MATHEMATIQUES ET DIALECTIQUE
CHEZ PLATON, ARISTOTE ET NICOLAS DE CUES

Jean-Marie NICOLLE

La dialectique est la méthode propre à la philosophie, fondée sur la discussion de thèses et s'efforçant d'atteindre une connaissance vraie débarrassée des hypothèses. Platon l'a nettement distinguée de la démarche mathématique. Aristote l'a remaniée et s'en est servi pour clarifier des concepts mathématiques comme le continu et l'infini. N. de Cues l'a introduite au coeur de ses tentatives pour résoudre le problème de la quadrature du cercle. Ces trois références peuvent nous amener à nous interroger sur l'utilisation possible de la dialectique dans la recherche mathématique. Cet usage n'est-il pas interdit par la distinction de nature entre les deux démarches opérée par Platon ? Ou la redéfinition aristotélicienne de la dialectique ne permet-elle pas un usage occasionnel de la dialectique pour des objets particuliers des mathématiques ? Chez N. de Cues, le recours à la vision intellectuelle d'une solution qui échappe à la démonstration proprement mathématique semble être une facilité qu'il s'accorde en contravention avec les exigences de la rigueur mathématique. Mais le statut particulier de l'objet dont il traite, à savoir l'infiniment petit, n'autorise-t-il pas cette exception ? On verra que notre interrogation n'est pas seulement d'ordre épistémologique, mais qu'elle touche à l'ontologie.

I - PLATON

La dialectique platonicienne se définit d'abord comme un art de la discussion. Elle consiste à opposer deux interlocuteurs afin d'obtenir une réponse vraie à une question donnée. Cependant, la progression vers la vérité ne s'effectue pas dans une opposition terme à terme de deux doctrines jusqu'à ce que la plus forte l'emporte. Il s'agit plutôt d'un examen critique d'hypothèses fournies par un interlocuteur (le sophiste) qui est ainsi poussé par le questionneur (Socrate) à reconnaître ses erreurs et à monter d'hypothèses en hypothèses jusqu'à la bonne réponse.

Dans le fameux texte dit « de la ligne » [7, L.VI, 509d-511c], Platon ordonne les différents degrés du réel en fonction des différents degrés de la connaissance. Disposés sur des segments de plus en plus longs et en rapports proportionnels, on trouve les copies des objets, les objets eux-mêmes, les notions mathématiques et, finalement, les Idées. Les modes de connaissance qui leur correspondent sont l'imagination (*eikasia*), la foi (*pistis*), la connaissance discursive (*dianoïa*) et l'intelligence (*nous*). On peut noter que cette correspondance établit un lien indéfectible entre l'ontologique (les degrés de l'être) et la connaissance. Mais l'objectif de ce texte n'est pas d'exposer une division statique des genres de l'être ; il est de montrer le mouvement, le passage qui conduit d'une connaissance à une autre.

L'opinion (*doxa*) consiste à passer de la connaissance des copies à celle des objets dont les copies (ombres, reflets, images, etc.) sont des imitations ; c'est une démarche bien modeste et limitée. Les mathématiques passent des objets aux notions mathématiques qui permettent d'en rendre compte ; elles sont le prototype de la démarche scientifique. La dialectique s'élève jusqu'aux Idées ou essences, pour parvenir finalement à la saisie de l'Un-Bien. Mathématiques et dialectique ont pour point commun de travailler sur des idées universelles, saisies par une même intuition intellectuelle ; elles parviennent à des preuves universelles et nécessaires, mais sur des objets et par des voies différents.

Les mathématiques ont pour objets des êtres relatifs ; par exemple, $5=3+2$ et $3=5-2$; chaque nombre n'est défini que par d'autres nombres. Pour se représenter leurs objets, les mathématiques usent d'images, de figures géométriques. Elles travaillent donc sur des êtres mixtes (*métaxu*), à la fois sensibles et intelligibles. La dialectique, elle, use des Idées seules en passant de l'une à l'autre jusqu'à l'Un-Bien. Elle travaille sur des êtres absolus auxquels on ne peut rien retrancher comme par exemple le Beau en soi, ce qui fait que les choses belles sont belles. Les Idées de la dialectique sont purement intelligibles et sont comme les modèles parfaits des notions mathématiques.

En conséquence de la différence de leurs objets, ces deux disciplines suivent des méthodes différentes. Les mathématiciens posent leurs objets sans remettre en question leur évidence, sans s'interroger sur leur existence, *...les maniant pour leur usage comme des hypothèses, ils n'estiment plus avoir à en rendre raison...*Les mathématiciens déduisent les conséquences nécessaires de ces hypothèses (en entendant par hypothèse ce qui est posé, et non ce qui est supposé conditionnellement). Par exemple, ayant posé la définition du triangle rectangle, ils en tirent les propriétés particulières. Les dialecticiens, eux, montent d'hypothèses en hypothèses pour parvenir au principe anhypothétique, l'Un-Bien, c'est-à-dire à la cause de tout ce qui existe, l'Un-Bien se trouvant au-dessus de toutes les essences. La supériorité des dialecticiens sur les mathématiciens tient à ce qu'ils dépassent le niveau des hypothèses et rendent compte de l'existence de leurs objets.

Il résulte de cette comparaison une hiérarchie évidente pour Platon : les mathématiques, en restant dépendantes des hypothèses, n'engendrent seulement que des possibilités. Les mathématiques sont une science du possible, une science intermédiaire entre l'opinion et la philosophie. Les mathématiques, par les figures, les noms, les définitions qu'elles produisent, ne nous font connaître que les propriétés des choses et non leur être même...*mais le plus important (...) entre ce qu'est une chose et le fait qu'elle est telle ou telle, ce n'est pas « le fait d'être tel ou tel », mais le « ce que c'est » que cherche à connaître l'âme*. [8, 343b]. Autrement dit, entre l'essence d'une chose et son apparence, c'est son essence qui compte le plus. Or, les mathématiques ne nous font pas connaître les essences, alors que la dialectique engendre des vérités certaines grâce au principe de l'Un-Bien ; elle est une science du réel qui obtient l'intelligence pure des choses ; elle atteint l'être. C'est pourquoi les mathématiques joueront un rôle de propédeutique à la philosophie dans la formation des gardiens de la Cité, mais elles ne seront pas une fin par elles-mêmes. Les mathématiques sont *les anses de la philosophie*, selon la formule de Xénocrate, un disciple de Platon.

Les mathématiques sont une excellente école pour apprendre à se méfier des sens par l'expérience de l'observation fine des figures, pour savoir définir un concept, pour acquérir le sens de l'abstraction, l'habitude de s'élever jusqu'à l'universel, pour discipliner son raisonnement en respectant le principe de non-contradiction. *Nul n'entre ici s'il n'est géomètre*, avait écrit Platon à l'entrée de son Académie. Mais les mathématiques n'offrent pas la science accomplie qu'on trouvera seulement dans la philosophie. En revanche, l'apprentissage de la dialectique est délicat et doit être réservé aux hommes de plus de trente ans soigneusement sélectionnés parmi les meilleurs. L'esprit critique développé par un apprentissage prématuré de la dialectique risque de tourner au relativisme, à la négation des valeurs de la Cité, voire au scepticisme. La dialectique ne doit pas être pratiquée comme un jeu. C'est une discipline trop grave pour être livrée à n'importe quel esprit.

II - ARISTOTE

Disciple de Platon, Aristote partage avec son maître l'amour du savoir, l'exigence d'universalité et de nécessité dans la connaissance. Mais il s'en sépare sur la question de la méthode et sur la théorie des Idées. Le célèbre tableau de Raphaël, *L'école d'Athènes*, présente bien la divergence de méthode entre Platon et Aristote : Platon montre le ciel de son index et Aristote désigne la terre de sa main. Platon recommande de se détourner des objets sensibles pour trouver leur vérité dans les Idées. Aristote, au contraire, veut s'appuyer sur l'observation du sensible pour, progressivement, induire un savoir général sur les objets.

Il en résulte que les objets mathématiques sont dérivés par abstraction des objets sensibles ; ils n'existent pas par eux-mêmes, séparément des objets physiques, et ne peuvent en être la cause. Cela ne signifie pas que les mathématiques soient sciences du sensible, mais qu'elles traitent d'objets tirés du sensible ; elles étudient les objets physiques sous certains de leurs attributs comme le nombre, la grandeur, la surface, etc... Les mathématiques n'étudient ni l'existence, ni l'essence de leurs objets, car ces questions relèvent de la métaphysique, mais seulement certaines de leurs propriétés.

La dialectique prend alors une nouvelle signification ; pour Platon, elle était un moyen de s'élever vers l'intelligible par rupture avec le sensible. Pour Aristote, l'intelligibilité est immanente au sensible : c'est dans le sensible qu'il faut chercher la forme des objets qui les explique. La dialectique est une discussion des idées admises sur tout objet ; en ce sens, c'est une discipline universelle. C'est une démarche consistant à réclamer de l'adversaire une proposition (appelée prémisse) que l'on va discuter et critiquer pour obtenir un savoir nouveau. La dialectique est une mise à l'épreuve des concepts, une réflexion critique sur les jugements. Elle construit un problème qui met en jeu une alternative, une vérité ou une thèse qui est sujet à conflit. Elle peut être utilisée au coeur de la science en train de se faire, mais aussi dans l'après-coup, lorsqu'il s'agit de reconsidérer une découverte. A la différence de la dialectique platonicienne, la dialectique aristotélicienne n'est pas en elle-même une science puisque tout homme, même ignorant, peut la pratiquer, mais elle peut être un moteur de la science. [2, 11, 172a]

La dialectique est critique alors que la science mathématique est démonstrative ; elle ne demande pas mais pose les propositions d'où partiront ses démonstrations, ces propositions étant considérées comme des affirmations vraies et premières ; démontrer consiste alors à disposer des termes dans des syllogismes de telle sorte qu'on arrive à une conclusion vraie ; chaque science étudie un genre déterminé d'objets. On a la science d'une chose quand on en connaît la cause et quand il est impossible que ce que l'on sait soit autre qu'il n'est.

Pour Aristote, une prémisse démonstrative *est vraie et obtenue au moyen des principes posés primitivement tandis que dans la prémisse dialectique, celui qui interroge demande à l'adversaire de choisir l'une des deux parties d'une contradiction, mais dès qu'il syllogise, il pose une assertion portant sur l'apparence et le probable.* [1, I, 1, 24a]. Par exemple, il faudra choisir l'une de ces deux thèses : le monde est fini ; le monde est infini. Une fois le choix posé, il faudra argumenter. On arrive donc à la hiérarchie inverse de celle de Platon : les mathématiques travaillent sur des vérités, alors que la dialectique travaille sur du probable.

On voit très bien le travail dialectique à l'oeuvre dans la *Physique*, [3, livres III et VI], lorsqu'il s'agit d'examiner le concept d'infini : Aristote énumère les définitions les plus répandues de l'infini [3, 204a], les diverses raisons de croire à l'infini [3, 203b], puis réfute ces raisons [3, 208a]. Par exemple, nous croyons à l'infini parce que notre esprit, dès qu'il s'agit de penser une limite, cherche à savoir ce qu'il y a derrière la limite, en sorte que toute limite nous pousse à postuler l'illimité. Ce à quoi Aristote répond que notre esprit confond la limite avec le contact : le contact est une idée relative entre deux termes, alors que la limite est une idée absolue qui ne concerne que le terme limité ; par exemple, le nombre (entier) est limité, mais n'est pas en contact avec un autre nombre. Cependant, la dialectique ne se réduit pas à un travail négatif ; pour avancer, le dialecticien doit savoir poser des prémisses, savoir dissocier les différents sens d'un terme, découvrir des différences et percevoir des similitudes. Dans la *Physique*, Aristote cherche à dégager une solution sur la question de l'infini grâce à ce qu'on peut appeler aujourd'hui des « opérateurs de discernement », c'est-à-dire des distinctions qui, en faisant éclater une notion, en réduisent la confusion et permettent de définir un véritable concept ; ainsi, il distingue l'acte de la puissance (l'infini ne peut exister en acte, mais en puissance) [3, 206a], l'infini de division et l'infini de composition (les grandeurs sont divisibles à l'infini, mais les nombres sont composables à l'infini) [3, 207b]. Enfin, il distingue l'usage philosophique de l'usage mathématique de l'infini [3, 207b].

III - NICOLAS DE CUES

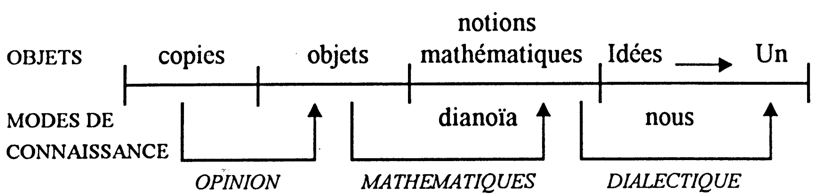
Au XVᵉ s., N. de Cues pense les rapports de la dialectique et des mathématiques, non pas sur le modèle direct de Platon ou d'Aristote, mais à travers le prisme de la tradition néo-platonicienne et scolastique, c'est-à-dire avec une vision très déformée et approximative de la dialectique. C'est pourquoi il est nécessaire de faire, chez lui, la distinction entre le sens explicite qu'il donne au mot « dialectique » et sa pratique effective de la dialectique.

A la fin du Moyen Âge, après les innombrables polémiques sur l'aristotélisme, la dialectique a très mauvaise presse ; elle fait partie du trivium (grammaire, rhétorique, dialectique), opposé au quadrivium (arithmétique, géométrie, astronomie, musique), et est considérée comme l'art de la discussion vaine. On comprend que ce terme apparaisse si peu dans les textes de N. de Cues et qu'il ne fasse pas partie de son glossaire. Il considère la dialectique comme une logique verbale sans valeur, ou, au mieux, comme l'art de distinguer des espèces et des genres.

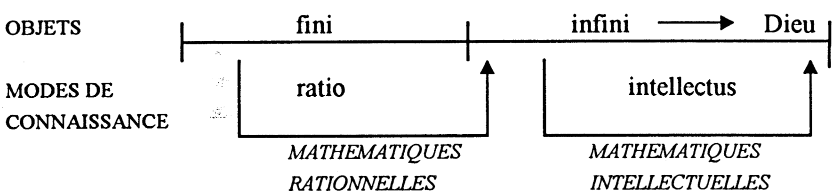
Par contre, on trouve chez N. de Cues une dialectique effective, c'est-à-dire une technique de la pensée qui procède par oppositions et dépassements ; certains commentateurs y voient même un antécédent à la dialectique hégélienne. Cette pratique dialectique est fondée sur une distinction d'inspiration platonicienne entre la raison (*ratio*) équivalant à la *dianoïa*, et l'intelligence (*intellectus*) équivalant à la *noésis*. Ces deux facultés de la pensée obéissent à deux principes différents : la raison est réglée par le principe de non-contradiction ; l'intelligence est réglée par la coïncidence des opposés, cette coïncidence se produisant dans l'infini. C'est pourquoi la raison ne peut pas comprendre les paradoxes de l'infini alors que l'intelligence peut les voir. Par exemple, la théologie positive dit ce que Dieu est ; la théologie négative dit ce que Dieu n'est pas. Comment dépasser cette opposition ? Il faut que l'intelligence voie qu'il existe une troisième théologie qui dépasse l'affirmation, la négation, et qui va au-delà de leur disjonction.

Mais à la différence de Platon qui réserve les mathématiques à l'activité de la *dianoïa* et la dialectique à l'activité de la *noésis*, N. de Cues conçoit deux degrés des sciences mathématiques : les mathématiques rationnelles sont celles qui, pratiquées sur le modèle de la démonstration euclidienne, travaillent sur des objets finis : nombre, point, ligne, surface, volume, centre, cercle, sphère...Les mathématiques intellectuelles travaillent sur des objets infinis et atteignent des notions comme le Maximum, l'Unité, l'Egalité. Les mathématiques rationnelles n'admettent que le principe de non-contradiction ; elles ne peuvent donc pas résoudre une courbe en une droite puisque ces deux grandeurs s'opposent et sont incommensurables ; par contre, les mathématiques intellectuelles sont celles qui, travaillant sur des figures infinies, accèdent à la coïncidence des opposés et « voient » la commensurabilité du courbe et du droit.

PLATON



N. DE CUES



Cette invention de la coïncidence des opposés est très intentionnellement conçue contre *la secte aristotélicienne, qui considère comme une hérésie la coïncidence des opposés, dont l'admission est pourtant le début de l'ascension vers la théologie mystique.* [5, p.33]. N. de Cues affiche sans détour sa préférence pour le platonisme : *Les Platoniciens ont parlé avec beaucoup de finesse et de raison, et les reproches que leur fait Aristote manquent tout à fait de raison.* [4, p.143]. Il reprend donc la célèbre injonction de Platon et fait de la géométrie une propédeutique sinon à la philosophie, du moins à la théologie. On peut, par exemple, grâce à la contemplation de la ligne droite infinie, approcher la rectitude infinie de Dieu. La pratique des mathématiques est même une condition nécessaire pour atteindre la science des choses divines.

Ce faisant, N. de Cues ne respecte pas, loin s'en faut, toutes les règles platoniciennes de la dialectique. D'abord, au lieu de marquer la rupture entre la dialectique et les mathématiques, tant sur leurs objets que sur leurs méthodes, il les conçoit en continuité. Par exemple, la raison ne pose pas elle-même ses hypothèses, mais c'est l'intelligence qui les lui fournit ; l'intelligence nourrit et éclaire la raison, à tel point que celle-ci est parfois décrite comme un simple instrument de l'intelligence. D'autre part, N. de Cues introduit un troisième terme entre les opposés, ce qu'il appelle un lien (*nexus*) qui permet d'établir une continuité entre eux. Ce lien est une puissance de la pensée qui permet de placer deux grandeurs qui semblent irréductibles l'une à l'autre dans un même rapport proportionnel. Par là, l'intelligence parvient à rétablir l'homogénéité et la continuité là où la raison ne voyait qu'hétérogénéité et discontinuité. Enfin, N. de Cues introduit la vision intellectuelle (*visio intellectualis*) que Platon réservait à la connaissance du principe anhypothétique (l'Un-Bien), dans la pratique mathématique elle-même. Ne pouvant résoudre rationnellement le problème de la quadrature du cercle après de nombreuses tentatives - on compte 10 textes mathématiques sur la question entre 1450 et 1457 - il finit par renoncer à l'approximation numérique de π et utilise la vision intellectuelle comme moyen de démonstration :

> *Mon but est d'arriver à la perfection mathématique par la coïncidence des opposés. Et parce que cette perfection consiste pour tout dans l'égalité en quantité de la droite et de la courbe, je propose de chercher le rapport de deux lignes droites se tenant dans le rapport de la corde à son arc : connaissant ce rapport, j'obtiens un moyen d'égaliser la quantité courbe avec la droite. Et puisqu'il est nécessaire de les trouver, je connaîtrai le rapport de n'importe quelle corde à l'arc pour, ce rapport étant connu, progresser dans cet art. Mais comment est-il possible de connaître le rapport de n'importe quelle corde donnée à son arc, qu'entre ces quantités tellement contraires par hypothèse, il y ait un rapport calculable ? Il me sera donc nécessaire de recourir à la vision intellectuelle, qui voit que la corde minima mais inassignable coïncide avec l'arc minimum.* [6].

N. de Cues se donne la coïncidence de la corde minima avec l'arc minimum et peut, à partir de là, déduire toutes les résolutions de courbes en droites et de droites en courbes. Au lieu de réserver la dialectique à la seule discussion sur les principes, il l'utilise dans un moment crucial pour la démonstration.

Evidemment, pour nous, la vision intellectuelle ne peut pas constituer une preuve : ce n'est pas parce que l'on « voit » intellectuellement une solution que cette solution devient une donnée mathématique. C'est seulement au XVII^{e} s. que la corde minima sera intégrée à un calcul sous la forme d'un infinitésimal. Mais si ce coup de force dialectique est inacceptable dans l'ordre de la démonstration, devons-nous pour autant le rejeter du moment de la recherche mathématique ?

Nous avons vu l'efficacité de la dialectique aristotélicienne lorsqu'il s'agissait de redéfinir un concept comme l'infini ; bien sûr, nous pourrions estimer que l'aristotélisme a freiné le progrès des sciences, mais il a aussi fourni une logique et un corps de concepts très solides. Il a notamment formé les esprits à l'exigence de rigueur dans les définitions et les distinctions. C'est en cet endroit que la dialectique peut toujours jouer un rôle en mathématique, en cet endroit où les mathématiques butent sur l'essence de leurs objets (qu'est-ce qu'un nombre ? qu'est-ce qu'un ensemble ? qu'est-ce que le calculable ?) et où elles ont besoin d'une réflexion authentiquement ontologique.

La dialectique n'est pas démonstrative parce qu'elle est essentiellement une mise en question, mais, par ailleurs, les mathématiques ne peuvent pas par elles-mêmes critiquer leurs principes ; c'est alors que la dialectique peut venir à leur secours en conduisant à propos des principes des mathématiques une mise en question qu'elles ne peuvent pas effectuer par elles-mêmes.

Bibliographie

[1] Aristote, *Premiers Analytiques,* Paris, Vrin, 1966.

[2] Aristote, *Les Réfutations sophistiques,* Paris, Vrin, 1969.

[3] Aristote, *Physique*, Paris, Belles Lettres, 1973.

[4] Nicolas de Cues, *De la docte ignorance,* Paris, éd. de la Maisnie, 1930.

[5] Nicolas de Cues, *Apologie de la docte ignorance*, trad. F. Bertin, Paris, éd. Cerf, 1991.

[6] Nicolas de Cues, *De Mathematica perfectione.*(inédit, en cours de traduction)

[7] Platon, *La République.*, Paris, Garnier-Flammarion, 1966.

[8] Platon, *Lettre VII.*, Paris, Garnier-Flammarion, 1987.