CONTRIBUTION F

TITRE : « L'AMÈRE LEÇON DU LENDEMAIN. »

AUTEURS : J.Briand (IUFM Aquitaine) M.L. Peltier (IUFM Haute Normandie)

Date : mars 2001

Résumé : les chercheurs en didactique des mathématiques ont visé la construction de situations adidactiques parce que c'était ce qui manquait le plus à l'enseignement classique. En formation, l'observation de ces situations semblait constituer un moyen rapide pour faire passer le message d'une pratique mathématique « idéale », « telle qu'elle devrait-être », sans que cet idéal soit toujours rationnalisé.

Nous nous proposons d'analyser les difficultés qu'éprouve un nouveau professeur des écoles dans la mise en place de telles situations ou plutôt dans leur suivi au sein d'une institution scolaire avec ses exigences de savoirs à acquérir.

INTRODUCTION

- Au départ, les chercheurs en didactique ont chercher à construire des situations a-didactiques parce que c'était ce qui manquait le plus à l'enseignement classique.

- En formation, l'observation de ces situations semblait constituer un moyen rapide pour faire passer le message d'une pratique mathématique « idéale », « telle qu'elle devrait-être », sans que cet idéal soit toujours rationnalisé.

- La transposition de ces situations dans le milieu de la formation se sont développées des stratégies d'homologie où le « formateur met en scène du savoir comme il souhaiterait que les formés le mettent en scène dans leur propre classe ». [1994, A.Kuzniak].

Nous nous proposons d'analyser les difficultés qu'éprouve un nouveau professeur des écoles dans la mise en place de telles situations ou plutôt dans leur suivi au sein d'une institution scolaire avec ses exigences de savoirs à acquérir.

C'est pour cela que nous avons intitulé notre contribution « **L'amère leçon du lendemain** ».

Nous nous servirons de deux situations emblématiques afin conduire des analyses :

- L'agrandissement du puzzle
- Une séance d'introduction à la division (avec présence d'un milieu matériel).

Nous allons étudier :

- Comment les élèves vivent la relation milieu matériel-milieu mathématique.
- Comment ces situations sont-elles transmises en formation, et quelles sont les pratiques qui en découlent ?
- La difficile position épistémologique du professeur par rapport à la théorie.

En somme, je ne me bornerai pas à la leçon du lendemain, mais approcherai l'étude du rôle du maître dans les phase de validation, thème qui a été étudié par Claire Margolinas dans son article « éléments pour l'analyse du rôle du maître » RDM 12/1.

UN EXEMPLE DE SITUATION

Une séance d'introduction à la division (avec présence d'un milieu matériel).

1ère phase, collective (5 à 10 mn) : lecture de l'énoncé écrit au tableau.

"un éleveur de volailles expédie chaque semaine des œufs à un super marché. Cette semaine il dispose de 439 œufs. Il veut les expédier par boîtes de 24. Combien peut-il remplir de boîtes ?"

2ème phase, par groupes (20 mn).

Consigne : "Vous travaillez par groupes. Vous devez prévoir par le calcul, la réponse à la question du problème. A un certain moment, j'enverrai un groupe réaliser le problème avec le matériel pour qu'on ait les moyens de vérifier vos prévisions (l'enseignant montre le matériel et explique la raison des cubes en place des œufs). Vous écrirez sur un grand papier affiche. Vous avez d'abord quelques minutes pour réfléchir et discuter dans chaque groupe afin de vous mettre d'accord sur la manière dont vous allez résoudre ce problème".

3ème phase : correction et validation

4ème phase : explicitation et identification des méthodes

COMMENT LES ÉLÈVES VIVENT LA RELATION MILIEU -MATÉRIEL, MILIEU MATHÉMATIQUE :

Elève sujet rationnel dans la théorie des situations :

Le rôle du maître a été étudié tardivement dans la théorie des situations didactiques. Dans les premières recherches, G.Brousseau se réfère à la théorie des jeux. Cette théorie est organisée autour d'un comportement rationnel du sujet.

En 1992, Claire Margolinas écrit : « le milieu a-didactique introduit par Brousseau, quelques soient les formes de ses réalisations dans le cadre de l'ingénierie, n'est pas un milieu matériel du point de vue théorique » [C.M. 1992 p.117]. Le milieu a-didactique doit avoir (ou pouvoir prendre) la signification d'un mathématique...On [G.Brousseau NDLR] en retiendra que ses caractéristiques mathématiques.

Prenons l'exemple d'un séquence du puzzle déclinée par un PE2. Outre les choix relatifs au puzzle lui-même, Si l'on reprend les hésitations du PE2, elles s'inscrivent dans cette non anticipation, par ce PE2, des comportements différents des élèves :

- certains traitent un problème matériel : faire un puzzle correct au sens matériel du terme,
- D'autres entrent en inter-action avec le milieu mathématique et la situation a-didactique joue alors son rôle (reprises, phase de formulation, validation pragmatique, puis, plus tard, validation syntaxique).

A propos du puzzle, CM relève, dans les compte-rendus de Nadine et Guy Brousseau, la phrase suivante : « Si la plupart d'entre eux sont conscients de la roublardise, certains, cependants, croient qu'il détiennent la bonne solution ». L'enseignant est obligé, pour ceux-là, de faire rétablir la vérité, mais de quelle vérité s'agit-il ? Les auteurs se placent résolument dans le projet d'un élève déjà mathématicien. Or force est de constater que cela n'est pas toujours le cas et, qu'au nom d'une non-intervention mal comprise, le professeur risque de ne plus avoir les moyens de conclure.

CM pose la question : « comment peut-on conduire l'élève à considérer un milieu quel qu'il soit, et surtout s'il s'agit d'un milieu matériel, comme un milieu mathématique ? ». J'ajouterais : sans (trop) perdre le caractère d'a-didacticité de la situation.

GB développe le concept de dévolution : envisager une relation de causalité entre les décisions qu'il a prise et les résultats. Les sd décrites par la théorie des situations supposent donc que le processus de dévolution d'une responsabilité et d'une causalité doit déjà achevé et que l'élève puisse être appréhendé comme un sujet mathématique sans réduction dramatique du rapport de l'élève à ce qui fait sens pour lui.

Le problème des élèves n'entrant pas dans un rapport rationnel avec la connaissance, en particulier, devra donc être abordé a priori avec d'autres moyens.

En conclusion :

Nous venons de voir que les situations a-didactiques décrites ou évoquées n'installent pas l'élève dans un même rapport aux objets mathématiques. On peut alors

faire l'hypothèse que certaines permettent à l'élève, plus facilement que d'autres, de comprendre son devenir de sujet mathématique.

En d'autres termes, la dévolution du (d'un) modèle mathématique peut s'accomplir plus ou moins facilement.

COMMENT EN SITUATION DE FORMATION, OU/ET DE PRATIQUE DE CLASSE CES SITUATIONS SONT-ELLES VÉCUES ?

Le cas de la division :

Je décris maintenant une séquence de formation relative à la deuxième situation : celle de la première séance relative à la division. Je m'intéresse au passage du milieu mathématique au milieu matériel, en sachant bien que cette situation diffère de la première -(au moins) sur ce point.

1 Séance de travail en PE2 à partir de la vidéo.

I- ETUDE D'UNE SÉANCE : ETUDE D'UNE CONSIGNE DE TRAVAIL ET DE SES EFFETS.

II- ETUDE DE CAS.

III- ETUDE DE LA MISE EN COMMUN ET DE LA SUITE A DONNER A CETTE SEQUENCE :

1°) Avant le visionnement de la partie concernée :
Comment envisagez-vous la mise en commun ?

2°) Après :
a) Quelles sont les phases qui articulent effectivement la mise en commun ?
b) Lorsque les élèves mettent en commun leur travail, quelles est leur position par rapport au résultat attendu ?
c) Quel(s) est(sont) le(s) but(s) de cette mise en commun ?
d) comment le professeur doit-il analyser les résultats écrits ?

3°) Comment effectuer la « leçon du lendemain » ? Quelles décisions prendriez-vous ?

2 Résultats

Origine des 26 PE2 en question :
(11 ont déjà exercé)

bac	licence
A2	espagnol
B	histoire
A1	anglais
B	géographie
A1	anglais
A4	arts plastiques
ES	lettres modernes
D	géographie
L (arts)	histoire
B	histoire
B	histoire
A	lettres modernes
ES	histoire
A2	allemand
A	histoire
L	histoire
B	droit
A1	anglais
B	socio
B	histoire
B	lettres modernes
A1	anglais
C	sciences éco
A1	lettres modernes
L	histoire
A1	philo.

A- Les réponses écrites donnent toutes :
« Chaque groupe va expliquer sa méthode. »
« On va confronter les résultats. »
« On va dégager une bonne méthode. »
« Le maître va choisir quelques travaux significatifs et fait expliquer »

B- En bilan collectif, après que je rappelle ce qui a été vu en fin de bande (élèves travaillant sur les boîtes), un seul PE2 évoque : « on va d'abord demander à ceux là combien ils trouvent ».

C- Pour la plupart des PE2, la différenciation entre la manipulation première et la vérification n'est pas explicitable immédiatement. Reprise dans un autre cadre, en C2, j'ai pu me rendre compte que cela n'était pas acquis pour tous. Une analyse de la tâche effective « réalisation de l'emballage » montrera qu'elle mobilise comme seul savoir celui de « compter jusqu'à 18 ».

« *Les modalités de phases de validation qui viennent les premières à l'esprit sont celles dans lesquelles la possibilité d'autonomie de l'élève provient de l'interaction avec un milieu objectif, souvent matériel.* » Margolinas RDM vol 12 p.134

CONCLUSION GÉNÉRALE :

1°) L'assertion suivante « Les enfants sont loin de réclamer systématiquement la validation matérielle. Ils *« acceptent de sortir du contexte, de s'exprimer. Ils participent activement au processus qui permettra en fin au maître d'institutionnaliser la connaissance acquise* » CM p.139. *[ou en voie d'acquisition* NDLR] doit être relativisée selon le type de situation.

2°) Dans ce cas, les PE2 étudiés ici sont à peu près dans la même position. Ils perdent de vue le rôle possible à faire jouer par le milieu matériel.

3°) C'est dans cette phase de validation que les écrits didactiques sont les plus flous. (« *ces phases sont laissées plus librement à l'enseignant » [...] « l'observation de l'enseignant en situation de bilan collectif nous semble très adaptée pour repérer les représentations de l'enseignant à la fois sur les élèves et sur le savoir* » [D.Grenier 1988 p.315]) .

« Le sens doit être un peu institutionnalisé : c'est la partie la plus difficile du rôle de l'enseignant. »Brousseau [GB p.312].

POSITION ÉPISTÉMOLOGIQUE DIFFICILE DU PROFESSEUR PAR RAPPORT À LA THÉORIE

Les phases de conclusion : phases de validation et phase d'évaluation :

Dans une situation a-didactique le maître entretien une relation privilégiée avec un savoir alors que l'élève est en relation (privée ou publique [cf Margolinas]) avec ce même savoir, c'est à dire qu'il peut (ou non) être potentiellement « atteint », par ce savoir.

Une phase de conclusion est la phase au cours de laquelle l'élève accède à une information sur la validité de sa réponse. Cette phase est sous la responsabilité du maître.

L'analyse de la situation a-didactique nous permet de dire dans quelle mesure une phase de validation est possible, étant donné qu'une phase d'évaluation est toujours possible, vu la relation privilégiée du maître au savoir.

Le professeur va devoir prendre les initiatives et repérer « où les élèves en sont », s'appuyer sur ces critères de validité afin d'avancer, tout en évitant des « effets jourdain » (se servir de l'indice d'une connaissance savante dans une signification banale afin de montrer le savoir).

Le professeur a une position épistémologique difficile à soutenir par rapport à la théorie. L'intrusion (nécessaire) du didactique dans l'a-didatique.

A chaque instant, le professeur doit négocier des points comme par exemple :

- la non adéquation parfaite entre les connaissances mobilisées dans une situation a-didactique et les savoirs des programmes
- la précision admise sur les figures superposables dans les activités de communication en géométrie, sur « le puzzle » ;
- des décisions sur ce qui est acceptable par exemple dans le « poids du verre d'eau », l'élève qui hésite lorsque il lit 201 ou 200 ou 202...
- un tri en temps réel entre les erreurs dont on pense que le traitement est à la charge de la situation et celles qui doivent être réglées immédiatement.

Cette tâche est délicate. Or on a vu qu'un PE2 ne sait plus comment intervenir.
Les conséquences sont désastreuses : abandon ; régulation par de l'ostension, enseignement de méthodes.

Pour accompagner un PE2 dans un travail sur de telles situations, il y a à admettre que la réalité est beaucoup plus difficile à comprendre qu'un savoir, en particulier que les élèves, pour acquérir des savoirs doivent mettre en jeu des connaissances qui ne lui sont pas toujours enseignées. Par exemple, dans le cas du poids du verre d'eau, l'équilibre entre prévisions sûres et prévisions précises est un enjeu important.

3 LES INDICES DE POSITIONS DIFFÉRENTES POUR LA LEÇON DU LENDEMAIN :

Je ne parlerai pas ici des « activités préparatoires » de certains ouvrages scolaires. Pourtant, ces activités sont la naturalisation de situations a-didactiques. Ces activités sont alors engagées dans une relation didactique du type ostension que le professeur lancera au moment qui lui convient.

Les ouvrages (nous étudions ici Ermel et ouvrage de N et G Brousseau) qui prennent en charge cette transition du milieu matériel au milieu mathématique n'ont pas une position épistémologique identique.

Dans Ermel, on voit apparaître des formulations s'adressant au lecteur telles que « on pourra ».

Dans « décimaux », la deuxième séquence s'annonce directement en rupture avec la première (mais il s'agit de la 37° séquence, et les contrats ont été passés avant.

4 LES SUGGESTIONS AUX FORMATEURS.

Rappelons tout d'abord, qu'une situation avec confrontation au milieu matériel est souvent confondue avec situation de manipulation et que ce modèle résiste bien plus qu'on ne le pense;

- L'évolution de la position d'élève en activité matérielle à celle du sujet mathématique ne peut pas être optimisée dès lors que le professeur ne « relance pas » .

Mais il y a des risques : l'idée que la seule confrontation au milieu ferait surgir les savoirs visés. Donc, la relance de l'activité doit être dictée par ce que le professeur a vu d'où les élèves en sont dans leur rapport au milieu mathématique.

Exemple : Il ne s'agit pas de faire un puzzle, mais de mettre au point un guide pour la réalisation d'un puzzle à partir du moment où l'on dispose des cotes du puzzle

de base. Les enjeux ne sont plus les mêmes. On pourrait se reposer sur les dialectiques pour structurer ces moments.

Certaines situations optimisent ce passage (situation fondamentale du nombre, verre d'eau), d'autres se fondent sur ce passage pour les apprentissages (le triangle aplati pour le travail de passage de l'espace à la géométrie) d'autres non (le puzzle). En fait c'est le temps didactique qui ne s'y déroule pas de la même façon (temps didactique : ici, je prends comme unité de temps une alternance obligée entre le milieu matériel et le milieu mathématique).

Le maître doit réaliser l'équilibre entre le maintient de l'adidacticité de la situation et la communication des savoirs : ni attentisme, ni effets jourdains, ni enseignant en ostension. Ce n'est pas simple.

A terme, on n'est pas quitte : se pose une autre question : celle de la mémoire didactique : même chez les enseignants ayant participé à des expérimentations très détaillées, poussées, on constate un phénomène de déperdition didactique : les savoirs reprennent le dessus parce qu'il est plus facile de communiquer sur les savoirs que sur le sens ou l'épistémologie des savoirs.

5 LES SUGGESTIONS AUX FORMÉS :

Pour revenir à la formation, à court terme, je propose que soient travaillées les questions suivantes : à la suite d'une situation a-didactique :

- Qu'est-ce que les enfants ont appris aujourd'hui ?
-Qu'est-ce qui peut être écrit sur le cahier de cours dès la première séance :
(j'ai appris que la mesure permet de dessiner plusieurs segments issus d'un même point : est un théorème inconnu du savoir et pourtant une connaissance importante à acquérir).
(dans le problème des œufs, j'ai fait une soustraction (439-24 ; cela ne suffisait pas).
- Qu'est-ce qui peut être partagé avec les élèves comme projet pour le lendemain ?
- Qu'est-ce qui peut être repris sous forme d'un exercice classique, individuel ? Relance de l'activité, activité semblable modélisée par un énoncé écrit : par exemple, pour le verre d'eau, demander aux PE ou PLC ce qu'il envisagent (savoirs, exercices).

EN CONCLUSION :

Si l'on considère que ces deux situations sont a-didactiques (de la proportionnalité, de la division) elles diffèrent dans leur rapport au milieu.

- Dans la première situation, l'élève est directement confronté au milieu matériel. La consigne est perçue (par lui) majoritairement comme la réalisation d'une tâche matérielle, même si certains élèves recherchent (phénomène de contrat) dans cette séquence de mathématiques « l'après » matériel (quel savoir le maître vise-t-il ?).
- Dans la seconde, l'élève n'est pas directement confronté au milieu matériel. Le milieu matériel est une construction du professeur cohérente dans son projet. La consigne qu'il donne institue le rôle prévisionnel du calcul. Dans son projet (le projet décrit dans le document à destination des professeurs) , la relation, calcul-milieu matériel, va de soi.

En ce sens, la séquence de classe sur le verre d'eau constitue un autre type de situation a-didactique dans lequel la confrontation au milieu matériel agit de façon complètement dialectique et le passage milieu mathématique, milieu matériel est pris en charge par la dynamique de la situation.

On pourrait faire des investigations analogues dans la situation fondamentale du nombre et aussi les logiciels construits par l'équipe de Bordeaux (1993).

Il me semble que c'est là une question à poser alors à l'organisation de curriculum scolaire, cette fois en terme de relation de l'élève aux mathématiques, pris comme objectif d'éducation.

Une autre étude pourrait être menée est celle de la transposition de situations a-didactiques à partir des ouvrages destinés aux professeurs des écoles. Le jeu de la boîte vidée, étudié dans la théorie des situations puis dans des manuels scolaires (ERMEL, Nouvel Objectif calcul, optimath), est un bon sujet d'étude. (quelles dévolutions, y-a-t-il des savoir construits avant la mise en place de la situation a-didactique constituent deux analyses possibles).

La séquence sur le puzzle est l'exemple même de situation qui, prise isolément, peut aboutir à une impasse professionnelle, en ce qu'elle suppose déjà un élève rompu au contrat d'apprentissage et un élève mathématicien. Le travail de Claire Margolinas, se situant dans une perspective micro-didactique éclaire cette difficulté, en même temps qu'elle n'étudie pas les effets de contrat sur le long terme.

On peut constater que cette analyse n'a été qu'approchée dans la théorie des situations, que cette faiblesse est pointée par des auteurs sur des cas ponctuels. Mais une étude sur le temps scolaire semble nécessaire. Elle serait sans doute décisive dans une formation qui, par nature, s'intéresse aux liens durables construits entre le maître et l'élève à propos des savoirs.

Mais pour cela il faut s'attaquer à l'organisation des savoirs et traiter comme savoir la modélisation mathématique.

- Comment les élèves vivent la relation milieu matériel-milieu mathématique et comment ils devraient la vivre.
- Comment en situation de formation, ou/et de pratique de classe ces situations sont-elles vécues ?
- En quoi, l'après de ces situations dans le temps scolaire est problématique :

ANNEXE :

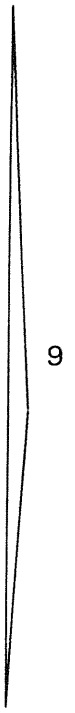
A) « Le triangle aplati » cf : une analyse de R. Berthelot et M.H. Salin

Construire trois triangles, dont les côtés mesurent respectivement en cm : (7, 5, 4) ; (9, 5, 4) et (10, 5, 4).

Le sens implicite donné au terme "construire", est "tracer" ; il permet à la consigne d'être suivie d'une mise au travail immédiate. La base de la communication est cette connaissance commune, et non point le sens mathématique du terme "construire".

Chacun peut comprendre que pour le premier et le dernier triangles, la classe n'éprouve pas de problème à s'accorder sur la réponse, avec l'assentiment du professeur.

Par contre, pour le second triangle, il en est tout différemment : beaucoup d'élèves produisent un tracé qui semble avoir toutes les caractéristiques d'un triangle, et dont le troisième sommet est à l'extérieur du trait joignant les deux autres, à une distance qui peut aller jusqu'à 2mm environ. D'autres élèves, en petit nombre, vont pourtant décider, avec ou sans tracé, qu'il n'y a pas de triangle, "parce que le troisième sommet est sur le segment de 9 cm". Si l'enseignant laisse les élèves débattre, il peut arriver que toute la classe soit convaincue qu'il y a au moins un triangle solution, non réduit à un segment. En effet, les mesures correspondent à ce qui a été demandé, avec la précision exigée habituellement dans la classe. Dans ce cas, l'enseignant de mathématiques se trouve en position difficile : il ne peut pas accepter la solution avancée, alors qu'elle s'appuie sur un travail spatial conforme au contrat didactique en vigueur en géométrie avec les élèves de cet âge.



Il faut s'interroger sur la situation de l'enseignant et des élèves.

L'activité porte-t-elle sur l'espace ou la géométrie ?

L'insertion de cette activité dans le cours de mathématiques pour la classe de 4ème la situe très clairement du côté de ce que l'institution scolaire appelle l'enseignement de la géométrie. Pour les élèves (même s'ils appellent géométrie ce travail), la consigne est de type spatial: ils fournissent un dessin de triangle dont ils vérifient qu'il répond bien aux contraintes imposées. Ils peuvent conclure que, sur une feuille de papier, seule la troisième construction n'est pas possible.

Pour le professeur, la situation est alors embarrassante: il a voulu appuyer son enseignement de géométrie, où les élèves doivent acquérir des connaissances relevant du modèle "espace géométrique", sur une interaction effective avec l'espace de la feuille de papier parce qu'il ne peut les faire travailler directement dans le modèle, comme il le fait lui-même.

Mais, une fois la figure faite, ce qu'il "voit" (dans le modèle) et ce que voient les élèves (sur la feuille) n'est pas identique. Lui "voit" que dans le triangle presque aplati, les longueurs des côtés ne sont pas égales à ce que croient les élèves ou plutôt il "sait" qu'elles ne peuvent pas l'être parce qu'il se fonde sur des connaissances du modèle, et cela l'empêche de "voir" ce que voient les élèves, c'est à dire que les côtés du triangle mesurent bien les longueurs demandées (les tracés ayant été faits avec une précision normale).

Les efforts du professeur pour amener les élèves à son point de vue, ce qui nécessite pour eux un "changement d'espace", se heurtent à des difficultés d'autant plus grandes que ce que ce qui constitue, d'après la consigne, la base de leurs échanges, semble relever de l'évidence même si enseignant et élèves ne "voient" pas la même chose.

Notons que certains élèves, dès la cinquième selon Arsac, se situent dans une problématique mathématique : ils font "très peu de dessins, voire pas du tout, ou des dessins qui ne proviennent pas le l'activité de construction à la règle et au compas mais en donnent directement le résultat anticipé par l'élève, c'est-à-dire un segment avec un point marqué.... Lors des débats avec les autres élèves, la source de la conviction de ces élèves, lorsque nous avons pu la repérer, est toujours ...du type suivant : l'hypoténuse d'un triangle rectangle est plus longue que chacun des côtés". Et l'auteur conclut: "L'incertitude engendrée par le dessin sur le triangle proposé est levée en abandonnant le résultat concret et contradictoire de la construction et en se ramenant à une propriété dont on est sûr."

B) Nombre de points d'intersection de 2 droites: Tiré de l'article d'A. Lerouge dans la revue Sciences de l'Education 1-3/1993, *Contagion de signifiant et contagion de référence sur la conceptualisation mathématique de l'intersection de deux droites.*

Résultats bruts:

57 % des réponses font apparaître une contamination du signifié mathématique "intersection de deux droites" par son signifiant graphique. Il s'agit d'élèves qui considèrent que l'intersection est réduite à un point dans les figures (1) et (2), alors qu'elle en comporte plusieurs dans les figures (3) ou (4).

Analyse des commentaires et interprétations sur l'influence de l'angle des deux droites :

La plupart des commentaires font référence à l'angle des deux droites: il existerait une valeur limite de cet angle en dessous de laquelle l'intersection comporterait plusieurs points. Cette conception apparaît tout particulièrement dans la réponse suivante : « *Plus l'angle que forme les deux droites au point d'intersection est petit, plus l'intersection s'étend sur plusieurs points. A mon avis, il doit exister un certain degré d'angle qui marque la limite entre les deux cas: un seul point d'intersection, plusieurs points d'intersection* »