

# **« PROGRESSIONS COMPAREES SUR LA MULTIPLICATION EN PE1 »**

**( Denis BUTLEN, Jean-Claude AUBERTIN)**

**Résumé :** Cet atelier a pour but de présenter une analyse de 13 plans de cours proposés par des collègues PIUFM sur l'enseignement de la multiplication à des PE1. Les auteurs détaillent les régularités et les particularités de chaque stratégie de formation. L'atelier a également comporté une partie consacrée à l'analyse par groupe des chapitres de manuels de CE1 consacrés à la multiplication.

Le compte-rendu des travaux de cet atelier comporte plusieurs type de documents : le compte-rendu synthétique du travail de l'atelier, une présentation des documents exposés par les animateurs du groupe : grilles d'analyse des plans de cours et résultats de cette analyse, une grille d'analyse des chapitres consacrés à la multiplication de manuels de CE1 ainsi que le compte-rendu du travail effectué par les différents groupes de collègues stagiaires sur ce dernier point. Notre contribution comporte donc les documents suivants :

1. Document n°1 : un compte-rendu synthétique du travail de l'atelier rédigé à partir des notes prises par les deux rapporteurs : Nicole BONNET et Claude MORIN, intitulé « *Progressions comparées sur la multiplication en PE1* »
2. Document n°2 : quatre grilles d'analyse des plans de cours
3. Document n°3 : une présentation synthétique des résultats de l'analyse des plans de cours
4. Document n°4 : une présentation des productions des différents groupes de participants à l'atelier ainsi que la grille d'analyse, support de cette analyse.
5. Plans des cours sur la multiplication



# **DOCUMENT N°1 : COMPTE RENDU DES OBSERVATIONS DU DEROULEMENT DE L'ATELIER A**

**(atelier animé par D. BUTLEN et J.C. AUBERTIN,  
rapporteurs : N. BONNET, C. MAURIN)**

Les animateurs précisent qu'ils ont reçu 13 plans de cours différents de la part de l'ensemble des collègues qui avaient été sollicités. La diversité de ces propositions a rendu leur travail de comparaison difficile et les a amené à concevoir quatre grilles différentes (cf. document n°2) afin de comparer ces plans de cours avec des points de vue différents et complémentaires, sans que cela ne soit encore totalement satisfaisant.

---

## **ANALYSE DES DIFFERENTES GRILLES**

---

Les animateurs présentent les intitulés des quatre grilles qu'ils ont construites avec l'appui d'un transparent.

Après quoi ils livrent à l'auditoire le résumé de leurs observations à partir de chacune des quatre grilles d'analyse, toujours avec l'appui d'un transparent qui contient les informations essentielles et permet aux animateurs de développer quelques commentaires :

- La grille n°1 fait apparaître que la durée consacrée à l'étude de la multiplication représente en moyenne, environ 10% de l'horaire de maths de PE1, 10 plans de cours sur 13 traitent la multiplication comme un enseignement autonome, les autres l'abordent dans un cadre plus général (cf. document n°3).

- La grille n°2 qui analyse dans un premier temps, les approches historiques d'une part et les approches épistémologiques et cognitives d'autre part, amène les animateurs à rappeler la définition de Régine DOUADY sur les jeux de cadre ; un participant demande ce qui différencie les notions de champ conceptuel et de cadre.

A l'occasion de l'énumération des référents servant d'appui à certains cours dans leur approche épistémologique, un document est distribué aux participants. Il contient les références bibliographiques fournies par les auteurs des différents plans de cours. Les animateurs sont amenés à fournir quelques précisions à propos de certaines de ces références bibliographiques.

Dans cette même grille n°2, sont analysés les principaux concepts didactiques abordés ainsi que les savoirs professionnels visés. Sur la demande d'un participant, les animateurs sont amenés à préciser la différence entre savoirs professionnels et savoirs didactiques. (cf. document n°3).

- La grille n°3 (cf. document n°3) analyse les contenus et approches mathématiques. Les animateurs conseillent aux participants de se reporter à l'article de JF FAVRAT dans les actes du colloque de Limoges 99 de la COPIRELEM (à paraître en 2000)
- La grille n°4 analyse les types d'activités et les situations de formation proposées aux étudiants. Les animateurs commentent le transparent correspondant qui contient de nombreuses informations et statistiques précises. Ils sont amenés à faire référence aux stratégies d'homologie ou de transposition adoptées par les auteurs des cours (cf. document n°3).

En conclusion les différents cours analysés parlent assez peu de maths, ils accordent par exemple, davantage d'importance à une réflexion pédagogique à propos de l'introduction de la technique opératoire de la multiplication.

Lors du petit débat qui suit cette présentation, un participant demande ce qu'il va se passer avec les nouveaux programmes ?...Les animateurs rappellent qu'il s'agit d'un projet sur lequel la COPIRELEM a exprimé son avis, et qu'il faut en attendre la forme définitive pour aviser.

Concernant les stratégies de formation, les animateurs précisent que ce sont souvent les mêmes formateurs qui adoptent des stratégies d'homologie ou de transposition. Les autres formateurs semblent se centrer beaucoup plus sur les savoirs professionnels, tandis que les premiers cités proposent des situations spécifiques qui ont pour objectif d'aller un peu plus loin que le sujet du concours. Les animateurs faisant partie de cette catégorie de formateurs ils sont amenés à préciser un peu plus clairement leur intention et leur démarche, en soulignant qu'Alain KUZNIAK conclut qu'une stratégie de formation efficace mélange transposition, homologie et monstration

A la question : « Quelle est la place du cours sur la multiplication dans l'ensemble des cours de PE1 ? », JC AUBERTIN donne sa position en précisant qu'il le traite très tôt, et s'en justifie en précisant que cela lui paraît être un bon moyen pour distinguer nettement opération et technique opératoire, chose que les étudiants perçoivent moins bien au travers de l'addition. Plusieurs IUFM choisissent d'ailleurs, de ne pas traiter l'addition et la soustraction en PE1, bien qu'elles puissent faire l'objet de questions au concours.

---

## **ANALYSE DE MANUELS**

---

Dans la dernière heure, une deuxième forme de travail est proposée aux participants : ils vont analyser de quelle manière la multiplication est introduite dans différents manuels scolaires. Pour guider leur analyse, un document leur est remis, il comporte six items, que les animateurs présentent rapidement. Après les avoir présentés, ils demandent aux participants de se limiter aux items 1 et 3 par manque de temps. Chaque groupe devra présenter les résultats de son analyse sur un transparent.

Distribution des manuels disponibles (niveau CE1 et/ou CE2, livre de l'élève et livre du maître quand c'est possible) :

Thevenet CE1 ; Diagonale CE1 ; Objectif calcul CE1 ; J'apprends les maths CE1 ; Ermel CE1 ; Belin CE1 ; Optimaths CE1

aux participants qui s'organisent en groupes de 3 à 5 pour les examiner. Ce travail laisse place à une mise en commun lors de laquelle chaque groupe commente le transparent qu'il a réalisé.

Quelques remarques :

A propos de l'item 1 (quelles définitions ?) et de l'item 3 (quelles représentations ?), les participants relèvent entre autre que les propriétés de la multiplication sont souvent traitées à la fin (THEVENET CE1 , OPTIMATH CE1), que la collection ERMEL (cahier de l'élève et livre du maître) renonce au CE1 à introduire la multiplication par les tableaux rectangulaires et que le signe « x » est d'abord une écriture avant de désigner une technique de calcul.

L'analyse comparée de trois manuels ; DIAGONALE CE1 / MATH ELEM CE1 / POUR COMPRENDRE LES MATHS CE1, fait apparaître une grande diversité dans les présentations choisies par les auteurs.

En conclusion on observe :

- ◆ Une stabilité au niveau du temps consacré à l'étude de la multiplication : huit heures en moyenne c'est à dire un dixième du temps de formation.
- ◆ La multiplication semble être la partie pauvre du cours de mathématiques, mais elle permet de travailler le sens, les techniques opératoires, les variables didactiques, etc.
- ◆ L'ordre des cours semble être le suivant : multiplication, division, proportionnalité.
- ◆ Il y a souvent des approches historiques qui permettent de mettre à distance les connaissances des étudiants et qui permettent aussi de mettre en situation des techniques opératoires peu connues.



## **DOCUMENT N°2 : QUATRE GRILLES D'ANALYSE DES PLANS DE COURS**

Nous tenons à remercier les collègues PIUFM qui ont eu la gentillesse de nous communiquer leur plan de cours (parfois très détaillé). Il s'agit de :

J.C. Aubertin (IUFM de Franche-Comté), C. Berger (IUFM de Créteil), N. Bonnet (IUFM de Dijon), D. Butlen (IUFM de Créteil), H. Delègue (IUFM du Nord Pas de Calais), M. Fénichel (IUFM de Créteil), C. Houdement (IUFM de Haute-Normandie), G. Lepoche (IUFM de Bretagne), M.L. Peltier (IUFM de Haute-Normandie), J.C. Pédroletti (IUFM de Franche-Comté), N. Porcel (IUFM de Franche-Comté), N. Roussignol (IUFM de Créteil), J.M. Triboulet (IUFM de Franche Comté).

Afin de dégager les régularités et les caractéristiques de chaque plan de cours, nous avons élaboré quatre grilles d'analyse que nous présentons ci-dessous.

**La première grille** présente de manière générale chaque cours en donnant des indications sur l'auteur, la durée du cours, la bibliographie, le public destinataire et le détail du plan du cours.

**La deuxième grille** permet d'analyser précisément l'existence et le contenu de certaines parties de cours : approches historique, approche épistémologico-cognitive, contenus de la partie didactique (concepts abordés), savoirs professionnels visés (explicitement).

**La troisième grille** précise les contenus et approches mathématiques

**La quatrième grille** détaille les types d'activités proposées aux étudiants et les situations de formation proposées.

Nous présentons ci-dessous ces quatre grilles que nous tenons à la disposition des collègues pour davantage de renseignements.

**Première grille** : auteur(s), durée du cours, bibliographie, public destinataire (inutile pour les collègues qui se sont donnés le mal de répondre précisément à la commande), plan du cours

| Auteur | public | Durée | bibliographie | Cours autonome | ordre |
|--------|--------|-------|---------------|----------------|-------|
|        |        |       |               |                |       |

**Deuxième grille** : approches historique, épistémologico-cognitive, contenus de la partie didactique (concepts abordés), savoirs professionnels visés (explicités)

| Auteur | public | Approche   |                                  | Contenus de la partie didactique |                                                |                       |                                     | Savoirs professionnels |
|--------|--------|------------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|------------------------|
|        |        | historique | Epistémologique Psycho-cognitive | Champs conceptuels               | Situations Fondamentales, typologie situations | Variables didactiques | cadres DOO (didactique outil/objet) |                        |
|        |        |            |                                  |                                  |                                                |                       |                                     |                        |

**Troisième grille** : contenus et approches mathématiques

| Auteur | public | Contenus et approche mathématique                            | La multiplication dans |   |   |   |   | PPCM, facteurs premiers ... | Multiples | Définitions, propriétés, vocabulaire associé | Exercices sur la T.O. (technique opératoire) | Lien avec la division | Lien avec la proportionnalité | Lien avec les fonctions |
|--------|--------|--------------------------------------------------------------|------------------------|---|---|---|---|-----------------------------|-----------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------|-------------------------|
|        |        | Cours formel d'arithmétique (LCI, groupe, anneaux, corps...) | N                      | Z | D | Q | R |                             |           |                                              |                                              |                       |                               |                         |
|        |        |                                                              |                        |   |   |   |   |                             |           |                                              |                                              |                       |                               |                         |

**Quatrième grille** : type d'activités proposées aux élèves, les situations de formation proposées

| Auteur | public | Analyse de productions, d'erreurs, de procédures |           | Exercice partie 1, volet 1 | Partie 2, volet 2 | Volet 2 | Analyse comparée de manuels | Analyse de séquence (protocole, préparation ...) | Analyse de film | Analyse de progression | Situation d'homologie | transposition |
|--------|--------|--------------------------------------------------|-----------|----------------------------|-------------------|---------|-----------------------------|--------------------------------------------------|-----------------|------------------------|-----------------------|---------------|
|        |        | T.O.                                             | problèmes |                            |                   |         |                             |                                                  |                 |                        |                       |               |
|        |        |                                                  |           |                            |                   |         |                             |                                                  |                 |                        |                       |               |



## Document n°3 : une présentation synthétique des résultats de l'analyse des plans de cours

Voici une présentation synthétique des résultats de cette analyse.

---

### 1. Résumé des observations (grille n°1)

---

1. 13 plans de cours étudiés : D. Butlen, G. Lepoche, C. Houdement, H. Delègue, C. Berger, M. Fénichel, N. Roussignol, M.L. Peltier, J.C. Aubertin, N. Bonnet, J-C. Pedroletti, J.M. Triboulet, N. Porcel.  
Un seul concerne un public plus large que les PE1
2. Durée : 9 h – 10 h – 6 h – 10 h (au moins) – 8 h – 6 + 2 h (CM) + 5 h – 7 h – 5 h.
3. Cours autonome : 10 cours sur 13 se présentent comme un enseignement autonome (formant un tout), trois auteurs traitent la multiplication dans le cadre plus général des « opérations multiplicatives » (multiplication, division). Cela n'interdit pas les autres de faire le lien (en différé avec d'autres notions relevant des structures multiplicatives)
4. Eléments de bibliographie (synthèse de plusieurs cours)

Préparation au CRPE de R. Charnay, Editions Hatier  
Annales Copirelem et Thèmes mathématiques, brochure Bordeaux multiplication

#### **Ouvrages :**

ERMEL CE1 Apprentissages numériques Hatier octobre 1993.

ERMEL CE2 Hatier septembre 1995.

ERMEL CM1 Hatier septembre 1997

#### **Brochures :**

Grand N (Spécial CE)

La multiplication au CE1 (IREM Bordeaux 1985)

APMEP: Elem Math 2, Elem Math 5

Bulletin n° 313 (Vergnaud 1978)

Cahiers de didactique de Paris 7 (n° 12, 13, 19)

Articles :

Ecole libératrice (n° 9 1980, n° 20 1985)

Thèses :

Paris 7 (Butlen 1985)

Livres:

\*\*\*Le moniteur de mathématiques Résolution de problèmes Cycle 3  
(Vergnaud etc., Nathan 97)

\*\*ERMEL Cycle 3 CE2 ( Hatier 1995).

**\*\*ERMEL Cycle 3 CM1 ( Hatier 1997).**

### **Bibliographie détaillée**

\*ERMEL ancienne édition Cycle Moyen Tome 1, Tome 3 ( Hatier 1979).

\*Rencontres pédagogiques n°4

- Comment font-ils ? L'écolier et le problème de maths (INRP) -

La proportionnalité et ses problèmes.

(Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri HACHETTE 94)

Représentation des problèmes et réussite en mathématiques (Jean Julo, Psychologie, PUR 95)

Brochures:

Acquisition de la proportionnalité et résolution de problèmes (Julo, IREM de Rennes 1982)

\*La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée (IREM de Rouen 1988-collectif)

\*\*Des problèmes pour apprendre en CM2 et 6ème (IREM de Lyon- Charnay...)

Lire et comprendre des énoncés de problèmes au cycle des approfondissements  
(Teule-Sensacq et Vinrich IREM Bordeaux 92)

\*Cahier de didactique n° 20 (IREM Paris 7)

A propos de la proportionnalité

Articles :

R.D.M Vol 2.2 1981 (Pluvinage) ; Proportionnalité et son utilisation

Vol 10/2.3 1991 (Vergnaud); La théorie des champs conceptuels.

R.F.P n°74 (1986),

n° 82 (1988),Brissiaud ; Lire et comprendre les énoncés

**\*\*Texte COPREM : L'enseignement de et autour de la Proportionnalité (mars 1984)**

GRAND N n° 38, n° 56, n° 82 etc...

CD ROM:

La proportionnalité à travers des problèmes CNED IREM de Rennes

---

### **Résumé des observations (grille n°2 ) : approches historique, épistémologico-cognitive, contenus de la partie didactique (concepts abordés), savoirs professionnels visés (explicitement)**

---

1. **Approche historique** : 7 plans de cours ( les T.O. étudiées sont en général les T.O. égyptienne (ou russe) et per Gelosia), un seul cours semble développer plus longuement d'autres études (D.B).

But de l'étude : amener les étudiant à réfléchir sur un algorithme opératoire en « annulant » leurs connaissances préalables sur le sujet, réfléchir sur les cadres

2. **Approche épistémologique et cognitive** : deux cours développent une approche cognitive en terme d'obstacle, 6 plans de cours abordent la notion de champs conceptuels en faisant référence aux travaux de Vergnaud (formalisés 2), à une classification de problèmes multiplicatifs (5), comme approche des sens de la multiplication. Notons un outil de référence : « le moniteur mathématique » (Nathan) cité au moins 3 fois.

3. **Les concepts didactiques abordés à cette occasion** : il s'agit ici des concepts cités explicitement :
  - typologie des situations (action, formulation...) : 5 (souvent abordée en terme de phases et à partir d'un exemple de séance)
  - situation didactique et a-didactique : 1
  - situations fondamentales version « hard » (1) ou « soft » (2, sans doute plus)...
  - variables didactiques ou de commande : 9 (notion abordée à partir de sujet de concours ou de situation dite de transposition (D.B et M.P))
  - cadres (au sens de R. Douady) : 3 (en général à partir de la situation de D.B. et M.P)
  - concept outil-objet (1 cours à propos de la multiplication dans Q et D).
4. **Les savoirs professionnels visés** (version « soft » des savoirs précédents) : très liés aux compétences à acquérir pour le concours :
  - déterminer les objectifs d'une séance
  - places respectives du traitement du sens et de l'apprentissage des T.O.
  - analyse comparée de procédures, d'erreurs
  - analyse du déroulement d'une séance
  - analyse de la tâche des élèves
  - situations-problèmes...

---

#### Résumé des observations (grille n°3) : contenus et approches mathématiques

---

1. **Les structures multiplicatives** : en plus des trois auteurs qui traitent la multiplication dans le cadre d'un cours sur multiplication et division, tous les autres font un lien (rappel différé, préalable ou projeté) avec la division. 7 plans prévoient un lien avec la proportionnalité, 3 avec les fonctions numériques.
2. **Traitement formalisé des structures arithmétiques** : aucun cours ne parle de groupes, anneaux, corps... Par contre, deux cours abordent la notion de loi de composition (D.B. et J.C.A.)
3. **Domaine d'étude** : La multiplication est traitée dans N (tous les cours), Z (aucun), D (3), Q (2), R (1)
4. **Les notions mathématiques abordées** :
  - PPCM, facteurs premiers : 3 plans, trois autres déclarent aborder ces notions à d'autres moments
  - Multiples : 3 plans, trois autres déclarent aborder ces notions à d'autres moments
  - Définitions, propriétés, vocabulaire : 8 plans (un auteur déclare ne pas le faire systématiquement chaque année)
  - Exercices spécifiques sur la T.O. : 12 cours, supports citées : Versailles 92, Bordeaux 96, les numérations anciennes ou étrangères, calcul mental (niveaux PE1).

---

#### Résumé des observations (grille n° 4) : les types d'activités proposées étudiants, les situations de formation proposées

---

1. Analyse de productions d'élèves (erreurs, procédures, performances) : 9 plans le prévoient, support utilisé : les sujets de concours (Rouen 94...)
2. Résolution de problèmes : 6 cours
3. Exercices partie 1, volet 1 : 6 cours
4. partie 2, volet 1 : 7 cours (Toulouse 97)
5. Volet 2 : 9 cours (Bordeaux 96, Toulouse 97, Versailles 92)
6. Analyse comparée de manuels : ces comparaisons portent sur des extraits de manuels (sujets de concours ou introductions dans la plupart des cas) : 7 plans de cours
7. Analyse de séance : 8 (dont un « très peu ») : les situations les plus citées sont la séance des « enveloppes » du ERMEL CE1, celle de D.B. et M.P. (COPIRELEM Cahors), une situation de distribution (Fénichel), les introductions de « N.O.C. » ou « Diagonale ».
8. Aucune analyse de documents filmés
9. Analyse de progression : 10 cours en prévoient (les supports les plus cités sont les sujets de concours, notamment Versailles 92 ou des montages d'extraits de manuels...)
10. Stratégies des auteurs :
  - Homologie : 6 (dont un « un peu ») : D.B., C.H., H.D., M.F.,
  - Transposition : 5 D.B., C.H., H.D., M.F

## **DOCUMENT N°4 : PRESENTATION DES PRODUCTIONS DES DIFFERENTS GROUPES DE PARTICIPANTS A L'ATELIER**

Nous présentons dans ce deuxième article la grille d'analyse proposée aux stagiaires et les productions des différents groupes.

---

### **A. GRILLE D'ANALYSE**

---

La grille d'analyse proposée aux collègues stagiaires pour analyser dans un temps limité (1 heure environ) l'introduction de la multiplication dans un manuel de CE1 comporte les six questions ci-dessous, elle est inspirée de la grille d'analyse de manuels scolaires mise élaborée par D. Butlen dans sa thèse « Apport de l'outil ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au CE », IREM de Paris 7, Paris, 1985.

1. Sur quelle(s) définition(s), explicitement citée(s) ou implicite(s) de la multiplication dans N et du produit de deux entiers naturels, s'appuient les auteurs des manuels scolaires pour proposer leur progression ?
2. Comment est justifié ce choix ?
3. Quelles sont les représentations utilisées pour représenter le produit de deux entiers naturels ?
4. Quel est le schéma de la progression ?
5. Quelle est la place tenue par l'étude des écritures multiplicatives, par la constitution d'un répertoire multiplicatif
6. Comment se construisent les algorithmes opératoires ?

---

### **B. PRODUCTIONS DES DIFFERENTS GROUPES**

---

#### **1. Analyse du manuel de CE1 de la collection Thévenet**

##### ***a. Premier groupe***

La première analyse a été menée sans consultation du livre du maître.

L'introduction des écritures multiplicatives s'appuie sur la notion de produit cartésien et fait intervenir des quadrillages. Un lien avec l'addition répétée est assez rapidement effectué,

celle-ci permettant le calcul effectif. Le domaine numérique mobilisé lors de cette introduction est constitué des entiers naturels inférieurs ou égaux à 10.

Les représentations (collections) ne font intervenir que des quantités discrètes.

Les participants de ce groupe ne relèvent pas de référence au langage utilisé. Ils constatent un essai de décontextualisation du langage lors du premier exemple de la seconde séance qui n'est pas ensuite renouvelé dans les deux autres exemples.

### **b. Second groupe**

*Question n°1 :* Aucune définition explicite de l'écriture multiplicative n'est donnée aux élèves, par contre les situations d'introductions font intervenir des désignations d'objets disposés en rectangle. Le lien est ensuite effectué avec l'addition réitérée. Dans un troisième temps, les auteurs associent écritures multiplicatives et résultat du calcul correspondant. Pour dans un dernier temps faire un lien avec une définition fonctionnelle du produit.

*Question n°2 :* ce choix est justifié par la volonté de rendre évidente la commutativité de la multiplication mais aussi la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

*Question n°3 :* La représentation quasi unique est celle des grilles rectangulaires sauf lors de l'étude fonctionnelle. Les membres du groupe soulèvent une difficulté, celle de la représentation de  $0 + 0 + 0$  avec ce point de vue.

*Question n°4 :*

- a. Désignation de collections « rectangulaires »
- b. Lien avec les écritures additives
- c. Définition fonctionnelle  
puis
- c'. Travail sur la distributivité
- c''. Travail sur 0 et 1
- d. Calculs de produits

## **2. « Optimath s », CE1, Hachette, Alain Descaves**

### **a. Premier groupe**

Les participants disposent du livre du maître (« guide pédagogique ») et du livre de l'élève (CE1). L'écriture multiplicative est définie dans le livre du maître à partir du produit cartésien. Cette notion apparaît à la troisième séance de la progression sur la multiplication dans le livre de l'élève. Par contre l'addition réitérée, dans le livre du maître comme dans celui de l'élève, est la première définition retenue et intervient donc dès la première séance.

Dans la séquence n°3, un lien est fait entre produit de deux entiers et fonctions linéaires à partir d'une activité s'appuyant sur des « sauts » sur la bande numérique.

Le manuel prévoit une étude de la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition afin d'introduire la technique opératoire. L'associativité de la multiplication,

explicitée dans le livre du maître n'apparaît pas clairement dans le manuel de l'élève : aucun exercice spécifique ne porte sur cette propriété.

### **b. Second groupe**

*Question n° 1* : l'écriture multiplicative est introduite implicitement dans un premier temps comme une écriture plus courte d'une addition répétée : «  $5 + 5 + 5$  se lit 3 fois 5 » Puis elle est introduite explicitement comme la désignation commutative d'une collection organisée en rectangle (d'ordre de grandeur des dimensions : 3,5)

*Question n° 2* : La définition donnée est justifiée par la référence au produit cartésien :  $\text{card}(A \times B) = \text{card } A \times \text{card } B$

*Question n° 3* : les représentations mobilisées sont des organisations en rectangle mais aussi en paquets d'objets d'une collection ; le lien est fait entre ces différentes représentations et écritures associées.

*Question n° 4* : la progression est la suivante :

- le sens de la multiplication dans plusieurs cadres : numérique (quantités), géométrique (repères), fonctionnel : fonctions numériques linéaires
- construction du répertoire multiplicatif
- cas particuliers de la multiplication par 10, 20, ... en liaison avec la numération
- étude de la technique opératoire (« deux chiffres par un chiffre ») basée sur la distributivité et justifiée par le découpage de quadrillages et par les propriétés de linéarité

## **3. « J'apprends les maths », CE1, R. Brissiaud, Retz**

La situation d'introduction de l'écriture multiplicative s'appuie sur une définition de type addition répétée ; c'est une situation de partage (résolution d'un problème de ce type) qui fait intervenir la notion de multiple.

Les calculs de produits font intervenir des schémas et à des découpages de bandes.

La progression prévoit ensuite une étude des multiples de 3, 4, 5, 10 ; dans ce dernier cas un lien est fait avec la numération des entiers.

L'écriture multiplicative est travaillée en troisième période à partir de la description d'une configuration particulière : « les nombres rectangulaires », le produit cartésien est mobilisé à ce stade.

## **4. ERMEL, Hatier CE1**

### **a. Premier groupe**

La multiplication est introduite à partir du calcul d'additions répétées, elle se construit à partir d'une évolution de procédures de calcul dans un souci d'économie.

La progression est la suivante :

-1- « Le jeu des enveloppes » qui a pour objectif d'amener les élèves à savoir utiliser l'addition répétée.

« Le jeu de Yann » qui visent à optimiser certaines procédures de calculs de produits s'appuyant sur l'addition répétée.

-2- Construction de répertoires multiplicatifs, c'est l'occasion d'établir un lien entre écritures additives répétées et écritures multiplicatives ( $5 + 5 + 5$  et  $3 \times 5$ ) et d'introduire le signe «  $\times$  ».

-3- Mise en forme de calculs multiplicatifs (vers un algorithme standard)

-4- La multiplication dans des problèmes de division (acheter le plus grand nombre d'objets avec un budget donné, ...)

### ***b. Second groupe***

*Question n°1* : la multiplication est introduite comme un cas particulier de la proportionnalité, ceci à partir de la résolution d'un problème d'itération : « le jeu des enveloppes ».

*Question n°2* : Les auteurs justifient leur choix

- en prenant position contre les découpages de grilles car la technique opératoire ainsi introduite est trop coûteuse à construire
- en montrant l'intérêt de s'appuyer sur la formulation verbale : « a fois b »
- en consacrant ainsi moins de temps à la construction de la technique opératoire au bénéfice du traitement de problèmes.

*Question n°3* : la représentation privilégiée est celle des « arbres ».

*Question n°4* : Le schéma de progression est le suivant :

- jeu des enveloppes
- constitution de répertoires et organisation de ceux-ci
- mises en place de procédures de calcul à partir de l'activité : « les factures » débouchant sur la technique opératoire standard de multiplication d'un nombre donné par un nombre à 1 chiffre
- les nombres rectangulaires, recherche d'écritures multiplicatives
- mémorisation des tables
- règle des zéros », calcul mental et jeux numériques.

*Question n°5* : Les écritures traduisent la réponse à un problème ; l'accent est également mis sur un jeu sur les nombres ; le répertoire multiplicatif est construit dès le début de la progression.

### **5. Collection « *Diagonale* », CE1, Nathan**

*Question n°1* : La définition s'appuie à la fois sur l'addition répétée et sur la disposition en grille rectangulaire.

*Question n°3* : Les représentations utilisées sont des collections organisées en rectangles et la droite numérique.

*Question n°4* : La progression est la suivante :

- Introduction du signe « x », codage et utilisation.
- Comparaison d'écriture multiplicatives
- Etude de propriétés de la multiplication : commutativité, élément neutre et absorbant.
- Construction d'une technique opératoire.

## **6. Collection « *Nouvel Objectif Calcul* », CE1, Hatier**

### **a. Premier groupe**

1. *Définition sous-jacente* : la définition fait intervenir l'addition réitérée, la commutativité de l'écriture multiplicative est rapidement mise en évidence dans un « aide-mémoire ». Une deuxième définition fait intervenir un aspect fonctionnel à partir des fonctions linéaires et la proportionnalité. Les membres du groupe jugent que ce « sens » est immédiatement « parachuté » après la première définition.
2. *Choix des auteurs* : ce choix est explicité mais non argumenté ( aspect cardinal et ordinal liés).
3. *Représentations mobilisées* : quadrillages puis tableau à double entrées et droite numérique.
4. *Schéma de la progression* :
  - coder une addition réitérée
  - utilisation de la calculatrice (travail du sens opérateur multiplicatif)
  - déplacement régulier sur une piste
  - reconnaître des situations multiplicatives
  - décomposition multiplicative (2 étapes)
  - comparer différentes techniques de calcul
  - résolution de problèmes : choisir la bonne opération.

### **b. Second groupe**

*Question n°1* : l'écriture multiplicative est introduite à la fois comme un autre codage d'additions réitérées et comme codage d'une mesure produit.

*Question n°2* : les auteurs justifient ce choix à l'aide des arguments suivants :

- économie d'écriture
- économie de calculs (calculatrice)
- mise en évidence de la commutativité
- attribuer le même poids (même statut numérique) aux deux facteurs d'un produit.

Question n° 3 : Les représentations sont :

- des sommes itérées
- des grilles rectangulaires
- des collections organisées en sous collections équipotentes
- droite graduée (où l'on compte de n en n)
- des tableaux de proportionnalité.

Question n° 4 : la progression est la suivante :

- introduction du signe  $\times$  par
  - souci d'économie d'écriture s'appuyant sur l'addition répétée et la mesure produit
  - souci d'économie de calcul (calculatrice).
- addition répétée dans un cadre ordinal.
- répertoire multiplicatif.
- ...

## 7. Collection « J'apprends les maths », R. Brissiaud, CE1, Retz

Le groupe ne dispose que du fichier uniquement.

Question n°1 : Les auteurs exposent que : « Avant l'introduction du signe  $\times$ , les enfants s'approprient l'addition répétée et la notion de multiple, en utilisant seulement le mot « fois » ». Voici des exemples d'exercices proposés par le livre :

a) est un multiple de 3. C'est ... fois 3 exactement

.....

n'est pas un multiple

$$3 + 3 = \dots \quad \rightarrow \quad \dots \text{ c'est } \dots$$

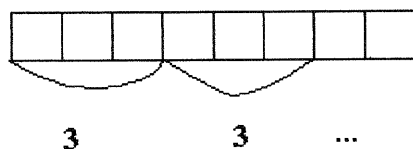
$$3 + 3 + 3 = \dots \quad \rightarrow \quad \dots \text{ c'est } \dots$$

b) idem avec 5

c) introduction du signe  $\times$

Question n°3 : Les représentations utilisées sont :

- la droite numérique (saut sur celle-ci) :



- les collections organisées en paquets
- les collections organisées en rectangle, choix justifié par la facilité à montrer la commutativité.

*Question n°4* : la progression est la suivante :

- addition réitérée et multiple de 3 et 5, introduction du mot « fois »,
- multiple de 4
- introduction du signe  $\times$ , commutativité de l'écriture multiplicative à partir des codages d'une collection organisée en rectangle de dimension 3 et 6 :  $3 \times 6$  ou  $6 \times 3$
- $n \times 1$  ;  $n \times 10$  ;  $n \times 100$
- les tables de 3, 4 et 5, la table de 2
- la multiplication par 10.
- 

## 7. CE1, Editions Belin

*Question n° 1* : l'écriture multiplicative est présentée comme une autre écriture d'une addition réitérée (ceci à partir du dénombrement de collections).

*Question n° 3* : les représentations mobilisées sont des organisations de collections en rectangles, en paquets et associées à des situations faisant parfois implicitement appel à la proportionnalité et au calcul du coefficient de proportionnalité.

La définition privilégiée est celle faisant intervenir des produits de mesure.

*Question n° 4* : la progression est la suivante :

- introduction par les additions réitérées de l'écriture multiplicative.
- décodages d'écritures multiplicatives dans des situations de produit des mesures.
- distinction succincte et artificielle entre des situations qui relèvent de l'addition et de la multiplication.
- travail formel autour des écritures additives et multiplicatives.
- propriétés de la multiplication : la commutativité notamment.
- mémoriser des résultats multiplicatifs : tables de 3, 4, 5, 6.
- vers la technique opératoire : utilisation de la distributivité, produit d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre.

## 8. Un premier travail de synthèse portant sur deux questions de la grille et trois manuels

Un groupe a choisi de répondre à deux questions de la grille seulement mais en comparant trois collections de manuels du CE1 :

- « Diagonale » CE1, Nathan
- « Math élem » CE1
- « Pour comprendre les mathématiques » CE1

1. *Sur quelle(s) définition(s), explicitement citée(s) ou implicite(s) de la multiplication dans N et du produit de deux entiers naturels, s'appuient les auteurs des manuels scolaires pour proposer leur progression ?*

« *Diagonale* » s'appuie explicitement sur l'addition réitérée pour définir une écriture multiplicative et implicitement sur la notion d'aire dans la première situation. « *Maths élem* » s'appuie sur l'addition réitérée et associe écriture et résultat numérique correspondant. « *Pour comprendre les mathématiques* » s'appuie sur le produit cartésien : la première situation propose de compter les cases d'un tableau à double entrée.

2. *Quelles sont les représentations utilisées pour représenter le produit de deux entiers naturels ?*

« *Diagonale* » fait intervenir trois représentations : dans un premier temps des grilles rectangulaires puis des collections « répétées » et enfin une représentation fonctionnelle à partir de la fonction « ajouter ». « *Maths élem* » fait intervenir des collections d'objets organisées en rectangles, des prix d'objets ou collections « répétées ». Enfin « *Pour comprendre les mathématiques* » s'appuie uniquement sur des tableaux à double entrée et des grilles rectangulaires.

## DOCUMENT N°5 : EXEMPLES DE PLAN DE COURS SUR LA MULTIPLICATION

**J-Claude Aubertin** : CM sur les nombres dont  $(N, x)$  et propriétés ; multiples et PPCM.  
Analyse de productions (annales Copirelem), exercices sur propriétés et T.O (Charnay et annales Copirelem).  
Progression sur la T.O ; introductions des écritures multiplicatives ou de la multiplication (J. Briand et M-Cl. Chevalier : les enjeux didactiques Hatier).  
Les structures multiplicatives (après travail sur la division).

**C. Berger** : Trouver la définition du produit fonctionnant dans certains problèmes .  
Définitions du produit comme addition répétée ou comme cardinal d'un produit cartésien,  
Énoncé de propriétés de la multiplication (dans  $N$ ).  
Analyse de deux extraits du ERMEL CE1 : le jeu des enveloppes, les nombres rectangulaires et d'une séance d'introduction du produit (D. Butlen).  
Étude d'un sujet volet 2 Toulouse 97 et d'un volet 1 deuxième partie .  
Éléments de réflexion sur la T.O. : à partir d'extraits de ERMEL CM1 et un résumé de la progression Objectif

**Nicole Bonnet** :

- Éléments théoriques : propriétés de l'opération, relations d'ordre  $<$  et « divise », structure cartésienne,
- les 2 définitions du produit et conséquences sur les propriétés ;
- techniques multiplicatives avec aspect historique (égyptienne, per gelosia, table « vraie » de Pythagore, réglottes de Neper).
- Éléments pour une progression : les premières étapes, des activités : apprentissage de la table, situations et problèmes multiplicatifs et représentations associées (addition répétée et type cartésien).

**D. Butlen** :

- Approche historique,
- champ conceptuel de la multiplication,
- exercices sur multiples, analyse de séance (jeux de cadres, variables didactiques),
- analyse d'erreurs,
- analyse et étude comparée de progressions, à partir d'extraits de manuels,
- exposé des grandes lignes d'une progression sur la multiplication au CE1 et CE2

**H. Delègue** : Préparation individuelle du cours à partir d'un polycopié (sens de la multiplication, classification de problèmes, multiplication égyptienne, conservation du produit).

Catégorisation des problèmes multiplicatifs.

Analyse d'une situation d'introduction (Butlen, Pezard).

Analyse de manuels de PE1 (introduction).

Le problème du parking (Briand, concours Lille) : obstacles et cadres.

Calcul mental et pensé.

Bilan CRPE bordeaux 96

**M. Fénichel :**

- travail avec les PE1 les calculs multiplicatifs : calculs en ligne, calcul réfléchi, calcul en colonne ( différentes techniques), analyse d'erreur de calculs.
- propriétés de la multiplication, du rôle des relations entre les nombres .
- rôle de la numération dans le calcul des produits, faire prendre conscience que selon les nombres qui interviennent dans les calculs, on peut choisir des techniques de calcul différentes. (documents choisis dans différents manuels ou encore extraits des annales);
- introduction de l'écriture multiplicative en leur faisant analyser différents types d'introductions : (écrire un message décrivant le nombre de carreaux d'un quadrillage pour que d'autres puissent construire ce quadrillage, une situation prise dans un manuel, une situation qui consiste à introduire l'écriture multiplicative à partir d'une situation de répartition). analyse didactique comparative de ces situations.
- notion de champ conceptuel (liste de problèmes, classification issue des travaux de Vergnaud, de Charnay, de Fénichel ou de Lethielleux) : classer les problèmes en utilisant une des deux classifications.
- la division euclidienne, multiple et diviseur.
- exercices et problèmes pour s'entraîner à travailler la partie mathématique du concours (annales ou dans les ouvrages parus).

**C. Houdement :** Étude de techniques (Versailles 92) puis de T.O. moins connues ?) (*homologie*).

2- Étude de procédures d'élèves (toujours sur simples techniques, discussion sur les compétences élèves disponibles) vers une typologie (*homologie*).

**Travaux d'élèves Rouen 94 (CE2) .**

3- *Cours* sur les problèmes multiplicatifs en liaison avec ce qui a été fait sur la division, en projection avec ce qui sera fait sur la proportionnalité.

4- Étude comparée de deux premières leçons sur la multiplication : *le Nouvel Objectif Calcul* CE1 (98) et *Diagonale* CE1 (92) : extraits du livre élève et du livre du maître...

5- Les grandes lignes d'une progression sur la multiplication des entiers et des décimaux .

Rôle des problèmes, du calcul réfléchi, place des techniques, compétences à atteindre par cycle. Et le collège ? (cf. liaison école collège sur division, multiplication) .

6- Point rapide sur les multiplications faisant intervenir un non entier. Continuités et ruptures...

Simultanément et antérieurement, à raison d'1/4 h à 1/2h par séance, sous des formes homologues à des séances de calcul mental à l'école : exos d'arithmétique en parallèle.

**G. Lepoche :**

- Bibliographie,
- typologie des problèmes,
- étude comparée de différentes introductions,
- rappels de principes pédagogiques (points forts à propos de l'apprentissage de l'opération)
- Idées pour une progression (ERMEL, APMEP, Charnay),
- Les structures multiplicatives, différents points de vue (Vergnaud, moniteur, Charnay...)

Calcul CE2, quel algorithme faut-il enseigner ?

**Jean-Claude Pedroletti :**

La multiplication dans les programmes du CE1 au CM2 ; le mot « fois » ; les difficultés a priori ; différentes procédures.

Le champ des structures multiplicatives.

Travail personnel à la maison sur montage d'exercices et exploitation.

Définitions et propriétés dans  $\mathbb{N}$  ; les 2 modes de définition du signe  $\times$  et conséquences sur les propriétés et obstacles prévisibles.

Différentes introductions en CE1 du signe  $\times$ .

Problèmes multiplicatifs.

Réflexion pédagogique et didactique : J. Briand et M-Cl. Chevalier les enjeux didactiques (Hatier) ; travail sur productions ; variables didactiques ; étapes d'apprentissage de la TO.

Sujets des annales.

Travail personnel sur manuels.

**Marie-Lise Peltier :**

- résolution de problèmes en bloquant la T.O. de la multiplication.
- Eléments à prendre en compte dans les problèmes multiplicatifs (structure, champ numérique, mode de représentations, procédures a priori, organisation langagière).
- Les différents types de problèmes multiplicatifs (moniteur Nathan, Grenoble 92).
- Propriétés de la multiplication à partir de Nancy-Metz 92.
- La technique opératoire à partir de techniques opératoires. . anciennes ou diverses et un exposé construction T.O. usuelle.
- Analyse de travaux d'élèves : Corse 93.
- Analyse de manuels (introduction de la T.O.).

**Nicole Porcel :**

Structure mathématique des problèmes multiplicatifs à partir de Dijon 97 2<sup>ème</sup> volet (produit de mesures, proportionnalité directe).

Procédures de résolution.

Construire une TO ; les étapes de l'enseignement ; technique per gelosia et à la Russe.

**N. Roussignol :**

- étude de T.O. anciennes ou étrangères.
- présentation (rapide) de points forts de progression du CE1 au CM2 illustrée par des séances plus détaillées (D.B., les enveloppes, partage d'objets : cf Former des maîtres).
- les deux sens de l'écriture  $a \times b$ .
- rappels sur l'évolution des programmes et IO.

- tableau synthétique comparant les introductions de différents manuels .
- produits de fractions à partir de quadrillage et de changement d'échelle (homologie).
- multiplication dans  $D \times N$ , dans  $Q \times Q$ , exemple de problème relevant de cette question à l'école primaire, exposé de démarche de calcul pouvant être optimisée dans  $D \times N$ .
- des exemples de sujets de concours : Créteil 96, Versailles 92, CIRPE, Besançon 94...

**J-Marie Triboulet** : Situations multiplicatives et proportionnalité comme généralisation du modèle multiplicatif.

Produit à partir d'une somme réitérée, puis d'un produit cartésien ; multiplication dans  $N$  et propriétés.

Analyse des textes officiels.

À l'école élémentaire : objectifs ; introductions possibles du signe  $\times$  ; mise en place de la distributivité ; calcul réfléchi de produit (découpage de rectangle quadrillé) ; TO ; ordre de grandeur ; comparaison de nombres écrits en produits.

Analyse de productions d'élèves et de documents.