

POUR L'INTRODUCTION D'UNE
PERSPECTIVE HISTORIQUE DANS
L'ENSEIGNEMENT DES SCIENCES
À L'UNIVERSITÉ
(D. E. U. G. A ET MAÎTRISE).

Didier Bessot, Alain Delale, Denis Lanier et Jean-Pierre Le Goff,
IREM de Basse-Normandie. Mai 1990.

RÉSUMÉ : cet article est, premièrement, un plaidoyer pour l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des sciences dites exactes, au nom d'impératifs pédagogiques et culturels ; deuxièmement, le compte-rendu descriptif et critique de l'expérience menée à Caen depuis trois ans, d'un enseignement de l'histoire des mathématiques et des sciences physiques par les textes, au niveau du DEUG A de sciences, et du projet d'un tel enseignement au niveau de la maîtrise ; troisièmement, un bilan succinct et quelques remarques pour la période à venir, qui rejoignent et complètent les attendus qui ont sous-tendu cette démarche. Le lecteur que plusieurs années d'études axiomatique-déductives ont lassé, ou que le pragmatisme - louable au demeurant - incite à délaisser les développements théoriques, est instamment prié de se rendre au point 2. Il trouvera, en outre, en fin d'article, un exercice d'application dont l'enjeu, par les temps qui courent, n'échappera à personne.

1°) DE LA THÉORIE... :
PLAIDOYER SUIVANT L'ORDRE GÉOMÉTRIQUE.

Note : le lecteur trouvera sans doute les énoncés pseudo-euclidiens qui suivent anormalement longs. C'est qu'ils ont été complétés des commentaires d'un crypto-Proclus, revenu un temps du royaume des morts (1).

DÉFINITIONS

DÉFINITION I : nous appellerons ici Histoire des Sciences, l'histoire de deux, voire trois, sciences, dites exactes, qui sont : mathématiques, sciences physiques et potentiellement, sciences biologiques.

DÉFINITION II : nous appellerons ici Culture Scientifique, globalement ou relativement à telle science que l'on voudra, l'ensemble des connaissances relatives aux sciences (ou à telle science), connaissances en termes de contenus, les (ou la) constituant en corps de doctrine, en termes d'objets et de méthodes les (ou la) distinguant de telles autres, et en termes d'histoire de leur (de son) procès de production les (ou la) situant dans le mouvement général des idées : il s'agit donc du système symbolique élaboré par le microcosme scientifique, essentiellement au sein de nos sociétés industrielles dites technologiquement avancées, système qu'il faut appréhender dans son procès, histoire, état présent et devenir.

(1) Proclus (I^{er} siècle ap. J.-C.), est l'auteur de copieux commentaires du Livre I des *Éléments* d'Euclide.

DÉFINITION III : nous appellerons ici Héritage, l'ensemble des systèmes symboliques et des valeurs éthiques et culturelles qu'une société transmet, de manière délibérée ou non, aux générations qui ont pour charge, en principe et aux yeux de leurs aînés, de la perpétuer, en fait et devant le tribunal de l'Histoire, de la faire évoluer, de la revivifier, d'en éviter le déclin. Le mode privilégié de scarification de nos sociétés modernes est l'enseignement, jusqu'à preuve du contraire : transmission orale, écrite et audiovisuelle des savoirs et des savoir-faire.

DÉFINITION IV : nous appellerons ici Civilisation, l'ensemble des systèmes symboliques et des valeurs éthiques et culturelles qu'une société régionale a pu élaborer, et qui sont transmissibles : tandis qu'une culture n'est jamais que générique, une civilisation est cumulative et généralisable.

POSTULATS (dits quelquefois : demandes)

POSTULAT I : toute science a une histoire. Il semble que cette notion, que l'on pourrait croire commune, doive être postulée, spécialement dans le contexte français : la philosophie spontanée des savants, souvent faite de positivisme mêlé d'idéologie du progrès, isole le scientifique qui fait effort de mémoire.

POSTULAT II : le plus court chemin des faits à la théorie, des conjectures aux vérités établies, n'est pas toujours la ligne droite ; autrement dit l'histoire n'est pas absolument linéaire ; d'aucuns diraient : l'histoire n'est absolument pas linéaire. Sans compter que la notion de vérité établie s'avère, aujourd'hui plus qu'hier, fort relative (voir la notion commune I).

POSTULAT III (dit du clou à enfoncer) : tout enseignement est initiation à l'héritage pour un réel apprentissage de l'autonomie ; autrement dit : il n'est pas d'affranchissement qui ne suppose la connaissance de la règle ou de la norme antérieures ; encore : il n'y a pas de génération spontanée, comprenne qui pourra.

POSTULAT IV (dit de la sonnette d'alarme) : une civilisation qui perd sa capacité à transmettre son héritage, est vouée à la disparition. S'affole qui voudra.

POSTULAT V : il n'y a pas d'histoire d'une science qui ne rencontre l'histoire de la pensée ; autrement dit l'espace des disciplines est "projectif" et non euclidien ; ou si l'on préfère : l'espace des sciences est affaire de "birapport", et le parallélisme des démarches ne doit pas nuire à la confrontation des méthodes et à la convergence des disciplines. Le poète Thoreau parle, lui, de la nécessité du *regard oblique*.

NOTIONS COMMUNES (dites quelquefois : axiomes)

NOTION COMMUNE I : toute vérité scientifique est relative ; toute théorie est tout autant la trace d'une avancée que d'un inachèvement.

NOTION COMMUNE II : la culture scientifique est en apparence hautement transmissible : la partie émergée consiste en ses aspects les plus appliqués et en ses retombées technologiques. La civilisation industrielle témoigne d'un engouement certain pour les signes extérieurs de richesse de la science. Mais confort et haute technologie ne sont pas savoir et science. Une conception techniciste de la culture scientifique, assez répandue par les nouveaux prêtres de la communication, la restreint à l'utilisation, souvent manipulatoire, des nouvelles technologies, et interdit de fait un accès moins superficiel à la science, dont la vraie richesse reste dissimulée derrière l'écran de son spectacle, fonctionnant comme simulacre.

NOTION COMMUNE III : la culture scientifique est très hermétique dans ses contenus, les plus récents et les plus élaborés. Celle d'une grande majorité de citoyens est d'ailleurs souvent assez pauvre quant aux savoirs considérés comme les plus établis. La difficulté d'accès du public qu'on dit "grand" pour mieux le cantonner à l'étroit, et le manque d'information du citoyen en témoignent, qui ne sont peut-être pas les signes d'une inappétence, mais d'une désaffection - qu'il faut redouter -, conséquence d'une certaine inaptitude (française ?) à la vulgarisation et à la diffusion.

NOTION COMMUNE IV : la culture scientifique est partie intégrante de la culture générale. Et pourtant l'enseignement et la diffusion des sciences donnent souvent l'impression, du moins aux béotiens - qui, s'ils sont les plus nombreux, risquent d'avoir raison -, de la pratique du grand écart (voir la notion commune III). Le cloisonnement en disciplines, hérité de notre XIX^e siècle et imposé par le modèle universitaire des spécialisations, est responsable de cet état d'esprit qui oppose lettres et sciences, arts et savoirs.

NOTION COMMUNE V : les sciences exactes sont aussi des sciences "de" l'Homme. Autrement énoncé (axiome dit alors d'Hellegouarc'h (2)) : *ce qui serait vraiment surprenant c'est que les mathématiciens ne soient pas des hommes et que leur sensibilité ne puisse leur suggérer une certaine manière de concevoir les mathématiques.*

PROPOSITIONS (Théorèmes ou Problèmes)

THÉORÈME I : une culture scientifique sans mémoire ne peut s'énoncer qu'en termes d'achèvement et non de devenir.

Preuve : qu'il s'agisse d'un projet d'énonciation d'une science sous sa forme la plus achevée à ce jour, déroulant la kyrielle des vérités éternelles inscrites dans le ciel des idéalités, qu'il s'agisse d'une histoire finaliste ou positiviste laissant peu de place aux errements jugés inféconds ou aux erreurs condamnables, ces démarches visent à figer l'invention dans l'instant présent.

Conclusion : il n'y a pas d'horizon, s'il n'y a pas de mise en perspective. Et réciproquement : il n'y a pas de mise en perspective sans horizon.

(2) Yves Hellegouarc'h est professeur de mathématiques à l'Université de Caen. Il avança cette conjecture lors d'une communication sur *Le Romantisme dans les mathématiques*, (Colloque *Destins de l'art, dessein de la science*, Caen, oct. 86).

Corollaire : il faut lutter contre l'amnésie. Alors qu'il n'est pas d'invention artistique qui ne trouve en partie ses sources dans son passé et qui ne le revendique, tout se passe comme si l'on voulait accréditer l'idée que la création scientifique proviendrait ex nihilo ou ex abstracto, la rupture tenant lieu d'histoire. Certes, la notion de progrès scientifique se substitue tendanciellement à celle de procès de son évolution, en raison même de la nature de la science. Mais il n'en va pas toujours ainsi. En voici un contre-exemple dont l'ambiguïté n'échappera à personne : les mathématiciens ont souvent fait appel, a posteriori, à d'illustres devanciers, pour fonder de l'autorité des ans et des anciens une nouvelle démarche ; qu'il nous suffise de convoquer ici : Grégoire de Saint-Vincent qualifiant de méthode d'exhaustion la méthode d'Archimède de descente finie sous un seuil donné, dans l'instant où il passe à la limite en sacrifiant la rigueur grecque ; Poncelet et Chasles exhumant l'esprit d'un Desargues prétendument oublié à l'époque où la toute nouvelle géométrie supérieure doit faire sa place aux côtés de l'analyse triomphante ; ou encore les analystes non-standard faisant appel aux mânes d'un Leibniz ou d'un Fontenelle avec ses *Eléments de Géométrie de l'Infini*. On aimerait que la mémoire des savants soit plus constante et moins intéressée.

THÉORÈME II : la culture scientifique des nouvelles générations ne doit pas se limiter à la pratique (qui n'est pas toujours la maîtrise, ni même la connaissance) des nouvelles technologies.

Preuve : les retombées technologiques de la science n'en sont que l'illustration ultime et utilitaire. Si l'acquisition d'un savoir va de pair avec celle d'un savoir-faire, celui-ci ne doit pas être désincarné, ni ne doit relever de la recette ou de l'automatisme.

Corollaire : de ce double point de vue, - 1°) c'est l'homme qui fait la science, 2°) l'intelligence ne sera pas artificielle ou ne sera pas -, l'introduction de l'histoire d'une discipline dans son enseignement peut et doit rendre sa dimension humaine et culturelle à la transmission de ce savoir, et favoriser ainsi un autre rapport des élèves et des étudiants aux disciplines scientifiques.

THÉORÈME III : la culture scientifique des nouvelles générations ne doit pas se limiter à la théorie sous sa forme la plus achevée.

Preuve : procéder à l'exposé des connaissances actuelles sous la forme close du dernier cri conduit, sauf pour les quelques étudiants qu'une culture générale rend aptes à en saisir le raccourci, voire à en apprécier les aspects esthétiques, à trois déviations majeures : 1°) un rapport légiste à la science (M'sieur, est-ce que j'ai le droit de ?), peu propice à la transgression et à l'invention ; 2°) un rapport passif à la science (M'sieur, comment faut faire ? C'est où dans le cours ?), peu propice à la démarche heuristique ; 3°) un rapport religieux à la science (M'sieur, c'est toujours comme ça ?), peu propice à l'errance et au plaisir.

Corollaire : l'apprentissage de l'heuristique ne pouvant faire l'économie de l'errance, l'histoire est là pour nous rappeler que l'erreur n'a rien d'infamant, que parfois le faux pas est incontournable et créatif, voire même que la vérité d'hier n'est que grossière approximation aujourd'hui. Car si l'erreur est humaine, la science dont on nous donne le spectacle semble passer au travers, qui prétend nous venir des anges, et bienheureux les riches en esprit que leur milieu a instruit du sens de la gratuité.

THÉORÈME IV—(en forme de proposition pour l'avenir) : tout enseignement d'une science ne peut faire l'économie de son histoire.

Preuve : faut-il vraiment y insister ? Des preuves partielles viennent d'en être données dans les théorèmes précédents et leurs corollaires. Il nous faut encore invoquer l'argument suivant : l'histoire d'une science est aussi le prétexte à son inscription dans l'histoire des idées. Que la science ait à voir avec son époque, qu'elle ait à voir avec les autres sciences, les techniques et les arts, ne va pas sans dire, au siècle de la spécialisation et du cloisonnement des disciplines. C'est à ce prix, et à ce prix seulement, que notre époque pourra réinventer un nouvel humanisme.

SCHOLIE GÉNÉRAL (en guise de résumé) : les sciences dites exactes, et particulièrement les mathématiques, ont une tendance à se transmettre sous une forme cumulative et à présenter au "public", essentiellement étudiant, la forme la plus achevée, "au goût du jour", de ses théories. De ce fait, l'aventure humaine que constitue l'élaboration des théories disparaît derrière le formalisme et le dogmatisme. La discipline qui se ferme à son passé peut y perdre le sens de son devenir, quand elle n'y perd pas de surcroît les traces de ce qui a été passé sous silence, pour cause d'inadéquation de la théorie ou de la conjecture, avec les certitudes du moment.

Les élèves et les étudiants qui n'ont pas accès à cette histoire y perdent l'épaisseur humaine et la diversité des approches, qui faciliteraient l'accès à la connaissance et leur permettraient de relativiser les théories dans chaque science, et d'intégrer les sciences dans l'histoire de la pensée. L'introduction de l'histoire des sciences est un facteur d'interdisciplinarité, mais surtout d'approche culturelle du réel et de réunification des savoirs éclatés.

La mémoire travaille ici contre la schizophrénie.

2°) ... À LA PRATIQUE : DESCRIPTIF DANS LE STYLE EUCLIDIEN.

PROBLÈME I : que faire ? Et par où commencer ?

LEMME I : il n'existe pas de formation institutionnelle systématique en histoire des sciences, tant initiale que continue.

Preuve : il y a pauvreté de l'histoire des sciences en France. Confirmons cette règle par ses exceptions : elle ne vaut pas pour certaines disciplines (comme la médecine, où les praticiens sont curieux de leur passé et ont cultivé, jusqu'à ces dernières années, au moins, une tradition historique) ; elle est démentie par l'effort de brillantes personnalités qui se sont retournées sur l'histoire de leur discipline (Jean Rostand, par exemple).

Certes l'école française d'épistémologie et d'histoire des sciences et des techniques existe, qui ne manque pas de noms à citer depuis plusieurs décennies, scientifiques et/ou philosophes de formation (Georges Canguilhem, Pierre Costabel, Maurice Daumas, Jean Dhombres, Michel Foucault, Bertrand Gille, Alexandre Koyré, François Russo, Michel Serres, René Taton, &c....).

Mais il n'existe que peu de structures d'enseignement et de recherche dans ce domaine (Laboratoire du CNRS, Centre Koyré à l'EHESS, &c, et quelques Séminaires dans certaines universités), contrairement à ce qui se passe souvent dans les autres pays, comme par exemple les pays anglo-saxons qui ont une longue tradition dans ce domaine. Dans beaucoup d'endroits, ce sont des associations qui suppléent aux institutions manquantes (l'ALIAS de Lille, le SIHS de Caen, &c...). De ce fait, l'épistémologie française est souvent spéculative, livrée aux seuls philosophes, et pêche par méconnaissance des objets et des théories qu'elle analyse.

Or, certains signes récents peuvent faire espérer un changement : la prise en compte de l'histoire des mathématiques par la Commission "Dacunha-Castelle" chargée de définir les nouveaux programmes de mathématiques du secondaire, l'intitulé de la Commission "Derrida-Bouveresse" chargée de la philosophie "et de l'histoire des sciences", l'introduction de notions d'histoire des sciences dans les programmes d'histoire.

Peut-on y voir la promesse que la redéfinition de ce que pourrait être une culture scientifique se fera sur une base culturelle et non pas technologique ? Qu'une véritable formation initiale et continue en histoire des sciences, sera mise en place pour les enseignants de toutes les disciplines concernées ? La Commission inter-IREM d'épistémologie et d'histoire des mathématiques travaille à sortir de l'oubli cette nécessité vitale de notre enseignement des sciences. Mais en attendant ?

LEMME II : il existe à Caen un contexte porteur en matière d'histoire des sciences.

Preuve : 1) le Séminaire interdisciplinaire d'Histoire des Sciences du Lycée Malherbe (SIHS), fonctionne depuis 1979 et s'est constitué en association de type "loi 1901" en 1984. Il réunit une vingtaine de membres actifs et ses séances mensuelles ont déplacé une soixantaine de personnes, de manière assidue pour une trentaine d'entre elles. Ses premiers Actes ont été publiés par l'IREM de Basse-Normandie : les 300 exemplaires des numéros 1 & 2 de *La Science à l'âge baroque* sont quasiment tous diffusés. La revue qui en a pris le relais, *SCHOLIES*, paraît depuis 1987 à raison de trois numéros par an : elle a touché plus de 200 personnes dont 130 abonnés. Le directeur de l'UFR des Sciences de l'Homme, René Fréreau, qui enseigne la philosophie et l'épistémologie, participe au Séminaire et demande en 1985 à quelques animateurs du groupe de concevoir un enseignement d'histoire des sciences en DEUG philosophie, et de prendre en charge cette valeur qui remplacera la valeur obligatoire de sciences exactes dispensée jusque là.

2) L'IREM de Basse-Normandie fut un des pionniers de l'Histoire des Sciences dans les IREMs, en organisant, en particulier, le premier Colloque inter-IREM d'épistémologie et d'histoire des mathématiques, à Tailleville en 1977. Depuis cette époque, plusieurs animateurs ont constitué un cercle de recherche et de formation, dont les directions de travail sont : initiation à la lecture de textes fondateurs en mathématiques, initiation pluridisciplinaire à la représentation de l'espace (perspective mathématique et artistique, des points de vue des techniques, de l'histoire des sciences et de l'histoire de l'art), en matière de formation ; lecture critique et publication de textes, histoire de la perspective et de la géométrie projective, en matière de recherche.

L'IREM de Basse-Normandie s'est distingué par sa participation à la mise en place d'une exposition : *Le Pérugin, exercices sur l'espace* en 1984, travail interdisciplinaire proposant l'histoire et la technique de la perspective autour d'un tableau du Pérugin : *Le Mariage de la Vierge* ; et par l'organisation d'un Colloque en 1986 : *Destin de l'art et desseins de la science*. Par ailleurs certains animateurs collaborent depuis sa fondation en 1987 à la programmation du Séminaire *Histoire, théorie et pratique de la perspective et des modes de représentation* (Laboratoire UPR21 du CNRS et Centre Koyré de l'EHESS), à l'Institut Henri Poincaré.

Construction (solution du problème I) : 1°) travailler à la formation d'abord, tant initiale que continue. 2°) créer une valeur d'histoire des sciences pour les étudiants scientifiques. Développons :

1°) Introduire une perspective historique dans l'enseignement des sciences dès le secondaire paraît impraticable de façon massive en raison du manque de formation des enseignants dans ce domaine. Sans exclure les initiatives individuelles ou locales d'utilisation du point de vue historique dans les enseignements du secondaire, telles qu'elles ont vu le jour dans certains IREMs, sans oublier que notre propre pratique pédagogique dans le secondaire s'est trouvée modifiée par l'effort d'autoformation entrepris depuis douze ans, la priorité que nous défendons, comme première étape nécessaire, est donc de former les enseignants de sciences, mathématiques et sciences physiques.

2°) À côté des stages de formation continue proposés par l'IREM, le cercle d'animateurs de l'IREM a conçu un projet de valeur optionnelle d'*histoire des mathématiques et de sciences physiques par les textes*, pour le DEUG A, première année de Sciences, qui fut proposé à l'UFR de sciences en 1987, et retenu pour la rentrée de septembre 87.

L'année suivante (88-89), cette valeur fut dédoublée, proposant un même enseignement, renouvelé dans ses contenus par rapport à l'année précédente, aux deux niveaux du DEUG A, première et deuxième années. L'expérience s'est poursuivie cette année, sur les deux niveaux, avec un nouveau programme, complétant les précédents. L'idée de tourner avec un programme sur trois ans plutôt qu'avec deux programmes annuels, est liée à la volonté de ne pas multiplier les charges de travail, l'enseignement étant assuré par des professeurs ayant un temps quasi-complet dans le secondaire, et une modeste décharge IREM déjà bien occupée par la formation et la recherche. La valeur comporte 50 heures ; elle est divisée en cinq modules de cinq séances de deux heures : trois modules de mathématiques et deux de sciences physiques. Le contrôle des connaissances est composé d'un contrôle continu (une épreuve par module, pour éviter l'effet cumulatif du travail de révision, préjudiciable à l'effort demandé dans les disciplines à fort coefficient), et d'un examen terminal pour les étudiants n'ayant pu passer tout ou partie des épreuves partielles.

Le choix du DEUG comme niveau d'intervention se justifie, dans la perspective envisagée, par le fait que le projet associe l'introduction de l'histoire des sciences ainsi que les périodes étudiées à la pratique mathématique ou physique réelle des étudiants, développée dans les autres valeurs du DEUG : il faut commencer assez tôt dans le cursus d'un étudiant pour que ses acquisitions théoriques coïncident avec des contenus mathématiques élaborés dans les périodes antique, renaissance et classique, et pour qu'elle ait des incidences sur la pédagogie future de ceux qui se destinent à l'enseignement. Un enseignement d'histoire des mathématiques au niveau maîtrise, par exemple, qui serait parallèle aux contenus scientifiques enseignés, se restreindrait vite aux seuls XIX^e et XX^e siècles.

PROBLÈME II : quels contenus ? Et quelle forme ?

Construction : les contenus essaient de tenir compte de ceux des valeurs obligatoires, en complétant l'information du point de vue historique (histoire de l'algèbre ou de la résolution des équations, par exemple), et du point de vue technique (résolution des équations du troisième degré, par exemple) lorsque tel algorithme ou telle notion sont laissées pour compte, faute de temps, par le programme des valeurs obligatoires.

L'évolution des pensées mathématique et physique est étudiée au travers de larges extraits de textes majeurs (d'Euclide à Einstein). Des exposés magistraux d'introduction permettent de replacer chaque texte dans son contexte historique général (civilisation, sciences, philosophie) ; l'étude ligne à ligne et dirigée des textes doit permettre d'en comprendre teneur et portée, et de les replacer dans la genèse des concepts fondamentaux des pensées scientifiques. Afin d'éviter un survol et de permettre l'approfondissement des thèmes retenus pour le programme annuel de cet enseignement, le nombre de ces thèmes est limité. Les programmes de deux années successives ont des contenus relativement autonomes : cela permet aux étudiants reçus la première année de suivre et présenter une seconde valeur, et à ceux qui ne le seraient pas d'étudier de nouveaux contenus et de nouveaux textes.

Le parti-pris de lecture de textes résulte :

- 1°) de notre expérience : la lecture des textes est souvent surprenante en regard des lectures et des commentaires qu'ont pu en faire les scientifiques ou certains historiens. Il s'agit de ne pas tomber dans le travers de l'histoire récurrente qui veut faire dire la science moderne aux anciens ;
- 2°) de notre volonté de montrer la science en cours d'élaboration ou dans ses multiples formes et modes d'exposition.

L'évaluation, contrôles continu et terminal, consiste en l'étude et le commentaire d'extraits de textes, en rapport avec les thèmes des modules, mais choisis le plus souvent hors du corpus analysé en cours. Les questions posées sont d'ordre historique, épistémologique, et scientifique (concepts, contenus et techniques de calcul ou de démonstration).

L'évaluation est donc fondée sur une triple exigence : l'étudiant doit faire preuve de connaissances historiques (distinguer les périodes, situer les hommes et les oeuvres sans commettre d'anachronisme), de connaissances épistémologiques (dégager de la simple chronologie, les moments décisifs, les concepts fondamentaux, les ruptures, les périodes d'assimilation et de transmission, les obstacles épistémologiques), et de connaissances scientifiques (compréhension des textes anciens, de leurs contenus, des techniques qu'ils mettent en oeuvre).

Voici les programmes des trois années passées :

PROGRAMME DES COURS - ANNEE 1987-88.

MODULE 1 : Les Nombres. Des entiers aux complexes : les vertus de l'algèbre.

1. Présentation générale du cours. La préhistoire de l'algèbre : Babyloniens, Egyptiens.
2. L'algèbre géométrique des Grecs : Euclide, Elément II. T.D. sur les deux premières séances.

3. Les algèbres indienne et arabe. Introduction en Occident.
4. Le développement de l'algèbre en Occident : Viète, Descartes.
Le problème des quantités négatives et imaginaires : Cardan, Bombelli, Tartaglia, Beaugrand, Carnot, Argand.

MODULE 2 : L'Astronomie.

1. Aristote, *Du Ciel* : le géocentrisme, la chute des corps, la théorie des sphères homocentriques.
2. Ptolémée. Principes généraux. Epicycles et déférents : définition, équivalence.
3. Copernic, le *Commentariolus* : le passage à l'héliocentrisme.
4. Képler, *Astronomia nova* : le système cinématique du monde et les trajectoires elliptiques.

MODULE 3 : La mesure des grandeurs. Des entiers aux réels : le point de vue géométrique.

1. Géométrie et nombres : le "scandale" des irrationnelles et son dépassement : proportions, incommensurables, approximations.
La théorie des proportions d'Eudoxe-Euclide : Elément V.
2. Pour la lecture d'Archimède : techniques calculatoires (papyrus Rhind, Héron), Euclide (les incommensurables, Elément X, prop. 1), la méthode dite d'exhaustion : principe, application.
3. Archimède, *La Mesure du Cercle* : lecture commentée, portée.
Pour la lecture de Descartes : Stevin, Viète, Descartes (*Regulae*).
4. Descartes, *La Géométrie* : début du livre I.
Dedekind : la construction moderne des réels.

MODULE 4 : Les fondements de la mécanique.

1. Galilée : les débuts de la mécanique moderne : la chute des graves.
2. Descartes : principes de la philosophie et système des mondes infinis.
3. Newton : la théorie du mouvement.
4. Newton : la gravitation universelle.

MODULE 5 : La géométrie des figures. D'Euclide à Descartes.

1. Euclide : généralités. *Les Eléments* : place, contenu, principes d'organisation, style. Lecture du début du premier élément : définitions, postulats, axiomes, propositions 1, 2, 47, 48 (théorème de Pythagore).
2. Les coniques avant et chez Apollonius. Lecture de la proposition XI des *Coniques* : détermination de la parabole.
3. Pappus : les problèmes classiques de la géométrie grecque : moyennes en proportion continue, duplication du cube, trisection de l'angle.
Un exemple de méthode graphique : tracé de l'ellipse par Dürer.
4. Les nouvelles méthodes en géométrie : Fermat, le lieu à trois droites ; Descartes, le problème de Pappus, classification des courbes et des équations.

PROGRAMME DES COURS - ANNEE 1988-89.

MODULE 1 : De l'exhaustion au calcul infinitésimal.

1. Présentation générale de la valeur et des modules. Préhistoire du calcul infinitésimal : le statut de l'infini chez les grecs ; les Eléates ; l'axiome d'Eudoxe et la méthode, dite "d'exhaustion" chez Euclide et Archimède.

2. T.D. : Archimède & les quadratures de la parabole, lecture commentée. Cours : la question des infinitésimaux au début du XVII^e siècle, diversité des problématiques et des méthodes (problème des tangentes : adégulation de Fermat et point de vue cinématique de Roberval, calcul d'aires et exhaustion modernisée chez Grégoire de Saint-Vincent, méthode des indivisibles de Cavalieri).
3. T.D. : lecture commentée de Fermat, Cavalieri et Torricelli. Cours : les nouveaux calculs de Newton et Leibniz, unificateurs et universels ; le triangle caractéristique de Pascal (lecture du traité des sinus) ; la querelle de paternité (lecture de Fontenelle) et la question des fondements du calcul infinitésimal.
4. T.D. : lecture commentée de Newton (les premières et dernières raisons, les fluxions et la méthode singulière des Principia) et de Leibniz. Cours : les épigones et le devenir du calcul infinitésimal ; développement et limites. T.D. : l'exemple du Marquis de l'Hospital, support d'un exemple de contrôle continu.

MODULE 2 : L'optique classique : de Descartes à Maxwell.

Les quatre séances ont été consacrées à la présentation de l'évolution et de l'affrontement des thèses corpusculaire et ondulatoire, au travers des textes fondamentaux : Descartes, Huyghens, Newton, Fresnel et Maxwell.

MODULE 3 : Préhistoire de la géométrie projective : d'Apollonius à Lambert.

1. La géométrie grecque : conceptions et méthodes ; les auteurs et les oeuvres, s'agissant de définir les sections coniques ; évolution de la définition. T.D. : lecture commentée d'extraits des coniques d'Apollonius. Le théorème de Ménélaüs selon Ptolémée. Naissance de la perspective linéaire au Quattrocento italien : le problème des peintres. L'invention de la perspective linéaire : Brunelleschi et Alberti.
2. Les théoriciens de la perspective : diversité des méthodes aux XV^e et XVI^e siècles ; la synthèse de Vignole. T.D. : lecture commentée des textes théoriques ; Alberti, Piero della Francesca, fin XV^e, et Guidobaldo del Monte, 1600 (les points de concours pour tout faisceau de parallèles).
3. Le renouveau théorique du premier XVII^e siècle, tant en perspective qu'en matière de sections coniques. La synthèse arguésienne. T.D. : lecture commentée d'extraits substantiels du *Brouillon project* de Desargues. La proposition géométrique de 1648 sur les triangles perspectifs homologues.
4. L'héritage arguésien : Pascal et l'*Essay sur les coniques*. Evocation de La Hire, Lepoivre et Newton (les premières transformations projectives). Retour sur la perspective : le traité de Taylor et les méthodes numériques et géométriques de Lambert ; la perspective affranchie du géométral et la projection centrale comme mode démonstratif. T.D. : lecture commentée de Pascal, Taylor et Lambert.

MODULE 4 : La mécanique quantique.

L'étude s'en est faite au travers de textes de Richard Feynman, Werner Heisenberg, Niels Bohr, Erwin Schrödinger et Louis de Broglie, ainsi que d'extraits de la correspondance de Albert Einstein et Max Born.

MODULE 5 : L'arithmétique de Diophante à Gauss.

L'étude s'en est faite au travers de textes d'Euclide (VII, IX & X), Nicomaque de Gérase, Diophante d'Alexandrie, Abu-Ga-Far, Pierre de Fermat, Blaise Pascal, Léonard Euler, Karl-Friedrich Gauss et Henri Poincaré.

PROGRAMME DES COURS - ANNEE 1989-90.

MODULE 1 : Les *Éléments* d'Euclide.

Les mathématiques grecques. Contexte, contenus, place et prospérité de l'oeuvre. Lecture exhaustive du Livre I. Le style euclidien et la méthode hypothético-déductive. Le raisonnement par l'absurde.

MODULE 2 : Relativité généralisée et cosmologie (I).

L'étude, conduite sur deux modules, s'en est faite sur des textes de G. Bruno, I. Newton, Olbers, A. Einstein, G. Lemaitre, F. Hoyle et G. Gamow.

MODULE 3 : La genèse des géométries non-euclidiennes.

Commentaires de Proclus. Théories des parallèles en pays d'Islam. Textes de Wallis, larges extraits de Saccheri et de Lobatchevski. Les diverses tentatives de démonstrations du cinquième postulat ; les hypothèses dites de l'angle aigu, droit ou obtus ; la mise en forme de la géométrie hyperbolique ; les modèles euclidiens des G. N. E.

MODULE 4 : Relativité généralisée et cosmologie (II).

MODULE 5 : De la résolution des équations algébriques.

Textes de Brahmagupta, Al-Khwarizmi, Omar Khayyam, Bhaskara, Cardan, Tartaglia, Bombelli, Girard, Descartes, Euler, d'Alembert et Argand. La résolution des équations du second, troisième et quatrième degrés, par les méthodes algorithmiques ; l'introduction des quantités imaginaires, et leur statut jusqu'au XIX^e siècle.

Note : l'enseignement s'appuie sur des documents photocopiés, recueils de textes et d'extraits de textes, livrés sans aucun commentaire écrit (par année : de 100 à 150 pages en mathématiques, et de 50 à 60 en sciences physiques). On en trouvera la liste en fin d'article.

PROBLÈME III : Quelles perspectives ?

Conjectures : 1^o) Lors des travaux préparatoires à la mise en place d'un DEUG sciences rénové, il a été pris le parti de supprimer toutes les valeurs annexes (optionnelles comme les deux valeurs d'histoire des sciences). Cette décision devait être applicable à la rentrée de septembre 90 et signifiait l'arrêt de cet enseignement. Il semble, aux dernières nouvelles que la mise en place de ce DEUG ait été différée d'un an, et que les valeurs pourraient théoriquement fonctionner encore une année. Mais d'autres problèmes interférant (changement éventuel de directeur à l'IREM, suppression des services partiels du supérieur octroyés jusque là à l'IREM par l'UFR de sciences), la menace de suppression qui pèse à terme sur cet enseignement pourrait bien amener l'IREM à y renoncer dès la prochaine rentrée.

2°) A contrario, le département de mathématiques de l'UFR de sciences, dans son projet de maîtrise de mathématiques qui devrait être mis en place à la rentrée 91, a inclus une valeur optionnelle d'histoire des mathématiques (63 heures/année), qui serait assurée par trois des quatre enseignants actuellement chargés du DEUG (le quatrième enseignant l'histoire de la physique). Le projet élaboré pour approbation du Conseil d'Université et habilitation du Ministère se présentait ainsi :

- CONTENUS (à titre indicatif pour la première année) : 3 modules de 21 heures.
 - 1°) De la résolution des équations algébriques (de Cardan à Galois),
 - 2°) Une histoire de la géométrie projective (de Desargues à Klein),
 - 3°) Une histoire de l'analyse (de Leibniz à Cauchy).

- FORME GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT :

Elle reprend celle du DEUG : exposés magistraux d'introduction permettant de replacer chaque texte dans son contexte historique général (civilisation, sciences, philosophie) et étude ligne à ligne, dirigée, des textes permettant d'en comprendre teneur et portée, ainsi que de les replacer dans la genèse des concepts fondamentaux. Le choix des thèmes et des textes est lié aux contenus des enseignements théoriques assurés par ailleurs.

- OBJECTIFS :

L'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques au niveau de la maîtrise devrait

- 1°) faciliter l'accès des étudiants à la synthèse de leurs connaissances mathématiques,
- 2°) donner un éclairage nouveau à des concepts parfois assimilés d'une manière technicienne (rendre les théories nécessaires),
- 3°) favoriser l'intégration des connaissances mathématiques dans un contexte culturel large (redonner sens à l'expression " culture scientifique "),
- 4°) accroître la capacité de futurs enseignants et chercheurs à informer un large public des enjeux et des méthodes de la science mathématique,
- 5°) former des scientifiques aux méthodes d'une épistémologie fondée sur les textes (ne plus laisser le champ libre aux seuls spécialistes non spécialistes), et surtout
- 6°) apporter à de futurs enseignants des éléments pour une approche pédagogique des mathématiques qui soit centrée sur les objets et les méthodes de cette science spéculative plutôt que sur sa recevabilité et la réceptibilité des individus (une pédagogie relevant du magistère historique plutôt qu'une psycho-pédagogie relevant des techniques de communications).

Note : il est clair que cette valeur ne toucherait qu'un nombre restreint d'étudiants, et à une période plus tardive de leur cursus. Il est manifeste qu'elle est moins concernée par l'histoire des sciences physiques, sauf à l'utiliser comme source de problématiques mathématiques. Il apparaît enfin, dans ce projet comme dans l'expérience menée en DEUG, que l'histoire des mathématiques fait l'objet d'un enseignement séparé du reste, et non intégré à l'enseignement de la discipline elle-même.

L'introduction d'une perspective historique dans le supérieur semble donc ici limitée à la formation initiale de futurs enseignants, et reléguée à terme, comme pratique enseignante réelle, au niveau de l'enseignement secondaire. Si l'expérience caennaise devait se poursuivre et s'élargir, il serait souhaitable qu'elle prenne d'autres formes.

Il serait en effet prématuré de conclure sur l'adéquation des modalités caennaises de cette introduction puisque nous n'avons pas ou peu de points de comparaison, ni d'autre alternative, localement. Si nous avions eu le choix a priori, nous aurions opté pour une intégration d'éléments historiques dans l'enseignement des disciplines au niveau du DEUG comme au niveau de la maîtrise - mais cela supposerait une formation des enseignants du supérieur... -, et pour un enseignement complémentaire (épistémologie, méthodes de l'histoire des sciences et pratiques pédagogiques) que cette introduction en DEUG et licence autoriserait alors au niveau d'une maîtrise conçue pour de futurs enseignants de mathématiques. Nous tenterons néanmoins, dans la section qui suit, de donner un aperçu des aspects positifs et des manques que trois années de pratique nous ont fait percevoir.

3°) EN PASSANT PAR LA RÉALITÉ : REGARD RÉTROSPECTIF SAISI PAR LE DOUTE CARTÉSIEN.

Commentaire a posteriori :

La valeur optionnelle de DEUG a été suivie par une quarantaine d'étudiants chaque année, avec un succès qui ne s'est pas démenti, puisque l'effectif a été légèrement croissant et que quelques uns ont suivi la valeur de seconde année avec un vif intérêt. Les étudiants de DEUG A1 sont au nombre de 400 à Caen, et ils ont à choisir entre six valeurs optionnelles (les cinq autres sont : techniques d'expression et de documentation, langue vivante, initiation au dessin industriel, la chimie dans le monde moderne et le nucléaire et ses multiples applications ; il y a huit options dans le DEUG A2). Le statut de ces valeurs dans l'obtention du DEUG (la note obtenue dans la valeur optionnelle est prise en compte pour compenser, après l'oral, les notes défectueuses des valeurs obligatoires, grâce aux points au dessus de la moyenne acquis par l'étudiant), n'est pas très attractif, compte tenu du fait que de bons résultats dans cette valeur supposent un travail soutenu : cette valeur n'a pas la réputation d'être bradée. On peut donc raisonnablement penser qu'il s'agit d'un succès de curiosité, sinon d'estime.

Lors des séances de bilan, si tous les présents expriment leur intérêt sur cette présentation des sciences, les avis sont partagés sur le bénéfice qu'ils en ont retiré : lorsque l'on touche à des sujets bien maîtrisés sur le plan des connaissances et des techniques, l'histoire contribue à renforcer la nécessité des théories (mais alors n'est-il pas un peu tard ?), ou à éclairer les fondements par la production d'images mentales qui sont souvent absentes des exposés axiomatique-déductifs ; si l'on touche à des sujets qui n'ont jamais été abordés dans le cursus antérieur (la géométrie projective ou les géométries non-euclidiennes par exemple), la difficulté des textes, accentuée par leur effet d'étrangeté (la langue française du XVII^e, ou le style des textes anciens en général), en a rebuté plus d'un : l'historicité des textes fonctionne alors comme un écran supplémentaire dans l'accès aux connaissances, surtout si une traduction en langage algébrique moderne n'est pas envisageable. Il reste que l'histoire des sciences a permis, en ces occasions d'aborder des thèmes que l'enseignement théorique néglige (effet de mode ou péremption réelle ?) : il en va ainsi de l'arithmétique ou de la géométrie projective, par exemple.

La question qui reste donc posée, après trois ans d'expérience, est celle de la pertinence d'un tel enseignement. S'il s'agit de donner le goût de l'histoire des sciences aux étudiants de sciences, le contrat est certainement rempli : leur rapport aux disciplines concernées en a sans doute été changé, ce qui peut avoir une influence sur leur comportement professionnel ultérieur (surtout s'il s'agit d'enseignement), et leur bagage culturel s'est trouvé étendu par l'apport de connaissances nouvelles et par leur mise en rapport avec des démarches qu'ils considèrent souvent comme éloignées de leurs préoccupations (épistémologie, histoire des idées et des religions).

S'il s'agit de former de futurs enseignants de mathématiques ou de sciences physiques capables d'introduire une perspective historique dans leur pédagogie, il va de soi qu'il reste du chemin à parcourir puisque cette expérience reste locale et ne touche que des étudiants ayant choisi l'option, qui ne sont donc pas toujours de futurs enseignants.

On peut en outre regretter que l'histoire des sciences fasse l'objet d'un enseignement parallèle et non intégré, s'agissant de montrer la voie à de futurs enseignants.

S'il s'agit de plus d'introduire une perspective historique dans l'enseignement des sciences à l'université, la démarche reste à l'évidence tout à fait marginale, même localement, puisque cette valeur est indépendante des autres (même si elle s'est contrainte à un travail en parallèle), dont la forme reste inchangée : elle fonctionne donc plus comme une sorte de supplément d'âme dont on peut à la rigueur se passer si les événements l'exigent ; et c'est bien le constat des difficultés des étudiants fraîchement émoulus du secondaire qui a poussé l'UFR de sciences au projet de suppression des valeurs annexes, pour permettre le recentrement de l'enseignement autour des valeurs "traditionnelles" et le renforcement des bases des étudiants titulaires d'un baccalauréat "sous-développé" (heures de soutien).

4°) FAISONS UN RÊVE : REGARD PROSPECTIF (SAISI PAR LA DÉMENCE ?).

Est-ce à dire qu'il faille renoncer ? Répétons-le : aucune transformation de l'enseignement scientifique, posée en termes culturels, n'est envisageable à terme si elle ne commence par une formation des enseignants eux-mêmes ; qu'on imagine seulement le bruit et la fureur que provoquerait demain l'imposition par le Ministère de l'Éducation Nationale d'une mesure telle que : l'enseignement des mathématiques devra désormais être conduit de manière à mettre en évidence leur procès historique...

Et pourtant, la demande sociale s'est transformée : les entreprises demandent plutôt des têtes bien faites que des têtes seulement bien pleines, et la multiplication des entretiens dits de culture générale ou de motivation montrent que l'un des soucis à l'embauche est l'adaptabilité.

La réponse du service public ne doit pas être technicienne, mais culturelle. Et à l'heure où se déploient les grandes manoeuvres pour une restructuration de la formation des maîtres dans les futurs IUUFM, il n'est peut-être pas inutile de le rappeler.

Nous concluerons par ce qui paraît être une position de principe affirmée de ce service public, dont nous aimerions qu'elle ne reste pas lettre morte, en citant des extraits du rapport de la Commission "Bourdieu et Gros" sur la redéfinition des contenus d'enseignement (*Le Monde* du 9 mars 1989 : *Sept principes pour réformer les programmes*) :

[...] VII. La recherche de la cohérence devrait se doubler d'une recherche de l'équilibre et de l'intégration entre les différentes spécialités, et, en conséquence, entre les différentes formes d'excellence. Il importerait en particulier de concilier l'universalisme inhérent à la pensée scientifique et le relativisme qu'enseignent les sciences historiques, attentives à la pluralité des modes de vie et des traditions culturelles.

[...] L'enseignement des mathématiques ou de la physique, tout autant que celui de la philosophie ou de l'histoire, peut et doit permettre de préparer à l'histoire des idées, des sciences ou des techniques (cela évidemment, à condition que les enseignants soient formés en conséquence).

[...] L'opposition entre les "lettres" et les "sciences", qui domine encore aujourd'hui l'organisation de l'enseignement et les "mentalités" des maîtres, des élèves et des parents d'élèves peut et doit être surmontée par un enseignement capable de professer à la fois la science et l'histoire des sciences ou l'épistémologie, d'initier aussi bien à l'art ou à la littérature qu'à la réflexion esthétique ou logique sur ces objets, d'enseigner non seulement la maîtrise de la langue et des discours littéraire, philosophique, scientifique, mais aussi la maîtrise active des procédés ou des procédures logiques ou rhétoriques qui y sont engagés.
[...]

POSTLUDE.

PORISME (en guise d'exercice pour la semaine prochaine) :

Étant donné une université, passant par une UFR de sciences et un IREM, construire un IUFRM qui tourne rond et dont le centre ne soit pas le seul département des sciences de l'éducation. On veillera à ce que la boule de formation des maîtres soit connexe et contienne un maximum de points intérieurs, eux-mêmes riches en contenus ; on aura soin de préciser la distance mutuelle des points suivants : contenus mathématiques et histoire des mathématiques, contenus scientifiques et histoire des sciences, &c...

HINT 1 : utiliser le postulat n°V et la notion commune n°IV.

HINT 2 : on suggère l'utilisation d'une distance ultramétrique.

* * * * *

ORIENTATION BIBLIOGRAPHIQUE

Il ne s'agit pas de donner ici une bibliographie en histoire des sciences ou des mathématiques, que l'on pourra trouver, ébauchée et bien incomplète, dans le Bulletin inter-IREM n°18 de septembre 1979, qui lui est consacré.

Nous indiquons les ouvrages généraux que nous recommandons aux étudiants, qui disposent en outre de bibliographies thématiques, et le contenu des recueils de textes que nous avons utilisés depuis trois ans. Ces recueils, à tirage limité puisqu'à vocation pédagogique locale, ont été expédiés à tous les IREMs, ainsi qu'un recueil d'annales suivies jusqu'en juin 89. Nous envisageons, pendant l'année 90-91, l'élaboration de fascicules par thèmes, comprenant une courte introduction, les textes choisis et les extraits d'annales correspondant au thème. Ces fascicules seront expédiés à tous les IREMs et disponibles à l'IREM de Basse-Normandie en 1991.

OUVRAGES DE RÉFÉRENCE

- *Routes et dédales : une histoire des mathématiques*, A. Dahan et J. Peiffer. Seuil, Collection Points-Sciences, n°S49.
- *Histoire des mathématiques*, J.P. Collette, Vuibert-ERPI, 1973.
- *Mathématiques au fil des âges*, Commission inter-IREM d'épistémologie et d'histoire des mathématiques, Gauthier-Villars, 1987.
- *La rigueur et le calcul*, Commission inter-IREM d'épistémologie et d'histoire des mathématiques, CEDIC, 1982.
- *La lumière*, B. Maitte, Seuil, Collection Points-Sciences, n°S28.
- *Petite logique des forces*, P. Sandori, Seuil, id. n°S38.
- *Histoire générale des sciences*, Dir. R. Taton, PUF, 1956-64.

RECUEIL 87-88

Mathématiques, textes et extraits (de 1 à 15p.) :

- Tablettes babyloniennes, - Ahmès (Papyrus Rhind), - Platon (Ménon, Théétète),
- Aristote (Les Analytiques), - Euclide (Les Éléments, I, II, V, VI, IX, X),
- Archimède (La mesure du cercle), - Apollonius de Perge (Les Coniques, I),
- Héron d'Alexandrie (Les Métriques), - Pappus d'Alexandrie (La Collection mathématique, III, IV), - Diophante d'Alexandrie (Les Arithmétiques),
- Brahmagupta (Siddhanta), - Al-Khwarizmi (Al-jabr w'al muqabala),
- Omar Khayyam (Algèbre), - Abraham Ben Ezra (Liber augmenti), - Bhaskara (Vija-ganita), - Nicolas Chuquet (La Géométrie), - Albrecht Dürer (Instruction pour la mesure..., I), - Gerolamo Cardano (Ars Magna), - Rafaele Bombelli (Algebra), - Niccolo Tartaglia (Trattato di aritmetica), - Christophore Clavius (Aritmetica prattica), - Simon Stevin (Traité des incommensurables grandeurs, La Disme), - François Viète (Nouvelle algèbre), - Albert Girard (Invention nouvelle en algèbre), - Pierre de Fermat (Oeuvres), - Jean de Beaugrand (Pamphlet contre Descartes), - René Descartes (Règles pour la direction de l'esprit, La Géométrie, I, II), - Blaise Pascal (Traité du triangle arithmétique), - Lazare Carnot (Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal, Géométrie de position),
- Jean Robert Argand (Essai sur la représentation des quantités imaginaires),
- Richard Dedekind (Continuité et nombre irrationnels).

Sciences Physiques, textes et extraits (de 3 à 12p.) :

- Aristote (Du Ciel), - Claude Ptolémée (La composition mathématique),
- Nicolas Copernic (Le Commentariolus), - Johann Képler (Astronomia nova),
- Galileo Galilei (Discours sur deux sciences nouvelles), - René Descartes (Les Principes de la Philosophie), - Isaac Newton (Principes mathématiques de la Philosophie Naturelle), - Pierre-Simon Laplace (Essai philosophique sur les probabilités).

RECUEIL 88-89

Mathématiques, textes et extraits (de 1 à 12p.) :

- Euclide (Les Éléments, VII, IX, X), - Archimède (La quadrature de la parabole, La méthode relative aux théorèmes mécaniques), - Apollonius de Perge (Les Coniques, I, III), - Claude Ptolémée (Le théorème de Ménélaüs), - Nicomaque de Gêrase (L'introduction arithmétique), - Diophante d'Alexandrie (Les six Livres arithmétiques), - Abu ga far, - Leon-Battista Alberti (Della Pittura), - Piero della Francesca (De prospectiva pingendi), - Guidobaldo del Monte (Les six livres de perspective), - Galileo Galilei (Discours sur deux sciences nouvelles), - Girard Desargues (Brouillon project d'une atteinte aux événements des rencontres du cône avec un plan), - Bonaventura Cavalieri (Géométrie par les indivisibles), - Evangelista Torricelli (Du mouvement), - Pierre de Fermat (Méthode des maxima et des minima), - Blaise Pascal (Essai pour les coniques, Generatio conisectionum, Traité du triangle arithmétique, Des caractères de divisibilité, Traité des sinus du quart de cercle), - Issac Newton (La méthode des fluxions et des suites infinies, Principes mathématiques...),
- Gottfried-Wilhelm Leibniz (Nouvelle méthode pour les maxima et les minima, Considérations sur la différence, Histoire et origine du calcul différentiel),
- Bernard Le Bovier de Fontenelle (Eloges de Leibniz et de Newton), - Marquis de L'Hospital (Analyse des infiniments petits), - Brook Taylor (Nouveaux principes de la perspective linéaire), - Léonard Euler (Eléments d'algèbre : l'analyse indéterminée), - Jean-Henri Lambert (Essai sur la perspective, Notes et additions à la perspective affranchie), - Karl-Friedrich Gauss (Recherches arithmétiques),
- Henri Poincaré (La science et l'hypothèse).

Sciences Physiques, textes et extraits (de 2 à 7p.) :

- René Descartes (La dioptrique), - Christian Huygens (Traité de la lumière),
- Isaac Newton (Traité d'Optique), - Augustin Fresnel (Deuxième mémoire sur la diffraction de la lumière, Mémoire sur la diffraction couronné par l'Académie des sciences, Second mémoire sur la double diffraction), - James Clerck Maxwel (Traité d'électricité et de magnétisme), - Richard Feymann (La nature de la physique), - Werner Heisenberg (Physique et philosophie), - Niels Bohr (Discussion avec Einstein sur des problèmes épistémologiques de la physique atomique), - Albert Einstein et Max Born (Correspondance), - Erwin Schrödinger (La signification de la mécanique ondulatoire), - Louis de Broglie (Nouvelles perspectives en microphysique).

RECUEIL 89-90

Mathématiques, textes et extraits (de 1 à 18p.) :

- Euclide (Le premier livre des Éléments en entier), - Proclus de Lycie (Commentaires sur le premier livre des Éléments d'Euclide), - Brahmagupta (Siddhanta), - Al-Khwarizmi (Al-jabr w'al muqabala), - Omar Khayyam (Algèbre,

Opusculum sur l'explication des postulats problématiques du livre d'Euclide), - Bhaskara (Vija-ganita), - Gerolamo Cardano (Ars Magna), - Rafaele Bombelli (Algebra), - Niccolo Tartaglia (Trattato di aritmetica), - Albert Girard (Invention nouvelle en algèbre), - Jean de Beaugrand (Pamphlet contre Descartes), - René Descartes (La Géométrie), - John Wallis (Démonstration du V^e postulat d'Euclide), - Gerolamo Saccheri (Euclides an omni naevo vindicatus), - Léonard Euler (Éléments d'algèbre), - Jean Le Rond d'Alembert (Articles de l'Encyclopédie méthodique), - Lazare Carnot (Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal, Géométrie de position), - Jean Robert Argand (Essai sur la représentation des quantités imaginaires), - N.I. Lobatchevski (Études géométriques sur la théorie des parallèles).

Sciences Physiques, textes et extraits (de 1 à 16p.) :

- Giordano Bruno (Le banquet des cendres), - Isaac Newton (Principes mathématiques), - Olbers (Sur la transparence de l'espace cosmique), - Albert Einstein (Sur l'électrodynamique des corps en mouvement, La relativité), - Georges Lemaître (L'hypothèse de l'atome primitif), - Fred Hoyle (La nature de l'univers), - G. Gamow (La création de l'univers).

Annexe

USTL

DEUG A

Section I

Mathématiques

1990

ATELIER

MISE EN EQUATION

Les étudiants sont par groupes de 4; chaque groupe a à étudier l'un des couples de problèmes suivants: (1 et 2) ou (1 et 4) ou (3 et 2) ou (3 et 4).

I. Evaporation d'une goutte d'eau

Une goutte d'eau de forme sphérique de 2 mm de rayon, en suspension dans l'air, s'évapore peu à peu. Sa vitesse d'évaporation, en grammes par seconde, est proportionnelle à sa surface, avec un coefficient de proportionnalité égal à 10^{-6} g/s pour 1 mm^2 de surface. Au bout de combien de temps la goutte d'eau sera-t-elle complètement évaporée ?

II. Ecoulement dans une canalisation poreuse

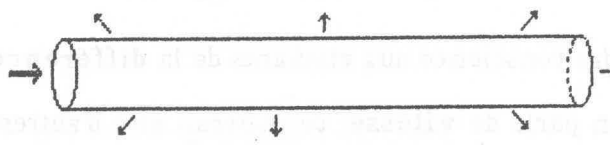
On utilise une canalisation poreuse, avec des pertes tout le long de la canalisation. On injecte à son entrée de l'eau, avec un débit de 10 litres à la minute. On envisage 2 hypothèses:

1° **hypothèse:** les fuites sont de 0,1 litres/mn par mètre de canalisation;

2° **hypothèse:** sur un petit segment de la canalisation, la fuite (en litres/mn) est à peu près proportionnelle à la longueur (en mètres) du segment et à la racine carrée du débit (en litres/mn) à travers ce petit segment, le coefficient de proportionnalité étant égal à 10^{-2} .

Pour chacune de ces deux hypothèses, on demande quelle longueur maximum peut avoir la canalisation pour que le débit d'eau à sa sortie soit au moins de 5 litres/mn.

Comparer les méthodes utilisées dans chacune des deux hypothèses.



III. Processus de division cellulaire

On étudie une population de cellules, dont on note $y(t)$ le nombre à l'instant t . La vitesse d'accroissement de cette population, à l'instant t , comporte 2 termes:

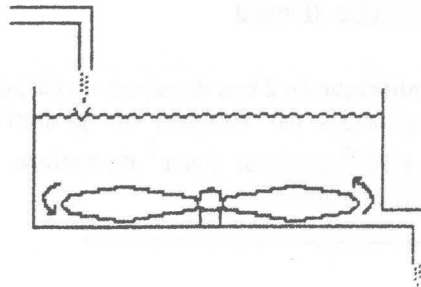
- * l'un, positif, est proportionnel au nombre de cellules (processus de reproduction par division);
- * l'autre, négatif, tient au fait que la présence de nombreuses cellules tend à en faire diminuer le nombre (place et nourriture limitées, modification du pH du milieu, production de produits nocifs,...).

Comme chaque cellule interagit avec toutes les autres, on admet que ce terme est proportionnel à $y(t)^2$.

Quelle est l'évolution de la population à long terme ?

IV. Dilution d'une solution saline

(a) Un bassin contient 100 litres d'eau, dans lesquels sont dissous 10 kg de sel. Une arrivée d'eau pure, avec un débit de 10 litres/mn, démarre à l'instant 0. L'homogénéisation du contenu du bassin est assurée de façon permanente et instantanée par un mélangeur. En même temps que l'arrivée d'eau pure, une évacuation du mélange contenu dans le bassin est assurée avec un débit de 10 litres/mn. Au bout d'une heure, quelle quantité de sel reste-t-il dans le bassin ?



(b) Raisonner autrement ?

Le raisonnement suivant vous semble-t-il correct ?
 " Au total, le bassin aura vu passer $100 + 10 \times 60 = 700$ l d'eau, qui auront contenu 10 kg de sel, soit un taux de sel de $10/700 = 1/70$. A la fin il y a 100 l d'eau, donc $100 \times 1/70 = 10/7$ kg de sel "

@@@@@@@@@@@@

MISE EN EQUATION : OBJECTIFS

1°/ Faire prendre conscience aux étudiants de la **différence** entre 1 et 3, d'une part, 2 et 4 de l'autre.

• Dans 1 et 3, on parle de **vitesse**; ce pourrait être d'autres mots ayant un sens voisin: taux d'accroissement, variation instantanée, ... Ces mots évoquent directement une **dérivée**, et l'énoncé dit à peu près en clair que l'on a $y' =$ quelque chose fonction des variables du problème. En fait, l'essentiel de la modélisation est déjà faite.

• Dans 2 et 4, rien de tel: **la modélisation reste à faire**.

2°/ Lorsque la modélisation reste à faire, elle demande d'abord de repérer les **quantités physiques** qui vont être respectivement la **fonction inconnue** et la **variable** dont celle-ci dépend. L'énoncé donne parfois explicitement l'une ou l'autre (par exemple: "donner le nombre d'atomes de carbone 14 en fonction du temps"). Mais souvent on cherche une valeur numérique, et il y a donc **un effort de généralisation à faire**.

Exemples (a) Dans 4, on demande "la quantité de sel au bout d'une heure" On généralise: "et au bout de 2 heures, de 3 heures, etc ?" ... D'où la variable: le temps, et la fonction: la quantité de sel à l'instant t .

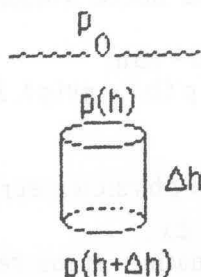
(b) Dans 2, on demande que "le débit à la sortie soit au moins" ... pour quelle "longueur". Comme la sortie est au bout de la longueur, on voit apparaître la variable (la longueur) et la fonction (le débit à telle longueur à partir de l'orifice d'entrée).

3° / Dès lors que variable et fonction sont trouvées, l'idée de base est d'évaluer la **variation $y(x+\Delta x) - y(x)$ de la fonction quand la variable varie entre x et $x+\Delta x$** . Il faut tout de suite remarquer qu'il y a alors deux problématiques très différentes.

(a) L'énoncé dit, sous une forme ou sous une autre, que **Δy est exactement proportionnel à Δx , avec un coefficient constant**, indépendant de x et de y . On a alors affaire à une fonction globalement affine, et on peut faire un raisonnement global $y(x) - y(x_0) = k(x - x_0)$. Il n'est pas nécessaire d'avoir recours à une équation différentielle.

Exemples * Dans 2, 1° hypothèse, les fuites sont de 0,1 litre/mn par mètre de canalisation, quelque soit l'endroit où on est dans la canalisation, donc la fuite totale pour une longueur L est $L \times 0,1$ litre/mn.

* La variation de la pression Δp quand on s'enfonce de Δh mètres dans un liquide incompressible, donc de masse volumique ν constante (indépendante de la profondeur), est exactement $\Delta p = \nu g \Delta h$, par conséquent à une profondeur h la pression est $p = p_0 + \nu g h$ (p_0 est la pression atmosphérique à la surface du liquide).



(b) L'énoncé dit que **Δy est proportionnel à Δx et à autre chose fonction de x et/ou de y** . Il faut parfois se rendre compte soi-même que le "autre chose" est fonction de x et/ou de y ; si on ne s'en aperçoit pas, on commet alors une erreur dans la mise en équation, car on fait comme si on était dans le premier cas. Il faut bien voir aussi qu'un tel énoncé est nécessairement faux, ou plutôt **approché** en effet, on ne peut avoir $y(x+\Delta x) - y(x) = k f(x,y) \Delta x$ pour tout x et tout y que si f est constante... c.a.d. si on est dans le 1° cas. D'ailleurs l'énoncé évoque souvent le caractère approché de l'hypothèse par des formules comme

"si Δx est assez petit, on a..."

"sur une petite longueur..."

"la diminution de l'intensité sur une petite longueur..."

"la variation du potentiel entre et est approximativement..."

On peut interpréter ce genre de conditions de la façon suivante: **le phénomène qu'on cherche à décrire est localement affine: si Δx et Δy sont petits, l'un est à peu près proportionnel à l'autre, avec un coefficient de proportionnalité qui est d'autant plus près de $f(x,y)$ que Δx est petit** (et donc Δy aussi). On traduit alors le "à peu près proportionnel" par "l'erreur est négligeable devant Δx ": en effet, Δy étant de l'ordre de Δx , dire que cette égalité est approximative ne peut signifier que **la négligeabilité de l'erreur devant Δx** . De plus, le "d'autant plus près..." se traduit par "le coefficient vaut $f(x,y) + \epsilon_1$ ", avec ϵ_1 tendant vers 0 quand Δx tend vers 0. On obtient

$$\Delta y = (f(x,y) + \epsilon_1) \Delta x + \epsilon_2 \Delta x$$

avec ϵ_1 et ϵ_2 tendant vers 0 avec Δx . Cette formule peut alors se regrouper en

$$\Delta y = f(x,y) \Delta x + \epsilon \Delta x, \quad \text{avec } \epsilon \text{ tendant vers 0 avec } \Delta x.$$

En divisant par Δx et le faisant tendre vers 0, on obtient une équation différentielle: **$y' = f(x,y)$** .

Il est bon de remarquer que rien ne marche plus si on traduit le "à peu près proportionnel" par une égalité approximative sans préciser l'ordre de négligeabilité de l'erreur devant Δx : si on avait par exemple

$$\Delta y = f(x, y) \Delta x + \sqrt{\Delta x},$$

en divisant par Δx et le faisant tendre vers 0 on obtiendrait une valeur infinie pour y' . Ou bien - et c'est plus vraisemblable comme erreur - on néglige un terme du même ordre de grandeur que Δx , c'est à dire que ϵ vaut, par exemple, $h(x, y) \Delta x + \epsilon \Delta x$; et l'équation différentielle obtenue n'est alors pas la bonne.

Exemples de mise en équation différentielle

* Dans 2, la différence des débits entre x et $x + \Delta x$, c'est la fuite, "à peu près proportionnelle à Δx et à la racine carrée du débit en x ", c.a.d.:

$$d(x + \Delta x) - d(x) = -k\sqrt{d(x)} \Delta x + \epsilon \Delta x,$$

d'où l'équation différentielle $d'(x) = -k\sqrt{d(x)}$.

* Si on reprend l'exemple de la pression dans un liquide, et si on ne suppose plus celui-ci incompressible, sa masse volumique est une fonction $v(p)$ de la pression: on a alors

$$\Delta p = g v(p) \Delta h + \epsilon \Delta h,$$

où h est la profondeur; on obtient alors $p'(h) = g v(p)$. Pour continuer, il faut connaître la fonction $v(p)$...

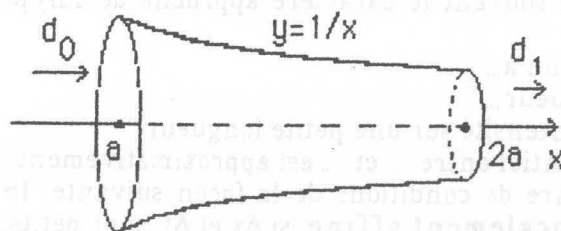
Remarque La plupart du temps, le physicien écrit par exemple

$$\Delta d = -k\sqrt{d(x)} \Delta x,$$

mais sait bien, lui, que c'est une approximation, et son sens physique lui fait "sentir" que ce qu'il a négligé est bien négligeable devant Δx ... mais il n'est pas sûr que son intuition le mette toujours à l'abri des erreurs.

Un problème supplémentaire

V. La canalisation poreuse à rayon variable



On considère une conduite d'eau dont la forme est un tube de révolution engendré par rotation autour de l'axe Ox de la courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$, entre les abscisses a et $2a$ ($a > 0$)

La conduite est poreuse. Sur une petite longueur de la canalisation, la fuite est à peu près proportionnelle à la surface du morceau de tube et à la racine carrée du débit à travers celui-ci (on notera k la constante de proportionnalité). Si d_0 est le débit d'entrée, quel est le débit d_1 de sortie ?