

Stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques

Catherine HOUEMENT

Ce texte vise à transmettre une première information¹ sur une typologie de stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques. La typologie retenue résulte des travaux de thèse d'Alain KUZNIAK et de Catherine HOUEMENT (en 1994 et 1995).

I. L'état des lieux, la genèse de la recherche en 1990

Lors du départ de la recherche, il existait encore peu de travaux écrits sur la formation des maîtres :

- quelques travaux étaient plutôt ciblés sur un thème mathématique précis (par exemple la thèse de M. PEZARD² en 1985 sur l'enseignement de la proportionnalité aux élèves normaliens)
- la COPIRELEM³, qui se donnait déjà comme objectif de transmettre la culture de formation accumulée dans les écoles normales, avait publié des écrits de formation.

L'idée directrice de notre recherche était de s'appuyer sur les pratiques effectives des formateurs, qui semblaient se caractériser par certaines régularités (une des hypothèses de la recherche), pour dresser les premiers éléments d'un cadre théorique d'analyse des pratiques de formation à l'intérieur d'une institution. A l'époque notre étude se fondait sur des pratiques d'école normale, puisque les IUFM (1991) naissaient à peine. Les étudiants entraient à l'école normale après avoir passé un concours d'entrée, ils avaient alors droit à deux années de formation, composées de cours dans l'institut et de stages sur le terrain. La formation dispensée les premières années dans les I.U.F.M., où le nombre de candidats évoluait peu, reprenait ce modèle, adapté à l'exigence de concours en fin de première année.

Nos travaux visent à proposer aux formateurs une aide à l'explicitation des décisions prises lors du choix des stratégies de formation et à développer le spectre des stratégies possibles pour un thème mathématique fixé, en bref de développer un regard réflexif sur des pratiques effectives de formation mathématique des maîtres.

II. La spécificité de la formation des professeurs d'école et le manque de réponse institutionnelle (pas de programme...)

Voyons quelques caractéristiques de la formation des maîtres. Des spécialistes de mathématiques ont à former des professeurs d'école polyvalents sur les thèmes mathématiques à enseigner à l'école. Ils doivent donc dispenser des compléments mathématiques et des éléments de préparation aux aspects professionnels du métier.

¹ Pour plus d'informations et une bibliographie conséquente, consulter les articles référencés en annexe 2.

² *Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves instituteurs*, Thèse de 3^{ème} cycle, Université de Paris 7.

³ Rappelons que la COPIRELEM est une vieille dame : née en 1975, elle a progressivement élargi ses champs d'intérêt de l'étude de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire vers celle de la formation des maîtres du premier degré ; elle a vécu le passage des écoles normales aux IUFM (1991).

Plusieurs questions se posent immédiatement :

- comment définir les savoirs (au sens naïf) nécessaires pour exercer le métier de professeur d'école ?
- quelles parties de ces savoirs sont enseignables ? sont enseignables et du ressort de l'I.U.F.M. ?
- quelles parties de ces savoirs sont du ressort du formateur en mathématiques ? ne sont que de son ressort ?

Des tentatives de définition des savoirs liés aux mathématiques ont eu lieu en 1979 lors du colloque COPIRELEM de Bombannes, mais ce travail de définition ne s'est pas poursuivi explicitement. L'étude de plans de formation construits par différents I.U.F.M. (par exemple les plans 1991 d'Aix, de Rennes, de Nantes et de Caen) montre même de grandes disparités dans la rédaction des contenus abordés en première année.

La C.O.P.I.R.E.L.E.M, en particulier pour unifier quelque peu les pratiques de rédaction des plans de formation, a proposé un texte en mars 1994 (cf. annexe 1) sur les contenus de formation en mathématiques pour le futur professeur d'école. Ce texte tente de prendre en compte l'état actuel des recherches en didactique des mathématiques et dans les domaines liés à l'enseignement des mathématiques.

Devant l'absence de réponses institutionnelles sur les savoirs de formation, nous avons donc décidé de nous tourner vers les pratiques, dans la mesure où il existe une culture commune de formation en mathématiques pour le premier degré.

III. Trois exemples de formation liés au thème : division euclidienne dans N

Nous avons choisi trois propositions de formateurs de professeurs d'école sur le même thème, celui de la division euclidienne dans N .

A. Proposition 1 :

A.KUZNIAK dans sa thèse page 104, cite la progression suivante, sur sept séances de trois heures⁴.

- 1 - Présentation générale de la division, par le formateur.
- 2 - A l'Ecole Normale, présentation et préparation de la séance à effectuer dans la classe.
- 3 - Dans la classe de CM1 [d'un conseiller pédagogique], les normaliens assistent à une séance menée par le maître (et ensuite par deux fois par l'un de leurs pairs).
Un rapide bilan à chaud est effectué et quelques pistes sont données pour la séance suivante.
- 4 - Retour au point 2 (et ceci quatre fois)
- 5 - A la fin de ce cycle, présentation d'une programmation générale de la division et évaluation des étudiants.

Voilà un exemple de démarche de formation qui demande une collaboration fine entre un maître d'application et le formateur. Elle présente l'avantage de montrer une classe et un déroulement en vraie grandeur, et met les étudiants immédiatement sur leur terrain d'exercice, au contact des élèves et du maître.

Elle semble cependant peu propice à une décontextualisation, un transfert sur d'autres thèmes, et ce d'autant moins que les étudiants sont prisonniers du thème traité.

⁴ Cette proposition était possible dans la mesure où la coopération entre le professeur formateur et les maîtres formateurs du terrain étaient facilités et encouragés par l'institution Ecole Normale.

B. Proposition 2 :

H. PEAULT⁵ dans les pages 86 à 93 des *Actes du colloque inter-I.R.E.M. des P.E.N, Rouen 1988* propose la progression suivante, sur une dizaine de séances d'une heure trente.

- 1 - Mise en situation des normaliens grâce à un jeu stratégique de cartes ("Concertum") visant à *redécouvrir* la division dans une situation inhabituelle et de faire une analyse didactique riche (notions d'action, de formulation, de validation)
- 2 - Mise en situation sur un logiciel (DIVLOGO) pour que les étudiants inventent des stratégies diverses de résolution d'un problème de division et envisagent l'introduction d'un logiciel dans une progression.
- 3 - Mise en situation sur une situation de division (problème du Petit Poucet) dont il existe des protocoles de classes ; analyse des procédures des étudiants et des procédures des élèves.
- 4 - Exposé mathématique sur la division.
- 5 - Exercices mathématiques sur la division.

Cette seconde proposition s'appuie sur la résolution de problèmes mathématiques par les étudiants dans l'I.U.F.M., suivie d'une analyse de leurs propres procédures et du déroulement de la séance, analyse guidée par le formateur.

Ce type de stratégie permet au formateur, par extrapolation, de faire comprendre ce qu'est une recherche (elle est vécue par les stagiaires) et de donner un exemple de conduite de grand groupe sur une situation qu'il juge exemplaire. Elle fait l'économie d'une visite effective de classe avec les étudiants, puisque *in vitro*, elle reconstitue une image de sujets cognitifs en situation de recherche, les étudiants eux-mêmes.

Les étudiants sont mis au contact d'une démarche qu'ils auront eux-mêmes à mettre en place dans leurs classes. Ils sont confrontés en acteurs aux différences de cheminements des uns et des autres, à la difficulté d'entrer dans le raisonnement de l'autre,... bref ils peuvent prendre des indices (éventuellement pointés par le formateur) sur des déroulements de recherche. D'autre part, ils assistent en observateurs (éclairés si le formateur l'a prévu) à la direction du grand groupe par le formateur. Ils peuvent profiter d'une succession de regards sur la situation vécue et simultanément compléter leurs connaissances mathématiques ou du moins repérer leurs manques.

Le formateur compte sur un changement de point de vue de leur part en cours de séance : de simples élèves qu'ils étaient lors de la résolution du problème, ils doivent « basculer » du côté maître pour analyser les pratiques de conduite d'un groupe qu'emploie le formateur.

C. Proposition 3 :

D. BUTLEN propose, dans les *Documents pour la formation des Professeurs d'Ecole en Didactique des Mathématiques, C.O.P.I.R.E.L.E.M., Cahors 1991*, l'analyse d'un protocole (ERMEL *Apprentissages Mathématiques CM* tome 1, Editions Hatier 1985, pages 66 à 70) d'une séance de classe de une heure trente dans un CM1,

⁵ H.PEAULT est décédé en 1997 des suites d'une longue maladie : notre collègue a fortement marqué la communauté des formateurs du premier degré par sa personnalité et ses compétences. Nous ne cesserons de lui rendre hommage.

Première séance sur la division euclidienne dans N , au début du second trimestre, à partir du texte de problème suivant

Un éditeur doit expédier 8 295 livres.
Le conditionnement se fait par cartons de 25.
Combien l'éditeur peut-il expédier de paquets ?

Les étudiants cherchent en groupe à répondre à une liste de questions, la synthèse des réponses sera faite avec le formateur.

Le questionnaire demande explicitement de s'interroger sur :

- 1) le choix de la situation (quelle démarche d'apprentissage des mathématiques, quels objectifs de la séquence, quelles variables de la situation ?) ;
- 2) l'organisation de la séquence :
 - dévolution du problème, étude de la consigne (que penser de la manière dont la maîtresse donne la consigne ? Pourquoi intervient-elle ainsi, cela a-t-il une influence sur la suite de l'activité ?) ;
 - organisation choisie par la maîtresse (est-elle pertinente ?) ;
 - les différentes phases de la séquence (pour chaque phase, quelles sont les interventions de la maîtresse ? Quelle est sa stratégie ?) ;
- 3) le comportement des élèves :
 - analyse des différentes productions des élèves ;
 - autres productions qu'on aurait pu obtenir (par exemple dans d'autres classes) ;
- 4) la négociation et l'évolution du contrat didactique :
(au cours des différentes phases de la séquence, quel problème pour les élèves, quel problème pour la maîtresse ?) ;
- 5) l'institutionnalisation : analyse de la dernière partie de la séquence ; du choix de la maîtresse.

Cette proposition s'appuie sur une réflexion didactique des étudiants guidée par des questions. D.Butlen cherche par ses questions, d'une part à dégager la structure de la séance et la démarche d'apprentissage qui est sous-jacente, d'autre part à pointer les insuffisances de la conduite de classe, donc à préparer les étudiants à une adaptation de cette introduction à leur classe future. On peut donc dire qu'il cherche à contrôler (ou à donner des outils de contrôle pour) le transfert que peuvent faire les étudiants d'une telle séance modèle.

IV. Analyse des différences entre ces trois propositions

Analysons brièvement ces trois démarches. Nous pouvons pointer trois différences.

● L'une concerne l'utilisation du **terrain** des classes élémentaires : seule la première proposition utilise le terrain « en vraie grandeur » ; les autres l'évoquent seulement.

● La seconde concerne la place de l'étudiant dans le dispositif de formation, plus exactement le **point de vue privilégié** par le formateur pour l'étudiant dans chaque proposition.

Cette notion de point de vue a été relevée par A.ROBERT : la formation amène l'étudiant à changer de points de vue en cours de formation, puisqu'elle le fait basculer de la position d'élève qu'il a toujours eue, soumis aux consignes du professeur, vers celle de maître qui décide des consignes et des solutions. Or, pendant la formation elle-même, il peut hésiter entre ces deux points de vue selon les circonstances : soit il se sent élève, livré aux consignes du formateur, soit il se sent maître, par anticipation sur son futur métier quand il adopte un regard de pair sur la tâche.

La proposition 1 le laisse choisir son point de vue : il peut rester élève et chercher à résoudre le problème de l'élève ou il peut prendre un certain recul et observer le maître comme pair. De toute façon, a priori, dans cette situation, le formateur ne peut pas contrôler le point de vue que prend l'étudiant.

La proposition 2 fait explicitement intervenir un changement de point de vue, avec un certain contrôle de la part du formateur : l'étudiant est d'abord en position élève, puisqu'il est amené à faire des mathématiques, puis il est amené à prendre du recul et à penser comme maître.

La proposition 3 amène l'étudiant à se positionner comme maître, puisqu'il est convié à analyser la pratique d'un maître.

● La troisième différence marquante concerne la **place de la didactique** : implicite dans les propositions 1 et 2, elle est fortement explicitée dans la proposition 3 (les mots didactiques déjà sont dans des questions, ils sont supposés déjà avoir un sens AVANT la réflexion des étudiants).

L'existence de ces différences nous conforte donc dans l'existence effective de différents types de pratiques, différenciables selon des critères explicables. Un de nos premiers travaux est de définir plus finement ces différents types de pratiques, que nous appellerons les stratégies de formation.

V. La définition des diverses stratégies

Nous avons été amenés à distinguer quatre stratégies professionnelles⁶, définies ci-dessous. L'expression professionnelle conjugue l'acquisition de savoirs mathématiques et de savoirs liés à l'enseignement des mathématiques. Rappelons que la tâche du formateur est d'une part de mettre à niveau les étudiants sur des mathématiques (tâche non négligeable lors des écoles normales, qui s'allège étant donné les choix de recrutement de certains I.U.F.M.), d'autre part de les préparer à enseigner les mathématiques de l'école.

A. Les quatre stratégies professionnelles

Stratégies culturelles : le formateur diffuse une information ; il veut accroître le savoir mathématique (ou éventuellement didactique) de l'étudiant, sans se préoccuper de la mise en œuvre ultérieure par l'étudiant dans les classes.

Stratégies de monstration : le formateur transmet une pratique d'enseignement, en montrant sa mise en œuvre effective dans les classes.

Stratégies d'homologie : le formateur transmet sa propre conception de l'enseignement des mathématiques, en la mettant en œuvre dans son enseignement. Il attend que ses étudiants utilisent à l'école élémentaire les séances qu'ils ont vécues comme élèves.

Stratégies de transposition : le formateur transmet un savoir de référence sur l'enseignement et tente de maîtriser le phénomène d'adaptation opéré par les étudiants.

Ces types de stratégies ne sont pas disjoints et ce, dans deux sens :

- certaines pratiques peuvent relever de plusieurs types, on essaie alors de caractériser la stratégie dominante ;

⁶ Le qualificatif professionnel indique la nécessité de former aussi au métier, et exclut une simple formation mathématique du stagiaire.

- un formateur n'utilise pas nécessairement le même type de stratégie tout au long de son projet de formation ; on peut raisonnablement penser qu'il adapte sa stratégie au public et aux objectifs de formation qu'il a pour ce public.

B. Un certain regard sur les stratégies culturelles

Les stratégies culturelles tiennent compte du caractère professionnel pointé plus haut, dans la mesure où des connaissances pédagogiques peuvent être transmises de cette façon, sans qu'on puisse les ranger sous l'étiquette de transposition. Communiquer ces connaissances pédagogiques indiquent une professionnalité dans la mesure où il est nécessaire de définir ce savoir professionnel. Par exemple, il n'est pas rare que des séances entières de formation soient consacrées à des conseils pour la classe : les séances qui précèdent les stages des étudiants de l'IUFM de Rouen dans les classes sont souvent consacrées à des apports d'informations par des maîtres sur les gestions de classes (groupe classe, matériaux de classe, relations aux collègues, parents, etc.), du type "comment organiser une leçon de mathématiques dans une classe à plusieurs niveaux", etc. Ainsi nous relevons parmi les stratégies professionnelles des stratégies **culturelles du côté des habitudes pédagogiques** (disons une culture pratique).

C. Les autres stratégies

Dans la **monstration**, le formateur suppose implicitement que les connaissances liées à l'enseignement peuvent se montrer : l'étudiant observe, et de cette observation (dans une vraie classe, sur une bande vidéo) il tire "de la connaissance professionnelle" (guidé éventuellement par le formateur).

Dans l'**homologie**, le formateur fait extraire ces connaissances professionnelles par l'étudiant en le mettant dans la situation d'un élève recevant un savoir du formateur. Le formateur met en scène avec ses étudiants comme élèves la méthodologie de l'enseignement qu'il conseille à ses étudiants pour leurs élèves. On distingue même des **homologies directes** et des **homologies indirectes** : dans une homologie directe, le type de problème choisi est presque un problème d'école ; dans une homologie indirecte, le formateur crée une question destinée à faire progresser le stagiaire sur du savoir mathématique en amont de ceux d'école, mais nécessaire pour une compréhension fine du processus d'enseignement (un exemple classique porte sur l'étude de numérations écrites étrangères). Cette distinction nous permet de préciser une spécificité des stratégies d'homologie par rapport aux deux précédentes : c'est la seule stratégie qui peut se permettre de transmettre simultanément du savoir mathématique directement et des connaissances liées à l'enseignement indirectement. Ce savoir mathématique sera soit du savoir visé à l'école (homologie directe), soit du savoir spécifique aux étudiants (homologie indirecte).

Il nous semble même, avec Aline Robert⁷, que la famille des stratégies d'homologie peut être encore enrichie : en effet des stratégies d'homologie peuvent être construites pour transmettre du savoir mathématique aux étudiants, mais elles peuvent aussi uniquement servir à communiquer l'intérêt d'une organisation de classe particulière. Un exemple de telle séance serait une étude par les étudiants de productions de solutions d'élèves sur un problème, les étudiants travaillant en groupe, soumis à un questionnement déterminé par le formateur, devant organiser leurs réponses de groupe sur une affiche, de façon à permettre une confrontation, un débat d'abord d'opinions : si le formateur peut lors de la synthèse greffer les

⁷ A. ROBERT, Essai de synthèse depuis 1992 sur les modules communs en mathématiques à l'I.U.F.M. de Versailles, mai 1994.

outils didactiques qui lui permettent de moduler ces opinions en connaissances (erreurs typiques, obstacles épistémologiques ou didactiques, etc.), cette séance bénéficiera alors d'une institutionnalisation didactique (et se rapprochera d'une séance de transposition). Mais le formateur peut aussi limiter la portée de cette séance au constat de la nécessité de la discussion, du temps de l'émergence des opinions, de la richesse du travail d'équipe. Cette séance peut illustrer l'organisation d'une classe en communauté scientifique qui débat ; l'objectif du formateur est alors que les étudiants constatent l'intérêt d'une telle organisation pour l'enrichissement de la réflexion. C'est donc une sorte d'**homologie-action**, où seule la méthodologie d'organisation de la séance est à retenir.

Dans la **transposition**, les connaissances en relation avec l'acte d'enseigner constituent un corpus de référence pour le formateur, dans lequel il choisit celles qui doivent être communiquées aux étudiants. Ces connaissances peuvent être de type didactique ou pédagogique.

D'autre part certaines séances qui relèvent d'homologie indirecte parce que le savoir visé explicitement par le formateur est un savoir didactique, le savoir mathématique étant secondaire (cf. par exemple la notion de savoir-outil et de variable didactique dans la Boîte du Pâtissier⁸) relèvent aussi de la transposition, puisque le formateur fait appel à un savoir didactique de référence. Ainsi transposition et homologie ne sont pas toujours si distinctes. Il nous semble même qu'elles ne procèdent pas exactement de la même analyse : la transposition vise à la communication de connaissances explicites liées à l'enseignement indépendamment du mode de communication alors que l'homologie s'attache à un moyen de communication indépendamment du savoir à communiquer. Finalement la distinction viendrait plus d'un changement de point de vue du formateur (ou des étudiants), plus que d'une réelle différenciation de stratégies.

VI. Quelques résultats liant thèmes mathématiques et stratégies (datés d'avant 1994)

Ces stratégies ayant été définies, nous avons essayé de regarder à quelles occasions elles étaient utilisées.

Pour cela nous avons regroupé les savoirs de formation autour des rubriques suivantes, chaque rubrique comportant des savoirs mathématiques et des savoirs professionnels.

A Nombre entier	F Rationnels et décimaux	J Géométrie plane des figures
B Addition	G Opérations sur décimaux	K Géométrie plane des transformations
C Soustraction	H Fonctions numériques	L Géométrie des solides
D Multiplication	I Mathématiques et maternelle	M Mesure
E Division		

Rappelons que la citation en extension de ces savoirs n'est ni facile, ni immédiate, ni définitive, même celle des savoirs mathématiques. Prenons par exemple la rubrique A : elle comporte des connaissances sur nos numérations usuelles (orale et écrite), donc aussi sur les numérations en général. Ces savoirs épistémologiques ne font pas partie des programmes de mathématiques classiques des classes de collège ou de lycée ; mais la rubrique A comporte

⁸ HOUEMENT C., PELTIER M.L. (1991) La Boîte du Pâtissier, *Documents pour la formation des Professeurs d'Ecole en Didactique des Mathématiques*, tome 1, pp131-134, COPIRELEM Cahors, IREM de Paris 7.

aussi des savoirs liés à l'énumération, savoir mathématique récemment pointé par des travaux de recherche⁹.

Grâce à l'analyse de divers questionnaires soit en direction des étudiants, soit en direction des formateurs et à l'étude de textes de formation (essentiellement des publications de la COPIRELEM, complétées par quelques ouvrages distribués par des éditeurs parus avant 1993), nous avons relevé des liens suivants entre les thèmes et les stratégies.

Thèmes	entiers, addition, soustraction, multiplication	géométrie, mesure, fonctions numériques.	non entiers	division
Stratégies dominantes	transposition et monstration	homologie (avec éléments de transposition)	culturel mathématique transposition, homologie.	toutes les stratégies

Les thèmes plutôt méconnus des étudiants (géométrie, mesure, fonctions numériques, division, non entiers) sont traités avec des stratégies d'homologie ; les thèmes mieux connus (les « quatre opérations », les entiers) sont plutôt traités avec des stratégies de transposition et monstration.

Il semblerait aussi que les thèmes les moins bien connus des étudiants soient réservés à la première année de formation.

Si on fait l'hypothèse que ces habitudes représentent un équilibre de formation en deux ans d'un public alors relativement homogène quant à ses déficits mathématiques, elles peuvent donner des indices au nouveau formateur sur une progression de formation, centrée sur les thèmes mathématiques.

VII. Conclusion

Les stratégies que nous avons étudiées sont des stratégies effectivement utilisées, elles fournissent donc sans doute des réponses, au moins partielles, aux questions de formation. Sur un temps suffisamment long, il serait naturel de rechercher une stratégie d'ensemble. Cette stratégie d'ensemble pourrait mettre en réseau les différents leviers de connaissances (nécessaires à l'étudiant, futur enseignant) :

- la connaissance du contexte et du milieu dans lesquels va opérer l'étudiant, c'est-à-dire le terrain de l'école : cette connaissance permet à l'étudiant de mieux comprendre les références à la pratique données dans le cadre de la formation ; c'est ce levier que privilégient les stratégies de **monstration** ;
- un travail spécifique sur les conceptions d'enseignement des étudiants : c'est la dominante des stratégies d'**homologie** ;
- les références à un cadre théorique de type didactique, pointées dans les stratégies de **transposition**.

N'oublions pas qu'une des tâches prioritaires actuelles de l'I.U.F.M. est de préparer en une année des étudiants sans expérience professionnelle à un concours dont une partie des épreuves présente un caractère professionnel (sans qu'il y ait encore un accord explicite sur ce que seraient les caractéristiques d'une évaluation écrite professionnelle et sectorisée par discipline).

⁹ BRIAND J. (1994), *L'énumération*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.

A terme, nos travaux présentent donc aussi une base pour **construire des études curriculaires et pour bâtir des projets de formation des maîtres** soit à l'intérieur du système, soit en envisageant des modifications du système.

Annexe 1

Proposition de texte, définissant les principes et les contenus
de la formation initiale en mathématiques des futurs professeurs d'école,
réalisée par la COPIRELEM¹⁰, en mars 1994.

PRINCIPES, OBJECTIFS ET METHODES.

L'enseignement des mathématiques s'adresse à des étudiants ayant suivi des cursus universitaires variés, donc de niveaux scientifiques divers. Il s'intègre à une formation pluridisciplinaire nécessitée par la polyvalence du métier de professeur d'école.

Cet enseignement est donc résolument orienté vers la préparation professionnelle, ce qui implique à la fois un approfondissement de certaines des connaissances mathématiques que les professeurs d'école auront à enseigner et un corps de connaissances particulières, de nature plus didactique et épistémologique.

Les contenus s'appuient sur l'étude des concepts mathématiques permettant une bonne compréhension des notions à enseigner dans le premier degré, en rapport avec les situations d'apprentissage. Dans le cas où certains étudiants rencontreraient des difficultés dans la maîtrise de ces savoirs, il convient de leur proposer un module complémentaire dit "de soutien" : celui-ci est centré sur les connaissances directement nécessaires au cours, et non sur le rattrapage d'un hypothétique niveau mathématique général minimum.

Ces concepts sont vus à travers des études de phénomènes d'enseignement, des approfondissements mathématiques, des analyses historiques et épistémologiques, éclairés par des outils de la didactique.

L'enseignement se structure autour d'activités telles que :

- résolution de problèmes ;
- observations de classes et d'élèves, en situation de travail mathématique ;
- exercices de préparation, de conduite et d'analyse de séances, en liaison avec des maîtres formateurs ;
- analyses de supports pédagogiques (manuels, fichiers, logiciels, didacticiels, jeux éducatifs, matériels, moyens audiovisuels, instruments d'évaluation,...),
- études de textes extraits de revues pédagogiques et de comptes rendus de recherches,
- analyses d'exercices et de réponses d'élèves,
- et bien sûr nombreux exercices mathématiques.

CONTENUS DE FORMATION

- La construction du nombre et des opérations arithmétiques

Notions mathématiques, historiques, épistémologiques nécessaires à cet enseignement sur :

- nombre entier et numération ;
- structures additives ;
- structures multiplicatives.

Analyse et construction de situations d'apprentissage.

Elaboration de procédures de calcul (calcul mental, algorithmes écrits des opérations arithmétiques, utilisation de la calculatrice) : analyse mathématique et didactique.

- Fonctions numériques

Fonctions linéaires, fonctions affines et quelques autres.

Cas de la proportionnalité :

- son enseignement à l'école : un exemple de transposition didactique ;
- différents points de vue : fonctionnel, scalaire, graphique, géométrique (agrandissement, réduction, lien avec le théorème de Thalès).

- Extension de la notion de nombre entier

Connaissance des rationnels (et des décimaux). Insuffisance des rationnels : approche des réels, approximation des réels par les décimaux.

Construction de situations d'approche des rationnels à l'école élémentaire.

¹⁰ COPIRELEM, Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement (et la formation à l'enseignement) élémentaire

Exemple d'analyse épistémologique : la construction des décimaux à partir des rationnels ; conséquences possibles pour les choix d'enseignement à l'école.

- Géométrie

Connaissances géométriques de base : caractérisations et constructions de figures simples à la règle et au compas (et utilisation d'autres instruments : équerre, gabarit, rapporteur,...), théorèmes de Pythagore et de Thalès, quelques utilisations simples de transformations ponctuelles du plan (isométries et homothéties planes), étude de solides simples, sections et projections planes de solides simples.

Analyse et construction de situations d'apprentissage portant sur :

- la reproduction d'objets du plan ou de l'espace (avec divers matériels et contraintes),
- la description d'objets (pour une utilisation fonctionnelle du vocabulaire),
- la représentation d'un objet de l'espace sur un plan,
- la construction d'objets du plan ou de l'espace (synthèse de la description et de la représentation).

Rapports entre connaissances spatiales et savoirs géométriques.

- Grandeur, mesure

Aspects mathématiques, historiques, épistémologiques.

Un exemple de construction d'une grandeur et de construction d'une mesure (aire, longueur, masse...).

Cas particulier du système métrique. unités légales et usuelles.

Chaque fois qu'une notion mathématique s'y prête particulièrement, on aborde les questions de **raisonnement** : argumentation, preuve, démonstration.

A propos des thèmes précédents, les différents aspects de la **résolution de problèmes** sont mis en évidence :

- sa place dans la construction des mathématiques (point de vue épistémologique),
 - son rôle dans la construction des connaissances (point de vue cognitif),
 - ses fonctions dans l'enseignement (point de vue didactique et professionnel).
- A l'occasion de situations d'enseignement et à partir d'activités portant sur les thèmes définis ci-dessus, on utilise et explicite différents **outils de la didactique des mathématiques** afin d'aider les étudiants à :
- comprendre ce qui caractérise une situation de référence relative à une notion ou à une famille de notions,
 - commencer une analyse a priori, identifier les cadres,
 - reconnaître les variables d'une situation et parmi celles-ci les variables didactiques,
 - différencier situations d'apprentissage et situations de contrôle,
 - identifier différentes phases d'une situation d'apprentissage,
 - analyser des procédures d'élèves et des types d'erreurs relativement à un savoir donné (la notion d'obstacle sera traitée à cette occasion).
 - repérer certains phénomènes de contrat.

Cette formation prend en compte les programmes du premier degré et du premier cycle des collèges, l'organisation des différents cycles de l'école, les compétences attendues à la fin de chaque cycle en mathématiques.

FINALITES DE LA FORMATION

Les finalités de la formation sont :

- rendre les étudiants capables
 - * de construire des situations d'enseignement y compris sur des thèmes non-traités en formation.
 - * d'intégrer les mathématiques dans un projet global d'enseignement,
 - * d'adapter leur enseignement aux différents publics d'élèves (secteurs citadin, rural, de banlieue,...),
 - * d'analyser et de prendre en compte des difficultés des élèves et l'hétérogénéité des classes,
 - * développer une réflexion critique sur les pratiques professionnelles, les manuels scolaires et les documents pédagogiques.
- sensibiliser les étudiants à l'intérêt et l'efficacité du travail d'équipe,
- rendre les étudiants
 - * curieux des publications récentes et des résultats de recherche,
 - * aptes à modifier leurs pratiques en liaison avec les résultats de recherches.
 - * sensibles à l'importance et à l'intérêt d'une formation continuée.

REMARQUES :

- Une estimation horaire minimum de la formation en mathématiques des futurs professeurs d'école, raisonnable (mais pouvant être avantageusement dépassée) serait de 150 heures, réparties sur deux ans.
- Les contenus de formation précisés ci-dessus ne pourront sans doute pas être tous étudiés en formation initiale. Les choix sont à la charge de chaque I.U.F.M.
- La formation des enseignants nécessite, pour être efficace, une organisation en groupes d'effectifs limités.
- Si le nombre de candidats à la formation dépasse la capacité d'accueil de l'I.U.F.M., il est souhaitable de soumettre les étudiants à un test d'entrée portant sur des compétences disciplinaires.
- Afin d'assurer la cohérence de la formation, il est indispensable de mettre en place des dispositifs institutionnels favorisant la liaison entre les différents acteurs de la formation (enseignants chercheurs, PIUFM, IMF,...). La constitution d'équipes de formation et de recherche pluri-catégorielles enrichit la réflexion et structure la formation.

Annexe 2

Feuille distribuée lors du séminaire

Stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques

Séminaire de Tarbes novembre 1998

Références spécifiques :

KUZNIAK Alain (février 1994), *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré.*

HOUEMENT Catherine (avril 1995), *Projet de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies.*

Thèses disponibles à I.R.E.M., Université de Paris 7, Denis Diderot
Tour 56, couloir 55/56, 3e étage, Case 7018
2, place Jussieu
75251 PARIS CEDEX 05

KUZNIAK A. (1995) Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, in *Actes du XXI^{ème} Colloque de formateurs de maîtres en mathématiques de Chantilly* (mai 1994), pages 37 à 62. St Quentin : I.R.E.M. de Picardie.

HOUEMENT C. (1996) Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques, in *Actes du XXII^{ème} Colloque de formateurs de maîtres en mathématiques de Douai* (mai 1995), pages 79 à 87. Lille : I.R.E.M. de Lille.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1996)

Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, volume 16/3, pages 289-322. Grenoble : La Pensée Sauvage.

DEFINITIONS SUCCINCTES DES STRATEGIES DE FORMATION

Stratégies culturelles : le formateur diffuse une information ; il veut accroître le savoir mathématique (ou éventuellement didactique) de l'étudiant, sans se préoccuper de la mise en œuvre ultérieure par l'étudiant dans les classes.

Stratégies de monstration : le formateur transmet une pratique d'enseignement, en montrant sa mise en œuvre effective dans les classes.

Stratégies d'homologie : le formateur transmet sa propre conception de l'enseignement des mathématiques, en la mettant en œuvre dans son enseignement. Il attend que ses étudiants utilisent à l'école élémentaire les séances qu'ils ont vécues comme élèves..

Stratégies de transposition : le formateur transmet un savoir de référence sur l'enseignement et tente de maîtriser le phénomène d'adaptation opéré par les étudiants.

Tableau comparatif des différentes stratégies

Stratégies	Dominante de la stratégie	Savoir(s)	Formateur ¹¹	Etudiants ¹²	Thèmes mathématiques privilégiés	Regard porté par le système FM ¹³ sur le système EE ¹⁴
Culturelles	Le savoir mathématique (ou éventuellement le savoir didactique)	Savoir mathématique (ou savoir didactique). Savoirs dépersonnalisés.	Dispense le savoir choisi. Connaissance du métier de P.E non indispensable. Connaissances théoriques sur le savoir dispensé.	N'ont besoin d'aucune connaissance a priori. Reçoivent un apport théorique d'un savoir-objet qu'il devront opérationnaliser plus tard dans les classes.	De préférence les thèmes mathématiques les moins connus d'étudiants : non entiers, division ; fonctions numériques.	On l'ignore
Monstration	Le terrain.	Savoirs personnalisés sur un expert.	Rôle d'intermédiaire entre le terrain et les étudiants. Possède un savoir -outil d'observation et d'analyse issu des sciences de l'éducation : outil critique.	Doivent avoir des savoirs mathématiques pour se concentrer sur le didactique. Sont observateurs ou acteurs dans le système EE.	Thèmes supposés bien traités dans les classes ou thèmes prétextes pour développer le 3ème savoir (sans importance mathématique).	On agit dedans ou on l'observe
Homologie	Le formateur I.U.F.M. comme modèle.	Savoirs personnalisés sur le formateur, lié à du savoir mathématique.	Formateur central : il est un pôle de connaissance par ses actes. A connaissance de "situations de référence" pour la formation.	Sont supposés avoir peu de connaissances mathématiques. Doivent transférer, dans le système EE, les séances vécues en tant qu'élèves dans le système FM.	Thèmes sur lesquels les étudiants sont conscients de devoir progresser : géométrie de l'activité, mesure, fonctions numériques.	On fait semblant d'y être
Transposition	Une professionnalisation basée sur la didactique.	Savoirs en voie de constitution attachés à des écoles de didactique.	Bonnes connaissances didactiques, tente de contrôler les deux niveaux d'acquisition des savoirs (double transposition).	Doivent avoir de bonnes connaissances mathématiques et une certaine connaissance des contraintes de classe.	Thèmes bien traités dans les études de didactique.	On le théorise

¹¹ Rôle et compétences minimales du formateur en I.U.F.M. suivant cette stratégie

¹² Rôle et profil des étudiants plus spécifiquement visés par la stratégie

¹³ FM : système de formation des maîtres

¹⁴ EE : système de l'école primaire