Textes mathématiques babyloniens en classe

Christine Proust et Michèle Grégoire

Groupe M: A. T. H. IREM Paris -7

La Babylonie, la Mésopotamie et l'Assyrie sont en affinité avec la Vierge et l'astre Mercure ; aussi leurs habitants sont-ils très doués pour la science mathématique et pour l'observation des cinq planètes.

Claude Ptolémée, *Tétrabible.*

Qui étaient ces mésopotamiens auxquels le grand astronome grec Claude Ptolémée rend un tel hommage, quel genre de mathématiques faisaient-ils ? Répondre à cette question, c'est remonter aux origines des mathématiques, et d'abord de la science des nombres. Les premiers textes écrits connus ont plus de 5000 ans et sont des aide-mémoire numériques, des sortes de comptabilités. Aux origines de l'écriture sont les nombres, ces "cailloux" d'argile qui, imprimés sur des tablettes, signent le passage de la préhistoire à l'histoire. "L'histoire commence à Sumer", dit l'assyriologue Samuel Noah Kramer. L'histoire commence avec les nombres.

Nous avons proposé dans cet atelier de remonter le temps avec nos élèves jusqu'aux plus anciennes traces connues de l'activité mathématique. Ces très anciennes civilisations sont encore relativement peu connues du public des élèves comme des enseignants. L'atelier a donc débuté par une présentation générale des Sumériens, des Elamites et des Akkadiens et de ce que nous savons de leurs inventions mathématiques. Nous avons ensuite placé les participants, comme ils peuvent le faire avec leurs élèves, dans la position du philologue qui déchiffre une tablette cunéiforme.

Le présent article reprend la présentation générale des civilisations mésopotamienne et les textes cunéiformes qui ont été traduits dans l'atelier. Toutes les dates données sont "avant Jésus-Christ".

Les civilisations mésopotamiennes

Les trois principales civilisations qui se sont succédées et chevauchées dans le bassin mésopotamien (plaine "entre les fleuves", occupée aujourd'hui par l'Irak, la Syrie et l'Iran) sont les Elamites, les Sumériens et les Akkadiens. Ces civilisations ont forgé les conditions qui allaient permettre leurs grandes réalisations intellectuelles : la sédentarisation des tribus nomades dans des centres urbains qui deviennent des Cités-Etats, le développement d'une administration centralisée et de grands travaux (irrigation), les échanges commerciaux. Dans ces grandes plaines semi-désertiques, on ne trouve ni bois ni pierre, le seul matériau abondant est l'argile, qui pourvoit à tous les besoins (construction, poterie, support de l'écriture). Dans les cosmologies mésopotamiennes, l'homme est né de l'argile.

Sumer est une très ancienne et brillante civilisation du sud de la Mésopotamie, découverte il y a peu de temps et d'origine inconnue. La date de l'établissement des sumériens n'est pas encore fixée en toute certitude (on la situe au VIème millénaire). Le seul point qui ne prête pas à contestation est le fait qu'ils ne sont pas autochtones. Ils venaient d'ailleurs, de l'Iran probablement. Ni indo-européenne ni sémitique, la langue sumérienne est de type agglutinant et n'est rattachée à aucun groupe linguistique connu. On attribue aux sumériens l'invention de la roue, du bronze, de l'écriture et du système de numération sexagésimal de position, encore aujourd'hui pratiqué dans la mesure du temps et des angles. L'art sumérien est un des plus grands du monde antique : simplification des lignes, densité. Son génie créateur rivalise avec celui des Egyptiens. Les constructions sont en briques crues. La plus spectaculaire réussite est la Ziggurat, cette tour à étages dont la Bible a gardé le souvenir sous le nom de Tour de Babel. L'histoire de Sumer est marquée par un cataclysme historique, le Déluge aux environs de l'an 3000, dont le récit est un des plus célèbres textes de la littérature sumérienne, qui réapparaîtra dans des versions akkadiennes et biblique. La domination sumérienne prend fin avec les conquêtes de Sargon. Le sumérien disparaît comme langue vivante, mais reste la langue savante des scribes et des prêtres. Les Akkadiens assimilent l'héritage culturel sumérien, l'écriture cunéiforme et nombre de leurs phonèmes.

Vers 2300, le roi sémite Sargon d'Akkad ravit aux Sumériens l'hégémonie sur l'ancienne Mésopotamie. Les scribes se mettent écrire en langue akkadienne. C'est le point de départ d'une littérature qui allait s'épanouir pendant dix-sept siècles en Assyrie et en Babylonie, rayonner sur tout le monde civilisé du temps, et survivre longtemps encore à la chute de Ninive et Babylone. L'akkadien appartient à la famille des langues sémitiques. Cette langue a éclaté vers 2000 en deux grands dialectes, l'assyrien et le babylonien avant d'être supplantée par l'araméen à partir de 600 et ne plus survivre que comme langue morte savante et liturgique jusqu'au début de notre ère. L'âge d'or de l'activité intellectuelle sémitique mésopotamienne (littérature et mathématiques) est la première dynastie de Babylone, dont le temps fort est le règne du roi Hammurabi (XVIIIème siècle). Hammurabi est célèbre pour son code de lois considéré comme le monument législatif le plus élaboré de l'antiquité pré-romaine et resté prégnant dans la sagesse populaire avec son fameux "oeil pour oeil, dent pour dent". La pensée babylonienne s'impose à l'intelligentsia de toutes les régions de Mésopotamie. On a retrouvé d'innombrables textes administratifs, économiques, littéraires, savants (médecine, mathématiques, divination) à Sippar, Nippur, Larsa. La littérature épique a connu un rayonnement considérable et laissé des traces dans tout le monde civilisé d'alors et jusque dans les récits bibliques: *L'Epopée de Gilgamesh, Le Poème de la création, Le Poème du Juste souffrant.* Si l'apport créateur des Assyriens reste faible, les rois assyriens constituent comme à Babylone des bibliothèques encyclopédiques, font copier par les scribes des milliers de tablettes.

Les Elamites sont un peuple asiatique qui parle une langue encore mal connue, de type agglutinant. La capitale de l'Elam est Suse, fondée vers 4000. C'est

une des plus anciennes agglomérations connues à mériter le nom de ville. Une organisation de type urbain s'est développée entre 3500 et 2800. Sont apparus alors des documents de comptabilité qui précèdent l'écriture, une poterie faite au tour, des objets en cuivre et les premiers sceaux-cylindres. Des rapports étroits sont noués avec la Mésopotamie, et Suse subit l'influence de la civilisation sumérienne. La ville est prospère et ses marchands entretiennent des contacts avec des pays lointains, jusqu'à la vallée de l'Indus. La civilisation proto-élamite disparaît vers 2800. Après être passée sous la domination des rois voisins, Suse rend le pouvoir aux dynasties indigènes et reprend son rang de capitale d'un royaume unifié et puissant vers 2000. La ville s'agrandit et abrite une population d'agriculteurs, de marchands, d'artisans, dominés par une aristocratie de fonctionnaires dont les vastes demeures et les archives privées, rédigées en akkadien, ont été retrouvées dans les fouilles. Suse connaît son apogée dans la seconde moitié du IIème millénaire. L'annexion de Babylone au XIIème siècle lui rapporte un butin considérable, dont le célèbre Code de Hammurabi découvert Suse en 1900. A partir de 1100, la ville connaît une éclipse et fut rasée par Assurbanipal en 646.

Des cailloux à l'écriture

La pratique du comptage et du calcul est universelle et largement antérieure à celle de l'écriture. Un système de comptage concret avec des cailloux d'argile (calculi) dont l'origine remonte au IXème millénaire est attesté de l'Egypte à la vallée de l'Indus. Ces calculi sont des objets d'argile de formes variées (billes, disques, bâtons) enfermés dans des bourses d'argile sphériques (bulles). On a découvert des bulles datant du milieu du IVème millénaire à Suse, en Elam et à Uruk en pays sumérien. Le système élamite est à dominante décimale et le système sumérien à dominante sexagésimale.

A partir du IVème millénaire, les calculi sont peu à peu remplacés par leurs empreintes à l'extérieur de la bulle. Les calculi et la cavité les contenant, devenus inutiles, disparaissent. Les bulles sont aplaties et deviennent des tablettes. Ainsi naissent à Sumer les chiffres archaïques accompagnés de dessins figurant les objets dénombrés. L'écriture est née.

Les plus anciens textes écrits datent de 3300 environ et ont été découverts à Uruk, grande Cité-Etat de Sumer. Ce sont de simples aide-mémoire : des chiffres suivis d'un dessin grossier représentant les objets dénombrés. Les premiers textes écrits sont des documents comptables.

Des pictogrammes à l'écriture cunéiforme

L'écriture subit des transformations graphiques passant du dessin aux symboles. Les étapes suivantes se succèdent : rotation d'un quart de tour (qui correspond à un changement de sens de l'écriture), suppression des lignes courbes, puis des obliques, et enfin simplification des signes. Le dessin figuratif originel est devenu un amas méconnaissable de clous. Le caractère monosyllabique de la langue sumérienne favorise une évolution vers une écriture syllabique, formée de sortes de rébus, et d'une réduction du nombre de signes. Les nombres subissent les mêmes transformations avec un temps de retard. Sur les tablettes de Shuruppak les mots sont à l'étape cunéiforme et les nombres encore archaïques.

Au début du $II^{ème}$ millénaire, la numération évolue dans deux directions divergentes : un système commercial, décimal additif, issu de la tradition sémitique, et un système savant, sexagésimal de position, hérité de la tradition sumérienne.

La numération sexagésimale de position

Un et soixante s'écrivent de la même façon, seule la taille les distingue. Un s'écrit avec un petit clou et soixante avec un grand clou. Cet usage est source de confusions. Ainsi naît au début du $II^{ème}$ millénaire l'idée du principe de position : un s'écrit avec un clou placé à droite et soixante avec un clou placé à gauche. Ce principe est appliqué à toutes les puissances de soixante. Il nécessite 59 chiffres (plus le zéro qui n'est apparu que beaucoup plus tard). Ces 59 chiffres sont écrits selon le système additif ancien, des un et des dix répétés autant de fois que nécessaire. Dans les textes paleo-babyloniens, on trouve un signe qui signifie moins et qui permet d'éviter la répétition d'un trop grand nombre de signes identiques. Ainsi neuf ne s'écrit pas avec le signe un neuf fois répété, comme l'époque classique, mais dix moins un.

Dans les nombres supérieurs à 60, les chiffres sont placés de gauche à droite selon les puissances décroissantes de 60. Ce système très souple, très performant sur le plan du calcul permet d'écrire des nombres aussi grands qu'on veut contrairement au système additif où il faut inventer un nouveau signe pour chaque nouvelle puissance de la base. Cependant, il garde à l'époque babylonienne deux inconvénients graves. En l'absence d'un signe pour zéro, les puissances de 60 manquantes ne sont pas signalées, ou, plus tard, signalées par un espace vide. L'absence de signe équivalent à notre "virgule" ne permet pas de distinguer la partie entière de la partie fractionnaire du nombre, et donc de connaître son ordre de grandeur. Seul le contexte nous renseigne sur ce point. La lecture des nombres se fait toujours à une puissance de 60 près. Un clou peut signifier 1, 60, 60^2, $1/60$, $1/60^2$ etc.

Les mathématiques babyloniennes

Ce terme désigne principalement la production des années 1800 à 1600 sous la première dynastie de Babylone, et en particulier sous Hammurabi. Mais il englobe parfois aussi une autre période féconde bien que plus tardive, l'époque séleucide quelques siècles avant notre ére. Sous la domination des successeurs d'Alexandre au nord de la Mésopotamie, les savants séleucides, bien que dans les limites de la tradition babylonienne, ont apporté deux innovations majeures, la notation du zéro et le développement de l'astronomie mathématique.

Les textes mathématiques babyloniens, des textes scolaires en général, se classent en quatre grandes catégories : les tables métrologiques, les tables de calcul, les algorithmes, les tables de procédure.

Les tables métrologiques sont des tables de conversion des différentes unités de mesure de longueur, aire, volume, poids. Le système métrologique est unifié sur l'ensemble des territoires influencés par la civilisation assyro-babylonienne (Proche-Orient, Anatolie).

Les tables de calcul permettent d'effectuer les opérations. Ce sont des tables de multiplications, d'inverses (pour effectuer les divisions), de carrés, de puissances, de racines carrées et cubiques. Ces tables proviennent en grande partie de Nippur et sont conservées aux Musées archéologiques d'Istanbul et à l'Université de Philadelphie.

Les tables d'algorithmes donnent des méthodes de calcul exact ou approché, par exemple pour l'extraction de racines carrées ou cubiques.

Les tables de procédure indiquent sur des exemples la marche à suivre pour résoudre des problèmes. Les énoncés des problèmes s'inspirent de la vie quotidienne (irrigation, débits d'eau, construction, cadastre, partages, salaires, intérêts) ou de figures géométriques élémentaires pour se ramener à la résolution d'équations ou systèmes d'équations de degré deux ou plus (jusqu'à huit). Les méthodes de résolution des équations du second degré et le choix des exemples sont proches de celles qui seront plus tard développées en Pays d'Islam. Les données de ces énoncés ne sont pas toujours très réalistes et semblent choisies principalement en fonction de l'intérêt de leurs propriétés numériques.

La transmission des savoirs de Mésopotamie

La mise au point d'un système de numération de position cohérent et complet, de puissants algorithmes de calcul, des méthodes de résolution d'équations, d'une astronomie mathématique rationnelle fondée sur l'observation, constituent un riche héritage scientifique. On ne peut comprendre les développements ultérieurs des mathématiques, sauf à envisager une série improbable de miracles, sans s'interroger sur les modes de transmission de cet héritage. Malheureusement, on ne peut le plus souvent faire que des conjectures, faute de documents originaux (le remplacement de l'argile indestructible par le papyrus, matériau fragile, au début de notre ère, nous fait perdre la trace des documents écrits).

Les mathématiques grecques sont totalement différentes dans leur esprit des méthodes babyloniennes : l'esprit grec est géométrique, l'esprit babylonien est numérique. Cependant, les commentateurs grecs tardifs affirment que Thalès et Pythagore ont appris la géométrie et l'astronomie auprès des Babyloniens et des Egyptiens. La fameuse "quadrature des lunules" d'Hippocrate de Chio serait inspirée d'un calcul d'aire analogue trouvé dans une tablette neo-babylonienne. On retrouve de nombreux exemples de problèmes types caractéristiques des babyloniens dans les papyri grecs (Euclide, Héron). On peut avancer que si les Grecs ont rejeté ou ignoré les méthodes numériques babyloniennes, ils ont utilisé certains de leurs résultats (propriétés de Pythagore et de Thalès). En revanche l'astronomie grecque est fortement marquée par l'influence babylonienne : utilisation des relevés d'observation babyloniens, usage d'une forme incomplète du système de numération sexagésimal de position. Ces eléments démontrent une continuité de la tradition orientale depuis les temps sumériens jusqu'à l'époque hellénistique.

Al-Khwarizmi aurait été très familier des traditions du Proche et du Moyen Orient. Certains suggèrent que le mot arabe *al-jabr*, devenu *algèbre*, a pour origine le terme assyrien *gabra-gabru-maharu*, qui exprime l'égalité de deux choses. Pour Jens

Hoyrup, la tradition babylonienne a pu rester vivante dans le milieu des géomètres arpenteurs pendant les plus de mille ans qui séparent les Babyloniens des premiers algébristes arabes (Al-Khwarizmi et Ibn Türk, Xème siècle après J. C.). Les méthodes de ces arpenteurs, dont on peut retrouver la trace dans les traités de Al-Khwarizmi et Ibn Türk, sont très proches de celles des babyloniens : résolution d'équations du second degré avec justifications géométriques.

Les textes

Les deux séries de textes paleo-babyloniens (1800-1600) proposés dans l'atelier proviennent d'une part de Nippur, Tello et Sippar (table de multiplication, d'inverses), d'autre part de Suse (Voir annexes). Nous avons toujours utilisé des textes dont nous avions une reproduction et une transcription.

Les textes mathématiques de Suse, présentés et traduits par Bruins et Rutten ont été découverts à Suse quelques années avant la guerre (1935). Ce sont des textes disparates, mais dont l'unité réside dans le lieu de découverte (école de scribes à proximité d'un temple). Ils sont une sorte de Livre du Maître. Ces tablettes, écrites en babylonien scientifique, datent de la première dynastie de Babylone et leur présence en pays élamite témoigne du rayonnement de la culture babylonienne. Parmi les caractères particuliers de ces textes, on peut signaler le traitement de la géométrie. Contrairement aux textes découverts antérieurement, ceux de Suse s'appuient sur des figures moins grossières (cercles tracés au compas) et traite de problèmes moins élémentaires (véritable théorie des polygones réguliers dans le texte I). On y trouve une approximation de π plus fine que d'ordinaire (3 1/8 au lieu de 3 dans le texte III). Les notions d'angles, de parallèles et de perpendiculaires ne sont pas dégagées. Le mot "perpendiculaire" est employé dans son sens générique : perpendiculaire = descendante = direction du fil plomb. L'aire d'un quadrilatère quelle que soit sa nature, est calculé par la même formule, une formule d'approximation qui se trouve être exacte pour les rectangles. Comme dans tous les textes de cette époque, le résultat d'une opération comme 20 - 20 n'est pas désigné par un nombre. Le nombre 0 n'existe pas. On dit simplement : "le grain est épuisé".

Les travaux dans les classes

Les textes proposés dans l'atelier et joints en annexe ont été proposés, pendant l'année scolaire 96-97, aux participants d'un stage de formation continue; ils les ont utilisés, le plus souvent avec un grand plaisir partagé avec leurs élèves, dans des classes de niveaux variés: de la 6ème à la 3ème au collège, dans diverses classes de lycée, en 2de, 1ère ES, terminales littéraires...

A titre d'exemple, voici quelques indications sur la manière dont s'est déroulée une expérimentation en classe de 2de générale d'un lycée parisien. Après une présentation des civilisations mésopotamiennes, prolongée par une visite au département des Antiquités Orientales au Musée du Louvre, les élèves ont d'abord

été initiés à l'usage de la numération assyro-babylonienne en insistant sur la puissance de son caractère positionnel. Puis a été distribué le document 2, contenant la transcription de la table de multiplication par 20 (mais sans la traduction) et sans dévoiler le sens de cette table, laissant aux élèves le plaisir de les découvrir..., ce qu'ils réussissent à faire plus vite qu'on ne pense; on peut leur suggérer de se concentrer uniquement sur les colonnes de nombres, qu'ils ont appris à reconnaître. Ensuite leur a été distribuée la table de multiplication par 25 (document 3, qui provient de Suse) qui ne présente que deux colonnes de nombres et que les élèves identifièrent très vite.

Vint alors la table d'inverses de Tello, (document 4), toujours sans traduction ni interprétation. Cette table donne les inverses de nombres compris entre 43 et 53 , lorsqu'ils admettent un développement fini en base 60, ces nombres doivent être lus à une puissance de 60 quelconque près; il faut rétablir dans le résultat la puissance de 60 correspondante. Ainsi l'inverse de 45 est 0; 01 20 mais on peut aussi considérer que l'inverse de 45/60 (que je note ici 0; 45) est 1; 20 (il faut remarquer que 45 est par erreur écrit 46)[1]. Cette table fut proposée aux élèves en leur donnant seulement l'interprétation du signe qui signifie "n'existe pas". Ils eurent plus de difficultés à en deviner l'usage, repérant cependant qu'une colonne de nombres est disposée en ordre croissant, l'autre en ordre décroissant. J'ai suggéré à certains d'effectuer le produit des deux nombres en regard, on obtient 3600. Une activité numérique riche a consisté à travailler sur les décompositions des entiers de la liste en facteurs premiers et sur les sommes de fractions de dénominateurs les puissances de 60, afin de leur faire comprendre quels entiers pouvaient être dits réguliers, c'est à dire admettre un inverse dans l'ensemble des nombres ayant un développement fini en base 60.

Le document 5 fut alors distribué, extrait de la tablette AO 6456 du Musée du Louvre[2], qui présente une table d'inverses de nombres compris entre 1 et 2. On y retrouve le signe "inverse" et, ligne 29, l'inverse de 1; 12 qui est 0; 50 , couple d'inverses déjà rencontrés dans la table d'inverses de Tello. Les élèves ont effectué certaines vérifications, en faisant calculer les produits de certains nombres en regard dont l'écriture n'est pas trop longue; par exemple ,

ligne 4 :	1; 0 45	et	0; 59 15 33 20
ligne 10 :	1; 2 30	et	0; 57 36
ligne 13 :	1; 4	et	0; 56 15

Enfin un problème à la maison a été proposé aux élèves après en avoir étudié en classe l'énoncé, donné aux lignes 19 à 23 de la tablette du document 6, provenant de Suse elle aussi. C'est un problème d'intérêt avec remboursements d'annuités; il s'agit de trouver le capital initial, placé à un taux d'intérêt annuel précisé à la première phrase, qui est épuisé après trois remboursements annuels d'un "grain d'argent" (unité monétaire). Les élèves résolvent ce problème avec la méthode de leur choix. Le scribe ne donne pas de méthode de résolution, mais dans les dix-huit premières lignes effectue une vérification numérique du résultat annoncé d'emblée. Ses méthodes de calcul peuvent aussi être étudiées par les élèves les plus

[1] Par commodité nous transcrivons ici la numération séxagésimale en espaçant les puissances de 60 et en séparant par le signe " ; " la partie entière et la partie fractionnaire du nombre, ce qui n'est évidemment pas conforme aux pratiques babyloniennes.

[2] On trouvera une étude approfondie de cette tablette dans "La construction de la grande table de valeurs réciproques AO 6456 ", E. M. Bruins, Actes de la XVIIIème Rencontre d'Assyriologie Internationale , Bruxelles 30 juin- 4 Juillet 1969, Paris 1970.

rapides. Le taux d'intérêt s'élève à 3/7 ; l'intérêt que rapporte une somme S est calculé de la façon suivante: (3/7) S = 1/2 (S - 1/7 S). Puisque 7 n'est pas régulier, le scribe utilise, sans l'expliciter, une valeur approchée de 1/7 , égale selon toute vraissemblance à 0; 8 34 17 (on la trouve sur d'autres tabletttes). Il mène le même calcul à trois reprises , jusqu'à obtenir, non pas une somme d'argent nulle, mais la somme de un "grain d'argent" à la fin de la troisième annnée.

Le document 7, où est calculé le rayon du cercle circonscrit à un triangle isocèle dont les côtés sont donnés, et qui met en jeu la relation dite de Pythagore (presqu'un millier d'années avant lui), a été utilisée dans des classes de 4ème, après une initiation à la lecture et à l'écriture de la numération babylonienne, sous la forme de l'exercice que voici:

La planche 2 représente la figure géométrique réalisée à partir de la tablette babylonienne de la planche 1.

1°) Complète les phrases suivantes:
(CD) est à la fois ....et .... du triangle ABC, donc ce triangle est .... M est le centre du cercle .... au triangle ..... Donc .... = ... = ...

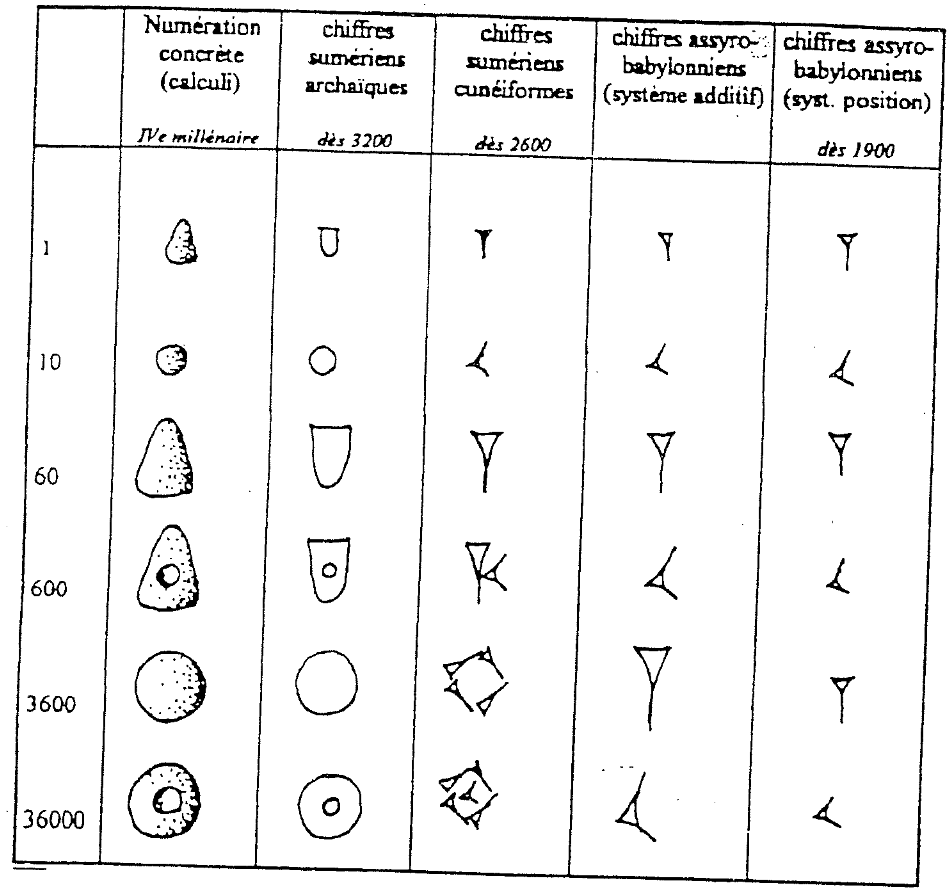
2°) Recopie sur la figure de la planche 2 les nombres déchiffrés dans les bulles n° 1 et 2, puis calcule CD en utilisant le théorème de Pythagore. Il s'agit du nombre partiellement effacé sur la tablette à lire dans la bulle n°5.

3°) Appelle r le rayon du cercle circonscrit (complète : r = ... = ...) .
Exprime MD en fonction de r. Ecris la relation de Pythagore dans le triangle MBD en utilisant r et démontre en développant que : 80r = 2500, puis trouve r sous forme décimale.
Vérifie ensuite que le nombre de la bulle n° 4 est bien r. Quel est le nombre de la bulle n° 3 ?

Nous espérons avoir suscité chez les participants à l'atelier, et susciter chez notre lecteur l'envie de se plonger avec ses élèves dans le fascinant "déchiffrage" de tablettes mathématiques babyloniennes!

Bibliographie

J. Bottero *Mésopotamie, l'écriture, la raison et les dieux,* Gallimard , Paris, 1987.
E.M. Bruins et M. Rutten, *Textes mathématiques de Suse,* Geuthner, Paris 1961
J. Frieberg, article *Mathematik* dans *Reallexikon der Assyriologie.*
J. Hoyrup, *Algèbre d'al-jabr et algèbre d'arpentage* dans *D'Imhotep Copernic,* Petters, Louvain 1992
G. Ifrah, *Histoire universelle des chiffres,* Seghers, Paris, 1981.
S. N. Kramer, *L'histoire commence à Sumer,* Arthaud, Paris 1986.
O. Neugebauer, *Les sciences exactes dans l'antiquité,* Actes Sud, Paris, 1990.
A. Pichot, *La naissance de la science,* Gallimard folio, Paris, 1991.
R. Taton, *La science antique et médiévale,* PUF, Paris 1957.
F. Thureau-Dangin, *Esquisse d'une histoire du système sexagésimal,* Geuthner, Paris 1932.



D'après G. Ifrah, *Histoire universelle des chiffres.*

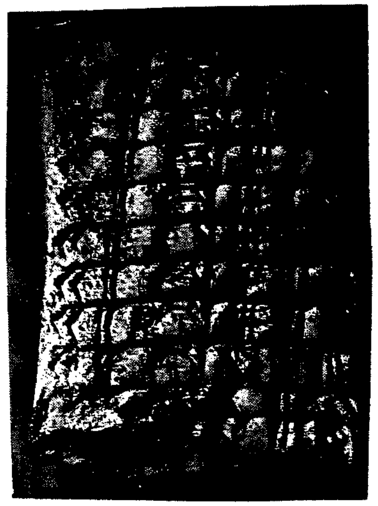


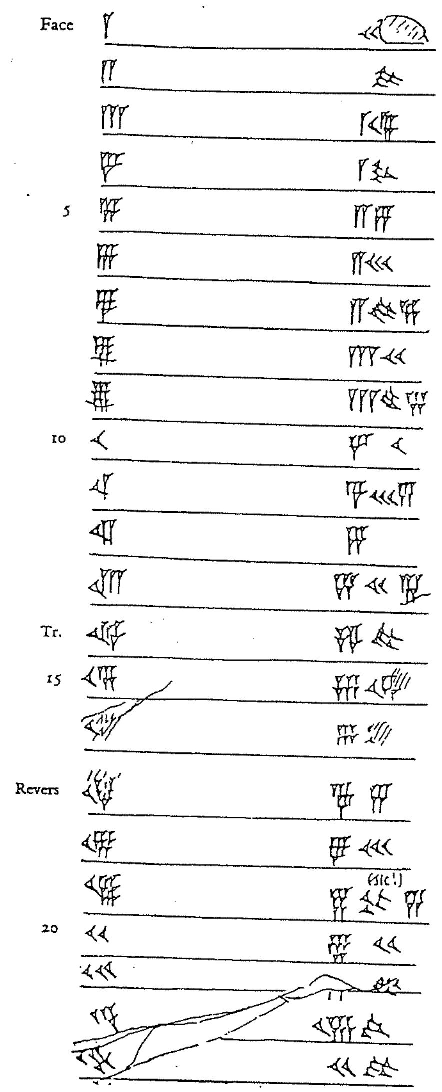
Table de multiplication par 20. Musée Archéologique d'Istanbul.

Copie	Traduction	
	20 multiplié par 1	20
	20 multiplié par 2	40
	20 multiplié par 3	60
	20 multiplié par 4	80
	20 multiplié par 5	100
	20 multiplié par 6	120
	20 multiplié par 7	140
	20 multiplié par 8	160
	20 multiplié par 9	180
	20 multiplié par 10	200
	20 multiplié par 11	220

Le signe se lit *ara* et signifie "multiplié par".

Le signe se lit *là* et signifie "moins". Ainsi, 9 (ligne 9) s'écrit 10-1

Les crochets qui figurent sur la copie signalent les mots illisibles sur la tablette.



Face et revers
Table de multiplication par 25

Document 4

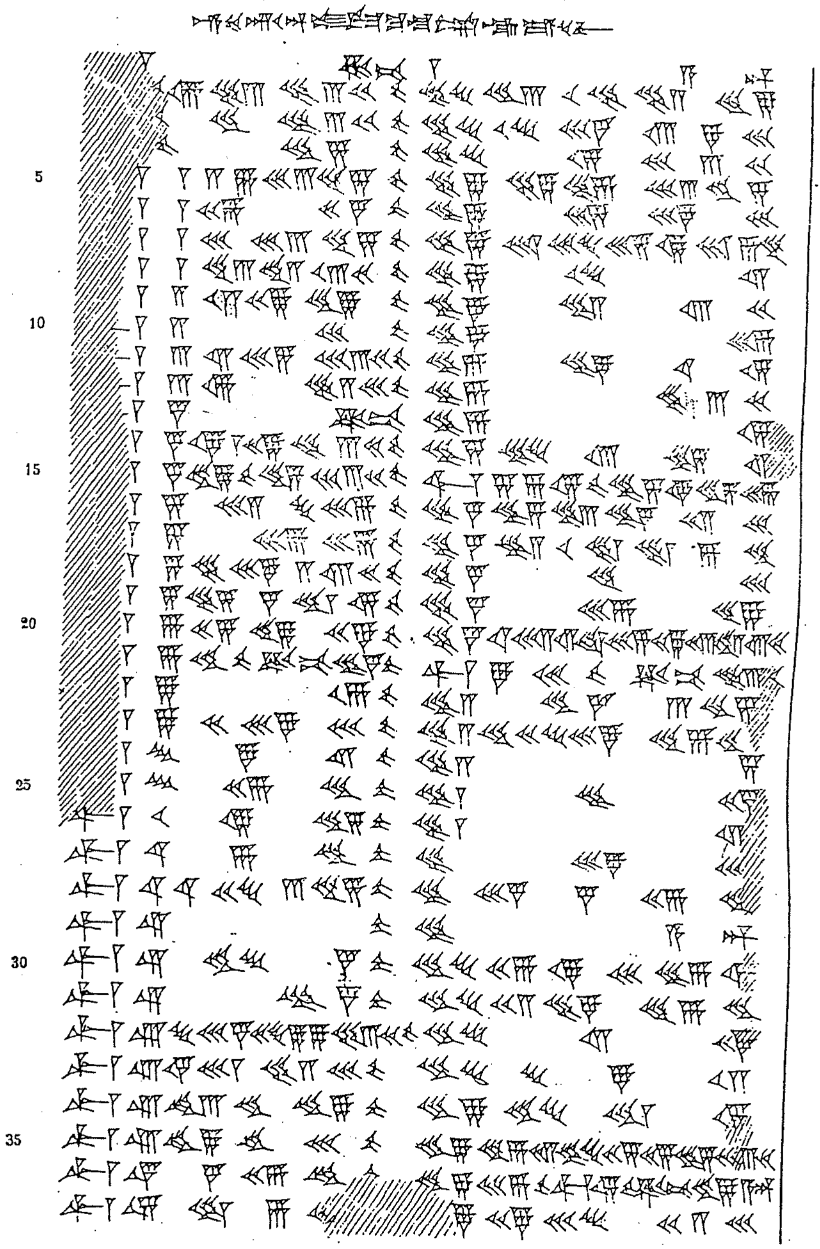
Tablette L 7375, 2100 av. J.-C. environ, table d'inverses provenant de Tello. Musée archéologique d'Istanbul.

Copie	Traduction	Remarques
	43 n'a pas d'inverse	43 est irrégulier
	44 n'a pas d'inverse	44=4x11 est irrégulier
	45 a pour inverse 1.20	$\frac{1}{45}=\frac{1}{60}+\frac{20}{60^2}$ soit 0;01.20
	46 n'a pas d'inverse	46=2x23 est irrégulier
	47(= 50-3) n'a pas d'inverse	47 est irrégulier
	48(= 50-2) a pour inverse 1.15	$\frac{1}{48}=\frac{1}{60}+\frac{15}{60^2}$ soit 0;01.15
	49(= 50-1) n'a pas d'inverse	49=7x7 est irrégulier
	50 a pour inverse 1.12	$\frac{1}{50}=\frac{1}{60}+\frac{12}{60^2}$ soit 0;01.12
	51 n'a pas d'inverse	51=3x17 est irrégulier
	52 n'a pas d'inverse	52=4x13 est irrégulier
	53 n'a pas d'inverse	53 est irréguilier

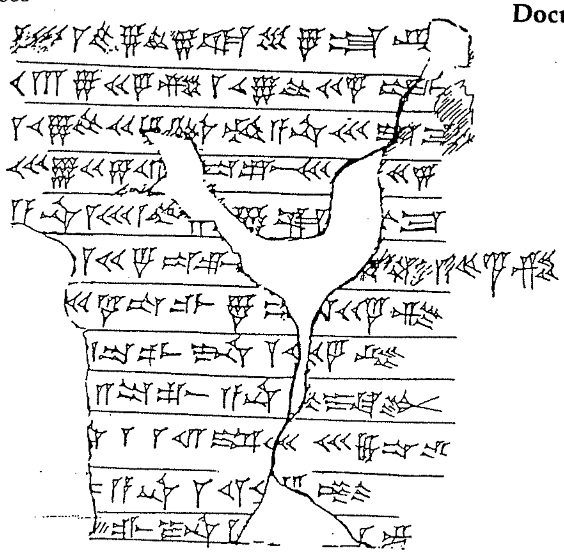
Le signe se prononce *igi* et signifie "inverse" (R. Labat, *Manuel d'épigraphie akkadienne*, p201).
Le signe signifie "n'existe pas". On repère dans ce signe l'élément qui se prononce *gur* et signifie "trou," (op. cit. p 167). Il jouera plus tard (à l'époque séleucide) le rôle de zéro.

Document 5

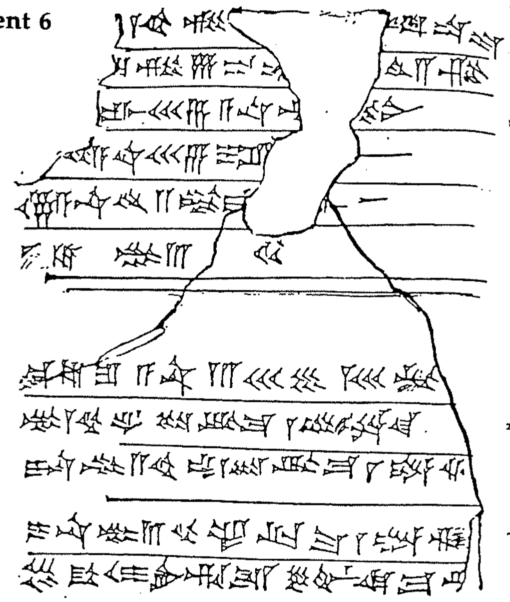
31 **Face** Col. I



Document 6



Face



Revers

Traduction

Face.

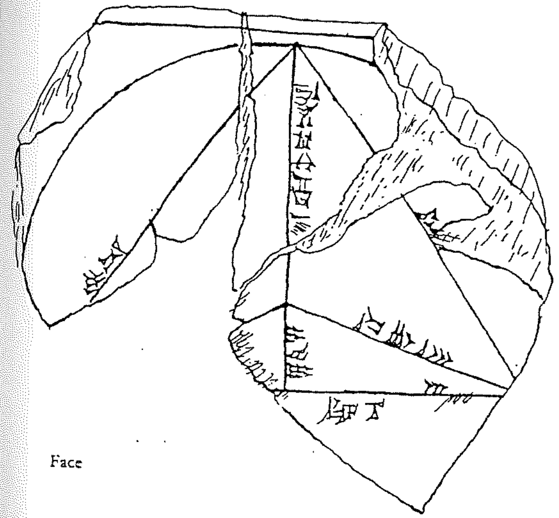
Du capital initial 1.31.58.48 *še* (grain d'argent) $\frac{1}{7}$ j'ai soustrait.
13.8.24 soustrais, 1.18.50.24 tu trouves ;
1.18.50.24 à 30 porte pour (avoir) l'intérêt :
39.25.1[2] tu trouves ; 39.25.12 ajoute
au capital initial 1.31.[58.4]8.
[2.11].24, tu trouves ; de 2.11.24 soustrais 1
[1.11].24 tu trouves ; de 1.11.24 soustrais le $\frac{1}{7}$
[10.12] tu trouves ; de 1.1[1.2] 4 soustrais 10.12
[1.1.1]2 tu trouves ; pour l'intérêt donné
[30] à 1.1.12, porte : 30.36 tu trouves ;
[30.36] à 1.11.24 ajoute
[1.42 tu trou]ves ; de 1.[42....

Revers.

1 soustrais, [42 tu trouves ....] ;
[de 42] $\frac{1}{7}$ soustrais, 6 tu trouves [... 6 de] 42 soustrais
[36 tu] trouves, 36 pour l'intérêt donné.
[3]0 à 36 porte [....]
18 à 42 ajoute, [1 tu trouves]
1 (qui est le nombre) de la 3e année.

Annuité. — L'intérêt de 3:30 *še* (grain d'argent) est 1.30
Après la 1re année, je suis allé et j'ai pris 1 *še*
dans la 2e année, je suis allé et j'ai pris 1 *še*
dans la 3e année, je suis allé et j'ai pris 1 *še*
Le grain est « épuisé » ! Quelle est la quantité initiale de « grain » d'argent ?

Document 7



Face

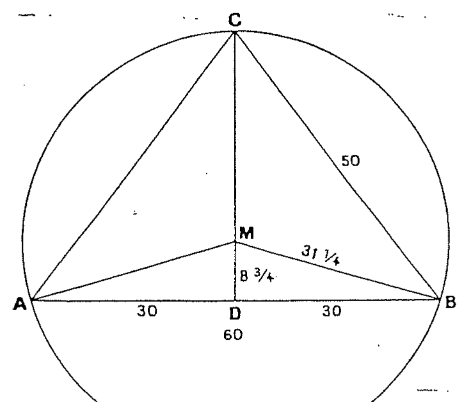


PLANCHE 1

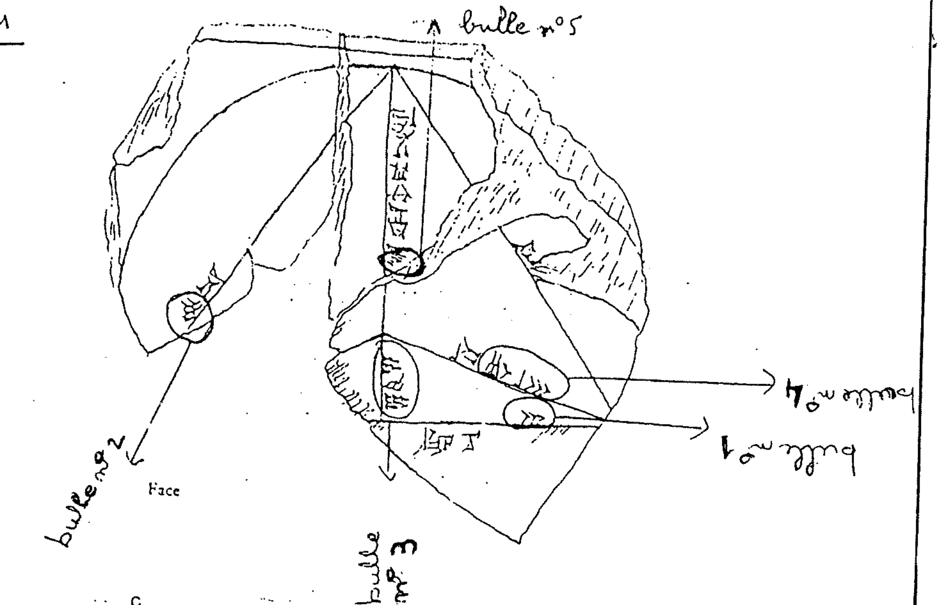


PLANCHE 2