

ARTICULATION DE LA FORMATION PE1/PE2 A PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DES GRANDEURS ET DE LEUR MESURE

Henri Delègue

Résumé : certaines notions mathématiques sont abordées en PE1 et font l'objet d'un retour en seconde année. Il faut alors prendre en compte les attentes nouvelles de ceux qui viennent d'être admis à un concours et se projettent dans leur futur métier. On peut ainsi utiliser le retour sur les grandeurs pour apprendre à intégrer ses connaissances mathématiques aux connaissances professionnelles, à utiliser du matériel en classe de mathématiques, à observer les élèves et à utiliser cette observation lors de la conduite d'une séance et de l'évaluation de leurs capacités et à revoir des notions étudiées pour la préparation du concours. Enfin on utilise les grandeurs, à côté des problèmes, pour construire le sens des nombres et des opérations.

CONCEVOIR EN PE2 LE RETOUR SUR UNE NOTION ETUDIEE EN PE1

En général, pour la préparation au concours (au moins pour le volet 1), les PE1 réactualisent des connaissances en matière de calculs sur les mesures de grandeurs classiques (masses, longueurs, aires, volumes et durées) parfois ce retour peut prendre un caractère nouveau (cf une approche minimale de la notion d'aire en PE1), mais les sujets de concours restent très classiques. Il est par ailleurs difficile en première année de travailler sur des apprentissages longs.

Il est donc souhaitable de revenir en seconde année de formation sur l'enseignement des grandeurs, ses liens avec la construction des nombres (entiers, décimaux), la proportionnalité et la division.

Envisager une formation en deuxième année nécessite qu'on tienne compte :

- de la brièveté de cette formation (nous ne reviendrons pas sur ce thème),
- des attentes des PE2 et des constats sur les compétences des jeunes professeurs,
- de nos intentions de formateurs à propos du domaine concerné (les grandeurs).

ATTENTES EXPRIMEES PAR DES PE2 POUR LEUR FORMATION INITIALE

L'analyse des attentes formulées en début d'année par ces professeurs stagiaires¹ met en évidence les préoccupations suivantes :

- L'utilisation de matériel en classe de mathématiques (par les élèves, le maître).
- L'utilisation des résultats d'une observation ou d'une évaluation sur la diversité des procédures, des capacités des élèves.
- La programmation d'une suite de séances pour un apprentissage donné.
- L'organisation de la classe et sa gestion (en particulier gestion de la durée, gestion des synthèses).

Ils expriment le décalage entre les travaux de traduction² (d'un écrit à l'autre) demandés pour le concours et la prise en compte de la globalité d'une classe qu'ils ont entrevue lors de leurs premiers stages. En ce début d'année, les cycles 1 et 2 sont ceux qui les préoccupent le plus³.

On peut croiser ces attentes et les constats établis par l'Inspection Générale en 1995 sur les effets de la formation initiale sur les compétences professionnelles des PE et ceux de l'équipe de la Didirem (D. Butlen, Les gestes professionnels des P.E. débutants, Actes du 23^{ème} colloque de la COPIRELEM, Montpellier 1997).

Ceux-ci mentionnent entre autres :

- Une mauvaise réflexion sur l'aménagement de la classe, les affichages, les contraintes matérielles.
- Une difficulté à prendre des informations sur les élèves. Une mauvaise utilisation des observations des élèves (rythmes, formulations inadaptées, mauvaise utilisation des aides pour le maître : manuels, cahiers d'évaluation)
- Centration de l'analyse a posteriori sur sa prestation et non sur les élèves.

L'étude de l'enregistrement d'une séance où les élèves ont la possibilité d'utiliser du matériel (ex : tracer un très grand rectangle dans la cour, faire un carré avec n allumettes) permet de montrer comment observer les conceptions des élèves à propos d'une notion, d'un problème. Plus précisément, cela donne l'occasion d'aborder les différents moyens dont dispose le professeur pour permettre aux élèves de s'engager dans une situation (manipulation effective, symbolique ou anticipée : cf. annexe 3). Cette séance sert de transition entre le travail écrit demandé en PE1 et la préparation d'une mise en œuvre dans une classe. L'étude des grandeurs qui suit se place donc dans ce contexte.

Comme la géométrie (en introduisant la prise en compte des compétences spatiales⁴), l'étude de l'enseignement des grandeurs permet de se placer sur un long terme et de prendre en compte des compétences qu'on n'analyse pas pour le concours faute de dispositif adapté ou de consensus minimal pour la correction.

¹ Lors de la première séance, ils doivent réaliser une préparation sur « la division en CM », à partir des problèmes soulevés et notés par un secrétaire, ils font la liste des questions professionnelles prioritaires, cette liste est négociée en section entière (voir annexe)

² Par exemple la traduction d'une attente institutionnelle en objectif, d'une analyse d'erreurs en exercices à proposer...

³ Alors que les anciens instituteurs stagiaires craignaient plus particulièrement le CM2.

⁴ M.H. Salin et R. Berthelot, thèse, Université de Bordeaux

LES INTENTIONS D'UN COURS SUR LES GRANDEURS EN PE2

Les PE2 ont déjà des éléments de pratique professionnelle et en ce qui concerne les grandeurs, ils ont en général assisté à un enseignement du système métrique : calculs sur des mesures, conversions. Ils ont très rarement vu des séances où le caractère physique des grandeurs intervenait. Ils peuvent être tentés de lire superficiellement des textes de référence et de se précipiter vers l'utilisation de nombres rendant compte de mesures. On peut voir par exemple ce qui concerne les grandeurs dans le paragraphe « des instruments pour apprendre » du programme de 1995 pour le cycle 1.

Intentions mises en évidence auprès des PE2 :

DISTINGUER PLUSIEURS SORTES D'OPERATIONS

Les opérations sur les objets	Les opérations sur les grandeurs	Les opérations sur les nombres
Comparer, tracer l'empreinte, juxtaposer, mettre en coïncidence, découper, dissocier, assembler, coller...	Comparer Additionner Compléter Soustraire Multiplier par un nombre entier Diviser en N parts égales « du point de vue de la grandeur qu'on étudie »	Il s'agit d'utiliser le travail mené avec les grandeurs pour voir différemment le domaine numérique que l'on connaît (voire pour l'étendre) <i>Les grandeurs apparaissent ainsi comme un second moyen, à côté des problèmes, pour donner du sens aux nombres et aux opérations</i>

DONNER UNE FONCTION AU TRAVAIL SUR UNE GRANDEUR

Anticiper un effet, envisager une possibilité
Communiquer pour obtenir un effet équivalent
Mémoriser pour pouvoir reproduire un effet équivalent

INTRODUIRE UNE REFLEXION SUR LES DIFFICULTES DU MESURAGE

Approximation
Gestion du matériel
Changement d'unité
Vraisemblance du résultat d'une mesure, nécessité d'un système de mesure universel

UN EXEMPLE DE FONCTIONNEMENT : LES GRANDEURS COMME THEME DIRECTEUR POUR L'ANNEE.

Exposé initial :

Le polycopié donné en annexe fait l'objet d'une présentation rapide en collectif : il est destiné à servir dans nos échanges ultérieurs⁵. Plutôt que d'envisager une classification des grandeurs, je propose aux PE2 d'envisager une grandeur en s'attachant progressivement à de nouvelles opérations :

1. Comme grandeur repérable (égalité, ordre),
2. Comme grandeur mesurable (addition, multiplication par un entier)
3. Comme grandeur mesurable continue (divisions, proportionnalité)

Ensuite, je demande aux PE2 de saisir toutes les occasions qui se présentent pour introduire les grandeurs dans leurs activités, soit comme objet principal de leur enseignement, soit comme support ou intermédiaire pour d'autres apprentissages en particulier en ce qui concerne les nombres et les opérations.

Selon les cycles où ils sont affectés, les PE2 sont donc amenés à élaborer des projets : dans le cadre du cours de mathématiques, deux maîtres formateurs sont présents et les PE2 élaborent leurs projets qu'ils mettent en œuvre ou proposent à leurs collègues pour expérimentation dans les classes. La présence d'acteurs « du terrain » est indispensable lors de la construction du projet pour que les difficultés de mise en œuvre soient anticipées et pour donner plus d'assurance aux PE2 pour la présentation au maître d'une classe et la gestion de la séance. Après expérimentation, un premier bilan est effectué avec un formateur pour réfléchir à des questions professionnelles

Exemple de travaux menés en cycle 1 :

Un projet en grande section « courir pour comparer des longueurs »

Le principe élaboré par les PE est celui d'un relais dans lequel les équipes ont à parcourir des trajets de longueurs différentes (sans que cela soit mis en évidence a priori) par le biais des rotations (au sein d'une équipe puis des équipes sur les différents trajets), les élèves prennent conscience de l'inégalité des situations.

Lors du retour après une première expérimentation, le travail du groupe a porté sur les instruments (rigides ou non) à proposer aux élèves, les paramètres qui peuvent être déterminés dans la progression et dont les titulaires des classes avaient imposé certaines valeurs en vue de faciliter la gestion des groupes.

Un projet chez les moyens et les grands : utilisation de masses de références

On réalise par exemple six masses que l'on repère par des couleurs ou des lettres (ex : A,B,C,D,E,F, il n'est pas indispensable que ce soit dans l'ordre). Contrairement aux masses marquées du commerce, il faut qu'elles se présentent toutes sous le même aspect extérieur sans autre distinction que la masse : un artifice consiste à remplir des boîtes de pellicules photographiques avec des matériaux divers bien coincés avec du coton pour éviter que les élèves prennent d'autres indices que la masse. Au début on mène des activités mettant en jeu uniquement ces masses puis on introduit différents instruments. Ces masses peuvent servir à étalonner un instrument de type « allongement », à des activités d'équilibre.

⁵ les polycopiés distribués n'ont pas à être de lecture « immédiate », cela résulte d'une décision commune avec les collègues de psychologie et de français pour travailler la compréhension de textes (cf. ateliers aux colloques de la Copirelem 1998 et 1999)

Poursuite du travail après expérimentation dans les classes :

Un travail avec le groupe sur les masses a permis de poser la question de l'approximation des balances à équilibre. Les qualités d'un instrument sont en effet la sensibilité (montrer des effets différents pour des masses très voisines) et la fiabilité (montrer les mêmes effets pour la même masse lors de pesées successives). Les instruments utilisés à l'école ne font qu'amplifier les défauts des instruments de laboratoire, ce qui nous conduit à prendre ostensiblement en charge les problèmes.

Par ailleurs il n'existe pas deux objets de même masse, cette fois la sensibilité des balances (fondées sur l'équilibre) peut gêner la gestion des séances : on est amené à accepter que l'équilibre est pratiquement réalisé certaines fois et non réalisé à d'autres moments.

Habituellement on utilise directement des masses marquées (du système métrique) pour étalonner un instrument « allongement » ou pour utiliser une balance.

Cette pratique conduit à faire intervenir les nombres et à court-circuiter le travail sur la comparaison, l'addition et la multiplication d'une masse par un entier.

Le groupe a donc élaboré la stratégie suivante : si on doit comparer deux masses M et m , on commence par les comparer aux masses de référence en faisant à chaque fois la liste des masses qui sont plus légères .

Exemples :

- A, D, E, G, F sont les masses plus légères que M , et D, A, F, E sont les masses plus légères que m dans ce cas m est plus légère que M ;
- A, D et F sont les masses plus légères que M et A, D et F sont les masses plus légères que m , dans ce cas (comme les effets sont les mêmes) on dira que les masses M et m sont les mêmes.

D'autres sujets de réflexion abordés lors des échanges après expérimentation :

Cycle 1

- A propos des grandeurs, la liste nécessaire de compétences précises risque d'entrer en conflit avec certains constats :
 - l'élève de cycle 1 a d'abord une approche globale des objets de son environnement et des relations qui les lient,
 - dans la pratique la vue est privilégiée pour prendre des informations sur les objets, pour les petits élèves ce primat de la vue n'est pas vérifié.
- A travers par exemple la mise en place d'ateliers de comparaison de masses en maternelle, travailler sur l'ordre et donner du sens à la considération par le professeur des caractères cardinal et ordinal du nombre ;
- Concevoir un travail sur le langage : comment va-t-on exprimer qu'on s'intéresse à la masse par exemple ?

Cycle 2 :

Il existe de nombreuses séances proposées dans les sujets de concours et les PE ont eu en général l'occasion d'observer ou de conduire de telles séances, en particulier sur les longueurs. Mais il existe un consensus pour accepter des séances :

- Qui ne posent pas de véritable problème pratique aux élèves (finalité de l'évaluation de la longueur)
- Qui ne prennent pas en compte les compétences spatiales (juxtaposition de deux objets selon leur « longueur », réalisation d'un alignement, repérages d'origines, d'extrémités)
- Qui ne mentionnent jamais les compétences liées à l'action physique menée pour comparer ou mesurer et le cumul des approximations
- Qui font intervenir le plus rapidement possible les calculs portant sur des mesures dans le système métrique.

A l'opposé, c'est encore un cycle où les maîtres qui les accueillent ou leur rendent visite sont disposés à examiner positivement leurs propositions. La démarche est alors coûteuse en termes de durée de formation : ces séances ne peuvent être proposées que dans le cadre d'ateliers de pratique professionnelles avec soit la présence du formateur de mathématiques soit l'enregistrement et l'étude a posteriori à l'IUFM.

Au cours de ces co-interventions à propos de chaque projet, il est possible de revenir sur les contenus mathématiques, et aussi de souligner :

- Le lien de la comparaison de deux masses ou deux capacités avec les difficultés observées en CP lors des leçons portant dans le domaine numérique sur la relation « autant que » ;
- La compréhension du travail sur les écritures additives (leur comparaison) par le biais d'un travail sur la comparaison des longueurs de lignes brisées ;
- La comparaison avec le travail sur les problèmes additifs dans le domaine numérique
- Le sens de la multiplication des entiers au cycle 2

Cycle 3 :

c'est le cycle où le travail sur les grandeurs et leur mesure est plus fréquemment observé et demandé lors des stages, on peut en profiter pour aborder :

- la question du mesurage ;
- retour sur la division, la proportionnalité, les décimaux.

Les PE2 utilisent principalement les photocopiés suivants : la machine à partager de M.L. Peltier et C. Houdement (IREM de Rouen) et un processus d'apprentissage de la mesure des aires de M.J. Perrin et R. Douady (IREM de Paris 7)

ENVOI :

Paul : *Once he made a bet with her that he could measure the weight of smoke.*

Augie : *You mean : weigh ! smoke !*

Paul : *Exactly, weigh ! smoke !*

Augie : *Can't do that ! It's like weighing air !*

SMOKE (1995 film de P.Auster et W. Wang.)

ANNEXE 1 : POLYCOPIE DE REFERENCE ENTRE PE2 ET FORMATEURS

1. Petit lexique sur les grandeurs et leurs mesures

- LA LECTURE D'UNE MESURE : je regarde ce qu'indique un écran, une graduation où est écrit le nombre qui indique une valeur décimale approchée de la mesure et où l'étalon a pratiquement disparu ;
- L'ACTION DE MESURER (MESURAGE): j'effectue des juxtapositions et des partages d'un étalon unité pour comparer la grandeur de l'objet à mesurer et la grandeur de l'étalon *je dois alors me contenter d'intervalle d'approximation*; j'en déduis le rapport entre les deux que j'écris sous forme d'un nombre rationnel qui est encore une valeur approchée de la mesure;
- LA MESURE : nombre réel qui traduit le rapport entre la grandeur de l'objet considéré comme idéal et la grandeur d'une unité, *compte rendu le plus complet possible* de la comparaison entre l'unité et la grandeur
- GRANDEUR: ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution
- GRANDEUR REPERABLE: toute grandeur qui peut prendre des valeurs que l'on peut comparer du point de vue de l'égalité et de l'ordre (inégalité)
- GRANDEUR MESURABLE: toute grandeur repérable sur laquelle on peut définir une addition qui respecte l'égalité et le sens de l'inégalité
- GRANDEUR MESURABLE CONTINUE: toute grandeur mesurable que l'on peut diviser par un nombre entier quelconque.
- SYSTEME DE GRANDEURS: quand on veut distinguer la grandeur en général et la valeur particulière que prend cette grandeur sur un objet, on parle de système de grandeurs pour l'idée générale (ex: les longueurs sont un système de grandeurs repérables) et de grandeur pour la valeur prise dans un cas particulier (la longueur de ce segment)

Une grandeur mesurable continue peut donc être envisagée selon ces trois étapes : grandeur repérable, mesurable, continue.

Dans tout ce qui suit on peut remplacer grandeur par masse, durée, capacité, longueur, aire, volume ou vitesse (considérée comme grandeur première et non comme quotient).

2. L'enseignement d'une grandeur: différents aspects pour élaborer une progression entre cycles ou à un niveau donné

LES GRANDEURS COMME GRANDEURS REPERABLES

Un système de grandeurs repérables est muni

- de l'égalité,
- d'un ordre total,
- de conditions de conservation.

Les nombres peuvent jouer le rôle de repère, de numéro

Quelques questions avant de choisir des activités

observations à mener sur les objets

quels phénomènes traduisent cette grandeur?

quelles transformations la conservent?

égalité

comment se définit l'égalité ?

ordre

comment compare-t-on deux objets? trois objets? (transitivité)

LES GRANDEURS COMME GRANDEURS MESURABLES

système de grandeurs mesurables = système de grandeurs repérables...

...avec une addition :

- compatible avec l'ordre: $a \geq b$ si il existe une grandeur c telle que $a = b + c$;
- admettant une grandeur nulle;
- compatible avec l'égalité: si $a + x = b + x$ alors $a = b$

...et la multiplication d'une grandeur par un entier

- définie par l'addition réitérée;
- pour tout couple de grandeurs (a, b) , b non nul, il existe un entier n tel que $n \cdot b > a$

Quelques questions avant de choisir des activités

addition

comment la définir?

comment trouver le complément?

comparer par simplifications

multiplication

définition d'étalons

grandeurs commensurables a et b telles que $n \cdot a = p \cdot b$

division d'une grandeur par une autre grandeur du même type

comparaison par encadrements de multiples

LES GRANDEURS COMME GRANDEURS MESURABLES CONTINUES

mesure d'une grandeur a suivant une unité u

si $n.a = p.u$ (a et u commensurables) on appelle mesure de a suivant u le nombre rationnel n/p ;

si a et u ne sont pas commensurables, la mesure est un nombre réel approché par les rationnels tels que $n.a < p.u$

on a un système de grandeurs divisibles si pour tout nombre rationnel n/p , on peut trouver une grandeur de mesure n/p

on a un système de grandeurs continues si pour tout nombre réel x, on peut trouver une grandeur de mesure x.

les masses, les durées, les capacités et les grandeurs géométriques sont des systèmes de grandeurs continues

division d'une grandeur par un nombre entier

quand on a une grandeur divisible a, pour tout nombre n non nul, on peut trouver une grandeur de mesure $1/n$ avec pour unité a, on dit qu'on divise a par n. C'est une autre division (il n'y a pas de reste).

Quelques questions avant de choisir des activités

division par un nombre entier

avez -vous compris la différence entre la division d'une grandeur par une grandeur de même nature et la division d'une grandeur par un nombre? comment la définir?

recherche d'encadrements

démarches d'approximation

rapport avec l'enseignement des nombres et des opérations

étudier les rapports entre les nombres et les grandeurs pour mieux comprendre les significations d'un nombre, de l'addition, de la multiplication, des différentes divisions, de la proportionnalité

La suite de la progression s'effectue de manière plus classique en travaillant sur les mesures suivant le système légal, comme des nombres qui permettent de calculer, d'ordonner, d'évaluer une mesure, d'effectuer une prévision.

Exemple: le poids d'un récipient vide en CM (cf. Grand N n° 50)

ANNEXE 2 : EXEMPLES DES ATTENTES DES PE2 EN DEBUT D'ANNEE

Lors de la première séance après avoir simulé une préparation, les PE2 sont invités à faire état de leurs attentes en termes de formation professionnelle en mathématiques. Les maîtres formateurs qui co-interviennent ont eu auparavant le cahier des charges du PE sortant et un résumé des conclusions de l'article de D. Butlen. La mise en commun conduit au document suivant :

LES QUESTIONS PROFESSIONNELLES QUE NOUS DEVONS TRAITER

Concernant le matériel utilisé en classe :

1. *Peut - on utiliser du matériel dans le cadre de l'enseignement de la division ?*
2. *La place du matériel de manipulation, sous quelle forme et à quel moment ?*
3. *Faut - il des manipulations au cycle 3 (matériel) ?*
4. *Pour introduire la situation - problème, doit - on plutôt utiliser le tableau ou des polys ?*
5. *Utilisation de la calculatrice. Si oui, quand ?*

Concernant la prise en compte des élèves :

1. *Problème si l'enfant connaît déjà la division et que sa manière de faire est différente.*
2. *La pédagogie différenciée, à quel moment ?*
3. *Quand évaluer ? Juste après ou pas ?*
4. *Quelle évaluation finale efficace nous permettrait de dire que la division est acquise ?*
5. *Quels critères peut - on prendre en compte pour savoir si l'on peut passer à une étape supérieure de la progression ?*
6. *A quel moment l'enseignant peut envisager une différenciation pédagogique ?*
7. *Quelle évaluation peut - on envisager avant d'introduire une nouvelle notion ?*
8. *En fin de séquence, comment évaluer ? (exemple : prise en compte des données parasites modifiant le résultat, le sens mais non la technique opératoire.)*
9. *Faut - il faire une évaluation diagnostique ?*

Concernant la programmation des séances

1. *Commencer par des nombres petits pour aller aux plus grands, ou l'inverse ?*
2. *Peut - on travailler le sens et la technique de la division en même temps ?*
3. *Comment amener les savoirs visés aux enfants s'ils ne les découvrent pas par eux - mêmes ?*
4. *Comment amener la technique opératoire de la division aux enfants ?*
5. *Peut - on travailler la technique sans contexte ?*
6. *Comment introduire la difficulté (progressivement ou brutalement) ?*
7. *Doit - on toujours partir d'une situation provenant du vécu de la classe (pour les problèmes) ?*
8. *Est - ce qu'on commence par une situation - problème ou une situation progressive ?*
9. *A quel moment intégrer la technique opératoire et comment ?*
10. *Quelle progression peut - on envisager*
11. *du simple au complexe*
12. *ou grande difficulté immédiatement ?*
13. *Comment organiser les réinvestissements dans l'année ?*
14. *Comment passe - t - on de la définition de la division à la technique opératoire ?*

Concernant l'organisation de la classe

1. *Comment constituer les groupes pour la situation - problème ?*
2. *Comment gérer la classe : groupe, individuel ?*
3. *Comment le maître gère - t - il les élèves en difficulté ? (gestion de la classe).*

Concernant la gestion de la classe

1. *Un élève bloque dans sa mise en route, dans sa recherche. Que fait - on ?*
2. *Comment gérer toutes les procédures des élèves pour la correction ?*
3. *Comment gérer la mise en commun ?*

ANNEXE 3 :

UN EXEMPLE DE DOCUMENT ETABLI EN REPONSE AUX PREMIERES QUESTIONS PORTANT SUR LE MATERIEL

Dès le début de l'année, certaines de ces questions professionnelles sont étudiées pour servir de référence. Par exemple sous forme d'exposés de pratiques professionnelles par les maîtres formateurs et d'un document. Comme le photocopié sur les grandeurs, il s'agit d'un support pour nos échanges entre formateurs (professeurs et maîtres formateurs) et avec les PE dans le cadre des séances de mathématiques (co-interventions).

Les fonctions et la gestion des manipulations en mathématiques

L'utilisation d'objets physiques peut avoir deux fonctions: celle de maquette du monde réel base du processus de modélisation(référence) et celle d'image de l'objet mathématique que l'on veut enseigner(élaboration de représentations). Selon l'une ou l'autre de ces fonctions, la gestion et l'exploitation des manipulations menées sur ces objets seront différentes. Par manipulation, on entend d'abord une manipulation réelle, mais par suite l'élève peut lui substituer la manipulation de dessins ou de symboles représentant les objets.

La fonction "monde réel" exemple type : les allumettes, le très grand rectangle

On la rencontre à propos d'une situation concrète, construite par le maître pour que les élèves soient conduits, pour la résoudre, à utiliser leurs connaissances mathématiques ou à en élaborer de nouvelles (situation problème, problèmes de recherche).

Dans ce cas le matériel a vocation à disparaître puisque le modèle que l'on construit est destiné à faire face à toutes les situations: l'élève qui est sûr de son raisonnement mathématique n'a pas besoin de le contrôler par une manipulation .

On va donc trouver une première manipulation très élémentaire du matériel lors de l'étape de familiarisation avec le problème posé: dans cette situation, le problème se pose et se résout avec le matériel, les mathématiques sont très peu utiles dans cette étape. Le rôle du professeur est d'accompagner la structuration de la formulation par l'élève de ce qu'il fait et de ce qu'il observe.

Lorsqu'un nouveau problème survient, la manipulation peut servir après résolution sur papier pour contrôler la validité de telle ou telle solution ou pour aider l'élève à la formuler. Plus l'élève est sûr de lui et plus cette manipulation "après-coup" devient inutile: l'élève devra retenir le modèle de résolution sous la forme que lui indiquera le maître pour qu'il puisse la communiquer ou la retrouver dans des documents.

Tableau 1 : lorsque les manipulations doivent : créer chez l'élève une expérience pratique de résolution de problèmes réels simples; permettre l'accès au sens de la notion qu'il apprend; permettre son contrôle lorsqu'elle est en cours d'acquisition.	
choix des situations et du matériel	Peu de contraintes, ce sont surtout les variations qui seront utilisées pour poser le problème Les situations sont liées au monde réel dans lequel l'élève et le professeur vivent; Le matériel doit être adapté à des expérimentations dont la vérification peut être effectuée par l'élève.(attention au matériel trop sophistiqué)
place de la manipulation effective	surtout avant l'introduction du modèle mathématique; puis uniquement en situation de contrôle et pour les élèves qui en ont besoin c'est à dire dont les connaissances sont encore insuffisantes pour exercer un autre contrôle.
Travail sur la formulation en liaison avec la manipulation	Il se fait à la fin de la phase d'appropriation pour centrer l'observation de l'élève, puis en accompagnant la présentation d'une solution du nouveau problème. On peut le retrouver comme rappel dans des situations de transfert.

La fonction "élaboration de représentations mentales" (exemple type : les abaques, les compteurs)

Il est banal de dire que les mathématiques sont des modèles abstraits de résolution de problèmes, il faut cependant prendre toute la dimension de cette affirmation. L'utilisation d'un modèle abstrait (le nombre quatre par exemple) nécessite qu'on le distingue de ses différents représentants (le chiffre 4, la constellation du dé, quatre bâtonnets, 2×2 , $3+1$,...). Une particularité des mathématiques est justement de proposer des représentants de différentes natures pour un même objet, tous ces représentants s'associant à des objets concrets: j'y intègre les objets symboliques que sont les écritures, les chiffres et les schémas.

Le processus que l'on cherche alors à créer est celui de l'évocation: l'action sur des objets "matériels" sert à comprendre et retenir l'action correspondante sur les objets mathématiques.

Ce qui est en jeu est donc l'articulation entre diverses représentations. Or souvent, on fait l'économie de cette articulation pour ne fonctionner que dans un système de représentation : c'est le cas quand on ne travaille la proportionnalité que sur des tableaux ou la règle de trois. L'élève se construit alors des systèmes cloisonnés de représentations mentales.

La conception d'un apprentissage long devra donc comprendre le choix de telles situations.

Choix du matériel et des contraintes:

- le matériel doit obéir à des règles d'utilisation bien définies qui permettent de vérifier physiquement la validité du résultat : il doit donc être organisé en fonction de la correspondance à établir entre les opérations physiques et les opérations symboliques ;
- les opérations effectuées sur le matériel doivent correspondre aux opérations intellectuelles menées sur les objets mathématiques, la formulation avec les élèves de ces opérations est fondamentale
- le matériel doit permettre une représentation analogique (dessin, schéma) qui permette de se dégager progressivement des manipulations physiques .

Tableau 2 : situations où les manipulations doivent permettre l'élaboration de représentations, l'articulation entre ces représentations et les algorithmes	
choix des situations et du matériel	Quelques situations de référence choisies pour leur facilité à être représentées et permettant d'évoquer des transferts. Matériel et contraintes que le professeur peut facilement faire évoluer pour poser différents problèmes
place de la manipulation effective	lors de l'appropriation puis tout au long de l'élaboration de l'algorithme, en parallèle avec d'autres systèmes de représentation. En situation de rappel pour certains élèves.
Travail sur la formulation en liaison avec la manipulation	Elle prend place dès le début de la situation. Elle est « orchestrée » par le professeur pour rappeler les règles de fonctionnement du matériel et pour insister sur les opérations menées. Elle est utilisée comme contrôle par l'élève à titre individuel

Conclusion

Lors de l'élaboration d'une progression, deux choix sont importants à effectuer:

- quelles situations de modélisation va-t-on proposer?
- quelle fonction va-t-on attribuer à chacune des manipulations?