UTILISATION PÉDAGOGIQUE DE L'INFORMATIQUE:

MATHÉMATIQUES ET MICRO-ORDINATEURS,

GADGET OU OUTIL PÉDAGOGIQUE?

Pierre Jarraud

Ces pages ont été écrites en collaboration avec Christine Laurent et Carlos Sacré. Plutôt que de chercher à donner une vue d'ensemble de l'utilisation de l'informatique dans l'enseignement des mathématiques en DEUG première année, nous essaierons d'en dégager quelques caractéristiques à travers l'exemple des sections expérimentales de DEUG SSM1A de Lille et Paris 6.

I Quelques tendances.

1 Une réalité.

L'informatique est déjà là, dans nos classes, sous la forme des calculatrices programmables dont une très forte proportion d'étudiants est équipée. Ces machines sont de plus en plus performantes: affichage graphique, mémoires étendues et possibilités de calcul formel. Un modèle comme la HP 48SX est dès maintenant capable d'effectuer une fraction appréciable de la partie technique des contrôles de première année. Nous devons en tenir compte:

- dans l'élaboration des sujets d'examen pour ne pas introduire d'inégalités entre les étudiants équipés et les autres,

- pour apprendre aux étudiants à se servir de ces instruments pour la vérification, la validation des résultats obtenus classiquement, mais aussi pour l'exploration des problèmes mathématiques, comme une aide au travail de conjecture,

- pour leur apprendre à contrôler, interpréter les résultats informatiques et développer une attitude critique vis à vis de la machine.

Dans un premier temps cela peut apparaître comme une contrainte mais la généralisation de ce type de machines et l'extension de leurs possibilités (graphisme, calcul formel) permettront de faire traiter, pendant les séances normales de TD, sans la contrainte de l'utilisation de salles spécialisées, des problèmes plus proches des problèmes réels rencontrés dans la pratique. On pourra ainsi laisser au problème mathématique son support concret en allant jusqu'au bout de la résolution, en ne se bornant pas à inverser des matrices (3x3) à coefficients entiers, par exemple ou à considérer des polynômes ayant des racines évidentes! On pourra aussi calculer sur beaucoup plus d'exemples des valeurs approchées de racines d'une équation, tracer des courbes intégrales, chercher des encadrements de solutions d'équations différentielles.

2 Utilisation différée de l'informatique.

Nous désignons sous ce terme l'utilisation (en général par l'enseignant) d'un ordinateur pour l'élaboration de documents essentiellement graphiques qui seront utilisés ensuite en cours ou en travaux dirigés.

Une première raison de cette utilisation différée est matérielle: peu de salles de TD ou d'amphis sont équipés de micro-ordinateurs avec grand écran. L'utilisation de transparents ou de photocopies est plus facile. Ensuite certaines applications demandent du temps, même avec un matériel rapide: c'est le cas notamment des tracés de solutions d'équations différentielles. On peut contourner cette difficulté en utilisant des documents préparés à l'avance.

Une utilisation possible est de fournir aux étudiants un document présentant les champs de tangentes ou des tracés de solutions associés à des équations différentielles et dessinés par l'ordinateur en demandant d'apparier tracés et équations. On peut aussi illustrer certains aspects d'un cours à l'aide de transparents mieux qu'avec des dessins au tableau (par exemple sur la convergence uniforme). On pourra en trouver un exemple dans cet ouvrage avec la séquence sur les équations différentielles dans le § III.

Ce type d'utilisation est (semble-t-il) généralement apprécié des étudiants et renforce la liaison entre l'aspect symbolique ou numérique et l'aspect graphique. Nous y voyons trois principaux inconvénients: le premier est que l'élaboration du document peut demander beaucoup de temps, le second est qu'il y a perte d'interactivité, le document est figé, on ne peut modifier un paramètre pour répondre à une question, enfin le caractère expérimental potentiel de l'utilisation de la machine risque de disparaître. De plus le temps passé à la préparation incite à la réutilisation plutôt qu'au renouvellement des documents. Enfin on pourra remarquer que cette utilisation a peu à voir avec l'informatique: que les transparents ou les photocopies aient été préparés sur machine ou à partir d'autres sources importe peu quant à la signification pédagogique.

Mentionnons aussi un apport indirect de l'informatique via les traitements de texte qui augmentent les possibilités des enseignants pour la réalisation des documents pédagogiques[1].

3 Programmation par les étudiants.

Elle n'est pas au programme de première année de nos universités (Lille et Paris6) et les mathématiciens n'y sont pas associés: l'utilisation en est donc difficile. En outre la plupart des calculatrices programmables dont disposent les étudiants utilisent un langage machine plutôt qu'un langage évolué générique. Faut-il rappeler qu'il y a sur le marché une seule calculatrice programmable permettant -et seulement en option- d'utiliser le langage Pascal?

L'intérêt de la programmation effective par les étudiants est pourtant évident et a été confirmé par certaines expériences, à Orsay et à Strasbourg notamment: l'implémentation d'un algorithme en exige une bonne compréhension et peut aider à motiver les étudiants (par exemple sur les méthodes de pivot ou l'aide à la logique apportée par des conditionnelles du type si ... alors ... sinon ...). La recherche de sujets à programmer ou le désir d'expliquer ou de comprendre des

1 Voir par exemple les feuilles (pur TEX) de TD et TP sur machine de C.Sacré et E.Cousquer à Lille.

résultats constatés expérimentalement sur la machine peuvent être l'occasion de recherches plus théoriques.

II Notre expérience: travaux dirigés de mathématiques sur ordinateur.

Cet aspect sera plus longuement traité puisque c'est celui que nous pratiquons à Lille et Paris 6[2]. On trouvera ci-dessous deux exemples détaillés.

1 Déroulement d'une séance.

Il s'agit en quelque sorte de TP où les étudiants utilisent un logiciel "fermé" c'est à dire qu'ils n'ont pas à modifier. Le choix des paramètres, des exemples est suggéré mais n'est pas imposé par le logiciel. Il n'y a donc pas programmation par l'étudiant mais appel à des initiatives de sa part dans l'utilisation du logiciel.

L'expérience a montré la nécessité de guider et aider les étudiants en fournissant des fiches de séance qui comportent un éventuel travail de préparation, le mode d'emploi du logiciel, le matériel mathématique en oeuvre et les questions auxquelles il faudra répondre dans le compte-rendu (voir à la fin un extrait de la feuille de TP pour la séance "Pivot de Gauss"). De cette façon le TP proprement dit (présence devant la machine) n'apparaît pas comme une activité marginale mais intégré au reste l'enseignement.

La séance proprement dite dure de 1 à 2 heures. Les étudiants ont à rédiger un compte-rendu (sur la fiche de séance) soit immédiatement soit dans la semaine qui suit. L'encadrement par l'enseignant habituel de TD permet la continuité avec l'enseignement traditionnel[3].

La validation a lieu à travers le contrôle continu, qui compte pour une part appréciable dans l'évaluation finale à Lille mais de façon marginale à Paris 6.

2 Un exemple: Etude de suites numériques définies par une relation de récurrence.

Nous avons développé deux approches qui montrent bien la multiplicité des utilisations possibles de l'informatique.

Etude numérique: nous avons eu recours à un **tableur** (Multiplan parce que nous en disposions). Le tableur permet de calculer simplement, et pratiquement sans programmation, un certain nombre de termes d'une suite entrée par l'étudiant. Il est très facile de faire varier la précision apparente des résultats. L'étudiant peut alors conjecturer au vu des valeurs numériques, et se familiariser avec les problèmes d'approximation et de précision. C'est la seule séance présentant un aspect programmation (très réduit): comment utiliser un tableur pour saisir une suite récurrente? Cet aspect est apprécié des étudiants qui ont l'impression d'être responsables. La familiarisation avec un logiciel commun à l'extérieur de l'université n'est pas non plus à négliger.

Il s'agit d'une **étude expérimentale**, de **découverte**, une bonne part de l'intérêt réside dans le compte-rendu qu'en font les étudiants. L'une des suites

---

2 Des disquettes contenant les programmes que nous utilisons et les feuilles de séance correspondantes sont à la disposition des collègues intéressés.

3 L'expérience, tentée en 88-89 à Paris 6, de faire encadrer les séances machine par un enseignant autre que celui de TD a été négative.

suggérées a un point fixe répulsif λ, et bien évidemment si on part d'une valeur voisine de λ on obtient une suite divergente, par contre si on part de la valeur exacte $(3-\sqrt{5})/2$ (en l'occurrence, on peut la rentrer sous la forme (3-rac(2))/2 dans Multiplan) et alors la suite stationne effectivement. Dans un autre cas la suite stationne alors qu'elle devrait être divergente. Ce comportement a surpris certains étudiants qui ont eu la tentation de "truquer" pour obtenir le comportement souhaité alors que d'autres nous ont dit "on a bien fait d'être honnêtes" et assez peu ont compris et expliqué ce qui se passait.

Etude graphique, relation entre ε et N: la séance utilise un logiciel de Yves et Christine Laurent (une version de C. Sacré est aussi disponible) pour mettre en évidence graphiquement sur l'écran la notion de convergence et faire travailler sur la relation entre une valeur de ε et les valeurs de N pour lesquelles (si c'est possible) on a pour *tout* $n>N$ $|u_n-l|<\varepsilon$.

Le logiciel permet en effet de représenter graphiquement un nombre *fini* de termes des suites de réels dont le terme général est de la forme $u_n=f(n,u_{n-1},u_{n-2})$. L'étudiant choisi le nombre T de termes étudiés. La représentation est donnée par de petites croix aux points de coordonnées (n,u_n) pour n variant entre 0 et T. Si $T<64$ tous les points sont représentés mais si $T\geq 64$ seuls certains points apparaissent sur l'écran. L'échelle sur l'axe des ordonnées est également choisie par l'étudiant ce qui permet soit de cadrer l'ensemble des termes soit de rechercher une bonne précision autour d'une valeur donnée (la limite par exemple). Pour des valeurs de l et $\varepsilon > 0$ choisies (l représentant la valeur de la limite de la suite lorsque celle-ci converge) le logiciel trace les droites d'équation $y=l-\varepsilon$ et $y=l+\varepsilon$. On voit apparaître alors sur l'écran la première valeur N pour laquelle $|u_n-l|<\varepsilon$ si $N<n\leq T$ ainsi que la droite $x=N$. On observe ainsi la figure suivante: toutes les croix à droite de la droite $x=N$ sont situées entre les droites d'équation $y=l-\varepsilon$ et $y=l+\varepsilon$.

Le logiciel met en évidence la relation entre ε et N comme on le voulait, mais il y a des effets secondaires intéressants pour notre réflexion sur l'utilisation de l'informatique. Il faut savoir gérer les insuffisances éventuelles (inévitables parfois comme dans ce cas): beaucoup d'étudiants oublient la condition $n<T$ et ne retiennent que $n>N$ ne se rendant pas compte qu'il est illusoire de vouloir prouver la convergence d'une suite en étudiant un nombre fini de termes (et des exemples les ramènent à la réalité). D'autre part le choix de ne tracer que certains points, nécessaire pour la lisibilité du graphe et par ailleurs très naturel, a aussi eu un effet pervers: pour la suite de terme $u_n=\cos(n)$ des étudiants se sont efforcés (souvent avec succès) de trouver des valeurs de T telles que le graphe ait l'air d'une sinusoïde. Le fait de devoir choisir un cadrage est aussi une contrainte pour certains étudiants.

3 Autre exemple: pivot de Gauss:

La séance utilise un logiciel original de Carlos Sacré pour donner une interprétation graphique dans $\mathbb{R}^3$ de la méthode du pivot de Gauss: on considère des systèmes d'au plus 4 équations à 3 inconnues x, y et z. A chaque équation on associe le plan déterminé par cette équation. Bien sûr étudier le système c'est étudier la disposition relative des plans: ont-ils un ou des points communs? Les plans sont visualisés en perspective dans l'espace et sont caractérisés par leur traces sur les faces d'un cube(dit de référence) de centre l'origine et de faces parallèles aux plans de coordonnées (dessin 1 des illustrations jointes en annexe). Les plans sont opaques et le logiciel élimine les parties cachées.

L'étudiant peut alors **pivoter** (en choisissant librement un pivot non nul). La machine trace alors les plans correspondant au nouveau système (dessins 3 et 4). Grâce à un ingénieux système de "flip-flop" on peut rappeler l'ancien graphe et on voit littéralement les plans pivoter (le plan $P_1+\lambda P_2$ passe par la droite intersection de P_1 et P_2). Après obtention d'un système triangulaire on peut passer (dessin 5) à la diagonalisation (ce qui revient à rendre les plans parallèles aux plans de coordonnées).

On trouvera ci-après des extraits de la feuille de séance de Lille.

La séance a plusieurs buts: illustrer et mieux faire comprendre la méthode du pivot, mettre en oeuvre un changement de cadre en passant du cadre purement algébrique des systèmes linéaires au cadre géométrique des intersections de plans dans $\mathbb{R}^3$. Ce passage n'est pas facile: la première année on demandait aux étudiants de faire des croquis de ce qu'il voyaient. Cela s'est avéré trop dur et l'année suivante C.Sacré les a aidés avec les "dessins" reproduits à la fin. Mais même avec cette aide certains étudiants ont encore du mal à reconnaître les plans en fonction de leur équation; on arrive à une situation classique: pour aider à maîtriser un problème on en introduit un autre et il y a un effet de seuil, il faut en faire suffisamment pour que l'effort consenti soit payant. Le travail de préparation demandé (qui peut être précédé d'un exemple en TD) doit permettre aux étudiants de se familiariser avec la représentation adoptée par le logiciel et d'entrer plus rapidement dans le TP. A Paris 6 où nous avons moins insisté sur l'aspect géométrique ou graphique et où la séance était plus courte, nous avons dû "réconforter" certains étudiants qui avaient l'impression d'en comprendre encore moins après la séance.

A Lille, un plus grand investissement avait été fait: le cours comportait un enseignement de la théorie des faisceaux de plans dans $\mathbb{R}^3$ et les résultats de la séance ont été réexploités en cours, pour dégager le lien entre le nombre d'équations "indépendantes" et le nombre de solutions, et en formaliser l'interprétation géométrique.

4 Autres thèmes:

Citons une séance de logique sur l'utilisation des quantificateurs (logiciel du CNAM), l'étude graphique des développements limités, l'intégration numérique avec visualisation graphique, l'intégration formelle (entraînement aux calculs de primitives), la visualisation des surfaces (en 3D mais aussi en traçant les courbes de niveau), l'étude des équations différentielles (nous renvoyons au chapitre III.1 de cette brochure et aux travaux de M. Artigue), du calcul formel sous Mu-Math.

III Premier bilan.

1 Ce que les TP peuvent apporter aux étudiants:

* **Illustration d'un phénomène mathématique** qui sans cela pourrait rester du domaine de l'abstraction (méthodes numériques d'intégration, phénomène de Gibbs, caractère local d'un développement limité).

* **Concrétisation d'un concept** par le fait de manipuler effectivement: lors de la séance sur les équations différentielles du premier ordre, le théorème d'existence et d'unicité de la solution passant par un point, le fait que deux solutions ne se coupent pas sont clairement mis en évidence. Plus, on a la solution et non le graphe associé à la formule: pour l'équation $y' = y^2$ on obtient

une branche de l'hyperbole et non les deux; ce que de nombreux étudiants conçoivent mal, le logiciel le fait naturellement.

* **Possibilité de conjecturer, d'explorer** pour démontrer ensuite à partir d'un résultat observé, par exemple deviner si une suite ou la somme d'une série de Fourier sont convergentes. Après l'étude expérimentale d'une équation différentielle on peut faire le bilan de

- ce qu'on sait démontrer,
- les conjectures qu'on fait,
- les questions qu'on se pose,

en restant conscient que la réponse ne pourra être que théorique, le recours au calcul informatique étant limité par nature.

* **Développement de l'esprit critique,** réaction à prévoir devant **l'observation d'un résultat aberrant.** En général ils sont dûs à l'approximation des calculs soit du fait de la méthode elle-même, qui dans certaines circonstances perd de sa précision ou est prise en défaut (voir en annexe le tracé fourni par la machine des solutions de y'=-x/y au voisinage de y = 0), soit à cause des arrondis de la machine (stabilité d'un point fixe pour une suite récurrente, suite convergente qui paraît diverger ou inversement). L'étudiant est amené à expliquer pourquoi il n'obtient pas le résultat escompté et la nécessité d'une validation par une démonstration est mise en évidence.

* **Obstination de la machine**: l'ordinateur est borné et têtu, il refusera une erreur autant de fois qu'elle sera commise alors qu'un enseignant a tendance à penser qu'une chose dûment expliquée et répétée doit être comprise et passera à la suite.

* **Autonomie relative**: les questions des feuilles de séance sont posées de façon suffisamment souple pour laisser aux étudiants le maximum d'initiative. Le choix des paramètres permet souvent de tomber sur un cas original. Le fait de ne pas travailler sous la surveillance immédiate d'un enseignant permet d'éviter certaines auto-censures. On peut si les conditions matérielles le permettent envisager des séances de libre-service.

* **Développement du travail d'équipe** (les étudiants sont deux devant la machine): une séance sur les quantificateurs ∀ et ∃ utilisant un logiciel du CNAM a été remarquable à ce sujet: les étudiants ont fait la fine bouche pendant le premier quart d'heure puis ensuite ils se sont pris au jeu et chaque réponse donnait lieu à un débat animé (avec parfois un appel à l'arbitrage de l'enseignant...).

* **Changement de la représentation des mathématiques** des étudiants (en en donnant une idée plus concrète, plus vivante, moins théorique): ce point nous intéresse, car nous pensons que cette représentation joue de façon importante dans l'apprentissage des mathématiques.

2 L'avis des étudiants.

Nous avons demandé par des questionnaires écrits aux étudiants ce qu'ils pensaient de l'enseignement dans nos sections et bien sûr notamment des séances sur machine. L'appréciation est globalement positive à Lille, plus réservée à Paris 6. Le côté moderne, graphique est apprécié, le côté découverte expérimentale l'est moins. (on pourra d'ailleurs tenter une comparaison avec les TP de physique dont l'intérêt paraît évident aux enseignants mais n'est pas reconnu par tous les étudiants au point que le règlement intérieur de Paris 6 prévoit que l'absence non justifiée à 2 TP se traduit par l'exclusion de l'examen). Les étudiants regrettent souvent qu'il n'y ait pas d'initiation à la programmation et se trouvent un peu brimés par les feuilles de séance jugées trop dirigistes.

Le manque de prise en compte de ce type de travail dans l'évaluation finale est fortement ressenti à Paris 6 ("intéressant mais ne sert à rien") alors qu'à Lille la prise en compte (appréciable) dans le contrôle continu paraît suffisante. Comme toutes les autres formes d'enseignement les séances sur machine doivent faire partie du contrat didactique.

3 Les difficultés.

Il y a d'abord **le coût en moyens**: il faut disposer d'une salle équipée de matériels et de logiciels, en prévoir la maintenance, et **en encadrement**: la préparation de logiciels et de séances sur machine consomme beaucoup de temps (une centaine d'heures pour un logiciel, 25 heures pour une séance). Elle ne peut se concevoir en plus d'un service normal. Or on a vu que, pour être efficaces, les séances devaient être encadrées par l'enseignant habituel. Le surcoût n'est raisonnable que s'il y a réutilisation.

Il y a ensuite la nécessité de l'**intégration dans l'enseignement** et dans la validation finale (il n'y a pas d'épreuve à l'examen final et si, comme à Paris 6, la part de contrôle continu est très faible les étudiants ont l'impression de travailler sur quelque chose qui ne compte pas à l'examen).

La **rentabilité** est parfois évidente (comme dans l'étude des équations différentielles) mais parfois difficile à percevoir par l'étudiant, sans compter les cas où des difficultés, des notions supplémentaires apparaissent.

L'**évaluation** du travail fourni en TP par la notation du compte-rendu est par ailleurs difficile, essentiellement du fait de l'autonomie des étudiants: à qualité égale les questions soulevées et les réponses apportées peuvent être très variables d'un binôme à l'autre. Il est impossible dans ces conditions d'utiliser un barême du même genre que ceux adoptés pour les contrôles classiques.

Un écueil à éviter est de se laisser entraîner à **enseigner d'autres choses** (d'un intérêt souvent indéniable), alourdissant ainsi des programmes souvent chargés. L'exemple parisien de la séance sur le pivot est significatif: pour bien utiliser le logiciel et comprendre ce qui se passe, il faut aborder la théorie des faisceaux de plans et donc augmenter le volume de la matière enseignée.

Un problème délicat est une **modification éventuelle du contenu de l'enseignement**. Si on conserve le contenu traditionnel, il faut faire attention à ne pas démobiliser les étudiants: pourquoi se fatiguer à apprendre à inverser des matrices ou à tracer des courbes à la main quand les machines le font si bien? Mais on peut aussi retourner la question: pourquoi continuer à enseigner et faire pratiquer des techniques où les machines sont efficaces? L'évolution a d'ailleurs lieu: plus personne n'envisage l'utilisation d'une table de logarithmes.

L'absence de programmation (dont on a déjà dit que certains étudiants la regrettaient) et le guidage par des feuilles de séance risquent de limiter le gain possible d'autonomie et d'engendrer une certaine passivité, le côté expérimentation-découverte n'est pas toujours assez développé. Il est difficile de rédiger une feuille d'accompagnement qui suggère à la fois les cas "intéressants" (pour notre problématique) et laisse une liberté suffisante aux étudiants. Il faut qu'un contrat pédagogique soit établi montrant en quoi le temps passé sera profitable et les efforts de l'étudiant validés.

Il faut aussi que l'enseignement dépasse un certain **seuil** pour que l'essentiel du temps ne soit pas passé à se familiariser avec la machine ou le logiciel et que les conditions d'un transfert soient réalisées. Dans cette optique, il faut des logiciels simples à utiliser même si c'est au détriment de la puissance et de la variété des commandes envisageables.

En guise de conclusion.

L'introduction de l'outil informatique n'est évidemment pas la panacée et il ne faudrait pas qu'elle se traduise par un alourdissement voire une sclérose de l'enseignement. Mais les mathématiques ne peuvent vivre et être enseignées en dehors de leur temps. Dans beaucoup de chapitres du programme de première année de DEUG A l'aide informatique peut apporter un plus:

- en fournissant aux enseignants une occasion et une motivation pour renouveler leur enseignement (le temps passé à élaborer des séances machines et des logiciels ne l'aurait peut-être pas été à préparer des séquences ou des exercices traditionnels),

- en augmentant l'intérêt de certains domaines jusque là austères ou négligés,

- et en aidant les étudiants à se familiariser avec une notion nouvelle en les plaçant dans des situations où des questions se posent assez naturellement et où ils peuvent s'approprier ces questions en développant le triptyque

Expérimentation-Observation \ Conjecture \ Démonstration

qui nous paraît fondamental dans l'activité mathématique.

Eléments de bibliographie:

M.ARTIGUE, V.GAUTHERON: Systèmes différentiels, étude graphique.
Cedic Paris 1983.

T.BANCHOFF et al..: Proceedings of the ECM/87 Rome juin 1987.
North Holland 1988.

P.JARRAUD, C.LAURENT: TD de mathématiques sur micro-ordinateur.
Cahiers de didactique de l'IREM Paris-Sud n°35 et n° 45 (1987)

H.LEHNING, D.JAKUBOWICZ: Mathématiques par l'informatique individuelle.
Masson 1981.

S.MAURO: Quelques logiciels français d'enseignement des mathématiques dans l'enseignement supérieur.
Brochure Inter-IREM Université ICME6 1988.

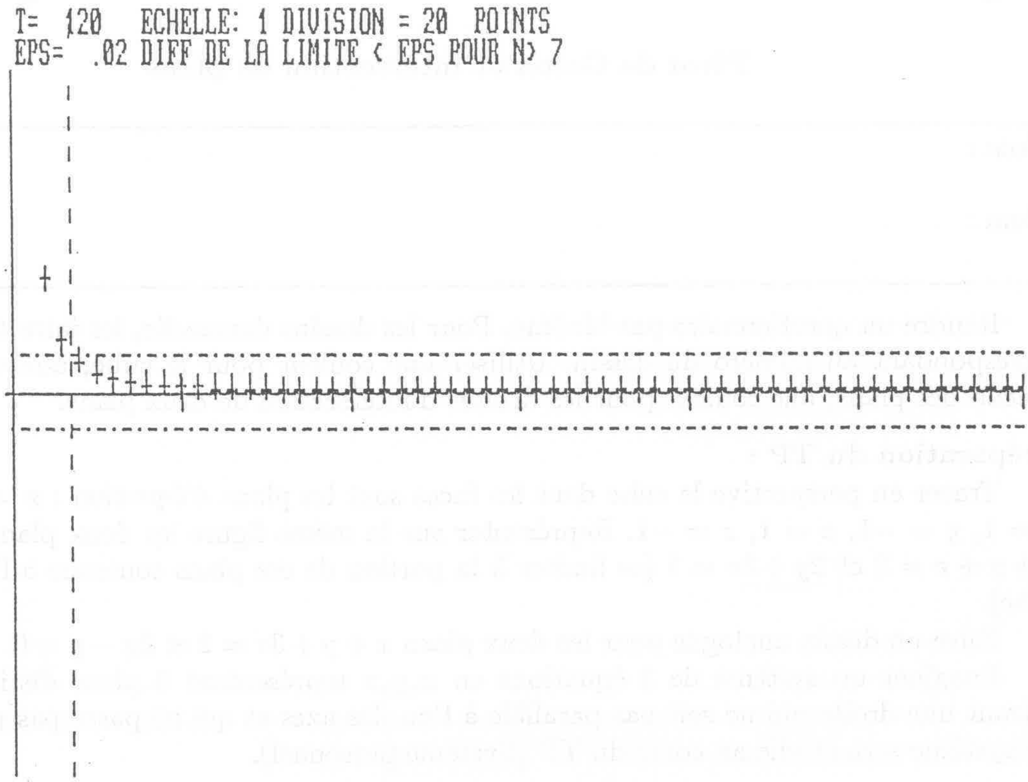
Pierre JARRAUD Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)
Mathématiques 45-46 5ème étage 2 place Jussieu 75252 Paris Cedex 05

Christine LAURENT Université Scientifique et Médicale de Grenoble 1
Institut Joseph Fourier BP74 38402 Saint Martin d'Hères Cedex

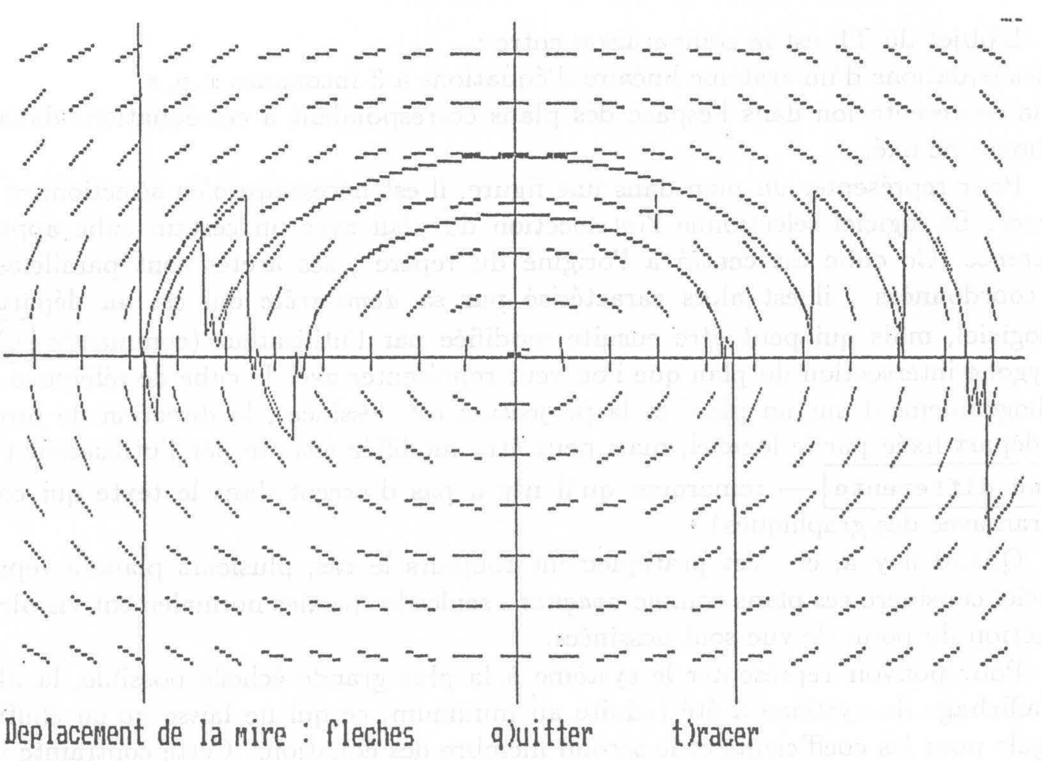
Carlos SACRE Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres-Artois
UFR de Mathématiques 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex

ANNEXE

Un écran obtenu avec le logiciel "SUITES"



Courbes intégrales de l'équation $y' = -x/y$



Extraits de la feuille de séance "PIVOT DE GAUSS"

Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres Artois
U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées

Deug A1 AlgLin.TP.001.02

Pivot de Gauss et intersection de plans

Nom :
Nom :

Rendre un questionnaire par binôme. Pour les dessins demandés, les faire dans le cadre correspondant au numéro du dessin. Utiliser une couleur pour le cube, une couleur pour chacun des plans, une couleur pour les droites d'intersection de deux plans.

Préparation du TP :

Tracer en perspective le cube dont les faces sont les plans d'équation : $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 1$, $z = -1$. Représenter sur la même figure les deux plans d'équation $x + y + z = 2$ et $2y + 3z = 1$ (se limiter à la portion de ces plans contenue à l'intérieur du cube).

Faire un dessin analogue pour les deux plans $x + y + 3z = 2$ et $2x - y = 0$.

Imaginer un système de 3 équations en x, y, z représentant 3 plans distincts sécants suivant une droite qui ne soit pas parallèle à l'un des axes et qui ne passe pas par l'origine. Ce système sera étudié au cours du TP (Système personnel).

Présentation du logiciel

L'objet du TP est la comparaison entre :
— les équations d'un système linéaire d'équations à 3 inconnues x, y, z.
— la représentation dans l'espace des plans correspondant à ces équations dans un repère orthonormé fixé.

Pour représenter un plan dans une figure, il est nécessaire d'en sélectionner une partie bornée. Le logiciel sélectionne l'intersection du plan avec un certain cube appelé *cube de référence*. Ce cube est centré à l'origine du repère ; ses arêtes sont parallèles aux axes de coordonnées ; il est alors caractérisé par sa *demi-arête* qui est au départ fixée par le logiciel, mais qui peut être ensuite modifiée par l'utilisateur (commande `c)ube`). Le polygone intersection du plan que l'on veut représenter avec le cube de référence est projeté orthogonalement sur un plan, et la projection est dessinée ; la direction de projection est au départ fixée par le logiciel, mais peut être modifiée ensuite par l'utilisateur (commande `v)ue differente` — remarquer qu'il n'y a pas d'accent dans le texte qui cohabite sur l'écran avec des graphiques).

Quand il y a, et c'est pratiquement toujours le cas, plusieurs plans à représenter, le logiciel considère ces plans comme *opaques* : seules les parties normalement visibles depuis la direction du point de vue sont dessinées.

Pour pouvoir représenter le système à la plus grande échelle possible, la place laissée à l'affichage du système a été réduite au minimum, ce qui ne laisse qu'un chiffre avant la virgule pour les coefficients et le second membre des équations. Cette contrainte impose que les systèmes soient automatiquement *recalibrés* à chaque saisie ou opération. Par exemple l'équation $x + y + z = 50$ sera transformée par le logiciel en $0.02x + 0.02y + 0.02z = 1$.

L'utilisateur peut en général commander le *pivotage* du système en choisissant un pivot parmi ceux *possibles* (il n'est pas possible de *revenir en arrière*). Si le pivot choisi n'occupe pas sa place naturelle sur la diagonale, les opérations suivantes sont effectuées : échange de place entre deux inconnues (et des coefficients correspondants), échange de place entre deux équations, de façon à amener le pivot à sa place naturelle sur la diagonale. Surveiller donc la première ligne $x \quad y \quad z$ qui donne la place des inconnues.

Enfin, de façon à ce que les coefficients qui sont nuls après pivotage le soient effectivement pour la représentation interne des nombres dans la machine, les coefficients *trop petits*, pratiquement ceux dont la valeur absolue calculée est inférieure à 10^{-5}, sont forcés à 0 ; cela peut conduire dans certains cas à une modification accidentelle du système (à équivalence près).

Mise en route

Après démarrage de l'ordinateur, on se trouve au niveau de commande de MS/DOS `A>`

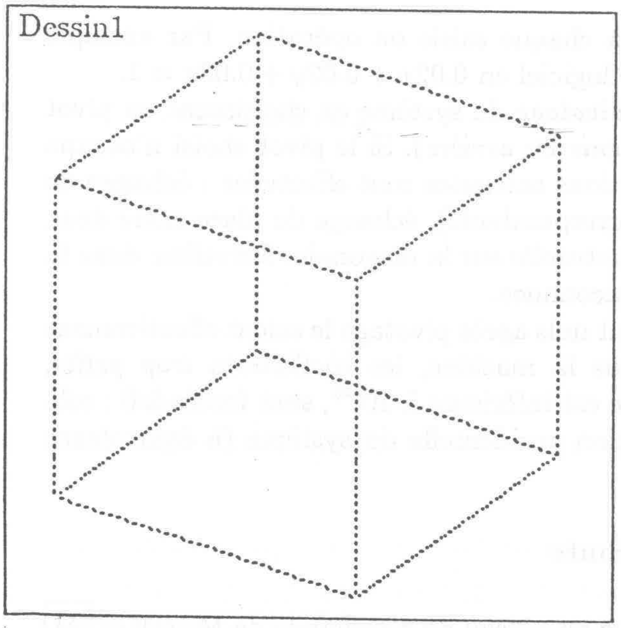
Taper	Commentaires
	Les parties encadrées d'un trait mince correspondent à l'affichage. Les parties encadrées d'un trait épais sont celles qu'il faut remplir pour le compte-rendu.
`g` `a` `u` `s` `s` `↵`	Mise en mémoire vive du programme, et mise en route. En cas d'incident ultérieur, par exemple en cas d'opération illicite, il faudrait reprendre cette commande. Si cela ne suffit pas, réamorcer en appuyant simultanément sur les trois touches `Control` `Alt` `Annul`.
`↵`	Affichage du système ; après un temps de calcul, permettant de déterminer les parties cachées, affichage du dessin.

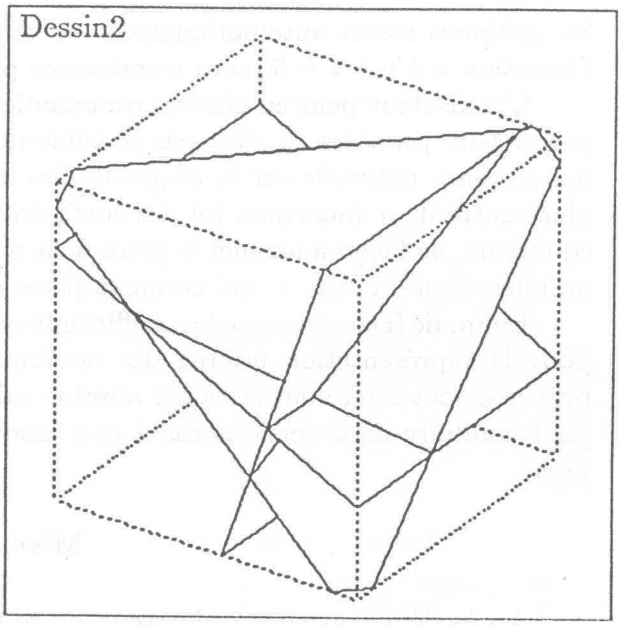
I. Etude du système $\begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - z = 4 \\ x - 2y + 2z = -3 \end{cases}$

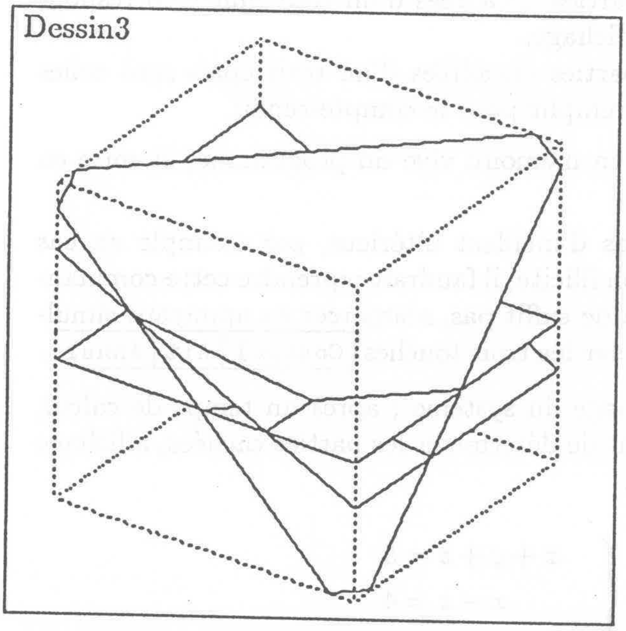
Comparer au système affiché. Noter les renseignements suivants :

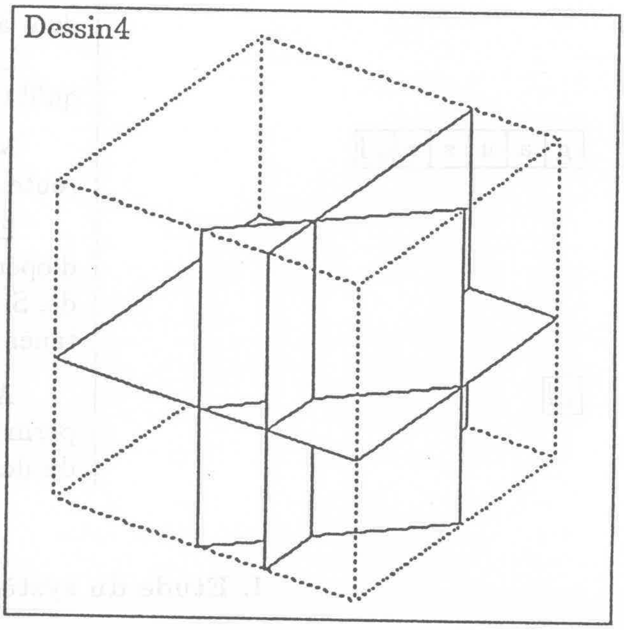
Demi-arête du cube :
Direction du point de vue :

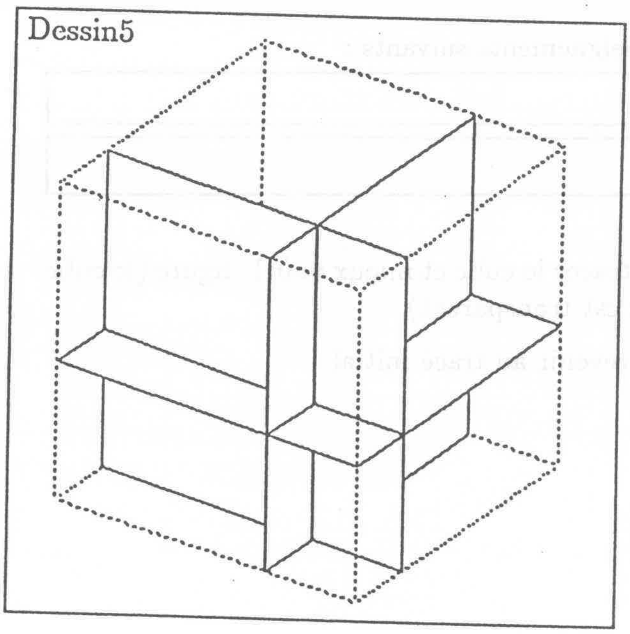
`t`	Pour tracer le cube et mieux *voir* la figure (le cube représenté est transparent).
`␣`	Pour revenir au tracé initial.

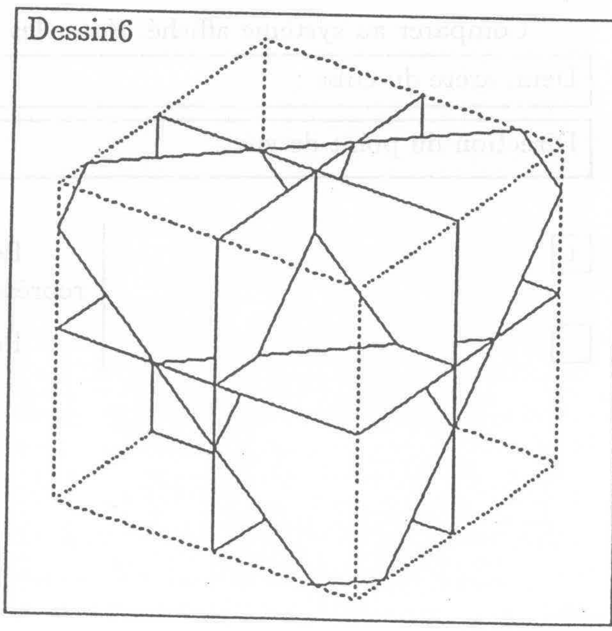

Dessin1


Dessin2


Dessin3


Dessin4


Dessin5


Dessin6