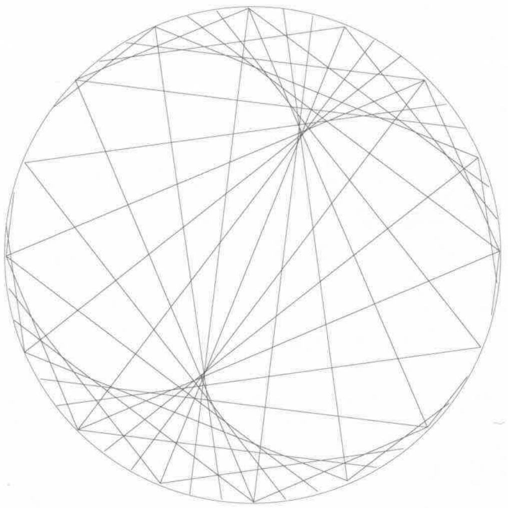
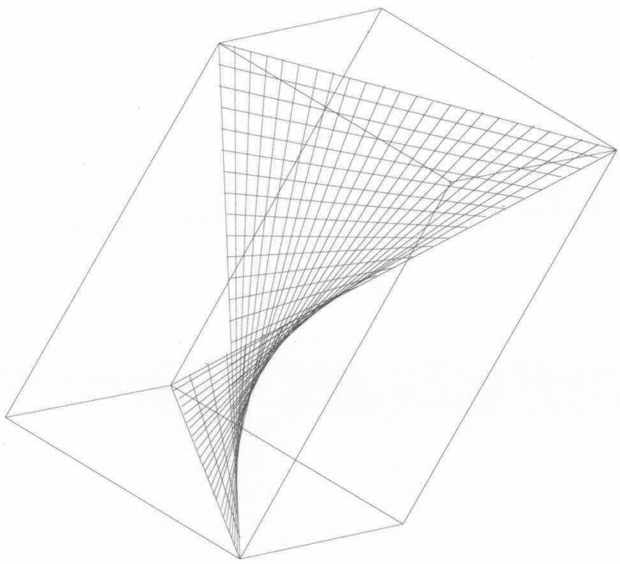
COMMISSION INTER-IREM
MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE



APPORTS DE L'OUTIL INFORMATIQUE À L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE



1994

Commission Inter-IREM
Mathématiques et Informatique.

Apports de l'outil informatique à l'enseignement de la Géométrie.

1994

Sommaire

Introduction

1 Pourquoi cette brochure

La géométrie est un point fort de l'enseignement des mathématiques en France. Il n'est donc pas étonnant que de nombreuses recherches aient été menées, notamment au sein des IREM, sur ce thème et en particulier sur les apports d'outils informatiques spécifiques à cet enseignement.

Après des premiers travaux de pionniers, la première grande étape du développement de l'utilisation de l'ordinateur en classe de géométrie et de recherche sur les pratiques correspondantes peut être associée à la diffusion de Logo. Des "micro-mondes", tel Euclide, spécifiquement consacrés à la géométrie "scolaire" sont venus compléter cet environnement Logo. Les publications des IREM sur Logo et Euclide sont nombreuses (et certains articles sont toujours d'actualité). Parallèlement, on a vu apparaître des imagiciels ayant comme objectifs d'aider à l'apprentissage ou de présenter des animations sur des thèmes précis (les quadrilatères, la symétrie orthogonale, le calcul vectoriel…)

Ces deux voies, à des degrés divers, ont permis d'explorer diverses pistes de recherche concernant :

- le domaine de l'apprentissage,
- la didactique de la géométrie,
- les rapports entre l'élève et l'ordinateur et le rôle de ce dernier dans l'apprentissage.

Toutes ces recherches, mais aussi, l'évolution des matériels et l'arrivée d'une nouvelle ergonomie (souris, menus déroulants ...) sont à l'origine du développement d'une deuxième génération d'outils dont nous disposons aujourd'hui.

Par ailleurs le domaine de la démonstration automatique et de la modélisation des démarches de démonstration est, lui aussi, l'objet de travaux de recherche et de production de logiciels. Leur nombre est encore limité et il s'agit le plus souvent de prototypes ou d'outils dont on commence à étudier les conditions d'intégration dans la classe. Ces recherches, qui relèvent du domaine de l'Intelligence Artificielle, permettent d'envisager la conception d'Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateurs (autrefois désignés par tutoriels intelligents).

L'introduction de nouveaux outils nécessite une réflexion fondamentale sur leur conception, leurs apports spécifiques et sur les modifications qu'ils induisent dans les situations d'apprentissage. La première partie de la brochure est consacrée à cet aspect. L'expérience acquise dans les IREM montre que les logiciels sont d'autant plus performants qu'ils ont été élaborés, dès leur conception, dans une interaction étroite entre informaticiens, didacticiens, formateurs et enseignants de terrain. Dominique Guin, qui participe à cette réflexion depuis de nombreuses années, montre la nécessité et la richesse d'une telle interaction, mais aussi les exigences qu'elle induit en terme de formation des enseignants. Depuis que l'informatique est arrivée à l'école, Michèle Artigue porte son regard de didacticienne sur des classes travaillant avec des logiciels: dans son article, elle met en évidence les profondes modifications (positives ou négatives) apportées par l'outil informatique dans le triangle "maître, élève, savoir". La lecture de ses réflexions peut nous éviter éviter bien des illusions et des déconvenues.

Les "morceaux choisis" qui suivent permettent d'apprécier la diversité et la richesse du travail des équipes et de se faire une idée des multiples usages de l'ordinateur dans la classe. Une bibliographie commentée permet enfin à tous ceux qui le désirent de poursuivre la réflexion que, nous l'espérons, cette brochure aura suscitée.

2 Pourquoi enseigner la géométrie avec l'ordinateur

Les logiciels d'aide à la gestion de la figure sont nombreux, les utilisations de l'ordinateur pour l'enseignement de la géométrie sont multiples. Les quelques exemples présentés dans cette brochure sont là pour illustrer des idées d'activités géométriques, les scénarios proposés peuvent souvent être transposés sur d'autres logiciels.

2.1 Aide à la formulation, à la précision du langage

Pour réaliser une figure, ou pour en donner un programme de construction, il faut être précis, l'ordinateur oblige à décrire toutes les étapes, réfléchir sur le statut des objets géométriques considérés. Exemples :

- De nombreux élèves disent ou écrivent : "*Je trace la perpendiculaire à la droite (AB)*", l'ordinateur les obligera à préciser "*qui passe par le point C*".

- On lit dans un exercice : "*Soit un triangle ABC et son cercle circonscrit*", l'enseignant pour réaliser la figure au tableau trace un cercle, choisit trois points sur le cercle et trace enfin le triangle; il conseillera même à ses élèves de procéder ainsi pour gagner du temps. Cette réalisation de la figure est en effet beaucoup plus simple, mais on perd du même coup une part du sens du cercle circonscrit qui est mis en évidence par la construction des médiatrices. Avec l'ordinateur, on peut suivre l'énoncé sans rendre la construction trop laborieuse, on doit même le faire, dans certains cas, sous peine de surprise dans l'utilisation ultérieure de la figure.

- Quand on demande à un élève "*Reproduis la figure*", un travail sur papier est relativement tolérant, l'élève pouvant se contenter de faire un dessin ressemblant sans remarquer les propriétés de la figure ; au contraire l'ordinateur demande une meilleure observation, une meilleure analyse de celle-ci afin d'en comprendre la logique.

2.2 Aide à la conceptualisation, à la formalisation

Que représentent dans la tête d'un élève les phrases ou expressions suivantes :

- "un triangle quelconque",
- "dans un triangle isocèle, la médiane est en même temps hauteur, médiatrice et bissectrice",
- "l'orthocentre d'un triangle ABC rectangle en A est le point A ; celui d'un triangle ayant un angle obtus est à l'extérieur du triangle".

L'ordinateur peut jouer un grand rôle dans l'élaboration des concepts sous-jacents, des images mentales ; on pourra ainsi dans les trois exemples ci-dessus :

- dessiner un triangle, le déformer (en gardant les propriétés des autres éléments de la figure) et générer ainsi un triangle "pouvant avoir n'importe quelle forme ... quelconque";

- dessiner un triangle, une médiane, une hauteur, une médiatrice et une bissectrice, puis déformer le triangle jusqu'à le rendre isocèle et voir en même temps les quatre droites se confondre (il s'agit ici de "voir", aucune démonstration n'étant fournie par l'ordinateur, celle-ci devra être faite ensuite si le maître le juge utile);
- dessiner un triangle et ses trois hauteurs, déformer celui-ci et observer ce qui se passe.

Le rapport entre dessin et objet géométrique et l'aide qu'apporte l'outil informatique dans l'apprentissage de la notion de figure sont décrits, par exemple, dans l'article de C. Laborde et B. Capponi, "*Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique*" (RDM n°14 1.2 p. 165 à 210). Les auteurs remarquent:

" *Les rapports entre dessin et objet géométrique peuvent être grossièrement caractérisés par le fait que des propriétés de l'objet géométrique se traduisent graphiquement par des relations spatiales. Il importe cependant de souligner la complexité des rapports entre dessin et objet géométrique:*

(i) d'une part un dessin géometrique n'est pas nécessairement interprété par son lecteur comme renvoyant à un objet géométrique,

(ii) d'autre part les interprétations d'un même dessin en tant que signifiant d'un objet géométrique sont multiples pour deux raisons: la première tient à ce que les interprétations dépendent du lecteur et de ses connaissances, la deuxième tient à la nature même du dessin; à lui seul il ne peut caractériser un objet géométrique."

2.3 Simulation, exploration d'une situation

L'ordinateur permet de faire des mathématiques "expérimentales" à moindre coût: par exemple, en étudiant des cas de figure différents, on découvre des propriétés, on met à l'épreuve des conjectures, on remarque des configurations qui donneront des idées pour la démonstration. Mais il convient, bien entendu, de mettre en évidence la différence entre expérimenter et démontrer.

Les situations étudiées paraissent souvent plus riches quand on utilise l'ordinateur car la manipulation de la figure amène les élèves à étudier des cas particuliers ou à généraliser des résultats, à proposer un prolongement à un exercice ...

Les problèmes de recherche de lieux de points se prêtent à une exploration/illustration par l'ordinateur.

En géométrie de l'espace l'ordinateur peut aider les élèves à mieux comprendre, à mieux voir la figure, à étudier de façon dynamique les différentes projections utilisées, à mettre en évidence les problèmes posés par la représentation en deux dimensions d'une situation en trois dimensions (droites non coplanaires dont les projections ont un point d'intersection, droites non parallèles dont les projections sont parallèles, représentation de droites orthogonales, mesures ou comparaisons d'angles, de longueur ...).

2.4 Travail sur d'autres classes de problèmes

Il devient possible grâce à l'ordinateur de résoudre des problèmes plus complexes et qui n'ont plus le caractère "évident" de certains exercices proposés aux élèves. Sur de tels problèmes, l'élève aura plus de plaisir et de motivation à chercher puis, sans doute, à démontrer.

Dans de telles situations, il sera parfois intéressant de poser des "problèmes sans question", l'élève en déformant la figure ou en étudiant des cas particuliers observera des configurations remarquables, devra formuler des hypothèses, des questions et se trouvera plus dans une situation de recherche et moins dans une situation scolaire.

Un même problème pourra être étudié selon plusieurs points de vue, par exemple :

- par la géométrie des configurations,
- analytiquement (l'usage d'outils de calcul formel pourra être précieux);
- en mettant en évidence des transformations ...

La géométrie devient aussi une source de problèmes d'analyse dans la mesure où une expérimentation est facile à réaliser.

Quelques types de problèmes sont beaucoup plus accessibles (faciles) ou plus intéressants à traiter en utilisant l'ordinateur :

- recherches de lieux,
- problèmes de constructions par "abandon de contrainte",
- optimisation,
- problèmes mettant en oeuvre des transformations ...

3 Perspectives

Le contenu de cette brochure reflète, pour une part, ce qui se passe dans les IREM. Des pans entiers sont restés dans l'ombre, sur lesquels il est important que des équipes réfléchissent et produisent. Nous pouvons citer par exemple l'utilisation de logiciels de calcul formel en géométrie analytique, mais aussi l'automatisation possible de certaines démonstrations ou l'apparition d'environnements multi (ou hyper) média et les questions qu'ils posent sur l'organisation du savoir (articulation entre différents micro-mondes, coordination de divers registres, etc…).

Du côté des logiciels, on a vu et on voit toujours fleurir un nombre important de nouveaux produits. Pour que ces produits puissent être utiles au plus grand nombre il est nécessaire que l'**interaction formateurs-chercheurs-concepteurs** soit beaucoup plus large et ait lieu à toutes les étapes de la fabrication : conception, développement, mise au point ... Des équipes IREM peuvent sans doute être impliquées dans ce type de travail.

L'introduction de ces nouveaux outils modifie les comportements et les conceptions des enseignants ainsi que ceux des élèves. Les groupes IREM peuvent contribuer, par leur pratique, mais aussi par une réflexion au sujet de cette pratique, à faire prendre conscience de ces transformations. Il faudra en évaluer la portée, mettre en évidence les aspects positifs, souligner les pratiques illusoires, mesurer les complémentarités et les tensions avec la situation "papier-crayon". Il n'est pas interdit de penser que le contenu même de l'enseignement de la géométrie pourrait en être modifié.

pour la commission:J.F. Canet.

Nécessité et richesse d'une interaction entre concepteurs des outils informatiques, didacticiens et formateurs dans l'enseignement des mathématiques

Mme Dominique GUIN, équipe ERES, Université Montpellier 2.

0 A quoi peut servir un outil informatique dans l'enseignement?

Si l'objectif visé dans la conception d'outils technologiques est la mise en place d'un *milieu* qui favorise l'apprentissage par l'*adaptation* qu'il nécessite de la part de l'élève, cet objectif ne peut être atteint sans une *interaction* transdiciplinaire entre informaticiens, didacticiens et formateurs.

Lorsque nous choisissons d'employer un dispositif différent, nous souhaitons qu'il permette à nos élèves de *modifier* le regard qu'ils portent sur les mathématiques. Ce dispositif va modifier l'environnement, il apportera ses propres contraintes, il mettra en lumière certains aspects des mathématiques et projettera son ombre sur d'autres [Canet 94].

C'est l'adaptation à la composante *active* du milieu qui doit provoquer l'apprentissage [Artigue 94]. Ainsi, les outils technologiques permettant une approche graphique de l'analyse ouvrent la possibilité d'un travail spécifique sur l'*articulation* des registres algébrique et graphique qui n'est pas envisageable dans l'environnement traditionnel. C'est ce travail qui va provoquer chez l'élève une *réorganisation* des connaissances : M. Artigue, en évoquant la recherche pilotée par A. Schoenfeld, met en évidence que, pour arriver à une conception de la pente correctement articulée entre les pôles algébrique et graphique, c'est tout un *réseau cognitif* qu'il faut modifier.

Les outils cognitifs que R. Pea nomme "cognitive technologies" [Pea 87] ont donc un rôle d'*amplification*, mais aussi de *réorganisation* des connaissances : ils permettent non seulement de "faire plus et plus vite", mais aussi de "faire autrement" en utilisant la spécificité du milieu. Ainsi, par exemple, on peut envisager d'utiliser la facilité du changement de registres pour modifier les procédures de résolution en interprétant, validant ou conjecturant des faits [Canet 94]. La maîtrise de ces procédures manifestera une nouvelle structuration des connaissances dans la conceptualisation mathématique de la notion de fonction.

Lors de la mise au point des premiers logiciels éducatifs, les objectifs à atteindre dans la conception de ces outils technologiques n'étaient pas explicités, et c'est l'expérimentation de ces logiciels (souvent produits par des individus informaticiens ou enseignants en mathématiques) qui a permis de préciser la demande des didacticiens, formateurs et enseignants. C'est pourquoi la nécessité de l'interaction transdiciplinaire entre informaticiens, didacticiens et formateurs ne paraissait pas si cruciale à l'époque.

Au cours des dix dernières années cette interaction s'est développée progressivement. Nous pouvons déjà entrevoir l'avance significative qu'elle permet dans chaque discipline. Nous présenterons succinctement quelques exemples afin d'argumenter cette prise de position.

I Un outil technologique de grande notoriété peut s'avérer inadapté pour l'enseignement

Considérons le fameux tuteur intelligent Geometry Proof Tutor conçu par une équipe de chercheurs en Intelligence Artificielle aux USA qui a fait l'objet de plusieurs articles dans des revues internationales d'Intelligence Artificielle [par ex : Anderson & al 87]. Après l'élaboration d'une théorie générale de la cognition ACT*, J.R. Anderson s'est intéressé à la conception de tutoriels intelligents simultanément pour appliquer cette théorie et valider ses hypothèses.

Le groupe Intelligence Artificielle de l'I.R.E.M. de Strasbourg, composé essentiellement d'enseignants en Mathématiques de l'enseignement secondaire, travaillait à la modélisation des connaissances nécessaires à la conception d'un environnement informatique d'apprentissage pour la démonstration géométrique. Après une étude des logiciels disponibles à l'époque [Guin & Groupe IA 89], il était naturel qu'il s'intéresse à Geometry Tutor : pour une analyse détaillée du système Geometry Tutor, l'on pourra consulter [Guin & Groupe IA 91]. L'analyse a révélé des insuffisances importantes dans les expertises mathématique et pédagogique du logiciel (imprécision dans les règles et les énoncés, figures très fréquemment particulières, formalisme excessif, choix des exercices et des types d'aide très discutable etc.).

Ces insuffisances étaient assez importantes pour que les enseignants (formateurs pourtant particulièrement enthousiastes pour l'intégration des outils informatiques...) estiment ne pas pouvoir l'utiliser dans leurs classes : sans doute est-ce une conséquence du fait que les fichiers d'exercices ont été constitués par *un seul enseignant* qui "expérimentait" le logiciel dans sa classe? Quel peut être le *rôle* de l'enseignant dans une expérimentation d'enseignement intégrant Geometry Tutor ? Il semble que ce rôle n'ait pas été prévu par J.R. Anderson au moment de la conception du tutoriel. L'enseignant est pourtant indispensable pour *expliquer* le comportement du tuteur, incompréhensible pour l'élève. En effet, l'interaction tuteur-élève est trop figée pour que le logiciel fonctionne sans intervention de l'enseignant.

L'élève ne peut proposer une démonstration *parfaitement correcte*, si la solution correspondante n'a pas été prévue par le tuteur. En outre, l'élève sera guidé de la même manière au bout de deux essais infructueux, que le nom de la règle qu'il propose soit inexact ou qu'il n'en propose pas. En ce qui concerne le diagnostic des erreurs, il paraît nécessaire d'un point de vue pédagogique de préciser le *type* d'erreur : pour que l'élève progresse, il doit comprendre la nature de l'erreur. C'est d'autant plus vrai lorsque "l'erreur" consiste à ne pas travailler dans le contexte souhaité par l'enseignant qui a conçu les exercices!

Mais le *conflit* entre le fonctionnement du logiciel et l'interaction didactique souhaitée par les enseignants est plus profond :

Dans Geometry Tutor, l'élève n'a pas la charge du décodage de l'énoncé puisqu'il lui est présenté avec les hypothèses et la conclusion déjà mises en évidence. La tâche demandée est trop *localisée* pour qu'il y ait erreur sur les *statuts opératoires* des assertions. Dans ces conditions, il est très difficile pour l'élève de prendre conscience de ces statuts, alors que leur reconnaissance est une condition nécessaire pour la compréhension du processus de la démonstration.

L'activité demandée est un mélange de tâche heuristique (choix d'un théorème) et d'organisation déductive. La démarche imposée de *pas à pas* est souvent un obstacle à la découverte de la démonstration. De plus, celle-ci n'est pas forcément une combinaison de marche avant et arrière, la *reconnaissance d'un plan* ou d'une *figure prototype* ne peut pas être prise en compte : l'élève expert doit travailler comme le novice. L'élève n'a pas non plus la possibilité de tester un plan pour comprendre pourquoi il échoue afin de l'améliorer. Pour une mise au point de la démonstration, il est nécessaire de pouvoir choisir le niveau auquel on travaille et de pouvoir procéder par *approximations successives*, méthode aux antipodes d'une réaction immédiate aux erreurs.

Enfin, remarquons que les divergences s'étendent jusqu'au désaccord sur le *choix* des situation-problèmes. Les exercices proposés font très souvent appel à des règles de calcul et ne permettent pas une réelle réflexion sur des objets géométriques. De plus, les exercices proposés sont soit d'une complexité artificielle parce qu'utilisant des règles de calcul peu explicitées dans l'enseignement comme la substitution ou la transitivité de l'égalité, soit très simples : il faut fréquemment appliquer une seule règle pour arriver à la conclusion [Guin & Groupe IA 91].

L'origine de ces divergences se situe dans la théorie cognitive ACT* qui conçoit l'apprentissage comme un processus relativement simple, une fois le "découpage" des connaissances effectué. Les enseignants confrontés à l'apprentissage de la démonstration géométrique peuvent difficilement adhérer à cette théorie. Enfin, le rejet de ce tuteur par les enseignants les plus motivés n'est pas spécifique à la France : la situation aux USA est analogue, même si les enseignements sont très différents. Le fait le plus intéressant à signaler est l'étonnement de la communauté internationale d'Intelligence Artificielle qui considérait à l'époque ce tuteur comme le modèle du genre; elle se trouvait confrontée aux conséquences de l'absence d'interaction entre les différentes communautés..

II Un outil technologique inadapté peut être à l'origine de recherches didactiques hors contexte technologique

Malgré toutes les réserves émises précédemment, les enseignants avaient été fortement intéressés par la possibilité dans Geometry Tutor d'avoir une représentaton sous forme de *réseau* de la démonstration. Leur intuition était que cet outil pourrait s'avérer efficace hors contexte informatique dans l'enseignement de la démonstration en géométrie. Le groupe IA de l'IREM de Strasbourg, et en particulier M.-A. Egret a donc entrepris une expérimentation dans ce sens avec la collaboration de R. Duval. Les premières publications [Duval & Egret 89 ; Egret & Duval 89] développaient les bases de l'utilisation des réseaux déductifs comme objets *transitionnels* pour la prise de conscience par les élèves de ce qu'est une démarche de démonstration. Ces articles ont depuis été largement diffusés dans le réseau des IREM et ont été suivis par des publications au niveau international.

Une deuxième conséquence de cette analyse de logiciels de géométrie par le groupe IREM de Strasbourg est la mise en évidence d'implicites dans la démarche des "experts" en démonstration géométrique : on découvrit la variété et la subtilité de leur démarche jusque dans les exercices les plus simples. Cette prise de conscience conduisit à s'interroger sur la manière d'enseigner. L'observation du comportement de l'expert en géométrie a permis d'expliciter des *métaconnaissances* [1] dans certains domaines, tels que les problèmes liés à la cocyclicité ou la relation de Chasles [Vogel 94]. Ces métaconnaissances constituent un aspect fondamental du raisonnement géométrique, et peuvent être à l'origine d'une remise en question de notre enseignement, pourvu qu'il ne se fige pas en fiches-méthodes [Kuntz 94]!

III Les critiques portées sur un outil technologique peuvent également être à l'origine de nouvelles recherches en IA

L'une des raisons qui permet d'expliquer le phénomène décrit en I est le nombre d'enseignants en géométrie qui ont participé à ce projet : l'on constate la présence d'un *seul* enseignant qui expérimentait le logiciel dans une classe de faible effectif parmi des chercheurs informaticiens et cogniticiens. Ce fait suffit amplement à expliquer les erreurs signalées dans la base de connaissances du logiciel, et les choix didactiques souvent surprenants!

Face à ces réactions des enseignants, les auteurs ont repris le projet pour concevoir un nouveau logiciel Angle [Koedinger K.R. & Anderson 90], qui prend en compte les remarques des enseignants, en particulier l'importance des figures *prototypes* et configurations géométriques et la nécessité d'une plus grande souplesse du logiciel. Remarquons tout de même que les quelques articles écrits par les enseignants qui utilisent ce nouveau logiciel portent une fois de plus sur le fonctionnement du logiciel, mais ne donnent aucune information sur le déroulement de la séquence d'enseignement dans laquelle il est censé s'intégrer...

En France, un réinvestissement important des recherches développées au sein du groupe Intelligence Artificielle de l'I.R.E.M. de Strasbourg a été réalisé grâce à l'Université d'été Informatique et Enseignement de la géométrie organisée par R. Cuppens [Toulouse 90] qui a permis un premier contact entre les chercheurs de l'Intelligence Artificielle, les didacticiens, les formateurs et les enseignants : l'influence de cette université est sensible dans les travaux présentés ci-dessous.

Le projet CHYPRE [Bernat 93 a & b]

P. Bernat propose l'architecture d'un système d'aide au raisonnement sans contrainte, qui ne comprend pas de résolveur. Ce système, qui utilise le logiciel Calques Géométriques pour construire la figure [2], suit l'élève dans son travail sans lui imposer une démarche prédéfinie. Il privilégie l'activité de *recherche* d'une démonstration en intégrant plusieurs fonctionnalités souhaitées dans le cahier des charges du groupe IA de l'IREM de Strasbourg [Guin & Groupe IA 91] : l'élève peut créer progressivement le réseau associé à son raisonnement, sans aucune contrainte de fonctionnement (pas à pas, marche avant ou marche arrière), il peut ainsi chercher un *plan de démonstration* à partir de faits non prouvés qui ont le statut de conjecture. Le logiciel permet ainsi de "sauter", dans un premier temps, certains pas de démonstration.

---

[1] Les connaissances sur les connaissances : les connaissances qui sont des propriétés des connaissances, les connaissances actives (qui manipulent des connaissances).

[2] Du même auteur.

Il offre donc les possibilités d'un raisonnement *non linéaire* et d'une vision *moins locale* de la démonstration. La modélisation du raisonnement sous-jacente prend en compte la notion de *prégnance* [3] d'un objet géométrique et ses conséquences sur la réorganisation des connaissances.

Le projet MENTONIEZH [EIAO 93 ; Py 94]

D. Py a réalisé un système d'aide à la démonstration en géométrie plane (niveau 4ème) qui guide et corrige l'élève durant deux phases de la résolution de problèmes : tracé de la figure et élaboration de la démonstration (une version IBM PC et compatibles est disponible). L'expertise du domaine est détenue par un démonstrateur qui détermine à l'avance les différentes solutions d'un problème. Le modèle de l'élève est basé sur la *reconnaissance du plan* de démonstration de l'élève : il y a interprétation du chemin suivi par l'élève et le professeur peut préciser des consignes pour *adapter* le comportement du tuteur. Le modèle de *diagnostic a priori* a révélé des insuffisances au cours des expérimentations qui ont été réalisées, un ensemble d'heuristiques pour la recherche du type d'erreur permet à partir des traces de sessions de préciser le diagnostic. Cette recherche met en évidence qu'un diagnostic basé sur la cohérence interne d'un pas de déduction ne suffit pas, et qu'il est nécessaire de faire intervenir le *contexte* (problème et état de la résolution) pour obtenir un diagnostic plus efficace.

Le projet GEOMUS [Bazin 93 ; EIAO 93]

J.-M. Bazin propose un modèle de l'expert en résolution de problèmes en géométrie qui enrichit le problème grâce à la figure où il *reconnait* des sous-figures. Grâce à ces figures extraites et aux relations structurelles établies à la lecture de l'énoncé, il peut *étiqueter* le problème. L'expert *mobilise* ensuite les connaissances et *métaconnaissances* associées à une étiquette, c'est ce qui lui permet de résoudre le problème. Il s'agit donc d'un *résolveur automatique* dans le domaine de la démonstration en géométrie plane (niveau 4ème) exploitable dans un *contexte didactique*, c'est à dire que les stratégies de résolution veulent être proches d'un *comportement humain* (en l'occurrence, celui du professeur) et *compréhensibles* pour les élèves.

Pour une idée plus précise des recherches précitées, l'on pourra trouver un article concernant ces trois projets d'Intelligence Artificielle dans [EIAO 93] ; en ce qui concerne l'interaction, signalons que deux d'entre eux sont des enseignants en Mathématiques et que P. Bernat, auteur du logiciel Calques géométriques (dont certaines applications sont présentées dans cette brochure), est un membre actif de la commission inter-IREM Informatique depuis de nombreuses années! Enfin, D. Py, qui n'est pas enseignante en Mathématiques, a fréquenté plusieurs universités d'été organisées dans le cadre du réseau des IREM où elle cherchait à recueillir le maximum de réactions de la part des enseignants.

---

[3] "Force et par suite stabilité et fréquence d'une organisation psychologique privilégiée, parmi toutes celles qui sont possibles" (Guillaume in Petit Robert).

IV Comment accélérer le processus pour la conception d'outils satisfaisant les utilisateurs ?

L'exemple modèle dans ce domaine concerne le projet Cabri-Géomètre (J.-M. Laborde) qui regroupe une équipe de recherche interdisciplinaire. L'on peut signaler très brièvement les étapes fondamentales du processus de développement de ce projet :

* Tout d'abord, une intervention *en amont de la conception* de didacticiens et d'enseignants pour définir un cahier des charges, puis :

* La thèse de F. Bellemain [Bellemain 92] : Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : CABRI-Géomètre,

* La création d'un journal des utilisateurs : CABRIOLE en liaison avec les concepteurs, qui donne les moyens d'une *communication effective*.

L'article [Bellemain & Capponi 1992] décrit l'expérimentation menée pour étudier les problèmes spécifiques posés par l'introduction du logiciel dans la classe. Ces problèmes sont à la fois relatifs à la *gestion* par l'enseignant de la classe et à l'élaboration de situations permettant à l'élève de *construire*, grâce à l'ordinateur, de nouvelles connaissances qu'il puisse *réinvestir* dans la résolution de problèmes issus d'environnements *différents* de celui du logiciel.

Les auteurs exposent les *choix* effectués en réponse à ces problèmes. Ces choix sont présentés au travers de l'exemple de la construction d'une séquence d'enseignement visant l'acquisition par les élèves de propriétés géométriques de la *symétrie orthogonale* au cours de l'utilisation du micro-monde Cabri-géomètre. Les auteurs décrivent ensuite les observations effectuées lors de la mise en oeuvre de la séquence qui permettent d'*évaluer* les problèmes posés par l'introduction de l'ordinateur dans la classe et de tester la *pertinence* des choix entrepris.

Cette étude se place dans le cadre *constructiviste,* c'est-à-dire de la construction des connaissances par la résolution de problèmes. L'objectif est que l'élève s'engage dans la résolution de problème en s'appuyant sur la *mise en évidence de propriétés géométriques* dans l'exploration de figures rendue possible grâce à Cabri-géomètre.

L'*interaction* avec l'ordinateur permet à l'élève de *valider* les actions qu'il entreprend. Ceci implique que l'élève soit capable de *repérer* er d'*interpréter* une action erronée, ce qui n'est pas toujours le cas : l'enseignant pourra être conduit à intervenir pour aider l'élève dans cette tâche.

De même les connaissances construites par l'élève sont liées au *contexte* du problème et à l'environnement informatique : l'enseignant doit donc consacrer des phases (dites d'*institutionnalisation*) à *identifier* parmi les savoir et savoir-faire apparus localement, ceux qui constituent désormais des nouvelles connaissances : il pointe les notions qui constitueront de nouvelles connaissances utilisables dans d'*autres situations*.

Ce nouveau contrat doit être négocié dans une phase préalable qui est indispensable pour le bon fonctionnement de la démarche visée, afin de donner aux élèves l'accès à la *signification* de la possibilité de déplacement dans Cabri-géomètre. C'est pourquoi la séquence d'enseignement comporte, après deux séances sur les logiciels Mac Write et Mac

Paint pour une familiarisation avec l'interface Macintosh de Apple, deux autres séances consacrées à la construction de la médiatrice d'un segment avec le logiciel Mac Paint (3ème séance), puis avec Cabri-géomètre (4ème séance) sans la possibilité d'accès à *symétrique* et *médiatrice* dans les menus. Ce n'est qu'à la 5ème séance que les élèves auront accès aux possibilités de *validation* du logiciel (grâce au critère de déplacement) et au nouveau contrat (procédure de construction d'une *classe* de figures) pour construire, à nouveau, la médiatrice d'un segment et un parallélogramme.

Après une mise en commun des observations et un *bilan* fait par l'enseignant (6ème séance, comparaison du comportement de deux figures apparemment identiques par déplacement, phase d'*institutionnalisation*), une nouvelle situation est proposée aux élèves dans un *autre* environnement, l'environnement papier/crayon (7ème séance, phase de *transfert*). La tâche est de décrire oralement, puis par écrit ce qu'ils observent sur un ensemble de figures possédant un axe de symétrie. La même activité est reprise dans Cabri-géomètre où les élèves disposent d'un quadrilatère et de son symétrique : ils doivent décrire ce qui semble conservé par déplacement. Cette tâche a pour objectif de conduire les élèves à repérer des *invariants* caractérisant la construction.

En résumé, dans l'environnement Cabri-géomètre, le *rôle de l'enseignant* est nouveau et important :

- avant la mise en place de la situation problème, il doit amener les élèves à accepter le nouveau contrat (procédure de construction d'une *classe* d'objets, *validation* par déplacement),

- pendant la situation problème, il est conduit à confirmer, infirmer ou aider l'élève pour la validation des procédures de construction,

- après la situation problème, il doit *institutionnaliser* les nouvelles acquisitions, car le *transfert* dans un autre environnement n'est pas automatique, il doit, pour ce faire, s'appuyer sur un jeu entre différents environnements.

L'on peut donc affirmer que le projet HYPER-CABRI qui s'appuie sur des expérimentations en classe analysées par des didacticiens relève d'un réel *processus interactif* de développement entre enseignants, élèves, didacticiens et informaticiens. La sortie en 94 de Cabri2 où l'on découvre des fonctionnalités qui avaient été désirées par les formateurs est une confirmation de l'efficacité du processus!

V Mise en place d'un dispositif nécessaire à cette interaction

Un projet de réseau de formation a été développé aux USA [Allen & al 92] dans le but d'aider les enseignants à développer un *système d'exploitation didactique* [Chevallard 92] pour une intégration réussie des logiciels de géométrie dans leur enseignement. Ce projet vise à créer et mettre en place un *processus interactif* dans lequel les enseignants travaillent en *collaboration*. La communication se fait essentiellement sur la base de *scénarios* (matériaux composés de plans de leçons prévoyant une série d'étapes accompagnées d'une documentation écrite : fiche prof - fiche élève).

L'organisation du projet a été conçue pour développer progressivement une structure, il s'agit donc d'un réseau *évolutif* où les différents niveaux sont successivement mis en place.

Niveau 1 : noyau de trois enseignant-chercheurs qui vont progressivement développer les niveaux 2 et 3.

Niveau 2 : Teacher Action group, noyau de dix enseignants du secondaire proches géographiquement qui participent successivement à :

* un stage de deux semaines (Juin 90) :

- Cours de géométrie, informatique et didactique des mathématiques,

- Introduction aux logiciels dont certains seront rejetés (les mêmes qu'au niveau 1) car jugés *contradictoires* auvec les objectifs du projet (par exemple, Geometry Proof Tutor). Il s'agit également d'apprendre à *choisir* un logiciel adapté à la situation.

- Ecriture de *scénarios*, suivi de huit jours de travail personnel pour la mise au point du scénario,

* un stage de deux jours (Sept 90) : mise en commun et critique des scénarios, puis utilisation des scénarios avec l'aide du niveau 1,

* un stage de 2 jours (Jan 91) : *comparaison* et *évaluation* des expériences, préparation de l'étape suivante du projet, définition du *rôle* du niveau 2 vis à vis du niveau 3.

Niveau 3 : Extended Network teachers, formé de quarante enseignants volontaires, proches géographiquement. A ce niveau, le travail est beaucoup moins structuré : il n'y a plus la possibilité de travail personnel de huit jours, plus de stage postérieur de deux jours. Les membres du réseau à ce niveau participent successivement à :

* un stage de 2 semaines (Juin 91) : le travail y est moins "ouvert", pour accorder suffisamment de temps pour l'*élaboration* d'un scénario à expérimenter l'année suivante. Par conséquent, l'on (niveaux 1 et 2) n'y présentera que les logiciels ayant été jugés intéressants au niveau 2, et l'on y fournira également des *scénarios prototypes*. Il faut signaler la *forte participation* dans l'animation du niveau 2 , ainsi les cinquante enseignants forment réellement un *réseau*.

* Année 91-92 : expérimentation de 4 scénarios (dont 1 personnel, adaptation des 3 autres). Le contact avec le niveau 2 est maintenu grâce à des réunions régulières.

* Création d'un journal périodique, réunions et communications dans divers congrès, enfin atelier de deux jours (Jan 92) pour informer et soutenir le réseau.

Niveau 4 : Extension du réseau

Ce niveau sera plus *informel* : les niveaux 2 et 3 servent d'animateurs pour les enseignants de leurs établissements, fournissent des scénarios à expérimenter, ils ont la possibilité de communiquer au niveau national par *courrier électronique*.

Durant le bilan de ce projet réalisé au congrès national (Juin 92) qui s'avère positif, l'on signale toutefois certaines difficultés liées aux *réticences* des enseignants qui ont l'habitude de suivre de très près l'ordre d'un manuel, aux réticences des directeurs d'établissement qui redoutent un changement trop radical, et surtout un obstacle lié au fait que l'enseignement de la géométrie est réalisé aux USA sur *une seule année* (2^{nde}).

A la question : "Quels sont les éléments d'un programme de formation continue destinés à des enseignants de géométrie visant une intégration efficace des outils informatiques dans leur démarche pédagogique ?", ce projet apporte une réponse possible, mais il exige des *moyens importants*, et surtout en priorité des périodes de travail et de réflexion suffisamment *nombreuses et fréquentes*. Pour faciliter l'*évolution* des enseignants et les soutenir, il est non seulement nécessaire de *créer*, mais encore de *maintenir* des réseaux étendus comportant des éléments humains et matériels. Pour que les enseignants acquièrent les connaissances et la confiance en soi nécessaires pour intégrer réellement dans leurs pratiques les outils informatiques.

Observera-t-on un changement des conceptions et des comportements des enseignants à long terme ? Les premiers résultats semblent encourageants, mais une réelle évaluation doit être mise en place.

VI Nécessité d'une interaction entre concepteurs didacticiens et formateurs

Actuellement, outre ceux mentionnés au § III et IV, plusieurs projets se développent avec une telle démarche [EIAO 91&93 ; RDM 94], citons plus particulièrement :

Le projet DEFI [Saddo & Giorgiutti 94] :

Le logiciel d'aide à la démonstration en géométrie DEFI, réalisé par I. Giorgiutti, fonctionne sur Macintosh. Il présente l'intérêt de regrouper la phase d'exploration et de démonstration en géométrie ($4^{ème}$), mais l'interaction au cours de l'exploration de la figure est relativement rigide : l'élèvé répond aux questions successives du logiciel sans avoir le *contrôle* de la stratégie d'exploration. L'absence de démonstrateur automatique est une limitation : certaines erreurs ne peuvent être détectées, le logiciel ne peut pas toujours décider si la réponse est juste ou non. Par exemple, il est impossible de décider si un pas de preuve correct est utile ou non dans la démonstration.

Le projet est essentiellement centré sur la modélisation de l'élève : l'accent est mis sur la possibilité de traiter les données recueillies à l'interface du logiciel pour élaborer un ensemble d'explications adaptées à l'élève. L'analyse implicative est l'outil essentiel utilisé pour le travail d'analyse des productions des élèves. Une typologie des facteurs comportementaux d'élèves est mise en évidence, où le *temps* est un paramètre plus particulièrement étudié.

Le projet APLUSIX [Nicaud 94] :

Ce projet concerne la factorisation de polynômes, plusieurs prototypes ont été ainsi réalisés sur Macintosh. L'idée originale de ce projet est de décrire des modèles *à niveau connaissance*, ie à un niveau où les connaissances sont détaillées sans pour autant être exprimées en langage informatique : elles sont compréhensibles et exécutables par des humains mobilisant des connaissances générales.

* Le *modèle du domaine algébrique* des problèmes qui définit les structures, représentations et concepts du domaine étudié et propose trois niveaux sémantiques pour des classes de problèmes d'algèbre.

* Le *modèle de recherche heuristique* qui est un modèle de résolveur de référence (modèle expert) ayant une plus forte *plausibilité cognitive* que ceux conçus pour un traitement automatique. Le comportement de ce résolveur doit pouvoir être fourni comme exemple à un apprenant du domaine.

* Le *modèle de conception de la factorisation* des polynômes qui est une théorie stratégique de la factorisation par transformations d'expressions.

* Le *modèle d'agent pédagogique* qui a pour rôle d'analyser les demandes d'action et d'apporter de l'aide sur demande de l'élève. Il utilise les concepts du résolveur de référence.

Le projet ELISE [Delozanne 94] :

ELISE est un projet pluridisciplinaire dont l'objectif est la conception d'un logiciel à base de connaissances pour permettre à des étudiants de l'enseignement scientifique d'acquérir des savoir-faire sur les calculs de primitives par la résolution de problèmes et les explications. Une maquette a été testée auprès de trente étudiants et huit enseignants (réalisation d'un prototype sur Macintosh) pour définir l'interaction souhaitée.

Le problème reste celui de la reconnaissance réelle de ce processus dans le milieu universitaire, où les recherches à caractère interdisciplinaire n'ont pas un statut parfaitement clair, mais le processus est amorcé. La nécessité de cette interaction est actuellement reconnue par les informaticiens de l'EIAO, situation fort différente de celle que l'on pouvait observer cinq ans ans auparavant. Cela se concrétise par le fait que sont régulièrement organisées des journées internationales sur les Environnements d'apprentissage interactifs sous le patronnage du GR Didactique et du PRC Intelligence Artificielle [EIAO 91 & 93].

En conclusion, soulignons le rôle fondamental des *formateurs* dans le *cycle de la conception*. Leur regard est fort différent de celui du chercheur didacticien par le contact régulier qu'ils ont avec les enseignants qui travaillent dans des conditions très différentes. Rappelons qu'il nous semble fondamental que les formateurs aient connaissance des résultats des recherches en Didactique afin de pouvoir les prendre en compte dans leur formation. Enfin, il paraît intéressant de développer des réseaux évolutifs de formation. C'est sans doute une des conditions nécessaires pour une réelle intégration des outils informatiques dans l'enseignement des Mathématiques.

Bibliographie

ALLEN, CEDERBERG, WALLACE, 1992 - *L'intégration de l'ordinateur dans l'enseignement de la géométrie en tant que projet de formation continue* , Séminaire de Didactique, IREM de Rennes.

ANDERSON, BOYLE, FARELL, REISER, 1987 - *Cognitive principles in the design of computer tutors*, Modelling Cognition, pp. 93-133, P. Morris, John Wiley & Sons ltd.

ARTIGUE, 1994 - Ibidem.

BAZIN, 1993 - *Geomus : un résolveur de problèmes de géométrie qui mobilise ses connaissances en fonction du problème posé*, Thèse de doctorat, Université Paris VI TH93/06.

BELLEMAIN, 1992 - *Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-Géomètre*, thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

BELLEMAIN, CAPPONI, 1992 - *Spécificité de l'organisation d'une séquence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur*, Educational Studies in Mathematics, vol 23, pp. 59-97.

BERNAT, 1993 a - *Pour une aide au raisonnement non linéaire basée sur la prégnance,* Environnements Interactifs d'apprentissage avec Ordinateur, Eyrolles.

BERNAT, 1993 b - *Un logiciel d'aide au raisonnement,* Repères, vol 10, pp. 25-48.

CANET, 1994 - *Exemple d'utilisation d'un système de mathématique symbolique,* DEA de Didactique des Disciplines Scientifiques, Université Montpellier 2, IREM de Montpellier.

CHEVALLARD, 1992 - *Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques.* L'ordinateur pour enseigner les mathématiques, éd B. Cornu, PUF.

DUVAL & EGRET, 1989 - *L'organisation déductive du discours,* Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, vol 2, pp .25-40, IREM de Strasbourg.

DELOZANNE, 1994 - *Un projet pluridisciplinaire : ELISE un logiciel pour donner des leçons de méthode*, Recherches en didactique des mathématiques, vol 14 / 1-2, La Pensée sauvage.

EIAO, 1991 : Actes des 2èmes journées de Cachan, ENS Cachan.

EIAO, 1993 : Environnements Interactifs d'apprentissage avec Ordinateur, Eyrolles.

EGRET & DUVAL, 1989 - *Comment une classe de 4ème a pris conscience de ce qu'est une démarche de démonstration,* Annales de Didactique et de Sciences cognitives, vol 2, pp .41-65, IREM de Strasbourg.

GUIN & GIA, 1989 - *Réflexion sur les logiciels d'aide à la démonstration géométrique*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, vol 2, pp .89-109, IREM de Strasbourg.

GUIN & GIA, 1991 - *Modélisation de la démonstration géométrique dans Geometry Tutor*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, vol 4, pp .5-40, IREM de Strasbourg.

KOEDINGER, ANDERSON, 1990 - *Abstract planning and perceptual chunks : elements of expertise in geometry*, Cognitive Science, 14, pp.511-550.

KUNTZ, 1994 - *De l'Intelligence Artificielle aux fiches méthodes*, Repères, vol 16, pp. 11-27.

NICAUD, 1994 - *Modélisation en EIAO, les modèles d'Aplusix*, Recherches en didactique des mathématiques, vol 14 / 1-2, La Pensée sauvage.

PEA, 1987 - *Cognitive technologies for mathematics education.* In A.Schoenfeld (Ed). Cognitive Science and Mathematical Education, Hillsdale, N.J LEA publishers, 89-122.

PY, 1994 - *Reconnaissance de plan pour la modélisation de l'élève : le projet Mentoniezh*, Recherches en didactique des mathématiques, vol 14 / 1-2, La Pensée sauvage.

RDM, 1994 - Recherches en didactique des mathématiques, vol 14 / 1-2, La Pensée sauvage.

SADDO & GIORGIUTTI , 1994, *DEFI : outil didactique et d'aide à la recherche en EIAO*, Recherches en didactique des mathématiques, vol 14 / 1-2, La Pensée sauvage.

TOULOUSE, 1990 - Actes de l'Université d'été Informatique et Enseignement de la géométrie, IREM de Toulouse.

VOGEL, 1994 - *Quelques repères pour apprendre à démontrer avec la relation de Chasles en géométrie*, Repères, vol 16, pp. 83-109.

OUTIL INFORMATIQUE, ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES ET FORMATION DES ENSEIGNANTS

Michèle Artigue, IUFM de Reims et Equipe DIDIREM, Université Paris 7

La recherche sur les questions d'enseignement des mathématiques en environnement informatique a débuté dans un climat fortement idéologique. Il s'agissait avant tout de montrer que l'outil informatique apportait une efficacité nouvelle à l'enseignement des mathématiques, de soutenir et promouvoir son intégration. La recherche était avant tout celle de pionniers, convaincus et militants. L'ambiance était identique au niveau de la formation d'enseignants. Il fallait susciter l'intérêt, le désir d'utiliser les nouveaux outils, on gommait les difficultés prévisibles, on calmait les inquiétudes, on ne cherchait pas à cerner les limites de l'outil, ni à mettre en évidence les ruptures et adaptations coûteuses que son intégration impliquait. Aujourd'hui le corpus de recherches dont on dispose, la cohérence de certains des résultats obtenus permettent des approches plus rationnelles. Dans le même temps, l'évidence de la difficulté de pénétration de l'outil informatique montre les limites de l'action militante. La création de produits logiciels pour l'enseignement apparaît de plus en plus liée à la définition préalable de cahiers de charge pensés à la fois sur le plan didactique et informatique et l'on voit peu à peu s'imposer la volonté de comprendre en profondeur le fonctionnement des systèmes didactiques à composante informatique et de construire dans ce domaine des connaissances, fussent-elles dérangeantes.

C'est dans cette perspective que se situe la réflexion menée ici. En nous référant à quelques recherches récentes, nous nous centrerons sur trois aspects qu'il nous semble important de prendre en compte quand on s'intéresse aux apports potentiels de l'outil informatique à l'enseignement des mathématiques et aux questions liées à l'intégration de cet outil dans le système scolaire donc, en particulier, à la formation des enseignants qui en est un élément décisif. Ce sont les suivants :

-environnements informatiques et objets de connaissance,

-environnements informatiques et interaction entre cadres de fonctionnement des concepts,

-environnements informatiques et fonctionnement du système didactique.

Nous ne prétendons pas bien sûr couvrir ici l'ensemble des questions posées. Nous avons fait des choix, d'autres auraient sans doute été possibles et tout aussi pertinents. Les nôtres ont été sans aucun doute guidés, au moins partiellement, par des manques ressentis au niveau de la formation des enseignants.

I - ENVIRONNEMENTS INFORMATIQUES ET OBJETS DE CONNAISSANCE

Il est banal d'affirmer que les mathématiques sont affectées par les environnements informatiques dans lesquels on les rencontre, on les conceptualise, on les travaille. Dès les débuts de l'aventure LOGO, on a ainsi mis en évidence certaines différences entre la géométrie de LOGO et celle de la feuille de papier, en soulignant par exemple le fait que LOGO véhicule une conception différentielle, globale, dynamique du cercle mettant au premier plan l'invariance de la courbure, alors que la géométrie usuelle privilégie une conception ponctuelle, statique mettant au premier plan l'invariance de la distance au centre. Au delà de cet exemple, le plus fréquemment cité, on a mis en évidence, à travers le rôle dominant joué par les angles, le repérage essentiellement local, une géométrie de LOGO par certains côtés plus proche de la géométrie du macro-espace, au sens défini dans (Brousseau 1983), que de la géométrie du micro-espace[4] et ce, en dépit de la taille de l'écran.

Mais il faut reconnaître aussi que si l'existence de différences est communément admise et affirmée - si, pour tel ou tel micro-monde, chacun peut citer comme je viens de le faire quelques exemples, quelques caractéristiques - l'analyse de ces différences, des impacts qu'elles peuvent avoir sur le transfert de connaissances construites dans un environnement à d'autres environnements, reste le plus souvent très superficielle et sans cohérence globale. Elle n'est que rarement considérée comme une question fondamentale et prioritaire dans la recherche sur ces environnements. Elle apparaît plutôt au détour du chemin, du fait de réactions ou de difficultés non prévues, rencontrées au cours d'expérimentations, qu'il faut comprendre, interpréter. L'affirmation de différences fonctionne le plus souvent comme déclaration liminaire et ne sert qu'à masquer le fait qu'au fond, la force dominante est celle qui tend à considérer comme transparents vis à vis du savoir les environnements informatiques.

Le repérage de ce phénomène, de ses raisons, l'analyse de ses effets négatifs sur l'intégration de l'outil informatique nous semblent cruciaux en matière de formation d'enseignants. L'illusion de transparence ne se nourrirait-elle pas en effet de la croyance culturelle que l'environnement usuel en papier/crayon est l'environnement naturel et normal du fonctionnement mathématique, donc en fait le seul environnement a priori légitime ? Dans ces conditions, tout repérage de déviance d'un logiciel constituerait une atteinte à la légitimité de l'utilisation de ce logiciel dans l'enseignement. On comprend bien alors que les concepteurs de produits logiciels et leurs promoteurs soient pris inconsciemment dans un système de double contrainte : d'une part mettre en évidence la nouveauté qui justifie le produit, d'autre part maintenir au moins un temps, le temps de lui assurer une place, l'illusion de transparence.

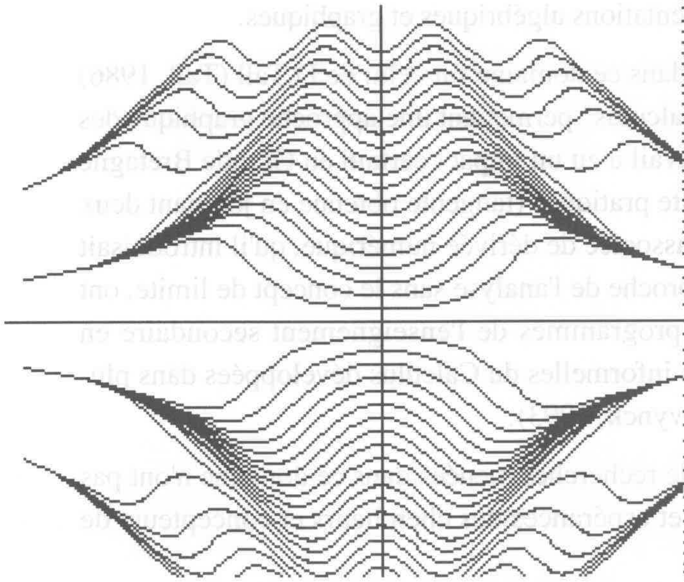
La façon dont sont posés les problèmes de transfert de connaissances est, elle aussi, révélatrice de ces questions de légitimité. Ils sont en effet toujours posés dans le même sens : on s'interroge sur la transférabilité possible en environnement usuel de connaissances construites dans des environnements informatiques. Une réponse négative tend à disqualifier l'environnement informatique utilisé. En sens inverse, des difficultés à exploiter un environnement nouveau pour faire des mathématiques sont toujours imputées au produit logiciel, non à la trop forte dépendance contextuelle des connaissances construites dans l'enseignement usuel.

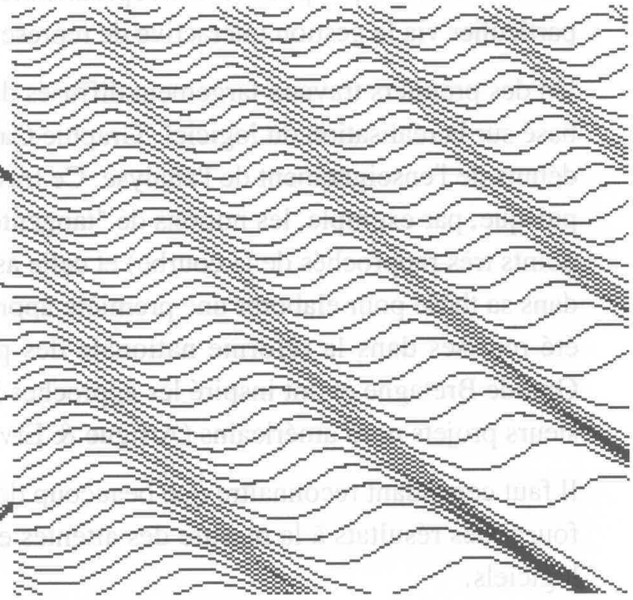
Prenons un exemple particulièrement banal, celui des représentations graphiques de fonctions. L'enseignement usuel se base sur une théorie, implicite en grande partie, de la représentation graphique des fonctions : à une fonction correspond une représentation

[4] G.Brousseau distingue trois tailles d'espace présentant des caractéristiques sensiblement différentes : le micro-espace qui est celui de manipulation de petits objets et de la géométrie de la feuille de papier, le méso-espace, espace des déplacements du sujet dans un domaine contrôlé par la vue (objets fixes entre 0.5 et 50 fois la taille du sujet) et enfin le macro-espace où le contrôle direct n'est plus possible.

générique, respectant un certain nombre de conventions ; ainsi le graphe tracé sera-t-il le plus simple possible compatible avec les contraintes connues, toutes les propriétés mathématiques repérées devront y apparaître de façon lisible, au prix éventuellement d'une déformation du dessin et l'on ne tracera pas par exemple exactement de la même façon une branche infinie à asymptote verticale et une branche parabolique de direction verticale[5]. Ces conventions ne se retrouvent pas dans les tracés informatiques : à une même fonction correspondent en général une grande variété de représentations perceptivement différentes suivant le choix de la fenêtre de représentation, toute fonction continue peut même être représentée par une horizontale - lequel d'entre nous n'a pas été choqué la première fois où voulant tracer une sinusoïde il a malencontreusement obtenu une droite horizontale ? - et les courbes n'hésitent pas à rencontrer leurs asymptotes ! Exploiter mathématiquement des tracés informatiques de solutions d'équations différentielles par exemple, suppose que l'on prenne conscience de ces différences et donc, rétrospectivement, des conventions qui gèrent les représentations usuelles.

Il est significatif de ce point de vue que, la recherche que nous avons menée à l'université de Lille 1 sur l'enseignement des équations différentielles (Artigue, 1992) ait montré que, pour l'une des premières activités proposées aux étudiants, qui consiste à associer des équations et des portraits de phase, la seule difficulté résistante consiste à admettre que l'équation : y'= sin(xy) puisse aussi bien être associée au tracé 2 qu'au tracé 1 :





Exploiter efficacement l'outil informatique dans l'enseignement exige donc que l'on prenne au sérieux l'analyse des rapports entre objets de savoir et environnements et le travail à faire pour permettre l'adaptation à de nouveaux environnements ou la gestion simultanée de plusieurs environnements. Cela exige aussi que l'on prenne conscience des implicites sous-jacents au fonctionnement dans les environnements usuels et que l'on soit prêt à remettre en cause la tendance naturelle à en faire les seuls légitimes dans l'enseignement. Ce regard décentré sur nos pratiques les plus familières peut d'ailleurs nous aider à prendre conscience de tous les implicites sur lesquels reposent ces pratiques, des implicites que nos élèves n'ont aucune raison de partager d'emblée.

[5] J.Rogalski avait essayé d'expliciter ces caractéristiques dans un exposé à la 2ème Ecole d'été de Didactique, (cf. Actes diffusés par l'IREM d'Orléans).

Une formation d'enseignants à l'utilisation d'outils informatiques dans l'enseignement devrait être l'occasion de poser ce type de problèmes à partir du travail sur des environnements précis, comme par exemple C.Laborde le fait dans quelques articles récents concernant le logiciel CABRI- Géomètre - (Laborde 1994) par exemple. Un tel travail peut être aussi l'occasion de s'interroger sur l'affirmation implicite d'unicité contenue dans le "la" souligné plus haut et de se demander quelles sont les géométries de l'enseignement et comment le système gère les difficultés liées aux différences qu'elles présentent, dans leur utilisation simultanée ou successive.

II - ENVIRONNEMENTS INFORMATIQUES ET MISE EN RELATION DE REGISTRES DE REPRESENTATION D'UN MEME CONCEPT

Beaucoup de recherches actuelles exploitent, même si elles ne font pas explicitement référence à la notion de cadre[6] (Douady, 1984) ou à celle de registre de représentation (Duval, 1988), la possibilité qu'offre l'outil informatique de gérer simultanément et économiquement plusieurs registres de représentation d'un même concept, favorisant en cela l'interaction entre cadres de fonctionnement de ce concept. C'est le cas par exemple de nombreuses recherches menées actuellement sur le concept de fonction comme en témoigne la monographie récemment publiée par le M.A.A.[7] sur le concept de fonction (Harel & Dubinsky, 1992) : dans un nombre importants des travaux présentés,. on cherche à exploiter l'outil informatique pour la conceptualisation mathématique de la notion de fonction, en particulier via la gestion interactive de représentations algébriques et graphiques.

Un des premiers travaux largement diffusés dans ce domaine fut celui de D.Tall (Tall, 1986) basé sur la réalisation du logiciel "Graphic Calculus" permettant une approche graphique des débuts de l'enseignement de l'analyse. Ce travail a eu un impact certain en Grande Bretagne puisque, par exemple, les notions de "tangente pratique" (tangente obtenue en joignant deux points très rapprochés de la courbe) et celle associée de dérivée numérique, qu'il introduisait dans sa thèse pour élaborer une première approche de l'analyse sans le concept de limite, ont été reprises dans la réforme nationale des programmes de l'enseignement secondaire en Grande Bretagne et ont inspiré les approches informelles du Calculus développées dans plusieurs projets nord américains (Artigue & Ervynck, 1993).

Il faut cependant reconnaître que beaucoup de recherches menées dans ce domaine n'ont pas fourni des résultats à la mesure des attentes et espérances des chercheurs et concepteurs de logiciels.

Même si elles ne sont pas les seules à s'être intéressées à ces questions : cf. (Leinhart, Zaslavsky, Stein 1990) par exemple), les recherches menées en environnement informatique sur les fonctions ont également contribué à mettre en évidence la charge de savoir que suppose une lecture adéquate des représentations graphiques et les illusions que pourraient nourrir les enseignants qui penseraient que les élèves voient dans une représentation

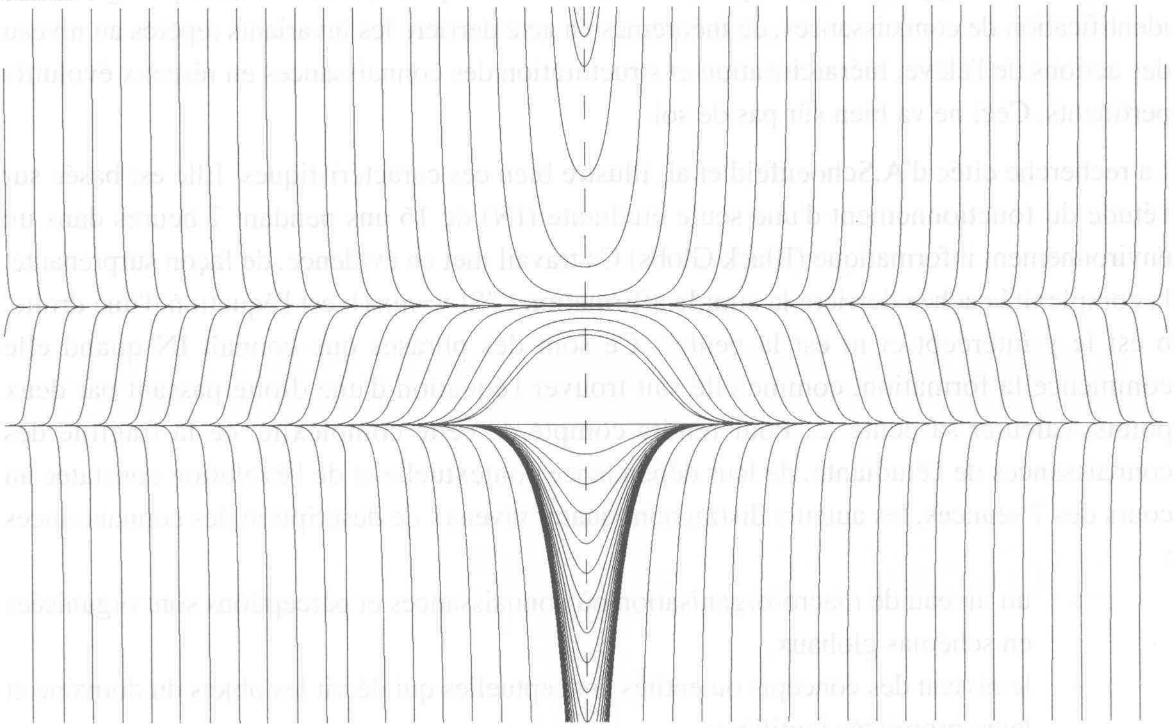
[6]R.Douady définit dans sa thèse un cadre comme composé d'objets d'un domaine mathématique, de relations entre ces objets, d'expressions et images mentales associées à ces objets. Deux cadres peuvent contenir les mêmes objets mais différer par les images mentales et problématiques développées à leur propos. La notion de registre utilisée par R.Duval est, elle, liée à une analyse des représentations de type sémiotique. Dans un même cadre, un objet est en général susceptible de représentations diverses présentant des caractéristiques sémiotiques différentes.

[7]M.A.A. : Mathematical American Association

graphique ou dans une évolution dynamique de représentations graphiques, les phénomènes qu'ils ont justement voulu montrer. J'en donnerai deux exemples, l'un extrait de la recherche déjà citée sur les équations différentielles, l'autre de (Goldenberg, Lewis, O'Keefe, 1992).

Le travail sur les équations différentielles met bien en évidence en effet les connaissances mises en jeu par une lecture graphique efficace. Ainsi, sachant que le portrait ci-après correspond à l'équation différentielle suivante : $y'= x(y^2-1)$, le mathématicien voit sur ce tracé deux solutions particulières correspondant aux droites d'équation $y=-1$ et $y=1$ qui partagent le plan en trois zones où les courbes-solutions sont respectivement piégées car l'équation satisfait les hypothèses du théorème d'existence et d'unicité sur tout le plan. Il sait que les courbes-solutions des zones médiane et inférieure admettent des asymptotes horizontales puisqu'aucune solution ne peut rencontrer les deux solutions particulières mais il sait aussi que, contrairement aux apparences, il ne peut conclure directement du tracé que les deux droites d'équation : $y=-1$ et $y=1$ sont bien des asymptotes communes à toutes les solutions. Il voit aussi que les courbes-solutions de la zone supérieure ont une direction asymptotique verticale mais sait qu'il ne peut discerner perceptivement entre asymptote verticale et branche parabolique de direction verticale. Dans la zone inférieure, enfin, il sait encore une fois qu'il ne doit pas se laisser piéger par les apparences : a priori, il existe deux types de solutions, des solutions qui rencontrent l'axe Oy, sont décroissantes puis croissantes et des solutions qui ne le rencontrent pas, mais ceci peut n'être qu'une apparence liée à la fenêtre de représentation.

Que verraient un élève de lycée, de premier cycle d'université, un artiste dans ces mêmes tracés ?



En fait, nous voyons ce que nous sommes préparés à voir avec notre connaissance du domaine et le deuxième exemple cité l'illustre de façon encore plus élémentaire. Disposant d'un traceur et voulant illustrer l'effet du changement du y-intercept[8], à pente constante,

[8]Le y-intercept désigne l'ordonnée du point d'intersection avec l'axe Oy

P.Goldenberg a demandé à ses élèves ce qu'ils voyaient lorsqu'il faisait dynamiquement croître ou décroître ce y-intercept. Le mathématicien voit ici monter ou descendre la droite initiale parallèlement à elle-même. Cette interprétation est en fait complètement pilotée par le savoir injecté dans la situation. Les élèves, eux, y voient, à juste titre, tout aussi bien une droite qui se déplace vers la gauche ou vers la droite !

Il faut cependant souligner que les difficultés mises en évidence par beaucoup de travaux, tout en tempérant les enthousiasmes naïfs, ont eu un effet positif. Elles ont suscité des recherches plus fouillées cherchant à mieux comprendre comment s'établissent, dans un environnement donné, les connexions entre différents registres de représentation du concept de fonction, voire d'autres concepts et quels processus les sous-tendent, quels sont les difficultés et obstacles rencontrés dans cette articulation, donc des recherches visant à se donner les moyens de comprendre à la fois les réussites et les échecs et de mieux cerner, par contrecoup, les apports possibles d'environnements informatiques. C'est le cas de la recherche présentée par J.Kaput dans la monographie déjà citée par exemple mais aussi de divers travaux et nous évoquerons ci-après deux d'entre eux : une recherche pilotée par A.Schoenfeld (Schoenfeld, Smith, Arcavi 1990), souvent citée ces dernières années, et la thèse d'A.Dagher (Dagher 1993).

Ces recherches relèvent d'un point de vue méthodologique de l'analyse qualitative de cas. Elles abordent les interactions élève/logiciel à un niveau microscopique d'analyse, en se basant notamment sur l'enregistrement systématique de toutes les interactions élève/logiciel. Il s'agit bien sûr ensuite de remonter de ces informations microscopiques à une modélisation de l'élève et de l'apprentissage exprimables, au moins en partie, à des niveaux plus globaux : identification de connaissances, de théorèmes en acte derrière les invariants repérés au niveau des actions de l'élève, hiérarchisation et structuration des connaissances en réseaux évolutifs pertinents. Ceci ne va bien sûr pas de soi.

La recherche citée d'A.Schoenfeld et al. illustre bien ces caractéristiques. Elle est basée sur l'étude du fonctionnement d'une seule étudiante (IN) de 16 ans pendant 7 heures dans un environnement informatique (Black Globs) Ce travail met en évidence, de façon surprenante, la complexité cachée derrière la simple affirmation : "Si y=mx+b est l'équation d'une droite, b est le y-intercept et m est la pente". Ce sont des phrases que connaît IN quand elle commence la formation, comme elle sait trouver l'équation d'une droite passant par deux points, calculer sa pente .... Pour rendre compte de cette complexité, de la fragilité des connaissances de l'étudiante, de leur dépendance contextuelle et de l'évolution constatée au cours des 7 séances, les auteurs distinguent quatre niveaux de description des connaissances :

- un niveau de macro-organisation où connaissances et perceptions sont organisées en schémas globaux,
- le niveau des concepts ou entités conceptuelles qui décrit les objets du domaine et leurs propriétés familières,
- un niveau de structuration plus fine où se regroupent des éléments primitifs et leurs relations, dénommé "the Cartesian connexion",
- enfin, un niveau contextuel où les éléments primitifs sont indexés par des contextes précis.

Ils montrent qu'il y a au début fonctionnement au niveau du schéma sans que ce schéma ne soit ancré à des niveaux plus profonds sur des connexions cartésiennes correctes. Par exemple, au départ, IN fonctionne comme si elle décomposait le plan en deux demi-plans : positif et négatif, de part et d'autre de l'axe horizontal. Une droite de pente négative est alors pour elle une droite qui vient de la partie négative du plan, connaissance implicite qui coexiste avec une technique correcte de calcul de la pente. Pour arriver à une conception de la pente correctement articulée entre les pôles algébrique et graphique, c'est en fait tout un réseau cognitif qu'il faut modifier. De la même façon, la conceptualisation de IN de la notion de y-intercept passe au cours de la formation par une évolution complexe.

Les auteurs soulignent également qu'ils ne parviennent pas, contrairement à leurs attentes initiales, à expliquer l'évolution par une succession de micro-apprentissages ; ils repèrent plutôt des connexions qui se renforcent ou s'affaiblissent dans un réseau complexe.

La thèse d'A.Dagher, que nous avons citée également plus haut, met quant à elle bien en évidence la spécificité de certains processus d'adaptation mis en jeu dans les environnements informatiques. Etudiant le fonctionnement d'élèves face à un logiciel (Fonctuse) demandant d'associer à des courbes affichées sur l'écran (droites, paraboles, hyperboles), des expressions algébriques de forme spécifiée, il montre qu'une adaptation efficace, du point de vue de l'environnement logiciel, ne met pas nécessairement en jeu les connaissances d'articulation algébrique-graphique visées par l'apprentissage. Il identifie par exemple, dans le cas de paraboles auxquelles doit être associée une équation sous forme polynomiale, qu'un certain nombre d'élèves arrivent assez rapidement à une connaissance perceptive de la taille de l'ouverture (qui a, dans ce logiciel, nécessairement une valeur entière), qui leur permet d'en trouver la valeur exacte en 2, 3 essais maximum. Ceci leur permet de développer une stratégie efficace pour déterminer l'équation polynômiale demandée : estimer l'ouverture, lire l'ordonnée à l'origine pour déterminer la valeur du terme constant du polynôme, puis lire les coordonnées d'un point et écrire l'équation correspondante pour trouver la valeur du coefficient du terme de degré 1. En cas d'échec, il y a alors utilisation du feed back fourni (tracé de la parabole associée au polynôme proposé) pour corriger l'estimation de l'ouverture et modifier l'équation à résoudre ... Mais il apparaît que ces mêmes élèves ne sont pas nécessairement capables dans le post-test qui suit l'expérimentation, d'ordonner des paraboles tracées sur papier suivant la valeur de leur ouverture, comme si la connaissance construite dans l'action sur l'ouverture ne disposait pas d'ancrages conceptuels suffisants pour être exprimable et exploitable dans une formulation en termes de relation d'ordre.

A.Dagher met en évidence également certains facteurs qui pourraient expliquer l'efficacité constatée d'une utilisation même courte du logiciel lors des premières expérimentations. Ces expérimentations ont été menées avec des élèves en fin de lycée, familiers avec les droites, paraboles et fonctions polynômes de degré 1 et 2 mais ayant cependant des compétences apparemment limitées dans le domaine de l'articulation graphique-algébrique. Les évolutions observées, contrairement aux observations faites dans la recherche précédemment citée, sont des évolutions brutales et stables (le fait que le jeu proposé à l'élève varie peu explique sans doute en partie ces différences) : à un moment, un coefficient ou une caractéristique d'un coefficient semble prendre sens et il n'y a pas de retour en arrière dans la suite de la séance. Ces phénomènes brutaux, qualifiés par l'auteur de "cristallisations" ne se produisent pas aléatoirement : la présence d'un catalyseur semble nécessaire. Le principal catalyseur identifié est la rencontre d'une situation particulière soit du point de vue algébrique, soit du point de vue graphique. Mais il faut reconnaître aussi que tout catalyseur ne provoque pas nécessairement de cristallisation. Ainsi, une situation particulière sera statistiquement moins efficace si elle est très particulière (par exemple $y=x^2$) ou si elle est rencontrée très tôt dans la séance. Mais l'analyse des enregistrements montre que, du fait de la rapidité de l'interaction informatique, le nombre de catalyseurs rencontrés dans une séance est suffisamment grand pour qu'un pourcentage d'efficacité même réduit puisse produire des effets réels.

Comment exploiter tout ceci au niveau de la formation ? Je voudrais ici suggérer quelques pistes :

- Il serait sans doute intéressant d'utiliser l'outil informatique pour renforcer la sensibilité des enseignants à l'existence de différents cadres de fonctionnement, de différents registres de représentation pour les concepts mathématiques, au rôle fondamental joué par l'articulation de ces cadres et registres dans le travail mathématique, pour construire des ingénieries favorisant cette articulation.

- Mais il est tout aussi important de ne pas laisser croire que l'articulation va devenir miraculeusement facile parce que l'on disposera d'outils logiciels qui la mettront économiquement et aisément en scène. L'articulation de cadres et de registres, comme toute articulation de points de vue est une opération mentale cognitivement très coûteuse et ce n'est pas un hasard si l'enseignement tend souvent à fuir cette complexité en compartimentant les domaines et les approches. Les articulations se construisent lentement et cette construction met en jeu, comme le montrent bien les recherches récentes, tout un réseau cognitif qui déborde largement les seules articulations visées.

- Enfin il nous semble important de sensibiliser les enseignants à la spécificité des processus d'adaptation mis en jeu par les environnements informatiques et aux variables qui les conditionnent, de souligner aussi la prudence nécessaire dans l'interprétation cognitive des comportements observés.

III - ENVIRONNEMENTS INFORMATIQUES ET FONCTIONNEMENT DU SYSTEME DIDACTIQUE

Nous nous réfèrerons plus particulièrement dans cette troisième partie à une recherche effectuée en collaboration avec J.Belloc dans un collège de la banlieue parisienne de 1988 à 1991 (Artigue 1991). Bien d'autres références auraient bien sûr là encore été possibles.

Dans l'euphorie pionnière des débuts ou même tant que les débats ont tourné de façon récurrente autour du "pour ou contre l'informatique dans l'enseignement des mathématiques", les travaux qui pouvaient mettre en évidence, soit des résistances fortes du système d'enseignement, soit des difficultés autres que matérielles ou résultant de refus de principe, n'étaient pas forcément les bienvenus. Aujourd'hui me semble-t-il, le problème n'est plus là et nous sommes bien conscients que pour assurer l'intégration de l'outil informatique dans l'enseignement, nous avons certes besoin de bons produits - mais ceci n'est plus forcément le plus difficile - nous avons aussi besoin de comprendre comment l'outil informatique affecte le fonctionnement du système didactique et comment on peut aider les enseignants à prendre conscience des adaptations nécessaires et à les mener à bien.

La recherche menée avec J.Belloc sur le logiciel Euclide[9] en classe de 4ème, par son évolution même, illustre bien ce phénomène. Elle a démarré avec des objectifs précis, des hypothèses a priori raisonnables et banales :

- Euclide peut aider à la formulation en géométrie, par les contraintes de langage qu'il impose, par la proximité de ces contraintes de celles du langage mathématique dans ce domaine, par l'avantage didactique qu'il offre de mettre en scène ces contraintes comme des contraintes du milieu,

- Euclide peut aider à la conceptualisation en géométrie en obligeant à passer d'une géométrie perceptive, d'une géométrie du geste, à une géométrie opératoire où ces gestes sont décomposés, traduits en termes d'objets géométriques et de leur propriétés (pour tracer un parallélogramme, on ne fait pas glisser sa règle, on trace des parallèles dûment spécifiées, par exemple),

- Euclide peut aider à approcher des situations plus complexes que celles gérables dans les environnements usuels et permettre d'engager les élèves dans une approche expérimentale de la géométrie,

- Euclide peut enfin aider les élèves à entrer dans la rationalité mathématique en les aidant à prendre conscience de la généralité des énoncés mathématiques, du statut de la figure, des propriétés géométriques des configurations, invariants d'une classe infinie de figures.

L'expérimentation de la première année a globalement confirmé ces hypothèses et dans le même temps attiré notre attention sur des problèmes préoccupants, d'autant plus préoccupants qu'ils tendaient à montrer que les situations construites n'étaient pas robustes et exigeaient, pour fonctionner, un enseignant véritablement expert. Les problèmes rencontrés étaient principalement de trois types :

- le parasitage récurrent du travail mathématique par des difficultés de nature informatique,
- la difficulté à cerner la charge mathématique réelle de l'activité développée par les élèves,
- les difficultés rencontrées par l'enseignante pour se conformer aux prévisions expérimentales faites en commun, lors du pilotage réel de la classe.

Nous nous sommes donc intéressées plus précisément dans la suite à ces questions, d'une part en introduisant certaines modifications à l'ingénierie initiale pour mieux prendre en compte les difficultés rencontrées, d'autre part en mettant en place différents dispositifs expérimentaux pour étudier plus finement, et les difficultés, et l'effet des modifications introduites : suivi de groupes d'élèves, enregistrements des phases collectives, organisation de courts contrôles après chaque synthèse.

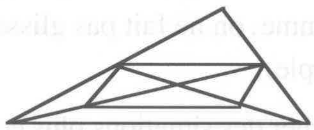
---

[9] Le logiciel Euclide réalisé à l'IREM de Grenoble est une extension de LOGO intégrant des macro-procédures adapté à l'enseignement de la géométrie à partir du collège : tracés de parallèles, perpendiculaires, d'images de points par les transformations usuelles...

Sans rentrer dans le détail des résultats obtenus, nous voudrions nous centrer ici sur deux aspects auxquels cette recherche nous a particulièrement sensibilisée : les changements dans les caractéristiques du milieu et dans les processus de gestion de la classe induits par l'environnement informatique. Nous pensons qu'il jouent un rôle important dans les difficultés d'intégration de l'outil informatique à l'enseignement, au delà, comme nous le soulignions plus haut, des problèmes matériels et institutionnels auxquels tout un chacun est sensible en priorité.

III-1 : Environnement informatique et milieu :

A un moment de l'enseignement, dans l'expérimentation menée, après la phase d'initiation au logiciel, les élèves étaient confrontés, à une tâche de construction de figure. Il s'agissait de la figure ci-dessous préparant l'étude de la configuration des médianes dont plusieurs représentants variant par la taille, l'orientation étaient proposés aux élèves.



Ils devaient en élaborer des programmes de construction en langage mathématique usuel et en langage Euclide. Ces programmes n'utilisant pas toutes les propriétés de la figure, on leur demandait également de fabriquer un ou plusieurs problèmes de géométrie à partir de la construction proposée.

Les résultats obtenus satisfaisaient sur le plan mathématique l'enseignante de la classe: ils traduisaient chez la grande majorité des élèves la capacité d'associer de façon cohérente une procédure de construction géométrique à une figure de ce niveau de complexité, ainsi que la possibilité de distinguer entre les propriétés de la figure qui servaient d'hypothèse à la construction (variables suivant les élèves) et celles qui restaient à prouver à l'issue de la construction. Les formulations des élèves étaient mathématiquement correctes même si souvent il s'agissait de formulations intermédiaires entre le langage mathématique usuel et le langage Euclide. En revanche, parmi les programmes Euclide proposés, 3 seulement sur 21 étaient opérationnels.

Ceci nous a conduit à introduire une hiérarchie dans les erreurs rencontrées, en termes d'**imbrication maths/informatique**. Pour la tâche de construction proposée, vu les caractéristiques géométriques de la figure, nous avons distingué 5 classes d'erreurs :

- les erreurs mathématiques (non définition de certains objets ou double définition, ajout de propriétés, confusions de termes mathématiques comme milieu et médiatrice...), code **EM**,

- les erreurs liées à l'existence de formulations mathématiques directement intraduisibles dans le langage Euclide (ex : soit G tel que C soit le milieu de [GE]), code **EF**,

- les erreurs liées à des différences d'ordre entre les deux syntaxes (ex : "Soit M' le symétrique de M par rapport à O" se traduit par "SOIT "M' SYMP :O :M"), code **EO**,

- les erreurs résultant d'une définition implicite en mathématiques (ex : en mathématiques, lorsque deux points ont été définis, la droite (AB), le segment [AB] le sont automatiquement, ce n'est pas le cas dans Euclide, ni d'ailleurs dans le Géomètre), code **EDI**,

- les erreurs de syntaxe locale concernant intervalles, guillemets, deux points, crochets..., code **EIL**,

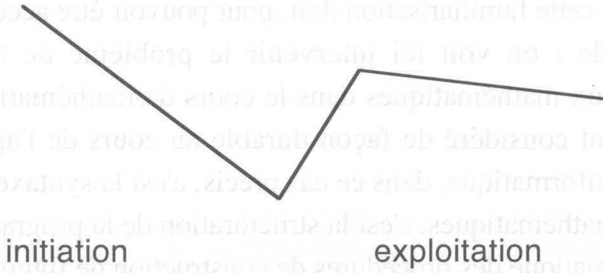
A ces catégories ayant servi à analyser les productions écrites, il faudrait par ailleurs ajouter, si l'on allait jusqu'à l'exécution effective, les erreurs rencontrées lors de l'entrée du programme en machine, l'édition, l'exécution, donc au moins une sixième catégorie concernant les erreurs de gestion des procédures, de gestion du système-éditeur...

Lorsque l'on opère cette distinction, on obtient les résultats suivants (pour 21 élèves, chacun ayant à coder cinq constructions) :

Code erreur	EM	EF	EO	EDI	EIL
Nombre	4	7	32	56	28
Elèves	1	2	8	18	9

qui mettent clairement en évidence le décalage existant entre correction mathématique et correction Euclide.

Les problèmes associés ont persisté jusqu'à la fin de l'expérimentation, les conséquences s'en trouvant aggravées par le manque de convivialité du logiciel et le caractère sommaire des messages d'erreur. En dépit des modifications apportées à l'ingénierie, le parasitage persista les deux années suivantes et les moyens de recueil de données mis en place mirent en évidence le phénomène qualitatif suivant, concernant les erreurs les moins imbriquées aux mathématiques :



c'est à dire : une décroissance nette pendant la phase d'initiation, une recrudescence lorsque l'on aborde les situations complexes, une légère décroissance par la suite, sans que l'on atteigne jamais un niveau raisonnable vis à vis du travail mathématique souhaité.

Comment, au delà de cette recherche précise, analyser didactiquement le phénomène? Nous reviendrons ici à la notion de "milieu". Cette notion a été introduite en didactique (Brousseau, 1988) dans le but de prendre en charge théoriquement les principes constructivistes selon lesquels l'élève apprend en s'adaptant à un milieu, qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres. Chez G.Brousseau, qui modélise les situations didactiques en terme de jeux, le milieu est défini comme système antagoniste de l'élève dans le jeu a-didactique associé à la situation.

Sans rentrer explicitement dans cette modélisation, nous considèrerons quant à nous le milieu comme:

- formé d'objets, outils, matériels ou conceptuels étant supposés avoir acquis une certaine transparence pour l'élève soit du fait de la culture, soit du fait d'apprentissages antérieurs (ainsi des notions comme celle d'équation du second degré, de fonction exponentielle... peuvent être à un certain moment des éléments du milieu au même titre que des instruments de tracé géométrique, un ordinateur, un logiciel....),
- support et environnement du travail mathématique de l'élève.

La situation didactique, si elle se veut moyen d'apprentissage, va nécessairement faire bouger le rapport de l'élève au milieu : le milieu y sera en un certain sens problématique. Ceci oblige à distinguer dans la modélisation deux composantes du milieu : la composante **inerte** et la composante **active**. La première est constituée de ce qui dans le milieu est supposé conserver le même niveau de transparence, ne pas être problématisé à travers la situation et c'est l'adaptation à la composante active qui doit provoquer l'apprentissage.

Il est clair que les milieux usuels en jeu dans l'enseignement des mathématiques sont des milieux qui peuvent être riches en composants mathématiques mais que ce sont en général des milieux pauvres en composants externes. L'entrée d'outils informatiques dans le système éducatif vient bouleverser cet ordre des choses. Elle crée ainsi des problèmes auxquels les enseignants ne sont pas habitués et qu'il serait dangereux de vouloir sous-estimer.

Si l'on revient avec ces outils d'analyse à la situation expérimentale décrite plus haut, l'ordinateur et le langage LOGO (pour certains élèves), puis le logiciel Euclide entrent avec l'expérimentation dans l'environnement didactique. Ils ne sont bien sûr pas d'emblée considérés comme des éléments du milieu : la phase de familiarisation avec le logiciel Euclide, qui occupe 5 séances de travail en groupes et les séances de synthèse correspondantes, par exemple, a justement pour objectif de constituer le logiciel comme élément du milieu. Mais cette familiarisation doit, pour pouvoir être acceptée par l'institution, être relativement rapide : on voit ici intervenir le problème de la légitimation d'un apprentissage externe aux mathématiques dans le cours de mathématiques. En fait, ce qui pourra être légitimement considéré de façon durable au cours de l'apprentissage comme partie active du milieu informatique, dans ce cas précis, c'est la syntaxe du logiciel dans ses aspects imbriqués aux mathématiques, c'est la structuration de la programmation qui renvoie à la structuration mathématique des procédures de construction de figures. Les autres aspects de l'apprentissage informatique doivent le plus rapidement possible gagner la transparence nécessaire à leur rattachement à la composante inerte du milieu. Malheureusement ce n'est pas trivialement le cas et l'enseignement va devoir gérer en permanence le décalage existant entre ce qu'il voudrait pouvoir considérer comme inerte et ce qui est réellement inerte.

Ces questions sont d'autant plus difficiles à résoudre que d'une part l'environnement culturel des élèves, dans la majorité des cas, ne suffit pas à faire gagner au milieu informatique "spontanément" le niveau de transparence souhaitée, d'autre part que les connaissances sous-jacentes tendent à être vécues comme hors-contrat par les différents protagonistes : élèves, enseignants mais aussi parents (diverses données de la recherche menée l'attestent ici clairement).

Il est clair que la prégnance des difficultés rencontrées, les limites des modifications introduites sont pour partie liées au logiciel lui-même utilisé, aux choix didactiques que nous avons effectués, en particulier en matière de programmation par les élèves, au niveau des élèves concernés : le niveau collège. Mais on irait au devant de grandes désillusions si l'on en déduisait qu'il s'agit là d'un cas d'espèce et que, face aux environnements plus conviviaux dont on dispose maintenant, il n'y a pas lieu de sensibiliser l'enseignant à ces questions, de s'attacher à lui donner les moyens de repérer et interpréter correctement les phénomènes associés, de lui fournir aussi certains outils pour les gérer. Sinon comment éviter que, obligés de faire face à mains nues à d'incontournables problèmes que personne ne leur a pointés comme incontournables et réellement difficiles, ils n'attribuent leurs difficultés à leur seule incompétence !

III-2 : Environnement informatique et gestion de la classe :

Les problèmes posés par l'intégration d'outils informatiques à l'enseignement ne se limitent pas bien sûr à ces questions de non-transparence du milieu. Nous n'avons pas l'intention d'aborder ici les problèmes d'ordre matériel et institutionnel auxquels nous sommes tous sensibles en priorité, nous voudrions plutôt nous centrer sur le point suivant : l'utilisation d'environnements informatiques perturbe les systèmes de prévision et de gestion de l'enseignant, les deux ne fonctionnant pas indépendamment. En effet, l'ordinateur, même conçu simplement comme élément du milieu par l'intermédiaire duquel s'établit la relation de l'élève au savoir, modifie les rapports existants dans le triangle didactique : maître - élève - savoir.

Pour l'enseignant, la situation informatique apparaît d'emblée comme moins prévisible par le simple fait que se greffe sur le mathématique tout un ensemble de phénomènes annexes qu'il aura du mal à prévoir ou dont il tendra à sous-estimer l'importance. Par exemple, les prévisions de l'enseignante dans notre recherche sous-estimaient systématiquement le temps passé dans la communication (même réussie) avec la machine. Le fait que les systèmes de prévision de l'enseignant soient largement intuitifs accentue sans aucun doute la résistance dans la durée de cette imprévisibilité.

Dans un environnement informatique, quel qu'il soit, de plus, la médiation élève/savoir ne passe pas uniquement par l'enseignant. Un logiciel, même non tutoriel, fournit des feed back à l'élève et en ce sens a une dimension enseignante. Il devient en partie garant du vrai/faux, du possible/impossible. Cette composante est reconnue parfaitement par l'élève et rend les reprises en main, dans le cadre d'un travail en environnement multipostes, difficiles. Or cette capacité de reprendre facilement la main est essentielle à l'enseignant. Elle lui permet d'accélérer quand il en ressent le besoin l'avancée du temps didactique, en prenant appui sur les élèves qui ont déjà trouvé ou ont des idées pour démarrer. Elle lui permet de négocier les changements de tâche et l'on sait bien qu'un même exercice mathématique nécessite souvent de telles renégociations : on voudra passer d'une tâche de construction à une tâche d'émission de conjectures, de l'émission des conjectures à leur test, du test à des preuves plus formelles... Chaque changement implique en général une renégociation de la dévolution. La reprise en mains permet aussi à l'enseignant d'homogénéiser au moins en apparence la classe, de démarrer le processus d'institutionnalisation au cours même de l'activité au moyen d'institutionnalisations locales. S'il doit lutter pour reprendre la main, il perdra en liberté de manoeuvre et ceci changera la vision qu'il a de sa classe : il la verra active certes, mais plus éclatée, hétérogène, plus lente et les perceptions négatives peuvent l'emporter sur les positives, le mettant mal à l'aise dans sa position d'enseignant[10].

On pourra dire bien sûr que de tels phénomènes sont déjà présents dans une certaine mesure dans toute séance de travail en groupes, que les enseignants y sont donc déjà partiellement adaptés. Ce serait méconnaître me semble-t-il le quotidien de l'enseignement.

IV - INTEGRATION DE L'OUTIL INFORMATIQUE ET FORMATION DES ENSEIGNANTS

Nous avons dans les paragraphes précédents, abordé un certain nombre de questions qui nous semblaient devoir être prises en compte lorsque l'on s'interroge sur les potentialités de l'outil informatique pour l'enseignement des mathématiques et sur les problèmes d'intégration de cet outil. La formation des enseignants est la clé de l'intégration et nous voudrions y revenir dans ce dernier paragraphe en nous appuyant sur la thèse en cours de M. Abboud. Elle s'y est interrogée au départ sur les raisons qui conduisaient un enseignant à accepter ou rejeter un logiciel (en se limitant à des logiciels exploitables a priori pour l'enseignement des symétries orthogonales et centrales au collège) ainsi que sur le type de scénario qu'un enseignant était susceptible de construire avec un logiciel choisi. Les grilles d'analyse de logiciels publiées dans la littérature l'ont dans un premier temps frappée par leurs caractéristiques essentiellement externes (caractéristiques techniques, ergonomiques, de communication...). Sans aucun doute, le souci d'embrasser une large catégorie de logiciels avec une même grille n'y est pas étranger, mais ce faisant toute composante didactique tend à disparaître de l'analyse. Pour les besoins de la recherche, elle a donc élaboré une grille plus didactique spécifiquement adaptée à l'analyse de logiciels susceptibles d'aider l'enseignement des symétries au niveau collège. Cette grille inclut, dans sa première partie se concluant par le rejet ou l'acceptation du logiciel, des éléments d'analyse didactique ; elle inclut également, en cas d'acceptation du logiciel, une deuxième partie consacrée à la prévision d'un scénario d'utilisation et à la comparaison de ce scénario avec des scénarios papier/crayon.

Cette grille a été expérimentée avec différents publics ayant des rapports différents à la didactique d'une part, à l'outil informatique d'autre part. Elle présente sans aucun doute des imperfections mais elle a donné des résultats trop radicaux pour être imputables à ces seules imperfections. Les résultats obtenus opposent en effet la facilité avec laquelle les personnes interrogées entrent dans l'analyse externe de logiciels et la difficulté avec laquelle ils entrent dans une analyse plus didactique. A ce niveau, beaucoup de questions restent sans réponse ou sont éludées. C'est le cas aussi pour les questions demandant d'anticiper des différences au niveau du fonctionnement de la classe entre fonctionnement informatique et fonctionnement papier/crayon. De plus, on ne note pas de différence sensible sur les pôles didactique et anticipation entre des enseignants interrogés à l'issue d'une formation à l'outil informatique (ne portant cependant pas directement sur les logiciels considérés) et des enseignants se préparant à la suivre.

---

[10] Nous ne faisons ici que décrire des changements incontournables. Que la classe que voit ici l'enseignant soit plus ou moins vraie que celle qu'il voit usuellement, que finalement il puisse être bénéfique qu'il ne puisse pas la manoeuvrer à sa guise, n'entre pas dans notre propos.

Ceci a conduit M.Abboud, dans une seconde phase de la recherche, à essayer de cerner, à travers la littérature et des entretiens avec quelques enseignants impliqués depuis plusieurs années dans des tâches de formation, les pratiques de formation dans ce domaine et leur évolution. Même si l'on peut noter une évolution, il semble bien que le modèle toujours dominant consiste à présenter des logiciels que l'on estime intéressants pour l'enseignement, à familiariser les enseignants avec leur utilisation, puis à leur proposer des situations d'enseignement qu'on a soi-même conçu et/ou fait fonctionner et qui "tournent bien", sans réellement chercher à préciser ce qui réellement les fait marcher, se préoccuper de savoir quel niveau d'expertise elles exigent de la part de l'enseignant qui doit les gérer, ou s'interroger sur leurs potentialités réelles en termes d'apprentissage. On proposera ensuite aux enseignants, si la durée de la formation le permet, d'essayer eux-mêmes ces situations dans leurs classes ou d'en construire de nouvelles et de les expérimenter, on organisera des séances de compte-rendu, mais sans pour autant fournir nécessairement des outils pour guider le recueil des observables et l'analyse des expérimentations, sans attirer la vigilance sur tel ou tel point reconnu comme critique.

Il reste encore beaucoup de travail à faire, dans de domaine comme dans d'autres, pour articuler efficacement recherche et formation.

REFERENCES :

Abboud M. : L'intégration de l'outil informatique à l'enseignement des mathématiques : le cas de la symétrie orthogonale au collège, Thèse en cours, Université Paris 7.

Artigue M. (1991) : Analyse de processus d'enseignement en environnement informatique, Petit x, N° 26, 5-27, Ed.IREM Grenoble.

Artigue M. (1992) : Functions from an algebraic and graphic point of view : cognitive difficulties and teaching practices, in The Concept of Function : Aspects of Epistemology and Pedagogy, G.Harel & E.Dubinsky (eds), MAA Notes, Vol. 25, 109-132.

Artigue M. & Ervynck G. (eds) (1993) : Proceedings of the Working Group 3, ICME 7, Québec, 1992, University of Sherbrooke.

Brousseau G. (1983) : Etudes de questions d'enseignement, un exemple : la géométrie, Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble, Ed. IMAG.

Brousseau G. (1988) : Le contrat didactique : le milieu, Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 9.3, 309-338.

Dagher A. (1993) : Environnement informatique et apprentissage de l'articulation entre registres graphique et algébrique de représentation des fonctions, Thèse de doctorat, Université Paris 7.

Douady R. (1984) : Dialectique outil-objet et jeux de cadres : une réalisation dans tout le cursus primaire, Thèse d'Etat, Université Paris 7.

Duval R. (1988) : Graphiques et équations, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. I, 235-253, IREM Strasbourg.

Goldenberg P., Lewis P. & O'Keefe J. (1992) : Dynamic representations and the Development of a Process Understanding of Function, in The Concept of Function : Aspects of Epistemology and Pedagogy, G.Harel &E.Dubinsky (eds)., MAA Notes, Vol. 25, 235-260.

Harel G. & Dubinsky E. (eds) (1992) : The Concept of Function : Aspects of Epistemology and Pedagogy, MAA Notes, Vol. 25.

Kaput J. (1992) : Patterns in Students' Formalization of Quantitative Patterns, in The Concept of Function : Aspects of Epistemology and Pedagogy, G.Harel &E.Dubinsky (eds)., MAA Notes, Vol. 25, 290-318.

Tall D. (1986) : Building and Testing a Cognitive Approach to the Calculus using Interactive Computer Graphics, Thèse, University of Warwick.

Leinhart G., Zaslavsky O. & Kay Stein M. (1990) : Functions, graphs anf graphing : Tasks, Learning and Teaching, Review of Educational Research, Vol. 60, N°1, 1-64.

Laborde C. (1994) : Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 14.1/2, (à paraître).

Schoenfeld A., Smith J. & Arcavi A. (1990) : Learning : The microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain, in R.Glaeser (Ed.), Advances in instructional psychology, Vol.4, Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Morceaux Choisis.

Il nous a semblé intéressant de donner un rapide aperçu de quelques unes des nombreuses brochures publiées sur l'aide que l'outil informatique pouvait apporter à l'enseignement de la géométrie.

Il est toujours difficile de faire un choix et celui-ci est par bien des côtés arbitraire. Nous avons essayé de garder un équilibre entre:

- les différents publics auxquels s'adressent l'enseignement,
- les différents thèmes mathématiques abordés (géometrie dans l'espace, coniques, lieux géométriques, géométrie du triangle etc...),
- les différents scénarios (de la "monstration" en groupe suivie d'un travail papier/crayon plus individuel à la séance de travaux pratiques où chaque binôme dispose d'une machine),
- les différents "styles" d'articles (de la fiche de travail élève et/ou enseignant à l'analyse d'une séquence).

Notre choix essaie de refléter la richesse et la diversité des travaux des IREM.

Nous avons bien sûr apprécié les articles retenus, mais d'autres aussi que nous n'avons pas fait figurer ici pour des raisons de place.

En présentant ces morceaux choisis nous souhaitons surtout vous donner envie d'aller (re)lire les brochures dont ils sont extraits et d'utiliser les scénarios qui vous semblent pouvoir être valablement utilisés dans votre enseignement.

Le texte suivant est extrait de la brochure:

Des activités pour raisonner au collège
IREM de ROUEN (Décembre 1991)

Il a été écrit par Danielle BERGUE, membre du groupe didactique de l'I.R.E.M. de Rouen et de l'équipe-ressources en mathématiques (C.A.F.I.A.P. de Rouen), et rapporte un travail effectué au collège Gounod de Canteleu en Avril 1991.

Cet article nous a semblé montrer comment une classe peut être amenée à construire un raisonnement pour conforter, ou invalider, une conjecture. La notion de figure se différencie progressivement de celle de dessin. Le logiciel, Cabri-Géomètre, est employé pour **mettre en évidence les constructions** (qui déterminent les invariants de la figure), puis pour **observer une multiplicité de "cas de figure"**, ce qui permettra d'**émettre des conjectures** (existence de l'orthocentre, sa position en fonction des angles). Il permet aussi de **mettre en doute des conjectures** dont l'énoncé paraissait satisfaisant (ici: "il existe un triangle dont les angles sont obtus" pour dire qu'il existe d'autres triangles que ceux dont les angles sont tous aigus). Le doute qui va s'installer devant l'impossibilité de produire un tel triangle fera apparaître **la nécessité du raisonnement déductif.**

Ce travail se situe dans une classe de 5°. Le choix de ce qui est institutionnalisé, est fait en se référant à un savoir que seul le maître possède. On pourrait reprendre ces travaux dans une classe de lycée, les résultats seraient alors établis en s'appuyant sur des démonstrations, fruits d'un savoir partagé entre le maître et les élèves.

UNE UTILISATION DU LOGICIEL "GEOMETRE" EN 5ème

Description d'une séquence autour de l'orthocentre et du centre du cercle circonscrit à un triangle ; découverte de quelques propriétés.

Introduction

Les programmes de 6ème et 5ème proposent une initiation progressive au raisonnement. En géométrie, le raisonnement est souvent considéré comme synonyme de démonstration et devrait être pris en compte selon trois phases :

1) une appropriation du problème qui se fait par l'intermédiaire de la construction et l'explicitation des données sous forme d'"hypothèses".
2) une recherche de la solution qui demande un tri parmi des propriétés connues pour déterminer celles pouvant être utiles : va-et-vient constant du regard et de l'esprit entre le cas particulier de la figure et l'expression générale des propriétés ("cas particulier de la figure" qui ne doit pas l'être au sens habituel du terme).
3) une mise en forme écrite de la solution qui fait apparaître les étapes d'un raisonnement déductif.

Chaque phase doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique. De plus, entre la première phase et la seconde, l'objet construit change de statut. De dessin concret sur une feuille de papier, il devient figure générale, objet idéal. Au niveau 6ème - 5ème, ce concept est un peu ou pas disponible.

Dans la brochure "De la figure vers la démonstration" de l'IREM de Rouen, nous avons présenté un certain nombre d'activités qui permettent de faire évoluer les conceptions des élèves. En particulier, la prise en compte des contraintes liées à la figure permet de donner du sens à l'étape de la recherche de la solution. Or, souvent, les élèves confondent contraintes spécifiques à l'exercice avec construction de cas particuliers et élimination de ceux-ci (triangles isocèles et équilatéraux, rectangles, carrés etc...). Devant cette difficulté des élèves, la construction de plusieurs dessins peut aider à faire émerger les contraintes spécifiques du problème.

C'est à ce niveau qu'un logiciel tel que "Le Géomètre" peut être outil utile. En effet, la figure étant construite, on peut la faire évoluer sur l'écran en continu. Les élèves vont donc avoir une vision concrète des différentes constructions possibles et non une juxtaposition de plusieurs dessins. Le changement de "point de vue" sur la figure peut se faire plus aisément.

La construction de plusieurs dessins est une des méthodes proposées pour que d'une part les élèves se construisent le concept de figure, et que d'autre part, les caractères invariants de ces figures apparaissent. Or dans la suite d'images créées à l'écran, il est possible de comprendre que par exemple les différents triangles n'ont été définis qu'une fois et donc sont représentants d'une même figure. Les élèves peuvent ensuite proposer des contraintes, “*2 côtés perpendiculaires ou de même longueur*”, et voir, grâce à l'évolution continue permise par "Géomètre", que la réalisation simultanée de deux séries de contraintes n'est possible que dans un cas particulier.

De plus, il ne s'agit pas de produire à l'aide de "Géomètre" un imagiciel qui permette d'illustrer de manière nouvelle une partie du cours et de poursuivre ensuite une apprentissage avec l'environnement habituel, mais de l'utiliser pour aller plus loin : c'est une aide pour faire évoluer la recherche du problème par les élèves.

R. Gras affirme : "*les activités dialectiques de nature expérimentales qui se limitent au seul spectacle visuel des faits (mobilité des points...) sont d'effet illusoire sur l'apprentissage... . Au niveau du produit logiciel, ... il y aura nécessité de négociation régulière maître-élève, faute de quoi on pourrait assister à un vide audiovisuel*". Le lien entre les hypothèses émises par les élèves pour faire évoluer la figure avec les propriétés de géométrie connues et leurs conséquences devra le plus possible être verbalisé, un apprentissage de pratiques du raisonnement étant visé. C'est un obstacle important en géométrie dès la 6ème - 5ème. L'environnement créé avec "Géomètre" peut aider à le lever.

1. Objectifs

- objectifs cognitifs (propres à la séquence) :
  - réinvestir des droites particulières d'un triangle.
  - définir l'orthocentre, le centre du cercle circonscrit à un triangle.
  - étudier dans le cas particulier du triangle rectangle le point deconcours des hauteurs, des médiatrices.
  - réinvestir la propriété de la somme des angles d'un triangle.
- objectifs cognitifs généraux :
  - comprendre la nécessité d'une preuve.
  - mettre en oeuvre différents niveaux de validation.
- objectifs méthodologiques :
  - rédiger, formuler des résultats.
  - poursuivre l'apprentissage de certaines règles de logique (différence entre "un" et "tous", "les" et "des" ; utilisation d'expressions du type "si... alors...").
  - apprendre à passer de l'expérience sensible à l'objet idéal (notion de figure).

2. Pré-requis

- définition de la hauteur d'un triangle, de la médiatrice d'un segment, du triangle rectangle.
- notions d'angle obtus, aigu.
- somme des angles d'un triangle (énoncé de la propriété).

3. Description de la séquence

3.1 mise en place

La séquence se déroule avec l'ensemble de la classe (24 élèves). Les élèves travaillent individuellement.

L'ordinateur unique (avec souris) est relié à une tablette rétroprojectable. Les figures obtenues sont projetées sur un tableau blanc (sur lequel il possible d'écrire). On peut donc aussi utiliser la figure projetée comme on le fait ordinairement d'un dessin au tableau.

Au cours de la séquence, c'est la modification progressive qui a été utilisée, ce sont le plus souvent les élèves qui sont venus manipuler eux-mêmes en réponses aux conjectures qui étaient proposées par eux-mêmes ou par l'ensemble de la classe. Les élèves ont effectué les dessins sur leur cahier d'exercices et ont noté les résultats obtenus au fur et à mesure (phase d'institutionnalisation).

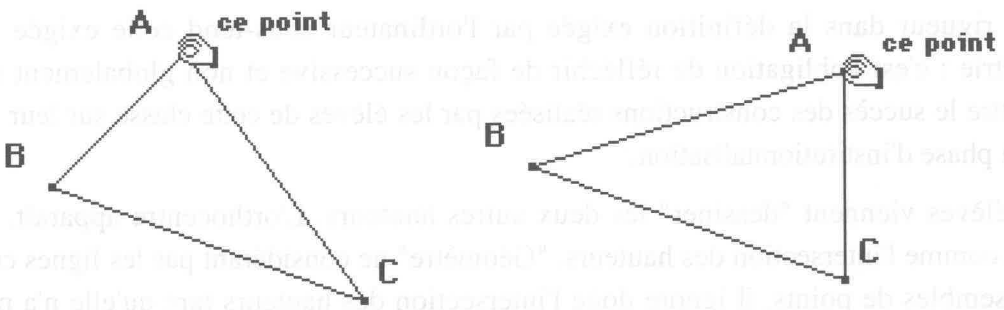
L'ensemble du travail avec l'ordinateur a duré environ 2h30 et a eu lieu mi-février 1991.

3.2 déroulement : première étape

a) *Définition d'un triangle*

"Géomètre" définit un triangle à partir de 3 points. Le logiciel permet de les nommer A, B, C. (cela sera utile dans la partie f de cette étape).

A l'aide de "Géomètre", on "saisit" l'un quelconque des sommets et on le déplace.

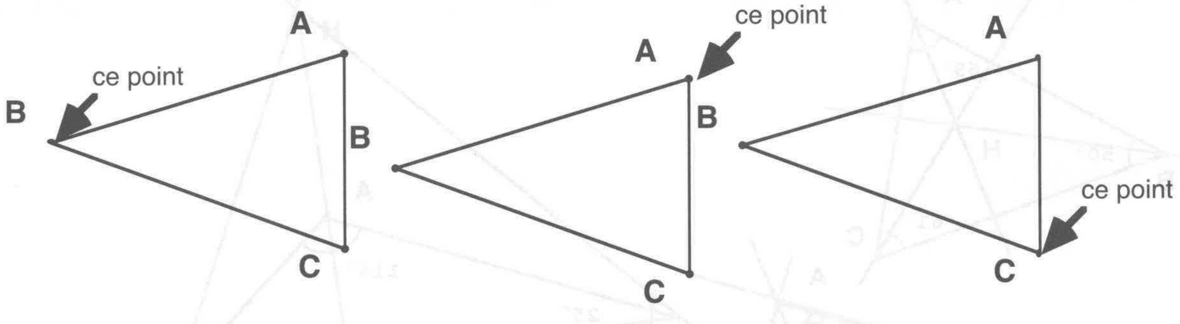


Cela permet de pointer le fait qu'un triangle n'est pas le dessin obtenu, mais un "objet" défini par trois points (au sens outil-objet de R. Douady).

Par le déplacement, on recherche à obtenir des triangles isocèles, équilatéraux, rectangles. Les élèves parallèlement rappellent oralement les caractéristiques. C'est sur l'image projetée que les élèves viennent mesurer les côtés ainsi que les angles (les erreurs de mesure permettent de souligner la différence entre l'objet idéal et le dessin obtenu).

b) *Mesure des angles*

A la suite de la manipulation précédente, les élèves demandent à mesurer les angles. "Géomètre" définit l'angle par trois points ordonnés, exactement comme on le fait en écrivant.

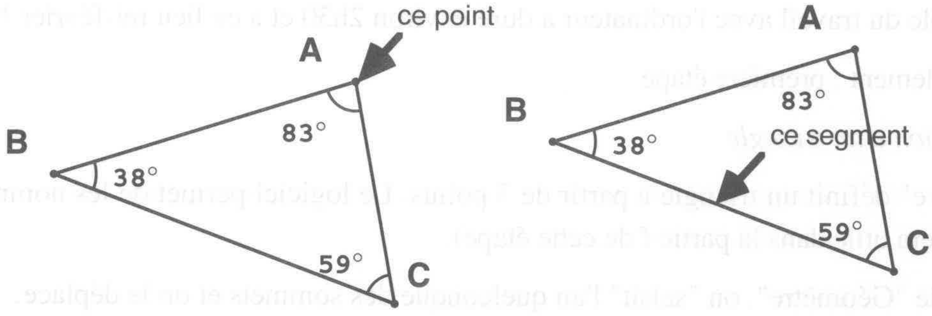


Le professeur montre sur un exemple le procédé, deux élèves viennent définir les deux autres angles du triangle (surveillés avec attention par la classe !).

Les élèves viennent "faire" dessiner des triangles particuliers en s'intéressant cette fois aux propriétés des angles du triangle.

c) *Construction des hauteurs*

Pour construire une hauteur, "Géomètre" suit pas à pas la définition : c'est une droite perpendiculaire, passant par un point (le sommet), perpendiculaire à une droite (le côté opposé).



Cette rigueur dans la définition exigée par l'ordinateur sous-tend celle exigée par la géométrie : c'est l'obligation de réfléchir de façon successive et non globalement qui va permettre le succès des constructions réalisées par les élèves de cette classe sur leur cahier dans la phase d'institutionnalisation.

Deux élèves viennent "dessiner" les deux autres hauteurs. L'orthocentre apparaît. On le définit comme l'intersection des hauteurs. "Géomètre" ne considérant pas les lignes comme des ensembles de points, il ignore donc l'intersection des hauteurs tant qu'elle n'a pas été définie comme intersection de deux droites (que l'on peut faire nommer H).

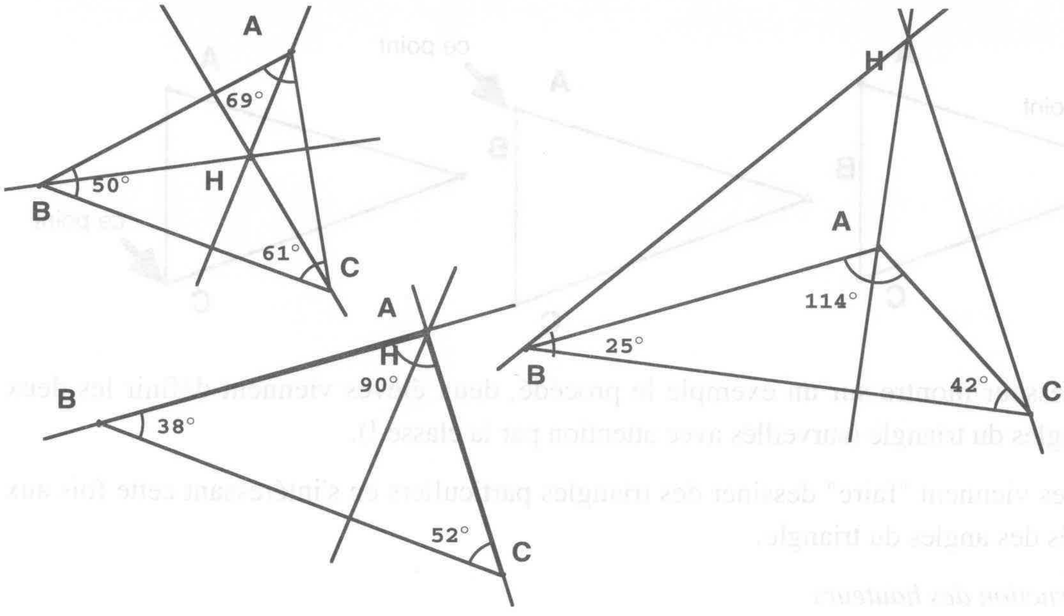
d) *Phase d'institutionnalisation*

Les élèves reproduisent le dessin dans leur cahier et écrivent : "*les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes, leur point de concours s'appelle l'orthocentre*".

Les élèves n'ont aucune hésitation pour réaliser les constructions à la main, même pour ceux qui sont le plus en difficulté.

e) *Variation de la position de l'orthocentre*

Le cas où l'orthocentre se trouve à l'extérieur du triangle est toujours une difficulté pour de nombreux élèves. "Géomètre" permet en faisant varier la position de l'un des sommets du triangle de faire varier celle de l'orthocentre dans le triangle.



En utilisant une dynamique de la figure, l'observation faite par la classe ressemble à l'utilisation d'un dessin animé : après quelques variations successives de l'orthocentre, les élèves se font leur opinion et après discussion entre eux par petits groupes, proposent les règles suivantes : "*si l'angle est aigu, l'orthocentre est à l'intérieur du triangle ; quand l'angle devient obtus, l'orthocentre passe à l'extérieur*".

L'un d'entre eux souhaite préciser la position pour laquelle l'orthocentre sort du triangle. Il vient donc manipuler la souris. Par essais successifs, il obtient un triangle rectangle. Ce triangle apparaît donc aux élèves comme un triangle particulier non plus à cause de son angle droit, mais parce que un de ses sommets est l'orthocentre du triangle (ceci est écrit dans le cahier et sera utilisé lors des calculs d'aires des triangles).

f) *Les angles obtus d'un triangle*

Lorsqu'on veut institutionnaliser les résultats obtenus, les élèves proposent d'écrire : "*si les angles d'un triangle sont aigus, alors l'orthocentre est à l'intérieur du triangle ; si les angles d'un triangle sont obtus, alors l'orthocentre est à l'extérieur du triangle*".
L'utilisation de la formulation "si... alors..." avait déjà été rencontrée au début de l'année et est réinvestie convenablement. Par contre, l'énoncé de la deuxième partie de façon symétrique montre comment l'énoncé des propriétés se fait par mimétisme indépendamment de leur sens. La logique de construction des élèves semble être du type "modification à moindre frais".

On va donc expérimenter grâce à "Géomètre" la conjecture "*les angles d'un triangle sont obtus*". Oralement le professeur fait préciser le sens donné à "*les angles du triangle*". Les élèves se mettent d'accord sur le fait que cela signifie que les 3 angles sont obtus. Un élève vient donc manipuler : il part d'un triangle ABC ayant l'angle A obtus (B et C sont donc aigus). Il déplace le point pour obtenir l'angle B obtus. La classe observe et l'encourage. La déception est grande lorsque B étant obtus, les élèves s'aperçoivent que A est devenu aigu et cela ne convainc pas encore qu'un triangle ne peut avoir plusieurs angles obtus. Un autre élève propose de choisir l'angle C et de recommencer. Nouvelle déception. Les élèves voient bien qu'un triangle ne peut avoir qu'un seul angle obtus mais n'en sont pas convaincus.

La nécessité d'une preuve mathématique non liée à l'observation fait son chemin : c'est un réel pas en avant pour tous les élèves de cette classe.

Il faut l'aide de propriétés "sélectionnées" ci-dessous pour que la preuve soit exprimée clairement :

- définition d'un angle obtus ;
- somme des angles d'un triangle.

Tous vont se mettre d'accord pour dire ou écrire : "si deux angles sont plus grands que 90°, leur somme fait plus que 180° donc il n'y a plus de place pour le troisième".

Finalement, on écrit dans le cahier : "un triangle ne peut avoir qu'un seul angle obtus", puis les règles concernant la position de l'orthocentre. Les élèves insistent bien sur l'écriture correcte "*si un triangle a un angle obtus, alors son orthocentre est à l'extérieur du triangle*".

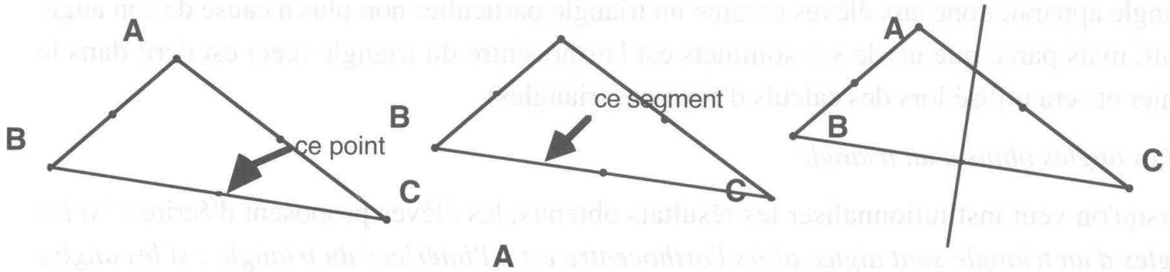
3.3 déroulement : deuxième étape

Un travail de même type est mené à propos des médiatrices.

a) *Construction des médiatrices (sans la procédure médiatrice)*

Le triangle ABC est construit comme dans la première étape. "Géomètre" demande pas à pas, comme pour les hauteurs, les éléments nécessaires à la construction de la médiatrice, c'est :

- la droite perpendiculaire
- passant par le milieu du segment
- perpendiculaire au segment.

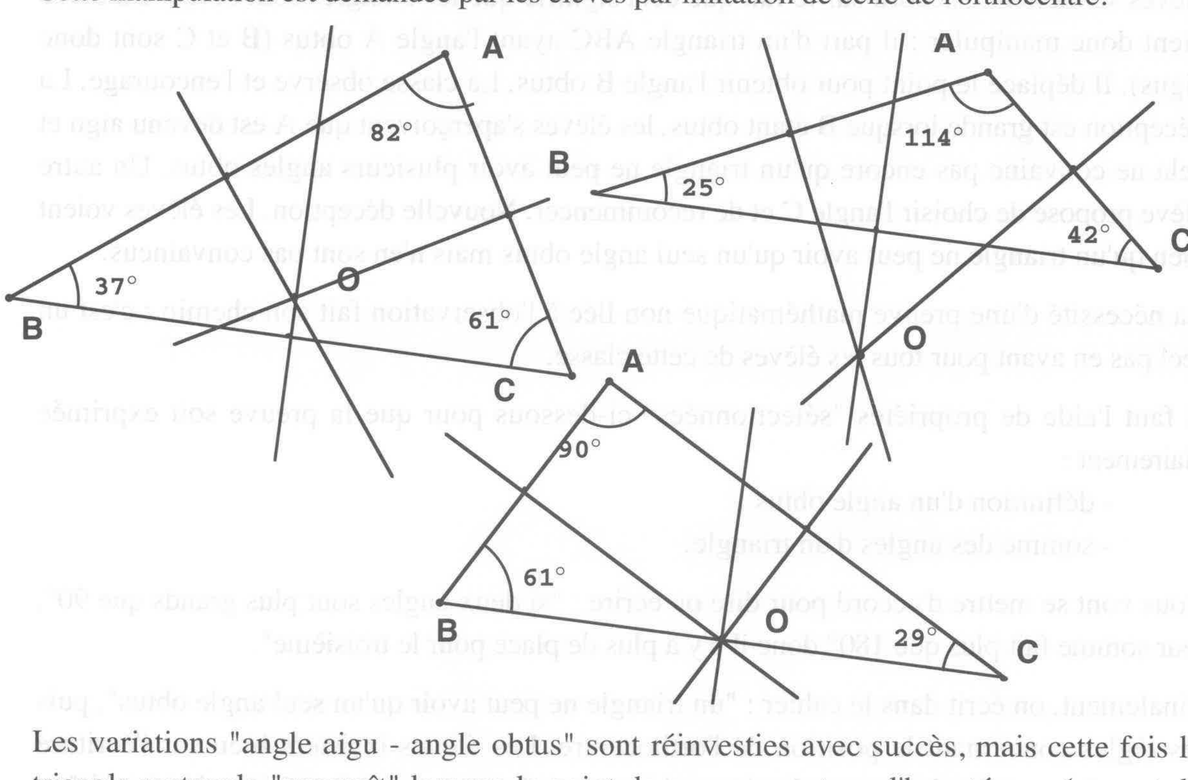


Certains élèves sont étonnés : les médiatrices ne passent par les sommets. Ils vont donc venir modifier le triangle pour faire passer une médiatrice par un sommet. La condition : "ce n'est possible que si le triangle est isocèle" est énoncée. Est-ce suffisant pour retirer de leur esprit la confusion médiane-médiatrice ?

On en profite pour rappeler oralement la propriété de l'équidistance des points de la médiatrice.

b) Variation de la position du point de concours.

Cette manipulation est demandée par les élèves par imitation de celle de l'orthocentre.

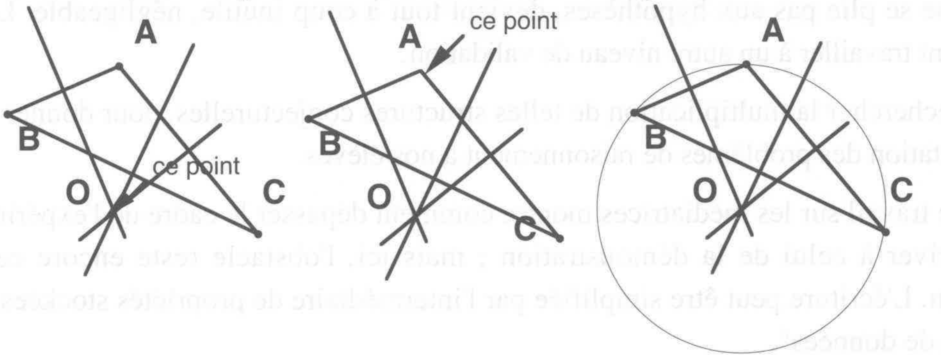


Les variations "angle aigu - angle obtus" sont réinvesties avec succès, mais cette fois le triangle rectangle "apparaît" lorsque le point de concours est sur l'hypoténuse (ce mot de vocabulaire est rappelé à cette occasion). Préciser qu'il s'agit du milieu de l'hypoténuse ne pose pas de difficulté : le lien entre milieu et médiatrice est très fort dans la tête des élèves (plus que celui de perpendiculaire - médiatrice d'où les confusions médiane - médiatrice probablement).

c) *Le centre du cercle circonscrit.*

C'est le professeur qui propose de construire un cercle circonscrit au triangle précédent ayant pour diamètre l'hypoténuse. On utilise la procédure du cercle défini par 2 points. Les élèves constatent que le cercle passe par le troisième sommet du triangle. On écrit dans le cahier cette propriété du triangle rectangle.

La variation de la forme du triangle permet de montrer qu'un triangle quelconque est inscrit dans un cercle. Le centre est précisé au tableau, des mesures permettent de le confirmer.



Ce résultat écrit dans le cahier est ensuite démontré (sans vouloir atteindre un niveau de formalisation type quatrième), les élèves cherchent surtout à se convaincre d'un résultat en utilisant des règles mathématiques admises par tous.

4. Conclusion

L'utilisation de la dynamique de l'image grâce au logiciel a permis une confrontation entre les conjectures des élèves et la "réalité" :

- non-existence de plusieurs angles obtus dans un triangle
- confusion entre médiane et médiatrice.

Le débat instauré alors dans la classe a montré comment l'essai de construction des figures répondant aux hypothèses émises permet de se faire une opinion. Faire de nombreux dessins pour résoudre un problème, ne pas émettre une hypothèse seulement à la vision d'une figure, est une méthodologie que les élèves ont réinvestie dans d'autres recherches.

Par ailleurs, la construction des divers objets nécessite la connaissance de définitions (ou de propriétés) précises et rigoureuses. D'autant plus que l'ordinateur ne se contente pas d'un énoncé plus ou moins incantatoire : il exige que l'on décortique chacun des éléments de l'énoncé (exemple : médiatrice, droite passant par un milieu, perpendiculaire à un segment donné).

Le logiciel permet de dégager l'élève des difficultés de constructions plus ou moins maladroites. Ce dernier type d'activité n'est certes pas à rejeter, mais ici, c'est l'activité raisonnement qui est objet de l'apprentissage.

Enfin, et c'est le plus intéressant, ces séquences permettent "plusieurs formes et plusieurs niveaux de validation dont la mobilisation et la mise en oeuvre sont provoquées par les exigences de la situation dans laquelle se trouve l'élève". (Balacheff : Preuves et démonstration au collège RDM vol. 3.3).

En effet, quand, ayant fini de construire l'orthocentre, les élèves observent son déplacement, ils ne vont pas se contenter de constatations, ils vont essayer d'organiser leurs résultats : c'est cela qui les conduit à préciser le rôle particulier de l'angle droit.

Lorsque les élèves veulent construire un triangle ayant plusieurs angles obtus, ce problème n'apparaît que comme réponse au triangle ayant trois angles aigus. La mobilité des points et la lecture immédiate des angles va leur permettre de chercher à valider leur hypothèse par la construction d'une "figure-exemple" qui puisse être exhibée comme une preuve.

L'impossibilité d'obtenir deux angles obtus se constitue en obstacle tellement gênant que c'est à partir de là que la nécessité d'un raisonnement déductif s'impose. La figure, parce qu'elle ne se plie pas aux hypothèses, devient tout à coup inutile, négligeable. Les élèves souhaitent travailler à un autre niveau de validation.

Il faut rechercher la multiplication de telles structures conjecturelles, pour donner une autre représentation des problèmes de raisonnement à nos élèves.

Enfin, le travail sur les médiatrices montre comment dépasser le cadre de l'expérimentation pour arriver à celui de la démonstration ; mais ici, l'obstacle reste encore celui de la rédaction. L'écriture peut être simplifiée par l'intermédiaire de propriétés stockées dans une "banque de données".

Le texte suivant est extrait de la brochure:

Exemples d'Utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur au lycée IREM de Lyon - MAFPEN de Lyon (Janv. 1993)

La situation présentée a été écrite par René Jaffard et expérimentée au Lycée Antoine de Saint Exupéry.

Cet article nous a semblé donner une description précise du rôle que pouvait jouer l'outil dans un travail de recherche des élèves. La conduite des séances et les interventions de l'enseignant sont décrites avec précision, ce qui permet de se faire une idée assez nette de ce qui se peut se passer dans une classe lors d'un tel travail.

Voici la présentation qu'en fait l'auteur:

«Lors d'une séance de T.D. les élèves d'une classe de seconde sont mis devant une "situation-problème" d'origine géométrique relativement complexe.

Les deux logiciels utilisés, LE GÉOMÈTRE et GRAPHE, doivent permettre aux divers groupes de travailler **à leur rythme**, de **visualiser** certains concepts abstraits et de **construire**, de manière autonome, les **savoirs nouveaux** nécessaires. Ils seront utilisés **à leur demande** et **conjointement** aux autres outils indispensables que sont : papier, crayon, calculatrice programmable et papier millimétré.»

Les limites de chacune des représentations sont mises en évidences: que peut-on lire sur une courbe dessinée sur un écran, que peut-on lire dans un tableau de valeurs approchées? René Jaffard souligne que ce travail est aussi "l'occasion de montrer aux élèves de seconde que leurs connaissances actuelles sont mises en défaut et que le programme de première viendra partiellement combler leurs lacunes."

L'ORDINATEUR AU SERVICE D'UNE SITUATION-PROBLEME ou "les ORDINATEURS-RESSOURCES"

A- Pourqoi cette démarche ?

L'idée m'est venue en lisant la brochure de l'APMEP n° 79 sur la "CLASSE DE SECONDE : UN OUTIL POUR DES CHANGEMENTS" (page 89). Le titre en est *"fonctions issues de problèmes de géométrie"* : une démarche par elle-même très intéressante par son approche et qui peut permettre d'illustrer le décloisement indispensable des différentes parties du programme que sont ici "analyse" et "géométrie", idée importante, me semble-t-il, à faire passer auprès des élèves. En voilà le rappel de l'énoncé :

On donne un triangle ABC isocèle tel que AB = AC = 10 (cm), la base [BC] est de longueur variable.

Question **: étudier le comportement de l'aire du triangle ABC lorsque la base varie.**

Plusieurs approches de ce problème sont possibles -fonctions, trigonométrie...- mais, concernant ma classe de seconde et compte tenu des acquis récents (nous traitions des fonctions et la trigonométrie n'était pour eux qu'à l'état de souvenirs de 3ème, donc bien lointains et avec les "a priori" bien connus des élèves sur ce sujet), la démarche qu'ils choisiraient serait, presque à coup sûr, l'étude d'une fonction. Or la fonction obtenue (expression de l'aire A(x) du triangle ABC en fonction de la longueur x de la base [BC]) est la suivante :

$$A(x) = \frac{1}{4} \cdot x \cdot \sqrt{400 - x^2}$$

elle dépasse les compétences à acquérir en classe de seconde, du moins si on en fait une approche globale quant à son "comportement". De plus la longueur de la base conduisant au maximum de l'aire n'est pas rationnelle d'où l'idée de l'approcher par valeurs successives.

Si on fait un premier bilan des difficultés prévisibles que vont rencontrer les élèves lors de la recherche de ce problème -surtout s'il est posé sous forme de "situation-problème" lors d'une séance de travaux dirigés- on s'aperçoit qu'elles sont nombreuses et de natures très différentes :

a) le texte même de l'énoncé : un mélange de géométrique et de numérique avec une donnée "variable"...qu'est ce qu'une "variable" ?...que signifie "comportement" ?...quelles sont les idées sous-jacentes cachées derrière?...rappelons que nous sommes en classe de seconde.

b) comment passer du domaine géométrique au domaine numérique ? ce que nous appelons du mot délicieux de "mathématiser" la situation...il faut dèjà la"voir"...

c) à supposer qu'on ait obtenu cette fameuse expression de "l'aire en fonction de BC", celle-ci comporte une racine carrée d'où des conditions d'existence ; une double approche est possible : purement algébrique (et tout à fait à la portée des élèves), mais aussi une approche géométrique liée à l'existence même du triangle ABC. Cette dernière permet, me semble-t-il, d'illustrer cette idée abstraite du "domaine de définition" d'une fonction et donc, ici, de la visualiser et par là même de la concrétiser.

d) arrivés à ce stade, les élèves pourront probablement aisément voir que l'aire s'annule pour chacune des deux bornes de [0 ; 20] donc que l'aire admet un maximum ; compte tenu des fonctions habituellement rencontrées antérieurement -comme des paraboles, des droites- l'idée intuitive et naturelle qui devrait venir à l'esprit des élèves est que ce maximum est atteint pour la valeur 10... l'idée de "symétrie" est bien naturelle. Là encore, comment illustrer qu'il n'en est rien dans ce problème ?

e) comment accéder au maximum de cette fonction alors qu'on est en seconde ? Une approche possible est le tracé de la courbe représentative avec usage de la calculatrice progammable (mais non graphique...elle n'est jamais obligatoire et, de plus, nous sommes en classe de seconde).

f) autre difficulté : la longueur cherchée n'est pas d'une catégorie de nombres très familière aux élèves en dehors des exercices d'algèbre prévus à cet effet, il s'agit d'un irrationnel. Peut-on, en dehors d'une lecture graphique directe, accéder à une meilleure précision, comment et jusqu'où ? Ce sera l'occasion de montrer aux élèves de seconde que leurs connaissances actuelles sont mises en défaut et que le programme de première viendra partiellement combler leurs lacunes. Il me semble aussi important de montrer aux élèves, à un niveau donné, que leurs connaissances peuvent être mises en défaut et que parfois ils ne peuvent pas répondre à toutes les questions ; c'est une situation souvent oubliée puisque les exercices et les devoirs qui leur sont posés sont faits pour être résolus en totalité par tous, du moins en théorie...Enfin, dans le cadre de cette "situation-problème", il est aussi important de ne pas rester sur une "défaite" intellectuelle, en effet les élèves auront la possibilité finalement d'approcher la réponse avec une précision "aussi grande qu'ils le souhaiteront" ...du moins en théorie.

En conclusion un énoncé très riche, aux incidences très variées et qui sera l'occasion de faire utiliser par les élèves des outils aussi variés que : papier, crayon, calculatrice programmable (du niveau de seconde), voire papier millimétré pour certains et aussi, bien sûr, l'ordinateur, ou plutôt, des ordinateurs...

B- Les contextes pédagogique et matériel de cette séance

B.1.- Le public : une classe de seconde indifférenciée de 35 élèves du Lycée A. de Saint Exupéry (Lyon 4ème) habituée à une certaine pratique pédagogique de l'ordinateur en mathématiques : pour la séquence qui nous intéresse ici, le logiciel GRAPHE [1] a été précédemment souvent utilisé aussi bien en travaux dirigés par les élèves qu'en grand tableau en salle de cours, pour traiter (illustrer, conjecturer) la partie du programme "étude de fonctions".

B.2.- Place dans la progression pédagogique : lors d'une ***séance de TD en demi-classe (durée une heure et demi)*** à la mi-mars 1991.

Côté géométrie, avaient été traitées les "configurations géométriques planes élémentaires", nous avions étudiés aussi les notions "d'encadrements, valeurs approchées, approximations, arrondis et troncatures"et nous étions dans la partie "étude de fonctions". Dans ce cadre, l'apprentissage de la calculatrice programmable avait été fait (programmation pour le calcul de valeurs numériques d'une fonction d'une variable) ainsi que la prise en main (trés simple) du logiciel "GRAPHE".

B.3.- Le lieu et les matériels : les deux salles informatiques du Lycée communiquent ; l'une (appelée *salle 1* dans la suite) possède une partie "hors machines" (ici le nano-réseau) suffisante pour permettre à 18 élèves de travailler à l'aise par groupe de deux avec papier et crayon et ceci sans être devant un clavier ; l'autre (appelée *salle 2* dans la suite) est équipée de 11 ordinateurs compatibles PC avec écran monochrome (les 11 postes de travail ne seront jamais tous utilisés simultanément).

Dans la *salle 1* il y a un rétroprojecteur me permettant de projeter, suivant le moment, l'énoncé du problème ainsi que les consignes générales (l'ensemble des deux étant aussi distribué sur support papier aux élèves -ANNEXE 1-) mais aussi des indications instantanées suivant la progression du travail des groupes sans pour autant les déranger en prenant la parole (par exemple en projetant un message du genre : "inconnue ? variable ? " lorsque je constatais, dans certains groupes, une confusion entre ces deux notions, ceci afin d'attirer leur attention). De plus, dans un "coin" de la salle, un ordinateur où était installé le logiciel "LE GEOMETRE" [2] et chargé d'un fichier adapté à l'exercice proposé (voir la copie d'écran en ANNEXE 2).

Dans la *salle 2* le logiciel "GRAPHE" était chargé sur tous les ordinateurs avec l'option "représentation graphique".

Pour cette séance, les élèves devaient avoir amené leurs calculatrices programmables ainsi que du papier millimétré (ou au moins à petits carreaux). En début de séance ils sont tous installés dans la *salle 1* dans la partie "hors machines".

C- Les objectifs généraux

Ils sont ici de deux types : ceux liés à toute situation-problème et ceux, plus spécifiques, liés aux difficultés recensées dans le paragraphe A.

Les objectifs liés à une situation-problème : [3]

"*... On devra donc privilégier l'activité de chaque élève. Mais on n'oubliera pas la nécessité d'une pédagogie n'assujettissant pas tous les élèves aux mêmes rythmes, sans que soit délaissé l'objectif d'acquisitions communes.*" Il s'agit d'un extrait des programmes de 1985, classe de 5ème, dans la partie "méthodes".

Poursuivons avec ce nouvel extrait, lui aussi tout à fait transférable en clase de seconde :

"*Dès lors, les professeurs vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des "outils", c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles.*

Les activités choisies doivent développer la capacité de se poser des problèmes et de progresser vers leur résolution.. Elles doivent aussi :

** permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances solidement acquises par tout le monde.*

** créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures.*

** rendre possible la mise en jeu des outils prévus.*

** fournir, aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement."*

Des objectifs généraux liés au choix du problème posé :

a) bien évidemment, vérifier le *bon transfert des acquis* sur les "configurations géométriques planes élémentaires" et sur l'approche des "fonctions" et des "équations" (notamment une illustration simultanée des deux concepts de "variable" et "d'inconnue")

b) utiliser la *richesse* créée par un *travail de groupe* (ici de deux élèves, ceci notamment pour une meilleure utilisation pédagogique de l'ordinateur).

c) établir, une fois de plus, un *lien* entre *différentes parties du cours* (ici géométrie, analyse et algèbre).

d) illustrer, sur une situation "complexe" parce que mettant en jeu des connaissances et des approches multiples, la nécessité *en premier lieu* d'élaborer et de décrire les grandes étapes d'une *stratégie* à mettre en oeuvre ceci avant de résoudre chacune d'elles...savoir le POURQUOI avant le COMMENT.

e) montrer une approche "*expérimentale*" voire *visuelle* (ici grâce au logiciel "LE GEOMETRE"), de la notion *d'existentiel* d'une fonction numérique.

f) favoriser une approche par la"*recherche*" grâce à l'accès d'une ressource (ici le logiciel "GRAPHE") permettant l'exploration d'un champ de connaissances en cours d'acquisition.

g) montrer aux élèves, *qu'à un instant donné*, les connaissances acquises dans un domaine ne suffisent pas *toujours* à résoudre *tous* les problèmes...d'où la nécessité de connaissances nouvelles, de théorisation et d'outils nouveaux (ici pour l'étude du "sens de variation d'une fonction") ce qui est, aussi, une illustration bien modeste de la "démarche scientifique".

On se reportera avantageusement aussi au *programme de la classe de seconde* actuellement en vigueur (cf B.O.E.N. n°20 du 17 mai 1990) notamment dans la partie "I - EXPOSÉ DES MOTIFS" au §4 a) "organisation du travail de la classe" et dans la partie "III - PROGRAMME" aux paragraphes intitulés "représentations graphiques", "problèmes numériques et algorithmiques", "emploi des calculatrices ; impact de l'informatique", "unité de la formation" et "formation scientifique".

Dans la suite, l'accent sera mis essentiellement sur les *apports spécifiques* de l'*outil informatique* dans cette situation-problème qui, bien sûr, peut être exploitée de bien d'autres manières avec ou sans l'ordinateur (cf. la brochure de l'APMEP n° 79 citée en référence au paragraphe A).

D- Les logiciels utilisés

D.1.- "LE GEOMETRE" :

a) présentation générale du logiciel :

Ce logiciel, co-édité par Nathan-Logiciels (il a fait l'objet d'une licence mixte jusqu'à la fin 91), a été conçu par une équipe du CNRS de l'Université J. Fourier de Grenoble autour de Jean-Marie Laborde ; il permet de construire de très nombreuses figures de géométrie plane, de les modifier et ainsi de visualiser des ensembles de points, de les animer, de les sauvegarder (sous forme de fichiers) et de les imprimer.

b) utilisation lors de la séquence décrite :

Ainsi, pour cette situation-problème, j'avais créé un fichier (cf ANNEXE 2) où figuraient les points A, B C et la droite (BC) celle-ci pouvant être déplacée parallèlement à elle-même grâce à la souris. Les élèves n'ayant auparavant jamais utilisé ce logiciel, pour que celui-ci puisse apporter un "plus pédagogique" sans engendrer de "parasites pédagogiques", il était indispensable de mettre à leur disposition un outil directement utilisable sans aucune prise en main préalable.

Les buts de cette animation étaient de rendre possible une **visualisation** directe des difficultés suivantes recensées au paragraphe A :

* "mathématiser" la situation intiale, ou : comment passer d'un point de vue géométrique à un point de vue numérique.

* comment *illustrer* la notion de "conditions d'existence" et d'intervalle de définition pour la fonction qui, à la longuueur x de [BC], fait correspondre l'aire A(x).

* comment approcher, par *visualisation* directe, la valeur de x correspondant au maximum de la fonction ou, pour le moins, se rendre compte que ce n'est pas pour la valeur médiane de l'intervalle de définition de la fonction c'est-à-dire 10.

L'utilisation de cet outil par un groupe de deux élèves, au cours de la séance, était **NON obligatoire** mais seulement présentée (cf. les consignes générales -ANNEXE 1-) comme une aide dont ils pouvaient disposer, soit à leur demande, soit sur conseil de ma part, compte tenu des difficultés que j'avais pu identifier dans tel ou tel groupe.

D.2.- "GRAPHE" :

a) présentation générale du logiciel :

Ce logiciel outil a été développé sur compatibles P.C. par Piet van Blokland d'après un projet initial de David Tall et produit (en langue française) par VU-Soft à Amsterdam ; il fait l'objet depuis le début de 1992 d'une licence mixte pour trois ans et est distribué en France par Nathan-Logiciels. Il s'adresse aussi bien à des enseignants ou étudiants des niveaux lycées, classes préparatoires ou enseignement supérieur. Son utilisation courante n'impose pas l'usage d'une souris, d'un écran couleur, mais seulement d'un compatible P.C. d'au moins 512 ko de mémoire centrale avec écran CGA, EGA, Hercules ou qui les émule, donc une très grande portabilité dans le parc actuel en Lycées.

Concernant la classe de seconde seule une très petite partie de ses potentialités a été utilisée par les élèves, essentiellement les deux premières options à savoir :

1.- *Chercher la formule*

cette option n'a pas été utilisée lors de cette situation-problème ; elle permet de proposer des représentations graphiques de fonctions, l'activité consistant, pour les élèves, à "deviner" pour chacune l'expression de la fonction correspondante. On peut, soit utiliser un fichier existant, soit en créer et ainsi, lors de séances de travaux dirigés (ou en libre service), réaliser une approche visuelle et individualisée des liens entre "représentation graphique" et "fonction" mais aussi entre "représentation graphique" et "sens de variation d'une fonction".

2.- *Tracer des courbes*

c'est cette option qui a été utilisée lors de cette situation-problème. Elle permet notamment : * de tracer des courbes, * d'en superposer... jusqu'à 20, * d'effectuer un zoom sur une zone rectangulaire sélectionnée préalablement (et ce de manière très simple), * d'obtenir un tableau de valeurs des images (jusqu'à 10) en partant d'une valeur spécifiée avec un pas déterminé, l'affichage se faisant simultanément avec la courbe, * de donner une valeur de x pour laquelle l'ordinateur calcule l'image par la fonction sélectionnée.

En ce qui concerne le tracé d'une courbe représentative, le logiciel demande, outre l'expression de la fonction (ce qui s'écrit de manière simple tout en respectant les conventions d'écriture algébrique) mais aussi l'intervalle choisi pour x (donc aussi l'existentiel) ainsi que celui choisi pour y (nécessité donc d'approcher les valeurs extrèmes prises par la fonction sur l'intervalle choisi pour x) .

b) utilisation lors de la séquence décrite :

D'une part la valeur x de la base [BC] correspondant au maximum de l'aire A(x) n'est pas accessible directement par un raisonnement du niveau de seconde (du moins pas par la démarche utilisée ici, les élèves ne disposant pas, bien sûr, de la notion de dérivée) ; ils savent seulement que la fonction s'annule aux bornes de son existentiel et doivent donc s'appuyer sur sa représentation graphique, ce qui, ici, n'est pas tout à fait intuitif ; d'où un intérêt de l'option "2.- *Tracer des courbes*"de "GRAPHE". On rappellera que le logiciel demande l'intervalle choisi pour x et aussi celui pour y ce qui nécessite donc des connaissances préalables à tout tracé de la courbe (voir la copie d'écran en ANNEXE 3).

D'autre part cette valeur cherchée de x est un nombre irrationnel qui, n'étant pas accessible ici par une équation, devra être approchée par valeurs successives ; d'où l'intérêt de la fonction "zoom" pour "localiser" cette valeur et de la fonction "tableaux de valeurs" pour en réaliser des approximations de plus en plus précises ; tout ceci est rendu possible grâce à l'option 2 de "GRAPHE" (voir la copie d'écran en ANNEXE 3).

E- Déroulement de la séance

E.1.- Mise en place :

Les élèves, par groupes de deux (ils sont habitués à cette pratique), s'installent dans la *salle 1* ,dans la partie "hors-machine". L'énoncé du problème à résoudre ainsi que les consignes générales et les tâches à réaliser sont projetées sur écran, ces mêmes informations leur sont remises à chacun sur papier (cf. ANNEXE 1). Oralement je leur commente la partie "*Deux outils de visualisation, de vérification*" en leur expliquant les conditions d'accès éventuel au "GEOMETRE" (présentées au paragraphe D.1.) et le rôle que pourra jouer "GRAPHE" -qu'ils connaissent déjà bien et utilisent de manière autonome- .

Remarque : il est clair que ces informations ont aussi joué un rôle dans le choix de la méthode générale utilisée par les élèves, à savoir une approche fonctionnelle ; mais nous avons observé déjà que ce n'était pas la seule raison ni, probablement, la raison essentielle.

E.2.- Déroulement général :

Dans le déroulement de cette séance on a pu distinguer quatre grandes phases :

1) PHASE 1 : d'abord une phase de questionnement par rapport à l'énoncé même et à la question posée. C'est ce qui correspond aux deux premières difficultés identifiées (cf. partie A).: elles mettent en jeu essentiellement des difficultés de conception et d'abstraction - c'est là que se situe la première tâche : "*élaborer* et *décrire* (au brouillon) une *stratégie* à utiliser en n'indiquant que les *grandes étapes*".

2) PHASE 2 : ensuite vient une phase de transposition numérique : trouver la valeur de A(x) avec, en corollaire, les conditions d'existence.

3) PHASE 3 : puis une phase méthodologique pour "trouver la valeur de x pour laquelle la fonction admet un maximum" : quelle approche utiliser pour cette fonction "exotique" pour la classe de seconde ?

3) PHASE 4 : enfin la mise en pratique de cette méthode, c'est-à-dire le tracé de la courbe représentative et, surtout, son utilisation pour trouver (lecture graphique d'abord) la valeur cherchée de x ; cette dernière étape se complexifie encore si on demande de trouver cette valeur avec un "maximum de précision".

Ces "quatre phases" n'ont pas été évoquées ni "matérialisées" par des coupures dans le temps ; ma stratégie, dans cette "situation-problème", étant de laisser *la plus grande autonomie possible* aux différents groupes tout en évitant qu'ils perdent leur temps suite à des difficultés mal repérées ou mal résolues.

E.3.- Mon rôle et celui des ordinateurs :

De manière générale, en qualité de "personne-ressource", je circule et observe chacun des neuf (9) groupes et interviens, soit à la demande de l'un d'eux, soit à la suite d'une observation de leur brouillon (cf. la première tâche) ou de propos échangés entre les deux élèves d'un même groupe.

Concernant les trois premières phases, mon intervention peut se situer à deux niveaux :

* s'il s'agit d'une situation repérée dans *un groupe*,elle sera individualisée et orale (à voix basse). Elle *pourra*, suivant le type de difficulté rencontrée par le groupe et donc d'aide nécessaire, consister à amener les deux élèves du groupe devant l'ordinateur situé dans un "coin" de la *salle 1* (celui chargé d'un fichier créé sous le "GEOMETRE" et placé de manière à ce que l'écran ne soit visible que des seuls utilisateurs du moment). Mon rôle consistera alors à leur présenter le mode d'emploi manipulatoire -qui consiste seulement au déplacement de la souris!!- et, surtout, à guider leur réflexion.autour de la difficulté qu'ils ont rencontrée. L'ordinateur permet :

  - dans la première phase, une approche concrète du problème.
  - dans la deuxième phase, une représentation concrète de l'ensemble de définition d'une fonction
  - dans la troisième phase, une vérification visuelle du fait que le maximum de la fonction n'est pas ici atteint par la valeur médiane de son intervalle de définition.

* s'il s'agit d'une situation repérée dans *plusieurs groupes*, elle pourra se faire sous la forme d'une indication générale rétroprojetée (cf. B.3.) ou écrite au tableau blanc (mais

l'impact est souvent meilleur par rétroprojection) ou encore, lorsque la nécessité concerne presque tous les groupes, elle se fera oralement à l'adresse de l'ensemble. Ce sera aussi l'occasion de procéder à une institutionnalisation de certains résultats intermédiaires de manière à permettre une connaissance mutuelle de l'état du travail des différents groupes.

Concernant la quatrième phase, c'est-à-dire d'abord le tracé de la courbe représentative et ensuite son utilisation pour trouver "la valeur cherchée de x", là encore les groupes ont gardé leur autonomie :

* certains ont d'abord construit (sur papier millimétré ou sur feuille à petits carreaux) point par point la courbe en utilisant leur calculatrice programmable ; cependant, son exploitation pour trouver "la valeur cherchée de x", les a conduit à utiliser le logiciel "GRAPHE"... ils se sont donc alors retrouvés dans la situation décrite ci-après.

* d'autres ont choisi, dès le début, d'utiliser en totale autonomie le logiciel "GRAPHE" chargé sur les ordinateurs de la *salle 2*. Trois remarques à ce propos :

- le tracé de la courbe ne constituait pas un objectif premier de cette "situation-problème"...il y avait beaucoup à faire par ailleurs.

- l'utilisation de "GRAPHE" ne permet pas pour autant d'échapper à une première approche, sinon de la courbe, mais du moins des valeurs extrêmes prises par x et surtout par y (cf. D.2. a)).

- enfin ces ordinateurs étaient dans la salle voisine de manière à ce que leur utilisation soit possible par plusieurs groupes de deux élèves simultanément, en autonomie et sans pour autant perturber ni induire, par un écran vu du coin de l'oeil, le travail des autres groupes qui eux n'en étaient pas encore à cette phase. La communication entre les deux salles m'a permis d'intervenir ce qui a été le cas notamment lorsqu'il s'est agi de "trouver la valeur cherchée de x, avec un maximum de précision" grâce à la fonction "tableau" du logiciel (voir la copie d'écran en ANNEXE 3).

E.4.- Premier bilan de cette séance :

<u>Globalement d'abord :</u> la séquence d'une heure et demie est apparue comme *trop courte* compte tenu de la densité du travail à effectuer, ceci explique les suites données à cette séance (cf. le paragraphe F). Pour remédier à cela, on pourrait penser à fournir l'énoncé avant la séance de travaux dirigés afin de favoriser une réflexion préalable à la maison ; mais cela ne me semble pas être une solution à retenir puisque une grande part de l'importance de la première phase se trouverait ainsi supprimée.

<u>Concrètement et quantitativement</u>, on peut dire que :

* *un tiers* des groupes a été amené à utiliser l'ordinateur-ressource de la *salle 1* pour les aider à "visualiser", et donc à concrétiser, certaines des situations mathématiques rencontrées.

* <u>en fin de séance</u>, *une moitié* des groupes était en *salle 2* utilisant le logiciel "GRAPHE" afin d'approcher "la valeur cherchée de x", certains à partir du tracé de la courbe, d'autres à partir des fonctions "zoom" et "tableau" du logiciel. Un seul groupe

avait maîtrisé la notion de "avec un maximum de précision" grâce à cette même fonction "tableau"...il est vrai qu'il était constitué des deux meilleurs élèves de la classe, est-ce surprenant ? Ceci dit, ces derniers ont pu progresser à leur rythme sans subir ni perturber celui des autres groupes.

* en fin de séance toujours, *tous* les groupes avaient trouvé l'expression de l'aire A(x) en fonction de la base x, ses conditions d'existence et avaient posé le problème de la recherche du maximum et abordé sa solution par l'utilisation de sa courbe représentative.

En particulier lors de cette séance et dans le compte rendu présenté ici, j'ai voulu mettre fortement l'accent sur une des conditions nécessaires (mais non suffisante...il fallait bien la faire ici!!!) à une *bonne intégration* de l'ordinateur dans les pratiques pédagogiques, à savoir éviter au maximum les "parasites pédagogiques" que peut véhiculer l'utilisation de cet outil :

* une *prise en main* par les élèves aussi évidente ou simple que possible des logiciels qu'ils sont amenés à utiliser.

* lorsque le travail se fait avec papier, crayon, calculatrice...éviter que les élèves soient en contact "physique" direct avec l'ordinateur (son clavier sur lequel on tapote ou l'écran même éteint...) ; d'où la nécessité d'une *partie "hors machines"* dans une salle informatique destinée à l'enseignement général.

* enfin faire en sorte que l'écran de l'ordinateur ne soit vu que par les utilisateurs du moment, ceci de manière à ne pas induire des comportements dûs à des visions, mêmes furtives et accidentelles, surtout dans une "situation-problème" comme celle décrite ici.

F- Quelles suites à cette séance ?

Répartition des heures de mathématiques dans la classe :

* séance de travaux dirigés en demi classe : le samedi matin (deux fois une heure et demie).

* cours (en classe entière) : le mardi matin et le vendredi matin.

Travail donné (le samedi 16 mars) pour le cours du mardi :

A la fin de la séance décrite ci-dessus et compte tenu de l'état d'avancement du travail effectué par les différents groupes :

* faire un retour sur le travail par groupe réalisé, prévoir (au brouillon) les questions à poser et construire, point par point, la courbe représentative de la fonction qui à x associe A(x) en utilisant sa calculatrice programmable.

* faire le point sur les difficultés rencontrées et/ou restant à résoudre.

Travail effectué lors du cours du mardi : (19 mars)

Durant environ un quart d'heure nous sommes revenus sur la "situation-problème" :

* d'une part en faisant un retour sur la stratégie utilisée et l'explicitation des grandes étapes et l'utilité de cette approche(cf. la première tâche).

* d'autre part en utilisant le logiciel "GRAPHE", mais cette fois en "grand tableau" (c'est-à-dire avec un portable et une tablette de rétroprojection) afin de faire exprimer la

dernière phase en termes de tâches successives à effectuer ; pour ce faire je me suis appuyé sur les groupes ayant déjà approché, sinon "résolu", le problème en totalité.

Travail (par groupe). pour la séance de travaux dirigés du samedi 23 mars : .

* conformément aux consignes déjà données, rédiger sur une feuille de copie le travail fait lors de la séance du samedi précédent,

* sur une feuille de papier millimétrée, construire la courbe représentative de la fonction qui à x associe A(x).

Travail fait le samedi 23 mars, en travaux dirigés :

Le logiciel "GRAPHE" était chargé sur chacun des postes de travail de la *salle 2*, l'un des ordinateurs était couplé avec une tablette de rétroprojection permettant la visualisation de son écran et le travail avec des feutres sur un tableau blanc. Il s'agissait de permettre aux divers groupes de répondre le plus complètement possible à la question "trouver la valeur de x avec un *maximum de précision*". Pour cela, et comme il a été déjà dit, ce sont les fonctions "zoom" et "tableau" (voir l'ANNEXE 3) qui ont été utilisées en autonomie par les différents groupes. Au bout d'une demi-heure et en guise de bilan provisoire, (en utilisant "GRAPHE" en "grand tableau"), j'ai beaucoup insisté sur ce qui a été présenté au *paragraphe A f)* comme étant une "autre difficulté" : la nécessité d'acquérir un niveau de connaissances supérieur afin de résoudre "complètement" ce problème. Pour terminer, je signalerai que les élèves ayant, au cours de la première séance, pratiquement répondu à la question ont été utilisé comme "personnes ressources" auprès de leurs camarades.

La rédaction complète, sur feuille de copie, du problème posé a été ramassée le mardi 26 mars et ceci dans un double but :

* d'une part d'obliger les deux élèves d'un même groupe à une formalisation en commun de situations complexes.

* d'autre part de pouvoir juger de la compréhension et des transferts de connaissances.

Globalement je crois pouvoir affirmer que cette "situation-problème" a été source d'enrichissements pour tous les élèves qui, par ailleurs, m'ont fait part de leur intérêt à avoir travaillé dans cet esprit ; mais,bien sûr, il ne s'agit là que d'une évaluation "à chaud" et qui donc a ses limites.

[1] "GRAPHE" : logiciel sur compatible PC, il peut être visionné à l'IREM à Lyon et à Saint-Etienne ; il est distribué par.Nathan-Logiciels et peut-être acquis par les établissements sous "licence mixte" (cf. annexe).

[2] "Le GEOMETRE" : logiciel sur compatible PC, il peut être visionné dans les mêmes conditions ; il est distribué par "Nathan-Logiciels" et par la "Camif", il ne fait plus actuellement l'objet d'une "licence mixte" (cf. annexe).

[3] "PROBLEME OUVERT ET SITUATION-PROBLEME" de Gilbert ARSAC, Gilles GERMAIN et Michel MANTE, publié à l' IREM de Lyon (brochure n° 64, mai 1988).

ANNEXE 1

Lycée A. de Saint-Exupéry (Lyon) Classe de 2ème 4

Séance de Travaux dirigés du samedi 16 mars 1991

UN PROBLEME A RESOUDRE :

On donne un triangle ABC isocèle tel que : AB = AC = 10 (cm), la base [BC] est de longueur variable.

Question : **étudier le comportement de l'aire du triangle ABC lorsque la base varie.**

MODALITES :

1) travail de recherche par groupe de DEUX.

2) DEUX outils de visualisation, de vérification...

* **le GEOMETRE** : pour "visualiser" le problème et conjecturer.

Remarque : son utilisation par un groupe **N'**est **PAS** obligée, elle se fera à la demande du groupe, ou à mon initiative.

* **GRAPHE** : traceur de courbes (... que tu connais).

Remarque : son utilisation, qui n'est pas imposée, se fera en **libre-service** sur les postes de travail situés en salle 103 où il est dèjà installé.

ROLE DU PROFESSEUR :

il est une "**personne-ressource**" pour chacun des groupes.

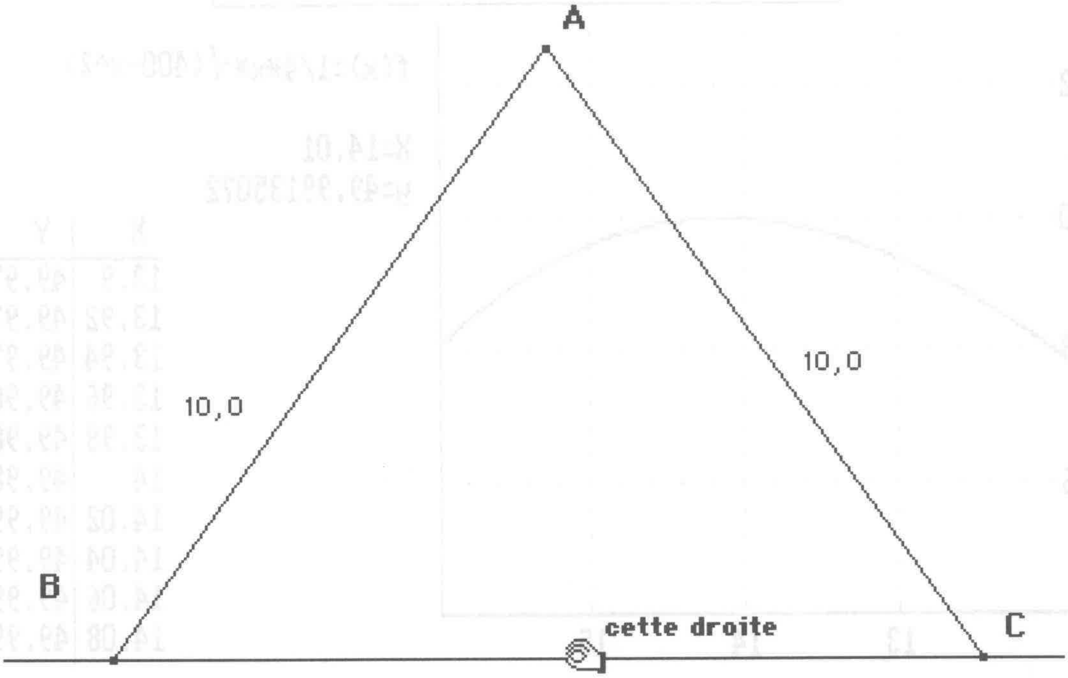
LES CONSIGNES :

1°) **élaborer** et **décrire** (au brouillon) une **stratégie** à utiliser en n'indiquant que les **grandes étapes**.

2°) effectuer les **calculs intermédiaires** successifs.

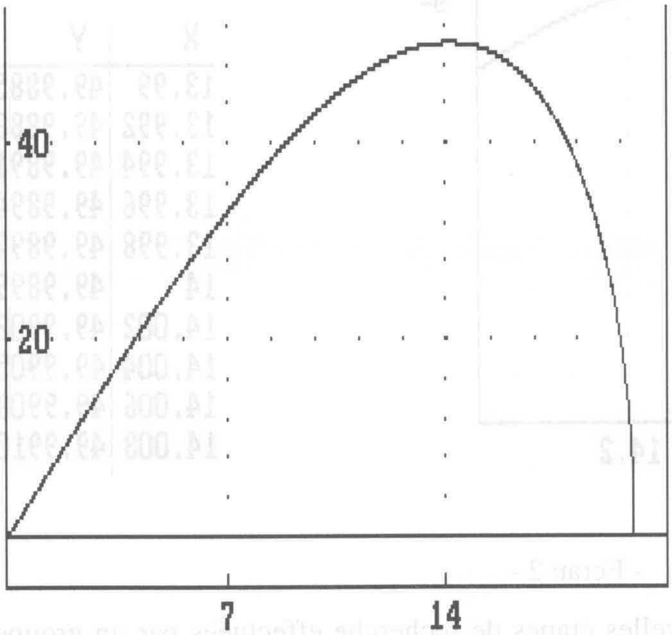
3°) pour la prochaine séance (samedi 23 mars), par groupe de deux, sur une feuille de copie, **rédiger** le travail fait et **préparer** le travail restant à faire (...éventuellement).

ANNEXE 2
LE GÉOMÈTRE



L'élève grâce à la souris de l'ordinateur va pouvoir déplacer la droite "horizontale" parallèlement à elle-même, la figure se déformera en conséquence. Ceci permet une observation continue du phénomène "quand la base varie".

ANNEXE 3
GRAPHE



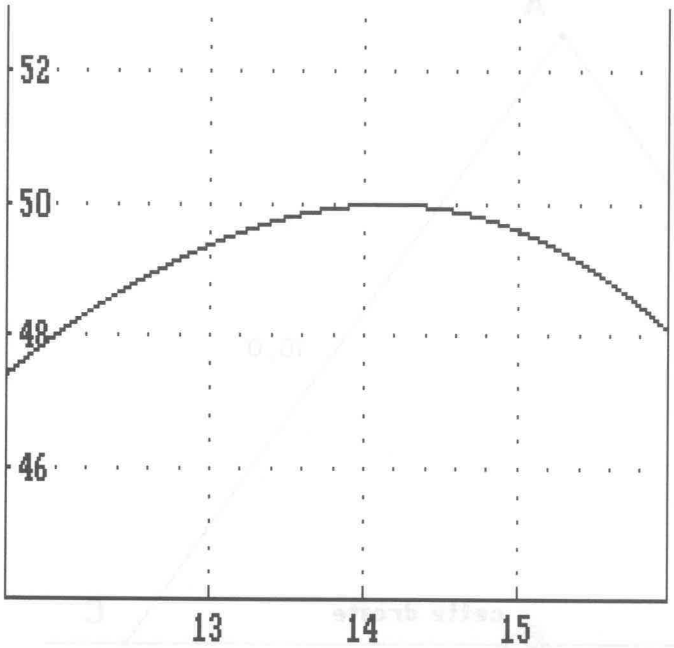
f(x)=1/4*x*√(400-x^2)

X=
y=

X	Y
13.5	49.802696651
13.6	49.858423561
13.7	49.905200067
13.8	49.942846335
13.9	49.97117663
14	49.989999
14.1	49.99911493
14.2	49.998318972
14.3	49.987398349
14.4	49.96613253

Cet écran montre conjointement le tracé de la courbe représentative de la fonction f lorsque x varie de 0 à 21 et le tableau des valeurs lorsque x varie de 13,5 à 14,4.

ANNEXE 3 (suite)
Copies d'écrans obtenus avec GRAPHE
(travaux d'élèves)

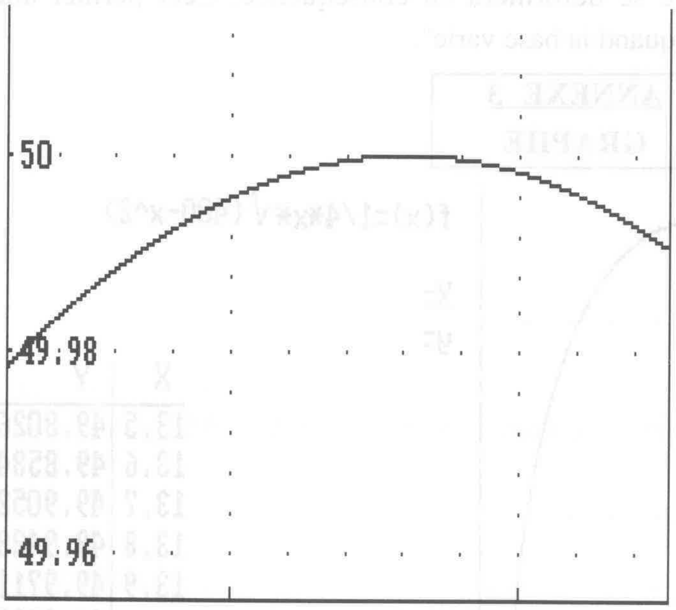


f(x)=1/4*x*√(400-x^2)

X=14.01
y=49.99135072

X	Y
13.9	49.97117663
13.92	49.975707993
13.94	49.979857495
13.96	49.983623557
13.98	49.987004591
14	49.989999
14.02	49.992605173
14.04	49.99482149
14.06	49.996646319
14.08	49.998078018

- Ecran 1 -



f(x)=1/4*x*√(400-x^2)

X=
y=

X	Y
13.99	49.988550224
13.992	49.988847734
13.994	49.989141368
13.996	49.989431125
13.998	49.989717003
14	49.989999
14.002	49.990277114
14.004	49.990551345
14.006	49.99082169
14.008	49.991088148

- Ecran 2 -

Ces deux écrans montrent deux nouvelles étapes de recherche effectuées par un groupe d'élèves. Il est rappelé ici que le choix de la zone agrandie (fonction : Zoom) et la sélection des éléments affichés dans le tableau (fonction : tableau) sont indépendants et laissés à l'inititiative de l'utilisateur (d'où un choix discutable ... du tableau dans l'écran 2).

Les trois textes suivants sont extraits de la brochure:

Apprendre et pratiquer la géométrie avec l'ordinateur IREM d'Orléans (1993)

Cette brochure présente les diverses activités qui ont été:

- expérimentées dans des classes (niveau lycée),
- utilisées au cours de stages (PAF et IUFM),
- conçues au cours d'universités d'été.

"Avec nos élèves aussi bien qu'avec nos collègues, notre préoccupation permanente est de donner la priorité aux problématiques issues des mathématiques, l'ordinateur n'étant qu'un outil parmi d'autres permettant d'en exploiter la richesse et d'en faciliter la résolution."

Nous avons choisi la séance sur les coniques, car c'est l'occasion de montrer comment un problème très classique peut être présenté de façon beaucoup plus "parlante" en utilisant un outil pour produire des images. On peut remarquer que le logiciel employé ici permet de traiter **géométriquement** le problème, et que tous les "objets" que les élèves vont rencontrer dans ces séquences sont construits à la règle et au compas. Cette séance peut être utilisée aussi bien avec un seul ordinateur et un système de visualisation de groupe (tablette de rétro-projection ou grand écran) qu'en travaux dirigés avec un poste par binôme d'élèves.

La séquence sur les courbes paramétrées va permettre aux élèves de renouer avec une longue tradition dans laquelle les courbes paramétrées sont vues comme des lieux géométriques de points. C'est aussi l'occasion de voir une représentation géométrique simple des opérations algébriques élémentaires. Ce point de vue différent vient compléter la vision analytique et permet de mieux appréhender le sens des objets manipulés.

Ces deux séances ont été écrites pour des classes terminales scientifiques qui s'appelaient alors TC, TE. Elles restent entièrement d'actualité pour les classes de TS.

La troisième séquence propose des exercices de géométrie dans l'espace. Un de ceux-ci est présenté par les auteurs comme une activité de **temporisation,** il est donc destiné à être traité surtout par les élèves les plus rapides. L'outil informatique est bien utile pour améliorer la vision dans l'espace et permettre aux élèves (et aux enseignants!) de faire de "vrais problèmes" de géométrie dans l'espace.

Scénario d'utilisation du logiciel "CABRI-GÉOMÈTRE"

Classe T C ou T E **Fiche professeur**

INTRODUCTION DES CONIQUES

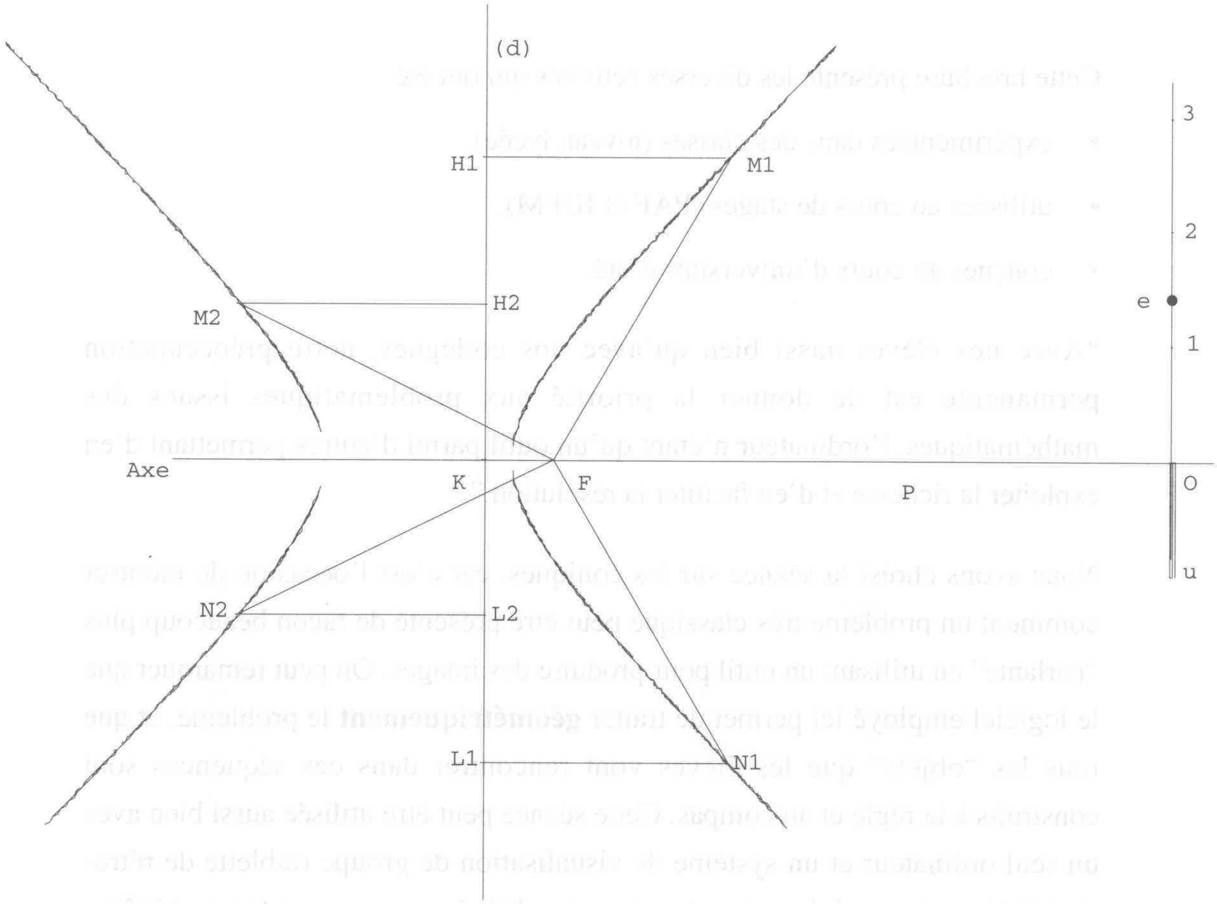


fig.1

I.PRESENTATION.

La scène se passe dans une classe de T.C. ou de T.E. à l'occasion de l'introduction de la notion de conique.

On se donne la directrice (d), le foyer F, non situé sur (d) et un réel positif ***e*** appelé excentricité.

On cherche le lieu (C) des points M du plan, tels que, H désignant le projeté orthogonal de M sur (d), on ait : $\frac{MF}{MH} = e$.

La mise en scène magistrale consiste à dévider devant une classe ébahie des calculs algébriques bien corsetés, puis à discriminer selon le réel **e** les trois types classiques de coniques et enfin à esquisser les dites coniques.

Le scénario suivant propose d'inverser ce déroulement en donnant à voir les différentes coniques, à s'en faire une image mentale, avant de faire émerger les équations réduites.

L'instrument de cette mise en scène est le logiciel "Le Géomètre".

L'acteur peut en être le professeur en solo qui, ayant préparé sa séquence, la déroule devant la classe par l'intermédiaire d'une tablette rétroprojetable reliée à un ordinateur.

II. PREPARATION DE LA SEQUENCE.

1°) Mise en place des données fixes.

*Placer horizontalement l'axe principal.

*Marquer sur cet axe, le foyer F, le pied K de la directrice (d) et l'origine O de la graduation.

*Tracer la directrice (d) issue du point K, perpendiculaire à l'axe.

*Tracer de même par le point O la droite perpendiculaire à l'axe définissant le support de la graduation.

2°) Mise en place de la graduation.

Pour pouvoir tracer toutes les coniques (sauf le cercle), il y a lieu de prévoir une graduation sur laquelle on pourra faire varier l'excentricité **e**.

Pour éviter que cette graduation ne vienne perturber la partie utile de la figure, cette graduation sera rejetée en bordure d'écran.

Pour graduer, on fixe sur le support un point unité **u** en dessous du point O. Par symétrie de centre O, on obtient le point 1, puis par symétries successives les points 2, 3,... Le point **e** fixant l'excentricité est ensuite placé sur la graduation.

Le point unité initial permet de fixer l'unité de mesure de longueur dans le plan, le seul point mobile sur la graduation restant le point **e**.

La translation du point O sur l'axe principal permettra d'éloigner ou de rapprocher la graduation lorsqu'on procèdera à une réduction ou à un agrandissement de la figure.

3°) Principe de la construction.

On fait varier un point P sur l'axe principal et, si $\boldsymbol{r}$ désigne la distance PF, on cherche à construire les points M de la conique (K) tels que: MF = $\boldsymbol{r}$.

Ces points M sont alors situés sur le cercle (c) de centre F et de rayon $\boldsymbol{r}$.

De plus, on doit avoir: MH = $\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{e}}$ donc ces points M doivent être à une distance $\mathbf{d} = \frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{e}}$ de la droite (d), donc doivent être situés sur les droites (d_1) et (d_2) dont la distance à (d) vaut $\boldsymbol{d}$.

4°) Mise en oeuvre de la construction.

* Tracer par le point F la droite perpendiculaire à l'axe principal.
* Placer sur cette droite le point J tel que:FJ = $\boldsymbol{e}$ et le point G tel que : FG = 1 en translatant convenablement la graduation.
* Tracer le segment [PJ], puis par G la parallèle à ce segment, qui coupe l'axe en un point Q. Les triangles (FJP) et (FGQ) sont alors homothétiques.

Il en résulte que: $\frac{FQ}{FP} = \frac{FG}{FJ} = \frac{1}{\boldsymbol{e}}$ et par suite, on a:QF = $\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{d}$.

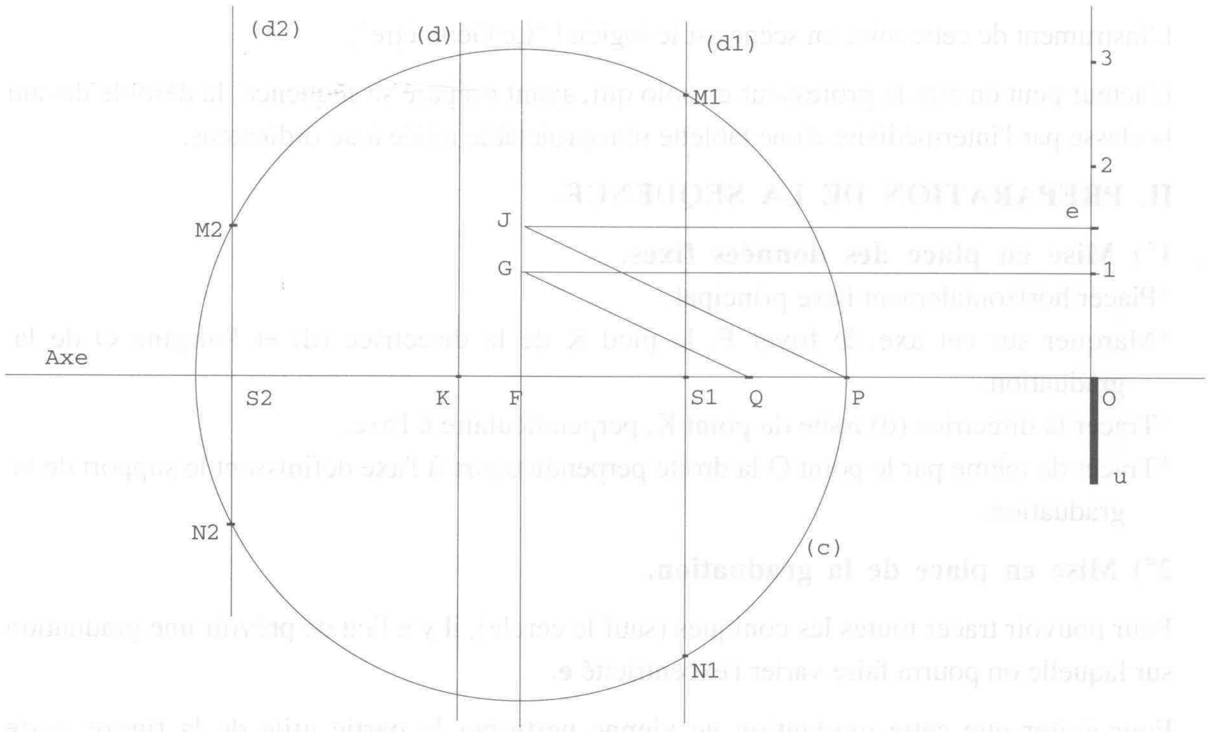


fig.2

* Reporter le segment [QF] à partir du point K sur l'axe principal pour obtenir un point S_1 tel que: $KS_1 = \boldsymbol{d}$ puis le point S_2 symétrique de S_1 par rapport à K.
* Tracer les perpendiculaires (d_1) et (d_2) à l'axe issues des points S_1 et S_2 . Les points où ces droites coupent éventuellement le cercle (c) déterminent jusqu'à quatre points suivant le choix de ***e*** et la valeur de ***r***.(*cf. fig. n°*2)
* Après avoir gommé les traits de construction, mettre en place le projeté orthogonal de chacun de ces points sur la directrice et tracer les segments visualisant la définition.(*cf. figure 3*)

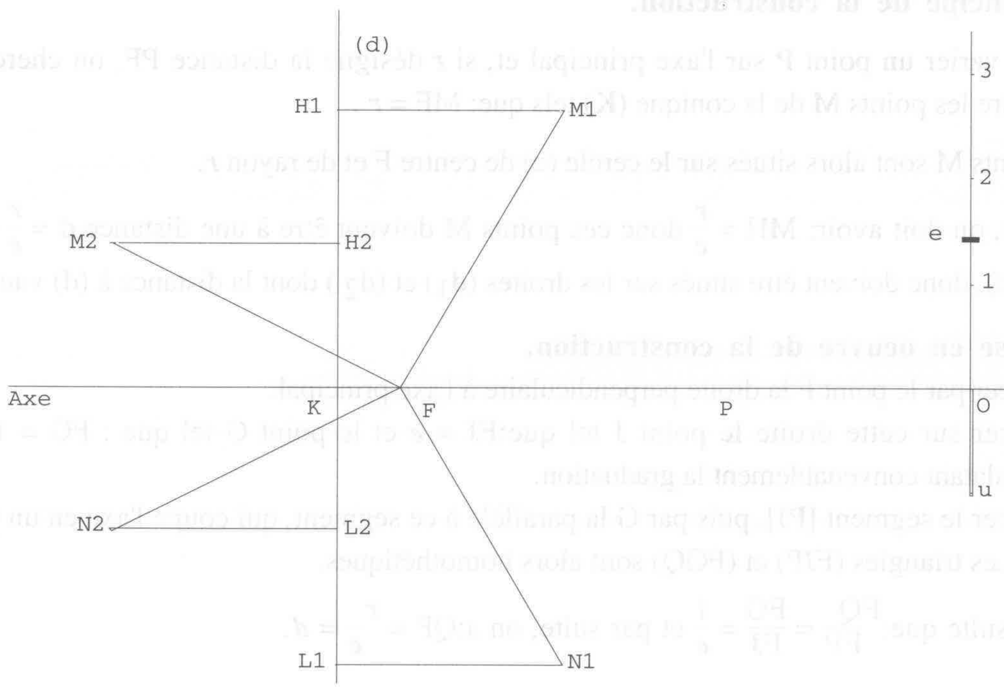


fig.3

III. EXECUTION.

* Sélectionner dans le menu "Divers" l'article "Lieu de points", puis cliquer les points de la conique (C) obtenus en maintenant la touche **Maj** enfoncée.
* Approcher le curseur du point P, et dès que la main fermée permet d'attraper ce point, cliquer sans relâcher le bouton de la souris durant le déplacement du point P sur l'axe principal.
* La conique est alors dessinée point par point. On interrompt le tracé dès que la densité de points est suffisante pour donner une image satisfaisante de cette courbe.(*cf. figure* 4)
* Avant de représenter une ellipse, on agrandira la figure en activant la touche **+** du clavier numérique, et, si nécessaire, pour rapprocher la graduation, on déplacera son origine sur l'axe principal ou on chargera le fichier préparé sur la disquette.

(*cf. figure 4*).

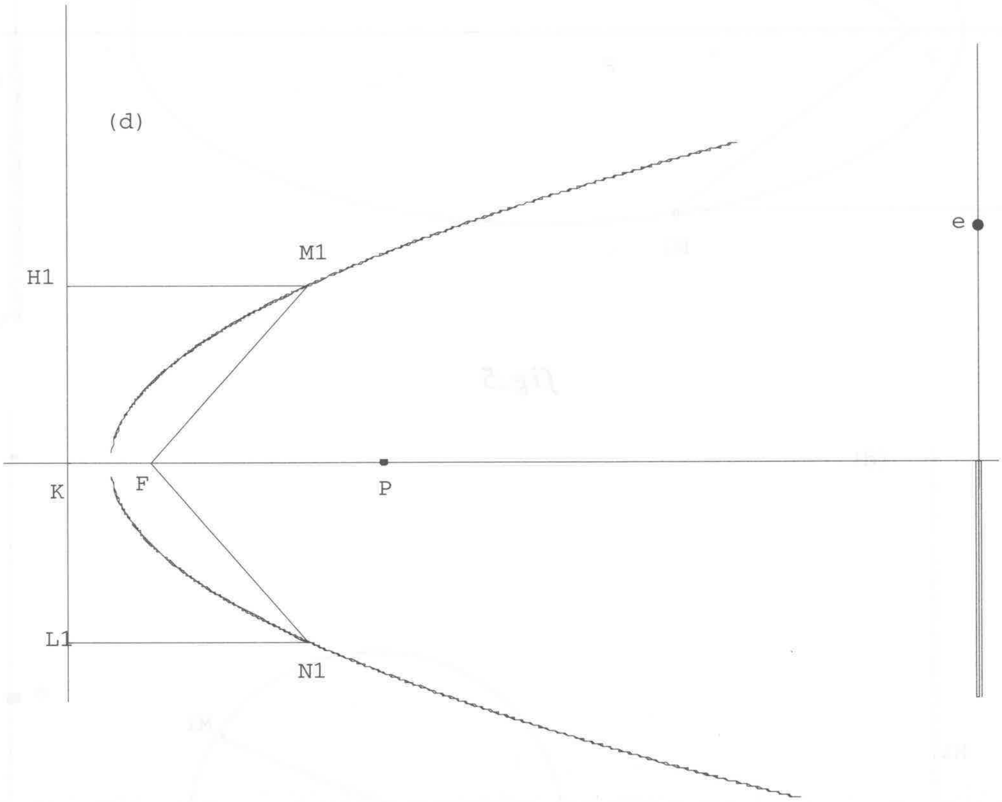


fig.4

IV. EXPLOITATION.

Cette séquence permet de mettre en évidence le rôle intermédiaire joué par la parabole entre la famille des hyperboles et celle des ellipses lorsque le seul paramètre variable est l'excentricité e.

Elle donne un début d'approche quantitative avant tout calcul en permettant des conjectures telles que :

-lorsque $0 < e < 1$, l'ellipse est d'autant plus allongée que l'excentricité est proche de 1 et d'autant plus ronde qu'elle est voisine de 0.(*cf. figures* 5 et 6)

-lorsque $1 < e$, plus l'excentricité est grande, plus les branches de l'hyperbole sont ouvertes (lorsque $e = 1.5$, on devine la forme équilatère).(*cf. figures 7 et 8*)

Ces résultats pourront être confirmés plus tard en exprimant le rapport $\frac{b}{a}$ en fonction de l'excentricité e et en étudiant les variations de ce rapport selon les valeurs de e.

Influence de la valeur de e sur la forme de l'ellipse.

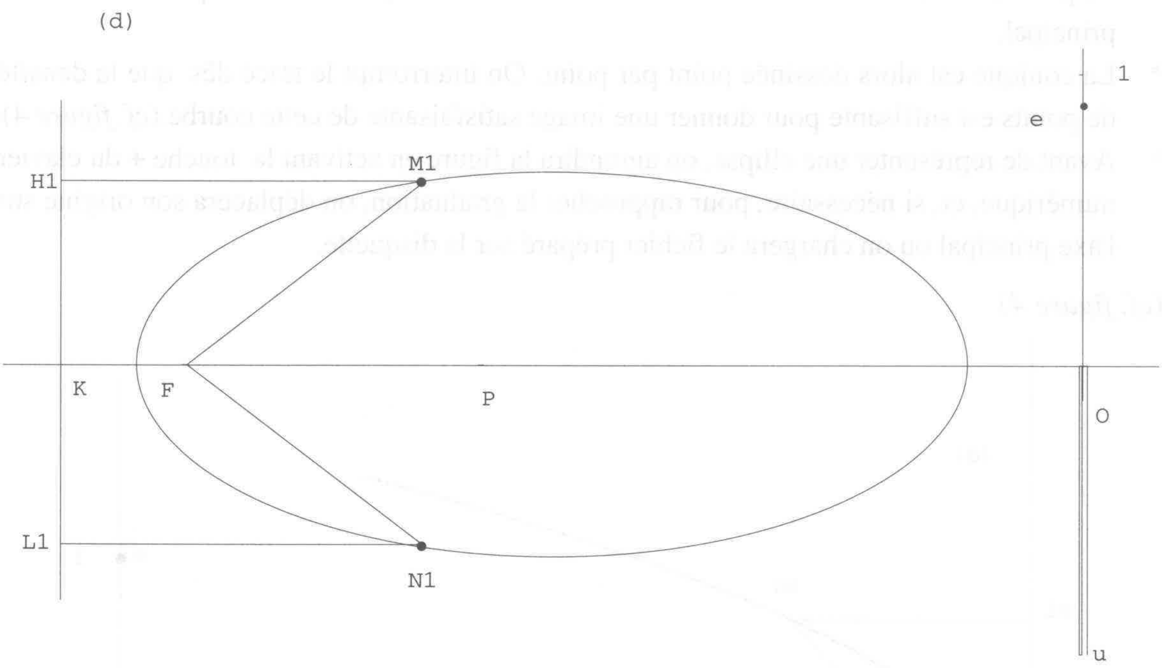


fig.5

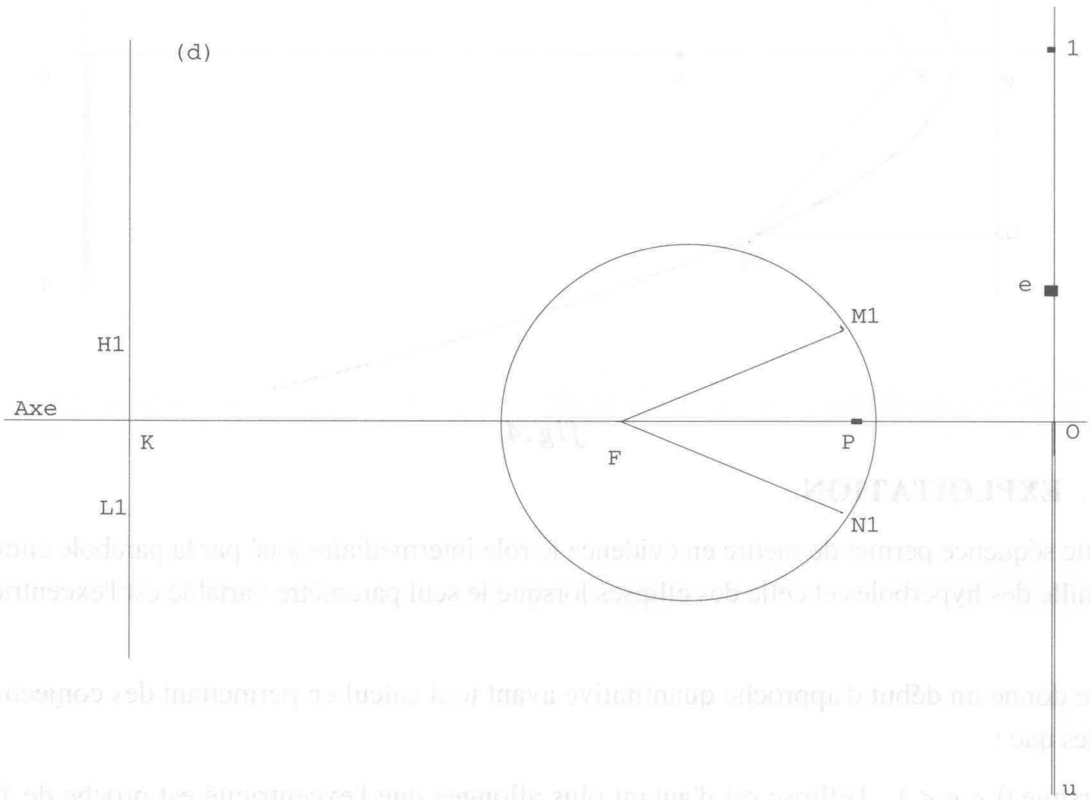


fig.6

Influence de la valeur de e sur la forme de l'hyperbole.

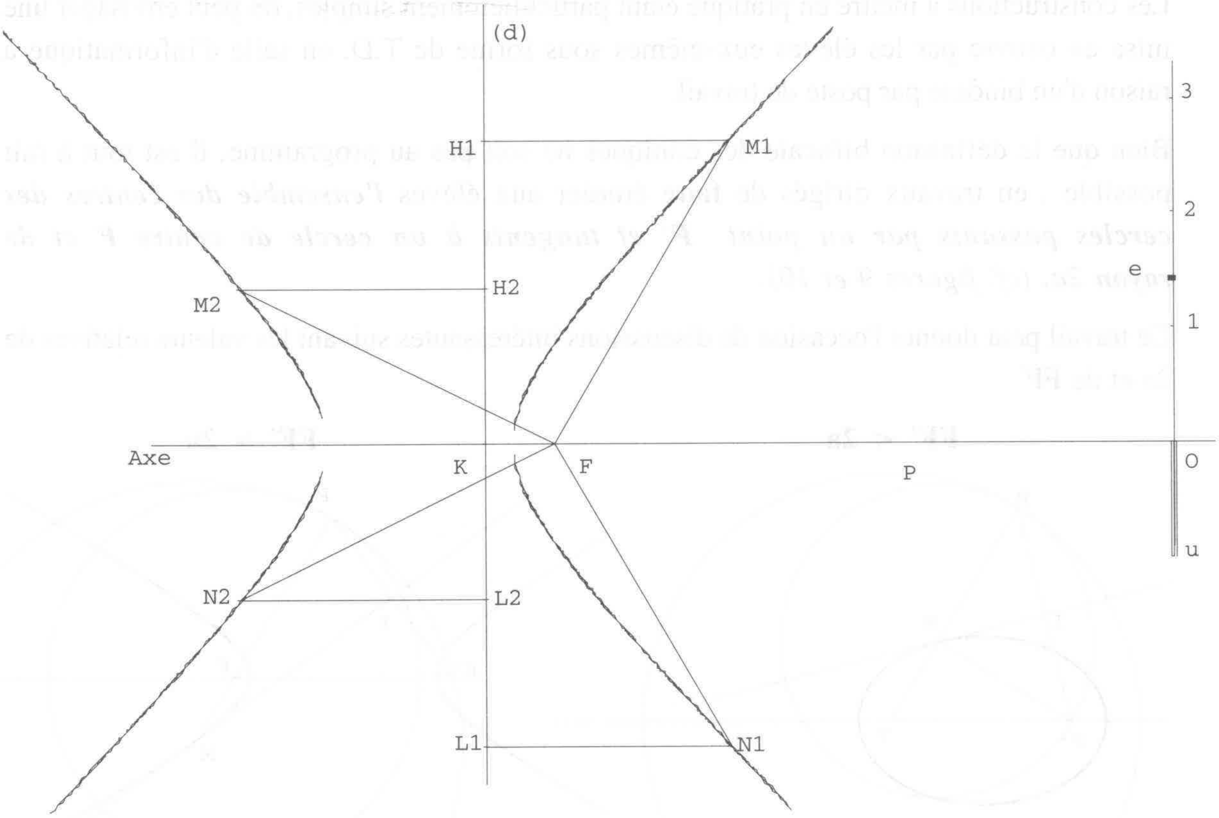


fig.7

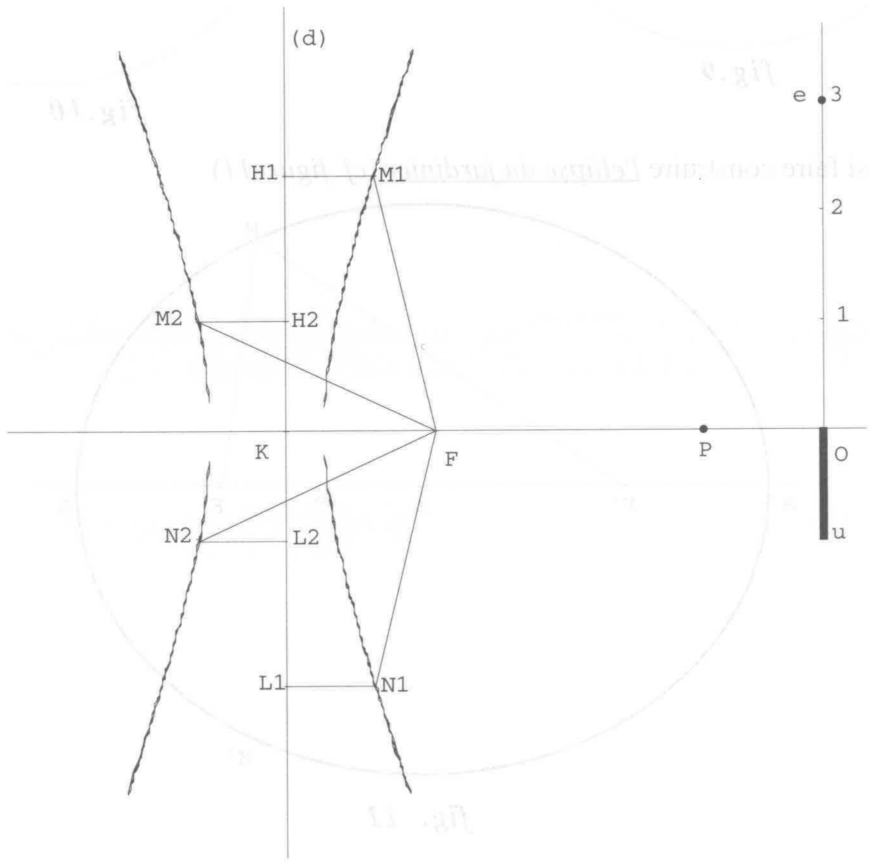


fig.8

<u>*REMARQUES :*</u>

Les constructions à mettre en pratique étant particulièrement simples, on peut envisager une mise en oeuvre par les élèves eux-mêmes sous forme de T.D. en salle d'informatique à raison d'un binôme par poste de travail.

Bien que la définition bifocale des coniques ne soit pas au programme, il est tout à fait possible , en travaux dirigés de faire étudier aux élèves ***l'ensemble des centres des cercles passants par un point F' et tangents à un cercle de centre F et de rayon 2a.*** *(cf. figures 9 et 10).*

Ce travail peut donner l'occasion de discussions intéressantes suivant les valeurs relatives de 2a et de FF'

FF' < 2a

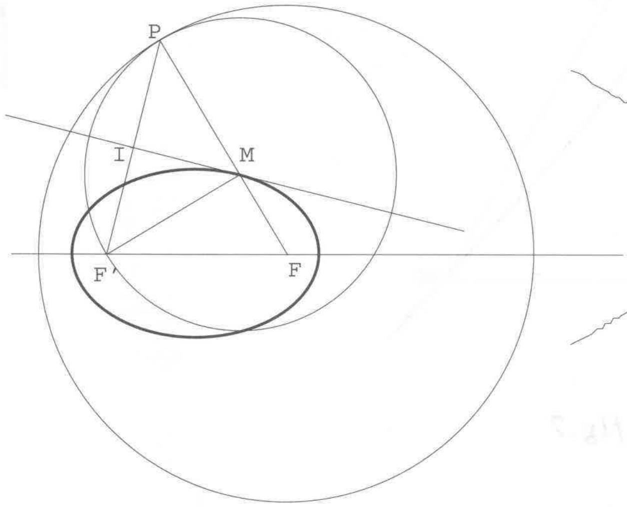


fig.9

FF' > 2a

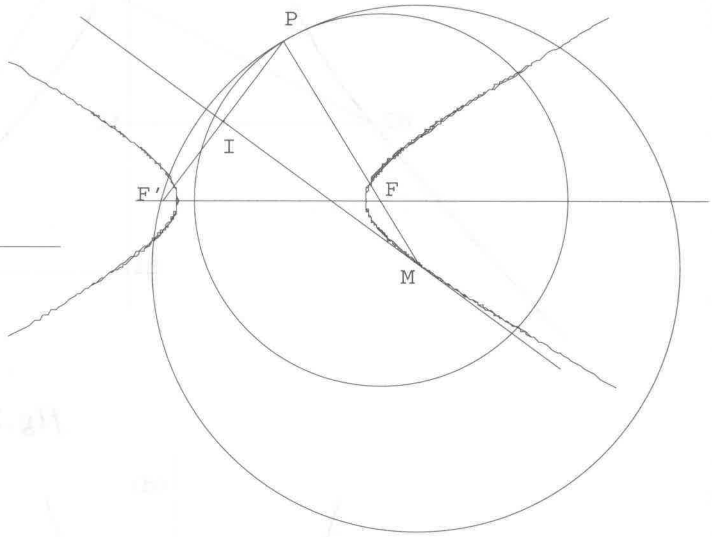


fig.10

On peut aussi faire construire <u>*l'ellipse du jardinier*</u> *(cf. figure11)*

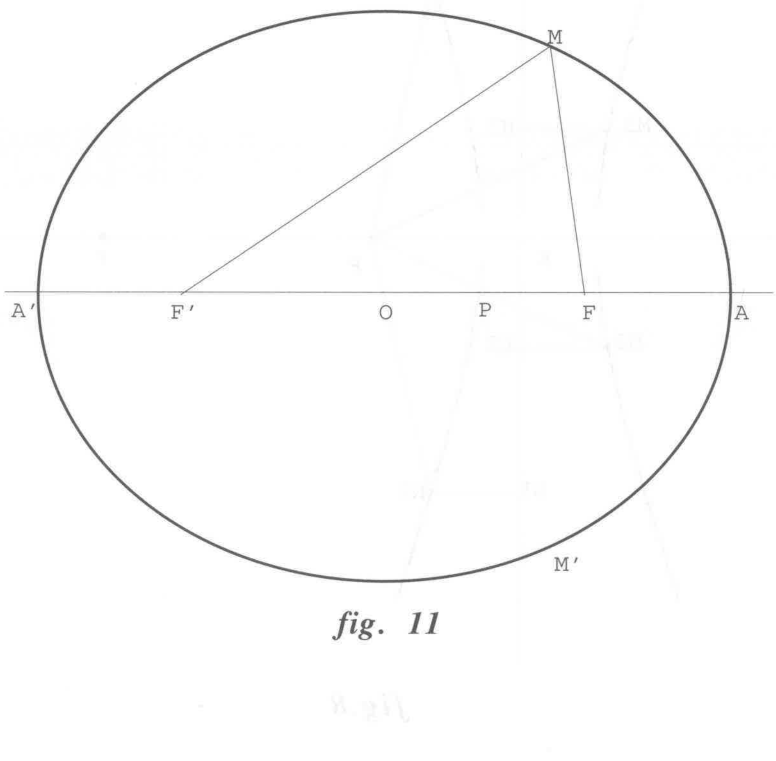


fig. 11

Scénario d'utilisation du logiciel "CABRI-GÉOMÈTRE"

Classe T C ou T E **Fiche professeur**

BIEN COMPRENDRE LA NOTION DE COURBE PARAMÉTRÉE

Niveau :

Classe de terminale C ou E, en introduction à l'étude des courbes paramétrées.

Objectifs :

Familiarisés avec les représentations graphiques des fonctions réelles d'une variable réelle, les élèves ont quelque difficulté à imaginer comment se déplace un point dont les deux coordonnées dépendent d'un même paramètre.

Les calculatrices leur fournissent une prothèse, mais leur utilisation prématurée masque souvent les difficultés en leur donnant une image globale avant qu'ils n'aient analysé le rôle des variations des fonctions coordonnées en fonction du paramètre et leur traduction graphique.

Or un grand nombre de courbes paramétrées peuvent être obtenues comme lieux géométriques avec CABRI-GÉOMÈTRE. Certaines sont définies à l'aide de coordonnées s'exprimant comme fonctions rationnelles ou circulaires du paramètre. D'autres ont un mode de définition cinématique ayant une traduction géométrique simple.

En générant de cette manière les courbes, il est possible d'avoir une approche plus progressive de la notion et d'obtenir une meilleure compréhension initiale du phénomène.

Organisation de la classe :

La séquence a été expérimentée dans deux classes de terminale scientifique (une TC et une TE) avec pour outil de visualisation un ordinateur connecté à une table rétroprojetable.

Logiciel utilisé :

CABRI-GÉOMÈTRE. (Version 1.7)

Durée : 2 heures de cours-TD avec la classe complète et 1 heure de TD dédoublés.

Mise en place de la séquence

1° Partie : ***Courbes paramétrées par des polynômes.***

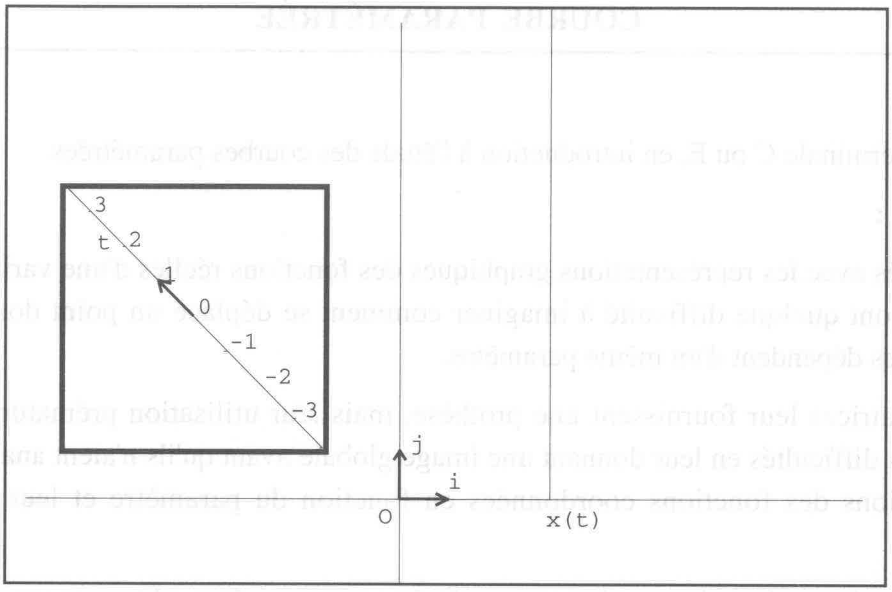
Pour isoler le rôle du paramètre, on le fait varier sur un axe inséré dans une fenêtre découpée sur l'écran où sera tracée la courbe. Les ficelles géométriques qui relient en coulisse le paramètre aux deux coordonnées sont rendues transparentes par gommage.

a) Parabole

La première de ces courbes est une parabole définie par :

$$\text{CP0} \begin{cases} x(t) = t^2 + t \\ y(t) = t^2 - t \end{cases}.$$

La première animation ne montre que le point t variant sur son axe et le point d'abscisse x(t) sur l'axe horizontal du repère et la parallèle à l'axe des ordonnées passant par ce point. On demande aux élèves de prévoir comment ce dernier point doit se déplacer lorsque t décrit l'axe.

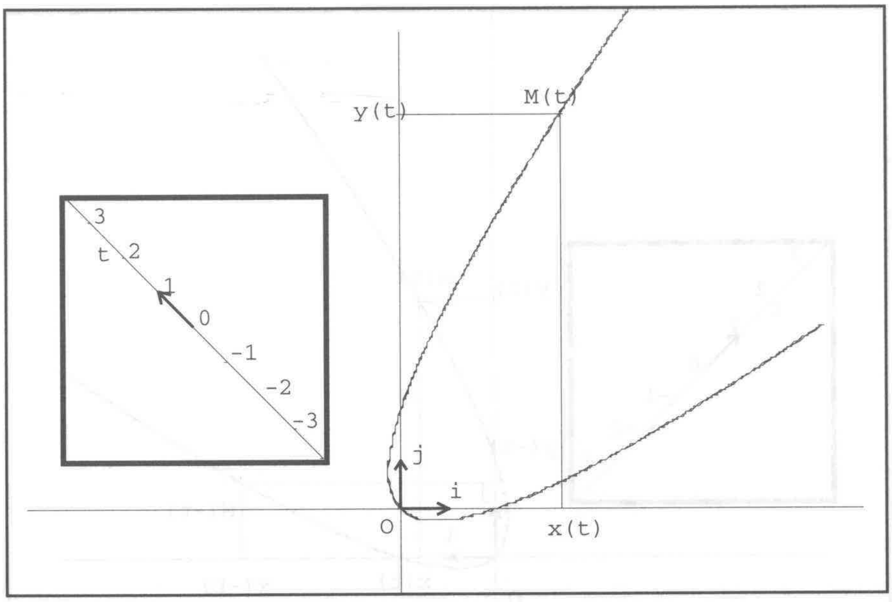


On procède de même avec y en demandant aux élèves de garder des traces écrites de leurs prévisions.

Enfin, on rétablit le point M à l'écran et on demande d'anticiper son déplacement grâce aux informations précédentes et d'esquisser au brouillon l'ensemble des points M(t) ainsi obtenus.

Lorsque tous les élèves pensent avoir une description satisfaisante de la courbe, on demande son tracé à l'écran comme ***lieu manuel.®*** En effet, le lieu obtenu manuellement en déplaçant le point t sur l'axe permet de visualiser de façon dynamique et lente le sens de déplacement de M(t) sur sa trajectoire.

L'utilisation de la commande de ***lieu automatique*** ®, disponible sur la version 1.7 du logiciel, permet d'obtenir un tracé quasi-continu de la parabole à condition de lier le point t à un segment au lieu d'un axe. Cette option ne doit pas être utilisée prématurément afin de laisser le temps aux élèves de bien percevoir le déplacement du point M(t) à vitesse raisonnable avant de l'observer en accéléré.



Sur cet exemple on met en évidence la symétrie liée au changement de t en -t. On peut, en automatisant la construction de M(t) à partir de t sous forme de macro-construction, (appelée ***Pt M(t) sur parabole)*** faire figurer dans le même repère M(t) et M(-t), puis suivre leurs déplacements lorsque t décrit son axe.

® **Mode d'emploi du lieu automatique :**

Depuis la version 1.7 de CABRI-GÉOMÈTRE, on dispose de deux moyens d'obtention des lieux :

♦ le ***lieu manuel*** dont voici le mode de fonctionnement :

a. on sélectionne la commande **"Lieux de points"** du menu **"Constructions"**,

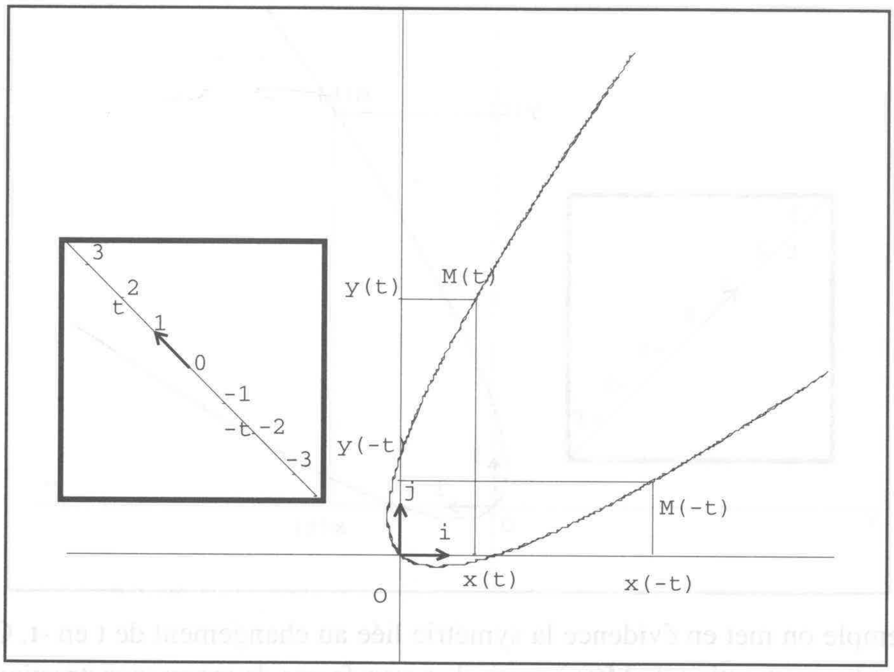
b. • si on veut le lieu d'un seul point, on clique ce point,

•si on souhaite les lieux de plusieurs points, on clique ces points en maintenant la touche majuscule shift (ou ⇑) enfoncée pendant toute la durée de la sélection,

c. on clique le point courant dont le déplacement engendre le(s) lieu(x) attendu(s) en maintenant enfoncée la touche de la souris pendant le tracé de ce(s) lieu(x).

♦le ***lieu automatique*** fonctionne de la même façon pour les phases a. et b. , mais pour la phase c. , on se contente de cliquer brièvement le point courant *sans maintenir enfoncée la touche de la souris*. Une première ébauche de lieu(x) point(s) par point(s) apparaît que l'on rend de plus en plus dense en activant la touche **P** du clavier alphabétique ou la touche **+** du clavier numérique.

Attention !!! Le lieu automatique *est opérationnel si, et seulement si, le point courant décrit un segment ou un cercle.*

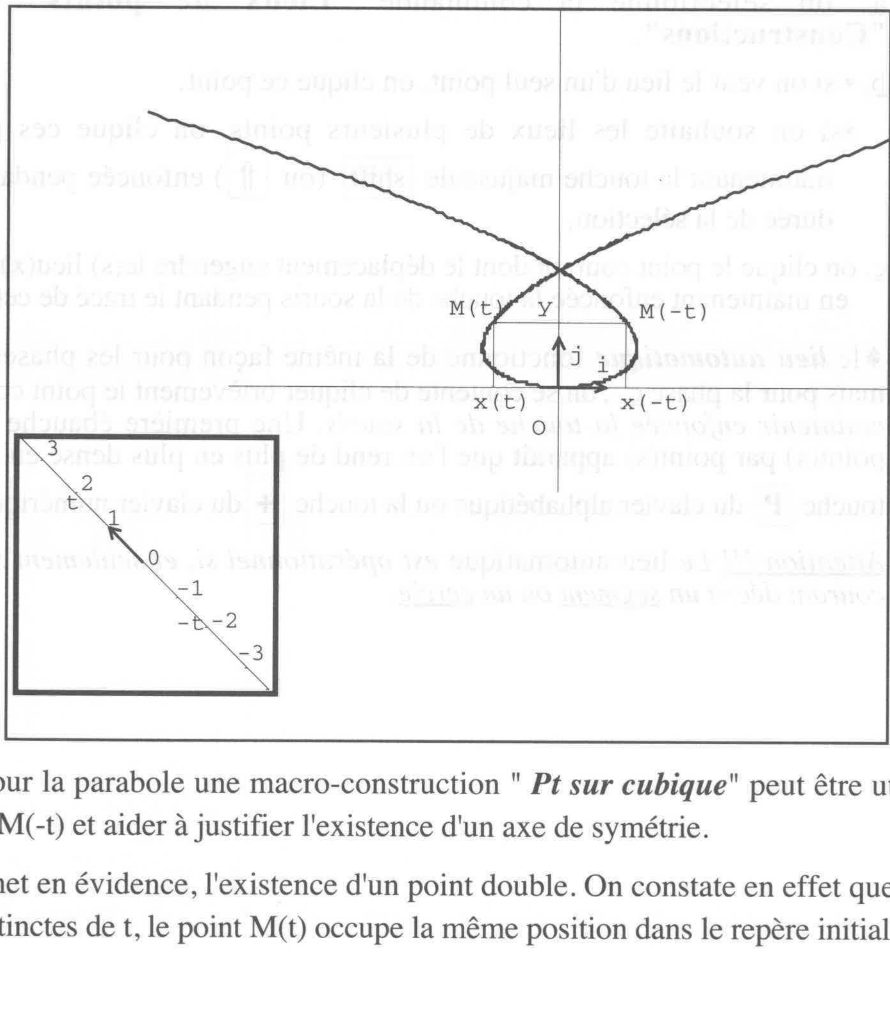


On amène ainsi les élèves à découvrir puis à justifier que la droite d'équation y=x est l'axe de symétrie de la parabole

b) Cubique

On reprend la même étude avec la cubique définie par :

$$\text{CP1}\begin{cases} x(t) = t^3 - 3t \\ y(t) = t^2 \end{cases}$$



Comme pour la parabole une macro-construction " ***Pt sur cubique***" peut être utilisée pour construire M(-t) et aider à justifier l'existence d'un axe de symétrie.

Enfin on met en évidence, l'existence d'un point double. On constate en effet que pour deux valeurs distinctes de t, le point M(t) occupe la même position dans le repère initial. La lecture approximative de ces valeurs sur l'axe est aisée et amène à les déterminer explicitement à partir des expressions de x(t) et de y(t)..

2° Partie : Courbes paramétrées par fonctions circulaires.

On entreprend une étude analogue en faisant décrire au paramètre t le cercle trigonométrique C.

a) Cardioïde

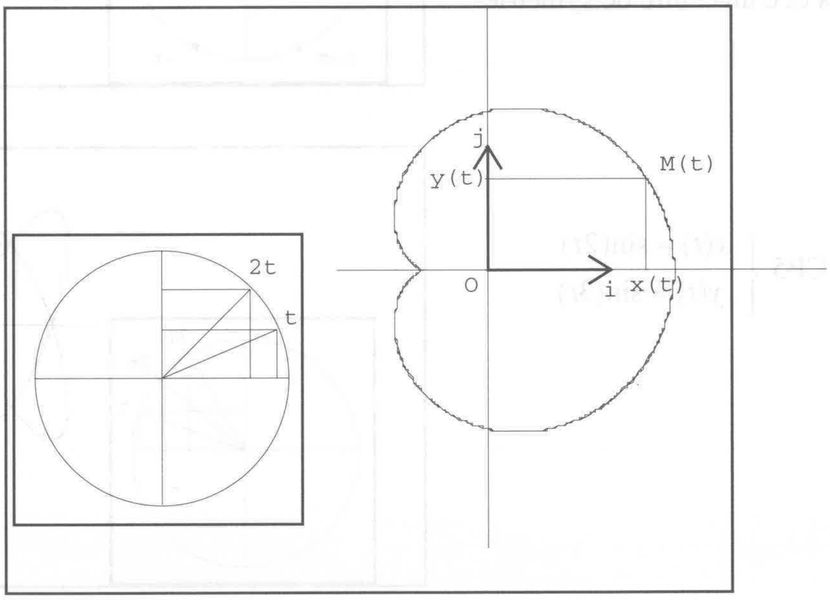
On peut ainsi parcourir la cardioïde :

$$\text{CP2}\begin{cases} x(t) = \cos(t) + \dfrac{1}{2}\cos(2t) \\ y(t) = \sin(t) + \dfrac{1}{2}\sin(2t) \end{cases}.$$

En particulier, on peut montrer la périodicité en faisant tourner le point t sur le cercle jusqu'à ce que le point M(t) retrouve sa position initiale.

Les symétries s'obtiennent comme pour les deux premières courbes.

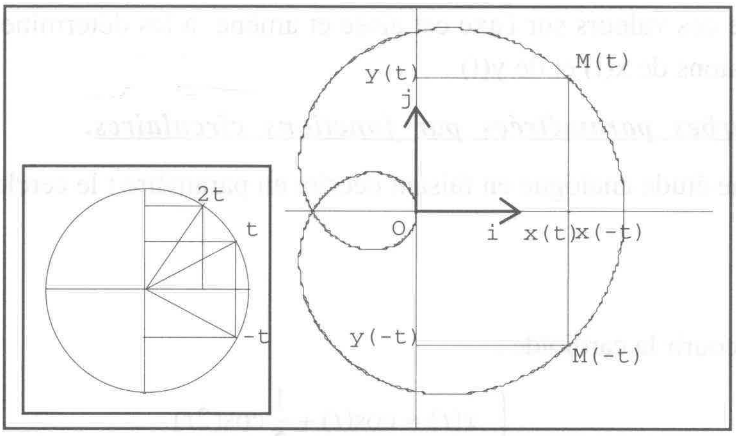
A noter qu'ici le jeu de la prévision de trajectoire est beaucoup plus délicat et nécessite un travail sur papier très soigné pour réussir avec certitude.



b) Un autre limaçon de Pascal.

$$\text{CP3}\begin{cases} x(t) = \cos(t) + \cos(2t) \\ y(t) = \sin(t) + \sin(2t) \end{cases}.$$

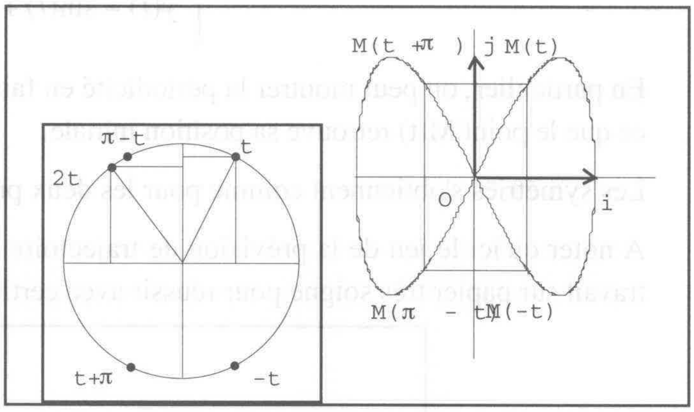
On obtient de nouveau une courbe à point double, mais la détermination de ce point demande cette fois une bonne maîtrise de la trigonométrie. De même l'étude des variations des fonctions coordonnées est plus délicate. L'étude complète de cet exemple a été renvoyée en exercice et corrigée en TD.



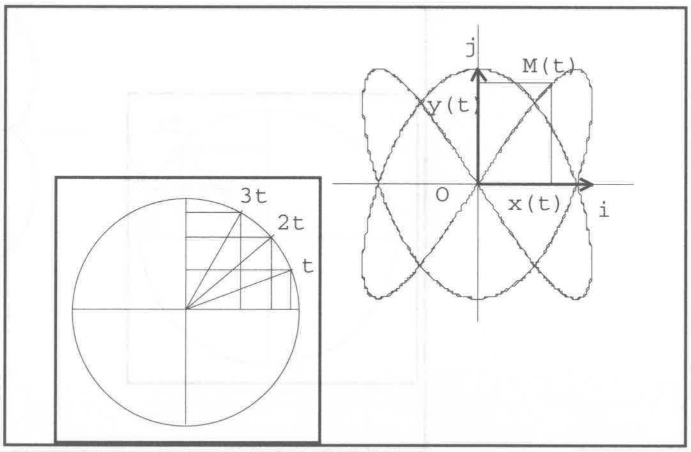
c) Autres courbes

$$\text{CP4}\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin(2t) \end{cases}$$

On notera sur cet exemple la présence de deux axes et d'un centre de symétrie.

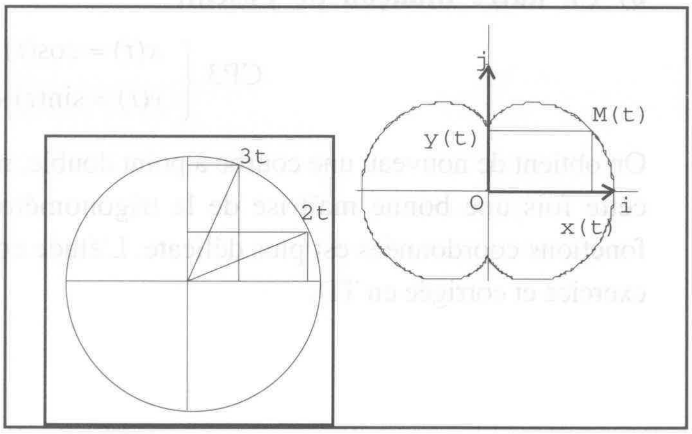


$$\text{CP5}\begin{cases} x(t) = \sin(2t) \\ y(t) = \sin(3t) \end{cases}$$

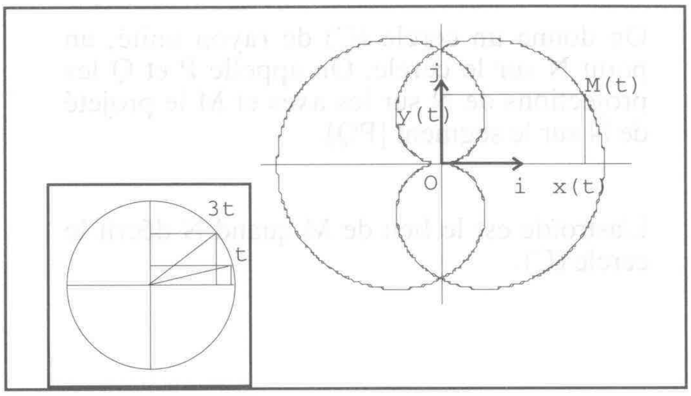


La néphroïde

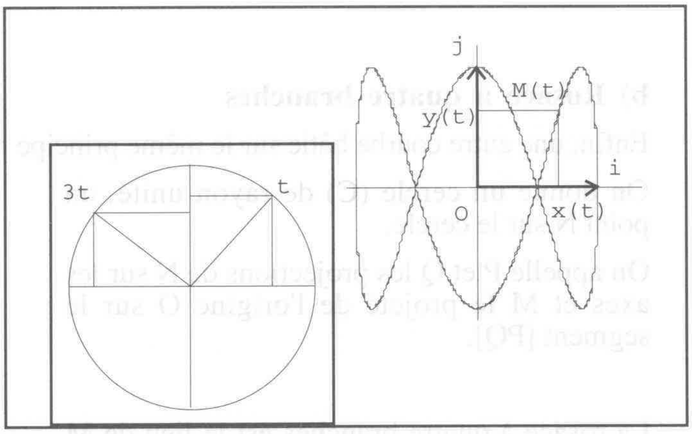
$$\text{CP6}\begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{4}\left(3\cos(t) + \cos(3t)\right) \\ y(t) = \dfrac{1}{4}\left(3\sin(t) + \sin(3t)\right) \end{cases}$$



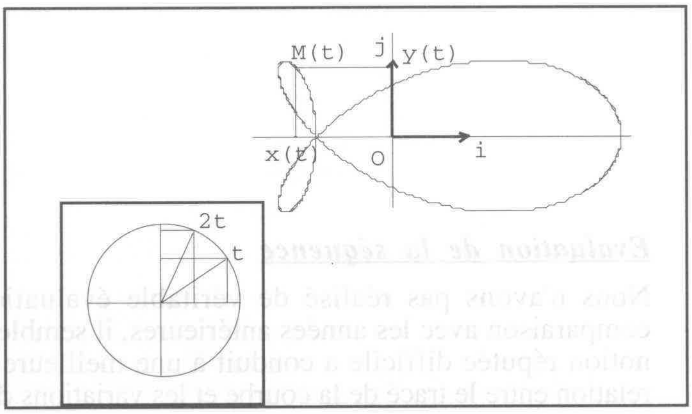
CP7 $\begin{cases} x(t) = \cos(t) + \cos(3t) \\ y(t) = \sin(t) + \sin(3t) \end{cases}$



CP8 $\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin(3t) \end{cases}$



CP9 $\begin{cases} x(t) = \cos(2t) - 2\cos(t) \\ y(t) = \sin(2t) \end{cases}$



3° Partie *: __Courbes à paramétrer définies géométriquement__.*

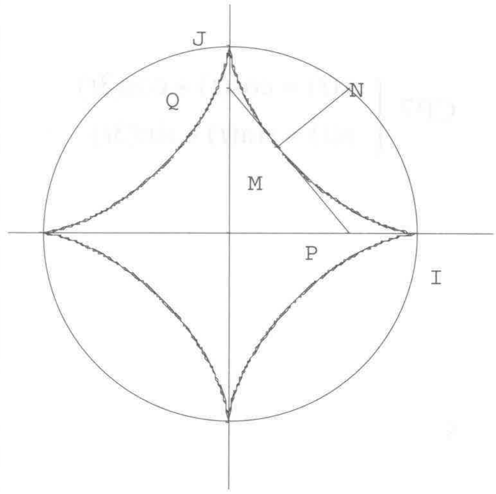
On peut proposer des exemples de courbes définies géométriquement dont le paramétrage n'est pas fourni. On les visualise à l'écran sous forme de lieu et on demande aux élèves de déterminer un paramétrage de la courbe. A partir de ce paramétrage ils doivent faire l'étude théorique et vérifier sa cohérence avec la courbe qu'ils ont observée.

a) Astroïde

Voici un mode de définition géométrique de cette courbe classique :

On donne un cercle (C) de rayon unité, un point N sur le cercle. On appelle P et Q les projections de N sur les axes et M le projeté de N sur le segment [PQ].

L'astroïde est le lieu de M quand N décrit le cercle (C).



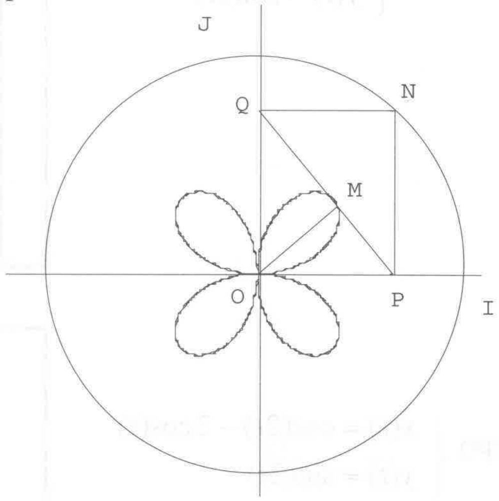
b) Rosace à quatre branches

Enfin, une autre courbe bâtie sur le même principe :

On donne un cercle (C) de rayon unité, un point N sur le cercle.

On appelle P et Q les projections de N sur les axes et M le projeté de l'origine O sur le segment [PQ].

La rosace à quatre branches est le lieu de M quand N décrit le cercle (C).

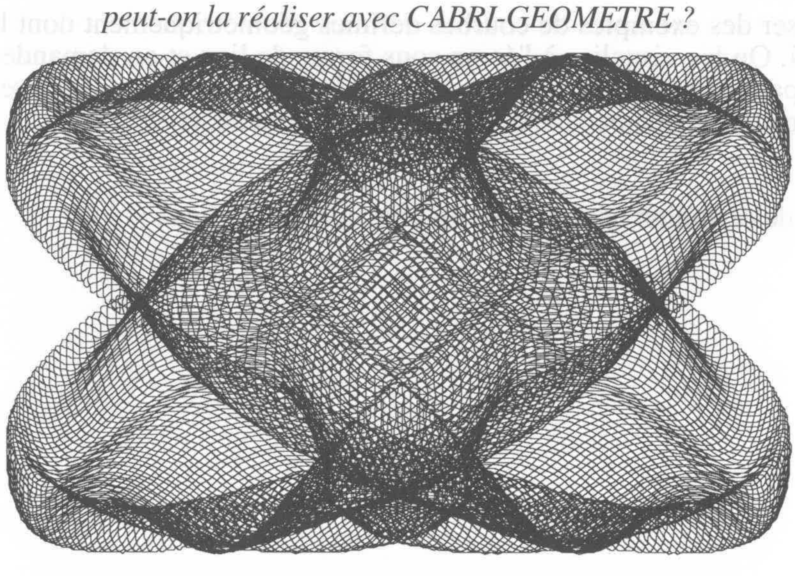


Evaluation de la séquence

Nous n'avons pas réalisé de véritable évaluation de cette séquence. Cependant, par comparaison avec les années antérieures, il semble que cette approche expérimentale d'une notion réputée difficile a conduit à une meilleure compréhension et a donné du sens à la relation entre le tracé de la courbe et les variations des fonctions coordonnées.

Enfin, complètement surréaliste, la folie de Stanley MILLER.

peut-on la réaliser avec CABRI-GEOMETRE ?



A PROPOS DE DESSINER L'ESPACE

2 nde et 1 ère S — **Fiche professeur**

EN CLASSE DE SECONDE ET DE PREMIERE

Ce chapitre de la brochure contient :

- une série de 3 fiches utilisées en classe de seconde

- une série de 4 fiches de T.D. destinées à des élèves de 1ère scientifique déjà familiarisés à la pratique de la géométrie de l'espace. On a extrait de cette série la fiche N°3 et le compte rendu d'expérimentation qui s'y rapporte.

Ces fiches utilisent le logiciel "Dessiner l'espace" conçu à l'I.R.E.M. de Lorraine par Philippe BERNAT.

Conditions d'utilisation :

Pour chaque activité les élèves :
- chargent la figure de base correspondant à l'exercice dont l'énoncé est donné dans la 1ère colonne,
- essaient de faire les constructions demandées, de répondre aux questions posées et portent en 2ème colonne des notes pour une rédaction ultérieure,
- reproduisent sur papier la figure qu'ils ont construite sur l'ordinateur.

Objectifs pédagogiques :
- Améliorer la vision des objets de l'espace.
- Apprendre à transcrire sur papier une figure traduisant l'énoncé d'un problème de l'espace en respectant les règles de la perpective cavalière et des parties cachées.
- Apprendre à résoudre des problèmes de géométrie de l'espace.

En première, les exercices proposent des situations plus ouvertes qu'en seconde, favorisant des stratégies d'approche et de résolution très différentes. La plupart sont bâtis à partir de figures de base intégrées au logiciel dont les énoncés sont parfois pris tels quels dans le livret ou prolongés et enrichis. Les dernières activités ont été choisies pour mettre en oeuvre un travail sur les coordonnées dans l'espace et faire le lien avec la géométrie analytique.

Apports de l'outil :
- Les élèves osent prendre des initiatives pour faire des constructions, vérifier des intuitions ...
- Les élèves s'habituent à explorer une figure, à la voir sous différents angles, à en extraire certaines informations (vue en vraie grandeur dans un plan ...)
- L'amélioration de la lisibilité de la figure sur écran facilite la transposition "papier-crayon", les élèves n'entreprenant cette tâche que lorsqu'ils pensent avoir résolu le problème et placé la figure dans une position adéquate.
- Prise de conscience de l'ambiguïté des représentations planes de figures de l'espace : sur la figure plane, un point de l'espace n'a d'existence propre que lorsque l'on fournit suffisamment d'informations le concernant (intersection de deux droites par exemple)

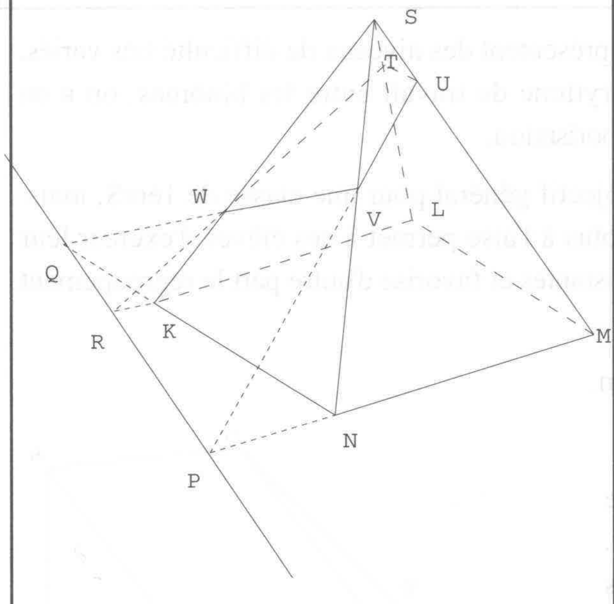
T.D. Géométrie de l'espace

Classe de 1ère **Fiche N° 3**

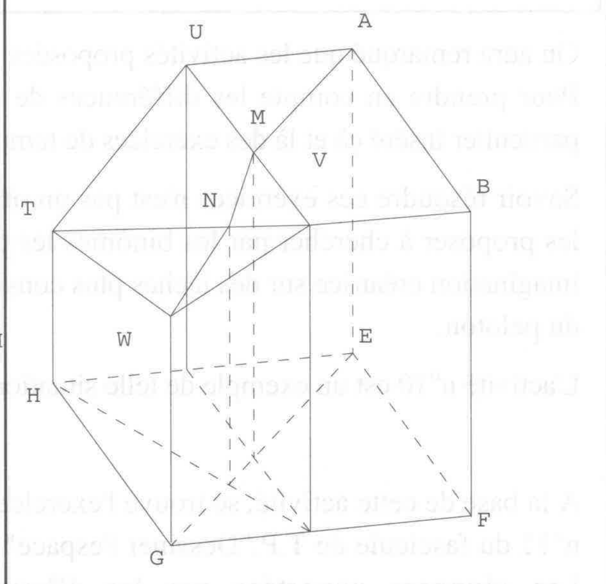
avec le logiciel "DESSINER L'ESPACE "

Consignes de travail	*Notes rapides*
Activité n°9. (EXO n°10) On donne une pyramide régulière (SKLMN) posée sur un plan (H). On a placé un point U sur l'arête [SM]. On note (P) le plan issu de U contenant la droite (D) du plan (H). - Tracer l'intersection du plan (P) et de la face (SMN). - Tracer l'intersection du plan (P) et du plan (SKN). - Tracer l'intersection du plan (P) et de la pyramide (SKLMN).	
Activité n°10. (EXO n°11) Dans un parallélépipède (ABCDEFGH), on a pratiqué une entaille (TUVW). - Cette découpe est-elle plane ? Justifier par une construction. - Tracer la section du solide résiduel par le plan (AEG). Justifier.	
Activité n°11. (EXO n°18) On donne un parallélépipède (ABCDEFGH). - Tracer la droite (D) parallèle à (BH) passant par le milieu I de l'arête [AB]. - Construire le point J intersection de la droite (D) et de la face (ADEH). On pourra chercher d'abord la section du parallélépipède (ABCDEFGH) par le plan (Q) qui contient les droites (BH) et (D).	
Activité n°12. (EXO n°14) On donne un cube (MNPQRSTU) et deux droites parallèles (D) et (E). La droite (D) rencontre respectivement les faces (MNPQ) et (PQUT) en I et J. La droite (E) rencontre respectivement ces deux mêmes faces en K et L. - Construire le point L. Justifier.	

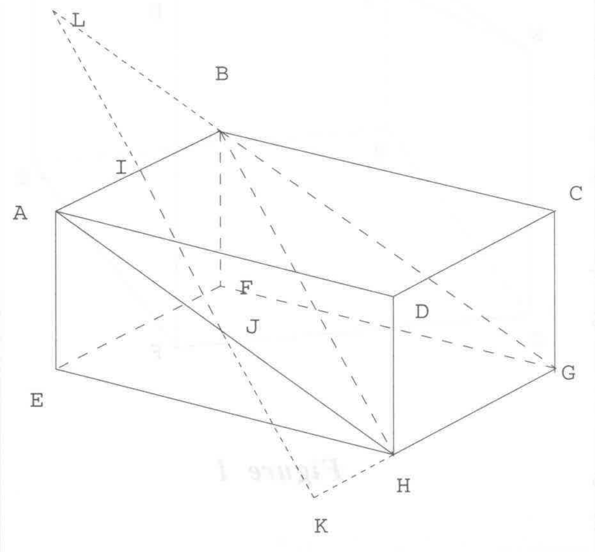
Classe de 1ère **T.D. Géométrie de l'espace** **Figures**



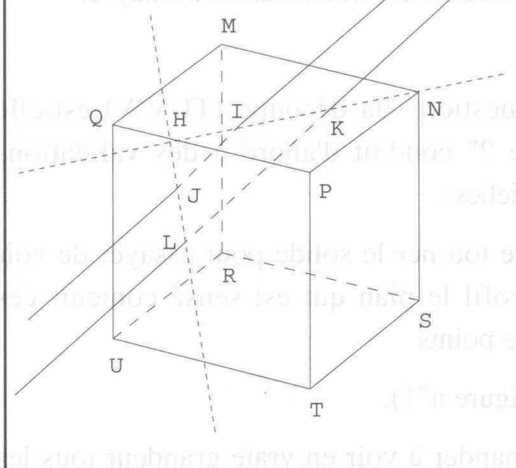
Activité 9



Activité 10



Activité 11



Activité 12

REFLEXIONS A PROPOS DE L'ACTIVITE N°10.

2 nde et 1 ère S **Fiche professeur**

On aura remarqué que les activités proposées présentent des niveaux de difficulté très variés. Pour prendre en compte les différences de rythme de travail entre les binômes, on a en particulier inséré çà et là des exercices de temporisation.

Savoir résoudre ces exercices n'est pas un objectif général pour une classe de 1èreS, mais les proposer à chercher par les binômes les plus à l'aise permet à ces élèves d'exercer leur imagination créatrice sur des tâches plus consistantes et favorise d'autre part le regroupement du peloton.

L'activité n°10 est un exemple de telle situation.

A la base de cette activité, se trouve l'exercice n°11 du fascicule de T.P."Dessiner l'espace". Les réponses apportées par les élèves concernés par cet exercice sont particulièrement intéressantes à analyser

La question: "la découpe (TUVW) est-elle plane ?" conduit d'abord à des validations logicielles :

- faire tourner le solide pour essayer de voir de profil le plan qui est sensé contenir ces quatre points

(cf. figure n°1),

- demander à voir en vraie grandeur tous les points du solides situés dans le plan (TUV) et constater que le point W ne s'y trouve pas.

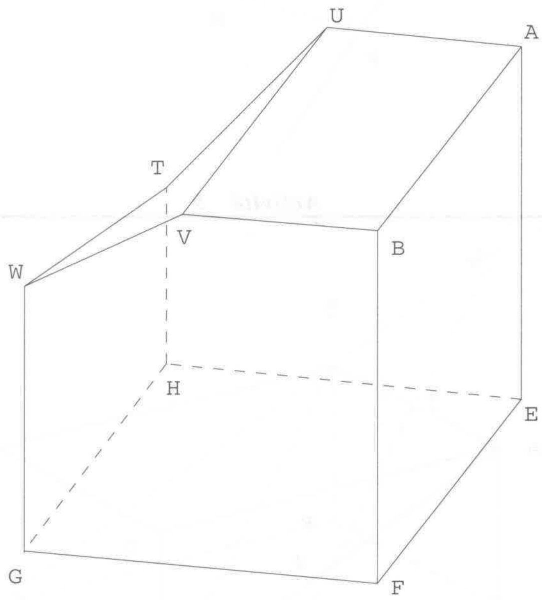


Figure 1

Puis, à l'incitation du texte, les élèves proposent des preuves mettant en jeu des savoirs mathématiques:

- chercher la section du parallélépipède par le plan(TUV) (réinvestissement d'un savoir antérieur) et constater que ce plan coupe l'arête [GW] en un point situé "plus bas" que W,
- demander l'intersection des diagonales [TV] et [UW] du quadrilatère (TUVW) supposé plan et se voir répondre que ces droites ne se coupent pas.

Plutôt que d'arrêter là les recherches, il nous a semblé judicieux de donner un prolongement à cet exercice afin de faire préciser plus nettement la nature de l'entaille pratiquée dans le parallélépipède.

En effet si on voit ce parallélépipède comme un solide, réunion de faces et de facettes (ce que suggère l'utilisation de la règle "des parties cachées"), on constate que la figure en perspective est pour le moins ambigüe :

- ou bien on considère que les deux plans distincts (TUV) et (TWV) se coupent suivant la droite (TV) et alors l'entaille apparaît en creux, ces deux plans se comportant comme deux pans de toit dont (TV) est la gouttière,
- ou bien on préfère voir les deux plans (UTW) et (UVW) se couper suivant la droite (UW) et l'entaille apparaît maintenant en bosse, ces deux plans se comportant comme deux pans de toit dont (UW) est la fâitière.

Il y a là matière à débattre au sein de chaque binôme et entre les binômes pour décider si on va compléter la figure en joignant T et V ou U et W.

Il se trouve qu'en faisant tourner le solide pour le voir de profil, la prégnance de la représentation "fil de fer" (cf. à nouveau figure n°1) a amené tous les binômes concernés à choisir la première interprétation, ce qui ne leur a pas ensuite facilité la tâche.

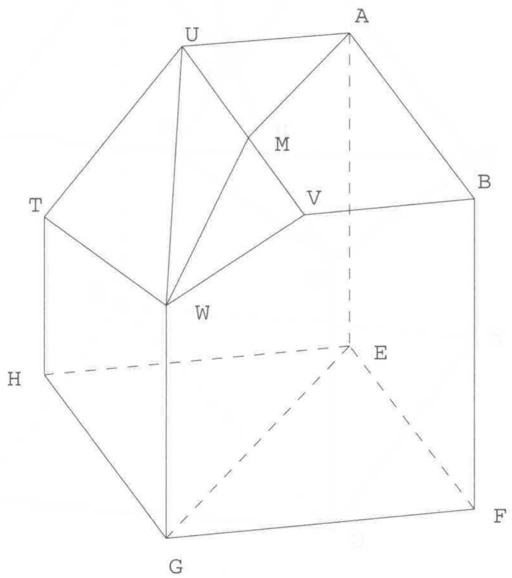


figure 2

En effet pour faire travailler les élèves sur cette entaille, on leur demande de tracer la section du parallélépipède ainsi complété par le plan (AEG), ce qui est immédiat si on choisit la deuxième interprétation (cf. figure n°2), mais se révèle beaucoup plus délicat avec la première.

A l'observation, on constate que les élèves parviennent assez facilement à tracer la partie [WG]U[GE]U[EA]U[AM] de la section en construisant le point M intersection de l'arête [UV] avec la parallèle à (GE) issue du point A, mais que la descente dans la gouttière est fort périlleuse. Un binôme parvient en poussant à son terme la construction de l'intersection S du plan (TUV) avec l'arête [GW] entreprise précédemment, à obtenir le point crucial N où la gouttière (TV) coupe le plan (AEG) (cf. figure n°3)

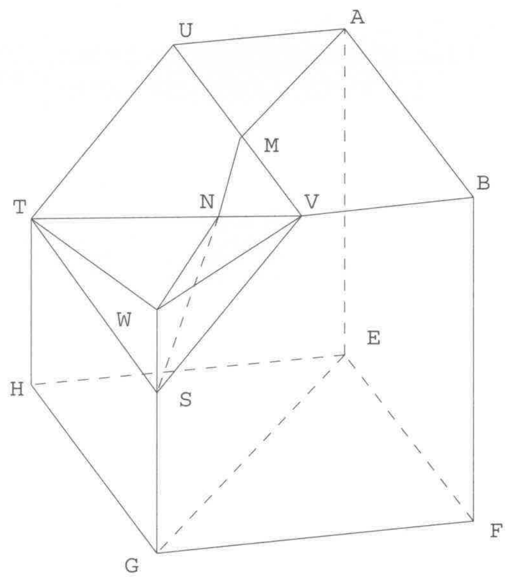


Figure 3

Les autres binômes proposent des constructions non pertinentes, par exemple en cherchant ce point essentiel à l'intersection des droites non coplanaires (TV) et (UW), ou en plaçant empiriquement un point jugé convenable sur l'arête [TV].

Ces constructions sont facilement invalidées par les élèves eux-mêmes à l'aide de logiciel, par exemple en allant voir en vraie grandeur dans le plan de section (AEG).

Voici enfin deux autres façons de construire cette section, proposées lors de stages d'initiation par quelques collègues (cf. figures n°4 et n°5).

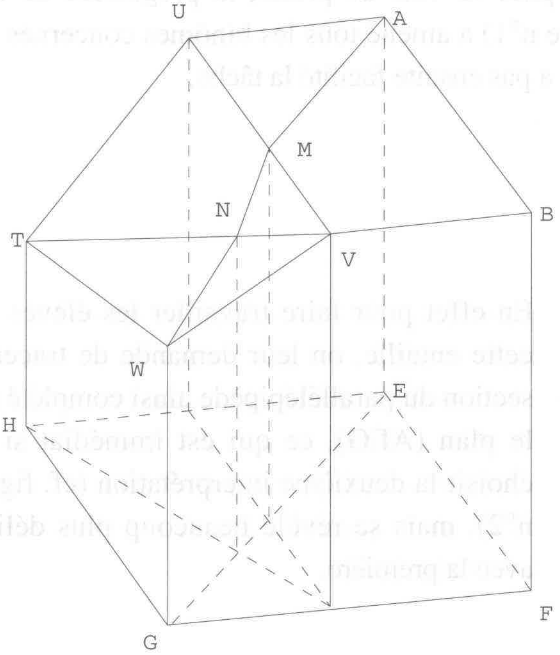


Figure 4

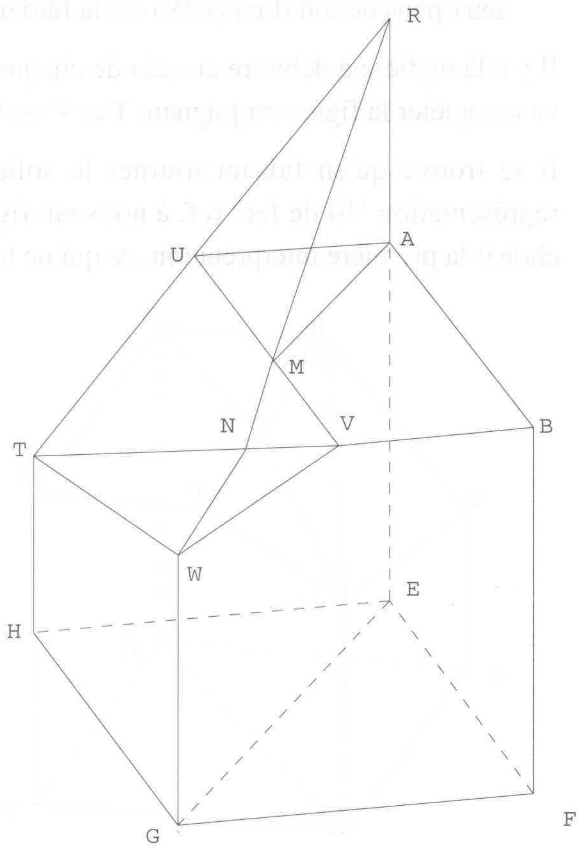


Figure 5

Le texte suivant est extrait de la brochure:

Enseigner la Géométrie plane en intégrant l'outil informatique (niveau collège) IREM de Montpellier (1992)

Cette brochure présente les diverses activités proposées au cours d'un stage de trois jours. En introduction les auteurs précisent:

" L'intention des animateurs de ce stage n'était pas uniquement d'apprendre aux stagiaires la *manipulation* de quelques logiciels de géométrie utilisables dès le collège. Dans le cadre d'un I.R.E.M, l'approche nous semble devoir être *différente*. L'objectif, lié à une recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, doit être orienté sur les apports éventuels de l'*intégration* de tels logiciels dans une classe. Cela implique, en particulier, d'informer les stagiaires sur les résultats des recherches en Didactique des Mathématiques qui ont été menées sur ce thème."

Cet article nous a semblé montrer que l'outil informatique pouvait aussi bien être utilisé dans les phases de découvertes, que dans celles d'approche de la notion de démonstration; aussi bien lors de l'introduction d'une notion, que lorsqu'on veut établir des résultats du cours ou encore utiliser ces résultats dans des exercices. L'approche de la démonstration qui est ici proposée est un exemple au cours duquel l'élève est complètement guidé; il peut constater combien il est utile de savoir extraire des "sous-figures". Le logiciel "Calques géométriques"permet, à partir de la figure initiale, de visualiser les sous-figures et cette activité vise à montrer l'efficacité de ce type de démarche. Ce travail doit naturellement être complété par d'autres exercices au cours desquels l'élève fera progressivement l'apprentissage de l'autonomie.

Les séances qui suivent utilisent les logiciels Cabri-Géomètre et Calques Géométriques, la brochure donne des indications sur ces logiciels, aussi bien en termes de "technique" d'emploi que de "philosophie" d'utilisation.

THALES - FICHE PROFESSEUR I

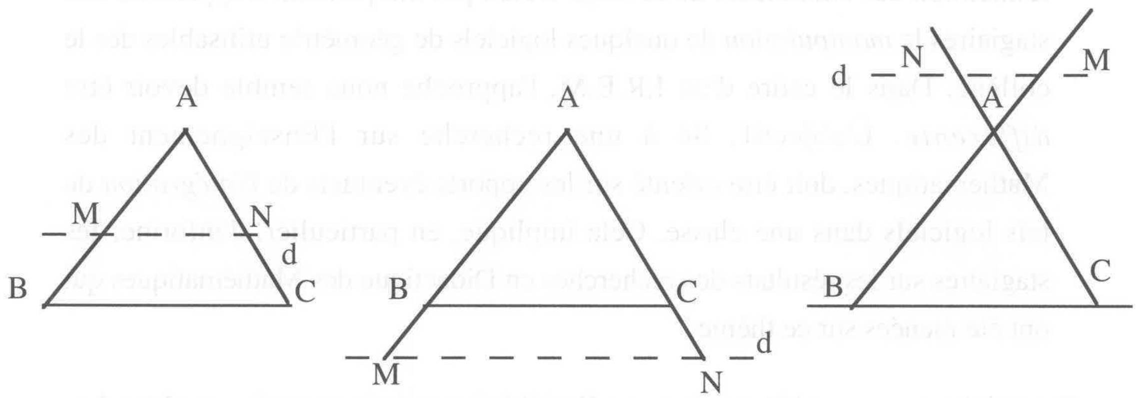
Ce thème comporte trois parties : activité, démonstrations guidées du cours, exercice pour apprendre à démontrer.

I. Activité pour découvrir la propriété de Thalès

Logiciel : CABRI-GEOMETRE

Objectif :

Amener l'élève à mettre en évidence les trois figures "clés" de Thalès et à faire des remarques sur les rapports calculés à partir des mesures données par le logiciel dans les différents cas.



Etant donné un triangle ABC, l'élève devra déplacer la droite (d) (qui reste toujours parallèle à (BC)).

Indication sur la construction du fichier :

Contrainte : la droite (d) doit toujours se déplacer parallèlement à (BC).

* Définir 3 droites de bases sécantes 2 à 2 en A, B, et C :

- création/droite,
- construction/intersection de deux objets.

* M sur la droite (AB) (construction/point sur objet),

* Droite d passant par M et parallèle à (BC) (construction/parallèle),

* N intersection de (AC) et (d) (construction/intersection de 2 objets).

ACTIVITE POUR DECOUVRIR LA PROPRIETE DE THALES
FICHE ELEVE I

Logiciel **: :** CABRI-GEOMETRE (calculatrice autorisée)

ABC est un triangle ; (d) est une droite parallèle à (BC) qui coupe (AB) en M et (AC) en N.

Manipulation : Fais 4 expériences différentes en déplaçant M ; note les résultats des mesures dans le tableau .

Cas n° 1 : M est un point de [AB],
Cas n° 2 : M est un point de [AB) non sur [AB],
Cas n° 3 : M est un point de [BA) non sur [AB],
Cas n° 4 : M est où tu veux sur (AB).

Triangle ABC :

Complète :

AC =	BC =	AB =

Résultat des 4 expériences :

	MN	AM	AN	$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$	$\frac{MN}{BC}$
cas n°1						
cas n° 2						
cas n° 3						
cas n° 4						

(arrondir les calculs au 10 ème)

Conclusion : Dans chaque cas, compare les 3 derniers rapports.

THALES - FICHE PROFESSEUR II

II. Démonstration guidée du cours

Logiciel : CALQUES GÉOMÉTRIQUES

* Deux démonstrations de la propriété de Thalès sont suggérées et une démonstration pour l'application au triangle (3ème côté).

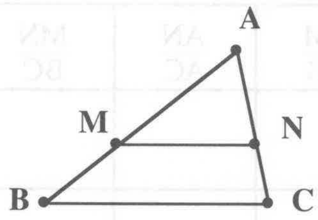
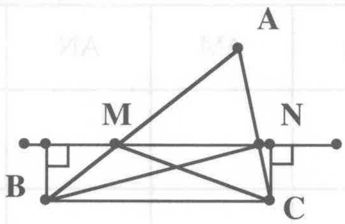
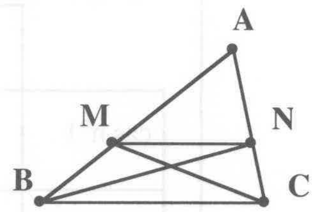
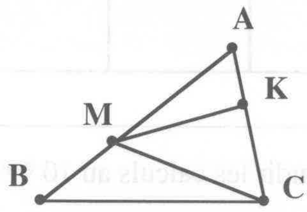
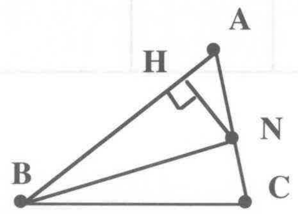
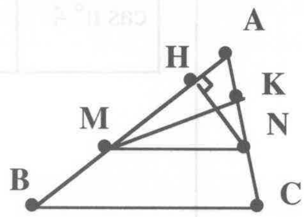
Par appui sur les touches F1, F2, ... (qui sélectionnent les feuilles 1, 2, ...), l'élève fait apparaître les sous-figures intéressantes pour répondre aux questions posées sur la fiche-élève (voir figures).

* La construction des fichiers ne présente aucune difficulté (on utilise très souvent l'option *copier vers une feuille*).

a) Démonstration N°1

Objectif : Démontrer la propriété de Thalès par des égalités d'aires de triangles.

Fichier : On recopie la feuille 1 sur les feuilles 2, 3, 4, 5, 6. Aucune difficulté pour la construction du fichier (voir fiche élève).

F1/  ABC est un triangle Une parallèle à (BC) coupe (AB) en M et (AC) en N	F2/  Comparaison des aires des triangles MNB et MNC	F3/  Comparaison des aires des triangles ANB et AMC
F4/  On s'intéresse à l'aire du triangle AMC	F5/  On s'intéresse à l'aire du triangle ANB	F6/  On écrit l'aire du triangle AMN de deux façons différentes

THEOREME DE THALES - FICHE ELEVE I

Logiciel : CALQUES GEOMETRIQUES

Touches	Démonstration n° 1 - Fichier THALES1	
F1	**Données** : ABC est un triangle. Une parallèle à (BC) coupe (AB) en M et (AC) en N. **Montrer que** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (On ne fera aucune mesure).	
F2	**1**) Comparer les aires des triangles MNB et MNC.	
F3	**2**) Comparer les aires des triangles ANB et AMC.	
F4	**3**) K est le projeté orthogonal de M sur (AC), Exprimer l'aire du triangle AMC.	Aire du tr. AMC =
F5	**4**) H est le projeté orthogonal de N sur (AB). Exprimer l'aire du triangle ANB.	Aire du tr. ANB =
	Quelle égalité peux-tu déduire des réponses 2 - 3 et 4 ?	AB ? = (a)
F6	**5**) Ecrire l'aire du triangle AMN de 2 façons différentes.	Aire du tr. AMN = Aire du tr AMN =
	Quelle égalité déduis-tu de 5) ?	AM ? = (b)
	En divisant (a) et (b) membre à membre, achève la démonstration.	$\frac{(a)}{(b)} =$

Rédige la démonstration.

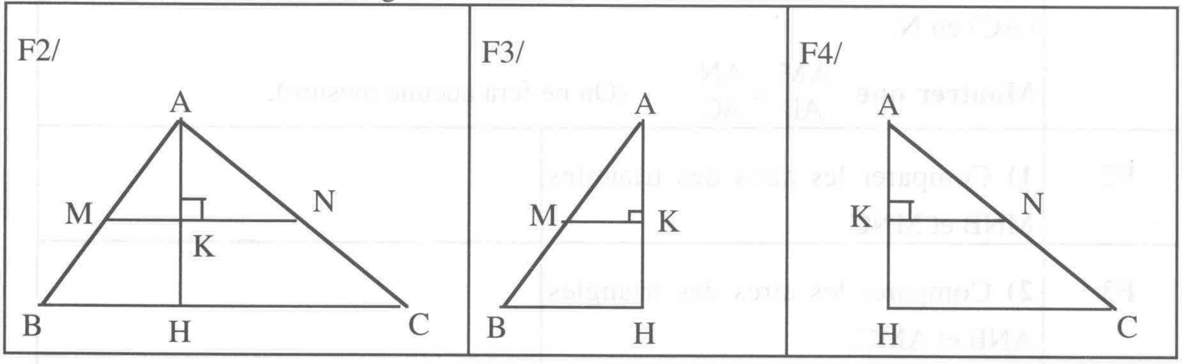
THALES - FICHE PROFESSEUR III

b) Démonstration N°2

Objectif : Démontrer la propriété de Thalès en utilisant le cosinus

Fichier : Voir sous-figures ci-dessous et la fiche élève.

F1/ Voir figure F1/THALES1

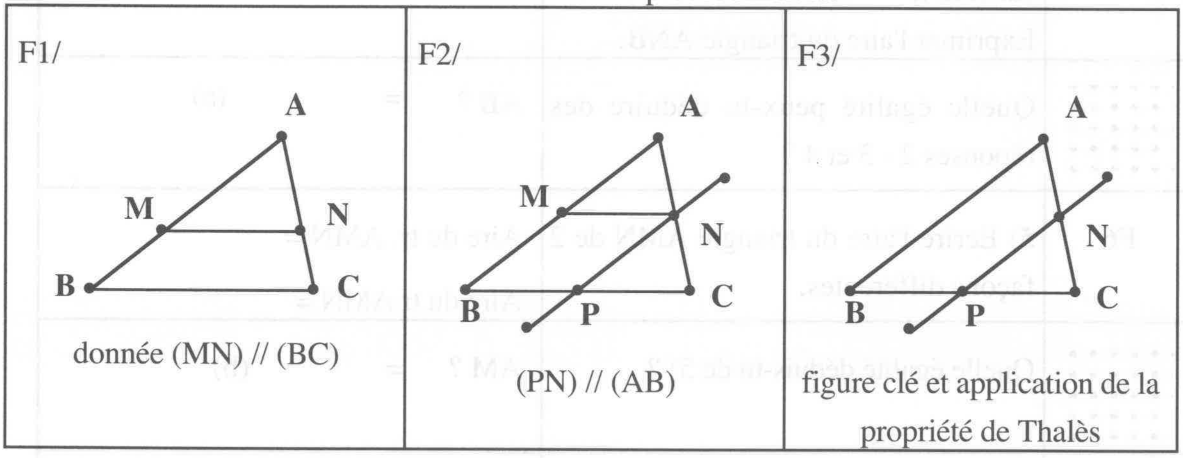


c) Application de Thalès au triangle (le 3ème côté)

Objectif :

Démontrer $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

outil : utilisation du théorème de Thalès démontré précédemment.



donnée (MN) // (BC)

(PN) // (AB)

figure clé et application de la propriété de Thalès

L'élève achève la démonstration avec l'aide du schéma proposé sur la fiche élève.

THEOREME DE THALES - FICHE ELEVE II

Logiciel : CALQUES GEOMETRIQUES

Touches	Démonstration n° 2	
F1	**Données** : ABC est un triangle. Une parallèle à (BC) coupe (AB) en M et (AC) en N. **Montrer que** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (On ne fera aucune mesure).	
F2	La hauteur du triangle ABC issue de A coupe (MN) en K et (BC) en H.	
F3	**1)** Quelle est la nature des triangles AMK et ABH ?	
	Ecrire cos $\widehat{A}$ de 2 façons différentes.	tr.AMK, cos $\widehat{A}$ = tr.ABH, cos $\widehat{A}$ =
	Montrer que $\frac{AM}{AB} = \frac{AK}{AH}$ (a)	
F4	**2)** Quelle est la nature des triangles AKN et AHC ?	
	Ecrire cos $\widehat{A}$ de 2 façons différentes.	tr.AKN, cos $\widehat{A}$ = tr.AHC, cos $\widehat{A}$ =
	Montrer que $\frac{AK}{AH} = \frac{AN}{AB}$ (b)	
F1	Comparer (a) et (b)	

APPLICATION DU THEOREME DE THALES AU TRIANGLE LE TROISIEME COTE - Fiche ELEVE

Logiciel : CALQUES GEOMETRIQUES

Touche	Démonstration	
F1	Données : ABC est un triangle. Une parallèle à (BC) coupe (AB) en M et (AC) en N. Montrer que : $\boxed{\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}}=\frac{AM}{AB}$ Outil possible : le théorème de Thalès déjà vu.	
F2	La parallèle à (AB) passant par N coupe (BC) en P. Quelle est la nature du quadrilatère MNPB?	
F3	Expliquer l'égalité $\frac{CN}{CA}=\frac{CP}{CB}$ (a)	

Compléter :

F3 — $CP = CB -$

F2 — $BP =$

$CP = CB -$

$\frac{CP}{CB} = \frac{\quad}{\quad} = 1 - \frac{\quad}{\quad}$

F3 — $CN = CA -$

$\frac{CN}{CA} = \frac{\quad}{\quad} = 1 - \frac{\quad}{\quad}$

(a)

$\frac{CN}{CA} = \frac{CP}{CB}$

<u>Conclusion</u>

$\frac{MN}{BC} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

application du théorème de Thalès au triangle

THALES - FICHE PROFESSEUR IV

III. Exercice pour apprendre à démontrer

Logiciel : CALQUES GEOMETRIQUES

Deux cercles C_1 (O_1, r_1) et C_2 $(O_2; r_2)$ sont tangents extérieurement en A. Une droite (D) passant par A coupe C_1 en M_1 et C_2 en M_2. (O_1O_2) coupe C_1 en B_1 et C_2 en B_2. Démontrer que $\frac{AM_1}{AM_2}$ ne dépend pas du choix de la droite (D).

Objectifs :

Faire distinguer à l'élève les trois phases de l'exercice :

Conjecturer - Justifier - Rédiger.

a) Comprendre et conjecturer :

Le logiciel et le questionnaire sont destinés à aider l'élève. En effet, il peut déplacer la droite (D) qui pivote autour de A et conjecturer le résultat.

b) Chercher à justifier :

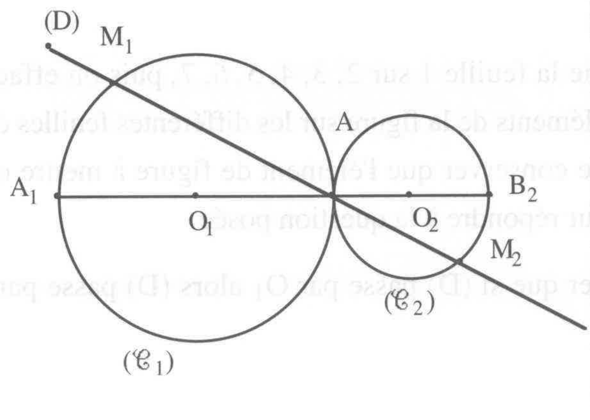
Les sous-figures CI-DESSOUS et le questionnaire sont destinés à guider l'élève pour justifier la conjecture établie dans a).

c) Rédiger la démonstration

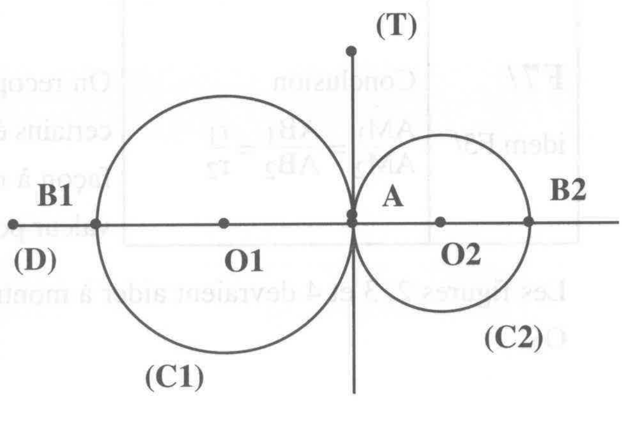
Présenter correctement les résultats obtenus dans b), en citant les propriétés utilisées.

- * Le texte est donné sur la fiche élève,
- * Les parties a) et b) sont à traiter avec l'ordinateur, la partie c) peut se faire ensuite à la maison (avec l'aide de la fiche complétée pendant la séance).

F1/

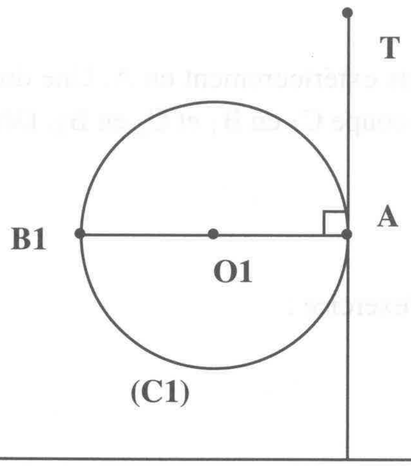


F2/

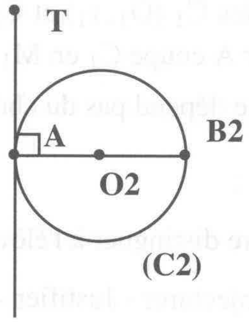


THALES - FICHE PROFESSEUR IV

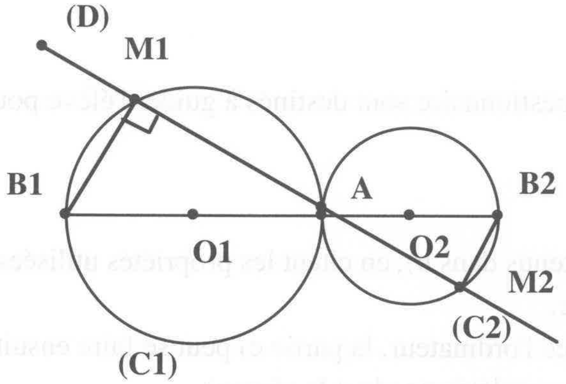
F3/



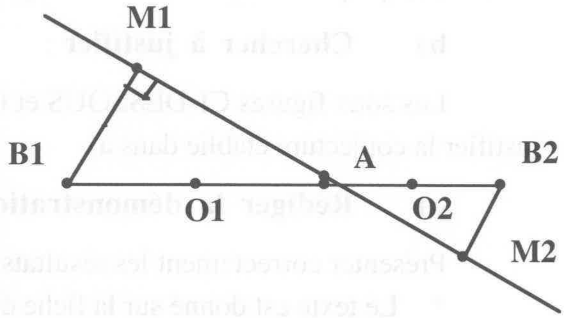
F4/



F5/



F6/



$(M_1 B_1) \mathbin{//} (M_2 B_2)$

F7/ idem F5/	Conclusion $\dfrac{AM_1}{AM_2} = \dfrac{AB_1}{AB_2} = \dfrac{r_1}{r_2}$

On recopie la feuille 1 sur 2, 3, 4, 5, 6, 7, puis on efface certains éléments de la figure sur les différentes feuilles de façon à ne conserver que l'élément de figure à mettre en valeur pour répondre à la question posée.

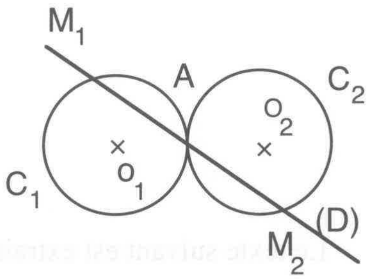
Les figures 2, 3 et 4 devraient aider à montrer que si (D) passe par O_1 alors (D) passe par O_2.

APPRENDRE A DEMONTRER - FICHE ELEVE

Logiciel : CALQUES GEOMETRIQUES

Deux cercles C_1 $(O_1; r_1)$ et C_2 $(O_2; r_2)$ sont tangents extérieurement en A. Une droite (D) passant par A coupe C_1 en M_1 et C_2 en M_2. $(O_1 O_2)$ coupe C_1 en B_1 et C_2 en B_2.

Démontrer que $\frac{AM_1}{AM_2}$ ne dépend pas du choix de la droite (D).



Touches		
F1	(A) COMPRENDRE Distinguer les éléments fixes et ceux qui "bougent", Déplacer (D) en agissant sur M_1 et observer.	Données fixes : Donnée(s) variable(s) :
	<u>Question</u> : Si (D) passe par O_1, semble-t'elle passer par O_2 ? Si oui, que penses-tu de $\frac{AM_1}{AM_2}$?	
F2	(B) CHERCHER A JUSTIFIER : 1/ Montrer que si (D) passe par O_1 alors (D) passe aussi par O_2. (T) est la tangente en A aux deux cercles.	
F3	* Eléments de la figure : C_1; (T); (B_1A); $(B_1A) \perp (T)$ en A, pourquoi ?	
F4	* Eléments de la figure : C_2; (T); (B_2A); $(B_2A) \perp (T)$ en A, pourquoi ?	
F2	<u>Conclusion</u> : quand (D) passe par O_1, alors elle passe ...	
F5	2) Montrer que $\frac{AM_1}{AM_2} = \frac{AB_1}{AB_2}$.	
	$(M_1B_1) // (M_2B_2)$, pourquoi ?	
F6	Quel théorème peux-tu utiliser ici ? Achève la démonstration.	
F7	Conclusion du problème.	
	(C) REDIGER LA DEMONSTRATION	

Le texte suivant est extrait de l'ouvrage:

CABRI-CLASSE.
écrit par l'équipe Cabri-géomètre (LSD2-IMAG)
et publié par les éditions Archimède* .

Cet ouvrage propose aux professeurs de collège un ensemble de situations pouvant être utilisées en classe. La plupart ont été expérimentées. L'extrait que nous avons choisi concerne la clsse de sixième. À propos de cette classe les auteurs remarquent:

"Par ailleurs, à la sortie de l'enseignement élémentaire, les élèves n'ont pour la plupart fait que très peu de géométrie et celle qu'ils ont pu connaître est très différente de ce qu'on commence à leur demander en collège. Ils ne donnent pas à la figure la signification que l'on pourrait attendre et ne savent pas observer les objets pertinents dans une figure. Tout l'apprentissage de la notion de figure est à faire et Cabri-géomètre est un bon outil pour la manipulation des figures. Les séquences que nous décrivons constituent une découverte des aspects élémentaires de la géométrie autour des notions de droite et segment, perpendiculaire, médiatrice et symétrie axiale. Nous choisissons de faire travailler les élèves avec des menus réduits pour introduire petit à petit les objets complexes comme la symétrie et la médiatrice."

Les dix fiches suivantes concernent la symétrie axiale et nous semblent constituer un bon exemple de progression.

---

* Editions Archimède, 5 rue Jean Grandel, 95100 Argenteuil.

Commentaires pour le professeur

Symétrie axiale en sixième

Connaissances nécessaires : perpendiculaire, médiatrice.

Objectif principal : découverte et utilisation de la symétrie axiale.

Durée prévue : 6 séances d'une heure environ.

Utilisation : atelier et bilans. Certaines séances peuvent être traitées en classe entière avec une tablette.

1- La tâche

Nous donnons ici un ensemble de dix fiches qui pourra être complété par des constructions diverses utilisant la symétrie axiale.

Avec un "*F*": Il s'agit de faire manipuler par les élèves une "lettre orientée" comme un F et son symétrique autour d'une droite. Les élèves observent le comportement "global" de deux figures symétriques dans de nombreuses positions.

Un triangle et un autre triangle: Cette fiche propose un travail un peu de même nature mais où l'axe de symétrie est absent. Les élèves doivent construire cet axe de symétrie et cela les oblige à rentrer dans une vision plus analytique de la symétrie sans que rien ne soit encore explicité à ce stade.

Symétrie axiale 1: En utilisant la macro-construction symétrie axiale les élèves doivent construire des symétriques de points par rapport à une droite. Etudier les positions des différents éléments de la figure obtenue (directions et longueurs) pour caractériser la symétrie axiale. Ils doivent réaliser les constructions sur papier et étudier le transformé d'un point de la droite. Ce qui est intéressant, est le transfert d'une construction donnée par la machine sur une feuille de papier : elle donne du sens à l'exploration que réalisent les élèves avec le logiciel.

Symétrie axiale 2: Etude de l'image d'un segment et d'une droite. L'axe de symétrie est la médiatrice d'un point et de son image.

Cercle : Construction du symétrique d'un cercle.

Construction du symétrique d'un point: Sans outil **symétrique** dans les menus et sans la macro **Symétrie axiale**, les élèves doivent donner plusieurs méthodes de construction pour le symétrique d'un point.

Retrouver l'axe: A partir d'un point et de son symétrique, recherche de l'axe de symétrie. La macro **symétrie axiale** sert à valider la construction.

Axe de Symétrie d'un segment: Symétrique d'un segment. Recherche de l' axe de symétrie d'un segment.

Axe de Symétrie d'un triangle: Symétrique d'un triangle, angles. Recherche de l'axe de symétrie d'un triangle.

Axe de Symétrie d'un cercle: Symétrique d'un cercle. Recherche de l'axe de symétrie d'un cercle.

2- Outils

Menu : **Géomètre 0** et **Géomètre 1.** Dans ces deux menus les rubriques Créations et Constructions ont été modifiées comme suit:

Géomètre 0

Création	Construction
Point	Point sur objet
------------------------------	Intersection de 2 objets
Segment	------------------------------
Droite déf. par 2 pts	Milieu
Triangle	Droite parallèle
Cercle déf. par 2 pts	Droite perpendiculaire

Géomètre 1

Création	Construction
Point	Point sur objet
------------------------------	Intersection de 2 objets
Segment	------------------------------
Droite déf. par 2 pts	Milieu
Cercle déf. par 2 pts	Médiatrice
	Droite parallèle
	Droite perpendiculaire

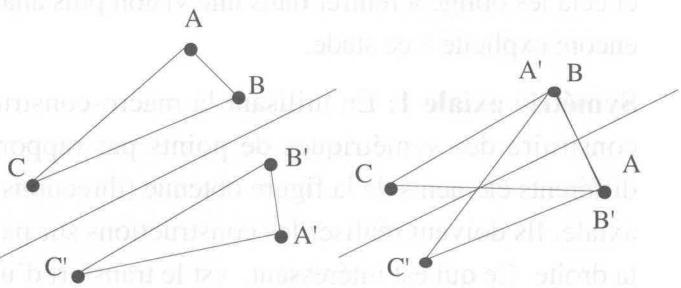
Macro : **Symétrie axiale**. Cette macro-construction a été réalisée à partir de l'article **Symétrie** standard qui réalise à la fois les symétries orthogonales et les symétries centrales.

3- Un exemple de résolution

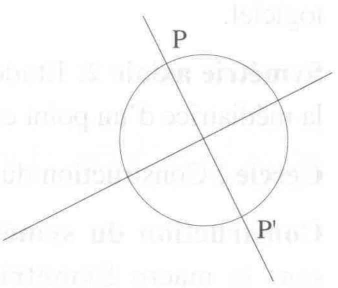
Les deux premières fiches proposent des explorations de figures symétriques.

Les trois suivantes guident les élèves pour la réalisation de constructions classiques. Elles doivent permettre aux élèves d'identifier les caractéristiques d'une symétrie axiale pour les mettre en œuvre dans une construction sur papier. Le professeur peut ensuite institutionnaliser les premiers éléments relatifs à la symétrie axiale.

La dernière partie de la fiche 3 présente une démarche originale que seul permet un logiciel comme Cabri-géomètre. Il s'agit pour les élèves de faire coïncider un triangle et son symétrique en déplaçant les sommets du triangle. On obtient ainsi 3 triangles isocèles.

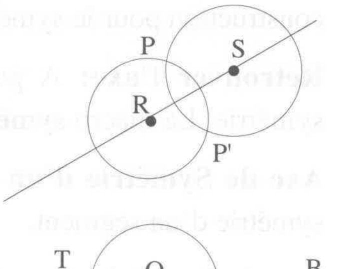


La construction du symétrique (Fiche 4) d'un point, sans disposer de l'article symétrie, peut se faire avec une perpendiculaire et un cercle.



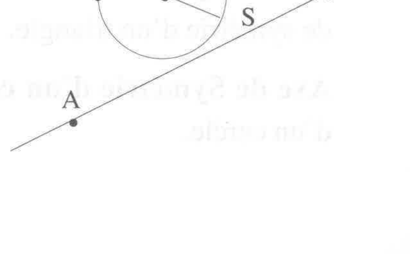
L'utilisation d'un cercle pour reporter la longueur ne va pas de soi. Les élèves font des tentatives nombreuses avec la mesure qui ne peut pas convenir dans Cabri-géomètre.

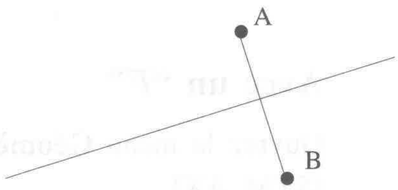
On peut aussi utiliser plusieurs cercles.



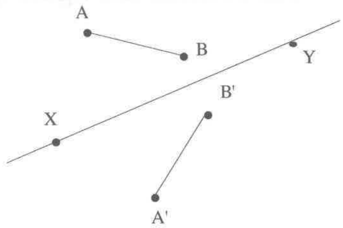
Les points R et S doivent être pris comme points sur l'axe, sinon la construction n'est pas conservée par déplacement de l'axe de symétrie.

La construction du symétrique d'un cercle ne va pas de soi pour les élèves. Elle nécessite la construction du symétrique du centre puis d'un point quelconque du cercle. L'observation de la conservation du rayon quand on déplace un point sur le cercle est à faire observer aux élèves dans le bilan.

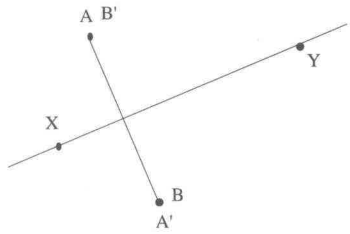




Dans la fiche **Retrouver l'axe**, la recherche de l'axe de la symétrie qui transforme A en B peut se faire à l'aide de la médiatrice ou bien des deux constructions de la médiatrice : avec des cercles ou avec milieu et perpendiculaire. L'intérêt ici contrairement à la fiche 2 est une recherche de toutes les procédures possibles à partir d'un point seulement et de son symétrique.



Les trois dernières fiches conduisent à découvrir les conditions pour qu'une droite soit axe de symétrie d'un segment, d'un triangle ou d'un cercle. On peut prolonger le même type de travail avec d'autres types de figures comme des quadrilatères ou des polygones.



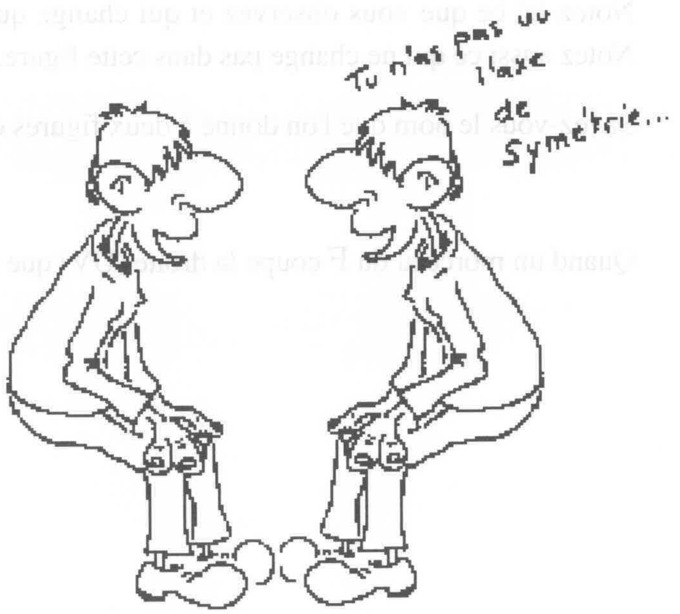
Pour le segment par exemple, il faut déplacer les extrémités A ou B, ou encore les points X et Y qui définissent l'axe pour faire coïncider le segment et son image. Cette exploration conduit à un segment [AB] dont (XY) est une médiatrice.

4- Gestion des séances

Ces séances sont des ateliers où les élèves doivent construire eux-mêmes les figures et déplacer les points de base en notant soigneusement leurs observations. Les bilans collectifs sont nécessaires à la fin des séances si les élèves vont assez vite, ou au cours des séances suivantes. La fiche 3 peut être faite complètement en classe entière avec une tablette en faisant manipuler les élèves. Quand plusieurs méthodes sont demandées il faut bien que les élèves en cherchent plusieurs pour que le bilan soit intéressant pour tous.

5- Observation des élèves

Les ateliers où les élèves manipulent prennent du temps. Les formulations sont encore assez peu précises et doivent être reprises avec soin par le professeur. Nous avons essayé une technique de gestion de la classe où les élèves rédigent en groupe (de quatre ou cinq) des formulations qui sont écrites sur des transparents projetés ensuite à toute la classe. Les formulations sont alors meilleures et le professeur peut en tirer profit pour faire progresser ces élèves à ce niveau pendant les phases de bilan.



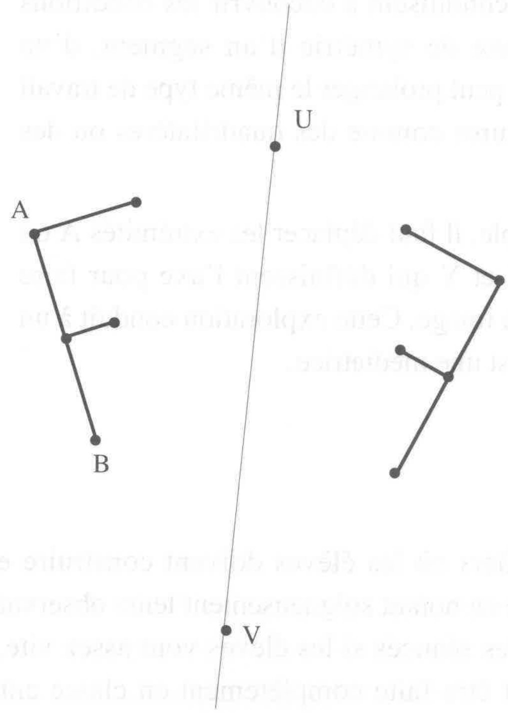
Symétrie axiale (fiche élève 1)

Avec un "*F*"

Ouvrez le menu **Géomètre 1 [GEOM_1]** et la macro-construction **Symétrie axiale** [SYM_AX].

Ouvrez le fichier **Fsym-droite6** [FSYM_DR6].

Vous obtenez une figure qui ressemble à celle qui est reproduite sur la feuille.



Déplacez A ou B et observez les déformations de la figure.

Déplacez U et V et observez les déformations de la figure.

Notez ici ce que vous observez et qui change quand on déplace les points A, B, U et V. Notez aussi ce qui ne change pas dans cette figure.

Savez-vous le nom que l'on donne à deux figures comme le F à l'endroit et le ꟻ ?

Quand un morceau du F coupe la droite (UV) que remarquez-vous pour le ꟻ ?

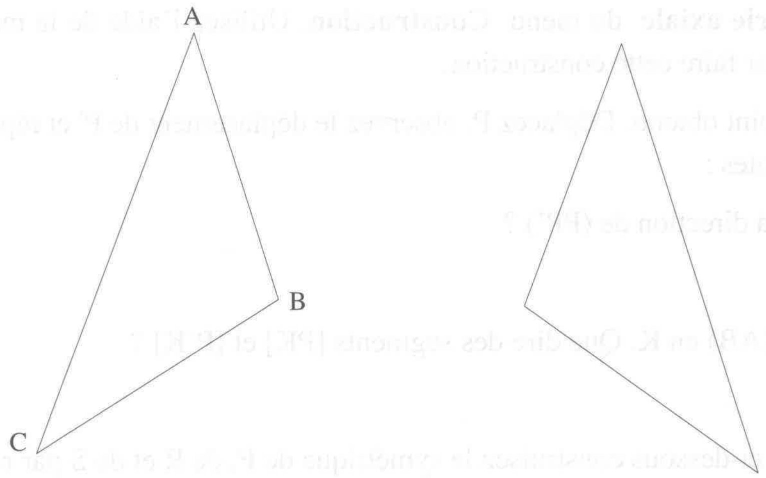
Symétrie axiale (fiche élève 2)

Un triangle et un autre triangle.

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1] et la macro-construction **Symétrie axiale** [SYM_AX].

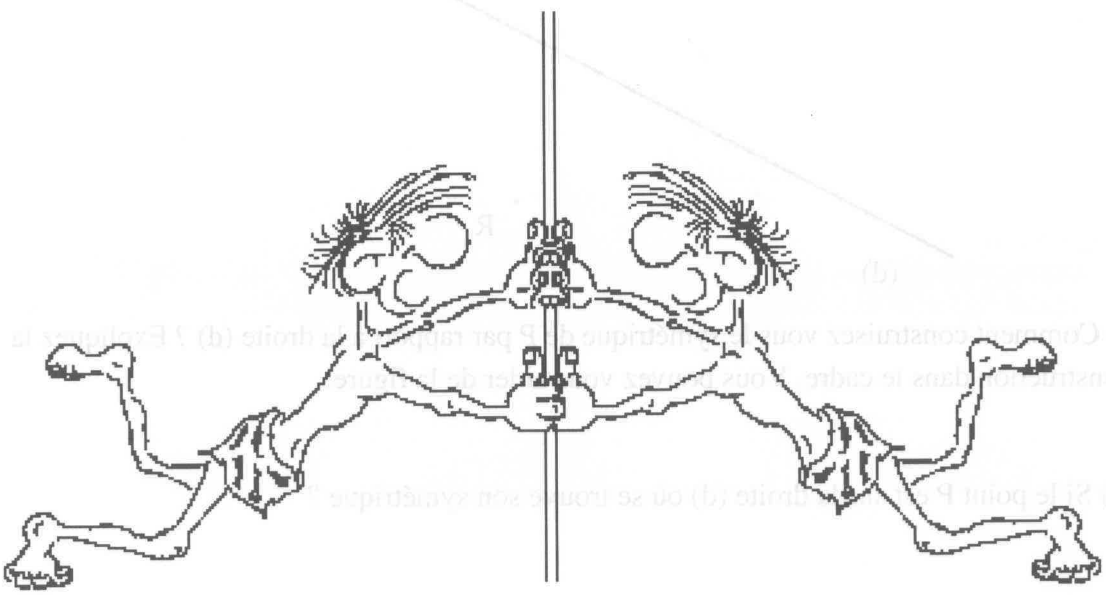
Ouvrez le fichier **2TRI** [2TRI].

Vous obtenez une figure qui ressemble à celle qui est reproduite sur la feuille.



Déplacez A, B et C et observez la figure. Le triangle qui n'a pas de nom se comporte comme le "F" de la fiche précédente.

Tracez la droite autour de laquelle les deux figures sont symétriques.



Symétrie axiale (fiche élève **3**)

Symétrie axiale 1

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1].

Ouvrez la macro-construction **Symétrie axiale** [SYM_AX].

Construisez une droite (AB) et un point P qui n'appartient pas à cette droite.

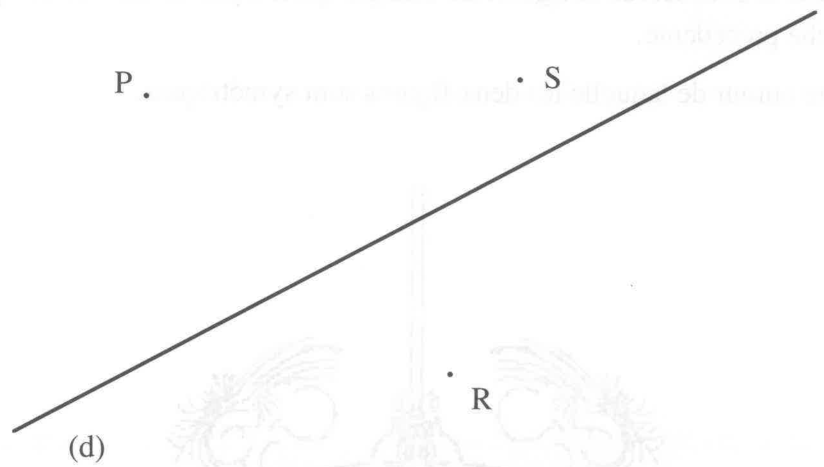
Construisez le symétrique de P par rapport à la droite (AB). Pour cette construction utilisez l'article **Symétrie axiale** du menu **Construction**. Utilisez l'aide de la macro-construction pour faire cette construction.

Appelez P' le point obtenu. Déplacez P, observez le déplacement de P' et répondez aux questions suivantes :

1) Que dire de la direction de (PP') ?

2) (PP') coupe (AB) en K. Que dire des segments [PK] et [P'K] ?

3) Sur le dessin ci-dessous construisez le symétrique de P, de R et de S par rapport à la droite (d).



4) Comment construisez vous le symétrique de P par rapport à la droite (d) ? Expliquez la construction dans le cadre. Vous pouvez vous aider de la figure.

5) Si le point P est sur la droite (d) où se trouve son symétrique ?

Symétrie axiale (fiche élève 4)

Symétrie axiale 2

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1] et la macro-construction **symétrie axiale** [SYM_AX].

Symétrique d'une droite

Construisez une droite (AB) et deux points R et S n'appartenant pas à cette droite.

Construisez les symétriques de R et S autour de la droite (AB) (ou par rapport à la droite (AB)).

Appelez R' et S' ces deux points. Construisez les segments [RS] et [R'S'].

Comparez la longueur des segments [RS] et [R'S']. Déplacez R et S .

Notez les remarques qui sont vraies dans toutes les positions possibles de R et S.

Placez un point U sur le segment [RS]. Construisez son image U'.

Où se trouve cette image ? En déplaçant U sur le segment [RS] où se déplace U' ?

Construisez la droite (RS) et la droite (R'S'). Placez un point T sur la droite (RS) et construisez son symétrique T'.

Notez les remarques qui sont vraies dans toutes les positions possibles de R et S.

Ces droites sont-elles toujours sécantes ? Précisez les cas où les droites sont sécantes et les cas où elles ne le sont pas .

Quand les droites sont sécantes, où se coupent-elles ?

Notez les remarques qui sont vraies dans toutes les positions possibles de R et S.

Symétrie et médiatrice

Construisez un point P sur la droite (AB). Déplacez le pour vérifier qu'il reste bien sur (AB). Sinon appelez le professeur.

Construisez les segments [PR] et [PR']. Mesurez ces segments.

Déplacez P sur la droite (AB). Que peut-on dire des distances que vous venez de mesurer ?

Que représente la droite (AB) pour le segment [RR'] ?

Refaites les figures de cette fiche sur votre cahier.

Symétrie axiale (fiche élève **5**)

Un cercle

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1] et la macro-construction **Symétrie axiale** [SYM_AX].

Construisez une droite (AB). Construisez deux points quelconques O et T.

Construisez le cercle de centre O passant par T.

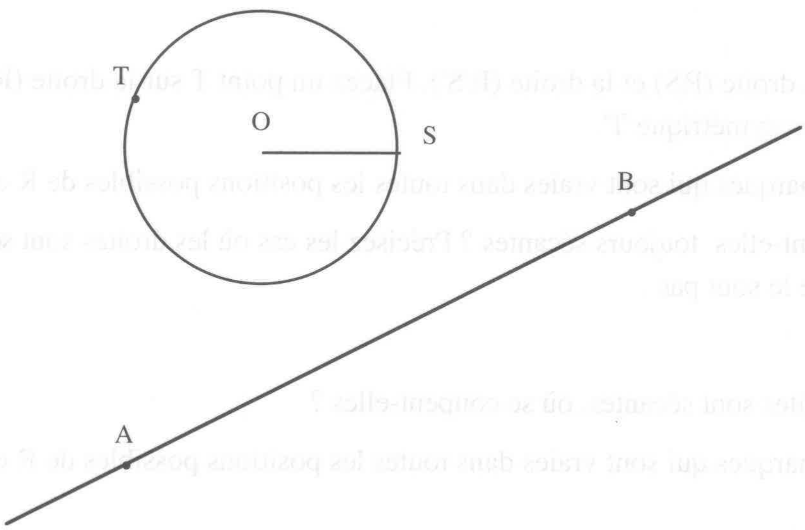
Construisez un point S sur le cercle.

Construisez le symétrique S' de S par rapport à (AB). Déplacez S et observez comment se déplace S'.

Utilisez vos observations pour construire le symétrique du cercle par rapport à la droite (AB).

Votre construction doit rester correcte quand on déplace les points de base de la figure. Sinon refaites la figure.

Demandez de l'aide au professeur .



Complétez la figure de cette feuille quand vous avez terminé dans Cabri-géomètre.

Expliquez votre construction.

Symétrie axiale (fiche élève **6**)

Construction du symétrique d'un point

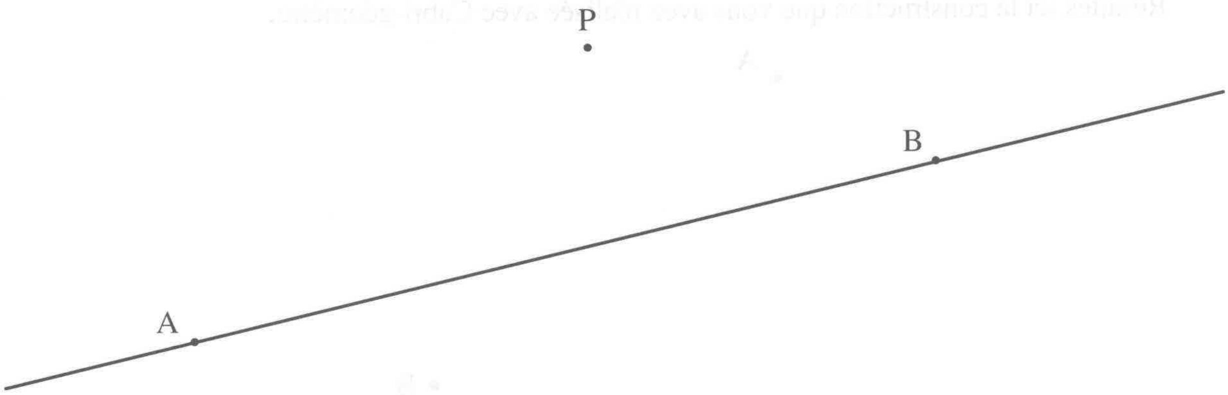
Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1].

Construisez une droite (AB) et un point P qui n'est pas sur (AB).

Vous n'avez pas aujourd'hui de menu avec **Symétrie axiale**.
C'est à vous de construire, avec les outils disponibles dans les menus, le symétrique du point P par rapport à la droite (AB).

Quand vous avez terminé déplacez P, A ou B ; le symétrique de P doit rester symétrique. Sinon appelez le professeur.

Quand vous avez terminé, refaites votre construction sur cette feuille.



Quand vous avez terminé, montrez votre travail au professeur.

Une autre méthode

Trouvez une méthode différente pour construire le symétrique de P par rapport à (AB).

Faites une figure et expliquez votre construction.

Symétrie axiale (fiche élève 7)

Retrouver l'axe

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1] et la macro-construction **Symétrie axiale** [SYM_AX].

Construisez deux points A et B.

Construisez une droite (d) de façon que A et B soient symétriques par rapport à la droite (d). Attention : votre construction doit rester correcte quand on déplace A ou B.

Comment pouvez vous vérifier votre construction ? Expliquez pourquoi vous êtes sûrs que votre construction donne bien l'axe de symétrie.

Refaites ici la construction que vous avez réalisée avec Cabri-géomètre.

Montrez votre construction au professeur.

Une autre méthode :

Trouvez une autre façon de construire l'axe de symétrie des deux points A et B.

Décrivez et faites la figure.

Symétrie axiale (fiche élève **8**)

Axe de symétrie d'un segment

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1] et la macro-construction **symétrie axiale** [SYM_AX].

Construisez un segment [AB] quelconque et une droite (XY).

Mesurez la longueur de ce segment.

Un triangle et son symétrique

Construisez le segment [A'B'] symétrique de [AB] autour de la droite (XY).

Mesurez sa longueur.

Déplacez A et B ainsi que X et Y pour observer ce qui se passe.

Qu'est-ce qui est conservé et qu'est-ce qui change quand on déplace les points de base de la figure ?

Un seul segment

Déplacez A et B façon que les segments [AB] et [A'B'] se superposent.

Que peut-on dire alors de la position du segment [AB] et de la droite (XY) ?

Déplacez X, Y façon que les segments [AB] et [A'B'] se superposent.

Que peut-on dire alors de la position du segment [AB] et de la droite (XY)?

Quel est l'axe de symétrie d'un segment ?

Symétrie axiale (fiche élève 9)

Axe de symétrie d'un triangle

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1] et la macro-construction **Symétrie axiale** [SYM_AX].

Construisez un triangle ABC quelconque et une droite (XY) .

Mesurez les côtés et les angles de ce triangle. Pour mesurer un angle il faut le marquer avec **Marquer un angle** du menu **Divers** puis le mesurer.

Un triangle et son symétrique

Construisez le triangle A'B'C', symétrique de ABC autour de le droite (XY).

Mesurez ses angles et ses côtés.

Déplacez A, B et C ainsi que X et Y pour observer ce qui se passe.

Qu'est-ce qui est conservé et qu'est-ce qui change quand on déplace les points de base de la figure ?

Un seul triangle

Déplacez A, B et C de façon que les triangles ABC et A'B'C' se superposent.

Que devient alors le triangle ABC ?

Il y a différentes façons de faire le travail précédent. Trouvez en plusieurs et expliquez.

Faites une petite figure dans le cadre pour chaque cas différent que vous trouvez.

Que pouvez-vous dire de l'axe de symétrie d'un triangle ?

Refaites sur une feuille les figures de cette fiche.

Symétrie axiale (fiche élève **10**)

Axe de Symétrie d'un cercle

Ouvrez le menu **Géomètre 1** [GEOM_1] et la macro-construction **Symétrie axiale** [SYM_AX].

Construisez un cercle (C) de centre O passant par un point A, et une droite (XY).

Construisez un point M sur le cercle et mesurez le segment [OM].

Un cercle et son symétrique

Construisez le cercle (C') symétrique de (C) par rapport à la droite (XY).

Déplacez O, A et M ainsi que X et Y pour observer ce qui se passe.

Qu'est-ce qui est conservé et qu'est-ce qui change quand on déplace les points de base de la figure ?

Un seul cercle

1- Déplacez O et A de façon à ce que les cercle (C) et (C') se superposent.

Que peut-on dire alors de la position du cercle (C) et de la droite (XY)?

2 - Déplacez X et Y de façon à ce que les cercle (C) et (C') se superposent.

Que peut-on dire alors de la position du cercle (C) et de la droite (XY)?

Que dire de l'axe de symétrie d'un cercle ?

Refaites sur une feuille les figures de cette fiche.

Le texte suivant est extrait de la brochure:

LE GÉOMÈTRE. HISTOIRES VÉCUES. au collège et au lycée IREM de Reims (1992)

Cette brochure rapporte les diverses activités qui ont été conduites par le groupe IREM informatique du département de l'Aube. Les séquences proposées concernent le collège et le lycée. Les auteurs signalent:

"Nous avons voulu à travers ce document communiquer notre expérience dans l'utilisation du **GÉOMÈTRE** dans nos classes. [...] Notre souhait est de permettre une **appropriation active et dynamique des mathématiques** par les élèves".

La séquence que nous présentons ici a pour objectif de permettre aux élèves d'améliorer leur vision des figures de l'espace, puis de mettre au point une stratégie pour construire des sections du cube.

Les auteurs racontent la façon dont ce travail a été "vécu" dans une classe de cinquième ce qui permet de se faire une idée assez nette du déroulement de la séance. Comme cela est signalé en tête d'article ce travail peut être repris à divers niveaux.

UN PAVE

Public : Classe de 5ème de 27 élèves. Ce pourrait être une classe de Seconde.

Objectifs :

- l'intersection d'un plan avec 2 faces parallèles d'un cube se fait suivant deux droites parallèles,
- intersection d'un plan et d'un cube.

Prérequis :

- quelques connaissances sur le cube ou sur le pavé,
- parallélogramme.

Place dans la progression : Après une étude du pavé ou du cube.

Durée : 2 heures.

Déroulement

Matériel : Un PC, avec tablette rétroprojetable.

Structure de la classe : Classe entière.

Etapes : Après chaque phase, à partir de la propriété mise en évidence par le logiciel, les élèves devaient compléter une figure analogue à celle présentée à l'écran sur une feuille polycopiée.

Le vécu

Un premier temps d'appropriation de la figure :

- nombre de faces, pour certains 4, d'autres 5.
- appellation des faces : base, gauche, droite, devant, derrière, haut.

Scions le pavé en suivant les traits de scie [SC] et [CI]. Le dessin 1 est réussi par tous.

Avec le logiciel, déplacement de C sur l'arête [av]. Réactions :

- I ne bouge pas,
- S non plus,
- E bouge dans le sens contraire.

Et la figure (SCIE) ?

- c'est un rectangle,
- c'est un parallélogramme.

Pourquoi ?

- parce que les côtés opposés sont parallèles,
- deux à deux.

Résultats sur le dessin 2 :

- 16 juste,
- 6 avec un parallélisme approximatif dû certainement au fait de vouloir que l'angle E soit droit. L'un d'entre eux l'a d'ailleurs explicitement noté,
- 2 juste avec une tentative pour tracer une parallèle à (CI) de partir du sommet en bas, au fond, à gauche,

- 3 faux car incomplet, ou avec E non situé sur l'arête, ou avec E situé sur le sommet en bas, au fond, à gauche.

Sur la figure suivante (*figure 4*), que constate-t-on ?

- C'est un quadrilatère, non, il a 5 côtés,
- Les côtés sont parallèles,
- non, certains sont parallèles,
- ils sont parallèles lorsque les faces sont parallèles

Ce résultat est institutionnalisé dans la phrase suivante que tous écrivent :

Lorsque les faces opposées sont parallèles, les traits de scie ont des directions parallèles.

Essayez sur la figure suivante (*dessin 3*) de tracer les traits de scie ? Combien au maximum en aurez vous ?

- 4, 5, 6 ...
- non, pas plus car il n'y a que 6 faces.

Sur ce dessin 3, 11 seulement ont fait un dessin et, systématiquement, ils ont tracé ou tenté de tracer un parallélogramme.

Pour aider, la situation avec le "petit point" et le "grand point" leur est proposée. En déplaçant successivement I et S les élèves repèrent que I, PP et GP sont alignés, sur la face du fond, que PP est dessus à l'intersection de (SC) et de l'arête du haut, au fond...

Résultats des constructions sur le dessin 4 :

- 2 continuent de représenter un parallélogramme,
- 4 s'arrêtent au repérage de PP et GP,
- 2 veulent tenir compte du parallélisme entre faces gauche et droite mais pensent que S est sur la face gauche,
- 4 tracent sur la base une parallèle à (SC) passant par GP et s'arrêtent là,
- 6 continuent mais rejoignent S au point d'intersection de la parallèle avec l'arête de la base à gauche,
- 4 construisent sur la base la parallèle à (SC) et tracent une parallèle à (CI) passant par S,
- 2 tracent sur la base des parallèles mais mal situées,
- 1 veut tenir compte des 3 parallélismes mais ne tient pas compte des arêtes,
- 2 ont des constructions justes.

Conclusion

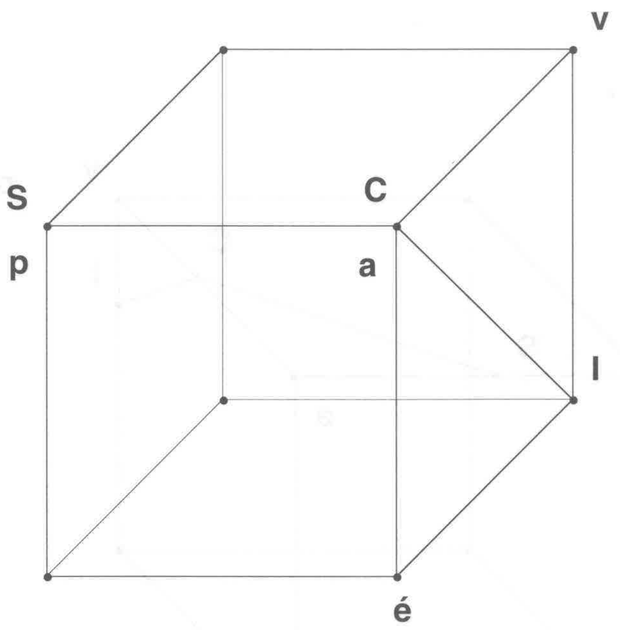
Les erreurs commises mettent en évidence la difficulté de se repérer dans l'espace à partir d'une réprésentation en perpective cavalière. Les "traits" se coupent sur le dessin sans l'être dans la réalité. Les segments représentés sont souvent à "l'intérieur". Pour aider, il est recommandé d'utiliser dans ces classes des solides en carton ou en un autre matériel, voire même d'apporter des pavés en polystyrène afin de les scier devant les élèves.

Il est, dans la deuxième partie, très difficile pour des élèves de 5ème d'imaginer des points, des droites en dehors des faces d'un pavé. Il est possible devant eux d'associer un deuxième pavé en le collant au premier par une face commune afin de pouvoir matérialiser ce qui se passe au delà du premier pavé.

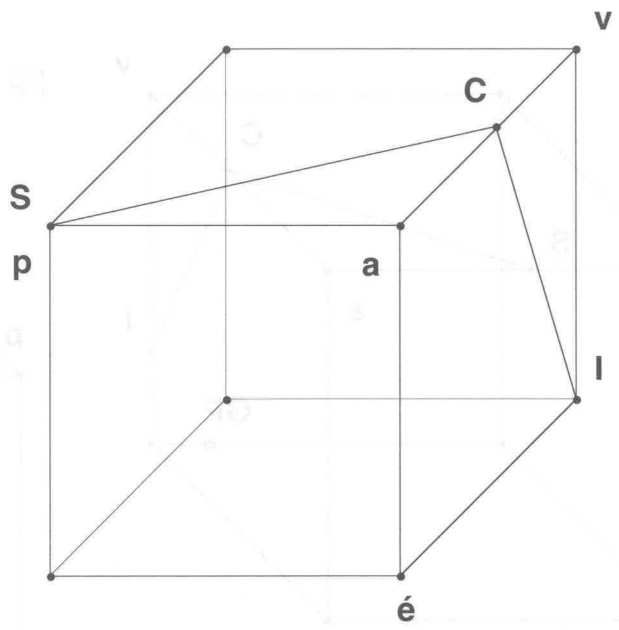
SCIER UN PAVE
Fiche Élève

Représentez sur chacune des faces de ces pavés les traits de scie.

Que constatez-vous ?



dessin 1



dessin 2

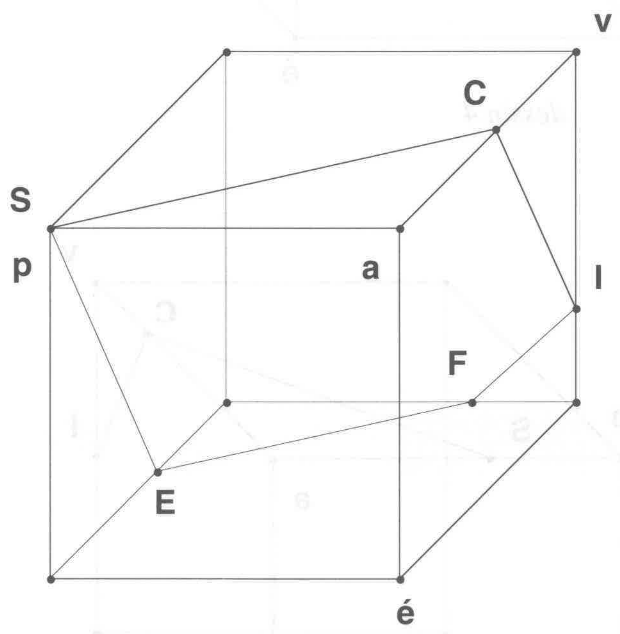
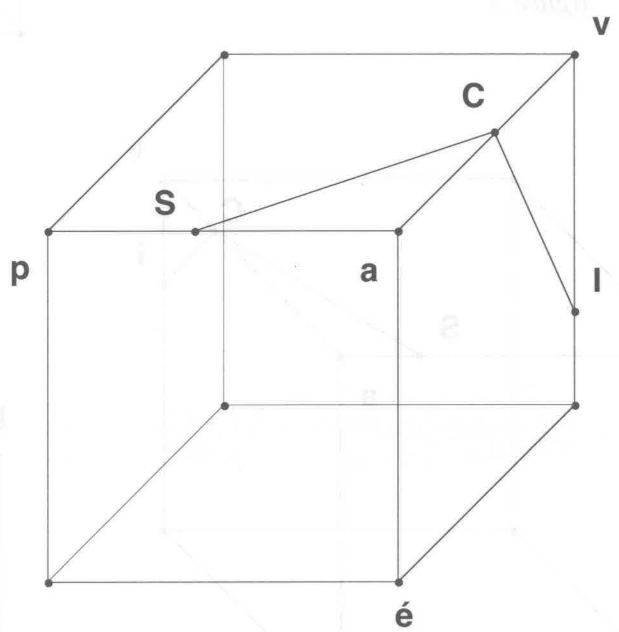


figure 4



dessin 3

SCIER UN PAVE
Fiche Élève (suite)

Représentez sur chacun de ces pavés les points pp et GP, puis les traits de scie sur chacune des faces:

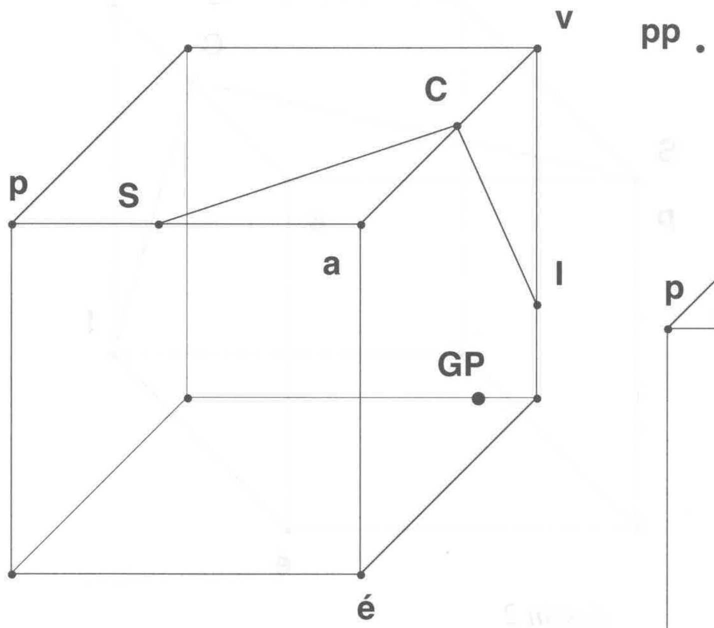
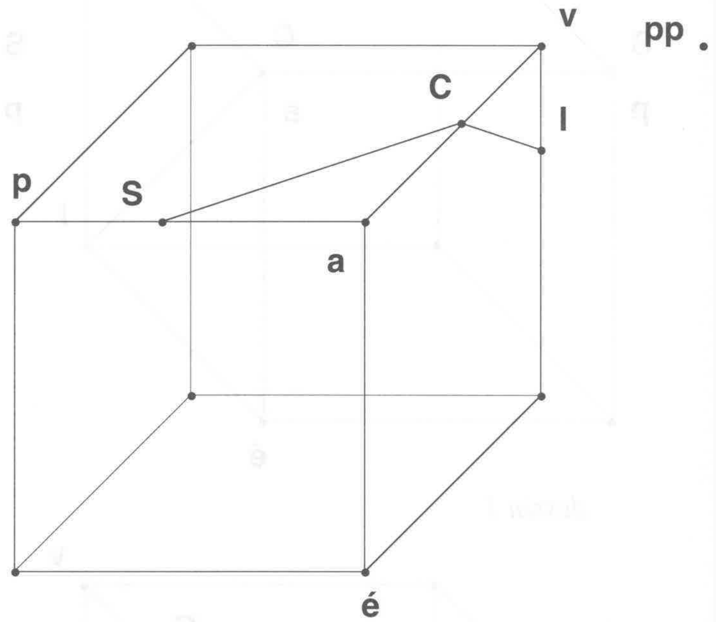
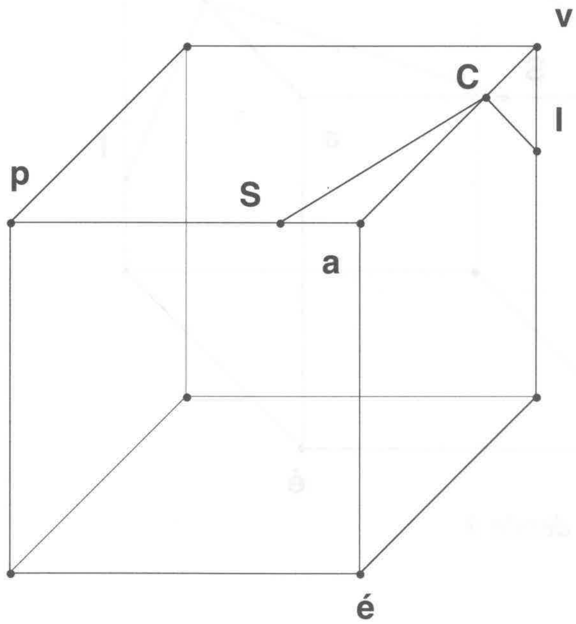


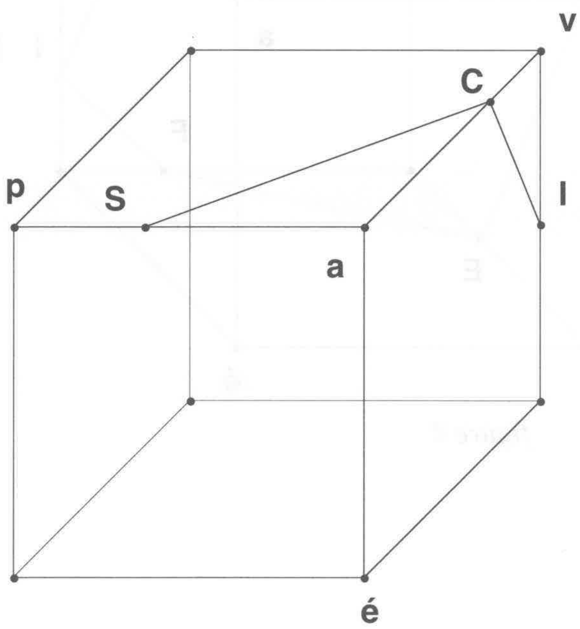
figure 5



dessin 4



dessin 5



dessin 6

Bibliographie

Les pages suivantes présentent une bibliographie en trois parties:

Tout d'abord une présentation de quelques travaux qui nous semblent constituer la "bibliothèque de base" sur le sujet.

Vient ensuite une présentation de divers articles et revues.

Enfin, une liste plus complète (mais non exhaustive) des brochures donnant des exemples d'utilisation de l'informatique dans l'enseignement de la géométrie.

Première Partie

Transformation dans le plan avec Cabri-Géomètre
En classe de troisième.

Auteur: Danièle BERGUE I.R.E.M de Rouen

Public concerné: Classe de troisième et de seconde.

Résumé : Après avoir retrouvé les caractères des quatre transformations du programme de troisième, on les compose deux à deux et on trouve les caractères de la composition résultante.

Disponible à: I.R.E.M de Rouen BP 153- 76135 MONT SAINT AIGNAN

Prix: 15 Francs + 15 Francs port

Le Géomètre, histoires vécues du collège au lycée

Auteurs I.R.E.M de REIMS

Public concerné: Collège, lycée

Résumé : Compte-rendu d'expérimentation de l'utilisation du Géomètre dans des classes. Présentation de la méthode de travail et des réactions des élèves. Sur chaque thème abordé, les fiches élèves sont jointes. Une disquette contenant les fichiers de travail est jointe au document.

Disponible à: I.R.E.M de REIMS Moulin de la Housse B.P. 347 51062 REIMS Cédex

Prix: 50 Francs

Exemples d'utilisation pédagogiques de l'ordinateur au lycée en cours de mathématiques.

Auteurs I.R.E.M de Basse Normandie

Public concerné: Lycée

Résumé: Depuis quelques années, les logiciels mis à la disposition des enseignants de mathématiques pour l'enseignement de leur discipline, se sont multipliés. Parallèlement, à la demande de l'I.P.R., une dotation en direction de nombreux lycées a été effectuée par le Conseil Régional. Certaines notions abordées en mathématiques nécessitent une approche prudente; elles sont souvent préparées par des activités. Les auteurs sont convaincus que l'outil informatique, qui jouit d'une image positive auprès des élèves, peut - et doit - prendre une place de choix. Dans cet esprit, le groupe informatique de l'I.R.E.M. de CAEN propose, dans ce document, des exemples simples, variés et volontairement modestes d'utilisations de l'ordinateur aussi bien en salle informatique que pour l'enseignant dans sa salle de **classe.**

Disponible à : I.R.E.M de Basse Normandie I.U.T ,Boulevard Maréchal Juin 14000 CAEN

Prix: 30 Francs + 12Francs port

Pytha-cabri

Auteurs : I.R.E.M de Basse Normandie

Public concerné : Classe de 5ème

Résumé : Le manuel de mathématiques de cinquième de la collection PYTHAGORE est très répandu. Il contient de nombreux exercices variés et souvent intéressants. Le groupe de travail de l'IREM de BASSE NORMANDIE sur l'utilisation de l'informatique en mathématiques précise:

"il nous a semblé que l'ordinateur permettrait de prolonger l'intérêt de certains d'entre eux. Pourquoi utiliser LE GEOMETRE pour faire les figures de certains exercices alors que le papier suffit souvent?

** D'abord, vous pouvez avoir envie de voir rapidement plusieurs cas de figures particulières, le logiciel vous permet en faisant glisser un point de voir comment la figure se déforme, de mettre en évidence des conservations de propriétés, de formuler des conjectures...*

** Vous pouvez souhaiter sortir sur table traçante une figure pour en faire un transparent rétroprojetable.*

** Enfin, pour permettre de faire des photocopies, nous joignons une version papier de chaque figure."*

Disponible à : I.R.E.M de Basse Normandie I.U.T ,Boulevard Maréchal Juin 14000 CAEN

Prix: 50 Francs + 21Francs port

Apprendre et pratiquer la géométrie avec l'ordinateur

Auteurs I.R.E.M de Orleans

Public concerné: Lycée

Résumé : Cette brochure réunit différentes séquences expérimentées dans les classes et des activités utilisées lors de stages de formation d'enseignants. Les séquences proposées sont de deux types:

-des **scénarios de cours-TD** où le professeur apporte des informations théoriques nouvelles et aide à les mettre en pratique ; un seul ordinateur connecté à une tablette rétroprojetable suffit alors pour visualiser les situations proposées,

- des **fiches élèves pour les TD** qui peuvent être utilisées telles quelles dans les classes ; elles sont accompagnées d'une fiche destinée au professeur expliquant les objectifs visés et le contexte dans lequel elles ont été expérimentées.

Les fichiers associés à ces différents travaux sont rassemblés sur la disquette accompagnant cette brochure.

Trois des "morceaux choisis" sont tirés de cette brochure.

Disponible à : I.R.E.M d'Orléans

Prix: 80 Francs

Enseigner la géometrie plane en intégrant l'outil informatique (niveau collège)

Auteur : I.R.E.M de Montpellier

Public concerné: Collège.

Sommaire :

Disponible à: I.R.E.M de Montpellier Université Montpellier II Sciences et techniques du Languedoc 34095 Montpellier CEDEX 5

Prix: 45 Francs (fascicule)+ 25Francs (disquette)

Activités Mathématiques avec Imagiciels

Dans cet ensemble de logiciels et de brochures co-produit par le Ministère (DLC 15) et par le Cnam (C.R.E.E.M), de nombreuses activités concernent la géométrie. Cet ensemble a été très largement diffusé par le C.R.D.P. de Poitiers. Il est bien difficile de résumer l'ensemble des nombreuses propositions décrites ou suggérées dans ces brochures, auxquelles le lecteur pourra sans difficultés se reporter. Aussi nous contentons-nous de citer quelques lignes de l'avant-propos des brochures destinées aux classes de premières et terminales:

" *À partir de problèmes pédagogiques qu'ils ont identifiés sur ces thèmes, les enseignants du CREEM ont élaborés des outils (séquences pédagogiques et outils logiciels) qui leur paraissaient apporter des éléments de réponse pertinents.*

Ils fournissent avec ces brochures un ensemble d'imagiciels, logiciels qui permettent:

- *d'illustrer et d'explorer de nouveaux concepts, à travers des situations variées,*
- *de conjecturer des propriétés,*
- *dans certains cas d'effectuer des vérifications,*

en mettant à profit les possibilités de paramétrage et de simulation qu'offre l'ordinateur.

Lors de la création des imagiciels dédiés à l'illustration de certaines situations pédagogiques qu'il présente (en géométrie plane, en géométrie dans l'espace), le CREEM a été amené à constituer ses propres outils généraux de fabrication d'imagiciels. Ces outils (logiciels de représentation de figures planes et dans l'espace) sont également mis à la disposition des enseignants dans les brochures correspondantes."

"Faire des mathématiques au collège avec l'ordinateur" "Faire des mathématiques au lycée avec l'ordinateur"

Ces documents sont issus des travaux menés dans les groupes de réflexion académiques au sein des rectorats. Ils constituent une première synthèse des points forts mis en évidence par ces travaux. Cette synthèse a été élaborée par le bureau DLC 15 du Ministère de l'Education Nationale à partir des brochures académiques qui lui sont parvenues avant février 1993 (c'est actuellement le bureau DITEN B2 qui est chargé de ce dossier).Ces deux brochures présentent aux enseignants diverses pistes d'utilisation de l'outil informatique en Mathématiques à travers des exemples de séquences pédagogiques qui permettent d'illustrer les apports de cet outil à l'enseignement des Mathématiques.

De plus, on y trouve une liste avec classement thématique de toutes les séquences pédagogiques utilisant l'outil informatique envoyées par les académies. Une présentation succincte d'un certain nombre de logiciels et une liste thématique indiquant, selon les thèmes étudiés et le niveau d'enseignement, des logiciels utilisables avec les élèves y figurent également. Voici le sommaire de chacune de ces brochures:

Faire des mathématiques au Lycée avec l'ordinateur

Faire des mathématiques au collège avec l'ordinateur

Seconde Partie.

Petit x - IREM de Grenoble, BP 41, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex -

N° 22 : "Une activité pour l'introduction de la géométrie tridimensionnelle en troisième à l'aide de l'ordinateur" (1989-90) par Iman Osta.

N° 24 : "Géométrie et informatique : vers la médiatrice. L'expérimentation : lieu d'interaction entre la problématique du chercheur et celle de l'enseignant" (1989-90) par Franck Bellemain et Monique Gérente.

N° 29 : "Une utilisation du logiciel CABRI-GEOMETRE en 5ème" (1991-92) par Danielle Bergue.

N° 33 : "Modifications de menus dans CABRI-GEOMETRE : des symétries comme outils de construction" (1992-93) par Bernard Capponi.

Repères - Editions Topiques, 24 rue du 26 ème B.C.P., 54 700Pont à Mousson -

N° 9 : "DEFI : Outil de révélation du rôle de la figure et d'apprentissage de la démonstration au collège" (Octobre 1992) par Saddo Ag Almouloud.

N° 10 : "CHYPRE : un logiciel d'aide au raisonnement" (Janvier 1993) par Philippe Bernat.

N° 12 : "Les tribulations d'un pentagone" (Juillet 1993) par Michel Carral et Roger Cuppens.

Cabriole - IREM de Grenoble, BP 41, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex -

Petit journal des utilisateurs de CABRI-GEOMETRE (et de ses concepteurs) . On y trouve des trucs, des idées et des astuces pour utiliser le logiciel CABRI-GEOMETRE dans l'enseignement de la géométrie. Abonnement 93 n° 1 à 5, abonnement 94 n° 6 à 10.

Dans chaque numéro, on retrouve les rubriques : "*Cabri en classe*", "*Comment faire*", "*Trucs et astuces*", "*Courrier des lecteurs*", "*Cabri dans l'actualité* " ou "*La parole est aux concepteurs* ".

abraCAdaBRI-Les cabricôtiers, BP 19 F-97432Ravine des Cabris-La Réunion.

Journal bimestriel consacré à CABRI-GEOMETRE-6 numéros parus-

Sous le sous-titre "Osez la géométrie avec CABRI", les auteurs nous proposent des rubriques régulières : "*Cabri au collège*", "*Cabri au lycée* ", "*Cabri dans l'espace* ", "*Le coin du hacker*", "*Quand Alice fait du Cabri* " et un "*Espace lecteurs*".

EPI - 13, rue du Jura, 75 013 PARIS -

N° 58 : "CALQUES GEOMETRIQUES, un logiciel pour aider à la compréhension des figures géometriques" (Juin 1990) par Philippe Bernat.

N° 59 : "Autour du logiciel EUCLIDE, un groupe de recherche-action au CAFIP de Douai" (Septembre 1990) par André Bailleux.

N° 60 : "Activités pour les classes de sixième et de cinquième sur la symétrie centrale et la symétrie orthogonale (avec LOGO)" (Décembre 1990) par Elisabeth Gallou et Edgar Marka.

N° 66 : "Une expérience en LOGO et géometrie à l'école élémentaire" (Juin 1992) par Daniel Gobert.

N°67 : "Faire de la géométrie avec EUCLIDE (dès la classe de sixième)" (Septembre 1992) par Guy Mazat.

N° 69 : “Des cubes, comme s’il en pleuvait ... ou la genèse d’un logiciel de géométrie dans l’espace” (Mars 1993) par David Lefebvre.

N° 70 : “L’intégration de l’ordinateur dans l’enseignement de la géométrie en temps que projet de formation continue aux U.S.A.” (Juin 1993) par Richard Allen.

N° 72 : “Apports de l’ordinateur à l’enseignement de la géométrie dans l’espace en classe de 1èreS “ (décembre 1993). Pierrette Kiffer et Angel Paléo présentent un travail avec les logiciels GEOSPACE et INTERSEC.

APMEP - 26 rue Duméril, 75 013 PARIS -

N° 371 : “Imagiciels pour la classe de seconde” (Décembre 1989) par l’équipe du CREEM-CNAM.

N° 375 : “La section du cube assistée par ordinateur” (Septembre 1990) par François Duc.

N° 391 : “Inscrit dans une église. A réinscrire sur un écran” (Décembre 1993) par Marc Laura.

PLOT -Editions PLOT-APMEP, Université, BP 6 759, 45 067 Orléans, Cédex 2 -

N° 43 : “Logiciels d'aide à la résolution de problèmes de géométrie” (Juin 1988) par Régis Gras, Marie-Danielle Fontaine, Italo Giorgiutti et Annie Larher.

N° 53 : “EUCLIDE : Un outil pour la géométrie” (Décembre 1990) par Michel Billard.

N° 55 : “L'espace en seconde” (Juin 1991) par Michèle Dupérier et Yves Bouteiller.

N° 56 : “Mathématiques animées” (Septembre 1991) par Michèle Dupérier et Yves Bouteiller.

N° 58 : “LE GEOMETRE, suite et ... fin” (Avril 1992) par Michèle Dupérier et Yves Bouteiller.

N° 61 : “Fichier informatique d'exercices” (Décembre 1992) par R. Belloeil

N° 61 : “Imagiciels en 1èreS” (Décembre 1992) par l'équipe "Imagiciels" du CREEM-CNAM.

N° 63 : “Atelier CABRI-GEOMETRE” (Juin 1993) par Colette Laborde et Frank Bellemain.

N° 63 : “Le GEOPLAN” (Juin 1993) par D. Missenard et A. Varoquaux.

TANGENTE -Editions Archimède, 5 rue Jean Grandel, 95 100 Argenteuil -

Mentionnons cette revue pour mémoire car, pleine d’idées mathématiques, elle peut servir de point de départ à de nombreuses activités pédagogiques, en géométrie, sur ordinateur.

Troisième partie

Brochures et livres traitant uniquement de la géométrie

Actes de l'Université d'été "Informatique et Enseignement de la Géométrie" (Toulouse Sept. 1990, publié en Fév. 1991)

Commission Inter-IREM "Math et Informatique", édité par l'IREM de Toulouse

A côté d'articles de réflexion ou généraux sur le sujet, présentations et exemples d'utilisations de logiciels en classe de Calques Géométriques, Dessiner l'Espace, Imagéo, Euclide.

Compte-rendu de l'Université d'été "Enseigner la Géométrie avec l'Ordinateur" (Douai Juillet 1991)

André Bailleux CAFIP Centre IUFM 264 rue d'Arras 59500 Douai

A côté d'articles de réflexion ou généraux sur le sujet, séquences de T.D. (collège et lycée) utilisant Le Géomètre, Dessiner l'Espace, Graphix, Calques Géométriques, Pratiquer l'Espace.

Compte-rendu de l'Université d'été "Enseigner la Géométrie avec l'Ordinateur" (Douai Juillet 1992)

André Bailleux CAFIP Centre IUFM 264 rue d'Arras 59500 Douai

Présentation de logiciels (Chypre et Mentoniezh), séquences de T.D. (collège et lycée) utilisant Le Géomètre, Calques Géométriques, Pratiquer l'Espace.

Actes de l'Université d'été sur Cabri Géomètre (Grenoble Juillet 93) (à paraître)

Comptes rendus d'utilisations de Cabri Géomètre en classe. Reflexion plus générale sur l'utilisation du logiciel (aspect didactique).

Cabricolages (1992)

S. Lugon et M. Chastellain - L.E.P. Lausanne (50 FS livre du maître + livre de l'élève + disquette)

Compte rendu de l'utilisation "intensive" de Cabri-géomètre dans des classes de niveau collège (ce logiciel équipe tous les établissements du canton de Vaud), exemples d'activités, contexte d'utilisation, réflexions pédagogiques et didactiques.

Expérimenter en mathématiques avec Le Géomètre (1994)

Yves Martin Editions Archimède 11 bis allée H. Wallon 95100 Argenteuil (250.00 F)

Plus de 100 fiches élèves couvrant les chapitres de géométrie de 2nde et 1ère, accompagnées d'un manuel pédagogique et d'une disquette regroupant les macros commandes et constructions utilisées; possibilité d'achat d'une "licence sur site".

Autres brochures et livres
(seuls les sujets touchant à la géométrie sont décrits)

Exemples d'Utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur en classe de 2nde (Déc. 1990)

IREM de Lyon - MAFPEN de Lyon

en vente à l'IREM de Lyon - Univ. C. Bernard - 43 bd du 11 Novembre 1918 - 69622 Villeurbanne Cedex (60.00 F)

Quatre comptes rendus d'utilisations (séances de T.D.) dont une sur la géométrie dans l'espace.

Exemples d'Utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur au lycée (Janv. 1993)

IREM de Lyon - MAFPEN de Lyon (en vente à l'IREM de Lyon 60.00 F)

Cinq comptes rendus d'utilisations dont aide à la recherche de problèmes en géométrie, situation-problème / ordinateurs-ressources.

Mathématiques et Informatique (Sept. 94)

MAFPEN CRDP de Besançon - édité par le CRDP de Besançon 1 rue des Fusillés 25000 Besançon

Niveau collège et lycée. Exemples d'activités en classe (cours ou T.D.) dont la symétrie axiale, les angles en 6e, transformation non affine en 2e et géométrie dans l'espace en 2e ou 1e.

Outils Informatiques pour les Mathématiques au lycée (1991-1992)

IREM d'Aix-Marseille (20.00 F)

Présentation du Géomètre et exemples d'utilisations en classe.

Outils informatiques pour l'enseignement modulaire en mathématiques (1993)

MAFPEN de l'académie d'Aix-Marseille - Place Lucien Paye - 13621 - Aix en Provence

"Fiches-élève" et "fiches-professeur" sur les thèmes suivants : vecteurs, homothétie, géométrie dans l'espace, le tout dans l'optique des modules de la classe de seconde. Logiciels utilisés : les Imagiciels, Le Géomètre.

Bulletin de liaison de la commission Inter-IREM "Mathématiques et Informatique" (Mai 1991)

Edité par l'IREM de Toulouse - 118 route de Narbonne - 31062 Toulouse Cedex

Articles sur le Géomètre

Mathématique et Informatique sans frontières (Avril 1993)

Institut Romand de recherches et Documentation Pédagogiques (IRDP) C.P. 54 CH-2007 Neuchâtel

MAFPEN Besançon - Fort Griffon 25000 Besançon

Compte rendu d'une journée d'étude Franco-suisse. Un des thèmes abordés : "Géométrie et ordinateur". Présentations d'utilisations de l'ordinateur en classe de Mathématiques au niveau collège et lycée. L'IRDP a publié plusieurs documents sur le sujet.

Enseignement Illustré par Ordinateur (Sept. 1992)

IREM de Brest - UFR Sciences et Techniques 6 av V. le Gorgeu 29287 Brest Cedex (40.00 F)

Compte rendu du groupe de travail E.I.O. du lycée Kerichen de Brest, utilisant Cabri Géomètre (sur Macintosh).

Brochures de l'IREM de Rennes ...

<u>Cassette vidéo</u> **: La puce, la souris et Le Géomètre** (Nov. 1992)

SUFMF (et IREM) Université d'Orléans rue de Chartres B.P. 6759 45067 Orléans Cedex 2

Outil de formation, à usage de formateurs, présentant une utilisation du logiciel Le Géomètre en T.D. et en classe entière sur le thème de l'homothétie (durée 22 mn).

IREM de Brest - CIR Sciences et Techniques 6 av. V. Le Gorgeu 29287 Brest Cedex (30,00 F)

Compte rendu du groupe de travail ELAO du Cycle Recherche de Rennes, utilisant Cabri Géomètre sur Macintosh.

Brochures de l'IREM de Rennes ...

Cassette vidéo : La puce, la souris et Le Géomètre (Nov. 1990).

SCEREM de l'IREM Université d'Orléans rue de Chartres B.P. 6759 45067 Orléans Cedex 2

Durée : [illegible] minutes, à usage de formateurs, présentant une utilisation du logiciel Le Géomètre en [illegible] en classe entière sur le thème de l'hermétisme [illegible].

ACHEVÉ D'IMPRIMER
SUR LES PRESSES DE
L'IMPRIMERIE CHIRAT
42540 ST-JUST-LA-PENDUE
EN AVRIL 1995
DÉPÔT LÉGAL 1995 N° 1009

IMPRIMÉ EN FRANCE