

QUELQUES MOYENS POUR PLACER L'ESPACE AU CENTRE DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE A L'ECOLE PRIMAIRE, ET POUR PREPARER TANT L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE DE L'ESPACE QUE L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE DU PREMIER CYCLE

ATELIER 9
René BERTHELOT
IUFM d'Aquitaine

L'atelier a été l'occasion de présenter une nouvelle phase de notre projet de recherches. L'atelier s'est déroulé en trois temps :

- rappel des résultats obtenus lors des recherches précédentes (différentes problématiques, obstacle du rapport pratique et du choix de l'espace de la feuille comme milieu de référence), l'approfondissement rendu nécessaire de la notion de modélisation et du choix d'un milieu méso-spatial ;
- présentation des nouvelles familles de situations d'apprentissage liées à l'option méso-spatiale ;
- et d'échanges de questions et de réponses au cours de l'exposé.

Je résumerai ces trois volets de notre travail dans cet ordre pour la clarté de la lecture.

Les lecteurs trouveront des informations plus détaillées dans l'article de Berthelot-Salin du colloque « théorie des situations » et dans les articles à paraître des mêmes auteurs dans la revue *Petit x*.

Pour illustrer l'intérêt de notre approche, tant théorique que pratique, j'ajoute en annexe un compte rendu de séance effectuée en mai, séance d'introduction à la deuxième famille de situations, séance dont un projet de fiche a été remis et discuté dans l'atelier. De nouvelles recherches dans la même direction sont entreprises par Sophie Cassan de l'IUFM d'Aix-Marseille dont le travail mérite votre attention.

Je pars cette année en pré-retraite (congé de fin d'activité). Il est donc temps pour moi de passer le relais et de laisser la place aux plus jeunes¹.

Je demeure néanmoins intéressé par les résultats des essais de mise en œuvre de ces idées par des collègues qui en auront l'occasion, comme par les discussions qui peuvent s'en suivre. Je poursuivrai les échanges et des collaborations avec eux tant qu'ils en trouveront l'intérêt.

Quelques résultats de recherches

Trois modes culturels de rapport à l'espace

Nous avons été amenés à distinguer trois types de rapports à l'espace, caractéristiques de trois grandes familles de problèmes culturels attachés selon nous à la scolarité obligatoire et aux moyens d'enseignement. Le rapport à l'espace est surtout caractérisé par les règles du jeu (au sens de la théorie des jeux) qui différencient selon nous ces familles de problèmes :

La problématique pratique

C'est celle caractéristique du rapport d'une famille de problèmes spatiaux non scolaires, essentiellement des situations d'action, particulièrement importants dans la vie de tous les jours, dans lesquels l'individu contrôle ses rapports à l'espace de manière immédiate, empirique, contingente. Les solutions retenues sont efficaces, empruntées pour la plupart à la culture, confortées par l'expérience, dans une logique que Bourdieu a nommée « le sens

¹ Une équipe est projetée à l'IUFM d'Aix Marseille autour de Claude Maurin
XXVIIème colloque Inter-Irem – Chamonix – Mai 2000

pratique ». Les solutions des situations nouvelles sont obtenues par ajustement du résultat à la solution attendue dans une suite de corrections immédiates. Les communications s'effectuent sur la base du même mode, résolues par les moyens les plus économiques en conceptualisation. La vérification du résultat obtenu se fait sous le mode de l'évidence immédiate.

Les décisions sont prises sans se soucier de porter un regard réflexif sur la méthode utilisée pour l'obtenir.

Dans toute société, la capacité d'une partie de ses membres à maîtriser un tel rapport d'efficacité immédiate à l'espace est une condition première de survie et de développement. Les moyens diffèrent selon les conditions géographiques et sociales de cette société. Le professeur se sert lui aussi de ce type de « jeu » dans son enseignement en classe, et plus souvent qu'il ne le croit.

La problématique de la géométrie (scolaire) du secondaire

C'est celle qui promeut le type de rapport à l'espace qui fait appel à la nécessité, à la consistance théorique du discours utilisé. C'est celui qui est visé, à partir du collège, dans l'apprentissage des démonstrations.

La problématique de la modélisation

C'est celle qui finalise le travail vers la production de moyens de formulation, d'explication et de prévision de solutions dépassant le problème immédiat, valides sur un certain champ de problèmes.

C'est celle du monde scientifique et technique. La modélisation spatio-géométrique est celle qui utilise les connaissances de la géométrie (l'histoire des techniques montre que ce n'est pas la seule solution).

Ce type de rapport à l'espace est le plus difficile à cerner, d'abord parce qu'il est pratiquement exclu de notre culture mathématique, mais aussi parce qu'il implique, outre des connaissances de géométrie, des pratiques de représentations spatiales, des connaissances sur les moyens de prouver empiriquement non la validité d'une modélisation (elle ne peut qu'être confortée) mais sa fausseté !

La modélisation spatio-géométrique suppose par ailleurs dans nos classes un traitement effectif, en partie implicite, en partie explicite et contractuel, d'écarts traduisant des approximations admissibles ou non², permettant d'attester l'adéquation entre le projet et la réalité. Ce traitement aboutit à des résultats variables selon les situations, et qui dépendent fortement du matériel, des capacités d'utilisation, des procédures...

Elle suppose une distinction claire entre l'espace modélisé, et le modèle dont le fonctionnement met en œuvre des espaces auxiliaires, servant à la communication comme à l'exploration expérimentale³ dont la feuille de papier est le support le plus commode.

Résultats anciens

Le rapport pratique est un obstacle aux deux autres (rapport inégalable coût/efficacité pratique) ; l'entrée des élèves dans la problématique de la géométrie dans une dynamique d'élaboration de leurs connaissances ne peut se faire que sur la base d'une problématique de la modélisation ; l'enseignement actuel de la géométrie au collège, qui fait l'économie de la

² L'approche de ces questions souffre aujourd'hui d'un problème de culture : la culture mathématique et scientifique du collège, ou plus généralement de la scolarité obligatoire, commune aux enseignants du primaire, a quasiment éliminé ces questions de « l' à peu près » de son champ d'exploration. Le calcul d'erreurs constitue le moyen théorique attestant de la cohérence de l'ensemble. Il est évident qu'il n'est pas question d'enseigner les connaissances correspondantes. Mais il est tout aussi évident que la pratique de ces modélisations fournit aux élèves une connaissance pragmatique des approximations sur laquelle pourra plus tard s'exercer un regard réflexif et modélisant.

³ C'est un axiome fondamental de la géométrie euclidienne qui assure cette possibilité, axiome de Wallis, équivalent au 5^{ème} postulat.

modélisation, subit de plein front l'obstacle du rapport pratique, et cela conduit à la dévalorisation effective des rapports à l'espace, ce qui ne peut que désorienter encore plus les élèves.

Résultats récents

Nous avons mis en œuvre un curriculum long, sur l'ensemble du CM1 et du CM2, basé sur des situations de modélisations. Les obstacles qui se sont élevés dans la durée de cet enseignement nous ont convaincu que l'apprentissage de la modélisation spatio-géométrique ne peut se faire de manière satisfaisante lorsque l'espace modélisé est quasi exclusivement le *milieu micro-spatial des tracés sur des feuilles de papier*.

Un tel espace ne permet pas aux élèves de distinguer l'espace modélisé des espaces de représentation ; minore ou ignore les notions fondamentales de géométrie (cf programmes) ; bloque l'émergence ou la survie d'un rapport de modélisation, et donc, s'installe en obstacle aux enseignements ultérieurs.

Nous avons donc décidé d'explorer les possibilités apportées par le choix de la modélisation d'un milieu méso-spatial.

Apports et contraintes liées à un milieu méso-spatial

Un milieu méso-spatial va imposer des déplacements et des recollements d'informations spatiales ; il va permettre, voire nécessiter de mobiliser de manière plus articulée un ensemble de notions géométriques plus vastes que les notions véhiculées par les programmes actuels : la nécessité de l'analyse géométrique introduit d'emblée pour la saisie d'informations l'intervention de plans, et au moins de deux types de plans différents les plus simples à identifier, les plans horizontaux et les plans verticaux ; la nécessité des recollements introduit, dès que les informations saisies sont suffisamment complexes ou nombreuses, la nécessité de la représentation de la structure implicite des informations saisies ; ceci permet d'attribuer naturellement à la feuille de papier un statut de moyen de représentation, de connaissance et de communication ; les représentations vont introduire la conservation ou non de certaines propriétés géométriques ; les « objets » de base seront modélisés par des surfaces découpées par des lignes fermées dans ces plans ; la notion de droite pourra être associée à plusieurs réalités modélisables : droites de visée, trajectoires, fils tendus etc... ; quelques dispositifs technologiques simples permettent d'introduire dans l'apprentissage des usages de figures associées à des propriétés géométriques fondamentales que les élèves ne rencontrent jamais dans le cadre de leur utilité spatiale, mais souvent douloureusement, au collège, et dans le cadre de la problématique de la démonstration (théodolite, dispositif de Thalès, et bâton de Gerbert).

La question du curriculum se pose donc de manière nouvelle : il y a une potentialité très forte, voire une nécessité de prendre en charge une certaine pluridisciplinarité (physique, technologie) ; cette caractéristique est cependant une nécessité selon nous pour un enseignement de scolarité obligatoire ; il faut redessiner un ensemble de connaissances suffisamment limitées en nombre, mais riches en potentialité de modélisation et bien structurées entre elles dans les situations pour que l'apprentissage bénéficie des possibilités des situations qui seront nécessairement plus complexes que les situations actuelles ; il faut un milieu physique qui assure la commande facile de variables didactiques fondamentales.

Nous avons donc tenté d'optimiser ces possibilités et ces contraintes par un ensemble de trois familles de situations, associées à un ensemble de connaissances.

Trois familles de situations méso-spatiales

Horizontalité et verticalité, et visées

Ces situations visent à réaliser une exploration de notions géométriques, physiques et technologiques élémentaires associées aux notions de visée, d'horizontalité et de verticalité, de rectitude de ligne et de planéité de surface.

Ce travail a fait l'objet d'une exploration préliminaire dans quatre classes de cycle 3 (chacune comprenant les trois niveaux) en cours d'année.

<p>Il s'appuie sur un matériel technique :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le niveau de liquides dans des bouteilles transparentes (type eau minérale) - l'utilisation de niveaux à bulles de divers types : <ul style="list-style-type: none"> linéaires ronds - l'utilisation d'équerres - l'utilisation de fil à plomb - tasseaux « droits » et règles - décimètres 	<p>L'exploration du méso-espace proposée aux élèves concerne</p> <ul style="list-style-type: none"> - les alignements et les visées - lignes droites - les surfaces et leur planéité - les surfaces et lignes horizontales - les lignes et surfaces verticales <p>Il vise à outiller les élèves de notions géométriques de base : Alignements, droites, plans, parallélisme entre ces notions, perpendicularité et de modes simples de schématisation.</p>
--	---

Ce premier travail, réalisé dans les quatre classes sur le mode des « leçons de chose » a beaucoup intéressé les élèves de cycle 3.

Il débouche sur une initiation à l'utilisation de théodolites.

La version aujourd'hui présentée en est dérivée et n'a pas encore été observée sous cette forme⁴; une partie en a été problématisée afin de prendre en compte les difficultés rencontrées par certains élèves à comprendre le fonctionnement du théodolite.

Calculs de distances et formes géométriques

Elles visent à installer un « monde » des figures simples (quasi) planes dans le méso-espace, et une forme de traitement géométrique imposant un traitement dans des espaces auxiliaires...

<p>Problème générique</p> <p>Le support matériel est constitué par exemple par un ensemble de plots en ciment posés sur une surface quasi-plane dans la cour, espacés de 5 à 15 m les uns des autres, et reliés par une ficelle fine tendue. Le nombre des plots retenus détermine les figures polygonales du méso-espace constituant la base du projet d'exploration.</p> <p>Un brin de laine est fixé sur chaque côté, et il s'agit de déterminer la distance entre deux de ces brins, sans passer ni dessus, ni dessous la ligne, sans pénétrer dans l'espace délimité par la ficelle, ni par dessus, ni par dessous !</p>	<p><i>Notions : Représentation proportionnelle : conservation des angles et des longueurs.</i></p> <p><i>Polygones simples et angles : constructions, Propriétés de la translation de longueurs (rectangles, parallélogrammes)</i></p> <p><i>Parallélisme de lignes droites, symétrie centrale et axiale.</i></p> <p><i>Et peut-être approche de l'espace de points</i></p> <p><i>Ces notions, visent la construction de représentations par des schémas plus ou moins complexes.</i></p>
--	---

⁴ J'ai repris un dispositif semblable au « biglotron » de A. Duval, Grand N 54

Les situations peuvent être rapportées à une forme de la situation fondamentale de la géométrie formulée par Brousseau : « estimer la distance entre deux points ».

L'exploration de deux activités de cette famille est programmée fin mai en CM1 à Pau, sur la base de triangles rectangles.

TROISIÈME FAMILLE, BASÉE SUR DES DISPOSITIFS DE VISÉE

<p>Elle permet d'explorer les figures traditionnelles de géométrie comme moyens de modéliser des dispositifs techniques simples comportant une forte quantité de connaissances géométriques. Les figures sont composées de lignes tantôt matérialisées, tantôt non matérialisées.</p> <p>Elle impose aussi une prise en compte de contraintes technologiques, tant dans la mise en œuvre que dans les représentations.</p>	<p>Trois domaines d'exploration</p> <ul style="list-style-type: none">- les différences de niveau, le théodolite- les rayons du soleil, les ombres, les angles et leur mesure- le troisième cas d'isométrie des triangles (un côté compris entre deux angles)- homothétie et triangles en position de Thalès
--	--

Des séances sur les différences de niveau et le théodolite ont été mises en place dans quatre classes de cycle 3, comme prolongement de la première famille de situation, dans l'approche de la relation entre des portions de plans horizontaux.

Questions et éléments de réponse

Q1 : Quelle est la pertinence de ce travail en 4° ou en 3° de collège, niveau qui correspond mieux au contenu mathématique sous-jacent ?

R1 : Je ne suis pas d'accord pour dire que le niveau de 4° et 3° de collège correspond mieux au contenu mathématique sous-jacent à nos propositions. Le travail à ce niveau du collège devrait pouvoir s'appuyer sur des connaissances importantes de base du point de vue de la modélisation (relations entre plans, droites, conservations dans une homothétie ou un déplacement) pour pouvoir se concentrer sur les relations logiques. Actuellement, l'absence de connaissances établies sur la modélisation géométrique de l'espace perceptif multiplie selon nous les difficultés de beaucoup d'élèves à trouver du sens à l'enseignement proposé.

Notre projet est d'explorer les connaissances fondamentales qui peuvent être acquises dès le cycle 3, du point de vue de la modélisation. Les premières investigations dont nous avons fait état sont prometteuses.

Q2 : Ne serait-il pas intéressant d'adapter ce travail en PE ?

R2 : Cette approche fournit des possibilités importantes pour un renouvellement intéressant de l'enseignement en PE. Mais il me paraît nécessaire de former les enseignants à la modélisation dès la FI, si on veut qu'ils puissent dépasser eux-mêmes l'obstacle culturel de la dévalorisation de l'espace introduit par l'enseignement de la géométrie et modifier un jour l'enseignement actuel.

Q3 : En collège, n'y a-t-il pas malgré tout une rupture entre la géométrie de la vie, celle du géomètre et celle du prof de math ?

R3 : D'un certain point de vue, je pense qu'il y a malheureusement rupture au sens d'étanchéité pour les élèves, voire pour des professeurs. Je pense qu'il doit y avoir différenciation explicite lorsqu'on introduit la démonstration, ce qui suppose l'existence, la reconnaissance d'un acquis au niveau pratique et de modélisation.

Si vous observez des professeurs de collège, voire de seconde, en cours de géométrie, vous pourrez noter qu'ils font appel par nécessité didactique aux différents niveaux de connaissances, mais qu'ils choisissent bien les moments où ils le font. L'élève reste

complètement démunis, car il ne sait pas comment ou pourquoi un niveau est ici autorisé et pas là...

Q4 : La géométrie du dessin apparaît comme représentant une situation concrète dans un autre cadre matériel ; cette situation est-elle de nature à résoudre le conflit entre pratique du dessin et pratique des propriétés ?

R4 : Il y a plusieurs usages géométriques du dessin, et grosso modo, deux classes, les schémas et les épures, qui se distinguent par les propriétés conservées ou non entre l'espace de référence et l'espace de représentation. On est en plein dans la question des propriétés ! ce que nous installons de plus, est la résolution de problèmes dont la résolution est associée à certaines propriétés...

Voici au moins deux aspects d'intervention des propriétés, certes différentes du mode de l'évidence (culturelle) sur lequel leur enseignement actuel se fonde trop souvent faute d'autres appuis...

Q5 : Comment introduire les angles avec les élèves ? que garde-t-on en mémoire ?

R5 : Il faut regarder ce que les situations permettent de différencier ou non. Avec les ombres et le repérage de la hauteur du soleil, qu'est-ce qu'on gagne par rapport à notre première approche...

De même qu'on peut voir ce qu'on gagne par notre première approche (voir Grand N 56), par rapport aux approches usuelles en 6^{ème}...

Q6 : L'essentiel, dans ces situations, n'est-il pas de dessiner ce qui s'est passé quand on a fait une translation ou un déplacement d'objets dans le méso-espace.

R6 : Nous explorons des situations qui se résolvent par l'introduction d'isométries ou de transformations qui conservent les rapports de longueur et les angles, que ce soit en grandeur réelle ou en représentation. Le dessin peut avoir plusieurs fonctions : esquisser un projet d'action sur un espace de référence ou auxiliaire, ou constituer en lui-même la part spatiale du projet d'action qui sera complétée par des calculs...

Nous cherchons à introduire la feuille de papier avec pour statut celui d'un laboratoire spatial...

Q7 : Quand tu parles de problématique de modélisation, tu penses dessin représentant le réel ? N'est-ce pas parce qu'on n'enseigne pas assez les schémas à l'école que le dessin se colle autant à la figure ?

R7 Si on veut faire pratiquer la modélisation, il va bien falloir prendre en charge, outre les propriétés géométriques, les moyens perceptifs dans lesquelles elles s'incarnent dans les activités du géomètre. Donc, pour moi, il faut inclure des dessins dans le travail du professeur, avec une palette suffisante de statuts, ce qui est impossible si on reste sur une feuille de papier.

Pour enseigner les différentes sortes de schémas utiles, il faut un minimum d'a-didacticité dans les situations, et c'est très difficile dans le micro-espace.

Q8 : La fonction de mémoire des schémas est-elle vraiment simple ? Lien avec la technologie type « main à la pâte ».

R8 : Je connais mal ce qui relève de la « main à la pâte ». Des publications arriveront, je l'espère, et des collaborations peuvent se faire localement... j'ai l'impression que pour l'instant, c'est un peu l'auberge espagnole.

Je cherche à insérer la fonction « mémoire » non point dans une norme culturelle au départ, fut-elle scientifique comme les schémas de nos TP de physique, mais dans une fonctionnalité a-didactique. C'est ce qu'ont démarré très tôt les collègues de Grenoble et de Bordeaux avec

les communications de figures... Il y a problème de mémoire quant l'accès à l'évidence n'est plus possible à chaque instant...

Les schémas peuvent aussi développer des systèmes explicatifs... qui font mauvaise compagnie eux-aussi avec l'évidence de nos dessins...

Q9 Pour extraire une image plane (sous forme de dessin) d'une expérience spatiale en 3D, il faut mobiliser des connaissances. Les objets géométriques comme le plan et la droite qui sont introduits avec les schémas vont-ils rester fonctionnels, opératoires ?

R9 : J'ai du mal à interpréter cette question : s'il y a des objets fonctionnels en modélisation, c'est-à-dire pour décrire les solutions de problèmes, et en débattre, c'est bien les droites et les plans... Ils le resteront tant que les problèmes les alimenteront.

Certes, je m'interroge sur « jusqu'où » les élèves pourront s'emparer des notions de plans et de droites pour explorer et questionner leur environnement. C'est un défi des plus stimulants pour moi... mais ça reste un défi.

Quant au rapport avec les représentations, cela va dépendre du statut de ces représentations, images visuelles, ou espaces auxiliaires « analogiques » conservant certaines propriétés de l'espace problématique étudié ...

Q10 : Qu'est-ce qui valide les représentations des élèves, finalement ?

R10 : Ce qui valide les représentations des élèves finalement dans une modélisation, c'est leur capacité à permettre d'anticiper et/ou de comprendre des éléments décisifs d'une solution réussie d'une famille de problèmes qui ne fait pas partie des connaissances « pratiques »... de relier des solutions entre plusieurs problèmes... etc.

Cette question est effectivement celle de la modélisation ...et la validation n'est pas qu'empirique !

Q12 : Le problème de la croix du bûcheron » expérimenté sur le terrain, a provoqué la nécessité d'un schéma, puis d'une épure. Que faut-il au minimum dans le méso-espace pour récupérer la figure sur la feuille de papier ?

R12 : Je ne sais pas... cela dépend certes du niveau d'a-didacticité de la situation... Chacun peut s'interroger sur ce qu'il lui faut pour qu'il sorte (avec ses connaissances de géométrie) son crayon et son papier...

Il y a une question d'enjeu, et aussi de culture. C'est pour introduire le côté culturel qu'il faut des familles de problèmes dont certains devront être effectifs dans le méso-espace.

Je ne connais personne qui ait l'expérience de cette approche et qui me guide dans une réponse : combien de situations effectives, évoquées ? Il faut explorer !

Nicole Bonnet signale qu'il y a différentes façons de produire des plots, en chargeant de ciment ou de plâtre des bouteilles de plastiques, etc.

Ces questions matérielles sont essentielles du point de vue de l'écologie des situations dans les classes, et varient beaucoup d'un enseignant à l'autre, d'une école à l'autre : de la pelouse permet des piquets de tente, du béton, c'est lourd ! mais si on est convaincu de l'intérêt, les solutions adaptées seront trouvées...

Je demande l'indulgence des participants, n'ayant pas retrouvé les auteurs des questions stimulantes soulevées. Ces questions m'ont permis d'espérer pallier un peu à la difficulté du sujet et à mes difficultés d'en proposer une vision suffisamment organisée.

Annexe

OBSERVATION 16 MAI, VICTOR HUGO, CLASSE DE DIDIER LASSALLE (IMF)

D'après les notes prises par Isabelle Bloch (mon film est blanc !)

Les PE2 du module espace et géométrie assistaient à la séance.

La fiche proposée comportait deux séances. Le M a annoncé qu'il ne pouvait consacrer qu'une séance à ce travail, et il a réduit le travail à la phase recherche (sans indications de plans à réaliser) et à une mise en commun.

Le matériel piquets de ciment a été remplacé par des piquets de tente plantés sur une partie herbeuse et plate de l'espace de récréation.

Les dimensions des côtés ont été réduits à 3m, 4m, 5m à la demande du maître. Au moment de la réalisation, le maître et nous-mêmes avons pensé qu'il aurait été préférable de conserver 6m, 8m, 10m, car nous avons craint que l'ensemble ne nécessite pas assez de recollements.

Des brins de laine colorés (J, B, N) sont fixés sur la ficelle à des distances variables des sommets (1m, 1m50, 2m)

Les enfants disposeront de matériel de géométrie du tableau, de ficelle, et surtout de décimètres en ruban.

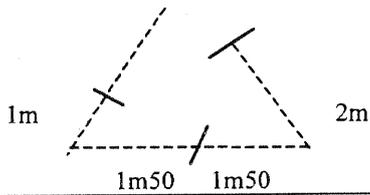
P Ils sont en train de faire une installation dans la cour, d'installer des piquets...

E Ils ont fait un triangle

P en Classe	Voilà, ils ont fait trois triangles- avec 3 piquets et une ficelle. Il y aura des petits rubans positionnés n'importe où sur les côtés du triangle. Et on va vous demander de deviner, d'estimer la distance entre les rubans. Dans un premier temps, vous devinerez, 1,5 km, (rires) 25 cm... et dans un deuxième temps, vous n'aurez pas le droit de survoler le triangle. Est-ce que vous prévoyez d'emporter quelque chose ?
E	Non
P	Emportez du papier et des crayons, pour noter

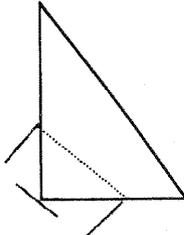
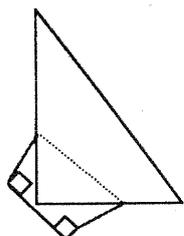
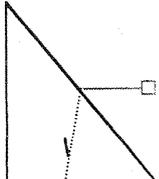
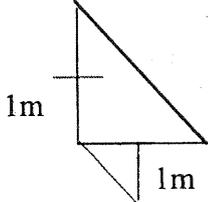
Les enfants arrivent sur les lieux

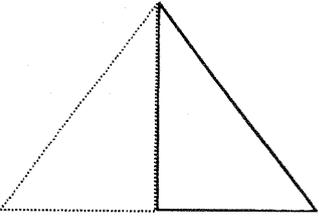
P	Première chose : attention à ne pas marcher dessus. On ne touche pas aux ficelles. Vous avez sur chaque triangle, deux petits rubans. Vous allez devoir estimer la distance entre le jaune et le noir.
E	On va mesurer avec les pieds
E	Il faut faire cette distance, puis diviser (l'élève montre un parcours sur les côtés reliant le ruban jaune au ruban noir)
	
E	Certains mesurent les côtés avec les pieds
E	C'est quoi tes pas que tu fais ?
E	Si on suit le fil, ça fait 28 pas !
E	de l'autre côté, ça fait aussi 28 pas. Le point jaune, c'est le milieu.
Isabelle	Le milieu de quoi ?
E	Ben, le milieu du triangle
P	Bon, mais vous écrivez chacun votre estimation
E	Estimations : 1m40; 1m5dm ; 1m80 ; 28cm ; 1m50 ;
P	Dirigeant la vérification par mesure avec un décimètre directement entre les rubans 1m88 ; 1m90 ; 1m92
P	Cette fois, il ne s'agit plus d'estimer, mais de trouver un moyen de calculer exactement les deux distances reliant les autres rubans

Es	Ils mesurent les distances entre rubans et sommets du triangle	
Alex	Ce n'est pas un résultat qu'on te demande, c'est un moyen de trouver	
E	J'ai trouvé un moyen. Je fais 1m50 + 1m ça fait 2m50 et je divise par 2... non par trois.... Non par 2	
Fred	Parce qu'il y a 2 côtés	
Fred	Il me faut une réponse	
Fred	Oui, mais l'autre angle, il n'est pas droit, c'est dommage !	
Didier	C'est dommage que ce triangle n'ait pas trois angles droits !	

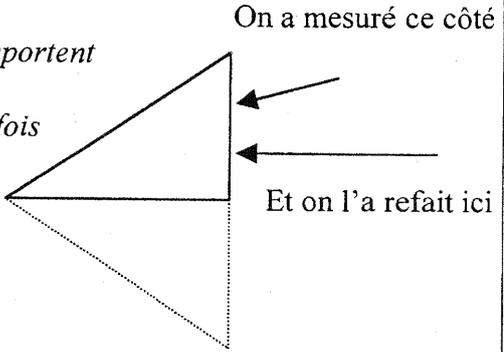
Les trois groupes constitués se répartissent autour des trois figures sur la pelouse. Dans l'un, chaque enfant ou paire d'enfants fait des mesures, sans rien noter. Dans l'autre (filles) au bout d'un quart d'heure environ, tous les enfants ont un schéma topologique et s'appliquent à y reporter les mesures des cotés et des segments déterminés. Dans le troisième, les enfants notent sans schéma, ni désignation, sur leur feuille, les nombres obtenus par les différentes mesures effectuées. Aucun groupe ne semble trouver de solutions, quand, après 1h15 environ, une première construction est réalisée (le rectangle)... Un quart d'heure plus tard, des constructions fleurissent autour de chaque triangle. Récréation.

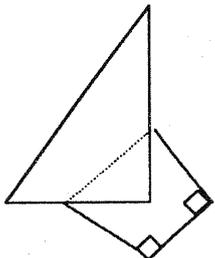
Observations sur les constructions :

Groupe Haie (garçons) Equipe	<p>Ils posent une règle passant par le sommet, en cherchant à la placer parallèlement à la ligne joignant les deux rubans. Ils utilisent deux autres règles et tentent de les placer perpendiculairement à la ligne des rubans et à la règle.</p> <p>Ils prolongent et avec une équerre placée sur la ligne de la règle, ils cherchent à constituer un rectangle. Je calcule celle-là pour que ce sera la même longueur. La mesure du côté défini donne 1m71 à 1m72. Pourquoi ? Parce que c'est parallèle. Ta règle, tu l'as mise n'importe comment ? Non, j'ai fait un angle droit !</p> <p><i>Pour déterminer les positions des règles, il y a un contrôle à vue du parallélisme des règles déterminant les petits côtés, et un glissement de la règle sur une ligne parallèle aux rubans (à vue) déterminant le grand côté à mesurer...</i></p>	 <p>Essais avec 3 règles</p> 
Autres équipes	 	
Groupe 3	On veut refaire le triangle à l'extérieur (de la zone interdite)	

Groupe 3	<p>On veut refaire le triangle à l'extérieur (de la zone interdite) Ils mesurent 5 fois les côtés du triangle, et construisent le nouveau en position de symétrie, mais ils n'ont pas le temps de terminer</p> 
----------	--

Mise en commun, après la récréation

P	On va essayer d'expliquer ce qui a été fait.
G1	Ils ont tout mesuré avec le rond (le décimètre).
Eb	Notre but, c'était de mesurer tout le triangle. On a trouvé 2m53.
P	C'était combien en fait ?
Eb	1m82.
Eb	On avait tout transformé en cm, mais on s'était trompé en plaçant les rubans...
E	C'est comme les cartes !
B	On avait fait un triangle en cm
P	Et il fallait qu'il soit comment le triangle?
Eb	Pareil !
P	Est-ce que c'était une bonne idée ?
Es	Oui, mais il faut être précis
P	Je croyais que vous aviez mesuré ?
Eb	Oui, on l'avait fait, mais on s'est aperçu qu'on s'était trompé
P	Pourquoi ?
Eb	Parce que c'était pas la même longueur, parce qu'il y avait un virage !
P	Les filles ?
Ef	<p>On a essayé de refaire le même triangle.</p> <p><i>Les élèves prennent les mesures, puis reportent une longueur égale en prolongement, vérifient...en recommençant jusqu'à 5 fois les mesures</i></p>  <p>Et après on a mesuré et c'était pareil. On a mesuré dans le 2</p>
E	C'est le symétrique ! axe de symétrie !
P	Pendant un temps, il n'y avait plus personne autour du triangle. Qu'est-ce que vous faisiez ?
E	Sur le cahier de brouillon, on essayait de faire un plan d'architecte

Groupe Haie (garçons)	Arnaud et Nicolas au tableau On a refait un angle droit. On a tracé la parallèle et ça nous donnait la longueur	
-----------------------	--	---

Bastien et Fred	2+1,5 et on a divisé par 2
P	Est-ce que c'est juste ?
Es	Non
P	Est-ce que ça peut être juste ?
Arnaud	Oui, si on a la même distance au virage !
Ar	Oui, car si on fait un triangle de 2m et de 2m, forcément l'autre fait 2m
Cam	Non, parce que ça peut être plus écarté ou plus serré....

Bilan de René

Il semble que le principe de la séance soit bon car,

- après une heure de recherches infructueuses, ils n'avaient pas abandonné le problème !!
- les propositions sont très intéressantes pour un CM1, voire des élèves d'école primaire ! Elles permettent d'espérer un ensemble important de situations nouvelles de raisonnements.

à tempérer car

- *le maître a une expertise un peu inhabituelle des mathématiques, mais ce n'est pas lui, mais son remplaçant qui est chargé de la géométrie.*
- *la classe a récemment consacré plus de cinq leçons sur les représentations à l'échelle et la proportionnalité, sous la direction d'une PE2 assistée du M dans le cadre d'un mémoire.*
- *nous n'avons absolument pas pu contrôler l'intervention des PE2 observateurs, bien que ceux-ci ne devaient pas intervenir.*

Cependant une séance, c'est très insuffisant (c'était tout ce que j'ai pu obtenir dans les classes d'application à cette époque) car

- il faut un temps d'appropriation du problème ;
- les propositions de procédures n'ont pas eu le temps de diffuser suffisamment ;
- il aurait fallu une seconde séance au moins de mise en œuvre effective des procédures ;
- l'étude du domaine de validité de chacune des procédures peut être étalée sur plusieurs séances, permettant d'explorer une somme de problèmes de géométrie et d'occasion de raisonnements, de connaissances de procédures de contrôle de propriétés dans le méso-espace, de distinction entre ce que l'on peut contrôler, d'expériences graphiques, etc....