NOUVEAUX PROGRAMMES, NOUVEAUXELEVES
Terminales C et D

Jacqueline Rohinet

Nous avions pris l'habitude de voir arriver en premier cycle universitaire des étudiants formés selon les horaires et les programmes qui ont été en vigueur de 1972 à 1983. Or ce type d'enseignement avait le "tort" de former trop peu de scientifiques, il y a donc eu une réforme en profondeur de l'enseignement des mathématiques au lycée ; cette réforme a été d'autant plus efficace qu'elle s'est appuyée sur un remaniement complet de l'enseignement des mathématiques au collège. En effet arrivaient en terminale , en 1983, des élèves qui avaient inauguré la réforme Haby des collèges depuis la sixième, c'est à dire :

*moins d'heures de mathématiques, une heure de moins par semaine, ce qui, au bout du cycle du collège, représente une année de mathématiques en moins,

*un point de vue différent sur l'enseignement des mathématiques. Il n'y a plus de présentation axiomatique de la géométrie ; les élèves doivent être plus actifs (recherche, tâtonnements, manipulations, etc...) et s'initier progressivement au raisonnement déductif. Citons un extrait des programmes actuels (1990) des collèges (classe de troisième) : "Le travail effectué doit permettre à l'élève de s'approprier solidement l'usage des instruments de mesure et du dessin, d'acquérir définitivement des techniques opératoires (mentales ou écrites) et conjointement d'utiliser des calculatrices de poche, de s'entraîner constamment au raisonnement déductif."

*Il n'y a plus de secondes spécialisées, la sélection entre scientifiques et non-scientifiques ne se fait plus en fin de troisième, mais en fin de seconde.

*Dans ces secondes indifférenciées, il y a quatre heures de mathématiques par semaine (2h30 en classe entière et 1h30 en demi-classe), alors qu'en seconde C, il y avait six heures de mathématiques par semaine.

*Le nouveau programme de terminale C (83-84) a très peu changé, mais cette situation de changements importants jusqu'en première et de statu quo en terminale C a été rapidement intenable. En effet, d'une part, les élèves avaient changé de par leurs connaissances et leur compétences et d'autre part, les programmes des autres disciplines devenaient très lourds : les sciences naturelles font désormais partie des épreuves écrites du baccalauréat avec un programme ambitieux, il en est de même pour la géographie et l'histoire dont le programme est tout simplement "le monde de 1939 à nos jours."

Cette situation impossible a amené au fil des années des allégements dans le programme de mathématiques des terminales C et D, et les enseignants du supérieur doivent être conscients que l'enseignement de certaines notions a <u>complètement</u> disparu des terminales C et D.

<u>LES NOTIONS QUI NE SONT PLUS ENSEIGNEES DANS LE SECONDAIRE EN 1990 ET QUI L'ETAIENT JUSQU'EN 1983</u>

1°) Les entiers naturels : ont disparu l'énoncé des propriétés attribuées à $\mathbb{N}$, le raisonnement par récurrence, les exemples d'applications de $\mathbb{N}$ dans un ensemble X.
Il est cependant écrit dans les programmes de C et E que "sur des exemples significatifs, on amènera les élèves à conduire et à rédiger des raisonnements par récurrence[...]. Mais on évitera la mise en forme de récurrences dans les cas intuitivement évidents et on s'abstiendra de toute considération théorique sur le principe de récurrence."

2°)En arithmétique, ont disparu :

-L'anneau $\mathbb{Z}$; multiples d'un entier relatif (notation $n\mathbb{Z}$) ; congruences modulo n ; l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$; la division euclidienne dans $\mathbb{Z}$, dans $\mathbb{N}$.
-Les systèmes de numération, numérations décimales et binaires.
-Les nombres premiers dans $\mathbb{Z}$; si p est premier $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ est un corps.
-La décomposition d'un entier naturel en facteurs premiers (existence, unicité).
-Les PGCD et PPCM, les nombres premiers entre eux, l'identité de Bezout.

3°)A propos des nombres réels, ont disparu :

-L'inventaire (sans démonstration) des propriétés de $\mathbb{R}$ (corps commutatif totalement ordonné, toute partie non vide majorée de $\mathbb{R}$ admet un plus petit majorant, tout intervalle de $\mathbb{R}$ qui contient plus d'un point contient un rationnel).

-Les valeurs décimales décimales approchées à 10^{-n} près, par défaut et par excès, représentation d'un réel par une suite décimale illimitée.

-Les valeurs approchées d'un nombre réel, encadrement, incertitudes absolues et relatives.

-Les valeurs approchées d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de nombres réels dont on connaît des valeurs approchées.

Remarquons cependant que l'on trouve dans les programmes actuels de C et E : "Pour les suites, l'objectif est double : [...], explorer, sur des exemples simples, quelques méthodes d'approximations d'un nombre au moyen de suites" et "Exemples d'emploi de suites pour l'approximation d'un nombre. Sur les exemples étudiés, on mettra en évidence différentes étapes : construction d'un algorithme d'approximation au moyen d'une suite, étude de cette suite, obtention de la précision visée."

4°)A propos des nombres complexes, ont disparu :

-Tout ce qui avait trait à la construction de $\mathbb{C}$, on peut lire dans les programmes actuels de C, D et E :"Aucune méthode d'introduction des nombres complexes n'est imposée ; les idées doivent être mises en valeur, mais une construction détaillée n'est pas souhaitable." Dans les programmes de C et E, est rajoutée la phrase suivante :"A ce propos, on donnera la définition d'un corps (commutatif), mais aucune étude de cette notion n'est au programme."

-L'homomorphisme θ de $\mathbb{R}$ sur le groupe multiplicatif des nombres complexes de module 1.

-La résolution d'équations du premier et du second degré à coefficients complexes.

Notons que les notions nécessaires à la construction de $\mathbb{C}$ telles que : relation d'équivalence, structure de groupe, d'anneau, d'espace vectoriel, etc... ne sont plus enseignées. Cependant, il est rappelé dans le programme actuel que "les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance, d'inclusion,de réunion, d'intersection et de complémentaire ; mais aucune étude systématique de ces opérations et relations n'est au programme."

5°)A propos des fonctions numériques,ont disparu :

-Le formalisme de la limite, on peut lire dans les programmes actuels : "Pour la convergence, le point de vue adopté reste le même qu'en première. Les définitions par (ε,α) et (ε,A) et l'introduction de la droite numérique achevée sont hors programme."

-La réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle, en fait, il reste dans le programme actuel : "Image d'un intervalle par une fonction continue strictement monotone."

-La fonction linéaire tangente en un point à une fonction donnée et la notation différentielle.

-La dérivée en un point de la réciproque d'une fonction dérivable et strictement monotone.

-La définition des sommes de Riemann, l'existence de l'intégrale pour une fonction monotone et son extension aux fonctions continues ou monotones par morceaux, le lien avec la dérivation en des points où la fonction est continue.

6°)En algèbre linéaire, ont disparu :

-Les espaces vectoriels et les sous-espaces vectoriels, leur somme directe, les sous-espaces supplémentaires, les applications linéaires d'un espace vectoriel E dans un espace vectoriel F, image et noyau, addition et composition, groupe linéaire , homothéties, rotations et symétries vectorielles.

7°)En géométrie, ont disparu :

-Les applications affines, on peut lire dans le nouveau programme : "A propos de l'étude des projections et des transformations, la linéarité des applications vectorielles associées doit être mise en évidence et exploitée, mais l'étude systématique des applications linéaires, et a fortiori des applications affines, n'est pas au programme."

-Les isométries de l'espace, les vissages de l'espace, les angles de demi-droites, le groupe des angles de demi-droites.

-Les angles de droites vectorielles, le groupe des angles de droites.

-L'homomorphisme canonique du groupe des angles de demi-droites sur le groupe des angles de droites. Condition en termes d'angles de droites pour que quatre points soient cocycliques.

-Similitudes planes inverses, représentation complexe.

-Groupe des similitudes du plan et ses sous-groupes remarquables.

8°)Pour les coniques, ont disparu :

-Etude des courbes représentées dans un repère orthonormé par des équations de la forme $ax^2+by^2+2cx+2dy+e=0$.

9°)Pour les fonctions vectorielles :

On trouve dans les nouveaux programmes sur ce sujet :

Pour le contenu du cours : "Notions sur les courbes paramétrées du plan, courbe définie en repère orthonormal par $t \longrightarrow \overrightarrow{OM}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j}$. Vecteur dérivé, interprétation cinématique (vecteur vitesse), tangente."

Pour les commentaires : "L'étude des fonctions vectorielles (limites, continuité, calcul différentiel...) est hors programme. Le vecteur dérivé est introduit par ses coordonnées x'(t), y'(t) ; pour la notion de tangente on se limitera au cas où ce vecteur n'est pas nul. Les élèves doivent savoir dresser un tableau de variations coordonnées des fonctions x et y et l'utiliser pour tracer la courbe."

10°)Pour la cinématique :

Elle a totalement disparu et on peut lire dans les nouveaux programmes : "Les interprétations cinématiques sont à donner en liaison avec l'enseignement de la physique : la cinématique du point a été retirée du programme de mathématiques."

11°)Pour les probabilités, ont disparu :

-Les espaces probabilisés finis $(\Omega, \mathcal{B}(\Omega), p)$, les applications mesurables ; probabilité image, fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle.

-Couple de variables aléatoires réelles, loi du couple, lois marginales, couple indépendant, système de n variables aléatoires indépendantes.

-Espérance mathématique d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou dans $\mathbb{R}^2$.

-Espérance mathématique de la somme de deux variables aléatoires réelles d'un couple, du produit dans le cas d'un couple indépendant.

-Variance, écart-type d'une variable aléatoire réelle.

-Inégalité de Bienaymé-Tchebycheff, épreuves répétées, loi faible des grands nombres.

Il ne reste dans les nouveaux programmes de C et de E que : "Evénements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Evénements disjoints, événements contraires, réunion et intersection de deux événements. Notons qu'en terminale D, il reste beaucoup plus de probabilités, en plus du paragraphe qui est commun aux trois programmes, on trouve : "Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle : indépendance de deux événements. Expériences successives, schéma de Bernoulli, distribution binomiale, variable aléatoire réelle passant par un nombre fini de valeurs et loi de probabilité associée, fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type. Espérance de la loi binomiale."

LES NOTIONS QUI SONT ENSEIGNEES DANS LE SECONDAIRE EN 1990 ET QUI NE L'ETAIENT PAS JUSQU'EN 1983

Si beaucoup de notions ont disparu des programmes, de nouvelles ont fait leur apparition (pour certaines ce fut de courte durée, comme les développements limités qui ont de nouveau disparu). Nous donnons ci-dessous la liste des nouvelles notions, en citant le programme :

-"En algèbre, la résolution des systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques par la méthode de Gauss a été maintenue [notons qu'elle a été introduite dans les programmes de 1982], mais son interprétation en termes de vecteurs de $\mathbb{R}^n$ et, plus généralement, l'étude de l'espace $\mathbb{R}^n$ ont été enlevées du programme.

-"Convergence de suites monotones : toute suite croissante majorée converge." (seulement en terminale C et E).

-"Exemples simples d'études des phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale menant à une équation différentielle linéaire à coefficients constants, sans second membre, du premier ou du second ordre."

Deux points doivent être absolument notés par les enseignants du supérieur, c'est, d'une part, la disparition de tout formalisme utilisant les quantificateurs et le langage des ensembles et en particulier la disparition de la formalisation de la notion de limite et d'autre part , la disparition complète de l'algèbre et en particulier de l'algèbre linéaire.

La disparition de tout formalisme et de l'algèbre est sensible dans tout le cursus de la sixième à la terminale. Rappelons nous qu'en quatrième, les vecteurs étaient construits comme classe de vecteurs, on trouve maintenant :

-dans les programmes de quatrième, "Dans le plan, transformation de figures par translation ou rotation, translation et vecteur, polygones réguliers."
--dans les programmes de troisième : "Dans le plan, construction de transformées de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétries orthogonales par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires. Translation et vecteur, égalité vectorielle ; dans le plan rapporté à un repère : effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point ; coordonnées d'un vecteur, addition vectorielle.".
On ne trouve plus trace de construction de l'objet vecteur ni de calcul vectoriel dans l'espace, et cela continue en seconde où il est précisé dans le programme : "Le calcul vectoriel et l'étude des transformations géométriques de l'espace ne sont pas au programme." (il n'est pas rare que ce soit l'enseignant de physique qui introduise le calcul vectoriel dans l'espace).
L'espace est abordé en première S : "Extension du calcul vectoriel à l'espace (admise), bases et repères ; vecteurs colinéaires, vecteur directeur d'une droite, alignement de trois points, parallélisme de deux droites ; vecteurs directeurs d'un plan, vecteurs coplanaires, parallélisme de deux plans,d'une droite et d'un plan.", avec la restriction suivante : "Aucune construction théorique du calcul vectoriel dans l'espace n'est au programme [...].". Tout cela est répété en terminale : "Il n'y a pas à revenir sur les fondements du calcul vectoriel, la notion générale d'espace vectoriel n'est pas au programme."

Les enseignants du supérieur doivent être très attentifs à un autre fait : c'est la différence qu'il y a entre un étudiant issu de terminale C et un autre issu de terminale D, quant à leurs savoirs et leurs savoir-faire et cela est d'autant plus important que près de la moitié des étudiants de DEUG SSM sont issus de D. La première différence tient bien sûr à la sélection opérée à l'entrée en terminale C, les élèves orientés en D le sont par l'échec ; ce n'est pas la seule, il y en a une autre induite par deux enseignements très différents dans une classe et dans l'autre et, cela sur trois points : les horaires, les contenus et le "point de vue sur les mathématiques".

ENSEIGNEMENTS EN TERMINALE C ET EN TERMINALE D : LES DIFFERENCES

1°) LES HORAIRES

Il y a 9 heures de mathématiques par semaine en terminale C et 6 heures en terminale D, rappelons qu'entre 72 et 82, il y avait 6 heures de mathématiques par semaine en seconde C.

2°) LES CONTENUS

Ce qui est enseigné en terminale C et ne l'est pas en terminale D :
-La définition des suites monotones, des suites bornées et des suites périodiques.
-Le théorème sur la convergence des suites bornées. En particulier, il est nécessaire de se limiter à l'étude des suites $u_{n+1} = f(u_n)$ pour lesquelles on peut écrire $| f(x) - f(a)| < k |x - a|$ où a est un point fixe de f.
-Des exemples d'emploi de suites pour l'approximation d'un nombre. Dans le programme de C, il est précisé dans les commentaires : "Sur les exemples étudiés, on mettra en évidence diverses étapes : construction d'un algorithme d'approximation d'un nombre au moyen d'une suite, étude de cette suite, obtention de la précision visée."
-L'étude des racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité est explicitement hors programme.Et on ne retrouve pas :
-Transformation de $a \cos\theta + b \sin\theta$ où a et b sont des réels.
-Conversion de produits trigonométriques en sommes et de sommes en produits.
-Le théorème : "Toute fonction définie sur un intervalle I contenant un point c et dont les restrictions sont continues pour $x \leq c$ et pour $x \geq c$ est continue sur I."
-L'interprétation cinématique du vecteur dérivé pour les courbes paramétrées.
-Des exemples d'études de lieux géométriques à l'aide d'un paramétrage. Exemple d'obtentions et d'emplois de représentations paramétriques de coniques.
-Des exemples d'études de problèmes géométriques (dans le plan et dans l'espace) conduisant à des systèmes d'équations linéaires : décomposition d'un vecteur, intersections.

Pour ce qui est de la géométrie, elle est complètement absente du **cours** de terminale D ; elle n'apparait qu'à l'occasion des travaux pratiques et il est précisé dans le programme qu'aucune autre connaissance que celles de première S et de seconde n'est exigible. En terminale C, un grand nombre de connaissances nouvelles sont introduites :
-Outil vectoriel et configurations (plan et espace) : barycentres, caractérisations vectorielles des objets géométriques, projections, bases orthonormales directes et indirectes, produit vectoriel, déterminant de deux vecteurs.
-Transformations et configurations : isométries du plan, similitudes directes du plan, notions sur les transformations élémentaires de l'espace.
Dans les travaux pratiques, on trouve aussi des différences :
-En TC, exemples d'emplois des nombres complexes pour l'étude d'une configuration plane, alors qu'en TD, "les élèves doivent savoir interpréter géométriquement le module de b-a et l'argument de $\frac{c-b}{c-a}$. Tout autre formulation de propriétés géométriques à l'aide des nombres complexes doit faire l'objet d'indications.".
Tout ce qui suit est absent du programme de TD :
-Transformations de $\sum_{i=0}^{n}\alpha_i MA_i^2$, applications ; cas de deux points : ligne ou surface de niveau de $M \dashrightarrow \frac{MA}{MB}$. Ensembles des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ modulo π ou modulo 2π.
-Exemple d'emplois d'un repère orthonormal dans le plan ou dans l'espace. Changement de repère direct orthonormal dans le plan. Expression analytique d'une translation, d'une rotation plane.
-Exemples d'emplois des transformations planes pour l'étude de configurations et de lieux géométriques. Exemple d'études des isométries laissant invariantes une configuration du plan. Exemples de recherche et d'emploi d'isométries ou de similitudes directes transformant une configuration donnée en une autre.

Pour ce qui est des probabilités, nous avons déjà montré qu'il y a un cours beaucoup plus conséquent en TD qu'en TC et pour ce qui est des travaux pratiques, on trouve en plus : exemples de situations menant à l'étude d'une variable aléatoire.

Remarques

1°)L'algèbre linéaire a totalement disparu des programmes deux classes, cependant on peut, sur ce point, constater des différences importantes ; en effet, c'est seulement en terminale C que l'on trouve des prémisses de l'algèbre linéaire : vecteurs, bases orthonormales directes et indirectes, produit vectoriel, déterminant de deux vecteurs, activités sur les changements de bases. On peut en inférer que les étudiants issus de terminale C ont déjà acquis des notions importantes :
-Calcul vectoriel dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
-Bases dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
-Dépendance et indépendance linéaire par le biais de la colinéarité et de la coplanarité.
-Application linéaire par l'intermédiaire des transformations géométriques.
En revanche, les étudiants issus de terminale D ont, au plus, les connaissances de calcul vectoriel apprises en première S et comme aucune activité sur ce sujet n'est prévue en terminale, il y a de fortes probabilités pour qu'ils aient presque tout oublié.

2°)Sur les suites on peut constater qu'en D on en reste aux suites de référence et aux bricolage, alors qu'en C on introduit des concepts importants : suites monotones bornées.

3°) LE POINT DE VUE

Enfin la différence la plus flagrante entre les deux classes concerne les points de vue sur les mathématiques et leur apprentissage adoptés dans l'une ou l'autre classe.
Sur les complexes on trouve comme commentaire :
en TC, "les nombres complexes, outre leur intérêt algébrique, fournissent des outils pour la trigonométrie et pour l'étude des configurations géométriques planes."
en TD, "les nombres complexes, outre leur intérêt algébrique, fournissent des outils pour l'ensemble du programme et pour la physique."
Le deuxième commentaire est beaucoup moins précis, le caractère outil des complexes est beaucoup plus vague et renvoyé à la physique.
Sur les suites, on retrouve la même différence :
en TC, on conseille d'étudier des exemples d'emploi de suites pour résoudre des équations (ce qu'on conseille aussi en TD) mais aussi pour approximer des nombres réels ce qui n'apparait pas en TD.
Les élèves de TD sont privés d'un moyen d'approcher la notion de nombre réel.
Pour ce qui est des commentaires, on peut lire :
en TC, "Pour les suites, l'objectif est double : fournir quelques outils efficaces pour l'étude globale et asymptotique d'une suite donnée ; explorer, sur des exemples simples, quelques méthodes d'approximation d'un nombre au moyen de suites."
en TD, "Quelques notions sur les suites complètent le programme d'analyse dans le seul but de permettre l'étude de situations discrètes sur des exemples simples."
L'étude et l'appropriation du concept-objet "suite" est clairement exclus pour les élèves de TD ; ils doivent se contenter du caractère outil de ce concept et encore seulement dans des cas simples!
En géométrie, c'est encore plus flagrant :
en TC, "le programme comporte deux objectifs essentiels :
*Approfondir la géométrie du plan et de l'espace à travers l'étude d'objets géométriques et de l'action des transformations sur ces objets.
*Développer une vision géométrique des problèmes grâce à la mise en oeuvre systématique d'activités graphiques (figures, tracés de courbes, croquis à main levée, schémas...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme.
en TD,"les activités géométriques répondent à deux objectifs principaux :
*Entretenir la pratique des objets géométriques usuels du plan et de l'espace.
*Exploiter des situations géométriques comme source de problèmes, notamment en analyse, et inversement entretenir une vision géométrique grâce à la mise en oeuvre systématique d'activités graphiques (tracés de courbes,schémas...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme."
Il est patent que les élèves de TD sont privés des concepts-objets de la géométrie, ils doivent se satisfaire du caractère-outil des concepts introduits jusqu'en première. De manière implicite, ils sont privés du cadre géométrique dans la résolution des problèmes, on peut constater la disparition des activités graphiques : figures et croquis à main levée.
Sur l'ensemble du programme, on peut constater une autre différence, en TD le commentaire suivant est très fréquent : "toutes les indications utiles doivent être fournies". Par exemple, en TC il est écrit dans le programme à propos des fonctions numériques "il n'y a pas lieu de multiplier les exemples posés a priori et on se gardera de tout excès de technicité", alors qu'en TD, il est écrit "on évitera les exemples posés a priori et toutes les indications utiles doivent être fournies". On doit fournir des indications aux seuls élèves de TD sur les points suivants :
-l'étude des fonctions numériques,
-l'étude des suites récurrentes,
-les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation des fonctions,
-les intégrations par parties,
-la formulation de propriétés géométriques à l'aide des nombres complexes,
-l'obtention de périodicité et de symétries dans l'étude des courbes paramétrées.
Cette restriction autorise les professeurs de TD à exclure les problèmes ouverts sur un grand nombre de notions et cela ne peut pas être sans influence sur les apprentissages des élèves et sur leurs représentations des mathématiques et de leur fonction. Les uns sont entraînés à découvrir eux-mêmes les outils adaptés aux divers problèmes, les autres, au contraire, sont habitués à résoudre les problèmes en faisant fonctionner les outils qui leur sont fournis.

CONCLUSION

Plusieurs points doivent être absolument notés par les enseignants du supérieur, c'est, tout d'abord, la disparition de tout formalisme utilisant les quantificateurs et le langage des ensembles et en particulier la disparition de la formalisation de la notion de limite ensuite la disparition complète de l'algèbre et en particulier de l'algèbre linéaire, et enfin, leur attention doit être spécialement attirée sur l'hétérogénéité de leurs étudiants. Les étudiants issus de C et ceux issus de D ont subi des traitements tellement différents lors de leur année de terminale qu'une moitié des étudiants n'offre que peu de ressemblances avec l'autre moitié à la fois par ses connaissances et par ses représentations des mathématiques et de "faire des mathématiques".

Ce dernier point est rarement pris en compte dans l'enseignement supérieur et il conviendrait peut-être d'approfondir ces questions pour adapter l'enseignement à la réalité dans le premier cycle universitaire.