PRATIQUES DE FORMATION EN PE1 A PROPOS DE LA DIVISION

Henri Delègue, Marie Claire Jollivet

Résumé : Au moment où des approches différentes de la division sont proposées dans les manuels, l'atelier s'est attaché à faire le point sur les pratiques effectives de formation initiale des professeurs des écoles. Il en ressort une grande diversité qui s'explique par la complexité du réseau des notions relatives à la division. Les éléments réunis sont destinés à servir de point de départ à une réflexion sur les choix à effectuer dans le cadre d'une formation initiale.

PRESENTATION :

Nous proposons de revenir sur la question de l'enseignement de la division qui a déjà fait l'objet de nombreuses publications ; citons, en particulier, le document inclus dans les DOCUMENTS POUR LA FORMATION DES PROFESSEURS D'ECOLE édités par la COPIRELEM, en particulier le tome I (Cahors 1992), le tome IV (Angers 1995), Le tome VI (Besançon 1997).

En effet, la plupart de ces documents se fondent sur un accord implicite entre les PIUFM de mathématiques concernant le choix des notions à aborder, en formation PE, dans le thème de la division.

Or, une rapide enquête, menée préalablement à cet atelier, nous a montré que cette unanimité présupposée n'existait pas ou n'existait plus ...

De nombreux facteurs sont à prendre en considération pour pouvoir analyser les différences et les changements qui semblent se profiler. Une telle étude dépasse largement le cadre de cet atelier dont le but n'est pas d'expliquer cette diversité, mais de mettre en lumière quelques grandes tendances afin de provoquer, si cela est jugé utile par les participants, la réouverture de la concertation au sujet de la division.

Citons cependant les deux paramètres que nous avions retenus, a priori, pour cet atelier :

- le premier concerne la grande hétérogénéité actuelle du corps des formateurs IUFM: anciens professeurs d'école normale (ayant une culture commune du premier degré), enseignants ayant une assez longue expérience en lycée ou collège, jeunes universitaires...Leurs différences de rapport aux mathématiques sont d'autant plus visibles que les contraintes horaires de la formation les obligent à radicaliser leurs choix, et à considérer comme mineurs les effets de cette sélection sur l'enseignement que donneront les P.E par la suite, concours oblige !
- le deuxième est lié à un remaniement important de l'organisation des thèmes : divisions, fractions, décimaux, dans plusieurs collections de manuels scolaires pour le cycle 3 parus depuis 1997.

Le déroulement de l'atelier comporte deux phases :

1. Proposition d'un ensemble de textes (énoncés de problèmes, extraits de manuels scolaires, courts extraits de conférence) liés à la formation des PE.[1]
2. Présentation des résultats de l'enquête préalable réalisée auprès des collègues en septembre et octobre 1998, tant au plan de l'enseignement des savoirs mathématiques que des connaissances didactiques.

[1] Ces énoncés ont dû être sortis de leur contexte. Pour la plupart ils avaient été présentés comme exemples proposés à des étudiants de première année.

PREMIERE ACTIVITE : REACTION AUX DOCUMENTS :

Les 16 textes encadrés de ce paragraphe ont été mis à la disposition de chaque stagiaire. L'intérêt du débat résidant dans la confrontation des priorités de chacun, via les documents proposés, notre consigne a été la plus ouverte possible :
"Est-il possible de relier chacun de ces extraits à une forme de division que nous enseignons en formation PE ?
Explicitons-nous ce lien en formation initiale ? en formation continue ?
Attendons-nous des PE qu'ils sachent faire ces exercices ?"
Sans oublier de tenir compte de l'influence du choix du corpus, il semble que notre hypothèse est apparue assez rapidement fondée : il n'y avait pas plus consensus entre les participants de l'atelier qu'entre les collègues qui ont eu l'amabilité de répondre à notre questionnaire !

I Examen des textes
Pour chacun d'eux, nous donnons succinctement :
- *les raisons du choix,*
- les réactions des participants.

1. Une pâtissière a rangé 382 chocolats dans 11 boîtes identiques. Toutes les boîtes sont identiques sauf peut-être une. Combien y a-t-il de chocolats dans chaque boîte ?
Concours C.R.P.E. Lille 1995

Type de problème de partage où l'on cherche le diviseur, alors que le dividende et le quotient sont connus). Ce type de problème est choisi par les formateurs qui insistent sur la variété des problèmes associés à la division.
Exercice intéressant pour la mise en place de la notion de division euclidienne et parce qu'il montre qu'il n'y a pas toujours qu'une solution même si l'énoncé le laisse penser.

2. Dans l'ensemble de l'exercice, on considère les nombres entiers naturels D et q tels que :
$D < 4500$ et $q = 82$
La division euclidienne du nombre D par le nombre d fournit le quotient $q = 82$ et le reste $r = 45$. Rechercher, en justifiant la réponse, l'ensemble des couples (D, d) qui répondent à la question.
Même question avec $r = 112$.
Discuter, selon les valeurs du reste r, l'existence de solutions.
Concours C.R.P.E Créteil 1993

Utilisation de la définition de la division euclidienne dans $\mathbb{N}$, $D = d \times q + r$ et $r < d$, avec un bon niveau d'expertise : mise en inéquation ; prise en compte de plusieurs contraintes.

A l'unanimité, ce type de problème semble faire partie des "exercices imposés" (problème de division euclidienne décontextualisé).

3. « Un consensus assez large apparaît chez les formateurs pour introduire les fractions à partir d'une situation de communication dans le contexte des mesures de longueur et selon l'aspect fractionnement (M.J. Perrin et R. Douady 1986) :
Une longueur *l* et une unité *u* étant données, il s'agit de construire un code permettant de tracer une telle longueur.

Les principales variables didactiques utilisées dans la situation sont :
le support de l'unité (fractionnable ou pliable facilement ou non) ;
la taille relative de *u* par rapport à *l* (*u* très petit devant *l* ou non) ;
la relation entre *l* et *u* : si $l=n.u+r$, avec *n* entier et $0 \leq r < u$ ../.. »
A. Bronner : scénarios d'enseignement des décimaux séminaire de Perpignan COPIRELEM

Le texte présente une division euclidienne dans les longueurs. Cette situation est reprise dans "Le nouvel objectif calcul CM1"et dans "ERMEL CM1" avec des scénarios sensiblement différents; un certain nombre de maîtres, en particulier les IMF/PEMF, la mettent en pratique dans leur classe. Un assez grand nombre de PE l'ont observée ou conduite en stage.
Cela permet l'approche de la division à partir des fractions et peut présenter un aspect différent de cette notion par exemple en relation avec le manuel Optimath.

4. Dans quelle base "10101" est-il divisible par "111"
Dans quelle base a t-on : "10000"="222"x"20"+"10"

Ce problème était proposé dans un cadre général. On peut l'interpréter sous la forme suivante : dans un jeu, il y a des jetons de 5 couleurs (BVJRN), chaque couleur a une valeur et les règles d'échanges sont identiques (1B vaut tant de verts et 1V vaut tant de J, etc.) Quelle est cette règle d'échange et combien y a-t-il de joueurs sachant qu'on a partagé équitablement sans reste la valeur de 1B1J1N et que chacun a reçu 1J1R1N ?Remarquons que dans ce cas précis toute règle convient. Le second exercice est plus difficile à utiliser.

Ces exercices ont fait l'objet d'une grande discussion, en plusieurs épisodes, sur la pratique de la division dans une autre base que la base dix : quelle réponse donner à des PE1 qui demandent l'intérêt de travailler dans différentes bases ? Une réponse possible : cela les aide à percevoir les difficultés que leurs élèves vont rencontrer en ne leur donnant pas la possibilité d'utiliser les automatismes de la base 10. A ce propos, certains nouveaux formateurs évoquent la demande constante des PE pour que les formateurs leur fournissent des automatismes. Malgré les arguments présentés plusieurs participants pensent que ces exercices ne sont qu'un prétexte pour utiliser la division.

5. Avec deux nombres entiers naturels non nuls, on effectue les 4 opérations suivantes :
- on les additionne ;
- on les multiplie ;
- on retranche le plus petit du plus grand ;
- on divise le plus grand par le plus petit.

La somme de ces différents résultats est 243.
Quels sont ces deux nombres ?
Jeux et stratégies n°4 (repris dans TERRACHER Terminale S 1998)

Ce problème est intéressant pour le traitement des informations de l'énoncé qu'il nécessite:
- *inférences qui s'obtiennent en associant informations de l'énoncé et connaissances de base, (en particulier celle qui permet d'affirmer que le plus grand nombre est un multiple du plus petit)*
- *changements de registres :*
  - *. Conversion des informations et déduction en langage littéral ; identité remarquable simple ;*
  - *. Utilisation de différentes écritures d'un même nombre.*

Le rapport niveau de difficulté/connaissances en jeu a été jugé inadéquat en PE1 par les formateurs les plus expérimentés.

6. Trouver tous les entiers naturels n à quatre chiffres satisfaisant aux conditions suivantes :
- le nombre de centaines de n est un nombre premier inférieur à 20.
- le reste de la division de n par 100 est un multiple de 24.
- le reste de la division de n par 9 est supérieur à 6.
- le reste de la division de n par 5 est égal à 1.

Concours C.R.P.E Poitiers 1996

Utilisation conjointe de propriétés arithmétiques (division euclidienne dans IN, critères de divisibilité usuels, ...), et de connaissances liées à notre système de numération (nombres de centaines d'un naturel, ...).

Ce type de problème, toujours difficile pour les PE par les conversions de registres variées et coordonnées qu'il nécessite, n'a fait l'objet d'aucun débat au cours de l'atelier.

7. La mesure de la hauteur d'un triangle équilatéral est de 4cm quelle est celle de son côté ?

C'est un exemple donné de cas où les PE sont confrontés à une division dans R.

Plusieurs participants soulèvent la question de la pertinence de la division dans R : n'est-ce pas faire perdre du temps aux P.E. ?
Discussions sur valeur exacte, valeurs approchées, les habitudes de rédaction semblant très différentes dans la culture du premier degré et au collège.

8. Fabriquer une masse trois fois plus petite qu'une masse donnée sous forme d'un objet insécable : on dispose d'une balance Roberval, mais pas de masse marquée, on peut s'aider en utilisant d'autres matériels.
9. Partager un segment en sept segments de même longueur (règle non graduée et compas)

Division exacte dans un ensemble de grandeurs continues sans nécessairement utiliser les nombres.
Pour la masse, on peut envisager d'utiliser un intermédiaire sécable (pâte à modeler, sable) puis des procédures utilisant la géométrie ou des approximations successives.
Pour les longueurs, la construction peut être justifiée par les PE, en géométrie, si le théorème de Thalès est inclus dans la formation.
Une bonne connaissance de cette situation semble d'autant plus importante actuellement que beaucoup de manuels, abordent, au cycle 3, des activités autour de "la machine à partager".
(cf. IREM de ROUEN : LA MACHINE A PARTAGER. Fractions et décimaux au cours moyen C. HOUDEMENT M.L. PELTIER)

10. Dans un jeu, le banquier et les joueurs disposent en nombre suffisant de toutes les pièces de monnaie dont la valeur est supérieure ou égale à 0F10, comment le banquier va-t-il partager équitablement la somme de 10F10 entre trois gagnants ?

Il s'agit d'une situation de division euclidienne dans l'ensemble des décimaux multiples d'un dixième. Ceci peut conduire à la question du quotient approché au dixième près. On retrouve ce thème dans l'extrait du manuel d'Objectif Calcul plus loin.

11. « Suivant que la division correspond à la recherche du coefficient de proportionnalité, de l'image ou de l'antécédent, on aura affaire à des significations différentes et éventuellement à des techniques différentes.
Par exemple :
Quelle est l'échelle de ce plan sachant que 4 km dans la réalité sont ici représentés par 3cm ?
Quelle est la distance sur le terrain sachant que je trouve 5 cm sur le plan et que l'échelle est 1/200 000 ?
Quelle est la distance sur le dessin sachant qu'il est 15 fois plus petit que dans la réalité ? »
M. J. Perrin, Sens, algorithmes et représentations symboliques, Actes du colloque des conseillers pédagogiques 1994.

La justification vient dans la suite de la conférence :
"La résolution de tous ces problèmes nécessite des extensions du sens qu'on a donné initialement à la division, ainsi que des représentations et des techniques utilisées, les soustractions successives ne permettent en général plus de représenter le problème et, même si c'est le cas, la mise en place d'une technique plus adaptée et plus rapide est nécessaire pour continuer à aborder de nouvelles situations. De plus, ces problèmes amènent le besoin d'étendre le domaine numérique et les opérations, ce qui pose la question de la légitimité de cette extension. On s'appuie en général sur l'addition répétée pour traiter la proportionnalité, et la pertinence de l'extension de la multiplication ,dans le cas où les nombres ne sont pas entiers, est le plus souvent laissée dans l'ombre."

12 Extrait de **"Quadrillage CM1" ISTRA 1997** page 69

Une telle présentation erronée du bilan d'un division euclidienne de l'exercice n°2[2] *est relativement répandue dans les travaux des PE1 :*

$$402 : 19 = (19 \times 21) + 3$$

Il s'agit de rechercher les origines possibles d'une telle écriture sachant :

- *que l'erreur est rapidement détectée et corrigée par les étudiants lorsque le même calcul est présenté dans l'ensemble des rationnels :*

  $\frac{402}{19} = \frac{(19\times21)+3}{19}$

  $\frac{402}{19} = 21 + \frac{3}{19}$

  ces deux dernières écritures étant données par toute les calculatrices munies de la touche $\boxed{a^{b/c}}$
- *qu'elle réapparaît, après discussion et "correction", dans les rédactions des solutions de problèmes se traitant par la division euclidienne.*

Le débat prend la direction des différentes écritures pour exprimer une division. La demande d'information s'engage sur les conventions d'écriture concernant la division. L'usage des « : » signifie-t-il la même chose selon dans lequel on se situe ?

Division dans **Q** → 3:4=3/4 (écriture normalisée)

[2] Nous espérons cependant que les auteurs profiteront de la prochaine réédition pour rectifier cette présentation.

5 :3=1+2/3

Division dans **N** →5:3 ? (notation de Brissiaud) q=1 et r=2
5 ⌐ 3 (notation avec la potence) q=1 et r=2

d'où la difficulté de opérations distinctes, dont les solutions sont différentes, mais présentée avec le même symbole.
Pour ceci il est proposé de se référer à une circulaire sur l'articulation Ecole/6ème et sur la revue Grand N n°61 pour préciser que c'est seulement en classe de 6ème que sera abordé le passage de **3:4=3/4.**

Le groupe s'interroge sur la complexité des différentes écritures concernant une division dans le Mémo du manuel Optimath CM1. Pourquoi vouloir trouver une écriture alors que l'on possède une technique de résolution ? Pourquoi vouloir introduire une nouvelle notation ? Il semblerait que ces nouvelles notations soient sources d'erreurs pour les élèves. Exemple : **22 :5=4 reste 2** ou bien **22 :5=4,4** or beaucoup d'élèves écrivent **22 :5=4,2**.

Il existerait des textes d'IEN[3] qui dénonceraient l'écriture avec les « : » en proposant plutôt de privilégier la relation(a=bq+r avec r<b). La résistance chez les enseignants pour l'abandon des « : » viendraient de la sacro-saint présentation des problèmes avec les rubriques « solutions – opérations » qui nécessitent pour eux un symbole (:) pour exprimer l'opération choisie dans la rubrique "solution".

13	Extrait de **"Le nouvel objectif calcul CM2" HATIER 1996** livre du maître pages109-110

Rappelons tout d'abord que le manuel CM1 de cette collection présente une progression très structurée sur la technique opératoire de la division dans IN.
*Situé à la suite du chapitre de reprise intitulé "**division des nombres entiers**", l'extrait choisi au CM2 aborde la notion de quotient décimal.*
Les intentions pédagogiques des auteurs sont d'amener les enfants à:

- *découvrir qu'il est possible de prolonger les divisions qui "ne tombent pas juste" "au delà de la virgule" pour obtenir un quotient décimal ou approché;*
- *déterminer la nature de la partie entière du quotient, de sa partie décimale, du reste;*
- *reconnaître à partir de quel moment il est inutile de poursuivre une division.*

La situation de découverte (problème de division-partition dans un contexte de mesure de longueur) doit faire émerger la nécessité de l'existence du quotient approché décimal.
En bilan de cette première rencontre, le livre du maître propose une institutionnalisation, qui se veut très pragmatique :
[...] Pour continuer la division, il suffit :

- *d'écrire une virgule dans le quotient ,après la partie entière,*
- *de transformer les restes successifs en unités dix fois plus petites (les unités en dixièmes, les dixièmes en centièmes, ...).*

vient ensuite une règle pour déterminer le quotient arrondi.

[3] Il s'agit probablement d'un texte des Inspecteurs Généraux Corrieu et Fauvergues, synthèse des réunions académiques des professeurs d'écoles normales en 1988 ou 1989.

Nous pensons que la progression adoptée par les auteurs est en tout point conforme aux Instructions Officielles du cycle 3 et aux recommandations de la circulaire : articulation école collège.[2]

- *Au CM1,*
  - *la fraction est essentiellement présentée aux élèves comme un moyen pour coder un partage (Cf. doc. 3)*
  - *l'introduction des décimaux est faite par les fractions décimales qui précèdent les écritures à virgule. Les différentes notions, en particulier la comparaison, sont travaillées avec les deux types d'écritures (fractionnaires, à virgule) ;*
- *Au CM2,*
  - *reprise, en début d'année, de toutes les opérations déjà connues dans $\mathbb{N}$ et dans D ainsi que découverte de la multiplication d'un décimal par un entier (écritures à virgule seulement),*
  - *le quotient décimal de 2 entiers est abordé aussitôt après dans le cadre de problèmes de division avec des variations autour du quotient approché (écriture à virgule seulement),*
  - *le quotient d'un décimal par un entier est présenté un vingtaine de leçons plus tard (écriture à virgule seulement).*

Cependant, nous avons choisi cette leçon pour montrer comment les auteurs se heurtent, à un manque de continuité dans la présentation du savoir mathématique, puisqu'à l'école primaire la division dans $\mathbb{Q}$ comme loi de composition interne (diviseur non nul) n'a pas à être abordée.

Même si, dans leurs objectifs, l'équivalence $a : b = \frac{a}{b}$ en tant que telle est laissée au collège[4]

où "les activités s'appuient sur deux idées :

- *le quotient $\frac{a}{b}$ est un nombre,*
- *le produit de $\frac{a}{b}$ par b est égal à a."*[5]

Ils compensent l'absence de cette propriété fondamentale, au niveau du maître comme au niveau des élèves. Pour le premier, ils présentent un rappel sur les nombres décimaux et les nombres rationnels (en italique dans le texte) ; pour les suivants ils programment les trois exercices de calcul de divisions ci-dessous :

- *<u>L'exercice 4</u> permet d'obtenir des quotients décimaux exacts.*
  Effectue les divisions suivantes jusqu'à obtenir un quotient exact. Ecris l'égalité correspondante.
- *<u>L'exercice 5</u> permet d'obtenir des rationnels décimaux ou des rationnels avec une période courte (2 à 3 chiffres).*
  Effectue cette nouvelle série de divisions. Certaines d'entre elles ne se terminent pas. Qu'est ce qui te permet d'affirmer qu'elles ne se termineront jamais ?
- *<u>L'exercice 6</u> ne comporte que des quotients exacts non décimaux, avec des périodes de 6 à 16 chiffres ! Voici encore des divisions à effectuer. Vérifie tes calculs à l'aide d'une calculatrice. Quelle remarque peux tu faire ?*

---

[4] B.O n°44 5 décembre 1996 : "C'est seulement en sixième qu'on se propose d'étendre la signification de l'écriture fractionnaire et de lui donner un statut de nombre" .

[5] Extrait du programme de la classe de 6ème 1996

Par la suite, après six leçons de reprise sur les fractions simples et les fractions décimales, les auteurs annoncent un nouvel objectif :
"Comprendre que certaine fractions ne sont pas des nombres décimaux",
*dans une leçon intitulée : **Fractions, quotients et décimaux***
Ceci dépasse largement les compétences attendues en fin de cycle, mais les auteurs ont considéré qu'il était important de revenir à nouveau sur ce sujet, comme si les multiples savoirs et techniques implicitement présents dans la première leçon demandaient à être repris dans d'autres contextes pour avoir quelques chances de devenir des connaissances opérationnelles chez les élèves.

Dès lors, comment introduire le quotient décimal au cycle 3 ?
Le détour par les écritures périodiques à virgule est-il une entrée possible dans la notion de quotient rationnel exact au CM2 ? Nos doutes résultent d'observations faites en PE1, où des étudiants ayant suivi tout le cursus du second degré en mathématiques écrivent (et pensent) majoritairement : $\frac{1}{3} = 0,33$.

Il nous a semblé important de pouvoir ouvrir à nouveau le débat, en l'alimentant par de nouvelles conclusions de la recherche[6] en didactique des mathématiques, voire en provoquant de nouveaux travaux sur ce thème, étant donné que deux collections, elles aussi largement utilisées, utilisent dans leurs derniers manuels CM une progression sur les thèmes division fractions décimaux très différente, qui ne respecte plus les I.O.actuelles

14. Extraits de **"OPTIMATH CM1" Hachette 1997** pages 99 et 111
"OPTIMATH CM2" Hachette 1998. page 99

- *Au CM1,*

l'auteur établit très vite, le vocabulaire et la relation de la division euclidienne. Il propose le Mémo suivant page 99 :

" Diviser 135 par 6, c'est chercher deux nombres : le quotient et le reste.

Le quotient, c'est
- *le plus grand nombre de fois que l'on a mis 6 dans 135*
- *La valeur d'une part lorsqu'on partage 135 en 6 parts égales.*

135 = (22 × 6) + 3 → 22 est le quotient ; 3 est le reste: il est inférieur à 6.

Quelquefois le reste est nul.
Par exemple, 42 divisé par 6 → quotient 7, reste 0, car 6 × 7 = 42.

Mémo qu'il associe à une technique opératoire dite "chiffre à chiffre" (partage des centaines, puis des dizaines ...).
Puis, dès la page 111, il introduit une autre division en posant aux élèves la question suivante :
Comment ferais-tu pour partager 5 barres de chocolat entre 3 enfants ?
- d'abord répartir les barres entières.
- ensuite, partager les barres restantes (Puisqu'il faut faire 3 parts, pourquoi ne pas partager chacune d'elles en 3 !)

Dans le MEMO associé, il institutionnalise "le quotient avec partie fractionnaire",

[6] Etude didactique des nombres réels. Idécimalité et racine carrée (Thèse 1997)

l'écriture associée étant $7 : 3 = 2 + \frac{1}{3}$.

Simultanément, il établit des relations avec le quotient entier et reste de la division euclidienne.

- *Au CM2,*

lors de la recherche du quotient décimal de deux entiers, il réutilise les connaissances sur la division dans ℚ établies au CM1 (diviser aussi le reste).
Dans le MEMO de la page 99, il résume :

> *1. On peut écrire un quotient sous forme d'une partie entière et d'une partie fractionnaire. La partie fractionnaire du quotient[7] peut être :*
>
> *- une fraction dont le dénominateur est le diviseur de l'opération* $37 : 2 = 18 + \frac{1}{2}$
>
> *- une fraction décimale* $37 : 2 = 18 + \frac{5}{10}$
>
> *- un ou plusieurs chiffres après la virgule* $37 : 2 = 18{,}5$
>
> *2. Un quotient décimal ne peut être que la valeur approchée du quotient (il y a un reste).*

Suit une fiche-méthode intitulée : Technique de la division décimale, où il présente l'opération en potence classiquement prolongée et le quotient décimal approché en écriture à virgule.

Dans le livre du maître, au chapitre : Construction du champ conceptuel des nombres, pages 168 et 169, A. DESCAVES justifie la non conformité institutionnelle de sa position par la mise en œuvre précoce de significations de la fraction autres que celle de la fraction partage[8] : "Les conceptions de l'enseignement des nombres liées aux écritures fractionnaires ne sont pas en cohérence à l'école et au collège. Il nous a semblé impératif de les unifier, afin de combattre l'échec des élèves dans ce domaine en 6ème . Si un enseignement de l'utilisation d'écritures fractionnaires simples en

---

[7] Il s'agit du quotient exact, mais cela n'est pas précisé.

[8] Analyse didactique des différents sens d'un rationnel en considérant la fraction $\frac{13}{4}$ et les types de grandeurs que 13 et 4 peuvent représenter :

1°- si les grandeurs sont de nature différentes alors $\frac{13}{4}$ se lit souvent "13 pour 4"c'est une proportion. Dans certains cas elle permet de définir une grandeur-quotient comme une vitesse : 13 km en 4 h.

2°- si les grandeurs sont de même nature alors la fraction $\frac{13}{4}$ désigne un rapport comme dans un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 13 cm et AC = 4 cm ; $\tan \hat{C} = \frac{13}{4}$ (rapport trigonométrique). Dans ce cas, $\frac{13}{4}$ peut se lire "13 divisé par 4", elle renvoie à la division quotition (dans 13 cm, combien de fois 4 cm ?).

3°- si le nombre 13 renvoie à une grandeur alors que le nombre 4 est sans dimension alors la fraction $\frac{13}{4}$ se lit aussi "13 divisé par 4" mais renvoie à la division partition (13 cm à partager en 4 parts égales).

4°- si le nombre 13 est sans dimension et opère sur le nombre $\frac{1}{4}$ alors la fraction se lit " 13 quarts", il s'agit d'une partition de l'unité suivie d'une multiplication (13 fois un quart de cm).

Classification issue des travaux de T. CARPENTER, E. FENNEMA, T. ROMBERG : Rationnal numbers (1993) et citée par R. BRISSIAUD dans **"Les fractions et les décimaux au CM1. Une nouvelle approche"** Actes du congrès COPIRELEM Loctudy,1998,

relation avec plusieurs conceptions, n'est pas amorcé à l'école élémentaire, l'élève doit, en 6ème, assimiler ces diverses conceptions, mais sur l'ensemble des écritures fractionnaires (notamment avec des dénominateurs quelconques)".

Résumons l'argumentation qu'il développe pour la mise en place de deux divisions :

- *La conception "partage de l'unité" paraît primordiale pour faire émerger la notion de fraction : l'écriture $\frac{1}{n}$ fédère en les modélisant des situations concrètes et diverses de partage en parts égales, mais elle correspond aussi au résultat d'une opération formelle, la division de 1 par n.*
- *Face à une situation de mesurage où la mesure du segment est égale à une unité plus la moitié d'une unité, deux écritures sont alors possibles :*

  $1\,u + \frac{1}{2}u$ *ou* $(1 + \frac{1}{2})\,u$ *ou* $\frac{3}{2}u$ *car* $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

  On est amené à écrire :

  $3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$

  La première conception de l'écriture $\frac{a}{n}$ *consiste donc à considérer qu'elle correspond à* a *"fois"* $\frac{1}{n}$. *Mais* $\frac{3}{2}$ *doit également pouvoir être pensé comme le résultat de la division de 3 par 2 si l'on veut éviter les blocages au collège. Cette situation se modélise par*

  $3 : 2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

  Ceci conduit à faire la distinction entre deux types de division :
  - *la division euclidienne, avec recherche du quotient et du reste*
  - *la division notée " : ", opération réciproque de la multiplication pour laquelle on obtient un quotient exact en divisant aussi le reste.*
    Cette dernière est abordée très naturellement par les élèves lorsqu'ils sont confrontés à une situation de partage sans disposer de technique opératoire pour la division euclidienne. Elle faisait partie des progressions pédagogiques entre 1945 et 1970.

Cette nouvelle organisation des savoirs permet-elle d'aborder avec moins d'implicite la notion de quotient décimal ?
L'antériorité de la connaissance d'une forme de division dans $\mathbb{Q}$, avec écriture fractionnaire du quotient exact, permet-elle à l'élève de mieux s'approprier les quotients décimaux ?
A priori, dans le cas d'un quotient décimal exact, cela nous apparaît possible dès que les changements d'écritures commencent à être maîtrisés. L'extension au quotient approché ne relevant ni des mêmes savoirs, ni des mêmes techniques, la rupture est manifeste à ce niveau.

La question du quotient décimal ne paraît donc pas réglée à ce jour ... Nous l'avons voulue emblématique des préoccupations des nouveaux formateurs, qui au delà de leurs investigations personnelles sur le sujet, vont aussi avoir à répondre aux premiers utilisateurs de ces manuels, lors de visites ou pendant les stages de formation continue.
Pour que l'argumentation puisse dépasser un simple avis personnel, il paraît nécessaire d'entreprendre, sous l'égide de la COPIRELEM, une comparaison objective et approfondie des deux types de progression. Cela semble particulièrement important aux formateurs qui n'étaient pas en poste au moment de la parution des brochures comme "La division à l'école

élémentaire" COPIRELEM – APMEP 1983 ou "La division en formation initiale" H. PEAULT Actes colloque COPIRELEM 1988.

15. (APMEP 1968, « division ») « Il est légitime de dire que le quotient de 12cm par 3 est 4cm, alors que le rapport de 12cm à 4cm, ou à 40mm est 3, et d'écrire en conséquence :

$$\frac{12\text{cm}}{40\text{mm}} = \frac{12\text{cm}}{4\text{cm}} = 3$$

Cet extrait est destiné à revenir sur les différents sens du mot quotient et sur la distinction entre rapport et quotient :
Le rapport entre a et b étant le nombre par le quel on multiplie b pour obtenir a
Le mot quotient étant utilisé plus généralement comme l'élément par lequel on multiplie b pour obtenir a.
Cela pose le problème des ensembles intervenant dans la division.
Suite à l'étude de cet exercice la question de la pertinence de la division dans R est posée. N'est-ce pas faire perdre du temps aux PE ?

16. Déterminer à la règle et au compas la largeur du rectangle de même aire que le rectangle R et de longueur *l* :

Division exacte d'une grandeur par une grandeur de nature différente : exemple de cas où le quotient n'est pas un rapport.

Conclusion de cette « exploration » :
Les mots et les notions rencontrés à propos de la division ont des significations diverses :
- concernant le mot division : division exacte, division euclidienne ;
- concernant le mot « opération » : on peut l'envisager comme « relation entre trois ou quatre nombres », comme « application », comme un « algorithme efficace » ;
- concernant les ensembles sur lesquels « opère » l'une ou l'autre division :

grandeurs (une seule espèce, plusieurs espèces, grandeurs continues ou discrètes)
nombres (entiers, décimaux, rationnels, réels).

BILAN D'UNE ENQUETE AUPRES DE FORMATEURS DE PE :

Le problème de l'enseignement en PE est de choisir sur quels éléments fonder leur connaissance des questions relatives à la division.
Depuis longtemps[9], la distinction entre division-partage et division-groupement est présentée en considérant les grandeurs . Ensuite vient la question de la négociation du passage de la division euclidienne à la division exacte.
Un autre aspect est celui de la place des procédures de calcul des résultats de la division (comptage, groupements, soustractions, additions, décompositions canoniques du dividende

[9] Un collègue nous signale dans sa réponse au questionnaire que cette distinction est développée dans l'Encyclopédie de Diderot où il est aussi mentionné que « toute division peut se faire par le moyen de la soustraction »

ou du quotient, techniques opératoires).
Il nous semble qu'une réflexion sur ces choix doit permettre d'étudier les différences entre les manuels parus ces derniers temps (J'apprends les maths, Objectif Calcul, Optimath, Diagonale). Cette étude n'a pu se faire lors de l'atelier.
Un premier contact auprès de collègues très divers a permis de noter que même lors de l'étude de la division euclidienne proprement dite, les PE1 peuvent aborder selon les cas:

- La division au sein d'un ensemble de grandeurs continues,
- La signification de la division par un irrationnel (diamètre du cercle, hauteurs),
- La division dans les entiers relatifs,
- La division dans les rationnels,
- La division dans les entiers naturels écrits dans une base non décimale, ../..

Pour permettre d'élaborer un questionnaire qui fasse état de la diversité des formations, nous avons proposé le cadrage théorique donné en annexe.

Dans la mesure où les connaissances mathématiques concernant les divisions sont souvent associées à d'autres connaissances arithmétiques, le questionnaire aborde aussi ces sujets.
Nous avons proposé le questionnaire joint en annexe à une quinzaine de formateurs de «profils » différents (anciens professeurs d'école normale ou non, universitaires ou non, proches des recherches de la didactique ou éloignés) ; il ne s'agit pas d'une enquête scientifique, mais de faire état de pratiques effectives de formation dans le domaine des divisions. A la suite du compte rendu des réponses, on trouvera des plans de cours qui permettent d'expliquer les différences de réponses.

Concernant les connaissances mathématiques :
On constate des sujets où la convergence des réponses est forte :
- connaissance exigée de définitions de la division euclidienne dans N,
- connaissance exigée de la technique opératoire par calcul de produits partiels,
- connaissance exigée des critères de divisibilité usuels en base 10,
- connaissance exigée de la définition de : nombre premier, PGCD, PPCM,
- le quotient décimal approché,
- la division dans Z est très rarement évoquée,

On constate ensuite des sujets où les divergences sont plus marquées et même des divergences importantes (certains formateurs exigeant une connaissance pour les PE1, d'autres refusant même de l'évoquer en passant par ceux qui l'évoquent lorsque l'occasion se présente). Cela concerne en particulier :
- les propriétés de la division euclidienne dans N,
- la technique opératoire « chiffre à chiffre »,
- la division dans D, Q, R,
- la division dans un ensemble de grandeurs,
- la division effectuée dans une base autre que décimale,
- la recherche du nombre de diviseurs d'un nombre ou de tous ses diviseurs,

Concernant les connaissances didactiques
Le questionnaire que nous avons dû élaborer rapidement souffre de la séparation (mathématique/didactique) qui est peu pertinente[10], c'est pourquoi nous l'avons complété d'une demande de plans de cours qui ont été regroupés et sont présentés en dernière partie.

les éléments de convergence concernent :

[10] En fait elle correspond à la forme de l'épreuve du concours en fin de PE1.

- l'introduction de la question par une situation soit au niveau PE (homologie ou transposition selon les formateurs) principalement la situation « Concertum [11]», la course à 20 ou alors la résolution d'exercices de CM en « bloquant » la technique usuelle de la division[12] ;
- l'étude d'une situation d'introduction à l'école en insistant sur les procédures non expertes utilisables.

Par contre les sujets suivants font l'objet de divergences plus ou moins marquées :
- l'étude d'une classification de problèmes (ex : la classification proposée par G. Vergnaud certains l'enseignent d'autres en contestent l'utilité pour les PE)
- l'étude des techniques opératoires (certains développant une progression vers la technique opératoire conventionnelle, d'autres étudiant et comparant différentes techniques, ce qu 'on retrouve dans certains manuels.
- l'étude de variables didactiques : selon le choix effectué, l'accent sera mis sur les propriétés arithmétiques des nombres[13], sur leurs propriétés par rapport à la numération décimale, sur le type de nombres (entier,décimal, rationnel), sur les grandeurs en jeu, sur le ou les résultats à déterminer etc.

Réactions des participants à cet exposé :
On remarque que certains points non explicitement au programme de l'école sont considérés exigibles pour les PE comme par exemple les nombres premiers. A l'inverse, le quotient décimal approché, qui est au programme n'est pas nécessairement pris en charge par le formateur.
Faire se côtoyer fraction et division relève du savoir savant, les deux sens sont éloignés dans les conceptions des élèves. Si pour certains il est nécessaire d'aborder cette question avec les PE, d'autres trouvent cela très confus et posent la question de la légitimité de ce rapprochement. Cela nous ramène à la question du rôle des grandeurs et à l'articulation entre l'introduction de la division et la suite du cours (en particulier le lien avec la proportionnalité).
Ensuite les participants relèvent des questions qui n'ont pas été traitées :
A travers ce bilan, on ne connaît pas les questions qui ont conduit les collègues à effectuer leurs choix, ni le lien qu'ils font entre division exacte et division euclidienne.
Comment apprendre aux P.E. à lire une progression sur une opération, sur une technique opératoire ?
Quelle est la place respective des techniques opératoires et du calcul réfléchi ?
La division est la première opération dans laquelle les élèves vont devoir faire trois opérations pour une. Les élèves ont donc à comptabiliser ce qu'ils ont fait. Comment interpréter les calculs que l'on vient de terminer, quelles décisions prendre ?

PLANS DE COURS EN PE1 SUR LA DIVISION

Les labels donnés à ces plans sont bien évidemment caricaturaux et seraient sans doute diversement appréciés par les collègues qui en ont fourni les éléments. Nous avons regroupés différentes réponses sous le même descriptif uniquement pour servir de base de discussion.

[11] Hervé Péault, Denis Butlen, Documents pour la formation des PE, Angers 1995, COPIRELEM, p.11-35
[12] Marie Lise Peltier, Documents pour la formation des PE, Besançon 1997, COPIRELEM p.56-58
[13] Soit pour étudier une séance, soit pour étudier des manuels par exemple le manuel du maître de J'apprends les maths CM1 R. Brissiaud.

Tous les cours envisagent bien sûr la distinction entre division-partage et division-groupement mais avec des développements divers et des expressions différentes.

Ces plans de formations montrent des choix quant à l'importance accordée à :

- au lien grandeurs/nombres à travers l'étude de différents problèmes liés à la division, la construction de nouveaux nombres, les questions d'approximation;
- au lien division/proportionnalité à travers l'étude de problèmes multiplicatifs ;
- aux problèmes de partage de quantités discrètes (valeurs, échanges et groupements);
- à la construction de techniques opératoires.

Plan de cours n°1. Fil conducteur : épistémologie de la division

On pourrait considérer que ce type de cours privilégie la considération des ensembles sur lesquels on effectue les divisions, la considération des résultats (quotient exact/approché, quotient euclidien et reste)

- étude de l'enseignement de la division au début du siècle (manuels, programmes) :
  partage d'une grandeur en tant de parties égales
  comparaison de deux grandeurs de même nature
- la question de l'ensemble de nombres qui rend compte de ces partages : quotient exact, quotient approché (22 :7 est le quotient approché à l'unité près)
- la division euclidienne : introduction du terme « reste »
- raisonnement sur les écritures algébriques : D et d étant donnés il existe q et r tels que
  $0 \leq r < d$ et $D = dq + r$
  $dq \leq D < d(q+1)$ et $r = D - dq$
  $dq \leq D < (d+1)q$ et $r = D - dq$ (ne relève pas de la division euclidienne)
- étude de problèmes mettant en évidence qu'il n'y a pas un seul résultat à prendre en compte, problèmes où on cherche :
  le diviseur
  le reste
  le quotient par excès
  le quotient par défaut
  un quotient approché.
- Etude de la conception actuelle de l'enseignement de la division, lien entre division et proportionnalité.

Plan de cours n°2. Fil conducteur : connaissances didactiques

L'accent est mis sur la construction d'une opération nouvelle comme relation entre nombres et sur la construction de l'algorithme efficace permettant de déterminer quotient et reste.

- mise en activité des étudiants sur des situations d'introduction de la division euclidienne par homologie (les PE traitent les problèmes avec des connaissances supposées d'élèves de cycle 3 ou un problème adapté à leur niveau de façon à ce qu'ils ne perçoivent pas immédiatement qu'il s'agit de division)
  avec éventuellement transposition (une fois le problème résolu, le formateur met immédiatement la séance en perspective par l'explicitation de savoirs didactiques liés à ce qui vient d'être fait)
- étude de procédures d'élèves
  procédures de résolution : intérêt de leur variété
  procédures de calcul : algorithmes usuels ou moins fréquents
  algorithmes de calcul mental
- les grandes lignes de la progression en CM1

- le passage vers le collège
- intégration de la division dans le champ des problèmes multiplicatifs.

Plan de cours n°3. fil conducteur : connaissances arithmétiques et sujets didactiques du concours

Sous une forme différente, plus orientée vers l'épreuve actuelle du concours, l'accent est mis sur les mêmes éléments que le plan précédent.

- connaissances mathématiques :
  module d'arithmétique (remise à niveau ou polycopié)
  exercices proposés aux concours précédents
- connaissances relatives aux situations d'enseignement de la division euclidienne au CM1 :
  étude d'une situation d'introduction
  étude des problèmes multiplicatifs (typologie)
  étude de procédures d'élèves
  la technique opératoire conventionnelle
  les erreurs des élèves
- extension au CM2 : division et nombres décimaux, calcul du quotient décimal approché.

Plan de cours n°4. Fil conducteur : exemple d'un apprentissage sur une longue durée

L'accent est mis sur l'évolution des procédures des élèves sur plusieurs années et sur les situations de référence, en particulier les situations de partage.

- rappels sur la division euclidienne, types de problèmes conduisant à une division euclidienne,
- étude des programmes du cycle 1 au cycle 3
  étude d'un exemple de problème traité à plusieurs niveaux : la recherche du nombre de parts :
  cycle 2 : partager des collections
  CE2 : du partage à la prévision de la valeur d'une part
  CM1 : prévoir la valeur d'une part par le calcul (un problème au long cours)
- étude détaillée de l'étape du CM1 :
  situation vécue par les PE en interdisant les procédures expertes
  étude des procédures d'élèves
  comment faire évoluer ces procédures : choix des paramètres
  vers l'algorithme écrit
- le CM2 et la liaison avec le collège.

Quelques réactions à ces plans de cours :

Il est important de présenter aux étudiants des choix de manuels car lorsqu'ils se retrouvent dans leur classe en deuxième année, ils ont à se poser la question.
La question de la calculatrice n'est pas évoquée.
On se demande pourquoi on enseigne encore l'algorithme de la division à l'école : est-ce uniquement culturel ?
On peut avancer le point de vue de l'apprentissage d'un algorithme avec : prise de sens, perte de sens, reprise de sens.
C'est le lieu du « bidouillage » et ce « bidouillage » est fondamental.
Pour la division en elle-même, il serait important de mener le parallèle avec la racine carrée : une notion peut être étudiée sans que soit étudié l'algorithme associé.
Enfin on ne sait pas ce que l'introduction de la calculatrice va changer dans le rapport aux nombres.

ANNEXE : Questionnaire envoyé à des formateurs PE pour préparer l'atelier

Ce questionnaire a été préparé à la suite de discussions avec certains formateurs sur leurs pratiques effectives en formation initiale.
Il se peut que vous trouviez certains items trop prétentieux mais s'ils sont présents c'est qu'ils ont été mentionnés par l'un ou l'autre. A l'inverse, ce premier sondage peut avoir laissé de côté des éléments qui vous paraissent plus fondamentaux : nous vous remercions de les préciser.
Pour tenter d'éviter toute ambiguïté, nous faisons précéder chaque questionnaire d'un texte précisant les questions qui suivent : la formulation mathématique est destinée à réunir des formulations équivalentes en langage plus naturel.

Connaissances mathématiques

A) Il convient de préciser à notre niveau de quelle division il s'agit tant du point de vue de l'opération que de celui des éléments (nombre ou grandeur) qui interviennent :

Division euclidienne

- dans les entiers naturels ;
- dans un demi-groupe archimédien (c'est à dire un ensemble sur lequel on peut définir la multiplication externe par un entier, muni d'une relation d'ordre qui vérifie l'axiome d'Archimède : grandeurs mesurables discrètes ce qui conduit à une division « interne » d'une grandeur G par une grandeur g (quotient entier, reste grandeur) exemple : combien de masses m (m donnée) puis-je obtenir avec une masse M donnée ?
- dans un ensemble de grandeurs continues mais munie d'une unité u ce qui conduit à une division « externe » par un entier : $G= n.g + g'$ avec $ng<G<n(g+u)$ (quotient approché à l'unité u près, quotient grandeur, reste grandeur) cette division dépendra donc de l'unité choisie.
- dans les entiers relatifs, les anneaux euclidiens (complexes, polynômes), ce qui revient à définir une norme

Division « exacte »

- dans un corps
- dans un groupe archimédien complet (grandeurs mesurables continues) : deux divisions l'une interne (une grandeur par une grandeur : problématique de la mesure), l'autre externe (une grandeur par un nombre : par exemple le partage d'un segment en trois)
- d'une grandeur par une grandeur d'espèce différente : trois ensembles de grandeurs peuvent être mis en évidence (longueur, durée, vitesse) ou seulement deux (aire, longueur).

Le cas particulier des nombres décimaux :

La distinction n'est pas toujours explicite entre :

- Le décimal comme rationnel particulier
- Le décimal comme compte rendu « le plus complet possible » du mesurage d'une grandeur avec une unité donnée, ce qui conduit à plusieurs interprétations possibles :
  - Quotient approché du quotient exact
  - Quotient décimal et reste comme multiple d'une fraction décimale de l'unité (division euclidienne dans un ensemble de grandeurs)

Ce qui donne pour l'école :
(les grandeurs sont mesurables continues)

Dividende dans	Diviseur dans	Résultat dans
N	N*	N x N
G unité u donnée	N*	G x G
G	G*	N x G
N	N*	D (ou Q ?)
G	N*	G
G	G*	D (ou R ?)
G	G'*	G''

Pour la division euclidienne, on peut envisager plusieurs propriétés :

P1 : le quotient entier ne change pas quand on multiplie ou divise[14] les deux termes d'une division par un même nombre

P2 : pour trouver le quotient lorsque le diviseur est le produit de deux facteurs, on peut diviser successivement par chacun des facteurs

P3 : quand on multiplie le dividende et le diviseur par un entier non nul, le quotient ne change pas et le reste est multiplié par cet entier

Enfin du côté des techniques opératoires conventionnelles, il en existe deux qui sont répandues et entre lesquelles il n'y a pas continuité de sens :

1. On calcule les produits partiels du diviseur par un chiffre du quotient avant d'effectuer la soustraction ;
2. On calcule les produits partiels des chiffres du dividende que l'on soustrait immédiatement au chiffre correspondant du dividende (ce qui conduit à poser des retenues supérieures à 1) ; cette dernière n'est pas mentionnée dans les manuels récents mais continue à être enseignée.

Selon le cas, on peut observer que chacune de ces composantes de l'étude mathématique des divisions est :

- Simplement évoquée si l'occasion se présente
- Laissée à l'initiative des étudiants (on leur donne les références d'un cours d'arithmétique et d'exercices corrigés)
- Traitée sur un polycopié à étudier chez soi, suivi d'exercices en cours (de type problèmes de concours : premier volet)
- Traitée au cours d'un module pris en charge par un autre collègue (ex : remise à niveau)
- Traitée dans des séances spécifiques pour préparer les séances concernant l'enseignement de la division à l'école
- Traitée dans un cours intégrant à la fois l'étude mathématique et l'enseignement de la division

Enfin, selon les formateurs, les connaissances correspondantes sont **institutionnalisées et à apprendre** ou non.

[14] Dans le cas où dividende et diviseur sont tous deux multiples d'un même nombre

Questionnaire 1 :sur les connaissances mathématiques

Pouvez-vous indiquer le plus précisément possible votre position ? vous pouvez écrire oui ou non dans les cases ou renvoyer à des notes au dos de cette feuille

	De quelle façon est traitée cette composante ?	**Connaissance exigée ou évoquée**
Définition de la division euclidienne dans N		
Les propriétés de la division euclidienne dans N (mentionnez lesquelles)		
Nombres premiers		
Recherche des diviseurs		
Nombre de diviseurs		
P.G.C.D. définition, détermination		
P.P.C.M. définition, détermination		
Critères de divisibilité en base 10 (2,3,4,5,9,10)		
Technique opératoire de la division par calcul des produits partiels		
Technique opératoire « chiffre à chiffre »		
Division euclidienne dans Z		
Division dans Q		
Quotient décimal approché		
Autres divisions dans D		
Division euclidienne dans N, dans une base autre que 10		
Division dans R		
Divisions dans un ensemble de grandeurs		

Connaissances liées à l'enseignement de la division

Situations servant lors de l'introduction de la division

On peut proposer à des PE des situations qui relèvent de la division sans qu'ils le prévoient ; cela les place en situation d'homologie par rapport à la situation des élèves qui abordent la division

- La course à 20 (ref. Brousseau)
- Concertum (ref. H. Péault, brochure COPIRELEM tome 4)
- Tableaux à x colonnes (ref H. Péault, colloque COPIRELEM)
- Etc.

On peut aussi leur demander l'analyse de séances proposées par les manuels ou des articles de revues professionnelles

- Le Petit Poucet (ref. Brochure COPIRELEM tome 6 p.56)
- le géant Teïnok (ref. Objectif. Calcul)
- etc.

On peut proposer ou élaborer une typologie des problèmes de division, des problèmes multiplicatifs, travailler sur le « sens » de la division
Ref. Vergnaud,ERMEL, Brousseau, M.J. Perrin

On peut proposer l'étude de procédures de résolution d'un problème de division par des élèves ne connaissant pas encore cette opération (problèmes relevant de la division présentés au cycle 1, au cycle 2).

On peut analyser une suite de séances conduisant à l'élaboration avec les élèves d'une technique opératoire conventionnelle

On peut enfin envisager des exercices, des lectures ou des observations destinés à mettre en évidence certaines variables didactiques

Nous vous demandons de préciser si chacune de ces formations :

- Est proposée si l'occasion se présente (mais pas systématiquement d'une année sur l'autre
- Fait l'objet d'une situation vécue par les PE1, par les PE2 par homologie
- Est étudiée à partir de documents issus des classes primaires (vidéos, productions d'élèves)
- Est étudiée à partir d'une expérimentation en classe observée ou menée par les PE
- Fait l'objet d'une présentation en cours
- Est étudiée en autonomie à partir d'une documentation fournie en cours

Questionnaire 2 : Connaissances didactiques

	Modalités d'étude	**Les étudiants doivent les apprendre**
Situations d'introduction niveau PE		
Situations d'introduction à l'école		
Typologie des problèmes		
Procédures d'élèves		
Technique		
variables didactiques		

Commentaires :

Formation des professeurs d'Ecole stagiaires (PE2)

- **Articulation de la formation PE1/PE2 à propos de l'enseignement des grandeurs et de leur mesure.**

- **Un exemple de dispositif de formation en PE2.**

- **Un exemple de gestion de module de formation en PE2.**

- **Plan d'une formation courte sur mathématiques en maternelle.**

- **Conduite d'un entretien avec un professeur stagiaire pe2 lors d'une visite dans le cadre d'un stage en responsabilité.**