

CABRI-GEOMETRE CONSTITUANT D'UN MILIEU POUR DES SITUATIONS D'ACTION DEVANT ETRE A-DIDACTIQUES

ATELIER 3

Henri-Claude Argaud et Gérard Gerdil-Margueron
IUFM de Grenoble

La résolution de problèmes doit avoir une place importante dans les apprentissages en géométrie à l'école élémentaire et les concepts nouveaux prennent particulièrement du sens s'ils apparaissent comme des outils de solution des problèmes. Les situations a-didactiques ont la fonction de donner à l'élève la « charge » de la résolution du problème et favorisent donc la « construction » de savoirs nouveaux.

En géométrie plane, les maîtres ont en général recours à des problèmes reposant sur des activités de production d'objets matériels (par reproduction ou construction) dans les premières phases des apprentissages. Les élèves agissent alors sur un environnement matériel qui est le plus souvent l'environnement papier-crayon. D'autres environnements, les environnements informatiques, sont désormais disponibles.

Pour de tels problèmes, la production étant dans tous les cas un dessin, un certain nombre d'éléments permettent de comparer les environnements utilisables pour savoir s'ils peuvent faciliter la mise en place de situations a-didactiques.

1. Caractéristiques d'environnements pour la constitution de milieux a-didactiques en géométrie

La phase de conclusion est une phase importante voire critique pour attester du caractère a-didactique d'une situation. Nous allons en examiner les caractéristiques liées aux environnements papier-crayon et Cabri-géomètre pour les problèmes de production d'objets.

1.1. L'objet de la validation

Dans l'environnement papier-crayon, la détermination du vrai et du faux porte « naturellement » sur la production de l'élève et non sur le procédé de construction (qui dévoile la procédure) : c'est la trace matérielle qui reste à l'élève de son travail. L'élève est ainsi porté à examiner l'objet qu'il a réalisé. Le risque est alors grand de le voir se focaliser sur des détails matériels et faire passer au second plan le procédé utilisé qui lui s'énonce oralement en termes de savoirs (difficilement communicable à d'autres donc), et dont il ne retient que quelques éléments en général et souvent dans le désordre.

En revanche, dans l'environnement Cabri-géomètre, la réalisation d'une production à l'écran amène tout naturellement l'élève à examiner le procédé de réalisation. D'une part, celui-ci apparaît à travers les primitives nécessairement employées et il peut être explicité facilement par une nouvelle exécution, peu coûteuse, des primitives utilisées. D'autre part, le logiciel de géométrie dynamique travaillant au niveau de la figure (classe de dessins modulo l'énoncé), la production de l'élève peut subir des déformations tout en restant conforme à l'énoncé.

Il apparaît donc que les savoirs mobilisés dans la résolution d'un problème de reproduction ou de construction sont peu mis en cause par la validation dans l'environnement papier-crayon alors qu'en revanche, dans l'environnement Cabri-géomètre, ils le sont constamment puisque c'est sur le procédé de construction et non sur la production que va éventuellement porter le doute...

1.2. La décision du vrai et du faux

Dans l'environnement papier-crayon, une fois la production réalisée, les rétro-actions pertinentes du milieu permettant de confirmer ou d'infirmer la validité de ce que l'élève a produit sont peu nombreuses : le procédé de construction n'est pas apparent, et l'élève ne peut examiner qu'un objet matériel. Dans l'environnement Cabri-géomètre, le déplacement des objets de base est au contraire une source très importante d'informations pour la validité, puisque l'élève obtient dans l'instant, une infinité d'objets matériels différents (des dessins) qui vont garder ou non les relations prescrites dans l'énoncé et présentes dans la première instantiation élaborée par l'élève.

En général, pour décider collectivement de la validité d'une production en papier-crayon, les élèves parviennent difficilement à un avis unanime car certains estiment la production correcte et d'autres non, du fait de petites différences graphiques. Celles-ci ne résultent pas nécessairement des savoirs utilisés. En effet, l'élève peut avoir employé des connaissances tout à fait adéquates et avoir fait un dessin approximatif... ou au contraire avoir mobilisé des connaissances minimales tout en réalisant un dessin parfait. La validité d'une production est ainsi souvent très discutable.

Dans l'environnement Cabri-géomètre en revanche, les caractéristiques graphiques qui peuvent attester de la non-validité sont susceptibles d'être amplifiées lors de déplacements ; ces derniers limitent ainsi grandement la possibilité d'erreur dans la détermination de la validité. Les élèves, explorant beaucoup par le moyen du déplacement, trouvent en général des instantiations de la figure suffisamment significatives pour prendre position. De plus, du fait de la déformation de la production, c'est une classe de dessins et non un seul dessin qui est en jeu ; la production graphique passe après le procédé de réalisation qui peut facilement et « naturellement » devenir public du fait qu'il repose sur la liste des primitives employées. L'accord des élèves est ainsi plus facile à obtenir parce que, du fait des déformations dues aux déplacements, les erreurs ont des conséquences très apparentes sur la production et les critères attestant la validité sont communs à un ensemble infini de productions graphiques.

1.3. Le rapport « qualité / prix » du milieu

Dans l'environnement papier-crayon, la production d'un objet graphique est « coûteuse » à l'élève tout en ne lui apportant qu'assez peu d'informations en général. Il passe souvent un temps important à en réaliser une. S'il fait une erreur et qu'il en a conscience, il doit effacer et refaire. Lorsqu'il développe une procédure par essais, il ne peut alors en faire beaucoup, ce qui constitue un obstacle au développement de la procédure.... Comme il est difficile d'obtenir beaucoup de réalisations graphiques, les informations intéressantes sont réduites. Elles sont aussi souvent discutables du fait de leurs imprécisions. Les milieux qu'il est possible de constituer en papier-crayon ne sont donc souvent pas très riches.

Dans l'environnement Cabri-géomètre en revanche l'élève produit à coût réduit une très grande quantité de productions graphiques, soit en déplaçant des éléments de la production réalisée, soit en refaisant une nouvelle production. Il obtient de ce fait une grande quantité

d'informations et, au fur et à mesure de la recherche, le milieu s'enrichit considérablement à moindre coût.

2. Spécificités mathématiques, informatiques, didactiques et pédagogiques de Cabri-géomètre

Dans la première partie de l'atelier, une initiation à Cabri-géomètre a été proposée aux participants. Suite à un rapide échange, la moitié d'entre eux ont déclaré connaître suffisamment le logiciel et souhaité ne pas assister à cette phase pour échanger leurs expériences.

Deux groupes de travail ont été ainsi constitués, l'un consacré à l'initiation, l'autre à la communication de pratiques et à des pistes de travail possibles pour l'utilisation du logiciel en classe.

Dans ce second groupe, nous avons ainsi échangé :

- des expériences réalisées soit en classe, soit en formation ;
- des points de vue que les participants se sont forgés sur l'emploi du logiciel dans les classes (école, collège, lycée).

Il s'avère que l'exploitation du logiciel pour les apprentissages en géométrie est encore réduite : quelques participants seulement déclarent l'utiliser en classe ou en formation. De plus, l'exploitation faite ne semble pas se démarquer nettement de celle qui consiste à utiliser Cabri comme un « super » environnement papier-crayon, outil de réalisation performant d'objets graphiques sans s'appuyer sur les caractéristiques spécifiques de la géométrie dynamique. Par ailleurs, les problèmes donnés aux élèves semblent complexes, au-dessus de leurs capacités supposées, et donc difficiles à résoudre par un élève seul.

2.1 Quelques aspects informatiques et mathématiques

Dans le cadre de l'initiation prévue, un certain nombre d'informations concernant les caractéristiques informatiques ont été communiquées. L'appropriation du fonctionnement du logiciel en général s'est faite par le moyen de problèmes posés aux participants mettant en évidence :

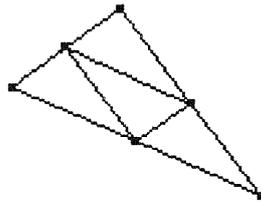
- l'aspect mathématique, par les familles de primitives et leurs caractéristiques propres à la géométrie dynamique,
- l'aspect informatique (utilisation du logiciel), dans l'exécution des primitives.

Cette première phase de l'atelier avait aussi pour but de placer les participants devant des problèmes analogues à ceux que les élèves auraient à résoudre dans les activités à l'école élémentaire, activités que l'on proposait d'examiner dans la deuxième phase de l'atelier.

Cela permettait à chacun de se constituer une première connaissance de la géométrie dynamique et de percevoir :

- la spécificité de problèmes susceptibles d'être proposés dans cet environnement ;
- certaines caractéristiques de leur résolution en vue de leur utilisation pour les apprentissages, leur intérêt pour les savoirs en particulier ;
- des caractéristiques de l'environnement pour la constitution de milieux pour l'élaboration de situations de résolution de problèmes ;
- diverses difficultés possibles sur le plan mathématique ou sur celui de la mise en œuvre.

Voici par exemple un problème : *Reproduire ce Cabridessin*



Il s'agit donc d'une « reproduction » de Cabridessin : la production doit être un Cabridessin ayant les mêmes caractéristiques que l'original à savoir :

- les mêmes types de points (points de base, points sur objet ou points construits),
 - les mêmes relations liant des objets homologues (milieu, parallélisme, égalité de longueurs).
- Plusieurs reproductions sont à produire suivant les points de base choisis.

Dans le premier problème, sont donnés comme points de base les trois points extérieurs ; c'est le concept de milieu qui est en jeu comme outil de solution. Dans le second, sont donnés comme points de base les sommets du "petit triangle du haut" ; il faut utiliser le prolongement de même longueur (alignement et report de distance) ou la symétrie centrale. Dans le troisième, sont donnés comme points de base les trois milieux ; le parallélisme est outil principal de solution.

Les savoirs outils de solution sont donc très différents suivant les problèmes.

2.2. Quelques aspects didactiques et pédagogiques

Cabri différencie les points par leurs degrés de liberté :

- deux degrés de liberté, « points de base » c'est-à-dire libres dans le plan,
- un degré de liberté, « point sur objet », c'est-à-dire se déplaçant sur une ligne (cercle, segment, droite),
- aucun degré de liberté, « points construits », c'est-à-dire ne pouvant se déplacer sans déplacement des objets de base.

L'élève peut s'approprier cette caractéristique distinctive des points par des actions, des essais de déplacements.

Dans le problème de reproduction précédent, on comprend immédiatement que le « jeu » sur les valeurs de la variable didactique « les points donnés » est extrêmement facile à mettre en place et que les contraintes qui en découlent pour l'élève sont difficiles à éviter. Si l'élève ne les respecte pas, cela se verra immédiatement et nettement sur la production, suite au déplacement des points de base. Cela est particulièrement intéressant pour la constitution du milieu dans la mesure où l'élève aura des rétroactions fortes de celui-ci lui indiquant qu'il se trompe.

De plus, une telle situation est peu coûteuse à mettre en place : il suffit de construire les trois Cabridessins et de les installer sur les postes individuels.

En papier-crayon, les points de base, les points sur objet ou les points construits apparaissent identiques, et il semble difficile de trouver des actions donnant à l'élève des moyens perceptifs signifiants pour les différencier suivant leur nombre de degrés de liberté.

Ce constat a pu être effectué dans plusieurs des situations proposées.

3. Cabri-géomètre, environnement pour la constitution de "milieux" a-didactiques

La résolution de problèmes comme moyen d'apprendre, de « construire » des savoirs nouveaux outils de résolution des problèmes, doit être développée. Dans ce cadre, les enseignants peuvent élaborer des situations, parvenir à donner aux élèves des problèmes mettant en jeu ces savoirs nouveaux comme outils de résolution puis les laisser chercher seuls la solution sans intervenir.

Or de telles situations d'apprentissage doivent présenter des contraintes fortes et être suffisamment riches pour rendre inefficaces certains savoirs anciens d'une part, nécessiter et permettre l'élaboration par l'élève de savoirs nouveaux d'autre part. Deux difficultés principales en rapport avec les situations apparaissent :

- le milieu est-il suffisamment riche ? L'élaboration des nouveaux savoirs ne peut se faire que si l'élève reçoit des informations pertinentes dans son interaction avec le milieu.
 - comment la conclusion est-elle établie ? l'élève donne-t-il la réponse et en garantit-il l'exactitude seul ? avec les autres ? avec le maître ? ou est-ce le maître qui s'en charge ? C'est très souvent à ce moment-là qu'il est difficile au maître de ne pas intervenir en rapport avec les savoirs en jeu :
 - ou la situation « résiste », mais n'est pas assez riche ; alors l'élève cherche de l'aide, et comme le maître voit le temps défilier, il donne cette aide...
 - ou la situation ne « résiste » pas ; l'élève ne voit pas la nécessité d'élaborer un nouveau savoir et le maître « l'apporte ». L'élève ne comprend alors pas la finalité de ce savoir.
- Une autre difficulté, en dehors de la situation elle-même, peut amener un dysfonctionnement de celle-ci ; c'est celle de mettre en place un contrat didactique dans lequel l'élève sait qu'il a la résolution complète du problème à sa charge.

C'est à l'examen de situations élaborées dans un travail de recherche associant l'INRP et le Laboratoire Leibniz à Grenoble qu'a été consacrée la deuxième partie de l'atelier. Le but était de montrer comment Cabri-géomètre peut être un environnement favorable à la constitution de situations visant à être a-didactiques.

3.1. La validité d'une reproduction ou d'une construction dans Cabri-géomètre dans l'interaction de l'élève avec le milieu

Compte tenu de ce qui a été dit sur l'importance de la phase de conclusion pour le caractère a-didactique de la situation, examinons les conditions de validité d'une reproduction ou d'une construction dans Cabri-géomètre.

Une reproduction consiste à fournir à l'élève un Cabri-dessin à l'écran de son ordinateur, à charge pour lui de réaliser un Cabridessin identique. Une construction consiste à fournir à l'élève un énoncé lui indiquant les caractéristiques d'un Cabridessin à réaliser.

Quand de telles productions sont-elles valides ?

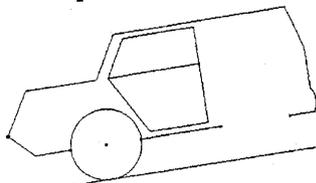
Une reproduction est valide si le Cabridessin produit est « le même » que le Cabridessin initial, c'est-à-dire qu'il est composé des mêmes objets (points, segments ...), que ces objets sont de même type (points de base, sur objet ou construits) et qu'ils vérifient les mêmes relations (appartenance, alignement, perpendicularité, parallélisme...) indépendamment d'un déplacement quelconque de tous les objets qu'il est possible de déplacer.

Une construction est valide si le Cabridessin produit présente les propriétés conformes à celles attendues dans l'énoncé et si elles restent vraies dans tout déplacement possible des objets.

Pratiquement, dans l'interaction de l'élève avec le logiciel, la validité d'une production de ce type résulte ainsi du fait qu'il n'a pas été possible de trouver, parmi les instanciations contrôlées du Cabri-dessin, une instanciation qui soit erronée... Cette validité provient d'un « balayage » de cas qui n'est pas exhaustif évidemment, mais qui suffit souvent compte tenu de la complexité très modérée des figures employées et des savoirs nécessaires. Ce n'est bien sûr pas une validité au plan mathématique, et elle est discutable en cela.

En revanche, il est en général facile de trouver une instanciation du Cabri-dessin qui invalide une production incorrecte car les déplacements des objets de base permettent de faire apparaître graphiquement une erreur de construction. Le logiciel amplifiant les caractéristiques graphiques de la production, Cabri-géomètre facilite l'invalidation d'une production erronée.

Nous avons présenté un problème visant à faire intégrer par les élèves le critère pour discriminer une production valide d'une production invalide. L'élève doit construire la roue



manquante du véhicule, prenant en compte le fait qu'il se déplace sur la « route » par le moyen du point situé à l'avant. Un tel déplacement disqualifie de nombreuses procédures de construction de cercles (développées spontanément par les élèves) comme :

- celle consistant à construire un cercle dont le centre n'est pas le milieu du diamètre suggéré,
- ou celle consistant à construire un cercle qui ne passe pas par l'une des extrémités de ce diamètre.

Les rétroactions du milieu, c'est-à-dire les déformations engendrées par le déplacement pour de telles constructions incorrectes, sont frappantes et très porteuses d'informations pour les élèves :

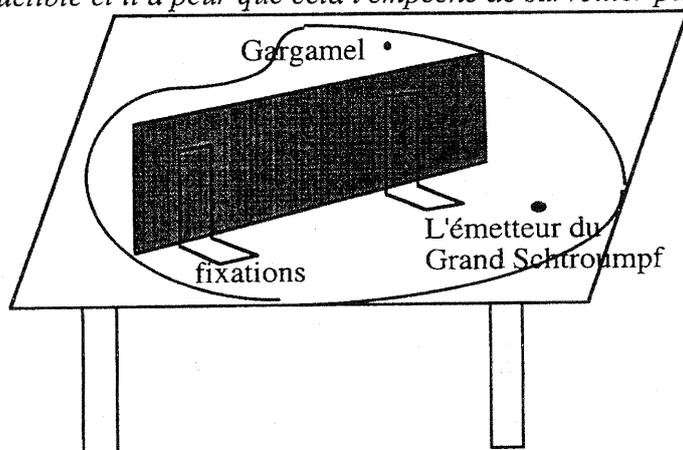
- les procédures erronées s'invalident de façon évidente ;
- l'élève comprend par les images qu'il reçoit les raisons du dysfonctionnement de sa construction et y trouve les moyens de rectifier.

Ce problème peut être utilisé dans le cadre d'activités avec le logiciel pour des élèves de cycle3 ou de début de collège.

3.2. Alignement de points matériels avec des « outils » conceptualisés

Le point suivant a consisté à examiner dans quelles conditions des élèves d'école élémentaire débutants peuvent tout à la fois « entrer » dans la connaissance du logiciel et effectuer des apprentissages (sur l'alignement) : il est en effet nécessaire de permettre des apprentissages dans ces deux domaines de façon simultanée. Un film a été visionné pour cela ; il retrace le déroulement en classe de CE2 de la partie informatique (la deuxième partie) de la situation présentée ci-dessous :

Le Grand Schtroumpf a un immense domaine qu'il a aménagé pour dissimuler son trésor. Il veut le surveiller avec un rayon-laser pour détecter ses adversaires. Il y a été construit un grand mur indestructible et il a peur que cela l'empêche de surveiller partout.



Gargamel et Azraël veulent s'introduire dans le domaine pour découvrir le trésor... mais ils ne doivent pas se faire repérer par le rayon laser!

Problème 1 : Vont-ils être repérés par le rayon laser?

Problème 2 : Y a-t-il des endroits où ils peuvent se placer pour ne pas être détectés par le rayon laser?

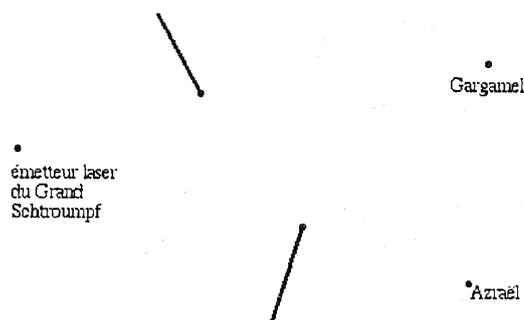
La première partie de la situation se déroule comme l'évoque le dessin ci-dessus, sur une table, avec :

- une feuille A3 dont le bord a été découpé pour ne pas être régulier, et les positions de l'émetteur laser et de Gargamel matérialisées par une épingle ;
- un rectangle en carton fixé faisant office de « mur ».

Dans une première étape, le premier problème est proposé aux élèves. L'élève répond soit en faisant une visée, soit aussi en utilisant une ficelle ou une règle.

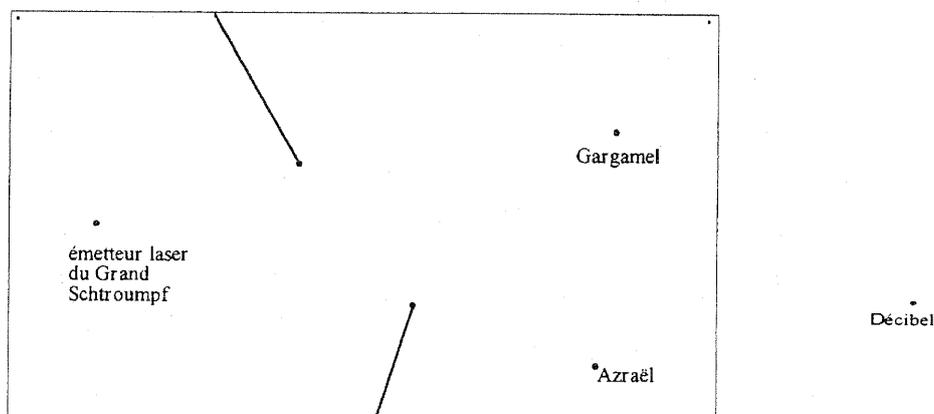
Dans une seconde étape, l'élève ne dispose que de la feuille sur laquelle est positionné l'émetteur laser et la trace du mur. Les élèves résolvent le problème 2 par des biais différents... On obtient même le tracé de la droite limite de la zone.

La seconde partie se déroule avec le logiciel. Une modélisation de la situation apparaît à l'écran (tous les points sont fixes) :



Les élèves résolvent le problème 1 ; majoritairement, ils le font par le tracé d'un segment joignant l'émetteur laser à chacun des envahisseurs... Ils sont amenés à expliciter l'outil de résolution (la primitive segment ou droite ou demi droite), et à apprendre à le caractériser (par ses extrémités). Cabri-géomètre fait utiliser le concept de droite ou de segment à travers des actions dans un espace matériel ; on peut y voir une phase intermédiaire entre la phase de contrôle au jugé, à la visée, ou avec un instrument (où le savoir reste implicite) et une phase de formulation (où le savoir apparaîtrait de façon plus explicite).

Plusieurs autres étapes sont ensuite conduites avec le logiciel ; dans l'une d'entre elles l'élève doit étendre la procédure de construction de segment ou de droite à un problème où l'on ne peut voir simultanément les objets dans le contrôle de l'alignement (« Décibel » est hors écran).



Dans une autre étape, la modification de la « valeur » de la variable « nombre d'objets à contrôler » devrait amener l'élève à utiliser la droite ou la demi-droite de préférence au segment.

Conclusion : des milieux pour la validation sollicitant et le spatial et le théorique

Ainsi donc, des situations organisées avec Cabri-géomètre doivent permettre à l'élève :

- de percevoir les limites des contrôles perceptifs,
- de conclure relativement au problème posé et de dire, sans l'aide du maître, le vrai ou le faux sur la production, même si l'invalidation prend le pas sur la validation,
- d'acquérir des connaissances à caractère plus géométrique soit pour produire ou interpréter des dessins, soit pour en contrôler le procédé d'obtention.

Les traitements du dessin que l'élève peut faire facilitent les liens entre le dessin et la théorie : par le moyen du déplacement des objets de base, Cabri-géomètre amène l'élève à considérer non plus seulement un seul dessin, mais une infinité de dessins ayant des propriétés communes (vers la figure). Les élèves montrent de réelles aptitudes à entrer dans ce « jeu » de la géométrie dynamique. Un certain nombre de participants à l'atelier qui avaient souhaité éviter la phase d'initiation construite autour de cette problématique de géométrie dynamique, se sont rendu compte a posteriori (lors de la deuxième partie de l'atelier) qu'elle leur aurait été utile pour mieux comprendre la problématique en rapport avec des activités élèves.

Pour les situations d'apprentissage, des problèmes « élémentaires » suffisent en général ; les problèmes que nous nommons « élémentaires » sont des problèmes pour lesquels le nombre d'objets et de relations en jeu n'est pas très important. Les concepts outils sont alors mieux identifiables que dans la résolution de problèmes complexes où l'élève prend facilement l'un pour l'autre. Les milieux qu'il est possible de constituer dans l'environnement sont porteurs d'informations riches que l'élève peut traiter pour renforcer ses connaissances ou en acquérir de nouvelles, « moins spatiales » et tendant vers le géométrique.