

CIRCUIT OU LES REGLES DU DEBAT MATHEMATIQUE

ATELIER 8

Marc LEGRAND,

Enseignant Chercheur à l'Université de Grenoble,

Président de l'ADIREM.

CONTENU : Au cours de cet atelier, nous avons essayé de mettre en pratique ce que nous avons préconisé dans la conférence introductive, i.e. nous avons essayé de faire fonctionner en vraie grandeur une application du socio-constructivisme et de la théorie des situations : le débat scientifique en cours de mathématiques, en alternant les parties monstratives et constructivistes.

Nous avons pratiqué cette situation de "débat scientifique" à propos du difficile problème de la ressemblance et de la différence entre la logique exploitée en mathématiques et les logiques exploitées dans d'autres domaines, notamment dans la vie quotidienne.

Première partie

L'activité a commencé par la question :

En quelques mots...

Quelles sont les idées qui vous viennent immédiatement à l'esprit quand vous pensez aux mathématiques ? aux mathématiciens ?

Après cinq minutes de réflexion personnelle, chacun a exprimé son point de vue qui a été brièvement résumé au tableau ; comme nous n'étions qu'une dizaine, tout le monde a pu s'exprimer (dans une classe ou un amphi, ceci est impossible et la consigne est alors que toutes les opinions soient exprimées ; lorsqu'un élève pense la même chose que ce qui a déjà été dit par un autre, il ne demande pas la parole, par contre il peut renforcer, contredire, nuancer, etc...)

Ce "premier débat" s'est conclu par l'institutionnalisation¹ suivante :

Epistémologie vient du grec épistémé (science), logos (discours, étude ...).

Etre épistémologue à propos d'une activité : c'est porter un regard critique sur les principes de base, les méthodes d'investigation et les résultats de cette activité.

C'est aussi se poser la question : qui suis-je quand je pratique cette activité ?

Nos épistémologies propres sont les réponses que nous avons apportées au fil des années aux questions suivantes :

- *pourquoi... j'aime faire ceci ?... je déteste cela ?*
- *qu'est-ce qui est important ? "utile" ?*
- *qu'est-ce qui est valide, légitime ? quel rapport avec "la réalité" ?*
- *qu'est-ce que je comprends réellement ? qu'est-ce qui reste obscur, ... douteux ?*

¹ Cette institutionnalisation est initialement conçue pour un amphi d'étudiants de première année scientifique et qui doit en principe faire écho à ce qui vient de se dire, ce qui n'a pas toujours été le cas dans l'atelier ; par exemple, la position "utilitariste" habituellement largement défendue dans un amphi de DEUG a été peu exprimée par les professeurs de mathématiques.

Deux épistémologies extrêmes s'opposent autour des mathématiques :

- une vision utilitariste : les maths ne seraient que des "trucs", des outils pour faire d'autres sciences. « En math il n'y a rien à comprendre, il suffit d'appliquer "bêtement" »!

- une vision idéaliste : les maths, langage universel, sont un pur jeu de l'esprit, c'est "la" Rigueur absolue!

Les maths ne s'appuient pas sur la réalité! Elles n'ont pas besoin des autres sciences !

Hors des maths, ... point de rigueur !

Une question aux "idéalistes":

A trop séparer math et réalité, ne risque-t-on pas :

- de perdre sens et inspiration ?

- de passer à côté d'autres formes de rigueur?

Une question aux "utilitaristes" :

Peut-on se servir réellement des maths qu'on ne comprend pas suffisamment pour pouvoir les interpréter, les adapter, les modifier ?

Un pari fondamental

Si nous acceptons de "pratiquer un certain jeu", nous pouvons malgré nos différences établir un rapport commun vrai aux mathématiques.

Des propositions de base :

a) Faisons des mathématiques ensemble !

Et ... pour pouvoir "faire des mathématiques" ensemble plutôt que de regarder le professeur en faire,

Apprenons à émettre et à résoudre des conjectures.

Émettre une conjecture,

c'est résumer dans un énoncé précis une idée que l'on pense être universellement vraie.

Par exemple la conjecture C1 : "L'aire d'un polygone varie dans le même sens que son périmètre".

Résoudre cette conjecture,

c'est se persuader avec des raisons acceptées par tous :

- qu'elle est vraie

(elle devient alors une propriété, un lemme, un théorème, etc.)

- ou qu'elle est fausse.

La conjecture C1 est-elle :

Vraie	Fausse	Autre
-------	--------	-------

Découvrir qu'une conjecture est fausse est aussi important que de découvrir qu'une autre est vraie, puisque dans les deux cas, c'est se donner un moyen pour savoir si notre façon de penser la situation est adaptée ou non.

Ici, par exemple, on pense que la conjecture C1 est vraie tant qu'on a une conception très étroite des polygones et de la façon de les déformer (agrandissement - réduction type photocopie).

Montrer qu'elle est fausse nous oblige à élargir notre conception des polygones (non nécessairement convexes) et notre façon de les déformer (par exemple aplatissement d'un parallélogramme).

Pour cela, lorsqu'une conjecture sera mise à l'étude, vous aurez, après réflexion à prendre position en la déclarant :

Vraie ou Fausse ou Autre

(vous expliquerez ultérieurement le sens de votre "Autre").

b) Mise en place d'un contrat didactique

1. Définition

Je vous propose de "faire cours" sous forme de "débat scientifique".

Le but de cette didactique n'est pas de faire croire qu'on peut rapidement tout redécouvrir seul (mystification !) mais de vous donner la possibilité :

- de faire vôtres les idées d'autrui,
- de "tutoyer" le théorique et l'abstrait au point qu'ils deviennent pour chacun du familier, du "quasi concret"!

La pratique de l'activité scientifique montre quotidiennement qu'il faut *oser se tromper beaucoup pour ... comprendre un peu !*

En référence à l'évidence, deux usages de la logique :

- celui que nous en faisons dans la vie quotidienne et qui correspond à certaines exigences,
- celui qui est en vigueur dans la communauté mathématique et qui répond à d'autres exigences.

Notre travail immédiat : donner un sens précis aux jugements

"c'est vrai!", "c'est faux !" en mathématiques.

En quoi est-ce "la même chose", en quoi cela diffère-t-il des usages quotidiens ?

2. Validité de ce contrat didactique

Je garantis qu'il y a, derrière cette activité d'apparence "simpliste", des connaissances fondamentales, mais pour vous les transmettre (dans un vrai bonheur ...), j'ai besoin de votre spontanéité et de votre sincérité.

Vous pouvez, bien entendu, jouer un autre jeu, mais alors, je ne peux plus garantir d'apprentissage !

Deuxième partie

L'activité "Circuit" proprement dite qui a suivi est basée sur une succession de conjectures proposées par le "professeur" à propos d'un circuit électrique, conjectures sur lesquelles chacun doit prendre partie en adoptant l'une des trois positions : Vrai, Fausse ou Autre, puis en expliquant à ses pairs son point de vue, de façon à les convaincre d'adopter la même position (tout au moins tant qu'on pense de bonne foi avoir raison).

Dans ce débat, le "professeur" donne la parole et résume au tableau, mais en principe (s'il respecte le contrat) il ne prend pas partie et ne laisse pas transparaître son opinion.

Le débat parfois assez vif sur certaines conjectures montre, d'une part, qu'avec les mêmes arguments, on peut adopter des positions très différentes ou, inversement, qu'avec des raisons opposées, on peut adopter la même position vis-à-vis de la vérité ou de la fausseté d'une assertion générale. **Les conflits tendent à prouver que les consensus larges ne sont pas du ressort de la seule évidence mais sont à construire**, c'est-à-dire qu'il faut adopter des conventions, construire des modèles pour pouvoir se mettre "universellement" d'accord.

Les institutionnalisations successives qui ponctuent les débats sur chaque conjecture montrent alors que les conventions des mathématiciens sont, dans certains cas en accord et dans d'autres, totalement opposées à celles qu'on adopte tacitement dans la vie courante.

Nous étions ici un petit groupe de gens assez homogène, ce qui a eu pour inconvénient de diminuer la diversité des points de vue et la force des conflits d'idées, mais qui a eu, par contre, l'avantage de permettre à chacun de mieux expliciter la finesse de son point de vue et d'indiquer comment évoluait son système de convictions.

Pour une étude plus approfondie de cette situation, on peut consulter "Enseigner autrement en DEUG A - 1ère année"- 1990 (Publications inter - I.R.E.M)

Une activité semblable (Circuit automobile) a été conçue et réalisée en sixième-cinquième, mais son institutionnalisation n'est pas rédigée.