

Quadratures et trisections, à la manière de Marolois

Groupe "Mathématiques en Bourgogne" de l'IREM de Dijon¹
(P. Collaudin, P. Guyot, F. Metin, P. Regnard)

Introduction

L'ouvrage que nous avons étudié, *Opera Mathematica, ou œuvres mathématiques traictans de géométrie, perspective, architecture et fortification*, par Samuel Marolois, auxquels sont ajoints les fondements de la perspective, et architecture de J. Vredm Vriese augmentée et corrigée en divers endroits par le mesme auteur a été édité à la Haye en 1614 ce qui semble surprenant puisque la partie de géométrie du livre est, elle, datée de 1616. Une erreur de quelques années s'est peut-être glissée au moment de l'impression... L'exemplaire dont sont tirés les textes étudiés appartient à l'Académie François Bourdon du Creusot, qui gère une partie du patrimoine industriel de la famille Schneider (elle possède avec la bibliothèque du château l'un des plus gros dépôts de livres techniques de France.) Bibliophile convaincu, l'un des membres de la famille Schneider avait acquis quelques livres scientifiques anciens. C'est ainsi que nous avons découvert *Les œuvres mathématiques traitant de géométrie, perspective, architecture et fortification* de Samuel Marolois.

On sait peu de choses sur la vie de Samuel Marolois. Né dans la deuxième moitié du seizième siècle (1572), il passe la plus grande partie de sa vie en Hollande, peut-être pour fuir la répression contre les adeptes de la *nouvelle religion*. On lui doit des ouvrages sur la géométrie, la perspective et les fortifications, comme *Fortification ou Architecture militaire, tant offensive que défensive* (La Haye, 1615), et *Perspective contenant la théorie et pratique d'icelle*, daté de 1614-1615.

Largement inspirée d'Euclide, la géométrie de Marolois se singularise par ses finalités. Son intérêt pour les plans des fortifications et la perspective l'a incité à présenter de nombreuses constructions, transformations et découpages de figures polygonales ou circulaires dont nous vous donnons quelques exemples.

Elle nous paraissait bien adaptée à une étude "multicolore" de par sa richesse, la simplicité des prérequis, le langage étrange qui permet un travail de distanciation et de traduction, et même les nombreuses erreurs qui favorisent une étude critique. Nous avons donc cherché à proposer à nos élèves des activités autour d'extraits de la *Géométrie* de Marolois, et ce fut de nouveau l'occasion de porter un regard inhabituel sur l'activité de nos élèves et de partir à l'aventure historico-mathématique... En outre, les comparaisons entre nos activités (différences et points communs) ont pu mettre en évidence l'écart entre nos façons d'aborder la lecture d'un texte ancien en classe et pourrait nous mener à préciser des axes méthodologiques.

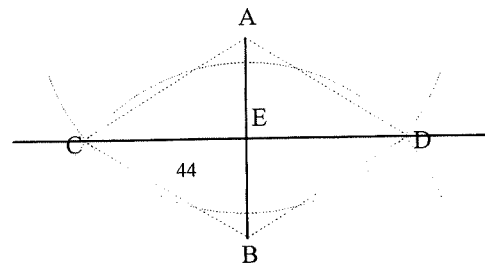
¹ Le travail du groupe consiste depuis des années à rechercher les sources originales disponibles dans l'Académie de Dijon, qu'elles soient pures (bourguignonnes) ou non (du reste du monde), et à proposer à nos élèves (de divers horizons) des activités basées sur ces textes anciens. En outre, nous cherchons à promouvoir l'Histoire des Mathématiques également à l'extérieur des milieux scolaires, étudiants et enseignants.

Problèmes de section

Proposition 2 : Diviser une ligne droite donnée en deux esgalement

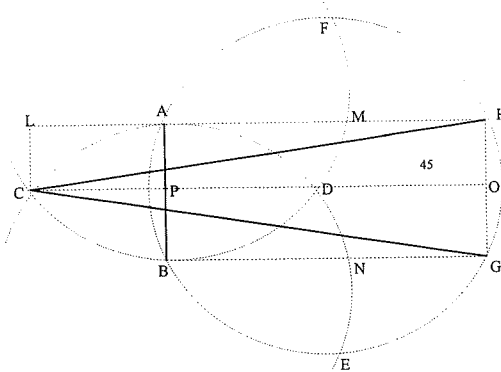
Le but était d'utiliser un support inhabituel pour faire travailler les élèves sur des connaissances censées acquises, sans leur donner la sensation de réviser². Les savoirs et savoir-faire réinvestis ici sont les suivants : calculs d'aires de rectangles et de carrés, utilisation du compas (construction de médiatrice, perpendiculaire), relation de Pythagore, racines carrées, calcul littéral, identités remarquables, rôle de la preuve en mathématiques, arrondi d'un calcul.

Le but de cette brève étude est de familiariser les élèves avec le "style" particulier à travers la lecture de la proposition 2 et celle de la construction 44. La construction correspond exactement à la méthode utilisée couramment par les élèves. Ce passage transitoire leur permet de découvrir l'écriture (les "f" pour "s", et autres &), et le vocabulaire utilisé ("partir" et "diviser" pour diviser, le "pied immobile du compas" pour la pointe,...). Les élèves ont réalisé la construction.



Pendant la même heure, ces mêmes élèves liront la proposition 14 et la construction 62 (*Estant donnée une parallélogramme rectangle le reduire en quare*) afin d'en comprendre le sens (voir plus loin).

Proposition 3 : Estant donnée une ligne droite le deverser en 3. Parties esgales



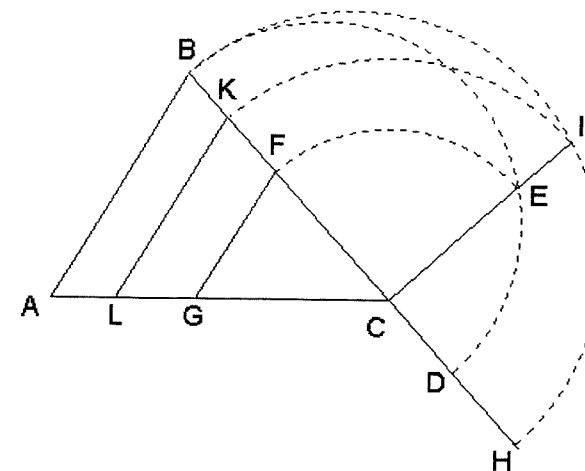
² La classe concernée est une seconde BEP habillement, constituée de vingt-quatre filles d'un niveau faible en mathématiques.

Ce problème présente l'intérêt d'être accompagné de sa démonstration et d'une illustration qui porte à l'interprétation perspectiviste (suggérée par Jean-Pierre Le Goff). Le va-et-vient entre la proposition et sa figure est rendu nécessaire par une erreur de placement des points M et N. La démonstration nécessite un travail approfondi, elle fait appel à la quatrième proposition du sixième livre des *Eléments* d'Euclide (notée "la 4. Du 6. D'Euc."), actuellement appelée "théorème de Thalès". Mais comme dans l'activité précédente, cette étude ne constitue qu'une première familiarisation des élèves avec le langage et la notation de Marolois (seuls les plus courageux³ ont abordé l'analyse de la démonstration !), le but de la série d'activités étant également la proposition 14 (*Estant donnée une parallélogramme rectangle le reduire en quare*) accompagnée de la construction 63.

Proposition 59 : Estant donné un triangle le diviser en trois parties esgales avec lignes parallèles à l'un des costez

Après avoir décrit de nombreux procédés permettant d'inscrire et de circonscrire des figures polygonales ou circulaires les unes aux autres (propositions 48 à 58), Marolois expose à partir de la proposition 59 des découpages de figures, bissections, trisections et autres.

Le premier consiste à "diviser un triangle en trois parties égales avec lignes parallèles à l'un des cotés".



La construction proposée n'a rien de surprenant. Elle utilise la moyenne proportionnelle de deux grandeurs permettant la construction à la règle et au compas d'une racine carrée comme la décrit Euclide dans la 13^{ème} proposition du livre VI de ses *Eléments*.

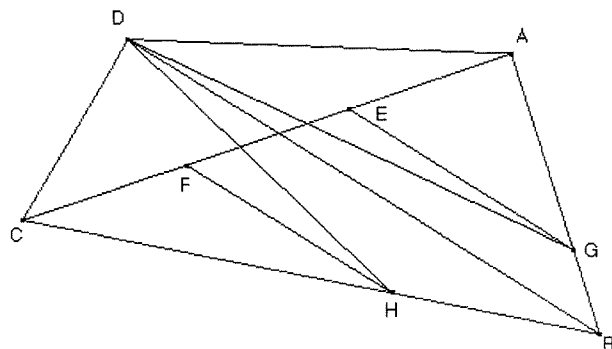
Son intérêt pour des élèves de Seconde a résidé tout d'abord dans le simple énoncé du problème qui a suscité des interrogations et des débats fructueux. Il s'est dégagé principalement d'une recherche empirique, qu'un triangle dont les dimensions sont trois fois plus petites n'a pas une aire trois fois plus petite. Une étude plus théorique nous a menés à la

³ Le problème a été lu et reconstruit par des élèves de 1^{ères} L (littéraire) et STL (Sc. et Techno. de Laboratoire). Il s'agit simplement pour eux de lire, alternativement en groupes et en classe entière, la proposition et la démonstration puis d'en donner une interprétation, ce qui n'était pas si simple...

nécessité de construire des racines carrées en utilisant la hauteur d'un triangle rectangle. L'activité s'est terminée par une étude de la figure et de la construction de Marolois.

Proposition 60 : Diviser un quadrilatère par lignes sortantes d'un des angles

Marolois propose deux solutions, nous ne nous sommes intéressés qu'à la première. La seconde solution repose essentiellement sur la réduction du polygone en un triangle, puis du partage d'un côté du triangle en trois parties égales. La première solution est plus originale, elle est présentée sous le titre de construction 167 : " Soit le quadrilatère a diviser en trois parties égales ABCD, soit tirée la diagonale AC, laquelle soit divisée en trois parties égales et soient de ces points fait les parallèles à la diagonale BD, coupant les côtés AB et BC en G et H desquels étant menées lignes droites au point D aurons la division requise."



L'activité a été traitée en Seconde, elle pourrait l'être en Troisième, une seule connaissance est nécessaire : savoir que l'aire d'un triangle est le demi-produit d'une base par une hauteur. L'activité est donc divisée en trois parties : 1) Lecture du texte avec une vérification expérimentale de la méthode de Marolois, 2) étude de propositions préliminaires donnant l'idée de la justification de la méthode étudiée, et 3) justification finale de la méthode.

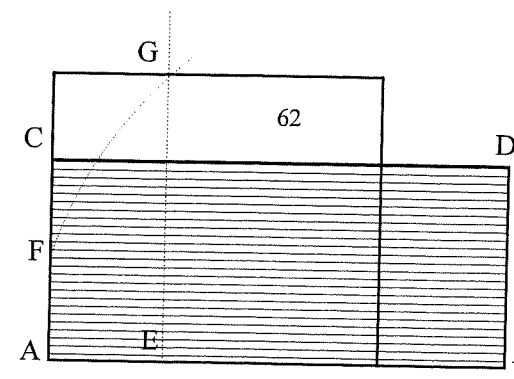
La difficulté principale réside dans l'observation d'une figure et dans l'extraction de figures déjà rencontrées ou de figures clés. Or ce qui était certainement usuel pour les mathématiciens du niveau et de l'époque de Marolois ne l'est plus pour nous et pour nos élèves. En dehors de la configuration dite "de Thalès", notre catalogue est assez pauvre.

Problèmes de quadratures

Bien sûr nous avons triché : il ne s'agira pas plus ici de quadratures du cercle qu'il ne s'agissait de trisections de l'angle dans la première partie. On y faisait voir des trisections de segments, de triangles, on verra ici des quadratures de figures rectangulaires et des "triangulations" de polygones !

Proposition 14 : Estant donnée une parallélogramme rectangle le reduire en quare

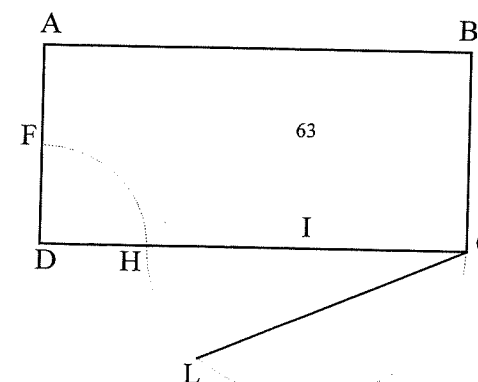
Construction 62



Les élèves de Seconde BEP Habillement (voir plus haut la prop. 2) numérotent les consignes de la construction : construction 1° du rectangle ABDC (et non ABCD), 2° du point F milieu de [AC], 3° du point E à l'aide du compas ($AE=AF$), 4° de la perpendiculaire à (AB) en E, 5° du point G à l'aide du compas ($BF=BG$) et enfin, 6° du carré "égal" au rectangle donné.

Chaque élève effectue ensuite la construction, en prenant $AB=L=12,5$ cm et $AC=l=4,5$ cm en suivant l'ordre indiqué précédemment. Une mesure leur donne satisfaction et la plupart souhaitent en rester là. La fin de l'activité (après suggestion du professeur, sur le statut de simple vérification du travail déjà effectué) consiste en une approche de la démonstration en deux étapes, d'abord en effectuant tous les calculs intermédiaires en partant des valeurs choisies précédemment (ce qui met en évidence le problème de l'utilisation de résultats approchés dans des calculs intermédiaires), puis en cherchant à récrire cette suite de calculs avec $AB=L$ et $AC=l$ (ce qui donne la démonstration générale).

Construction 63



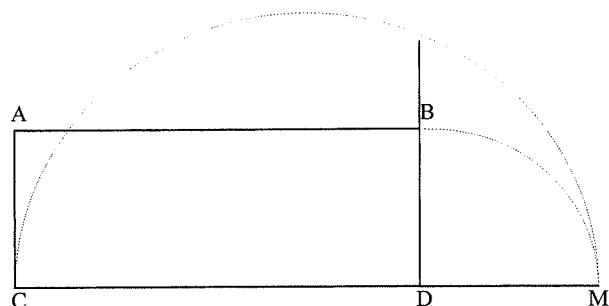
Les élèves de 1^{ère} STL, qui ont pourtant un bagage scientifique plus important, ont une réaction comparable à celle des élèves de BEP : pas de besoin *a priori* de réinvestir les outils mathématiques dont ils disposent pour juger de la validité de la construction proposée.

Il faut donc leur donner des indications, car *le dessin ne correspond pas exactement au texte* ! La distance FD était en principe reportée à partir du milieu O de [DC], ce qui est contraire à l'illustration, où O n'apparaît pas. Les élèves ne l'ont pas vu, il a fallu mettre en évidence l'incompatibilité du texte et du dessin, puis leur demander d'identifier la construction correcte.

Deux utilisations successives du théorème de Pythagore permettent de prouver que la bonne construction est celle du texte (il faut croire que le dessinateur n'était pas très au courant des mathématiques, cela fait d'ailleurs une grande partie du charme de l'ouvrage.)

Ce n'était pas vraiment évident pour les élèves (ils ont eu grand besoin de mon soutien), mais la preuve finale leur a apporté une grande satisfaction : c'était un peu comme si des archéologues étaient parvenus à reconstituer une énigme et à rentrer dans une autre époque...

Construction 64

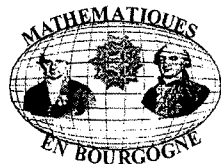


Cette construction est un grand classique. La classe est facilement parvenue à l'expliquer (je n'avais pas donné le texte), grâce à l'entraînement préalable, et à la justifier.

Pour finir

L'intérêt de ce type d'activités est multiple, à la fois pour les élèves et pour notre groupe de recherche. Pour les élèves, la lecture représente un aspect fondamental de leur rencontre avec les textes anciens : n'aurions-nous pas tendance à oublier que les mots ont aussi leur importance et leur sens intime, pour mieux faire croire que nous utilisons un langage au-dessus de tout soupçon ?

Au fond, ne serions-nous pas un peu prétentieux avec notre langage ?



La résolution des équations du second degré présentée par Pedro Nunes dans son livre : "Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria" (1567)

Teresa J.C.P. Caracol Caetano

Pedro Nunes

Pedro Nunes est né en 1502 à Alcácer do Sal (Portugal) et il est mort à 1578 à Coimbra. En 1523 il a obtenu le degré de bachelier en médecine de l'université de Salamanca.

A Salamanca il s'est marié et il a gagné sa vie comme médecin.

Vers 1526 D. João III fait venir Pedro Nunes pour travailler à la cour. Pedro Nunes a poursuivi ses études à l'université de Lisbonne où il a obtenu sa licence et aussi son doctorat (1532).

Il a été professeur de philosophie morale, de logique et de métaphysique, à partir de 1529, à l'École Générale de Lisbonne, il a été cosmographe et cosmographe-principal du royaume, de 1547 jusqu'à sa mort, en 1578.

En 1537 D. João III déplace l'université à Coimbra et il introduit dans le cours de Médecine, la chaire de Mathématique, et Pedro Nunes l'a enseigné jusqu'à son jubilé à 60 ans. Cependant, en pleine époque des découvertes maritimes, Pedro Nunes maintient son contact avec Lisbonne, en collaborant à la formation de pilotes, de cartographes et de maîtres.

L'astrologie, qui était un auxiliaire très important de la médecine au XVI^e siècle, s'appuyant sur l'astronomie, dans laquelle la mathématique est un instrument fondamental. On pense que ces connaissances en mathématique ont éveillé le génie de Pedro Nunes dans ce domaine.

La production scientifique de Pedro Nunes se divise en deux parties:

- 1- traduction d'oeuvres antérieures.
- 2- production d'oeuvres originales.

Les oeuvres qu'on considère originales sont les suivantes:

- "Tratado sobre dúvidas de navegação" (1537)
- "De erratis Orontii Finei" (1546)
- "De crepusculis" (1542)
- "Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria" (1567)