

Thalès ou Pythagore : quel enseignement pour nos élèves ?

Alain BERNARD (Montpellier)

Raison 1

Les deux théorèmes fondamentaux de la géométrie règlent le problème de la mesure dans les triangles pour des côtés parallèles et pour des côtés perpendiculaires.

Mais, au delà de ces mesures, de leur sens et de leurs origines, la légende attribuée à Thalès et Pythagore deux approches totalement différentes de l'enseignement.

Tel était le point de départ.

Raison 2

Thalès (-620, -550) et Pythagore (-570, -500) sont les deux géomètres présocratiques les plus connus. Mais ils ne sont pas à l'origine des mathématiques !

Lors de la remise des prix du concours général, Jacqueline de Romilly, prêchant pour sa chapelle, décrivait la culture grecque comme étant « le point de départ » de notre culture. Pour ce qui concerne la géométrie si chère à Platon, il n'en est rien. Nous savons que les géomètres grecs sont allés s'imprégner des connaissances égyptiennes et babyloniennes. Au 6^e siècle avant, il n'était déjà plus question de reconstruire les mathématiques existantes.

La géométrie est la science de la mesure, la science des tendeurs de ficelles égyptiens, et le mot de mesure est d'origine indo-européenne.

Raison 3

Thalès et Pythagore sont des géomètres de légende. Nous n'avons conservé aucun texte de leur époque.

Dès lors la transmission orale a beaucoup déformé nos connaissances à leur sujet et il est bien difficile de vraiment savoir.

Il est deux choses importantes et avérées :

1. Le théorème de Thalès ne porte ce nom en France que depuis un siècle environ. Voir à ce sujet, le travail de Plane à l'Irem de Dijon.

En Allemagne, le théorème de Thalès est le suivant : « un triangle rectangle est inscrit dans un demi-cercle ».

Ceci semble beaucoup plus raisonnable. Notre curieux théorème de Thalès faisant référence à la théorie des proportions, nettement plus ardue.

2. Les triplets pythagoriciens comme 3, 4, 5 étaient connus au moins 1500 ans avant Pythagore. La corde à 13 noeuds qui en découle servait à tracer des angles droits sur les chantiers bien avant Pythagore.

Autrement dit, le problème de la mesure était réglé. On s'accorde à penser... que la transformation de ces connaissances date bien de l'époque de Pythagore, de son école et peut-être même de lui.

Raison 4

Une petite chronologie de la civilisation grecque ancienne est indispensable pour ne pas confondre l'époque des présocratiques et l'époque d'Euclide par exemple.

PETITE CHRONOLOGIE GRECQUE.					
-600	-500	-400	-300	-200	-100
THALES	SOCRATE	ARISTOTE			
PYTHAGORE	PLATON	EUCLIDE			
ANAXIMANDRE	EUDOXE	ARCHIMEDE			
ANAXIMENE				PTOLEMEE	+85, +165
	DEMOCRITE	ERATHOSTHENE			
	HIPPOCRATE	APOLLONIUS			
		ARISTARQUE	HIPPARQUE		
Les présocratiques	Athènes	Ecole d'Alexandrie			
Ecole de Milet	Académie de Platon				
Ecole de Pythagore	Lycée d'Aristote				

Raison 5

Parmi les connaissances empruntées par les Grecs, il y a l'alphabet phonétique adapté du premier d'entre eux : l'alphabet phonétique phénicien.

Farrington, dans « la science antique » écrit : Il semble bien que ce fut à Milet, vers 800 avant J.C., que cet alphabet fut adapté à la langue grecque. Cette invention démocratisa la littérature en supprimant l'apprentissage pénible par lequel les scribes des anciennes civilisations pouvaient devenir compétents dans la lecture des hiéroglyphes ou des signes cunéiformes.

Raison 6

Ecole de Milet : naissance de la pensée scientifique.

Commençons par émettre quelques réserves. Dans l'état actuel de la science archéologique, l'école de Thalès semble bien être le lieu de naissance de la pensée scientifique sous la forme de la critique rationnelle.

L'alphabet phonétique, la démocratie....

À Milet, sur la côte ouest de l'Asie mineure, Thalès a dans son école pour élève Anaximandre. La légende dit qu'Anaximandre critique la pensée et l'enseignement de Thalès et que celui-ci, au lieu de le réprimander, encourage son élève dans sa critique.

Belle légende assurément et naissance de la critique raisonnée, de la pensée scientifique peut-être.

Le changement de méthode vint-il de l'élève ou du maître ? L'assentiment du maître et du disciple sont en tous cas nécessaires pour la mise en oeuvre de la dite méthode.

Ceci se passait au 6^e siècle avant.

L'école ionienne de Thalès est naturaliste fondée sur les quatre éléments, Terre, Air, Feu et Eau. Thalès fit sortir la science des temples où elle se trouvait en Egypte.

Raison 7

Ecole de Pythagore : la mystique du nombre.

En fait, l'histoire des mathématiques est une merveille de régularité. Elle connaît des périodes d'arrêt.

Elle ne connaît pas des périodes d'erreur.

G. Bachelard

Vous voulez une autre citation du même auteur : « Au cours d'une carrière déjà longue et diverse, je n'ai jamais vu un éducateur changer de méthode d'éducation. Un éducateur n'a pas le sens de l'échec. »

Pourtant Thalès et Pythagore, de même culture et voisins dans le temps comme dans l'espace ont proposé deux méthodes d'apprentissage en totale opposition ! Thalès proposait de répondre aux interrogations des élèves. Pythagore est plutôt du genre transmission du savoir.

Dans l'école de Pythagore dit la légende, il fallait des années pour pouvoir enfin bénéficier de l'enseignement du maître. Les pythagoriciens fondèrent une colonie en Grande Grèce, l'Italie du sud.

Pythagore, sans en être le fondateur, tient pour la tradition religieuse. Son école devait fort ressembler à une secte. « La communauté pythagoricienne fut une sorte de confrérie religieuse pour la pratique de l'ascétisme et l'étude des mathématiques. » écrit Farrington. Il cite Plutarque pour montrer le parallèle entre philosophie et religion dans la méthode pythagoricienne.

« La fonction de la géométrie est de nous conduire du sensible et du périssable vers l'intelligible et l'éternel, car la contemplation de l'éternel est le but de la philosophie, comme la contemplation des mystères est le but de la religion. »

Le nombre est tout puissant. Philolaus écrit au 5^e siècle : « Considérons les effets et la nature du nombre selon le pouvoir qui réside dans la dizaine. C'est un principe grand, tout puissant, suffisant en lui-même à tout, le premier principe et le guide de la vie des dieux, du Ciel et des hommes. »

Lire l'article de l'encyclopédie Universalis : « Pythagore et le pythagorisme. »

Raison 8

De Thalès à Rousseau

J'ai dit que la géométrie n'était pas à la portée des enfants ; mais c'est notre faute. Nous ne sentons pas que leur méthode n'est point la nôtre, et que **ce qui devient pour nous l'art de raisonner ne doit être pour eux que l'art de voir**. Au lieu de leur donner notre méthode, nous ferions mieux de prendre la leur ; car notre manière d'apprendre la géométrie est bien autant une affaire d'imagination que de raisonnement. Quand la proposition est énoncée, il faut en imaginer la démonstration, c'est-à-dire trouver de quelle proposition déjà sue celle-là doit être une conséquence, et, de toutes les conséquences qu'on peut tirer de cette proposition, choisir précisément celle dont il s'agit.

De cette manière le raisonneur le plus exact, s'il n'est inventif, doit rester court. Aussi qu'arrive-t-il de là ? Qu'au lieu de nous faire trouver les démonstrations, on nous les dicte ; qu'au lieu de nous apprendre à raisonner, le maître raisonne pour nous et n'exerce que notre mémoire.

Faites des figures exactes, combinez-les, posez-les l'une sur l'autre, examinez leurs rapports ; vous trouvez toujours la géométrie élémentaire en marchant d'observation en observation, sans qu'il soit question ni de définitions, ni de problèmes, ni d'aucune autre forme démonstrative que la simple superposition. Pour moi, je ne prétends point apprendre à Emile la géométrie, c'est lui qui me l'apprendra ; je chercherai des rapports et il les trouvera, car je les chercherai de manière à les lui faire trouver. Par exemple, au lieu de me servir d'un compas pour tracer un cercle, je le tracerai avec une pointe au bout d'un fil tournant sur un pivot. Après cela, quand je voudrai comparer les rayons entre eux, Emile se moquera de moi, et il me fera comprendre que le même fil toujours tendu ne peut avoir tracé des distances inégales.

J.J.Rousseau.

Esquisse d'une conclusion.

Les mathématiques sont une science de l'esprit. Comment fonctionne cet esprit qui a généré cette science ? Descartes en pose bien le principe de fonctionnement.

La règle pour la direction de l'esprit N°III de Descartes : Sur les objets proposés à notre étude, il faut chercher, non ce que d'autres ont pensé ou ce que nous-mêmes nous conjecturons, mais ce dont nous pouvons avoir l'intuition claire et évidente ou ce que nous pouvons déduire avec certitude : car ce n'est pas autrement que la science s'acquiert.

Et Descartes précise dans le commentaire : « Nous allons énumérer ici **tous les actes de notre entendement**, par lesquels nous pouvons parvenir à la connaissance des choses sans aucune crainte d'erreur ; il n'y en a que deux : **l'intuition et la déduction.** »

Plus précisément, nous savons aujourd'hui qu'une préconnaissance intuitive précède le raisonnement déductif. Cet atelier-exposé s'inscrit en fait dans une approche pédagogique développée autour de l'esprit de géométrie. Les mathématiques, de toute façon fruits de l'esprit humain, ont de facto, une structure déduite du fonctionnement du cerveau.

figure

nombre

Hémisphère droit
spatial, intuitif et sensible

hémisphère gauche
logique, déductif et insensible

Les théorèmes de Thalès et Pythagore sont bien des traductions dans le dictionnaire (comme l'écrit Dieudonné) figure-nombre.

$$\langle \implies \rangle \quad a^2 = b^2 + c^2$$

$$\langle \implies \rangle \quad = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Aujourd'hui, un enseignement plutôt intuitif-style Rousseau, Thalès- au lycée précède un enseignement plutôt déductif après le bac. Que l'on se réfère à l'histoire ou à la structure du cerveau, il semble bien que cela soit normal. Le problème est plutôt de prendre conscience de ces faits et d'organiser la transition entre observation et contemplation.

Aucune connaissance ne peut commencer par la théorie. Aucune connaissance n'est totalement expérimentale ou totalement théorique. Le passage d'une connaissance intuitive à une connaissance déductive est l'essence de l'enseignement. Alors, Thalès ou Pythagore?