tableau de proportionnalité. Les deux types de procédures peuvent être mis en œuvre.

Question 4.
Complétons le tableau proposé en appliquant les opérations données, on obtient :

1	2	3
2	3	5

Ce tableau satisfait à la condition f(1 + 2) = f(1) + f(2) mais n'est pas un tableau de proportionnalité ! Cela provient du fait que les suites (1 ; 2) et (2 ; 3) ne sont pas proportionnelles.

Dans le troisième tableau de l'exercice 2, le choix des deux premiers termes des suites est réalisé de sorte que le tableau soit un tableau de proportionnalité, qui peut alors être indéfiniment prolongé à l'aide de propriétés de linéarité :

5	7,5	…
2	3	…

Mais cette condition nécessaire sur le choix des quatre termes n'est pas mentionnée. Le principe évoqué dans le troisième tableau ne peut donc être généralisé à tous les tableaux de nombres, et il risque de provoquer des erreurs par la suite.

Question 5.
Pour répondre on va supposer que ces deux documents constituent le premier abord de la proportionnalité, ce qui n'est pas vrai pour le document B.

	Document A	Document B
Support utilisé	Un énoncé de situation de proportionnalité : La proportion d'un mélange doit être respectée. Les élèves peuvent se représenter le problème.	Des tableaux de nombres (multiples au §1) hors de tout contexte et de toute situation, avec à chaque extrémité un coefficient dans son symbole d'opérateur.
	Avantage : Le sens est privilégié, la situation évoquée permettant de contextualiser les connaissances visées.	Inconvénient : Les tableaux peuvent apparaître comme un signal de reconnaissance d'une situation de proportionnalité, ce qui peut être trompeur.
Tâche des élèves	Dans cette activité de résolution de problème, les élèves ont à construire des procédures non définies à l'avance (le choix des nombres favorise la production de procédures diverses).	Les calculs à exécuter sont indiqués, les propriétés sont montrées, par le document lui-même.
	Avantage : les élèves ont un rôle actif dans la construction des savoirs. La situation est assez ouverte.	La situation est fermée. Autre inconvénient : Voir question 4.
Aspect didactique	Les propriétés de linéarité sont à découvrir et construire, les tableaux et graphiques demandés en fin d'activité ne semblent être que des moyens d'organiser et présenter les données obtenues.	Les propriétés de linéarité sont données a priori. Il reste à la charge des élèves d'en saisir tout l'intérêt, en suivant les conseils de leur professeur…

Question 6.

Quatre compétences requises pour effectuer le travail demandé dans le document A peuvent être les suivantes :

- Lire et comprendre l'énoncé : il faut reconnaître dans la situation proposée le rapport constant entre les quantités des deux ingrédients d'un mélange (comprendre la situation) ;
- Traduire cette relation par des calculs numériques ;
- Effectuer correctement ces calculs ;
- Organiser la présentation des résultats obtenus (par un tableau, puis par un graphique, ce qui nécessite de nombreux savoir faire).

Question 7.

Note : Question difficile pour les candidats du CRPE qui n'ont pas d'expérience de la classe…

Il n'est guère raisonnable d'envisager de proposer toutes les activités présentées sur cette page de manuel en une seule séance. L'énoncé est suffisamment long, et les calculs ne peuvent être lancés que lorsque la situation sera bien comprise. Rassembler tous les résultats dans un tableau, décrire clairement les procédures, construire une représentation graphique lisible et exploitable, tout cela fait beaucoup et nécessite du temps…Aussi faut-il prévoir de réaliser ce travail sur deux séances au moins.

Nous proposons le plan de séance suivant :

Première étape : entrée dans le problème ; appropriation, phase de dévolution.
Faire lire l'énoncé individuellement, s'assurer de la compréhension de la situation, proposer la question : « Combien de litres d'eau pour 45 litres d'essence ? » Faire réfléchir et éventuellement faire des prévisions de réponses, les relever.

Deuxième étape : phase de recherche au sein de groupes. (par groupes de deux)
Demander aux élèves de noter les étapes de leur recherche, leur procédure et leur solution. Chercher la réponse et noter sa procédure.

Troisième étape : mise en commun, phase de formulation entre groupes.
Relever les réponses et les procédures, les faire comparer (les élèves doivent justifier la procédure retenue). Conduire les élèves à identifier la solution correcte.
(Avant de continuer, il faut que la solution soit admise par tous et que des idées de différentes procédures aient pu être proposées afin que chaque élève puisse se lancer individuellement dans la suite de l'activité)

Quatrième étape : travail de consolidation individuel.
Faire résoudre les questions des paragraphes 4 et 5 (toutes ou en partie).

Cinquième étape : début d'institutionnalisation.
Rassembler les réponses dans un tableau, expliciter les propriétés reconnues. Ce tableau peut faire l'objet d'une affiche exploitable par la suite.

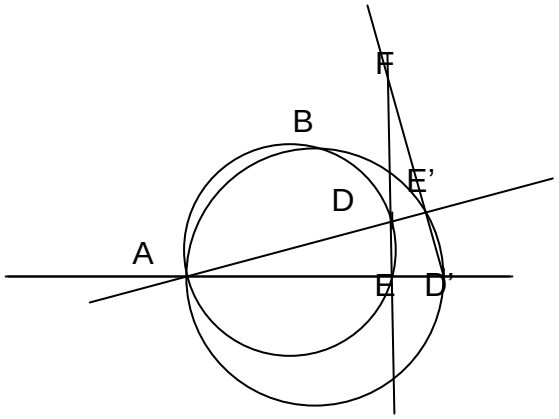
MARTINIQUE

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

1.a) Construction



1.b)
Le segment [AD] est diamètre du cercle (C), le point E est sur le cercle, le triangle ADE est donc inscrit dans le demi-cercle de diamètre [AD], c'est donc un triangle rectangle en E. Il en résulte que les droites (DE) et (EA) sont perpendiculaires.

De même, [AD'] est un diamètre de (C'), E' est sur (C'), le triangle AD'E', inscrit dans le demi-cercle de diamètre [AD'], est un triangle rectangle en E'. Les droites (D'E') et (E'A) sont donc perpendiculaires.

2.a)
(D'E) $\perp$ (DE), donc (D'E) est la hauteur du triangle FDD' relative au côté [DF]
(DE') $\perp$ (D'E'), donc (DE') est la hauteur du triangle FDD' relative au côté [D'F].
(D'E) et (DE') sont sécantes en A (par hypothèse), donc A est l'orthocentre du triangle FDD'.

2.b)
Les triangles ABD et ABD' sont respectivement inscrits dans les demi-cercles de diamètres [AD] et [AD'], ils sont rectangles en B.

L'angle $D\hat{B}D'$ est la somme des angles droits $D\hat{B}A$ et $A\hat{B}D'$, c'est donc un angle plat, le point B est donc sur la droite (DD'), et (BA) $\perp$(DD').
Autre solution : les droites (BD) et (BD') sont parallèles, car toutes deux perpendiculaires à la droite (AB). Elles sont donc confondues et les trois points B, D, D' sont alignés.

3.a)
A est l'orthocentre du triangle FDD', (FA) est donc la hauteur de ce triangle relative au côté (DD') donc (FA) $\perp$(DD')
D'après le résultat de la question précédente, (AB) $\perp$ (DD')
(FA) et (AB) sont perpendiculaires à la même droite, elles sont donc parallèles entre elles, or elles ont le point A en commun, elles sont donc confondues.

3.b)
Les droites (DE) et (D'E') sont sécantes en F par hypothèse.
Les droites (BA) et (FA) sont confondues donc (BA) est la hauteur du triangle FDD' relative au côté [DD'], les droites (DE), (BA) et D'E') sont donc sécantes en F.
Remarque : le point F est l'orthocentre du triangle ADD'.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Quelques remarques sur le sujet :
Comment interpréter le signe " : " . L'activité proposée est destinée à une classe de CM2, de ce fait le signe " : " devrait être considéré comme le signe de la division exacte. La solution du problème à inventer est le nombre 2,2 obtenu à partir de la recherche du quotient exact de 31 par 5, puis de la différence entre ce quotient et le nombre 4.
Il y a fort à craindre que de nombreux élèves voient dans le signe " : " le signe de la division euclidienne. Dans ce cas, en admettant que l'expression " a : b " désigne le quotient entier de a par b, le nombre solution est 2, obtenu à partir de la recherche du quotient entier de 31 par 5, puis de la différence entre ce quotient et le nombre 4.
Mais dans les pratiques de certains enseignants, ou même dans certains manuels, le signe « : » est utilisé, à tort, dans des écritures du type
« 31 : 5 = 6 r 1 » ou encore « 31 : 5 = 6 ; 1 »

Si nous tentons de construire un énoncé de problème conduisant à chacune de ces deux interprétations de l'expression symbolique donnée, nous obtenons des textes du genre suivant :
Premier cas
« Cinq personnes se partagent équitablement 31 euros. L'une d'elle, Léa, gourmande, utilise 4 euros de la part qu'elle a reçue pour acheter une boîte de chocolats. Quelle somme lui restera-t-il de ce partage ? »
Deuxième cas
« Pour jouer, cinq enfants se partagent équitablement 31 billes. Juste après le partage, l'un d'eux perd 4 billes. Combien de billes lui reste-t-il ? »

1) L'activité proposée peut répondre à plusieurs objectifs :

- Comprendre la notion d'énoncé de problème mathématique en en produisant.
Il s'agit en effet pour les élèves de produire un énoncé de problème, à ce titre, l'activité est une activité de production d'un écrit spécifique qui a des caractéristiques particulières. C'est un texte composé de deux parties, un texte informatif et un texte injonctif souvent sous forme d'une question.
Un des objectifs peut donc être la production d'écrit.

- Interpréter une expression numérique symbolique
Il s'agit pour l'élève de décoder et interpréter l'écrit numérique proposé avec deux points de vue : l'expression « modélise une situation » et l'expression « désigne le nombre solution ».
En effet, le problème à inventer est contraint par la donnée de la solution. La tâche de l'élève consiste donc d'une part à identifier dans cette écriture symbolique les signes opératoires, à associer ces signes à une classe de problèmes, puis à trouver un contexte relevant des classes de problèmes repérées.

2)
- Qualité des textes en tant qu'écrit :
Les deux élèves produisent un texte informatif qui narre une petite histoire, et qui n'est pas suivi d'une question ou d'une phrase injonctive. En ce sens la notion d'énoncé de problème n'est pas totalement maîtrisée.
Ces textes informatifs sont globalement cohérents. L'élève B rédige correctement, l'expression de l'élève A est plus familière, mais elle reste compréhensible. Chacun de ces textes peut donner lieu à deux questions :
Elève A : quel est le prix d'une voiture, combien de voitures me reste-t-il ?
Elève B ; combien ai-je dépensé ? combien de voitures ai-je maintenant ?
Mais les textes produit ne peuvent pas aboutir à une solution de la forme (31 : 5) - 4.

- Interprétation de l'expression symbolique numérique :
L'élève A interprète sans doute le signe " : " comme un signe de division exacte lui permettant par exemple de trouver le prix de chaque voiture, à condition qu'elles soient toutes au même prix.
Le résultat de " 31 : 5 " est dans ce cas un nombre de francs.
Le signe « - » est interprété comme le signe de la soustraction correspondant à la recherche de l'état final dans un problème de transformation d'états, la transformation étant négative.
L'erreur principale se situe au niveau de l'enchaînement des deux opérations car l'élève A retire un nombre de voitures à un nombre qui ne peut en aucun cas être un nombre de voitures.
Par ailleurs l'élève A essaie de trouver un texte qui " colle " à l'expression symbolique, c'est à dire qu'il semble avoir compris qu'une écriture symbolique pouvait " raconter une situation ". Mais il ne considère pas que cette écriture désigne également un nombre qui serait la réponse à une question posée. De ce fait, l'élève A ne propose pas de calcul.

Pour l'élève B, le signe " : " n'est pas identifié comme un signe traduisant une recherche de quotient, puisqu'il propose une situation multiplicative relevant de la proportionnalité (31×5), le signe " - " quant à lui est sans doute interprété correctement comme traduisant une situation de soustraction. Là encore le contexte choisi conduit à des nombres représentant des grandeurs de différentes natures qu'il n'est pas possible de soustraire.
L'élève B tente par ailleurs de calculer le nombre désigné par l'expression symbolique fournie :
Il pose correctement la division de 31 par 5 et calcule correctement le quotient et le reste. Mais il rencontre une difficulté pour interpréter le signe " : ", faut-il retenir le quotient, le reste ou les deux. L'élève B choisit la troisième possibilité et donne pour résultat à " 31 : 5 " la somme 6 + 1 du quotient entier et du reste. Le nombre désigné par l'expression symbolique proposée est donc 3, nombre que l'élève n'interprète pas dans le contexte de son énoncé.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Résolution de l'exercice

Soit a le nombre de pièces de 2 centimes et b le nombre de pièces de 5 centimes.
a et b vérifient le système

$$\begin{cases} a+b=64 \\ 2a+5b=191 \end{cases}$$

On peut résoudre ce système par exemple par substitution ou par combinaison.
Le couple solution est (43 ; 21), soit 43 pièces de 2 centimes et 21 pièces de 5 centimes.

1. Un des objectifs de l'activité est sans doute de mettre les élèves en situation de recherche sur un problème " ouvert " dans la mesure où la solution experte du problème n'est pas du niveau du cycle (résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues) et il n'est pas possible de résoudre le problème par un simple calcul. Le professeur souhaite donc sans doute permettre aux élèves de construire des procédures originales pour résoudre le problème.
Un second objectif peut être d'exercer les élèves au calcul mental réfléchi (multiplier par 2 et par 5).

2.a) La tâche proposée consiste à chercher un couple d'entiers (a ; b) dont la somme a+b est fixée et égale à 64 et vérifiant une seconde contrainte 2a + 5b=191.
Les difficultés proviennent
- de la nécessité de prendre en compte deux contraintes simultanément.
- du au choix des nombres : les solutions sont éloignées de 32, moitié de 64 (nombre de pièces données) ; et 191 est à la fois grand relativement à 2 et 5 et non multiple de 2 ou de 5.
- de la nécessité d'organiser la recherche pour prendre en compte les résultats obtenus au cours des différents essais et de prendre les décisions pertinentes.

2.b) Pour les réponses des deux élèves A et B, nous ne disposons pas des traces de leur recherche. Nous pouvons simplement faire des hypothèses à partir de la solution qu'ils proposent :
L'élève A a cherché et trouvé un couple d'entiers vérifiant la condition relative à la valeur de la somme, c'est à dire 2a + 5b = 191. Plusieurs couples vérifient cette équation, mais l'élève A en donne un seul qui n'est pas le bon puisque il utilise seulement 58 pièces.
L'élève B a cherché un couple d'entiers dont la somme est 64, et a proposé le couple (32 ; 32) car 32 est la moitié de 64. La valeur de la somme ainsi obtenue est écrite mais non calculée, elle n'est pas égale à 191.
Il est intéressant de noter que les deux élèves ont donné une conclusion sous forme de phrase, mais que chacun n'a pris en compte qu'une seule des deux contraintes.

3.a) Les procédures envisageables consistent à faire des essais, à les organiser, à trouver des relations permettant de limiter les essais.
Plusieurs procédures de recherche sont proposées ci-dessous, Il en était demandé une seule au candidat.

Exemple de procédures partant d'un nombre de pièces constant (64) en cherchant à ajuster la répartition entre les pièces de 5c et de 2c pour obtenir 191 centimes.
64 pièces de 2c valent 128c
64 pièces de 5c valent 320c
32 pièces de 2c et 32 pièces de 5c valent 224c
Il faut donc diminuer le nombre de pièces de 5c et augmenter le nombre de pièces de 2c. Chaque fois que l'on échange une pièce de 5c par une pièce de 2c, on diminue la somme de 3c. Or on doit la faire diminuer de 224 – 191, soit 33 centimes. Il faut donc remplacer 11 pièces de 5c par 11 pièces de 2c, ce qui donnera 21 pièces de 5 centimes (21 = 32 – 11) et 43 pièces de 2 centimes (43 = 32 + 11).
Vérification
21 + 43 = 64
$21 \times 5 + 43 \times 2 = 191$

Ce type de recherche peut être plus systématique et sans considération générale sur les effets des substitutions de pièces sur la valeur globale, avec par exemple une présentation en tableau :

Nombre de pièces de 5c	Nombre de pièces de 2c	Valeur des pièces de 5c	Valeur des pièces de 2c	Valeur totale
64	0	320	0	320
0	64	0	128	128
32	32	160	64	224
30	34	150	68	218
20	44	100	88	188
21	43	105	86	191

Exemple de procédures en gardant constante la valeur de la somme.
La valeur de la somme est impaire, il faut donc un nombre impair de pièces de 5c, car sinon la somme obtenue serait paire.
1° essai : on prend une pièce de 5c ; pour obtenir 191 centimes, il faut encore 186 centimes, soit 93 pièces de 2c. Donc en tout 94 pièces, ce qui est trop.
2° essai : on peut continuer ainsi avec 3 pièces de 5c qui font 15 centimes et 191 - 15 = 176, soit 88 pièces de 2c. Donc en tout 91 pièces, c'est encore trop.
En analysant l'évolution de ces essais, l'élève peut construire un tableau et le remplir de proche en proche.
Il peut aussi constater que pour faire 10c, on peut utiliser 2 pièces de 5c ou 5 pièces de 2c. Par conséquent, pour faire baisser le nombre de pièces sans modifier la somme globale, il suffit d'échanger 5 pièces de 2c contre 2 pièces de 5c et ainsi à chaque fois il fait diminuer le nombre de pièces de 3. Comme dans le 2° essai, il y avait 91 pièces et qu'il en faut 64, il y en a 27 de trop. Il faut donc faire 9 fois l'échange décrit précédemment. On aura donc échangé 9 fois 5 pièces de 2c contre 9 fois 2 pièces de 5c.
Comptons le nombre de pièces de 2c : il en restera 88 - (9×5) soit 88 - 45 soit 43 pièces de 2c et donc il y aura 3 + (9×2) = 21 pièces de 5c.

Même vérification.

Ici aussi une recherche plus systématique peut être conduite sans considération explicite sur la parité et les équivalences pour 10c (2 x 5 = 5 x 2).

Nombre de pièces de 5c	Valeur des pièces de 5c	Valeur des pièces de 2c	Nombre de pièces de 2c	Nombre de pièces
1	5	191-5=186	93	94
10	50	191-50=141	impossible	
15	75	191-75=116	58	73
19	95	191-95=96	48	67
21	105	191-105=86	43	64

Certains élèves peuvent proposer des procédures mixtes en agissant parfois sur la somme, parfois sur le nombre de pièces.

3.b) Partons par exemple de la réponse de l'élève B : (32 x 5) + (32 x 2).
Cette somme est égale à 224. Elle est donc trop grande.
Pour atteindre 191, on va diminuer le nombre de pièces de 5c et augmenter d'autant le nombre de pièces de 2c (pour garder 64 pièces).

Nombre de pièces de 5c	Nombre de pièces de 2c	Valeur des pièces de 5c	Valeur des pièces de 2c	Valeur totale
32	32	160	64	224
28	36	140	72	212
24	40	120	80	200
20	44	100	88	188
21	**43**	**105**	**86**	**191**

Lorsque la valeur totale est passée sous 191, on a augmenté le nombre de pièces de 5c.
Dans la tirelire de Sandra, il y a donc 21 pièces de 5 centimes et 43 pièces de 2 centimes.

4. Les différentes étapes sont celles d'une conduite classique de séance de résolution de problèmes :

- appropriation (lecture individuelle, collective, par le maître, questionnement,..),
- phase de recherche individuelle (« écrivez ce que vous faites »),
- phase de confrontation par groupes de 4 (« comparez vos solutions et choisissez en une pour la mise en commun »),
- mise en commun orale (le maître recense les diverses solutions mais n'intervient pas),
- relance de la recherche par groupe avec production d'affiche présentant leur solution,
- mise en commun finale
- conclusion.

Il n'était pas demandé de développer cette question dans le sujet (« décrivez très succinctement »).

Voici quelques compléments pour un approfondissement professionnel :

La lecture individuelle et silencieuse du problème et la recherche individuelle avant le travail de groupe est nécessaire pour que chaque élève s'approprie effectivement le problème.
La consigne donnée aux groupes pourrait être de rédiger, par exemple sur une affiche, non seulement la solution qu'ils ont obtenue mais aussi les démarches qu'ils ont adoptées qu'elles aient ou non abouti.
Nécessité de prévoir des « aides » :
Pour la phase de recherche, le maître doit prévoir des aides différentes sur des feuilles pour les donner aux élèves qui auraient du mal à entrer dans le problème.
Les aides peuvent consister en chacun des tableaux présentés dans la réponse à la question précédente. Une ou plusieurs lignes du tableau peuvent être remplies. Le maître donne l'aide qui correspond au début de procédure que l'élève ou les élèves ont mise en œuvre.
Une autre aide consiste à modifier les valeurs numériques du problème pour rendre possible la recherche systématique de tous les cas. Par exemple : Laura a une somme de 41 centimes composée de pièces de 5 centimes et de pièces de 2 centimes. Elle a en tout 10 pièces. Calculez le nombre de pièces de chaque sorte. Une telle aide pourrait être proposée à des groupes d'élèves n'arrivant pas à commencer le travail de recherche.
Rôle du maître pendant la phase de recherche :
Pendant cette phase de recherche, le rôle du maître consiste d'une part à observer les procédures mises en œuvre par les élèves, à les répertorier en les associant à leurs auteurs et à prévoir l'organisation de la mis ene commun. Il consiste également, dans les groupes où cela est nécessaire, à rappeler ou faire rappeler les contraintes de l'énoncé aux élèves qui les oublient. En revanche, le professeur ne se prononce pas sur la validité des propositions des élèves.
Mise en commun :
Le maître choisit d'afficher les travaux de groupes ayant mis en œuvre des procédures différentes qu'elles soient correctes ou non.
Les enfants prennent connaissance des travaux affichés, puis le professeur anime un débat autour des productions affichées en demandant à chaque fois de vérifier les propositions des élèves.
Un temps peut alors être alloué aux élèves pour qu'ils choisissent une des méthodes et qu'ils se l'approprient et la mènent à terme si nécessaire.

Conclusion :
Après une activité de ce genre, une conclusion est nécessaire, même si le travail doit se prolonger sur une autre séance. Cette conclusion a pour but de permettre aux élèves de repérer ce qui a été fait et d'en comprendre la finalité. Cette conclusion facilitera l'éventuelle reprise ultérieure.
Pour cette activité la conclusion ne peut être de que de nature méthodologique, les notions mathématiques utiles pour résoudre le problème étant a priori largement maîtisées en CM2. Exemples :
« pour résoudre un problème, on peut faire plusieurs essais ».
« Souvent plusieurs méthodes de résolution sont possibles ».
« Quand on a trouvé une solution, il faut vérifier si elle convient ».

LA REUNION

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1

Soit x le nombre de pièces de 50 cents et y le nombre de pièces de 20 cents.
On peut traduire le problème par les équations :

$x + y = 13$ il y a 13 pièces dans la tirelire

$50x + 20y = 500$ il y a 5 euros, donc 500 cents dans la tirelire

La première équation donne : $y = 13 – x$

En reportant dans la deuxième équation, on a : $50x + 20.(13 – x) = 500$

d'où $50x + 260 – 20x = 500$ soit $30x = 240$

ce qui donne $x = 8$; d'où $y = 5$

On vérifie que le couple (8 ; 5) est bien solution des deux équations ci-dessus.
On peut donc conclure :
Il y a 8 pièces de 50 cents et 5 pièces de 20 cents dans la tirelire.

Remarque : on notera le risque de confusion pour les élèves de l'école primaire avec l'emploi du mot « cent » pour les centièmes d'euros. On préférera le mot « centime ».

Autres méthodes :
On peut résoudre ce problème sans passer par l'algèbre.
Le nombre de pièces de 20 cents est un entier compris entre 0 et 13.
Ensuite on peut :

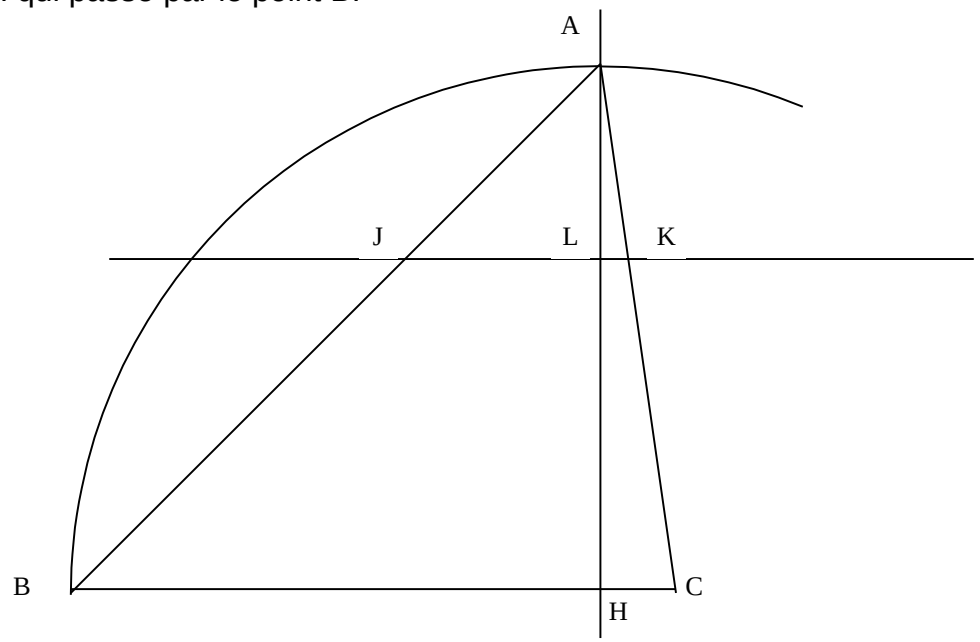
- soit tester systématiquement les 14 possibilités ;
- soit remarquer que 13 pièces de 20 cents correspondent à une somme de 2 euros 60 cents, puis que l'échange d'une pièce de 20 cents contre une pièce de 50 cents permet d'augmenter la somme contenue dans la tirelire de 50 – 20 = 30 cents.
  Pour passer de 2 euros 60 cents à 5 euros, il faut ajouter 2 euros 40 cents.
  On a : 2 euros 40 cents = 8 x 30 cents
  Il faut donc échanger 8 pièces de 20 cents contre 8 pièces de 50 cents.
  D'où la solution : **8 pièces de 50 cents et 5 pièces 20 cents.**

EXERCICE 2

a) Le triangle ABH est isocèle ; de plus H étant le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, il en résulte que ABH est aussi rectangle en H.
Par suite, on a : $BH = AH = 14$

D'où un programme de construction de la figure :

Tracer un segment [BC] tel que : BC = 16
Placer sur ce segment le point H tel que : BH = 14
Tracer la droite qui passe par H et qui est perpendiculaire à la droite (BC).
Le point A est un des points d'intersection de cette droite et du cercle de centre H qui passe par le point B.



b) Les droites (JK) et (BC) sont parallèles.
Toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Comme (AH) $\perp$ (BC), il en résulte que : (AH) $\perp$ (JK)
Il en résulte que le triangle AJL est rectangle en L.
AHB étant un triangle isocèle, rectangle en H, l'angle JÂL mesure donc 45° et par suite :

Le triangle AJL est isocèle et rectangle en L.

c) Les droites (JK) et (BC) étant parallèles, l'application du théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AL}{AH} = \frac{JK}{BC}$$

d'où $\frac{x}{14} = \frac{JK}{16}$ soit JK = $\frac{16\,x}{14}$ c'est à dire JK = $\frac{8}{7}x$

d) Dans le triangle AJK, (AL) est la hauteur issue du point A

donc Aire (triangle AJK) = $\frac{AL \times JK}{2} = \frac{x \cdot \frac{8}{7}x}{2}$

soit **Aire (triangle AJL)** $= \frac{4}{7}x^2$

Autre méthode pour pour c) et d) :

Les triangles ABH et AJL sont homothétiques dans le rapport $\frac{x}{14}$; donc :

c) JK = $\frac{x}{14}$.BC JK = $\frac{x}{14}$.16 donc JK = $\frac{8}{7}x$

d) On obtient l'aire du triangle AJL en multipliant l'aire du triangle ABH par le carré de $\frac{x}{14}$. Soit $\frac{14.16}{2}.\left(\frac{x}{14}\right)^2 = \frac{x^2.8}{14} = \frac{4x^2}{7}$

e) Méthode 1 : On a : Aire (ABC) = $\frac{14\times16}{2}$ = 112

donc Aire(AJK)) = $\frac{1}{4}$Aire(ABC) signifie que : $\frac{4}{7}x^2 = \frac{112}{4}$; d'où x^2 = 19 soit **x = 7**.

Méthode 2 : en utilisant l'homothétie signalée ci-dessus, si les aires des triangles AJK et ABC sont dans le rapport $\frac{1}{4}$, alors les longueurs de leurs côtés sont dans le rapport $\frac{1}{2}$.

On a donc : AL = $\frac{1}{2}$AH c'est à dire **x = 7**.

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Voici des interprétations possibles des erreurs des 4 élèves et leur analyse :

THOMAS
Il a mal mémorisé deux résultats de la table de 9 :
Il pense 5 x 9 = 35 et 6 x 9 = 64
Il n'intègre pas la deuxième retenue pour chacun des deux produits partiels.

HÉLÈNE
Elle n'intègre jamais les retenues dans ses calculs de produits partiels.
Pour le second produit partiel, elle calcule 329 x 60 au lieu de 329 x 600 ; cela provient sans doute du 0 intermédiaire dans l'écriture du deuxième facteur.

MATHIAS
Les produits partiels sont corrects : il sait multiplier par un nombre de 1 chiffre.
Par contre, il accorde la même valeur au 6 et au 5 de 605, sans tenir compte de la position du 6 (chiffre des centaines).

RÉMY
Les produits partiels sont corrects : il sait multiplier par un nombre de 1 chiffre.
Il commence par le produit partiel correspondant au chiffre des centaines, puis il applique la règle habituelle de décalage sans tenir compte de son sens.

Pour Hélène, Mathias et Rémy, il semble difficile de proposer une autre interprétation de leurs erreurs ; les erreurs de Thomas sont plus atypiques.

Remarque :
Hélène, Mathias et Rémy auraient pu constater que leurs résultats étaient erronés :
contrôle du chiffre des unités du produit :
9 x 5 = 45 donc le produit se termine par 5
ordre de grandeur du produit :
300x600 = 180 000 donc le produit exact est supérieur à 180 000.

SECOND VOLET (8 POINTS)

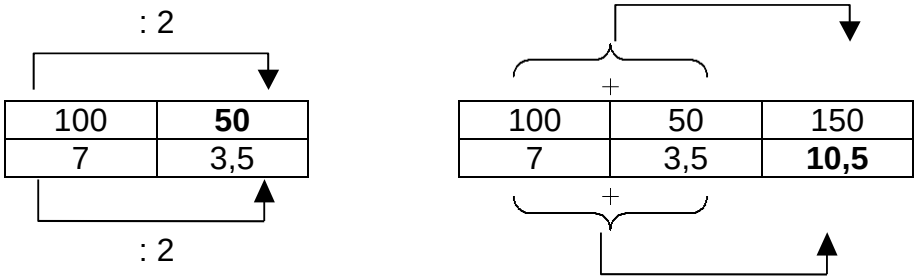
La résolution des problèmes posés étant l'étape préalable à toute analyse des documents didactiques, nous commençons par la question 3.

QUESTION 3

Document B

Distance parcourue (en km)	100	**50**	150	400	550	600	**800**
Consommation d'essence (en litres)	7	3,5	**10,5**	**28**	**38,5**	**42**	56

Les résultats ont été obtenus en utilisant les propriétés de linéarité ; par exemple :

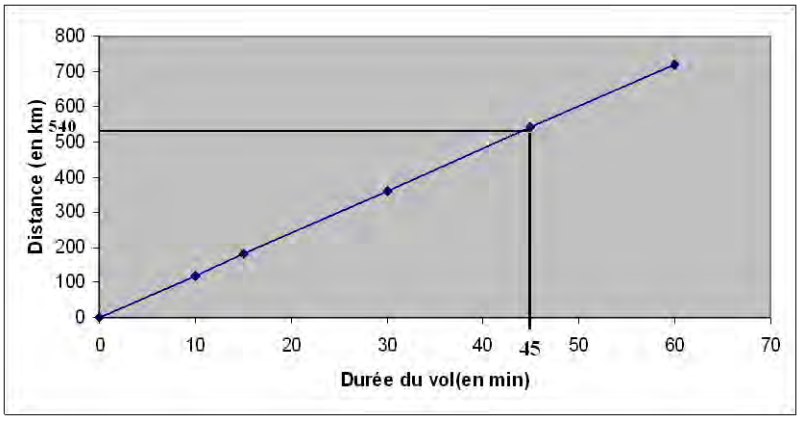


Document C

a)

		x 2	: 3	x 6
Durée. du vol (en min)	15	30	10	60
Distance (en km)	180	**360**	**120**	**720**

b) Graphique :



Le tableau ci-dessus nous donne les cordonnées de 4 points qui sont sur une droite qui passe par l'origine du repère.

c) Je repère le point de la droite d'ordonnée 540 ; je lis son abscisse : 45.
La durée d'un vol de 540 km est donc 45 min.

QUESTION 1
La notion mathématique sous-jacente à ces documents est la proportionnalité.

QUESTION 2
Les exercices proposés évaluent des connaissances sur la proportionnalité et des connaissances extra-mathématiques : il est nécessaire de savoir que la consommation d'une voiture est (globalement) proportionnelle à la distance parcourue et que, dans les manuels, les avions volent toujours à vitesse constante.
Les nombres en présence n'incitent à utiliser ni le coefficient de proportionnalité, ni le passage à l'unité. Les calculs peuvent se faire mentalement, y compris pour la durée du vol correspondant à 540 km (document C).
Le niveau d'enseignement correspondant est le CM1 ou le début du CM2.

QUESTION 4
Procédures auxquelles les élèves peuvent avoir recours pour répondre aux questions posées :

- les propriétés de la fonction linéaire pour les documents B et C :
  $f(a + b) = f(a) + f(b)$
  $f(k.a) = k.f(a)$

- le coefficient de proportionnalité ou le passage à l'unité :

Document B :

Etant donnée la valeur des coefficients de proportionnalité (fonction directe et réciproque)

consommation = $\frac{7}{100}$ x distance : le coefficient $\frac{7}{100}$ est un décimal inférieur à 1

distance = $\frac{100}{7}$ x consommation : le coefficient $\frac{100}{7}$ est un rationnel non décimal

Il est peu probable que les élèves puissent les utiliser ; il en est de même pour le passage à l'unité.

Document C :

distance = 12 x durée
Le coefficient de proportionnalité est entier ; il est plausible que les élèves l'utilisent dans ce sens pour remplir le tableau.

- Le graphique ne sera pas une procédure spontanée.

Il figure dans le document C, probablement pour éviter le recours au coefficient $\frac{1}{12}$ (rationnel non décimal). Or le nombre choisi (540), compte tenu des autres nombres du tableau, permet de nouveau un traitement mental.

QUESTION 5
Non, on ne peut pas parler ici de situation-problème car :

- l'élève ne peut pas démarrer s'il ne possède pas déjà le savoir nécessaire : ce sont des exercices d'évaluation.
- la validation est externe à la situation.

RENNES (2)

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

EXERCICE 1 (1 POINT)

Première étape : **recherche de la partie entière du quotient décimal approché** (au dixième près par défaut).

A l'aide de la calculatrice, on affiche le nombre 129 et l'on effectue, en les comptant, des soustractions successives de 17 tant que le nombre obtenu n'est pas inférieur à 17.

129
-17
1 fois
112
17
2 fois
95
-17
3 fois
78
-17
4 fois
61
-17
5 fois
44
-17
6 fois
27
-17
7 fois
10

La touche opératoire a été utilisée 7 fois. Il reste 10 unités.

Cela se traduit par l'égalité :

129 =(**7**x17)+10

Seconde étape : **recherche de la partie décimale du quotient décimal approché** (au dixième près par défaut).

Transformation des unités restantes en dixièmes

10 unités =100 dixièmes

On réalise le même algorithme :

100
-17
1 fois
83
-17
2 fois
66
-17
3 fois
49
-17
4 fois
32
-17
5 fois
15

100 =(**5**x17)+15

10= (0,5xl7)+l,5

Conclusion :

129=(7x17)+10 129=(7xl7)+(0,5xl7)+l,5 129=(7,5x17)+1,5

Une valeur approchée au dixième près par défaut du quotient de 129 par 17 est 7,5

EXERCICE 2 (1,5 POINT)

1°)

L'égalité caractéristique de la division euclidienne : $n = (3 \times k) + 1$ (avec k entier naturel) traduit que 1 est le reste de la division euclidienne de n par 3.

D'où : $n - 1 = (3 \times k) + 1 - 1$ $\quad$ $n - 1 = (3 \times k) + 0$

Le reste de la division euclidienne par 3 de l'entier qui précède *n* est 0.

$n + 1 = (3 \times k) + 1 + 1$ $\quad$ $n + 1 = (3 \times k) + 2$

Le reste de la division euclidienne par 3 de l'entier qui suit *n* est 2.

2°)

Soit n un entier naturel, (n -1) ; n et (n + 1) sont trois entiers naturels consécutifs leur somme est : (n -1) + n + (n + 1) = 3n.

Elle est donc divisible par 3.

Autre démonstration : la somme de trois entiers consécutifs peut s'écrire :

n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1) est donc divisible par 3.

3°)

Soit n un entier naturel.

a, démonstration générale :

$n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 = n^2 + n^2 + 1 + 2n + n^2 + 4n + 4$

$= 3n^2 + 6n + 5$

$= 3(n^2 + 2n + 1) + 2$

La division euclidienne de $3n^2 + 6n + 5$ par 3 a pour reste 2 (3 et 6 sont multiples de 3), **donc la somme des carrés de 3 entiers naturels consécutifs n'est pas divisible par 3.**

Ou alors :

b, Il suffit d'un contre-exemple

soit 1,2, 3 trois nombres entiers naturels consécutifs, 1,4 et 9 leurs carrés respectifs.

1 + 4 +9 = 14 qui n'est pas divisible par 3.

Donc la somme des carrés de 3 naturels consécutifs n'est pas divisible par 3.

EXERCICE 3 (2 POINTS)

Le patron en taille réelle est à la page suivante.

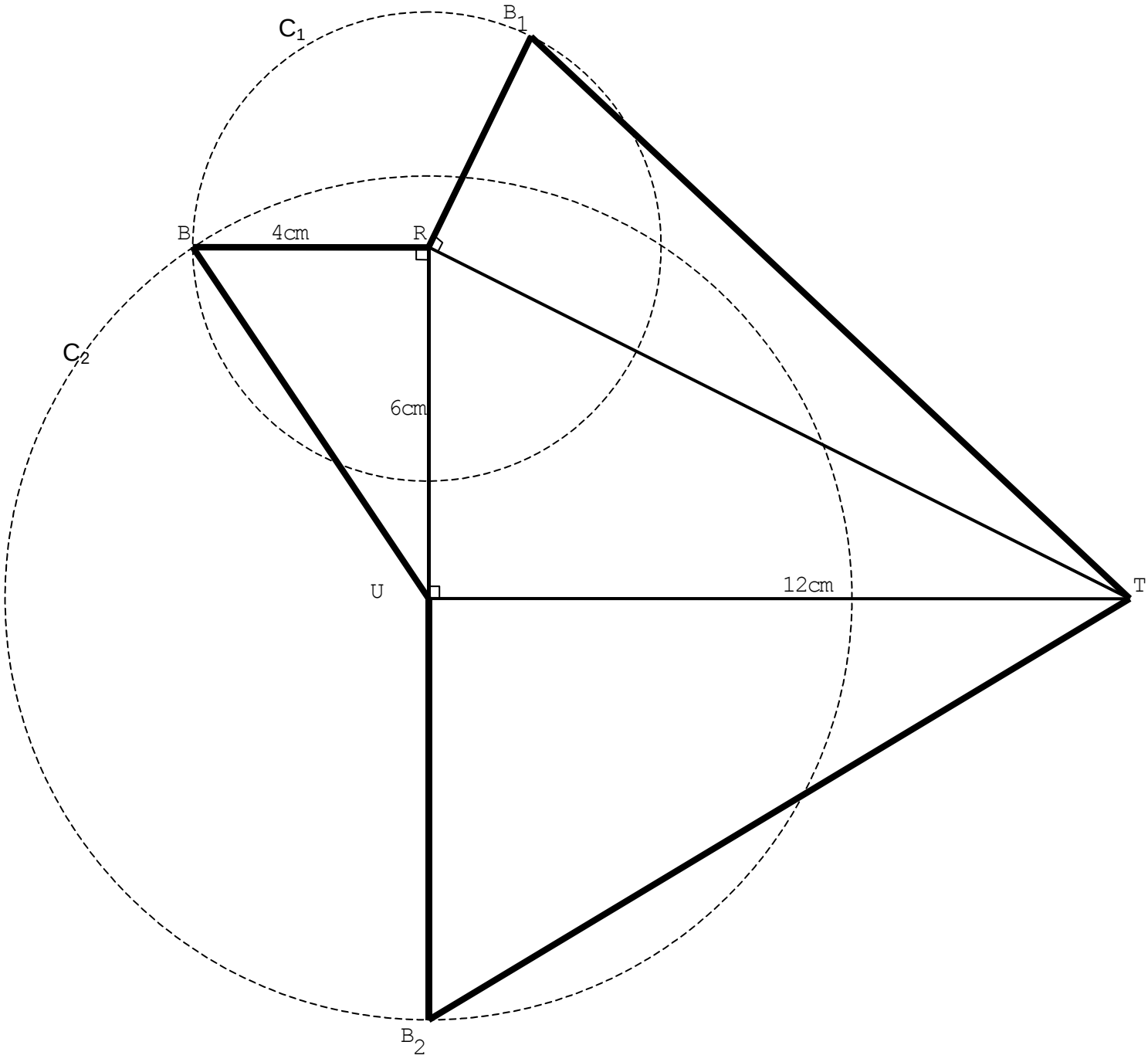
Traçons le triangle RUT, rectangle en U, dont les longueurs des côtés de l'angle droit sont respectivement RU = 6 cm et UT = 12 cm.

Puis construisons sur le côté RU, à l'extérieur du triangle RUT, le triangle URB, rectangle en R, dont la longueur du second côté de l'angle droit est RB de 4 cm (RU = 6 cm).

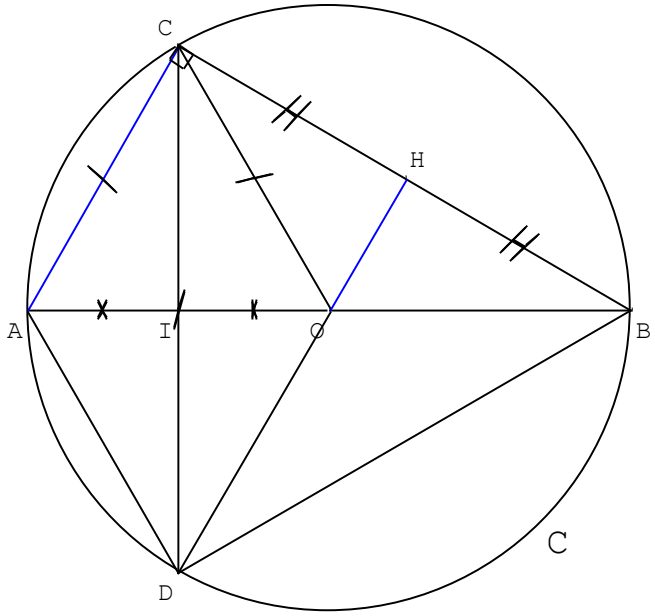
Le tracé du cercle C_1 de centre R et de rayon RB permet de construire le triangle B_1RT, rectangle en R, adjacent au triangle RUT. ($BR = RB_1$)

De même, le tracé du cercle C_2 de centre U et de rayon UB permet de construire le triangle B_2UT, rectangle en U, adjacent au triangle RUT. ($BU = UB_2$)

L'on obtient ainsi le patron BRB_1TB_2UB de la pyramide BUTR.


C1
B1
B
4cm
R
C2
6cm
U
12cm
T
B2

EXERCICE 4 (3,5 POINTS)



Données :

$\mathcal{C}$ (0, 4cm) cercle de centre O et de rayon 4 cm.

[AB] diamètre de $\mathcal{C}$.

C est sur $\mathcal{C}$, AC = 4 cm.

H milieu de [CB].

I milieu de [AO].

D est sur $\mathcal{C}$ et D est sur (CI).

1°)

Nature du triangle ACO

D'après les données, C est un point du cercle de centre 0, de diamètre [AB] et de rayon

4 cm, d'où OC = OA = 4 cm

De plus, AC = 4 cm, donc OC = OA = AC et **le triangle ACO est dont équilatéral**.

Nature du triangle ACB

D'après les données, C est un point du cercle de diamètre [AB]

D'où **ACB est un triangle rectangle en C**. (triangle inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés).

2°)

Montrons que (OH) est parallèle à (CA)

[AB] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$ de centre 0, d'où 0 est le milieu de [AB].

Dans le triangle ACB, H est le milieu de [CB] (donnée) et 0 est le milieu de [AB],

Donc **(HO) est parallèle à (AC)**.(droite des milieux dans un triangle).

3°)

Montrons que le quadrilatère CAPO est un losange

D'après les résultats précédents : CO = CA (première question), donc C est sur la médiatrice de [OA]

I est le milieu de [OA], d'où I est sur la médiatrice de [OA].

(CI) est donc la médiatrice de [OA].

D est un point de (CI) (donnée) et donc DO = DA.

De plus D et C sont les points du cercle de centre 0, d'où DO = CO.

Donc OC = AC = DO = DA

Le quadrilatère CADO est donc un losange.(4 côtés isométriques)

.

Montrons que les points D, H, 0 sont alignés.

D'après le résultat précédent, CADO est un losange, d'où (DO) est parallèle à (AC)
D'après la question 2 ; (HO) est parallèle à (AC),
Ainsi, les droites (DO) et (HO) sont donc confondues (par le point O on ne peut mener qu'une parallèle à la droite (AC))
Les points D, H, 0 sont alignés.
4°)
Montrons que (CO) est perpendiculaire à (BD).
Nous allons montrer que (CO) est la troisième hauteur dans le triangle CDB, (DH) et (BI) étant les deux autres.
ABC est rectangle en C, dont (CB) est perpendiculaire à (AC).
De plus, (OH) ou (DH) est parallèle à (CA), donc (CB) est perpendiculaire à (DH).
(DH) est donc une hauteur du triangle CDB.
D'après la question 3, CADO est un losange, d'où (CD) et (AO), ses 2 diagonales, sont perpendiculaires.
Or, I et B sont sur la droite (AO) et donc (CD) et (BI) sont perpendiculaires.
(BI) est donc une hauteur du triangle CDB.
De plus, 0 est sur (DH) et sur (BI), donc 0 est l'orthocentre du triangle CDB.
La droite (CO) est donc la hauteur issue de C du triangle CDB
et donc **(CO) est perpendiculaire à (BD).**

DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

1°)

Loïc	Pas d'erreur. La réponse 1 est juste, mais l'élève ne précise pas le nombre d'équipes possibles (première question posée).
Lise	La réponse 9, à la seconde question posée, est erronée. L'erreur semble due à une mauvaise compréhension du texte : « se mettre par équipe de quatre » est traduit par « faire quatre équipes de quatre », ce qui explique le 16.
Domi	La réponse 23 est fausse et ne correspond à aucune des deux questions posées. Les erreurs sont multiples : prise en compte de Peyo parmi les joueurs, calcul soustractif mal posé et sans lien avec la situation (23[11]élèves joueurs et 6 équipes de quatre). L'élève n'a pas compris le texte du problème et n'a pas le sens de la soustraction.
Eric	La réponse à la deuxième question est juste mais comment a t-elle été obtenue ? Le calcul 25 x 4 peut être interprété comme 25 équipes de 4 joueurs, mais l'explication la plus plausible aux calculs posés est la suivante : l'élève, par un effet de contrat, effectue des calculs en utilisant les nombres du texte (les 25 élèves, les équipes de 4, 1 surveillant). L'élève n'a pas compris le texte du problème et n'a pas le sens des opérations.
Elsa et Anne	Les réponses aux deux questions posées sont exactes.

[11] Remarque : Sa réponse (les 23 élèves qui joueront) correspond à une interprétation exacte de sa schématisation (25 élèves représentés par des ronds dont 2 non intégrés à une équipe de 4)

2°)
Les compétences[12] requises sont les suivantes :

- compréhension d'un énoncé
- capacité à mettre en œuvre des procédures personnelles de résolution (par comptage à partir d'une représentation, par calculs additifs, soustractifs ou multiplicatifs,..)
- capacité à traduire ses recherches par des réponses aux questions posées.

3°)
Les procédures ayant abouties ont été les suivantes :

Représentation	Calculs		
	additifs	multiplicatifs	mixtes
Loïc, Elsa, Anne	Loïc, Elsa	Loïc	Anne

Remarque : la procédure de représentation était suffisante pour répondre aux deux questions du problème.

4°)
La procédure experte est celle d'une division euclidienne mais les petits nombres en jeu ne la rendre pas obligatoire.
Un calcul pensé sans support écrit est suffisant.

SECOND VOLET (8 POINTS)

Question I :

1°) **La fiche du professeur** : elle laisse le choix de la figure (les élèves dessinent d'ailleurs tous des quadrilatères : ce qui laisse penser que cela vient d'être abordé dans la classe.), ouvre la voie à un travail sur les nombres décimaux (en tant que mesure). On peut faire l'hypothèse que le professeur qui serait devant un CE2 n'aurait pas choisi ce scénario (les mesures seront forcément décimales).
Conclusion : la fiche de préparation est adaptée à un CM1 en fin d'année ou à un CM2.

Les travaux effectifs : on repère l'utilisation du nombre 5,7 dans le travail de Rudy et celle de la longueur 15,5 cm dans le travail de Noël. La figure de Rudy est codée par des lettres.
Conclusion : l'enseignement des nombres décimaux se faisant généralement en milieu de CM1, le travail de codage des figures par des lettres n'étant pas du programme (toutefois, de nombreux manuels de CM2 le mettent en œuvre), la séquence est donc de fin CM1 ou de CM2

[12] Remarque : le contrat didactique semble très fortement installé dans cette classe : il y a 3 étapes obligatoires –schématisation, solution (ou opération) traduite par un calcul, phrase-réponse - .

2°)

	Objectifs déclarés	Programme géométrie cycle 3
Noël (émetteur)	A produit un rectangle et un message adapté à sa description qui permet une reproduction.	Le vocabulaire du rectangle est maîtrisé, même si le mot largeur n'est pas utilisé.
Baptiste	A reproduit le rectangle à l'identique	Il sait, à partir d'informations, construire un rectangle de dimensions données.
Saïd (émetteur)	A produit un parallélogramme (le sait-il ?). et un message qui ne permettra pas une reproduction à l'identique à coup sûr. (Le message génère une famille de parallélogrammes).	Il sait construire un parallélogramme, mais ne sait pas le décrire de façon exhaustive.
Virginie	A produit un rectangle dont les dimensions respectent celles du message. (Le choix du rectangle est sans doute induit par le vécu de la classe.).	Elle sait construire un rectangle de dimensions données mais, à partir du message, elle n'envisage pas d'autres types de quadrilatères.
Rudy (émetteur)	Connaît le vocabulaire, mais la formulation « aucun côtés parallèles » est incorrecte (il faudrait dire par exemple « qui ne sont pas parallèles deux à deux »). Le message ne permet pas de construire la figure : l'angle droit peut-être l'un quelconque des quatre angles du quadrilatère. Fait une erreur de mesurage pour BC.	L'utilisation des lettres pour coder une figure n'est pas exigible à l'école élémentaire. *Remarque : comme la plupart des élèves de ce niveau, Rudy replace la figure dans l'espace feuille conventionnel : « haut de la feuille, bas de la feuille, côté droit ».*
Jérémy	A produit un quadrilatère ayant deux angles droits et respectant trois des quatre dimensions données. (il n'a pas tenu compte de l'information « aucun côté parallèle »). Remarque : la simple vue de la figure montre des incompatibilités (côtés parallèles, angles droits et deux autres côtés ayant la même mesure (10 en cm) :mais ce contrôle n'est pas du tout à la portée des enfants de cet âge.	Il sait construire des angles droits et des segments de longueur donnée.

3°)
Les élèves constatent que la donnée des 4 longueurs d'un quadrilatère ne suffisent pas à reproduire la figure. (cf. les messages de Saïd et Rudy)

Cette insuffisance n'apparaît pas lorsque le quadrilatère est identifié par un nom (rectangle, carré), car cela permet un contrôle, de fait, des angles droits (cf. Noël).
Le professeur peut se saisir de cette occasion

- pour montrer, à l'aide d'un matériel type « barres de mécano » que la donnée des quatre barres articulées permet plusieurs réalisations de quadrilatères.
- pour institutionnaliser le fait que « pour reproduire un quadrilatère, la donnée des quatre longueurs des côtés ne suffit pas. » ainsi que « si l'on sait que c'est un rectangle, la longueur et la largeur suffisent », « si l'on sait que c'est un carré, la longueur de son carré est suffisante. »
- faire quelques ajustements locaux relatifs au vocabulaire (« largeur » à la place de côté, « côtés parallèles deux à deux », etc.) sans que cela ne devienne une séquence de vocabulaire.

L'institutionnalisation devrait constituer « l'essentiel à retenir »

4°)
Les élèves doivent être confrontés une nouvelle fois à une situation de ce type (émission-réception avec des quadrilatères) afin que les élèves découvrent une autre information à donner au récepteur et qui permettra de lever l'ambiguïté éventuelle.
Les solutions sont dépendantes :

- du choix de la figure par le professeur (laisser le libre choix aux élèves comme dans la séquence décrite, induit trop de complexité inutile à la séquence).
- des acquis antérieurs de la classe : exemples
  - si le professeur a conduit des séquences analogues avec des triangles, les élèves penseront à construire une diagonale et à donner sa longueur.
  - si le professeur a travaillé sur les gabarits d'angles, les élèves peuvent réutiliser ces connaissances.

Question[13] II :
1°) Dans la partie « observe et réfléchis » (1) : il n'y a aucune consigne d'action donnée. L'élève peut, de façon autonome avoir une lecture active (associer par des couleurs ou des flèches un mot de vocabulaire avec l'objet géométrique correspondant. Ce type d'activité est engagé spontanément par une minorité d'élèves.
Dans la partie « observe et réfléchis » (2) : le texte propose un algorithme de construction d'un rectangle. L'élève peut s'en servir pour reproduire un rectangle. Là encore, ce type d'activité est engagé spontanément par une minorité d'élèves.
Dans la partie « applique » (1, 2, 3) :
« Applique 1 » : les élèves doivent nommer 18 rectangles (dont 2 carrés). Pour cela, ils doivent développer une stratégie d'énumération de ces rectangles. Là, plusieurs initiatives sont possibles : elles dépendent de la façon dont l'élève fera l'inventaire de la collection des rectangles.
« Applique 2 » : l'élève doit construire trois figures. Les initiatives sont locales : choix des instruments de construction par exemple.

[13] Remarque : il s'agit de la page 164 de l'ouvrage Maths Outil de CM2-version en euros-(éditions MAGNARD octobre 2001)

« Applique 3 » : le document renvoie à la figure de gauche : là encore, l'élève, en travail autonome va devoir choisir les instruments (équerre à cause du papier uni, règle graduée) lui permettant de construire la même figure.

2°) D'après le sujet, les fonctions des deux séquences sont différentes :

- la première est généralement une situation d'apprentissage (on n'a aucune information sur ce qui a précédé cette séquence dans la classe).
- la seconde a pour fonction de « remédier » aux difficultés supposées des élèves.

Le fait que les fonctions soient différentes rend difficile la comparaison.

S'il s'agit de comparer les activités des élèves dans le cadre d'un apprentissage, la première activité est de type constructiviste, la seconde de type plutôt transmissif (observe et réfléchis puis applique).
L'une et l'autre ont leurs défauts et leurs qualités :
- Pour la première :
Les élèves sont actifs et prennent des initiatives. Leurs productions sont contrôlées par l'action des récepteurs, mais la liberté de choix de figures, laissée à l'initiative des élèves rend la situation difficile à maîtriser du point de vue des connaissances à faire acquérir.
- Pour la seconde : la seule activité où des initiatives peuvent être prises a peu à voir avec les objectifs annoncés de la séance (le dénombrement de rectangles ne correspond pas aux compétences énoncées en haut de la page). L'activité « applique 2 » ressemble à l'activité des récepteurs de la première séquence, mais l'échec ne peut être reconnu que par le professeur.

3°)
Partie « observe et réfléchis »
Le professeur peut se servir de cette partie comme fiche-outil à la disposition des élèves après institutionnalisation des connaissances. Remarque : la fiche a quelques inexactitudes à corriger.
Partie « applique »
Il peut se servir de l'exercice 1 de cette partie pour proposer un exercice de dénombrement.
Il peut se servir des exercices 2 et 3 de cette partie pour élaborer une évaluation des connaissances relatives au carré, au rectangle, au losange.

INDEX DE QUELQUES MOTS CLÉS :

Mot	Dans les sujets	Dans les corrigés
Thalès		140, 183, 211
Variable didactique	50	161
Situation didactique		173
connaissance spatiales et géométriques		175
Compétence	38, 49, 73, 74, 85, 90, 102, 103	122, 136, 137, 143, 152, 186, 188, 197, 201, 221, 224.