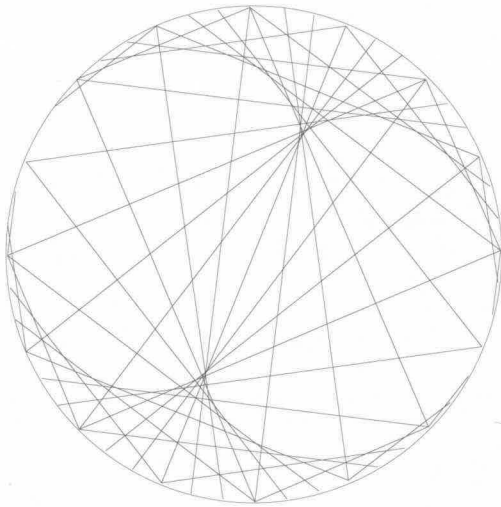
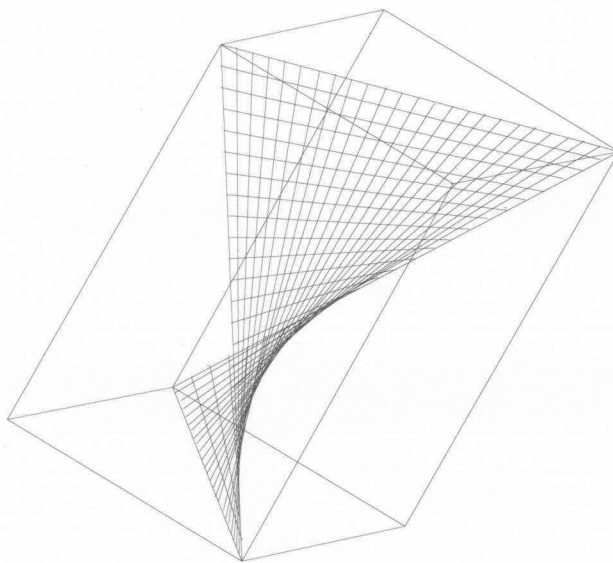


**COMMISSION INTER-IREM  
MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE**



**APPORTS DE L'OUTIL INFORMATIQUE  
À L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE**



**1994**



**Commission Inter-IREM  
Mathématiques et Informatique.**

**Apports de l'outil informatique  
à l'enseignement de la  
Géométrie.**



## Sommaire

Introduction.....	1
Nécessité et richesse d'une interaction entre concepteurs des outils informatiques, didacticiens et formateurs dans l'enseignement des mathématiques <i>par Dominique Guin</i> .....	5
Outil informatique, enseignement des mathématiques et formation des enseignants <i>par Michèle Artigue</i> .....	17
Morceaux choisis. ....	33
Une utilisation du logiciel "Géomètre" en 5ème <i>par l'Irem de Rouen</i> .....	35
Les ordinateurs-ressources <i>par l'Irem de Lyon</i> .....	44
Introduction des coniques <i>par l'Irem d'Orléans</i> .....	58
Bien comprendre la notion de courbes paramétrées <i>par l'Irem d'Orléans</i> .....	65
A propos de dessiner l'espace <i>par l'Irem d'Orléans</i> .....	73
Enseigner la géométrie plane en intégrant l'outil informatique <i>par l'Irem de Montpellier</i> .....	79
Symétrie axiale en sixième <i>par l'équipe Cabri--Géomètre</i> .....	91
Un pavé <i>par l'Irem de Reims</i> .....	105
Bibliographie .....	109



## Introduction

### 1 Pourquoi cette brochure

La géométrie est un point fort de l'enseignement des mathématiques en France. Il n'est donc pas étonnant que de nombreuses recherches aient été menées, notamment au sein des IREM, sur ce thème et en particulier sur les apports d'outils informatiques spécifiques à cet enseignement.

Après des premiers travaux de pionniers, la première grande étape du développement de l'utilisation de l'ordinateur en classe de géométrie et de recherche sur les pratiques correspondantes peut être associée à la diffusion de Logo. Des "micro-mondes", tel Euclide, spécifiquement consacrés à la géométrie "scolaire" sont venus compléter cet environnement Logo. Les publications des IREM sur Logo et Euclide sont nombreuses (et certains articles sont toujours d'actualité). Parallèlement, on a vu apparaître des imagiciels ayant comme objectifs d'aider à l'apprentissage ou de présenter des animations sur des thèmes précis (les quadrilatères, la symétrie orthogonale, le calcul vectoriel...)

Ces deux voies, à des degrés divers, ont permis d'explorer diverses pistes de recherche concernant :

- le domaine de l'apprentissage,
- la didactique de la géométrie,
- les rapports entre l'élève et l'ordinateur et le rôle de ce dernier dans l'apprentissage.

Toutes ces recherches, mais aussi, l'évolution des matériels et l'arrivée d'une nouvelle ergonomie (souris, menus déroulants ...) sont à l'origine du développement d'une deuxième génération d'outils dont nous disposons aujourd'hui.

Par ailleurs le domaine de la démonstration automatique et de la modélisation des démarches de démonstration est, lui aussi, l'objet de travaux de recherche et de production de logiciels. Leur nombre est encore limité et il s'agit le plus souvent de prototypes ou d'outils dont on commence à étudier les conditions d'intégration dans la classe. Ces recherches, qui relèvent du domaine de l'Intelligence Artificielle, permettent d'envisager la conception d'Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateurs (autrefois désignés par tutoriels intelligents).

L'introduction de nouveaux outils nécessite une réflexion fondamentale sur leur conception, leurs apports spécifiques et sur les modifications qu'ils induisent dans les situations d'apprentissage. La première partie de la brochure est consacrée à cet aspect. L'expérience acquise dans les IREM montre que les logiciels sont d'autant plus performants qu'ils ont été élaborés, dès leur conception, dans une interaction étroite entre informaticiens, didacticiens, formateurs et enseignants de terrain. Dominique Guin, qui participe à cette réflexion depuis de nombreuses années, montre la nécessité et la richesse d'une telle interaction, mais aussi les exigences qu'elle induit en terme de formation des enseignants. Depuis que l'informatique est arrivée à l'école, Michèle Artigue porte son regard de didacticienne sur des classes travaillant avec des logiciels: dans son article, elle met en évidence les profondes modifications (positives ou négatives) apportées par l'outil informatique dans le triangle

“maître, élève, savoir”. La lecture de ses réflexions peut nous éviter bien des illusions et des déconvenues.

Les “morceaux choisis” qui suivent permettent d’apprécier la diversité et la richesse du travail des équipes et de se faire une idée des multiples usages de l'ordinateur dans la classe. Une bibliographie commentée permet enfin à tous ceux qui le désirent de poursuivre la réflexion que, nous l’espérons, cette brochure aura suscitée.

## 2 Pourquoi enseigner la géométrie avec l'ordinateur

Les logiciels d'aide à la gestion de la figure sont nombreux, les utilisations de l'ordinateur pour l'enseignement de la géométrie sont multiples. Les quelques exemples présentés dans cette brochure sont là pour illustrer des idées d'activités géométriques, les scénarios proposés peuvent souvent être transposés sur d'autres logiciels.

### 2.1 Aide à la formulation, à la précision du langage

Pour réaliser une figure, ou pour en donner un programme de construction, il faut être précis, l'ordinateur oblige à décrire toutes les étapes, réfléchir sur le statut des objets géométriques considérés. Exemples :

- De nombreux élèves disent ou écrivent : "*Je trace la perpendiculaire à la droite (AB)*", l'ordinateur les obligera à préciser "*qui passe par le point C*".
- On lit dans un exercice : "*Soit un triangle ABC et son cercle circonscrit*", l'enseignant pour réaliser la figure au tableau trace un cercle, choisit trois points sur le cercle et trace enfin le triangle; il conseillera même à ses élèves de procéder ainsi pour gagner du temps. Cette réalisation de la figure est en effet beaucoup plus simple, mais on perd du même coup une part du sens du cercle circonscrit qui est mis en évidence par la construction des médiatrices. Avec l'ordinateur, on peut suivre l'énoncé sans rendre la construction trop laborieuse, on doit même le faire, dans certains cas, sous peine de surprise dans l'utilisation ultérieure de la figure.
- Quand on demande à un élève "*Reproduis la figure*", un travail sur papier est relativement tolérant, l'élève pouvant se contenter de faire un dessin ressemblant sans remarquer les propriétés de la figure ; au contraire l'ordinateur demande une meilleure observation, une meilleure analyse de celle-ci afin d'en comprendre la logique.

### 2.2 Aide à la conceptualisation, à la formalisation

Que représentent dans la tête d'un élève les phrases ou expressions suivantes :

- "un triangle quelconque",
- "dans un triangle isocèle, la médiane est en même temps hauteur, médiatrice et bissectrice",
- "l'orthocentre d'un triangle ABC rectangle en A est le point A ; celui d'un triangle ayant un angle obtus est à l'extérieur du triangle".

L'ordinateur peut jouer un grand rôle dans l'élaboration des concepts sous-jacents, des images mentales ; on pourra ainsi dans les trois exemples ci-dessus :

- dessiner un triangle, le déformer (en gardant les propriétés des autres éléments de la figure) et générer ainsi un triangle "pouvant avoir n'importe quelle forme ... quelconque";

- dessiner un triangle, une médiane, une hauteur, une médiatrice et une bissectrice, puis déformer le triangle jusqu'à le rendre isocèle et voir en même temps les quatre droites se confondre (il s'agit ici de "voir", aucune démonstration n'étant fournie par l'ordinateur, celle-ci devra être faite ensuite si le maître le juge utile);
- dessiner un triangle et ses trois hauteurs, déformer celui-ci et observer ce qui se passe.

Le rapport entre dessin et objet géométrique et l'aide qu'apporte l'outil informatique dans l'apprentissage de la notion de figure sont décrits, par exemple, dans l'article de C. Laborde et B. Capponi, "*Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique*" (RDM n°14 1.2 p. 165 à 210). Les auteurs remarquent:

*" Les rapports entre dessin et objet géométrique peuvent être grossièrement caractérisés par le fait que des propriétés de l'objet géométrique se traduisent graphiquement par des relations spatiales. Il importe cependant de souligner la complexité des rapports entre dessin et objet géométrique:*

*(i) d'une part un dessin géométrique n'est pas nécessairement interprété par son lecteur comme renvoyant à un objet géométrique,*

*(ii) d'autre part les interprétations d'un même dessin en tant que signifiant d'un objet géométrique sont multiples pour deux raisons: la première tient à ce que les interprétations dépendent du lecteur et de ses connaissances, la deuxième tient à la nature même du dessin; à lui seul il ne peut caractériser un objet géométrique."*

### **2.3 Simulation, exploration d'une situation**

L'ordinateur permet de faire des mathématiques "expérimentales" à moindre coût: par exemple, en étudiant des cas de figure différents, on découvre des propriétés, on met à l'épreuve des conjectures, on remarque des configurations qui donneront des idées pour la démonstration. Mais il convient, bien entendu, de mettre en évidence la différence entre expérimenter et démontrer.

Les situations étudiées paraissent souvent plus riches quand on utilise l'ordinateur car la manipulation de la figure amène les élèves à étudier des cas particuliers ou à généraliser des résultats, à proposer un prolongement à un exercice ...

Les problèmes de recherche de lieux de points se prêtent à une exploration/illustration par l'ordinateur.

En géométrie de l'espace l'ordinateur peut aider les élèves à mieux comprendre, à mieux voir la figure, à étudier de façon dynamique les différentes projections utilisées, à mettre en évidence les problèmes posés par la représentation en deux dimensions d'une situation en trois dimensions (droites non coplanaires dont les projections ont un point d'intersection, droites non parallèles dont les projections sont parallèles, représentation de droites orthogonales, mesures ou comparaisons d'angles, de longueur ...).

### **2.4 Travail sur d'autres classes de problèmes**

Il devient possible grâce à l'ordinateur de résoudre des problèmes plus complexes et qui n'ont plus le caractère "évident" de certains exercices proposés aux élèves. Sur de tels problèmes, l'élève aura plus de plaisir et de motivation à chercher puis, sans doute, à démontrer.

Dans de telles situations, il sera parfois intéressant de poser des "problèmes sans question", l'élève en déformant la figure ou en étudiant des cas particuliers observera des configurations remarquables, devra formuler des hypothèses, des questions et se trouvera plus dans une situation de recherche et moins dans une situation scolaire.

Un même problème pourra être étudié selon plusieurs points de vue, par exemple :

- par la géométrie des configurations,
- analytiquement (l'usage d'outils de calcul formel pourra être précieux);
- en mettant en évidence des transformations ...

La géométrie devient aussi une source de problèmes d'analyse dans la mesure où une expérimentation est facile à réaliser.

Quelques types de problèmes sont beaucoup plus accessibles (faciles) ou plus intéressants à traiter en utilisant l'ordinateur :

- recherches de lieux,
- problèmes de constructions par "abandon de contrainte",
- optimisation,
- problèmes mettant en oeuvre des transformations ...

### 3 Perspectives

Le contenu de cette brochure reflète, pour une part, ce qui se passe dans les IREM. Des pans entiers sont restés dans l'ombre, sur lesquels il est important que des équipes réfléchissent et produisent. Nous pouvons citer par exemple l'utilisation de logiciels de calcul formel en géométrie analytique, mais aussi l'automatisation possible de certaines démonstrations ou l'apparition d'environnements multi (ou hyper) média et les questions qu'ils posent sur l'organisation du savoir (articulation entre différents micro-mondes, coordination de divers registres, etc...).

Du côté des logiciels, on a vu et on voit toujours fleurir un nombre important de nouveaux produits. Pour que ces produits puissent être utiles au plus grand nombre il est nécessaire que **l'interaction formateurs-chercheurs-concepteurs** soit beaucoup plus large et ait lieu à toutes les étapes de la fabrication : conception, développement, mise au point ... Des équipes IREM peuvent sans doute être impliquées dans ce type de travail.

L'introduction de ces nouveaux outils modifie les comportements et les conceptions des enseignants ainsi que ceux des élèves. Les groupes IREM peuvent contribuer, par leur pratique, mais aussi par une réflexion au sujet de cette pratique, à faire prendre conscience de ces transformations. Il faudra en évaluer la portée, mettre en évidence les aspects positifs, souligner les pratiques illusoire, mesurer les complémentarités et les tensions avec la situation "papier-crayon". Il n'est pas interdit de penser que le contenu même de l'enseignement de la géométrie pourrait en être modifié.

pour la commission: J.F. Canet.

## Nécessité et richesse d'une interaction entre concepteurs des outils informatiques, didacticiens et formateurs dans l'enseignement des mathématiques

Mme Dominique GUIN, équipe ERES, Université Montpellier 2.

### 0 A quoi peut servir un outil informatique dans l'enseignement?

Si l'objectif visé dans la conception d'outils technologiques est la mise en place d'un *milieu* qui favorise l'apprentissage par l'*adaptation* qu'il nécessite de la part de l'élève, cet objectif ne peut être atteint sans une *interaction* transdisciplinaire entre informaticiens, didacticiens et formateurs.

Lorsque nous choisissons d'employer un dispositif différent, nous souhaitons qu'il permette à nos élèves de *modifier* le regard qu'ils portent sur les mathématiques. Ce dispositif va modifier l'environnement, il apportera ses propres contraintes, il mettra en lumière certains aspects des mathématiques et projettera son ombre sur d'autres [Canet 94].

C'est l'adaptation à la composante *active* du milieu qui doit provoquer l'apprentissage [Artigue 94]. Ainsi, les outils technologiques permettant une approche graphique de l'analyse ouvrent la possibilité d'un travail spécifique sur l'*articulation* des registres algébrique et graphique qui n'est pas envisageable dans l'environnement traditionnel. C'est ce travail qui va provoquer chez l'élève une *réorganisation* des connaissances : M. Artigue, en évoquant la recherche pilotée par A. Schoenfeld, met en évidence que, pour arriver à une conception de la pente correctement articulée entre les pôles algébrique et graphique, c'est tout un *réseau cognitif* qu'il faut modifier.

Les outils cognitifs que R. Pea nomme "cognitive technologies" [Pea 87] ont donc un rôle d'*amplification*, mais aussi de *réorganisation* des connaissances : ils permettent non seulement de "faire plus et plus vite", mais aussi de "faire autrement" en utilisant la spécificité du milieu. Ainsi, par exemple, on peut envisager d'utiliser la facilité du changement de registres pour modifier les procédures de résolution en interprétant, validant ou conjecturant des faits [Canet 94]. La maîtrise de ces procédures manifestera une nouvelle structuration des connaissances dans la conceptualisation mathématique de la notion de fonction.

Lors de la mise au point des premiers logiciels éducatifs, les objectifs à atteindre dans la conception de ces outils technologiques n'étaient pas explicités, et c'est l'expérimentation de ces logiciels (souvent produits par des individus informaticiens ou enseignants en mathématiques) qui a permis de préciser la demande des didacticiens, formateurs et enseignants. C'est pourquoi la nécessité de l'interaction transdisciplinaire entre informaticiens, didacticiens et formateurs ne paraissait pas si cruciale à l'époque.

Au cours des dix dernières années cette interaction s'est développée progressivement. Nous pouvons déjà entrevoir l'avance significative qu'elle permet dans chaque discipline. Nous présenterons succinctement quelques exemples afin d'argumenter cette prise de position.

## I Un outil technologique de grande notoriété peut s'avérer inadapté pour l'enseignement

Considérons le fameux tuteur intelligent Geometry Proof Tutor conçu par une équipe de chercheurs en Intelligence Artificielle aux USA qui a fait l'objet de plusieurs articles dans des revues internationales d'Intelligence Artificielle [par ex : Anderson & al 87]. Après l'élaboration d'une théorie générale de la cognition ACT\*, J.R. Anderson s'est intéressé à la conception de tutoriels intelligents simultanément pour appliquer cette théorie et valider ses hypothèses.

Le groupe Intelligence Artificielle de l'I.R.E.M. de Strasbourg, composé essentiellement d'enseignants en Mathématiques de l'enseignement secondaire, travaillait à la modélisation des connaissances nécessaires à la conception d'un environnement informatique d'apprentissage pour la démonstration géométrique. Après une étude des logiciels disponibles à l'époque [Guin & Groupe IA 89], il était naturel qu'il s'intéresse à Geometry Tutor : pour une analyse détaillée du système Geometry Tutor, l'on pourra consulter [Guin & Groupe IA 91]. L'analyse a révélé des insuffisances importantes dans les expertises mathématique et pédagogique du logiciel (imprécision dans les règles et les énoncés, figures très fréquemment particulières, formalisme excessif, choix des exercices et des types d'aide très discutables etc.).

Ces insuffisances étaient assez importantes pour que les enseignants (formateurs pourtant particulièrement enthousiastes pour l'intégration des outils informatiques...) estiment ne pas pouvoir l'utiliser dans leurs classes : sans doute est-ce une conséquence du fait que les fichiers d'exercices ont été constitués par *un seul enseignant* qui "expérimentait" le logiciel dans sa classe? Quel peut être le *rôle* de l'enseignant dans une expérimentation d'enseignement intégrant Geometry Tutor ? Il semble que ce rôle n'ait pas été prévu par J.R. Anderson au moment de la conception du tutoriel. L'enseignant est pourtant indispensable pour *expliquer* le comportement du tuteur, incompréhensible pour l'élève. En effet, l'interaction tuteur-élève est trop figée pour que le logiciel fonctionne sans intervention de l'enseignant.

L'élève ne peut proposer une démonstration *parfaitement correcte*, si la solution correspondante n'a pas été prévue par le tuteur. En outre, l'élève sera guidé de la même manière au bout de deux essais infructueux, que le nom de la règle qu'il propose soit inexact ou qu'il n'en propose pas. En ce qui concerne le diagnostic des erreurs, il paraît nécessaire d'un point de vue pédagogique de préciser le *type* d'erreur : pour que l'élève progresse, il doit comprendre la nature de l'erreur. C'est d'autant plus vrai lorsque "l'erreur" consiste à ne pas travailler dans le contexte souhaité par l'enseignant qui a conçu les exercices!

Mais le *conflit* entre le fonctionnement du logiciel et l'interaction didactique souhaitée par les enseignants est plus profond :

Dans Geometry Tutor, l'élève n'a pas la charge du décodage de l'énoncé puisqu'il lui est présenté avec les hypothèses et la conclusion déjà mises en évidence. La tâche demandée est trop *localisée* pour qu'il y ait erreur sur les *statuts opératoires* des assertions. Dans ces conditions, il est très difficile pour l'élève de prendre conscience de ces statuts, alors que leur reconnaissance est une condition nécessaire pour la compréhension du processus de la démonstration.

L'activité demandée est un mélange de tâche heuristique (choix d'un théorème) et d'organisation déductive. La démarche imposée de *pas à pas* est souvent un obstacle à la découverte de la démonstration. De plus, celle-ci n'est pas forcément une combinaison de marche avant et arrière, la *reconnaissance d'un plan* ou d'une *figure prototype* ne peut pas être prise en compte : l'élève expert doit travailler comme le novice. L'élève n'a pas non plus la possibilité de tester un plan pour comprendre pourquoi il échoue afin de l'améliorer. Pour une mise au point de la démonstration, il est nécessaire de pouvoir choisir le niveau auquel on travaille et de pouvoir procéder par *approximations successives*, méthode aux antipodes d'une réaction immédiate aux erreurs.

Enfin, remarquons que les divergences s'étendent jusqu'au désaccord sur le *choix* des situation-problèmes. Les exercices proposés font très souvent appel à des règles de calcul et ne permettent pas une réelle réflexion sur des objets géométriques. De plus, les exercices proposés sont soit d'une complexité artificielle parce qu'utilisant des règles de calcul peu explicitées dans l'enseignement comme la substitution ou la transitivité de l'égalité, soit très simples : il faut fréquemment appliquer une seule règle pour arriver à la conclusion [Guin & Groupe IA 91].

L'origine de ces divergences se situe dans la théorie cognitive ACT\* qui conçoit l'apprentissage comme un processus relativement simple, une fois le "découpage" des connaissances effectué. Les enseignants confrontés à l'apprentissage de la démonstration géométrique peuvent difficilement adhérer à cette théorie. Enfin, le rejet de ce tuteur par les enseignants les plus motivés n'est pas spécifique à la France : la situation aux USA est analogue, même si les enseignements sont très différents. Le fait le plus intéressant à signaler est l'étonnement de la communauté internationale d'Intelligence Artificielle qui considérait à l'époque ce tuteur comme le modèle du genre; elle se trouvait confrontée aux conséquences de l'absence d'interaction entre les différentes communautés..

## **II Un outil technologique inadapté peut être à l'origine de recherches didactiques hors contexte technologique**

Malgré toutes les réserves émises précédemment, les enseignants avaient été fortement intéressés par la possibilité dans Geometry Tutor d'avoir une représentation sous forme de *réseau* de la démonstration. Leur intuition était que cet outil pourrait s'avérer efficace hors contexte informatique dans l'enseignement de la démonstration en géométrie. Le groupe IA de l'IREM de Strasbourg, et en particulier M.-A. Egret a donc entrepris une expérimentation dans ce sens avec la collaboration de R. Duval. Les premières publications [Duval & Egret 89 ; Egret & Duval 89] développaient les bases de l'utilisation des réseaux deductifs comme objets *transitionnels* pour la prise de conscience par les élèves de ce qu'est une démarche de démonstration. Ces articles ont depuis été largement diffusés dans le réseau des IREM et ont été suivis par des publications au niveau international.

Une deuxième conséquence de cette analyse de logiciels de géométrie par le groupe IREM de Strasbourg est la mise en évidence d'implicites dans la démarche des "experts" en démonstration géométrique : on découvrit la variété et la subtilité de leur démarche jusque dans les exercices les plus simples. Cette prise de conscience conduisit à s'interroger sur la manière d'enseigner. L'observation du comportement de l'expert en géométrie a permis

d'expliciter des *métaconnaissances*<sup>1</sup> dans certains domaines, tels que les problèmes liés à la cocyclicité ou la relation de Chasles [Vogel 94]. Ces métaconnaissances constituent un aspect fondamental du raisonnement géométrique, et peuvent être à l'origine d'une remise en question de notre enseignement, pourvu qu'il ne se fige pas en fiches-méthodes [Kuntz 94]!

### III Les critiques portées sur un outil technologique peuvent également être à l'origine de nouvelles recherches en IA

L'une des raisons qui permet d'expliquer le phénomène décrit en I est le nombre d'enseignants en géométrie qui ont participé à ce projet : l'on constate la présence d'un *seul* enseignant qui expérimentait le logiciel dans une classe de faible effectif parmi des chercheurs informaticiens et cogniticiens. Ce fait suffit amplement à expliquer les erreurs signalées dans la base de connaissances du logiciel, et les choix didactiques souvent surprenants!

Face à ces réactions des enseignants, les auteurs ont repris le projet pour concevoir un nouveau logiciel Angle [Koedinger K.R. & Anderson 90], qui prend en compte les remarques des enseignants, en particulier l'importance des figures *prototypes* et configurations géométriques et la nécessité d'une plus grande souplesse du logiciel. Remarquons tout de même que les quelques articles écrits par les enseignants qui utilisent ce nouveau logiciel portent une fois de plus sur le fonctionnement du logiciel, mais ne donnent aucune information sur le déroulement de la séquence d'enseignement dans laquelle il est censé s'intégrer...

En France, un réinvestissement important des recherches développées au sein du groupe Intelligence Artificielle de l'I.R.E.M. de Strasbourg a été réalisé grâce à l'Université d'été Informatique et Enseignement de la géométrie organisée par R. Cuppens [Toulouse 90] qui a permis un premier contact entre les chercheurs de l'Intelligence Artificielle, les didacticiens, les formateurs et les enseignants : l'influence de cette université est sensible dans les travaux présentés ci-dessous.

#### Le projet CHYPRE [Bernat 93 a & b]

P. Bernat propose l'architecture d'un système d'aide au raisonnement sans contrainte, qui ne comprend pas de résolveur. Ce système, qui utilise le logiciel Calques Géométriques pour construire la figure<sup>2</sup>, suit l'élève dans son travail sans lui imposer une démarche prédéfinie. Il privilégie l'activité de *recherche* d'une démonstration en intégrant plusieurs fonctionnalités souhaitées dans le cahier des charges du groupe IA de l'IREM de Strasbourg [Guin & Groupe IA 91] : l'élève peut créer progressivement le réseau associé à son raisonnement, sans aucune contrainte de fonctionnement (pas à pas, marche avant ou marche arrière), il peut ainsi chercher un *plan de démonstration* à partir de faits non prouvés qui ont le statut de conjecture. Le logiciel permet ainsi de "sauter", dans un premier temps, certains pas de démonstration.

<sup>1</sup> Les connaissances sur les connaissances : les connaissances qui sont des propriétés des connaissances, les connaissances actives (qui manipulent des connaissances).

<sup>2</sup> Du même auteur.

Il offre donc les possibilités d'un raisonnement *non linéaire* et d'une vision *moins locale* de la démonstration. La modélisation du raisonnement sous-jacente prend en compte la notion de *prégnance*<sup>3</sup> d'un objet géométrique et ses conséquences sur la réorganisation des connaissances.

### **Le projet MENTONIEZH [EIAO 93 ; Py 94]**

D. Py a réalisé un système d'aide à la démonstration en géométrie plane (niveau 4<sup>ème</sup>) qui guide et corrige l'élève durant deux phases de la résolution de problèmes : tracé de la figure et élaboration de la démonstration (une version IBM PC et compatibles est disponible). L'expertise du domaine est détenue par un démonstrateur qui détermine à l'avance les différentes solutions d'un problème. Le modèle de l'élève est basé sur la *reconnaissance du plan* de démonstration de l'élève : il y a interprétation du chemin suivi par l'élève et le professeur peut préciser des consignes pour *adapter* le comportement du tuteur. Le modèle de *diagnostic a priori* a révélé des insuffisances au cours des expérimentations qui ont été réalisées, un ensemble d'heuristiques pour la recherche du type d'erreur permet à partir des traces de sessions de préciser le diagnostic. Cette recherche met en évidence qu'un diagnostic basé sur la cohérence interne d'un pas de déduction ne suffit pas, et qu'il est nécessaire de faire intervenir le *contexte* (problème et état de la résolution) pour obtenir un diagnostic plus efficace.

### **Le projet GEOMUS [Bazin 93 ; EIAO 93]**

J.-M. Bazin propose un modèle de l'expert en résolution de problèmes en géométrie qui enrichit le problème grâce à la figure où il *reconnait* des sous-figures. Grâce à ces figures extraites et aux relations structurelles établies à la lecture de l'énoncé, il peut *étiqueter* le problème. L'expert *mobilise* ensuite les connaissances et *métaconnaissances* associées à une étiquette, c'est ce qui lui permet de résoudre le problème. Il s'agit donc d'un *résolveur automatique* dans le domaine de la démonstration en géométrie plane (niveau 4<sup>ème</sup>) exploitable dans un *contexte didactique*, c'est à dire que les stratégies de résolution veulent être proches d'un *comportement humain* (en l'occurrence, celui du professeur) et *compréhensibles* pour les élèves.

Pour une idée plus précise des recherches précitées, l'on pourra trouver un article concernant ces trois projets d'Intelligence Artificielle dans [EIAO 93] ; en ce qui concerne l'interaction, signalons que deux d'entre eux sont des enseignants en Mathématiques et que P. Bernat, auteur du logiciel Calques géométriques (dont certaines applications sont présentées dans cette brochure), est un membre actif de la commission inter-IREM Informatique depuis de nombreuses années! Enfin, D. Py, qui n'est pas enseignante en Mathématiques, a fréquenté plusieurs universités d'été organisées dans le cadre du réseau des IREM où elle cherchait à recueillir le maximum de réactions de la part des enseignants.

<sup>3</sup> "Force et par suite stabilité et fréquence d'une organisation psychologique privilégiée, parmi toutes celles qui sont possibles" (Guillaume in Petit Robert).

#### IV Comment accélérer le processus pour la conception d'outils satisfaisant les utilisateurs ?

L'exemple modèle dans ce domaine concerne le projet Cabri-Géomètre (J.-M. Laborde) qui regroupe une équipe de recherche interdisciplinaire. L'on peut signaler très brièvement les étapes fondamentales du processus de développement de ce projet :

\* Tout d'abord, une intervention *en amont de la conception* de didacticiens et d'enseignants pour définir un cahier des charges, puis :

\* La thèse de F. Bellemain [Bellemain 92] : Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : CABRI-Géomètre,

\* La création d'un journal des utilisateurs : CABRIOLE en liaison avec les concepteurs, qui donne les moyens d'une *communication effective*.

L'article [Bellemain & Capponi 1992] décrit l'expérimentation menée pour étudier les problèmes spécifiques posés par l'introduction du logiciel dans la classe. Ces problèmes sont à la fois relatifs à la *gestion* par l'enseignant de la classe et à l'élaboration de situations permettant à l'élève de *construire*, grâce à l'ordinateur, de nouvelles connaissances qu'il puisse *réinvestir* dans la résolution de problèmes issus d'environnements *différents* de celui du logiciel.

Les auteurs exposent les *choix* effectués en réponse à ces problèmes. Ces choix sont présentés au travers de l'exemple de la construction d'une séquence d'enseignement visant l'acquisition par les élèves de propriétés géométriques de la *symétrie orthogonale* au cours de l'utilisation du micro-monde Cabri-géomètre. Les auteurs décrivent ensuite les observations effectuées lors de la mise en oeuvre de la séquence qui permettent d'*évaluer* les problèmes posés par l'introduction de l'ordinateur dans la classe et de tester la *pertinence* des choix entrepris.

Cette étude se place dans le cadre *constructiviste*, c'est-à-dire de la construction des connaissances par la résolution de problèmes. L'objectif est que l'élève s'engage dans la résolution de problème en s'appuyant sur la *mise en évidence de propriétés géométriques* dans l'exploration de figures rendue possible grâce à Cabri-géomètre.

L'*interaction* avec l'ordinateur permet à l'élève de *valider* les actions qu'il entreprend. Ceci implique que l'élève soit capable de *repérer* et d'*interpréter* une action erronée, ce qui n'est pas toujours le cas : l'enseignant pourra être conduit à intervenir pour aider l'élève dans cette tâche.

De même les connaissances construites par l'élève sont liées au *contexte* du problème et à l'environnement informatique : l'enseignant doit donc consacrer des phases (dites d'*institutionnalisation*) à *identifier* parmi les savoir et savoir-faire apparus localement, ceux qui constituent désormais des nouvelles connaissances : il pointe les notions qui constitueront de nouvelles connaissances utilisables dans d'*autres situations*.

Ce nouveau contrat doit être négocié dans une phase préalable qui est indispensable pour le bon fonctionnement de la démarche visée, afin de donner aux élèves l'accès à la *signification* de la possibilité de déplacement dans Cabri-géomètre. C'est pourquoi la séquence d'enseignement comporte, après deux séances sur les logiciels Mac Write et Mac