DIFFICULTES DE LA REPRODUCTION ET APPROCHE DE LA GEOMETRIE EN CYCLE 1 ET 2

COMMUNICATION :
Nivôse BOULEAU
IUFM Fort de France

RESUME :
Cette recherche, dans le cadre d'un DEA, tendrait à prouver que, quoique la reproduction apparaisse un peu marginale en géométrie, la réussite de certaines épreuves bien choisies (jouant sur des variations du contraste entre une ébauche fournie et le modèle) révèle, non seulement des compétences techniques, mais aussi un type de structuration de l'espace sensible vraisemblablement bien utile pour la géométrie. Il faut cependant se garder d'entretenir une confusion entre dessin et géométrie. Des exemples de reproductions planes, sur papier uni, avec utilisation de la règle pour tracer (sans nécessité de mesurer) sont analysés.

I. La reproduction comme objet d'étude en didactique ou encore pourquoi s'intéresser à la reproduction ?

La reproduction est une activité qui est montée en puissance dans les instructions officielles, même si elle n'a pas la consécration de l'activité de construction. En effet, avant 1977, la reproduction n'apparaissait pas sous la rubrique géométrie des programmes de l'école mais dans la partie "dessin" alors que dans les documents d'application des programmes de 1995 pour les cycles 1 et 2 (b.o.e.n. n°40 de 1999) on lit : « la progression proposée en géométrie s'attache à faire comprendre pas à pas l'utilité des propriétés que l'on découvre en reproduisant des figures ou en les comparant ».

Risquons-nous à une explication, en adoptant le point de vue anthropologique de Y. Chevallard[1] : « reproduire un dessin » a trouvé une nouvelle « niche écologique » dans les enseignements mathématiques avec de bonnes conditions de survie. En effet, la reproduction n'est pas isolée (liaisons avec la construction, avec les techniques de tracé utilisées en mathématiques), elle est facilement évaluable (voir les évaluations nationales en CE2 et en 6ème) ; enfin elle a aussi une existence en dehors de l'école.

Par contre, au cycle 1, la reproduction n'est pas citée dans la partie des instructions officielles repérant des activités préparant aux mathématiques. Pourtant, elle semble présente en filigrane dans « copie de formes régulières » au paragraphe sur l'activité graphique et elle ne paraît pas plus difficile que la représentation et la description de l'espace, elles, recommandées explicitement.

---

[1] CHEVALLARD Y. (1992) : Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en didactique des mathématiques 12/1*, La Pensée Sauvage Editions, pp. 73-112.

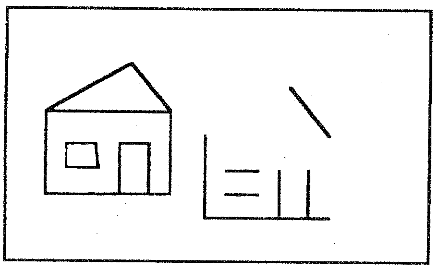
Finalement pas mal de questions peuvent se poser à propos de cette « jeune » activité au programme des mathématiques. Ainsi, la reproduction est-elle une activité « géométrique » ? Ou plus précisément, les difficultés à surmonter pour réussir une reproduction sont-elles de nature géométrique ? Quelles activités de reproduction choisir ? Pour quelles acquisitions en cycle 2, en cycle 3 ? Quelle gestion en classe pour ce type d'activité ? Comment expliquer des différences de réussites importantes ? Qu'est-il possible de faire en cycle 1 dans le domaine de la reproduction ?...
Pour tenter de répondre assez précisément à quelques-unes de ces questions, une série d'épreuves de reproduction a été proposée en maternelle et à l'école élémentaire dans le cadre d'un DEA de didactique des mathématiques.

Nous allons résumer ici la recherche, les méthodes, les résultats et les perpectives ouvertes.

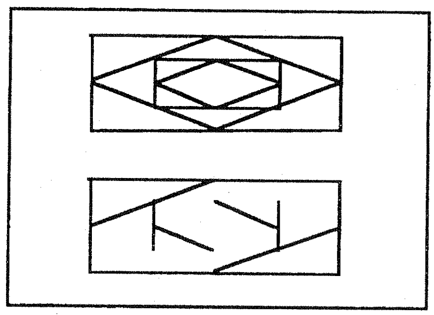
II. Etude des difficultés du couple élève/situation de reproduction

1. Le cadre de l'étude

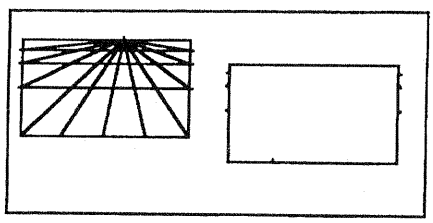
L'étude la plus rigoureuse a concerné une classe de section de grands en fin d'année scolaire, deux classes de CP (un CP en fin d'année et un autre à la rentrée que j'appellerai « CP bis » dans la suite) et enfin un CE1 en fin d'année dans une école de Martinique recrutant dans des milieux variés (total 90 élèves). L'école n'était pas une école d'application.
Voici ci-dessous, une partie des épreuves (à l'échelle 1/3 environ) données à ces élèves. Il s'agissait donc de reproductions sur papier uni, assimilables à des translations dans le plan, avec utilisation de la règle pour tracer sans nécessité de mesurer, comportant une ébauche où figurent les extrémités des segments manquants. L'épreuve 2, fut donnée deux fois à l'évaluation nationale en CE2.
Le temps de passation n'était pas limité a priori. Comme on le voit, les reproductions pouvaient être figuratives ou non, avec des translations parallèles à un côté du modèle ou pas, avec des segments manquants au nombre de 6, 8 ou 14 dont les positions variaient par rapport aux côtés de la figure. La consigne, généralement devinée après présentation du matériel, était du type : « en utilisant la règle, terminez la maison [le dessin] pour qu'elle soit « pareille » que celle déjà dessinée ».



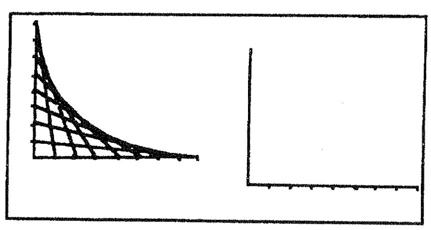
n1 bis



n-2



n-3



n-4

2. Traitement des productions

Pour éviter un émiettement des observations (si nous prenions par exemple des informations segment par segment) et obtenir une typologie qui conserve un bon rapport entre le particulier et le général, nous avons d'abord classé les travaux selon deux critères (non indépendants) :

- les liaisons à faire : toutes correctes, avec des erreurs (liaisons manquantes, imprécises, inopportunes), presque toutes ou toutes mauvaises.
- les tracés : tous droits et précis, avec quelques tracés mauvais, tous ou presque tous mauvais.

En choisissant une production typique dans chaque catégorie on a obtenu pour l'épreuve 1 bis le classement à la page suivante où figurent les productions les plus représentatives de chaque catégorie liaison/tracé.

Remarques :

- la classe indiquée pour chaque production ne signifie pas qu'elle soit majoritaire dans cette classe mais qu'elle y est présente ;
- erreurs fréquentes : absence de la liaison horizontale, tracé partiellement fait avec une ligne faite à main levée qui joint bien les extrémités, jonction entre le toit et la porte. Assez grande stabilité de ce type d'erreurs. La production CP n°4 est atypique et on n'en retrouvera plus du même genre dans la suite (consigne non comprise la première fois ?).

Nous proposons maintenant une organisation rapide et intéressante afin de préciser la situation d'une classe par rapport à la maîtrise d'une tâche :

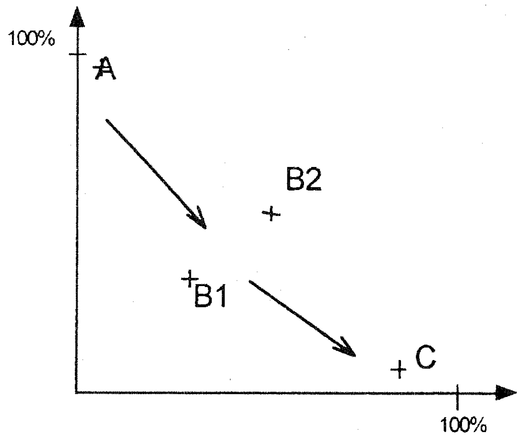
- premièrement : classer grossièrement les productions en quatre groupes au plus : celui où toutes les productions sont réussies, celui où il y a quelques erreurs, celui ou tout presque est erroné et enfin celui qui paraît avoir fourni un travail hors sujet. Dans le cas où le dernier groupe est très minoritaire on peut passer à la phase deux (les productions représentatives des groupes sont délimitées sur les classements des productions). Sinon se demander pourquoi la consigne est si mal perçue (ce qui n'a pas été le cas dans la recherche sauf un cas peut-être à la première épreuve, CP n°4) : problème du maître ou des élèves, tâche trop loin des possibilités des élèves...
- deuxièmement : mettre en évidence l'importance relative des 3 premiers groupes par rapport à la classe afin de tenter d'avoir des informations sur ce qui est peut-être une sorte de « zone proche de développement » de la classe en étendant ici un peu audacieusement le concept de Vygotsky.

Une représentation graphique est commode pour visualiser différents cas de classe, chaque cas étant représenté par un point qui a alors pour abscisse le pourcentage d'élèves ayant bien réussi par rapport à la classe et pour ordonnée le pourcentage d'élèves ayant presque tout non-réussi toujours par rapport à la classe. L'importance du groupe d'élèves ayant partiellement réussi apparaît donc de manière indirecte. Voici quelques exemples de cas de classes fictives représentés par les points A, B1, B2 et C sur le graphique suivant immédiatement le classement.

Epreuve 1 bis :

En ordonnée : pourcentage d'élèves faisant partie du groupe ayant le moins réussi (mais non hors sujet)

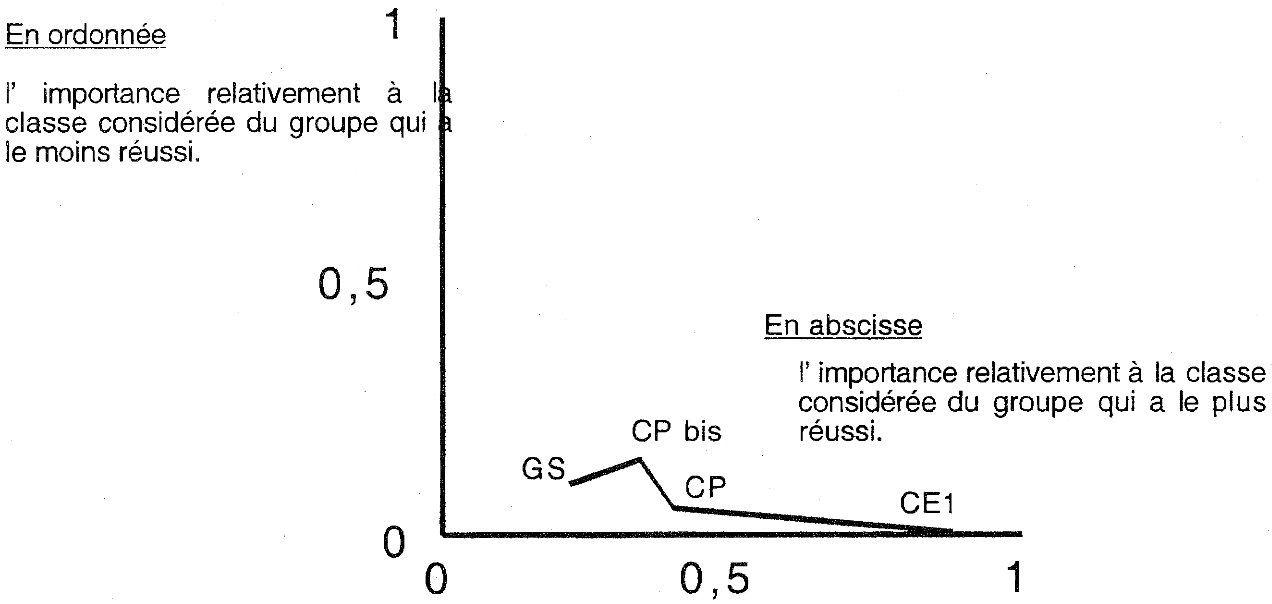
Pour une tâche et une classe données



En abscisse : pourcentage d élèves ayant le mieux réussi

Cas A : échec assez général : la situation n'est-elle pas trop complexe ?
Cas C ; réussite assez générale, remédiation pour certains.
Cas B1 : peut-être « zone proche de développement » de la classe (i.e. peut-être cette tâche est en bonne voie d'être réussie et d'actualité dans la classe avec un travail en groupe semi-hétérogène fructueux ? (hypothèse intéressante mais non explorée dans le cadre du D.E.A))
Cas B2 : hétérogénéité de la réussite, classe « coupée en deux », situation difficile à gérer pour le maître.
Les flèches indiquent l'évolution que devrait connaître la réussite dans la tâche au cours de l'apprentissage.
Ci-après, voici l'évolution globale suivant les classes pour cette épreuve 1bis. Elle est réussie dans l'ensemble, on a donc un tassement sur l'axe des abscisses. On retrouve la hiérarchie des classes (figurée par la ligne qui joint les points).

<u>Evolution globale de la GS au CE1 pour l'épreuve1 bis</u>



Voici maintenant les classements obtenus pour les épreuves 2, 3 et 4 :

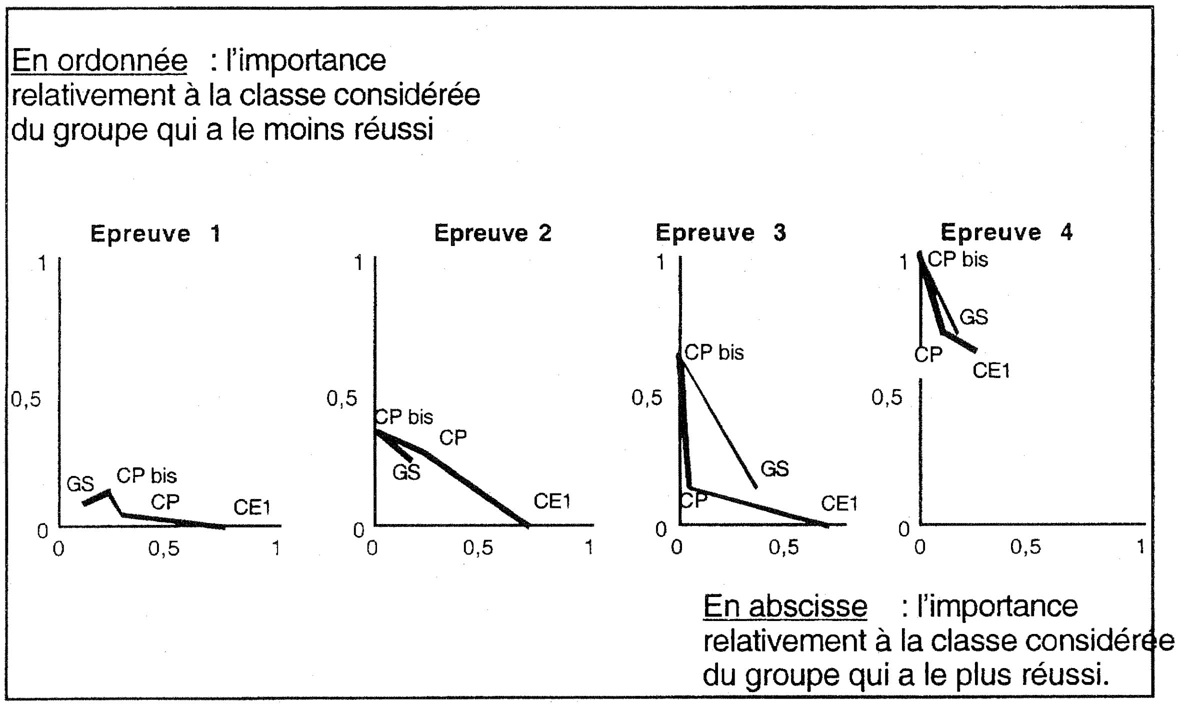
cas de l'épreuve 2 (celle donnée à l'évaluation nationale en CE2) :
Nous remarquons la tendance à la corrélation des erreurs sur les liaisons et les tracés. L'oubli d'une horizontale intérieure et des liaisons erronées du type CP 10 sont assez fréquents. Ceci est assez stable dans les classes et nous retrouvons assez ordinairement les trois groupes principaux (réussis, quelques erreurs, beaucoup d'erreurs) avec les productions typiques telles celles du CE1 n°11, CPbis n°9 et CP n°10.

cas de l'épreuve 3 (le point de fuite)
Nous remarquons une ressemblance globale avec le modèle pour toutes les productions.

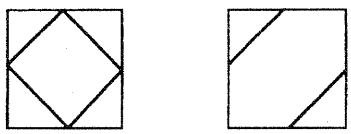
cas de l'épreuve 4 (entrelacement)
Elle est nettement moins réussie avec une tendance à l'émiettement de la figure (pas de clef trouvée pour coordonner la partie au tout).

Voyons maintenant pour chaque épreuve l'évolution en fonction des classes.

Evolution globalede la GS au CE1 pour chaque épreuve.



On obtient bien l'évolution prévue, exception faite pour la section des grands (cf. le travail réussi dans l'épreuve 4). En fait, le CP bis testé en début d'année scolaire est plus représentatif d'une section des grands ordinaire. En effet, la section des grands avait travaillé la reproduction (à main levée et à la règle) depuis la section des moyens (avec des travaux du genre ci-contre) et il semble bien que cet enseignement ait été profitable.



3. Modèle explicatif des productions obtenues, concernant notamment

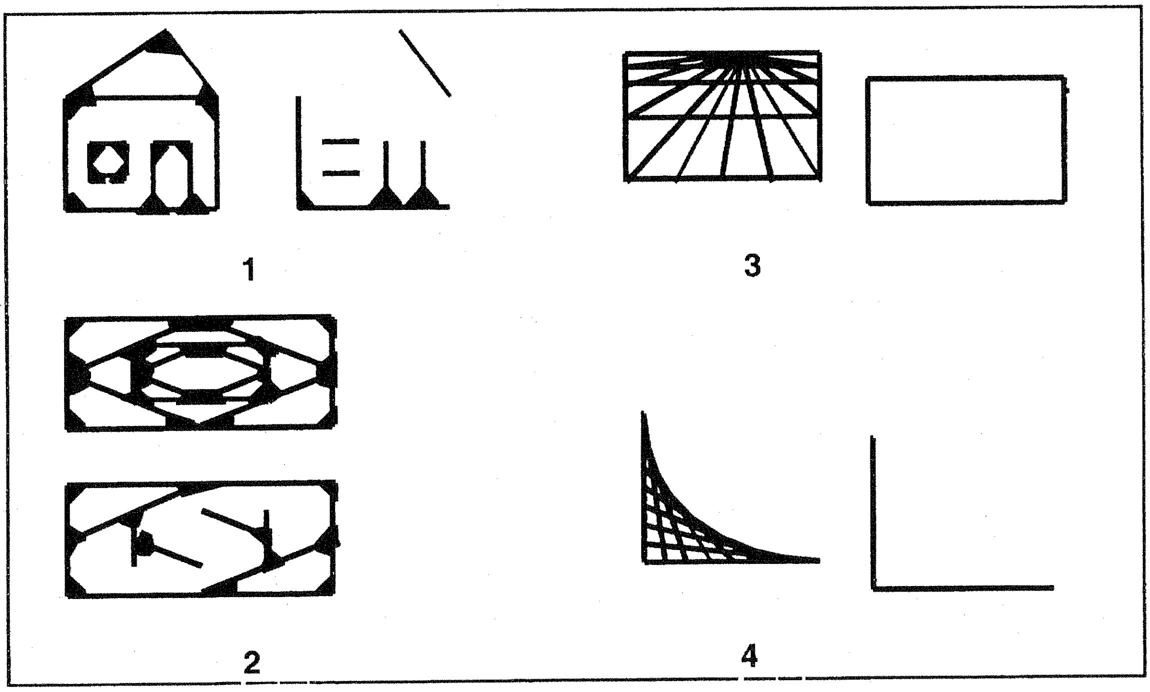
- les erreurs fréquentes que nous avons mentionnées (certains segments oubliés, certaines liaisons inopportunes, émiettement),
- les différences de réussites entre les épreuves.

Appuyons-nous sur quelques données issues d'études sur la perception en psychologie (notamment dans les écrits de Francès 63, Rosenfield 88, Pêcheux 90, Treisman 92). La perception dépend des connaissances acquises et pas nécessairement de manière consciente. Cependant, nous pouvons supposer l'existence de perceptions primaires : la variation de

brillance, la détection de l'orientation des contrastes lumineux, leur localisation dans le champ visuel. L'importance des contours est soulignée quel que soit l'âge.
Nous retrouvons peut-être ces éléments de manière sous-jacente dans des études didactiques. Ainsi, C. Laborde (1982) souligne une hiérarchie entre région, segment et point dans des épreuves de description de figures en vue de la reproduction, et R. Duval (1994) distingue plusieurs appréhensions possibles d'une figure géométrique associées à des problèmes de congruences sémantiques dans des activités classiques en géométrie.

Ceci nous amène à penser que des difficultés essentielles apparaissent dans nos reproductions lorsque les zones contrastées (i.e. où il y a pas mal d'encre par rapport à une partie unie) ne guident pas, voire induisent des mauvaises directions, pour prendre en compte des positions, des formes ou des étapes pour reproduire.

Pour bien percevoir ce phénomène nous avons exagéré le contraste dans nos épreuves.



■ Epreuve 1 bis
Les extrémités à joindre sont soit assez proches (ex. : les côtés de la fenêtre), soit isolées (la pente du toit qui est de plus un contour).
Difficultés éventuelles : la confusion entre le haut de la porte et le mur droit car elle offre une extrémité proche dans la direction du bas ; l'oubli de l'horizontale, car dans le cas où le contour a été fait en premier l'importance de l'intérieur diminue.

■ Epreuve 2
Le contraste est assez réparti à l'intérieur donc difficile de distinguer les couples de points à joindre. Donc plus d'erreurs que pour la maison.

■ Epreuve 3
Le contraste met l'accent sur le point de départ (i.e. sur le point de fuite) d'où un début facile. Mais en cours d'exécution le contraste se répartit et il devient plus difficile de s'y retrouver facilement d'où une ressemblance globale mais avec pas mal d'oublis ou d'imprécisions.

■ Epreuve 4
Le contraste met l'accent sur une courbe ou une mosaïque de quadrilatères, donc donne une mauvaise indication de point de départ ou d'arrivée. Dans l'ébauche, les points sont relativement isolés mais le moindre tracé ajoute un contraste dont il faut faire abstraction pour retrouver les autres tracés à faire. C'est donc difficile de A à Z.

Une autre difficulté importante pour toutes ces épreuves de reproduction est le traçage avec la règle lui-même (placement, ajustement à l'épaisseur du crayon, maintien, contact avec le crayon à assurer, départ et arrivée corrects...).
Ces deux difficultés essentielles se conjuguent et se renforcent l'une et l'autre. La non-automatisation du traçage ou de la lecture des figures rend difficile la mobilisation de l'attention pour superviser la tâche (cf. Hoc 87 sur la planification). Ceci expliquerait la « corrélation » constatée dans les observations à propos des liaisons et du tracé.

4. Mais finalement ces difficultés relèvent-elles de la géométrie ?

Avec Chevallard et Julien (1992), risquons-nous à cerner par quelques grands traits la géométrie[2] (op. cit. p. 52) : "Nous dirons aujourd'hui que la géométrie part du monde sensible pour le constituer en monde géométrique, celui des points, des droites, des cercles, des sphères, des courbes, des surfaces et des volumes, etc., de la même façon que, plus largement, la physique part du monde sensible pour le constituer en monde physique. La relation, épistémologiquement si difficile, entre la réalité sensible et la réalité théorique (géométrie, physique) par laquelle on essaie de rendre raison du sensible (non sans y parvenir fréquemment), est un des points fondamentaux de tout enseignement des sciences". Historiquement, le savoir géométrique (op. cit. p. 59/60) "a joué constamment un double rôle. D'une part, la géométrie s'est constituée comme science de l'espace (...) proposée en modèle à toutes les autres (...). Mais, d'autre part, quelque savante qu'ait été son organisation, la géométrie n'a jamais cessé de jouer le rôle de *technologie de l'espace,* de théorie de la maîtrise pratique de l'espace". Y. Chevallard et Julien observent que le travail géométrique ne diffère pas dans son principe du travail dans le domaine de la physique (p 56/57) : il y a une exploration de phénomènes à l'aide d'expériences "qui mettent en rapport la théorie avec l'espace sensible"[3]. Les expériences dont il s'agit sont les épures, qu'il faut distinguer des schémas approximatifs, à main levée, qui ne sont alors que des représentations de l'expérience graphique.

---

[2] On retrouve une analyse du même ordre avec C. Laborde (1988). Pour sa part, Bkouche (1990) relève trois aspects de la géométrie : la géométrie comme science autonome (la science des situations spatiales), la géométrie dans ses rapports avec les autres domaines de la connaissance et enfin la géométrie comme langage et comme représentation (...) qui constitue le fondement de la géométrisation.
[3] Il faut noter que la "droite sensible" n'est pas contenue dans la géométrie : la "rectitude" est une préoccupation de la physique ou de la métrologie (cf. op. cit. p 57)

Pour notre recherche, il est donc important de constater qu'*un objet sensible comme un tracé (ou un solide) peut avoir plusieurs statuts en géométrie suivant le contexte* :

- celui d'un ***véritable objet de l'espace sensible***[4] dont la forme pourra être modélisée dans la théorie géométrique
- celui d'une ***représentation d'un objet géométrique***
- celui d'une ***représentation d'un objet de l'espace sensible ou plus exactement de la portion d'espace occupée par cet objet***[5]

Dans le cadre de notre étude, le modèle et la copie correspondent, vu le peu d'expérience des élèves (d'où l'intérêt de parler du couple sujet/tâche), plutôt à de véritables objets de l'espace sensible. Par ailleurs, la reproduction stricte ne comporte pas de phase de formulation. On saurait donc la considérer dans cet état comme une situation amenant à elle seule la formation d'un concept (cf. par exemple la définition d'un champ conceptuel par Vergnaud en psychologie ou la théorie des situations fondamentales de G. Brousseau).
Cependant elle paraît rendre accessible des habiletés techniques (traçages aux instruments) et une expérience assez fine sur l'espace (extrémité à repérer, décomposition, recomposition de formes, rectitude par exemple) notamment dans le cas où le jeu des contrastes évoqués plus haut (cf. figure 2 ou 4) rend nécessaire un détour par rapport aux perceptions primaires inopérantes pour reproduire. Ce détour amène à une nouvelle vision de la figure, en terme de trait droit joignant des extrémités bien précises. Cette structuration de l'espace sensible dans des formes que nous retrouvons modélisées dans la géométrie, même s'il apparaît discutable de la qualifier de « début de modélisation géométrique » au sens de Chevallard, comme au sens de Berthelot et Salin[6], semble bien être utile spécifiquement pour maîtriser la géométrie. En effet, d'une part, les travaux sur l'utilisation des figures dans le raisonnement géométrique font état de traitements figuraux[7] de recomposition et décomposition et, d'autre part, la reproduction est une situation de référence pour bâtir des situations d'apprentissage se situant plus explicitement dans le domaine géométrique (cf. « décrire une figure pour la reproduire » proposé par G. Brousseau (1983) p. 203 et suivantes ; « décrire des quadrilatères pour les reproduire» proposé par R. Berthelot et M.H. Salin (1992), partie C chapitre C-7).

---

[4] L'espace sensible n'est en fait modélisé en géométrie qu'à une homothétie près (op. cit. p 58)

[5] Le mot "figure" désigne lui-même de manière variée, tantôt un objet géométrique (ensemble de points), tantôt la représentation d'un objet géométrique, tantôt la représentation de l'espace occupé par un objet de l'espace sensible, ou tantôt un objet de l'espace sensible.

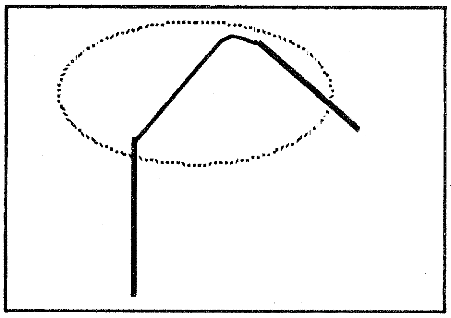
[6] BERTHELOT R et SALIN M.H. (1992) par exemple pp. 353-363 pour saisir les enjeux de cette question.

[7] Cf. DUVAL R. (1994), MESQUITA A. (1989), PADILLA SANCHEZ V. (1990 et 1992).

III. Perspectives didactiques

Cette partie est prospective et avance plutôt des opinions. Elle n'a pas pu être communiquée in extenso lors du colloque.

Les tests analogues à ceux employés par Piaget ont pu décourager le recours à la reproduction en maternelle. Piaget et Inhelder avaient obtenu des reproductions assez approximatives avec une réussite à l'âge de 4 ans en moyenne, pour un carré aux côtés parallèles aux bords de la feuille (ce qui est facilitant) et une réussite à l'âge de 6 ans 1/2 ou 7 ans pour un losange. Pourtant, les travaux recueillis dans une section de grands semblent ouvrir d'autres possibilités en particulier par *l'utilisation d'une ébauche à compléter à partir du modèle*, qui permet «d'accrocher » la zone proche de développement de l'élève dans le cycle 1. De plus, lorsque nous regardons de près un tracé imparfait typique comme dans le cas de la première épreuve ci-contre, nous pouvons remarquer, malgré les apparences, la grande exigence de précision de l'élève (l'observation des élèves en train de tracer le confirme) : il ne parvient pas à faire un trait droit à la règle mais termine à la main pour bien arriver au point de jonction.



Enfin, notons que les élèves perçoivent assez bien ces inexactitudes quand le maître leur demande de s'exprimer à propos de la qualité de leurs productions.

Ces observations semblent montrer que les élèves de fin de cycle I, sont capables d'effectuer des reproductions assez fines au moins dans le cas où une ébauche de la figure est fournie, et des situations de reproduction semblent utilisables dès la section des petits (avec comme matériel des baguettes par exemple ; le puzzle est aussi une situation très proche de la reproduction). Reste une remarque importante concernant les travaux graphiques demandés aux élèves dans le cadre de la préparation à l'écriture. L'examen de ces tâches montre qu'elles sont souvent du domaine de la reproduction, plutôt difficiles et même avec une contrainte supplémentaire : l'ordre des tracés à effectuer pour reproduire un signe n'est pas arbitraire. Pourquoi ne pas exploiter ces activités explicitement au même titre que la reproduction vers le domaine de la géométrie ?

Faisons maintenant le bilan : la reproduction est-elle une situation d'apprentissage intéressante pour la géométrie ?
A défaut de tenir une situation a-didactique, référons-nous à la notion de situation-problème au sens de G. Arsac, G. Germain et M. Mante[8] reprenant le point de vue de R. Douady.

- *L'élève peut-il comprendre facilement le but de la reproduction ?*

En général oui, éventuellement grâce à un exemple et ceci très tôt en maternelle. C'est donc une activité qui a du sens pour ces élèves.

[8] ARSAC G., GERMAIN G. et MANTES M. (1988) : *Problème ouvert et situation-problème,* Irem de Lyon

- *Un élève peut-il s'engager facilement dans un début de reproduction ?*

Si la figure a des aspects esthétiques et que le matériel utilisé lui est familier sans pour cela avoir perdu son intérêt, alors l'élève pourra désirer facilement reproduire. Cependant la tâche ne doit pas être insurmontable aux yeux de l'élève, certaines parties de la reproduction doivent être suffisamment accessibles au départ, ce qui est souvent possible compte tenu du grand nombre de variables sur lesquelles nous pouvons jouer (voir en annexe).

- *L'élève se rendra-t-il compte facilement que sa reproduction convient ou pas ?*

Ceci est moins sûr, bien que les élèves soient souvent capables de critiquer avant de savoir exécuter. Peut-être faut-il fournir des moyens de comparaison (un calque par exemple) ? Cependant ici se trouve une faiblesse de la reproduction car l'élève peut en rester au stade de la ressemblance et du dessin, vu le statut d'objet sensible accordé aux figures. Une phase d'analyse en groupe paraît intéressante pour tenter de pallier en partie à cet inconvénient majeur et introduire une phase de formulation pour expliciter et nommer les éléments utilisés (voir en annexe un schéma de mise en œuvre possible).

- *La reproduction peut-elle comporter une difficulté faisant problème et correspondant à une connaissance géométrique ?*

Elle amène à un problème dans la mesure où le désir d'obtenir la copie ne parvient pas à être satisfait par des actions immédiates (ce qui sous-entend une possibilité de comparaison par contre assez évidente). Ceci semble réalisable pour des figures planes s'il y a une grande différence de contraste entre modèle et ébauche, et si le contraste ne guide pas. Si cette situation nécessite de situer, de décomposer des formes ayant leur pendant modélisé en géométrie, alors cela paraît utile pour la géométrie, comme nous l'avons souligné. La reproduction permet au moins de changer de regard sur le monde des formes en faisant entrer le jeune élève dans une problématique qui lui était probablement étrangère et en lui permettant de désirer savoir[9] (les élèves demandent souvent des travaux supplémentaires, plus complexes...), même si elle ne débouche pas sur l'institutionnalisation immédiate d'un concept géométrique.
Mais, malgré tout, il est bien sûr nécessaire de compléter les apprentissages par d'autres types de situations.

[9] Voir les propos p. 274 in M. LEGRAND (1996) : La problématique des situations fondamentales, *Recherches en Didactique des Mathématiques vol. 16, n°2,* La Pensée Sauvage Editions, Grenoble, pp. 221-280

Bibliographie.

BERTHELOT R et SALIN M.H. (1992) : L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire, Thèse Université Bordeaux 1
BKOUCHE R. (1990) : Enseigner la géométrie, pourquoi ?, Repère IREM n°1, Topiques Editions, pp. 92-102
BOULEAU N. (1996), Reproductions à la règle en cycle 2 de l'école primaire : difficultés et réussites des élèves, apports pour la géométrie, DEA, Université Paris 7.
BOUVIER A. (1986), dir. : Didactique des mathématiques : le dire et le faire, Cedic/Nathan
BROUSSEAU G. (1983) : Etude de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie, Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, LSD IMAG, Université J. Fourrier, Grenoble (1982-1983)
CHEVALLARD Y. et JULIEN (1991) : Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, première partie, Petit x n°27, IREM de Grenoble, pp. 41-76
COURIVAUD J. (1991) : Le traitement graphique des images de géométrie, Repère IREM n°4, Topiques Editions, pp. 5-20
DOUADY R. (1984), Rapport enseignement apprentissage : jeux de cadres et dialectique outil-objet, cahier de didactique des mathématiques n°3, IREM de Paris 7
DUVAL R. (1988) : Approche cognitive des problèmes de géométrie en terme de congruence, Annales de didactiques et de sciences cognitives 1, IREM de Strasbourg, pp. 57-74
DUVAL R. (1994) : Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, Repère IREM n°17, Topiques Editions, pp. 121-138
DUCEL Y. et PELTIER M.L. (1986), Géométrie : une approche par le dessin géométrique, IREM de Rouen
DUSSUC M.P. (1995) Reproduction de figures sur quadrillage, Grand N n°56, IREM de Grenoble, pp. 11 - 31
FAVRAT J.F. (1991) : Tracés aux instruments et raisonnements géométriques, quelques exemples de consignes, Grand N n°49, IREM de Grenoble, pp. 11 - 35
FRANCÈS R. (1963) : La perception, Que sais-je ? PUF
HOC M. (1987) : Psychologie cognitive de la planification, Presses Universitaire de Grenoble
HOUDEMENT C. et KUZNIAK A. (1998/99) : Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres, Grand N n°64, IREM de Grenoble, pp. 65 à 78
LABORDE C. (1982) : Langue naturelle et écriture symbolique : deux codes en interaction dans l'enseignement des mathématiques, Thèse d'état, Grenoble IMAG
LABORDE C. (1988) : L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques, Recherche en didactique des mathématiques 9/3, La pensée sauvage éditions, pp.337-364
LURCAT L. (1980) : L'activité graphique à l'école maternelle, E.S.F. Paris
MESQUITA A. (1989) : L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie : éléments pour une typologie, Thèse Université L. Pasteur Strasbourg
PADILLA SANCHEZ V. (1990) : Les figures aident-elles à voir en géométrie, Annales de didactique et de sciences cognitives, IREM de Strasbourg
PADILLA SANCHEZ V. (1992) : L'influence d'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques, Thèse Université de Strasbourg 1

PAPADOPOULOS J. (1993/94) : J'apprends la géométrie en dessinant ; livrets de l'élève (série du CP au CM2) ; CDDP des Pyrénées Orientales

PAPADOPOULOS J. (1995) : J'apprends la géométrie en dessinant ; Livre du maître, CDDP des Pyrénées Orientales (nous n'avons pu le consulter)

PECHEUX M.G. (1990) : Le développement des rapports des enfants à l'espace, Nathan Université

PIAGET J. et INHELDER B. (1947) : La représentation de l'espace chez l'enfant, P.U.F. Paris (éd. 1983)

ROSENFIELD I. (1989) : L'invention de la mémoire, Eshel

SIP J. (1986) : Reproduction et construction de figures géométriques, Bulletin n°20, IREM de Lille

TREISMAN A. (1992) : L'attention, les traits et la perception des objets, Introduction aux sciences cognitives, Folio Essais, pp. 153-191

ANNEXE

Quelques variables didactiques :

- les outils ou instruments (leur choix et s'ils sont imposés, mis à disposition, non précisés...),
- les matériaux (pâte à modeler, baguettes, gabarits, éléments emboîtables...) ou supports (papier uni, quadrillé, pointé, géoplan...),
- le modèle (figuratif ou pas, relevant d'un espace à une, deux, trois dimensions, avec un contraste réparti ou pas, qui guide ou pas, décomposable facilement en éléments simples ou pas, plus ou moins complexe...),
- position du modèle (par rapport à l'élève ou au support),
- la taille du modèle,
- la présence d'une ébauche ou pas (et quand il y a une ébauche : la position relative du modèle et de l'ébauche, les éléments présents dans l'ébauche, la différence entre les zones de contraste par rapport au modèle...),
- l'échelle de la reproduction,
- ...

Un schéma de mise en œuvre possible :