

LES NUMÉRATIONS PARLÉES : MÉMOIRES DE LA QUÊTE DES NOMBRES.

André CAUTY.

*"L'immatérialité des
objets mathématiques les
fait plus dépendre de la
langue que les concepts des
autres sciences."*

Didier Nordon.

I. - Babel, ou du nombre des systèmes du nombre.

Les numérations parlées sont des sous-systèmes des systèmes des langues naturelles, caractérisables, comme elles, par un lexique, une morpho-syntaxe, une sémantique, et des propriétés générales comme la double articulation des signes de niveau fondamental, les "noms de nombre".

Schématiquement, toute numération parlée est un triplet comprenant un vocabulaire terminal, un ensemble de règles de composition "syntaxique", et un ensemble de règles sémantiques : $N = (V_T, S, S)$; et tout nom de nombre est un *signe*, au sens linguistique, c'est-à-dire constitué d'un *signifiant*, "Sa", (sa matière acoustico-phonologique), et d'un *signifié*, "Se", lui-même analysable en une *substance*, "Su", (son contenu de sens, de signification, de valeur), et une *forme* syntaxique, "Sy", (son appartenance à telle ou telle catégorie "grammaticale"). Un signe en relation à d'autres, ceux auxquels il s'oppose dans des relations dites paradigmatiques, et ceux auxquels il s'unit, dans un énoncé, dans des relations dites syntagmatiques.

Ces sous-systèmes s'articulent, dans les langues, d'une part, à d'autres

sous-systèmes, ceux, par exemple de la détermination, de la classification, du genre, etc. et, bien sûr, celui du nombre grammatical (singulier/pluriel). Mais ils s'articulent aussi, hors des langues, d'autre part, à bien d'autres systèmes de simulation, de modélisation et de représentation. Notamment à des systèmes d'énumération et de monstration gestuelles, à des systèmes de figuration iconique, de représentation graphique, et, bien évidemment, à des systèmes logico-arithmétiques parfois extrêmement spécialisés (quel locuteur "standard" reconnaît le nombre 1 dans l'écriture " $-e^{i\pi}$ " ?).

Comme les langues naturelles, et les autres systèmes de représentation, les numérations (parlées ou non-parlées) sont soumises au devenir historique, notamment parce qu'elles sont prises sous un faisceau de contraintes contradictoires : permettre la communication non-ambiguë (par exemple, en n'employant que des termes strictement monosémiques ou monoréférentiels), et, en même temps, la créativité expressive (c'est-à-dire pouvoir faire dire aux signes autre chose que leur contenu convenu) ; assurer l'économie maximale du système (en réduisant la taille de son vocabulaire et le nombre de ses règles), et, en même temps, l'économie de la communication (en réduisant la longueur des expressions numériques), etc. Comme l'Évolution laisse ses fossiles, cette histoire laisse des traces.

Schématiquement, les numérations semblent passer par différents moments, que nous avons dits de *détachement* (de l'expérience), d'*autonomie* (dans et par le système), et d'*asservissement* (aux principes d'une communauté de spécialistes) ; et les expressions numériques tendent, pour certaines (les noms des premiers nombres et ceux des nœuds ou des "unités" du système), vers des formes atomiques de plus en plus démotivées et de plus en plus courtes, et, pour d'autres (les nombres qui sont compris entre les précédents et que désignent des expressions complexes), vers des formes composées de plus en plus régulières et systématiques, et renvoyant à des opérations de plus en plus convenues. Comme nous le verrons, nous ne sommes, pour l'étude de la dynamique évolutive des numérations, ni sans instruments d'observation, ni sans méthodes d'analyse.

Dans les langues à tradition écrite ancienne, les changements linguistiques sont observables grâce aux documents, que l'histoire permet de dater et de localiser, parfois de manière très précise. Les historiens de la langue ont établi que le composé français *quatre-vingts*, par exemple, est attesté dès le XII^{ème} siècle, c'est-à-dire un siècle avant que sa variante *octante* vienne régulariser la série *trente, quarante, cinquante, soixante, septante, octante/quatre-vingts, nonante*.

De même, en chinois, peut-on montrer que l'apparition des classificateurs numériques, dont le rôle est de permettre la quantification d'entités dont l'existence individuelle est assurée, a sans doute été motivée par la perte d'une ancienne marque morphologique du pluriel, à une époque où les noms de mesure étaient déjà attestés, et à la faveur probable

des contacts avec les langues taï à classificateurs numériques¹.

Dans les langues sans tradition écrite, c'est-à-dire dans l'immense majorité des cas, l'analyse des changements linguistiques repose sur des méthodes comparatives, qui étudient, en synchronie, les langues et les dialectes d'un même groupe génétique. Les différences observées sont, sous certaines conditions, supposées représenter des moments différents de l'histoire. Les linguistes reconstruisent ainsi, conjecturalement, des états anciens des langues parlées, et ce qu'ils appellent des proto-langues, sur une profondeur historique de quelques dizaines de siècles.

Les familles de langues apparaissent ainsi comme étant une mémoire universelle des productions historiques de l'*homo loquens*, c'est-à-dire de l'homme qui crée les systèmes de signes dont il a besoin pour s'exprimer, pour communiquer, et surtout pour penser réflexivement ses rapports, tant au milieu naturel qu'à son environnement social, qu'il ne cesse jamais de simuler, de symboliser, de modéliser et de représenter.

Le but de cette communication est d'entr'ouvrir cette mémoire, potentiellement grosse de plusieurs milliers de langues naturelles, et d'un nombre encore plus considérable de dialectes, qui renferment le témoignage des questions que les hommes se sont posées au sujet de ce que nous appelons maintenant les nombres, notamment les entiers naturels, mais aussi les fractions.

La première certitude que l'on retire à parcourir ce laboratoire grandeur nature est double :

1) partout, et probablement depuis toujours², les hommes comptent, utilisant pour cela des systèmes et des techniques fort variées, et pour des fins aussi diverses que la nécessité d'échanger³, la volonté de marquer le temps⁴, le plaisir de compter⁵ ...

¹ Peyraube, A. & Wiebusch, T. (1993) "Le rôle des classificateurs nominaux en chinois et leur évolution historique : un cas de changement cyclique", in *Faits de Langues*, n° 2, P. U. F. Paris, 1993, pp. 51-61.

² Au moins depuis l'Azilien (9 000 à 7 500 av. J.-C.), et sans doute depuis 35 000 ans, c'est-à-dire depuis l'époque des lampes à graisse et le développement de l'art rupestre.

³ À Uruk, en Elam, pendant le quatrième millénaire, on utilisait des bulles creuses d'argile contenant des jetons de taille et de forme variées, fort probablement pour disposer ainsi de registres authentiques de comptabilité. De même, les Incas utilisaient plus tardivement des quipus pour leur comptabilité.

⁴ On sait que telle fut l'une des préoccupations majeures des "prêtres" mayas, dès l'époque classique des premières inscriptions hiéroglyphiques. Selon Michel Davoust (*L'écriture Maya et son déchiffrement*, éd. CNRS, Paris, 1995), "Jusqu'ici, le texte le plus ancien était inscrit sur la stèle 29 de Tikal, datée de l'an 292 après J.-C. Mais, en 1983, Schele a reconstruit la date - 8.8.0.7.0. 3 Ahau 13 Xul, soit 199 après J.-C. - inscrite sur la stèle Hauberg (provenant d'une collection privée). Le dernier texte connu est mentionné sur le monument 101 de Tonina érigé en l'an 909 après J.-C."

⁵ Des peuples dits "sauvages", comme les Sioux, ont développé des noms de nombres

2) les systèmes de numération attestés sont de capacités génératives, théorique et pratique, extrêmement différentes : certaines numérations parlées sont du type "un, beaucoup" ou du type "un, deux, beaucoup", tandis que d'autres permettent de nommer de très grands nombres, de l'ordre de dix à la puissance de plusieurs dizaines.

Ainsi, loin de découvrir *un*, voire *le*, système du nombre, l'observateur se voit, au contraire, confronté au fait massif que les systèmes du nombre sont aussi divers et variés que les langues après Babel⁶ ; et que les langues sont toutes des systèmes complexes, en perpétuelle évolution, qu'aucune hiérarchie ne permet d'ordonner, sauf à reposer sur des critères externes de puissance, de privilèges et de prestige : tout colonisateur, le grec de l'Égypte ou l'espagnol de l'Amérique, infériorise le colonisé, démasque l'étranger au fait qu'il ne parle pas "la" langue, le stigmatise comme celui qui *bafouille*, *baragouine*, *barbarise*... et ne dispose que d'un *patois*, d'un *dialecte*, d'un *charabia*..., quelqu'un à qui il faudrait, en conséquence, enseigner "la" langue afin de pouvoir le "civiliser" et l'entraîner à la raison, à la "vraie" religion et aux sciences ...

*
* *

II. - Les nombres s'empruntent et empruntent.

Toute langue comprend un certain pourcentage de mots qu'elle emprunte à d'autres langues, et les numérations, en tant que sous-systèmes des langues, peuvent s'emprunter des noms de nombre. En haoussa (Niger), par exemple, les nœuds des dizaines sont désignés par des termes arabes : *ashirin* (20), *talatin* (30), ..., *tasa'in* (90). Ce fait suffit à prouver l'existence des contacts qui ont pu exister entre ces deux cultures.

Plus proche de nous, le fait que vingt soit un nombre d'appui multiplicatif (dans la série ... quatre-vingts, ..., quinze-vingts, ...) irrégulier dans une numération de caractère décimal, pourrait être la trace de la

jusqu'au million, sans doute à la suite de contacts avec les grandes civilisations du Mexique, mais ils l'on fait, en tout cas, sans motif précis connu. De même, les Cherokees ont-ils développé, au siècle dernier, une écriture tout à fait originale.

⁶ Le rappel de ce mythe, fondateur dans plusieurs grandes religions du Bassin méditerranéen, me paraît important dans la mesure où il véhicule une idée qui a conditionné la perception de la diversité ethnique et du plurilinguisme de dizaines de générations d'Occidentaux. Ce mythe inocule, en effet, la croyance que le plurilinguisme (et donc la diversité des numérations) est un châtement divin ; et que le monolinguisme -auquel rêvent tous les zélotes de l'universel et du reproductible- serait, au contraire, une prérogative divine, promise et transmise à un peuple ou à un groupe élu qui, du fait même de cette élection, serait appelé à se multiplier, à dominer la terre et à s'élever au-dessus des autres nations.

résistance de l'enseignement oral des druides face à la diffusion des sciences romaines écrites. Mais cette conjecture n'est, à ma connaissance, ni confirmée, ni infirmée de manière certaine.

Emprunt ne veut pas dire copie servile ; et les langues résistent à l'emprunt⁷, soit pour le refuser, soit, plus souvent, pour l'adapter à son nouveau milieu. Ces adaptations touchent toutes les composantes du signe emprunté : sa phonologie, (son orthographe, à l'écrit), sa forme syntaxique, et même son contenu. Un mot qui désignait l'unité douze, ou l'unité vingt, dans une langue, se retrouve dans une autre avec, par exemple, la valeur dix⁸ ; une expression concaténait ses constituants dans un certain ordre, que la langue "emprunteuse" va s'empresse d'inverser.

Quoi qu'il en soit, le phénomène des emprunts montre que les frontières linguistiques sont toujours perméables, et que les ethnies ne peuvent pas ne pas échanger. Elles développent, au contraire, continuellement des langues de contacts et des institutions d'échange, qui font surgir des vocations de traducteurs, d'interprètes et de truchements (des intermédiaires servant à interpréter les pensées de l'Autre).

Mais les langues et les numérations ne s'empruntent pas seulement des mots "tout faits". Elles s'échangent aussi, peut-être plus facilement encore⁹, des procédés de composition, ce qui provoque, généralement, l'apparition de "variantes", qui finiront, ou non, par supplanter les formes "originelles".

Dans le domaine indo-européen, par exemple, diverses langues manifestent (sporadiquement et tardivement) des structures dites soustractives «qui se présentent presque toujours comme des doublets occasionnels de structures additives». En latin, de 200 av. J.-C. à 200 ap. J.-C., les composés sont additifs dans les séries 11-17, 21-27, ..., 91-97, mais ils sont soustractifs pour les nombres 18-19, 28-29, ..., 98-99, dont l'expression commence par un de ou duo de. Même à l'écrit, des structures soustractives pour 4, IV, et quarante, XL, admettent sporadiquement des variantes additives IIII, et XXXX.

⁷ Louis-Jean Calvet a rendu célèbre l'expression "*La Guerre des langues*", en en faisant le titre d'un ouvrage. Renée Balibar montre que les langues collaborent et génèrent des structures "colingues", dont la fonction est de produire des textes plurilingues *authentiques*.

⁸ Le passage de la "base" douze à la "base" dix est attesté par exemple en birom (Nigéria) : *kuru*, qui signifiait 12, vaut maintenant 10 ; et *naka*, qui signifiait 144, a disparu au profit de *dupu* 100, emprunté au haoussa. Et le changement de 20 à 10, par la numération khmère (Cambodge).

⁹ Les expressions numériques sont inégalement vulnérables au changement linguistique : les éléments "fondamentaux" (les noms des premiers nombres et ceux des "unités" du système) résistent davantage que les expressions composées, dans la mesure où différentes compositions conduisent facilement à la même valeur numérique : 80 peut se dire *octante* ou *huitante*, 8×10 , aussi bien que *quatre-vingts*, 4×20 ; 19 peut se dire $10 + 9$ aussi bien que $20 - 1$.

Michel Lejeune précise les circonstances dans lesquelles l'innovation soustractive se serait généralisée en latin :

"Les Étrusques ont été les maîtres à écrire des latins. [...] Cela signifie, pour la Rome du IV^{ème} siècle sûrement déjà, un enseignement donné sur place par des enseignants soit Étrusques, soit eux-mêmes formés à l'école des Étrusques. On apprenait auprès d'eux d'une part à lire et à écrire, d'autre part à compter, l'apprentissage des chiffres constituant un lien entre l'une et l'autre discipline.

Dans cet apprentissage, précisément "19" était donné comme s'écrivant XIX, alors que les Romains le lisaient encore nouem-decim //9/10// ; cela demandait explication ; le maître alors, pour se faire entendre, calquait thun-em zathrum //1/Flexion casuelle ancienne ?/20// en un de uiginti, et, associée à l'image visuelle de XIX, la nouvelle dénomination s'imprimait peu à peu [...] jusqu'à déloger, à la fin, l'ancienne.

Sans doute, en définitive, le procédé n'est-il demeuré vivant en latin que pour 18-19, 28-29, etc. et non par surcroît pour 17, 27, etc., comme en étrusque. L'imitation romaine du modèle étrusque n'a pas été totale. Elle n'en est pas moins invocable comme une explication plausible des faits latins." ¹⁰

Les numérations des langues mayas peuvent être réparties en trois types, ordinal, additif et mixte¹¹, selon que les composés sont systématiquement formés selon un schéma ordinal ou un schéma additif, ou qu'ils mélangent ces deux schémas et présentent des variantes.

En tojolabal, par exemple, 21 se dit hun-tahab' sok hun //1/20/'avec'/1//, que l'on interprète comme "1 × 20 + 1", c'est-à-dire (multiplicativo-)additivement. En tzeltal, on dit hun s-cha' winik //1/Indice personnel 'son'/2/'homme' 20// ; que l'on interprète ordinalement comme "1 du 2^o vingt", "un vers le deuxième vingt".

En chol les deux structures sont concurrentes : 21 est formé additivement hun k'al yik'ot hun //1/20/'avec'/1//, tandis que 25 est formé ordinalement ho' i-ca' kal //5/Indice personnel 'son'/2/20//, "cinq du deuxième vingt", tandis que certains composés présentent les deux variantes, additive et ordinale : 505 se dit ho' k'al i-ca' bahk' yik'ot ho' //5/20/'du'/2^o/400/'avec'/5//, ou hun bahk' yik'ot ho' i-wik k'al //1/400/'avec'/5/'du'/6^o/20//.

L'étude des emprunts "syntaxiques" permet de mettre en évidence différentes stratégies de mise en signes des conceptualisations numériques,

¹⁰ Lejeune, M. : "Procédures soustractives dans les numérations étrusque et latine", in *Bulletin de la Société linguistique de Paris*, Tome LXXVI, fasc. 1, 1981, pp. 241-248.

¹¹ Cauty, A. : *L'énonciation mathématique et les numérations parlées*. Thèse d'État ès-sciences, Nantes : Université de Nantes.

par exemple les stratégies "additive", "ordinales", dont certaines sont, pour un Occidental, originales (et déroutantes !), et dont la diversité enrichit les bases de données utiles aux études épistémologiques, notamment d'ethnomathématiques.

Elle permet aussi de construire des scénarios vraisemblables de l'histoire des échanges cognitifs dans les domaines du nombre et des numérations¹². Pour l'histoire des numérations mayas, par exemple, il est probable que le chol était originellement, c'est-à-dire avant la Conquête espagnole, de type ordinal, et qu'il serait actuellement (dans la mesure où tous les locuteurs n'ont pas encore adopté la numération espagnole !) de type mixte, pour avoir subi l'influence des numérations additives, qui se seraient imposées pour être, d'une part, le type de la numération du colonisateur, et, d'autre part, pour des raisons d'économie du système.

La linguistique historique européenne a établi, dès le siècle dernier, un certain nombre de résultats relatifs aux connaissances numériques des locuteurs du domaine indo-européen. En voici un bref résumé.

1) L'unité 1 n'était pas considérée comme un nombre. Ou, ce qui revient peut-être au même, le premier nombre dûment conceptualisé et nommé en tant que tel était 2. Ce qui n'est pas vrai, d'ailleurs, des ordinaux au sens strict : "premier", "second" et "dernier" sont des formes supplétives anciennes¹³.

2) Les locuteurs indo-européens connaissaient le principe de duplication. Ils exprimaient, par exemple, 8 par le duel d'une racine renvoyant à la paume de la main et, par là, aux 4 doigts que comprenait cette unité de longueur. Pour eux, 8 était probablement conceptualisé comme "deux paumes" ; "le double de l'unité de quatre doigts".

3) Ils avaient conscience que ce seul principe ne permet pas de poursuivre très loin dans la suite des nombres. Ce fait est généralement démontré en observant que le successeur de 8, soit 9, est exprimé dans tout le domaine indo-européen par le mot "neuf", c'est-à-dire "nouveau". Ce nombre était vraisemblablement conceptualisé comme dépassant la limite pratique momentanée atteinte par duplication, et apparaissait comme un nouveau nombre, un nombre nouvellement accessible.

4) On savait déjà nommer 100, et donc probablement atteindre le prédécesseur de la limite momentanée 1 000, qui, elle, sera saisie et nommée

¹² Pour un exemple en langues chibchas, cf. Cauty, A. : "L'allatif, le sociatif ... et le pied. Changement de type sémiotique en numérations parlées chibchas", in *Amerindia*, n° 16, Association d'Ethnolinguistique Amérindienne. Paris, 1991.

¹³ On voit ici apparaître une grande différence entre les systèmes écrits et parlés, puisque 2 est très souvent représenté graphiquement par la répétition du chiffre 1, comme en chiffres romains, par exemple, alors qu'aucune numération parlée, à ma connaissance, n'utilise ce mode de formation, et que toutes désignent 2 par un mot unique ou par une expression composée qui ne fait intervenir aucun constituant renvoyant à des nombres.

différemment selon les langues et les régions du domaine indo-européen (mille, en français, thousand, en anglais, par exemple, n'ont rien de commun).

5) Les numérations indo-européennes sont toutes de caractère décimal, et au-delà de dix, les expressions numériques s'analysent facilement en constituants numériques simples, selon le schéma bien connu mêlant composition à valeur additive (dix-sept, vingt et un) et détermination à valeur multiplicative (vingt, deux cents).

6) L'étymologie des petits nombres reste mystérieuse pour 4, 5, 6, 7 et 10.

7) Par contre, elle permet d'établir que le nom de 3 est lié à une racine verbale *trei 'traverser'. Ce nombre, le deuxième à être conçu, serait donc saisi, dans tout le domaine indo-européen, comme le dépassement de quelque chose. Il s'agit sans doute du dépassement de l'opposition identité/altérité, du même et de l'autre, que l'on trouve à la base de l'opposition un/deux, c'est-à-dire de l'idée même qui constitue le premier nombre¹⁴.

8) F. Bader¹⁵, en effet, a montré que 1 et 2 renvoient à des racines qu'elle appelle pronominales, parce qu'on les retrouve dans les pronoms de 1^{ère} et 2^{ème} personne. Ces racines diffèrent d'une langue à l'autre, mais semblent toujours renvoyer à cette opposition de l'identité et de l'altérité.

9) Dans quelques langues, enfin, apparaissent sporadiquement des formations soustractives, qui se présentent comme des variantes occasionnelles de composés additifs. Le latin est la seule langue où, dans un domaine numérique très circonscrit, la formation soustractive a fini par devenir canonique.

Une autre forme d'emprunt consiste à utiliser un mot ou un procédé quelconque de la langue, par exemple un suffixe de dérivation, et l'utiliser, voire le spécialiser, pour la mise en signe des conceptualisations numériques, pour produire des noms de nombre.

Un exemple presque constant : les mots "main" et "homme" deviennent les noms des unités 5 et 20. Plus rare, en nahuatl classique (la langue des Aztèques), tzontli, '(tête, touffe de) cheveux', est aussi le nom de 400. Les numérations puisent largement dans le vocabulaire des parties du corps. Souvent aussi, les noms des unités d'une numération sont des termes qui, dans la langue ordinaire, renvoie à l'idée de "compte" : en nahuatl 20 se dit pohualli, 'compte', et 8 000 se dit xiquipilli, 'sac de cacao'.

¹⁴ En añun (Venezuela) et en wayuu naiki (Colombie), le nom de 2 comprend un constituant (pi-) qui, s'il n'est pas l'indice personnel 'tu', en est tout au moins un homonyme. Dans d'autres aires linguistiques, 3 est un composé additif (2, 1) ou (1, 2), ou une métonymie de la main.

¹⁵ Citée par De Lamberterie : "Le pluriel en arménien classique", in *Faits de Langues*, n° 2, P. U. F. Paris, 1993, pp. 161-168.

Très souvent encore, on trouve des termes qui renvoient à des contenant, des contenus, des collections¹⁶. Par exemple, *kiazi* 'régime de noix de palmier' désigne, en kikongo, la myriade ou le million, selon les régions, et, toujours dans cette langue, *funda* 'feuille de palmier pour emballer le poisson' est le nom de mille ou de la myriade, *mbundu* 'grappe, foule' désigne le million dans certaines régions.

L'analyse sémantique des termes kikongo précédents, par C. N'Tsadi¹⁷, révèle qu'ils partagent un sème générique de "contenant", et qu'ils s'opposent par des sèmes spécifiques comme "grand/petit", "creux/plat", "à contenu discret/massique", etc. Par un transfert métonymique commun à tous, ils ont perdu leur sème générique de "contenant" et acquis le sème "contenu". De plus, dans la langue spécialisée de la numération, ils ont acquis le sème spécifique "comptable".

Ces exemples nahuatl et kikongo montrent que le noyau sémantique de nombreux noms de nombre, - ceux qui désignent les nœuds ou les unités du système et lui assurent sa structure nodulaire, par exemple les noms *dix*, *vingt*, *trente*, etc., *cent*, *mille*, *million*, en français -, est seulement l'idée de collectif (*dizaine*, *douzaine*, *grosse*, *millier*, *myriade*), c'est-à-dire d'une multiplicité saisie unitairement ou d'une unité regroupant des entités ou des quantités, indépendamment de sa taille ou de son cardinal. Cette information quantitative est donnée par une convention qui varie d'une aire géographique à l'autre, d'un dialecte à l'autre, et *a fortiori* d'une langue ou d'une culture à l'autre. On comprend, dans ces conditions, que la valeur numérique des "unités" puisse varier d'une région ou d'une époque à l'autre, et qu'une numération puisse changer de "base", sans changer le nom de cette "base".

Les locuteurs peuvent aussi emprunter, au trésor de leur langue, des procédés morphologiques pour construire de nouveaux noms de nombre. La motivation est alors plus "abstraite", puisqu'il s'agit de l'emprunt de procédés renvoyant à la saisie de relation ou d'opération.

Notre mot *million*, par exemple, est emprunté à l'italien *milione* formé comme *padrone*, 'grand'père', par adjonction d'un suffixe. Le locuteur italien est donc face à une proportion : la relation entre *padre* et *padrone* est la même que la relation entre *mili* et *milione* ; et le locuteur français, face à une autre proportion : *mille* est à *million* comme *aigle* est à *aiglou*. Il s'agit de proportion de similitude, respectant ou inversant la hiérarchie des

¹⁶ Si l'arithmétique doit certainement beaucoup au fait que nous avons une main de cinq doigts, elle doit peut-être beaucoup aussi à l'invention des paniers et autres emballages, qui permettent de faire tenir ensemble des objets qui s'échappent, de partager une charge trop lourde, et de ramener à la mesure de leur contenu la collection "innombrable" des grains de sable à ramener au chantier.

¹⁷ N'Tsadi, C. : "La numération parlée en Kikongo. Étude des noms de nombre : à la recherche de leur identité linguistique et lexicale", Publication restreinte de l'ATP 955 318 du CNRS, 1985.

référents. De tels exemples sont nombreux, en sanskrit, en dzonga (Bouthan), en tarasque (Mexique), en rwandais ...

La mise en signes, dans ces exemples, repose sur la saisie d'un rapport R (d'inclusion, de taille, de valeur, de position ...), - réel, conçu ou imaginé -, entre deux référents A et B ; et ce rapport est ensuite appliqué, en supposant son invariance (complète ou partielle), aux conceptualisations numériques, aux nombres C et D .

D'un point de vue épistémologique, le schéma sous-jacent à cette mise en signes relève du principe d'invariance des proportions, à la base de tous les raisonnements analogiques :

$$R(A, B) = R(C, D), A \text{ est à } B \text{ comme } C \text{ est à } D,$$

et de tous les raisonnements par interpolation :

$$x \text{ est entre } A \text{ et } B \text{ comme } y \text{ est entre } C \text{ et } D.$$

Cet instrument de mise en signes est un puissant outil de production ou de recherche. Admettant l'invariance de R , il suffit de connaître A , B et C pour, du même coup, définir et déterminer X , en "résolvant" l'équation $R(A, B) = R(C, X)$. On sait d'ailleurs toute l'importance qu'il a eu dans la pensée philosophique et mathématique occidentale, depuis les Grecs jusqu'au XVII^{ème} siècle¹⁸.

En résumé, les noms de nombres et les procédés de construction des nombres s'empruntent et empruntent. Dans le sens où ils s'échangent d'une ethnie à l'autre, passent d'une époque à une autre, d'un groupe social à l'autre ..., comme dans le sens où ils utilisent des procédés propres à n'importe quel domaine de la langue ou de la culture. En ceci, ils se transmettent comme les connaissances, les savoir-vivre et les savoir-faire. Symboliquement, analogiquement, métaphoriquement.

Et la diversité de leurs formes révèle la diversité des stratégies que les hommes utilisent pour se saisir d'eux.

*

* *

¹⁸ Isabelle Soto et Nicolas Rouche, dans "Résolution de problèmes de proportionnalité par des paysans chiliens", - in *Repères*, n° 14, Topiques éditions, janvier 1994 -, ont montré que des paysans analphabètes résolvent des problèmes de proportionnalité avec une très grande sûreté. Pour cela, ils n'utilisent pas les algorithmes scolaires formels, mais passent par des "rapports internes" : "c'est-à-dire qu'ils opèrent sur un domaine de grandeurs - le domaine de départ - et qu'ils reproduisent ces rapports dans le domaine d'arrivée, construisant ainsi des structures de calcul identiques [...] l'utilisation des rapports internes permet de constater que les sujets comprennent et maîtrisent très bien la linéarité, dont une des lois est la conservation des rapports internes entre grandeurs". Un avantage de cette méthode est qu'elle a un sens "concret" : "on "voit" tout le temps les hectares, les sacs, les kilos, etc." ; ce qui faisait dire à Napoléon que les anciens systèmes de poids et mesures étaient bien supérieurs, de ce point de vue et pour les besoins de la vie courante, au système métrique.

III. - Les nombres sont objet de stratégies diverses.

La langue ekoi (Cameroun), comme d'autres langues africaines, compose 3 et 3 dans l'expression *esa-r-esa* de 6 ; 4 et 3 dans l'expression *eni-r-esa* de 7 ; 4 et 4 dans l'expression *eni-r-eni* de 8 ; 5 et 4 dans l'expression *elon-eni* de 9. En d'autres termes, les locuteurs de cette langue utilisent, consciemment ou non, en exerçant un contrôle asservi à une théorie ou flottant au gré de l'imagination, une stratégie de composition "additive", proche de la duplication, et qui consiste à répartir en deux parts équitables la numérosité à nombrer. C'est la stratégie dite "par partage en parts égales ou presque égales", que l'on retrouve dans certaines gestuelles, et dans certaines dispositions typographiques de plusieurs numérations écrites ou figurées.

Cette stratégie de partage en parts équitables se distingue de la stratégie bien connue des numérations dites "à nombre d'appui additif", et qui consiste à fixer un nombre particulier (le nombre 5, par exemple), et à lui appliquer une règle permettant de faire suivre son expression de celles des nombres successifs qui le précèdent (1, 2, 3 et 4, éventuellement 5, par exemple). On obtient, ainsi, les expressions additives des nombres 6, 7, 8 et 9, éventuellement 10, sous la forme (5, 1), (5, 2), (5, 3), et (5, 4), éventuellement (5, 5).

On pourrait opposer ces deux stratégies additives en remarquant que la première construit les nombres, 7 par exemple, un par un et par recollement de deux parties d'étendue équivalente, 4 et 3 par exemple, dans une "logique" plutôt "cardinale" ; tandis que la seconde saisit une suite de nombres comme position atteinte à la fin d'un parcours successif, 7 comme (5, 2) mais après avoir construit (5, 1), dans une "logique" plutôt "ordinaire" que comme la "somme" de deux constituants dont aucun n'est distingué (5, 2).

D'un point de vue dynamique, on peut se demander quelles sont, *a priori*, les solutions possibles pour étendre la capacité générative, et nommer les nombres supérieurs à dix (pour rester dans le cas de l'exemple que nous avons pris), selon que le locuteur dispose de l'un ou de l'autre des deux systèmes "additifs" précédents. On s'aperçoit, dans cette d'expérience de pensée, que les deux systèmes conduisent à des difficultés fort différentes, et donc à des solutions possibles également différentes.

Dans le cas de la stratégie en parts égales, l'expression des nombres 11 et 12, par exemple, suppose que l'on ait séparées en deux parts ces quantités, ce qui ne pose guère de difficultés : $11 = 6 + 5$, $12 = 6 + 6$, d'où leurs expressions [(3, 3), 5] et [(3, 3), (3, 3)], puisque le nom de six (3, 3) a déjà été formé selon la même stratégie. Cependant, les sommes comprennent maintenant, non plus deux éléments de même structure, mais un élément composé et un

élément simple, c'est-à-dire, en fait, trois éléments. Cette situation pose de nombreuses questions.

Faut-il conserver, par exemple, l'ordre de concaténation suivi jusqu'ici, ou au contraire l'inverser ou même en changer la définition? Faut-il effacer, s'il existait, ou introduire, s'il n'existait pas, une (voire deux) marque(s) précisant la nature de la relation (l'addition "interne" au constituant complexe (3, 3), et l'addition du complexe (3, 3) avec le constituant simple 5)?¹⁹ En dehors de ce problème de l'ordre des constituants et du marquage éventuel des additions, il apparaît que, très vite, les constituants seront trop nombreux et l'expression du nombre trop longue : qui pourra continuer à prononcer et à comprendre des suites comme $\{[(3, 3), (3, 3)], (3, 3)\}$?²⁰

Dans le cas de la stratégie à nombre d'appui, un problème, à ma connaissance non signalé jusqu'ici, se présente dès le palier (5, 5) ; à savoir que certains locuteurs pourraient être tentés de marquer explicitement le fait que les deux constituants n'ont pas le même statut "syntaxique", par exemple en les désignant par des "mots" différents, qui pourraient être dans cet exemple 5 = main et 5 = cinq, ou 5 = autre main.

Quoi qu'il en soit de cette question, l'expression des nombres 11 et 12, prendrait, dans cette stratégie, les formes : $[\underline{5}, (\underline{5}, 1)]$ et $[(\underline{5}, 1), (\underline{5}, 1)]$. Elles posent, évidemment, les mêmes problèmes d'ordre des constituants, de parenthésage, du marquage de l'addition (ou des additions), et de la longueur excessive.

Mais elle ne conduit pas à des chaînes où le même constituant numérique se répète jusqu'à 4, voire jusqu'à 6 fois. Une autre différence importante provient donc du choix d'un nombre d'appui, c'est-à-dire d'un constituant numérique qui n'a pas le même statut "syntaxique" que les autres atomes. Ce nombre d'appui apparaît maintenant systématiquement au moins deux fois dans l'expression des nombres. La stratégie à nombre d'appui conduit le locuteur à remarquer ce fait, qu'il peut vouloir marquer explicitement. Par exemple, en remplaçant la chaîne $\underline{5}, \underline{5}$ par une nouvelle chaîne, la chaîne 2, $\underline{5}$, ou en fixant un terme pour la désigner, le terme 10.

La première solution se généralise assez naturellement : après 2, $\underline{5}$, on aura 3, $\underline{5}$, puis 4, $\underline{5}$, etc. La seconde, conduit à créer d'autres termes à chaque nouveau palier. On peut imaginer : une série de multiples, une série de

¹⁹ En misquito (langue chibcha), les composés six, sept, huit et neuf font intervenir non pas un, mais deux, relateurs : kahbi, 'étant au-dessus', et puri, 'sur', que l'on peut considérer comme des variantes d'un marqueur d'addition. Par exemple 9 se dit mat-lal-kahbi pura yumpa // 'main'/'tête'/'étant au-dessus'/'sur'//3//. Sachant que 'tête' renvoie au 'pouce', saisi comme la tête de la main, l'expression s'analyse et s'interprète comme "trois sur (un pouce au-dessus d'une main)". Dans cette langue, quatre se dit walwal, 'deux, deux'.

²⁰ Il existe des numérations parlées qui acceptent de répéter jusqu'à trois fois le même constituant. En gumulgal (Nouvelles Hébrides), six se dit okosa okosa okosa //2/2/2//.

puissances ..., ou, plus iconiquement, une série de noms de parties du corps²¹ : main, autre main, pied, autre pied, homme, autre homme ...

En sikuni (Colombie), 7 se dit *waha-ka-itaropitsi*²². Dans cette expression, *waha-* est le possessif "nôtre" ou "notre", *itaropitsi*, une forme nominale du verbe 'montrer', *ka-*, un préfixe instrumental, et le composé *ka-itaropitsi* est un nom de doigt qui désigne l'index (conceptualisé comme ce qui sert à montrer). Le nom de 8, *tuatuahü-pihi-kabesito* // 'milieu'/'entité'/'doigt'//, est un composé qui désigne le majeur (le doigt du milieu). De telles formations sont incompréhensibles si l'observateur ne les rattache pas aux gestuelles énumératives ou ordinales et monstratives ou cardinales (les façons de "compter" sur les doigts à partir de 1, ou de montrer, avec les doigts, des quantités isolées).

En papou (Nouvelle Guinée), les noms de nombre sont homonymes des noms des parties du corps, et le mot *doro*, 'doigt', désigne "indifféremment" les nombres 2, 3, 4 (annulaire, majeur, index de la main droite) et 19, 20, 21 (les mêmes sur la main gauche). Dans cette numération, *ubei*, 'pouce', désigne les nombres 5 et 18 ; *tama*, 'poignet', les nombres 6 et 17 ; *unubo*, 'coude', 7 et 15 ; *visa*, 'épaule', 8 et 15 ; *denoro*, 'oreille', 9 et 14 ; *diti*, 'œil', 10 et 11 ; *medo*, 'nez', et *bee*, 'bouche', désignent respectivement 12 et 13 ; enfin *anusi*, 'auriculaire', désigne les nombres 1 et 22. L'ambiguïté numérique est évidemment levée par une convention d'énumération, selon un parcours immuablement ordonné, des parties du corps, en commençant par le petit doigt de la main droite, et/ou par le fait que les nombres sont représentés par des signes hétérogènes, associant un mot et un geste.

Du point de vue de la mise en signes des conceptualisations numériques, cette dernière numération ne diffère guère des numérations écrites dites "alphabétiques" ou "syllabiques" (la numération de l'Antiquité grecque, par exemple) : le procédé est le même, seul change le choix de la série d'entités ordonnée que l'on utilise (ici, les parties du corps, là, les lettres de l'alphabet ou les syllabes du syllabaire).

Les numérations sikuni et papou sont, comme beaucoup d'autres²³, attachées à des gestuelles, dans lesquelles l'image du corps joue le rôle de référent privilégié. Ce sont des numérations de type "ordinal". Elles se distinguent par le fait important que la première met en signes les nombres

²¹ De nombreuses numérations amérindiennes semblent avoir adopté cette solution, qui conduit à construire des numérations de type ordinal, comme celle de l'andoke, par exemple.

²² Queixalos, F. : "Numeracion tradicional sikuni", in *Glotta*, vol. 3, n° 1, Meyer (editor). Bogota, 1988.

²³ Par exemple, la numération paez, ou nasa yuwe, (Colombie), présentée par le premier descripteur de cette langue, au XVIII^e siècle, comme "illogique", pour l'avoir interprétée, à tort, dans le cadre des numérations "additives" : Cauty, A. : "Vigilancia etnocultural. El caso de la numeracion tradicional nasayuwe", in *Boletín de lingüística aborigen*, n° 2, Centro Colombiano de Estudios de Lenguas Aborígenes. Bogota, 1990.

un par un, de manière "sporadique", tandis que la seconde le fait "globalement", pour toute une série de nombres successifs. Ni l'une ni l'autre, cependant, ne construit les nombres en les composant à l'aide de quelque loi de composition interne, et, en ce sens, la mise en signe du nombre reste "iconique", ne fait appel à aucune règle "syntaxique", susceptible de révéler l'usage de stratégies plus systématiques, comme les premières que nous avons rappelées.

En andoke (Colombie), l'expression des nombres 6, 7, 8 et 9 est construite sur le modèle suivant :

6 = ku'si hako domi-ka \wedge side // 'autre' // 'côté' // 'main' // Allatif 'vers' // 1 // ,

que l'on interprète en vision ordinale d'antériorité réflexive, comme "1 vers la main de l'autre côté", en raison de la présence de l'allatif suffixé -ka, 'vers'. La même règle est donc utilisée systématiquement pour tous les composés de cette série.

Cette stratégie ordinale n'est pas spécifique des numérations de petite capacité générative, pas plus qu'elle n'est spécifique des peuples dits "primitifs", puisqu'elle est attestée par le maya (yucatéque postclassique), c'est-à-dire par la langue d'une "grande culture", dont la numération parlée permet de nommer de très grands nombres, et dont les numérations écrite et hiéroglyphique, également de caractère vigésimal, n'ont rien à envier à notre numération décimale de position.

En résumé, voici quelques stratégies attestées pour la saisie du nombre 8, à l'oral :

- en utilisant un signe démotivé : huit, en français, ocho, en espagnol ;
- en empruntant à une autre langue : uchu, en quechua de Ferrenafe ;
- en utilisant une gestuelle : tuatuahü-pihi-kabesito, 'majeur', en sikuani, ou visa, 'épaule', en papou ;
- en vision ordinale d'antériorité réflexive : ku'si hako domi-ka \wedge hama \wedge side, '(1, 2) vers la main de l'autre côté', en andoke ;
- en utilisant le principe de duplication : 'paume-duel', en indo-européen ;
- en utilisant le principe de partage en parts équitables : eni-r-eni, en ekoi ;
- en utilisant un nombre d'appui additif : cik^w-eyi, '5, 3', en nahuatl classique ;
- en utilisant une détermination à valeur multiplicative : osa-nawo, '2, 4', en tarahumara ;

et à l'écrit :

- en utilisant un symbole graphique non-motivé : 8 ;
- en utilisant la huitième lettre de l'alphabet : θ , 'thêta', chez les Grecs ;
- en utilisant le huitième signe du syllabaire sanskrit : xxx, 'ka', dans la numération d'Aryabhata ;
- en répétant le symbole de l'unité 1 : o o o o o o o o, chez les Aztèques ;
- en utilisant une composition additive : VIII, chez les Romains, ou \dots chez les Mayas ;

- en regroupant typographiquement les marques de l'unité en parts égales,  chez les Sumériens.

Cette diversité conduit à poser que *nombrer*, c'est-à-dire *nommer les nombres* que les mathématiciens appellent *entiers naturels*, n'est pas un processus élémentaire, de bas niveau cognitif. Et à affirmer, au contraire, que *nombrer*, ou l'art de la numération, relève de ce que A. Luria appelle les *fonctions psychiques supérieures*, c'est-à-dire du domaine cognitif des connaissances.

Par suite, et comme pour toutes connaissances, *nombrer* s'invente (exceptionnellement), et s'apprend (le plus communément), et ce savoir-faire se répand normalement dans le sens de ceux qui savent vers ceux qui ne savent pas, des adultes vers les enfants, des experts vers les novices. En d'autres termes, la capacité de nombrer, tant de l'individu que des ethnies ou des cultures, se développe, et dépend davantage de l'apprentissage (notamment de sa durée et de la qualité de l'environnement culturel dans lequel il a lieu) que de la race, du milieu naturel, des besoins ...

Ce que l'on peut exprimer en disant que nombrer est un phénomène linguistico-cognitif, individuel et social, et qu'il s'inscrit dans la durée historique. Il est donc soumis aux accidents de l'histoire, en particulier parce qu'il se développe à l'intersection de nombreuses et différentes genèses²⁴ : l'*épigenèse* des structures neuropsychiques de l'individu, notamment au cours de l'apprentissage, l'*ethnogenèse* ou formation des liens qui font la cohérence des ethnies et des groupes humains, la *glottogenèse* ou genèse de la langue et des systèmes de simulation, de modélisation et de prédication, bref de représentation, la *grosso-genèse* ou histoire des concepts et des théories, scandée par les problèmes qui leur donnent sens, signification et valeur.

*
* *

²⁴ Il serait donc vain de prétendre pouvoir épuiser l'étude du nombre et de la numération à partir d'un seul point de vue, à partir d'une seule théorie scientifique. Un fait d'une telle complexité, ne peut être étudié qu'en croisant les approches, ce qui ne veut pas dire en les mélangeant, par une méthode qui consiste à recourir à diverses disciplines, une méthode *complémentariste*, comme disait Georges Devereux : *Ethnopsychanalyse complémentariste*. Éd. Flammarion, collection *Champs*. Paris, 1985.

IV. - Un problème constitutif : l'opposition discret/continu.

Le linguiste Émile Benveniste publia en 1948 une importante étude traitant notamment de la formation de l'ordinal²⁵. Dans ce travail, il dégage, sinon un universel linguistique, du moins un phénomène très général et, en tout cas, largement attesté par des langues parlées à différentes époques, et appartenant aux familles linguistiques les plus diverses.

Il s'agit du fait qu'un "unique" procédé linguistique fournit, à partir de l'expression du cardinal, l'expression ambiguë de ce que nous appelons des *quantièmes*, c'est-à-dire des expressions prenant "indifféremment", soit la valeur d'une fraction, soit la valeur d'un ordinal. En français, par exemple, tiers désigne une fraction dans "un tiers du voyage", et un ordinal dans "le tiers monde" ou "le tiers livre". Notons d'abord le fait de l'ambiguïté.

Les dictionnaires²⁶ nous disent que les *adjectifs tiers et troisième* répondent l'un et l'autre à deux définitions distinctes. La première leur confère une valeur nettement ordinale : tiers : = "*qui vient en troisième rang*", troisième : = "*qui occupe un rang marqué par le chiffre trois*"; et la seconde, une valeur fractionnaire ou complétive : tiers : = "*qui s'ajoute à deux autres*", troisième : = "*qui est accompagné de deux autres personnes*".

Par contre, les *noms tiers et troisième* (comme aussi *demi et second, quart et quatrième*) reçoivent chacun une définition spécifique : le nom tiers (respectivement troisième) est spécialisé avec la valeur fractionnaire (respectivement, ordinale). On trouve : tiers : = "*chaque partie d'un tout divisé ou conçu comme divisé en trois parties égales*", troisième : = "*qui occupe la troisième place*".

Cette spécialisation, cependant, disparaît très rapidement lorsque l'on grimpe l'échelle des nombres. Très vite, en effet, le locuteur ne dispose plus que du dérivé du cardinal, marqué par le suffixe *-ième*, pour désigner à la fois la fraction et l'ordinal. Le nom *cinquième*, par exemple, reçoit les deux définitions suivantes : *cinquième* : = "*personne qui occupe la cinquième place*", *cinquième* : = "*cinquième partie d'un tout*". Et il en est de même pour l'adjectif : *cinquième* : = "*qui occupe un rang marqué par le nombre cinq*", *cinquième* : = "*qui est contenu cinq fois dans le tout*".

En résumé, tous les dérivés en *-ième*, à partir de *cinquième*, sont ambivalents. Ils désignent "indifféremment", comme tiers et quart, et la fraction et l'ordinal ; tous renvoient soit à la saisie d'une entité définie en tant que part dans un partage équitable, soit à la saisie d'une entité repérée

²⁵ Benveniste, É. : *Noms d'agent et noms d'action en indo-européen*. Éd. Maisonneuve. Paris, 1948.

²⁶ Les exemples sont pris, pour fixer les références, dans le *Grand Larousse Encyclopédique*.

par son rang dans une énumération.

Quelques expériences simples permettent de déterminer les variables contextuelles ou situationnelles qui déclenchent ou qui bloquent l'une des deux valeurs des quantifiées. En 1991, 36 étudiants des DEUG A et B de l'Université ont été invités à interpréter les deux exemples suivants

Ex. 1 : Le cinquième du concours ;

Ex. 2 : Le cinquième du gâteau.

Les interprétations spontanées se répartirent de la manière suivante :

	Ex. 1	Ex. 2
Fraction	1	36
Ordinal	34	0

mais certains étudiants signalent qu'ils ont répondu impulsivement, et qu'après coup, ils voyaient deux valeurs possibles.

Les deux énoncés sont ensuite transformés en introduisant ce qu'on pourrait appeler des classificateurs. Ils deviennent :

Ex. 3a : Le cinquième recalé du concours ;

Ex. 3b : Le cinquième de l'effectif du concours ;

Ex. 4a : Le cinquième morceau du gâteau ;

Ex. 4b : Le cinquième du tout du gâteau.

Pour les énoncés ainsi transformés, les interprétations sont massivement unanimes : 3a et 4a sont interprétés ordinalement, tandis que 3b et 4b sont interprétés en termes de fraction. Les étudiants font alors remarquer que d'autres transformations permettent, de la même manière, de faire commuter les interprétations. Ils donnent comme exemples : le remplacement de l'article défini "le", par l'indéfini "un", et la mise au pluriel du complément. Diverses vérifications sont mises en œuvre.

Une première hypothèse se dégage : le suffixe *-ième* serait la trace d'un opérateur de détermination (discrimination) qui permet d'identifier une entité dans un tout, ou une entité parmi d'autres, selon que cette entité est conçue comme une partie à déterminer ou comme un élément à choisir.

Dans le premier cas, l'entité-partie est *identifiée par son étendue*, qui est elle-même obtenue à la suite d'un acte, réel ou imaginaire, d'équi-partage d'un tout donné.

Dans le second, l'entité-élément est *repérée par sa position*, elle-même obtenue à la suite d'un acte, réel ou imaginé, d'énumération d'éléments donnés.

Ce qui est donné dans le premier cas (respectivement dans le second), c'est un tout supposé divisible (respectivement des entités supposées énumérables). En d'autres termes, on est au cœur des jugements dialectiques qui permettent de construire le concept de nombre²⁷, en tant que moyen de maintenir distincts ce que l'intuition nous donne confondus dans l'unité d'un genre et/ou de considérer comme un ce que l'intuition nous donne comme distincts, une unité-multiple ou une multiplicité-unitaire²⁸.

Une expérience peut alors être proposée, pour mettre en évidence le rôle de filtration que peuvent jouer le contexte linguistique et la situation d'énonciation. Si les conjectures sont solides, chaque fois que le contexte ou la situation déclenche la vision d'un continu (respectivement, d'un discret), le quantième devrait être interprété comme renvoyant à une partie identifiée par son étendue (respectivement, à un élément repéré par sa position), relativement à un tout divisible (respectivement, relativement à une multiplicité énumérable).

Un référent discret s'oppose à un référent continu par ce que l'on conçoit *a priori* comme substantiellement existant : des entités individuelles ; un tout plus ou moins analysable, organisé. Dans le cas continu, le tout, en lui-même, ne livre immédiatement aucun de ses constituants, aucune de ses parties ; le cas discret le plus proche de cette situation d'incertitude est celui où les entités sont données indiscernables les unes des autres, comme des billes d'acier "identiques" et roulant dans la main d'un aveugle, ou comme la suite des lettres a, a, a, etc.

Dans l'hypothèse raisonnable que le locuteur parle toujours pour dire quelque chose, pour prédiquer, pour lever une incertitude..., les cas continu et discret s'opposent par la nature de cette incertitude : l'identification des parties supposées non-immédiatement données par la situation ou le contexte, le repérage des entités supposées non-immédiatement discernables les unes des autres.

Si nous supposons que les parties du tout ne sont pas données *a priori*, et que les entités ne sont pas discernables *a priori*, la levée de l'incertitude ne peut venir que de l'extérieur, c'est-à-dire à la suite d'un acte du sujet, locuteur ou interlocuteur, qui attribue une propriété discriminante permettant, dans un cas, de définir les parties que le continu est susceptible de contenir, et, dans l'autre, de discerner l'une ou certaines des entités discrètes toutes semblables.

²⁷ Pour plus de détails, cf. Cauty, A. : "Un animal qui compte. Mise en signes du nombre dans la diversité des langues", in Actes du Colloque 'Qu'est-ce que le nombre?', Collège International de Philosophie, 10-12 juin 1993. Paris, 1993.

²⁸ Comme le premier nombre que l'indo-européen aurait conceptualisé et nommé, deux, que l'on peut saisir comme une paire ou comme un couple ..., notamment celui des interlocuteurs, JE/TU.

On devrait donc pouvoir déclencher à volonté l'interprétation ordinale ou l'interprétation fractionnaire des quantifiées en forçant l'interlocuteur à effectuer une identification discrète ou une identification continue du référent auquel renvoient les expressions bivalentes. Nous pouvons prendre l'exemple 1, Le cinquième du concours, qui avait impulsivement été interprété comme ordinal, et chercher à forcer le rejet de cette interprétation en obligeant l'interlocuteur à effectuer une identification continue. C'est ce que l'on obtient avec les exemples transformés suivants :

Ex. 5b : Le cinquième (de l'effectif du concours) c'est trop peu, c'est peu, c'est beaucoup, c'est trop, c'est 500 candidats.

Réciproquement, si on force le déclenchement d'une identification discrète, en identifiant le référent à une position, on bloque l'interprétation fractionnaire, et on provoque l'interprétation ordinale, comme avec les exemples suivants :

Ex. 5a : Le cinquième (des recalés du concours) c'est moi, c'est lui, c'est Pierre, ce nom-ci, ce nom-là, c'est ici, c'est le grand.

Si l'on accepte les résultats de ces expériences menées sur une petite quarantaine d'étudiants de DEUG, on peut conclure que le suffixe *-ième* est la trace linguistique d'un opérateur d'identification.

Appliquée à un référent continu, dont les parties ne sont pas conçues ou données *a priori*, l'identification consiste à définir des parties, et résulte d'un acte de partage préalable, réel ou imaginé, qui consiste à diviser le tout donné en parts égales.

Appliquée à un référent discret, à des éléments conçus ou donnés comme semblables ou indiscernables, l'identification ne consiste pas à les définir (ils sont donnés), mais à les distinguer les uns des autres, à les discerner. Elle résulte d'un acte d'énumération préalable, à partir de l'une d'elles, des entités données.

L'opérateur *-ième* permet, dans les deux situations, d'identifier une entité par rapport à une autre, et à la suite d'un acte : la définition de l'étendue d'une entité-partie par rapport à celle du tout, ou le repérage d'une entité-élément par rapport à un autre prise pour origine²⁹, à la suite d'un acte de partage en parts d'égale étendue, ou à la suite d'un acte d'énumération de pas constant³⁰.

29 L'origine (et le tout) apparaît dans les notations symboliques de cinquième, dans l'interprétation ordinale sous la forme d'un petit o ou d'un petit zéro, 5°, et sous la forme de l'unité 1, 1/5, dans l'interprétation fractionnaire.

30 On pourrait sans doute rapprocher tout ceci de l'opposition que les linguistes considèrent entre les classificateurs numériques et les noms de mesure. Les classificateurs catégorisent des classes de noms prenant des propriétés perceptuelles saillantes (forme, taille, fonction, disposition) qui sont associées de manière permanente aux entités auxquelles renvoient les mots de la classe. Les noms de mesure ne catégorisent pas, mais renvoient à l'étendue, à la quantité, des entités auxquelles ces mesures sont associées.

Dès qu'elles sont définies, les parties peuvent à leur tour être considérées comme des entités discrètes, et être énumérées³¹ (condition préalable à tout dénombrement). De même, dès qu'elles sont repérées, les entité-éléments peuvent être considérées dans leur ensemble³², que l'on peut, dès lors, partager en parts égales.

On comprend ainsi que le nombre n'est pas seulement le Janus Bifrons bien connu, c'est-à-dire un concept double, indissociablement cardinal et ordinal. C'est aussi le produit d'une dialectique du discret et du continu, une sorte d'œil d'Horus de l'Antiquité égyptienne.

La dialectique du discret et du continu s'enracine profondément dans les langues, comme on peut l'observer en étudiant les usages de ce que les linguistes appellent *pluralisation*, *pluriel*, *nombre grammatical* ...

Toutes les langues n'ont pas forcément de pluriel, et beaucoup de linguistes ont remarqué, par exemple Greenberg³³, que c'est généralement le cas des langues dites "à classificateur". En chinois, par exemple, le nom isolé pourrait être décrit comme un collectif, qui renvoie plutôt à une classe ou à une propriété, qu'à des entités individuelles et subsistantes.

Dans les langues de ce type, le locuteur est tenu de marquer explicitement son intention de parler d'entités existantes, notamment lorsqu'il s'agit de dénombrer des collections. Il utilise, pour cela, un classificateur (éventuellement un partitif³⁴ ou un nom de mesure), c'est-à-dire une marque dont la fonction principale est d'individualiser, de marquer l'existence saillante. En chinois, par exemple, pour dire "trois livres", il faut

31 Ce mode de mise en signes (que l'on pourrait dire "à deux détentes"), permet de comprendre le fait, toujours étonnant pour un locuteur français, qu'un Maya ne puisse pas dire "deux hommes" ou "trois cochons" mais doive, pour cela, introduire un classificateur numérique. Il dit, en tout cas, *ca-tul winik* // *Nombre '2' / Classificateur "entité de la classe des animés humains" / 'homme' //*, ou *ox-kot ci' // Nb. '3' / Cl. "des animés non-humains" / 'cochon' //*. En anglais, le mot *salmon*, 'saumon', ne peut pas se mettre au pluriel, il ne tombe pas sous l'opposition comptable/non-comptable ; c'est un terme qui renvoie, non pas à des entités, mais à une masse, une matière, une notion (en ce sens, on ne devrait pas dire que c'est un substantif). Dans ces deux exemples, les mots "homme", "cochon" ou "saumon" ne renvoient pas à des entités substantielles, mais à des notions, ils signifient quelque chose comme "de l'humain", "du porc", "du saumoné", il faut donc, pour pouvoir dénombrer, ou pour pouvoir pluraliser, commencer par marquer explicitement que l'on considère des entités subsistantes. C'est le rôle des classificateurs numériques.

32 C'est le rôle, par exemple, des "collectifs" : à partir de *feuille(s)* on forme *feuillage*. Pour d'autres exemples : *cèdre / cédraie*, *cent / centaine*, *mille / millier*, *assiette / assiettée*. Ces "collectifs" ne renvoient pas à une valeur numérique précise, mais à des entités (collectives) suffisamment "substantielles" pour pouvoir être elles-mêmes pluraliser, voire dénombrer : *des feuillages*, *trois centaines*.

33 Greenberg, J. : *Generalizations about Numeral Systems*, in *Universals of Human Language*, Stanford University Press, 1978.

34 En chinois, certaines expressions admettent deux analyses : *yi kuai shitou* // *'1' / Classificateur "entité de la classe de" / 'pierre' //*, soit "une entité de la classe des pierres (ou du pierreux)" ; et // *'1' / Partitif "(morceau) de" / 'pierre' //*, soit "un morceau de pierre".

obligatoirement un classificateur **san ben shu** // '3' / *Classificateur* / 'livre' //.

D'autres langues possèdent un pluriel, mais le réservent à certaines catégories seulement de mots. Beaucoup de langues amérindiennes, par exemple, ne marquent au pluriel que les mots renvoyant à des animés, c'est-à-dire à tous les êtres doués de puissance ; et dans une phrase comme "les hommes mangent les serpents", seul le mot homme apparaîtra, en nahualt, par exemple, avec une marque de pluriel.

En san, langue de la famille mandé, seuls les mots renvoyant à des espèces vivantes (humain, animal, végétal) et quelques autres admettent une forme plurielle. Ici encore, les pluralisables renvoient à des entités dont l'existence individuelle est, en quelque sorte, prégnante. Comme le dit Suzy Platiel :

*"par le biais du pluralisateur, l'univers des êtres et des choses va se trouver divisé en deux catégories. Dans la première, la notion ne pourra être envisagée que comme une entité indécomposable, tandis que dans la seconde, elle sera fragmentable et pourra résulter de la somme des représentations qui la composent."*³⁵

Dans les langues, enfin, où le pluriel traverse en principe tout le lexique, comme le français, par exemple, certains mots restent, néanmoins, en dehors de l'opposition singulier/pluriel, soit parce qu'ils ne peuvent s'employer qu'au singulier, soit parce qu'ils ne peuvent s'employer qu'au pluriel. Le lexique est donc, ici encore, partagé en deux classes : les mots pluralisables, et les mots que ne concerne pas l'opposition de nombre.

Le fait qu'un mot comme "épousailles" ou comme "ciseaux" reste, en français, bloqué au pluriel, renforce encore l'idée que le pluriel n'est pas nécessairement, ou fondamentalement, la marque de l'extension, puisqu'il peut être utilisé au niveau de l'intension ou de la compréhension, pour compléter ou préciser la définition d'une notion. Le pluriel de ciseaux, ne renvoie pas au fait qu'il y a *plusieurs* instruments, mais au fait que l'instrument ainsi nommé est "à plusieurs lames". Il est facile de corroborer cette analyse, en remarquant que la marque du pluriel, qui a déjà servi au niveau de la définition de la notion, ne peut plus être la marque de l'extension, par exemple à la suite du dénombrement d'une collection de ces instruments : dans ce cas, on devra introduire une nouvelle marque, un classificateur par exemple, et dire quelque chose comme deux paires de ciseaux, ou des paires de ciseaux.

Comme le précise Annie Lancri : "c'est la compatibilité avec le couple singulier/pluriel qui rend "dénombrables" certaines notions", et c'est le blocage sur l'une ou l'autre des pôles de cette dichotomie "qui est

³⁵ Cf. Platiel, S. : "Singulier/Pluriel", in *Faits de Langues*, n° 2, P. U. F. Paris, 1993, pp. 131-144.

responsable du caractère "indénombrable" des autres notions"³⁶.

Il existe enfin un nombre important de langues, qui répartissent les "dénombrables" en plus de deux sous-classes. En indo-européen, par exemple, la question du nombre grammatical met en jeu une opposition ternaire, singulier/duel/pluriel, dans laquelle le duel renvoie, selon B. Colombat³⁷, aussi bien à des paires homogènes, *ok^wi, 'les deux yeux', qu'à des couples non-homogènes, en védique Varuna (duel dit elliptique) renvoie à 'Varuna et (Mitra)'. De plus, et toujours en indo-européen, la question du nombre met en jeu diverses façons de former les collectifs, dont l'une "est à l'origine des cas directs neutres pluriels, ce qui atteste la règle grecque *ta zoa trekei*", dans laquelle le sujet *ta zoa* est au neutre pluriel et le verbe au singulier.

Dans *ta zoa trekei* // 'Les' // 'vivants' // 'court' //, la pluralisation du sujet ne renvoie pas à l'image d'une série, mais sans doute plutôt à celle d'un tout, d'un collectif, d'une notion. Et cette vision commande la mise au singulier du verbe. En d'autres termes, le singulier du verbe serait l'indice du fait que son sujet est identifié à une collection dont les éléments ont, en quelque sorte, perdu toute existence distincte, un peu comme si l'on disait "de l'humain, (ça) court" ou "des hommes, eh bien, ça court".

On retrouve ainsi l'idée que la pluralisation marque l'absence d'existence saillante, une sorte d'existence par procuration d'entités maintenues confondues dans l'indistinction d'un genre.

Une étude de J. Humbert citée par Colombat³⁸, vient corroborer la conjecture précédente. Cet auteur s'est, en effet, intéressé aux contre-exemples attestés de la règle *ta zoa trekei*, c'est-à-dire aux cas où le verbe d'un sujet neutre pluriel est accordé, et donc mis à la forme du pluriel. Ils se caractérisent par le fait que les écrivains grecs voulaient ainsi marquer, ou insister sur, la multiplicité des entités désignées par le sujet, que celle-ci provienne du fait que les entités sont saisies comme dispersées dans l'espace, placées dans une succession temporelle, ou susceptibles d'être exactement dénombrées, ou encore dotées de puissance. Bref pour insister sur le fait qu'il s'agit d'êtres agissants, et donc individuellement existant.

L'étude du duel grec conduit à des conclusions similaires. Cette marque renvoie à deux entités qui ne font qu'une paire au moment de leur saisie, dans la mesure où chacune perd dans le tout son existence distincte et saillante. Là encore, l'étude de l'usage et de l'accord est fort intéressante : elle montre que la morphologie duelle était, dans l'usage, complémentaire de

³⁶ Lancri, A. : "Singulier/Pluriel : français et anglais", in *Faits de Langues* n° 2, P. U. F. Paris, 1993, pp. 213-220.

³⁷ Colombat, B. : "La catégorie du nombre en latin et en grec", in *Faits de Langues*, n° 2, P. U. F. Paris, 1993, pp. 29-36.

³⁸ Humbert, J. : *Syntaxe grecque*, Klincksieck, Paris, 1954.

celle du pluriel. Dans Aristophane, par exemple, *les pieds, les mains, les yeux* sont toujours au duel, tandis que *les seins, les narines, les sourcils*, sont au pluriel. De plus, en cas de dénombrement, marqué par la présence du nombre 2, le duel est moins fréquent que le pluriel.

En d'autres termes, chaque fois que le locuteur veut explicitement rétablir le caractère d'existence saillante de chacune des entités qui constituent la paire dont il parle, il abandonne le duel et passe au pluriel. *Les pieds, les mains, les yeux* sont toujours au duel, parce qu'ils sont saisis d'abord comme étant faits pour accomplir ensemble une même fonction, comme des semblables indiscernables ; *les seins, les narines, les sourcils* restent au pluriel, parce que le locuteur ne cherche pas à annuler leur trait d'existence distincte.

Il résulte des remarques précédentes sur le nombre grammatical, que la faculté de saisir la "numérosité" et l' "intensité" supposent des procédures de comparaison permettant de décider, de juger, en quoi des entités (données ou construites, et pour le moins identifiables) sont, à la fois, et non contradictoirement, dites *semblables* (ou égales) et *différentes*. En ce sens le nombre, dès le niveau linguistique, peut être dit détaché de (et attaché à) l'expérience, puisqu'il suppose des opérations qui relèvent de l'intelligence (de la psychologie, de la cognition).

Deux types d'opération de comparaison se distinguent, selon que les entités sont : 1°) intrinsèquement saisies comme identiques, et accidentellement comme discernables ; ou 2°) intrinsèquement identiques et accidentellement différentes. Appelons *comparaison*, le premier type, et *complémentation*, le second.

Dans la comparaison, on saisit d'abord ce qui rend intrinsèquement semblables deux entités, les yeux d'une personne, par exemple, formant une paire, $\{a, b\} = \{b, a\}$, et secondairement ce qui les distingue, par exemple leur position dissymétrique gauche/droite.

Dans la complémentation, on saisit d'abord ce qui rend intrinsèquement différentes deux entités : un homme et une femme, par exemple, ne forment pas une paire, mais un couple, (a, b) n'est pas égal à (b, a) . Dans la complémentation, comme souvent dans les couples, l'un des éléments se distingue, est considéré comme un centre, un noyau, une partie principale ou un principe organisateur. C'est ce que montre le duel elliptique du védique Varuna, qui renvoie à Varuna et (Mitra), ou le fait que la nomenclature de la Sécurité Sociale attribue au sexe masculin le numéro 1, plutôt que le numéro 2.

En résumé, le nombre linguistique nous enseigne que la vision extensionnelle n'est pas un impératif. Les langues et les locuteurs peuvent refuser l'opposition singulier/pluriel, et considérer les notions et les entités indépendamment de tout caractère de dénombrabilité ; on peut aussi refuser

de faire tomber sous le nombre certaines entités pourtant objectivement dénombrables, et réserver cette propriété aux seules choses ou aux seuls êtres dotés de puissance, d'existence saillante, d'individualité ; on peut ne pas vouloir explicitement dénombrer le dénombrable, et se contenter de l'opposition binaire singulier/pluriel, ou ternaire singulier/duel/pluriel ; on peut, enfin, vouloir dénombrer exactement le dénombrable, et créer pour cela des numérations.

Mais le nombre apparaît toujours à l'intersection des opérations qui permettent de discerner l'indiscernable, dans les dialectiques Même/Autre, Élément/Partie, Discret/Continu, Ordinal/Cardinal.

Loin d'être un cadeau sorti tout fait de la cuisse de Jupiter, le nombre, - sous sa forme la plus simple, celle que reprennent les comptines enfantines, le nombre au sens des entiers naturels des mathématiciens contemporains -, s'enracine profondément dans le terreau des opérations que la langue permet de mettre en signes. Et ce merveilleux système de représentation qu'est la langue maternelle de chacun d'entre nous, apparaît ainsi comme une propédeutique obligée, et si souvent oubliée, à toute avancée dans l'univers infiniment infini des nombres. L'univers des mathématiciens.

*

* *

Références.

Collectif.

- "Le nombre", *Faits de Langues* n° 2, P. U. F. Paris, 1993.

CAUTY, A.

- "Taxinomie, Syntaxe et Économie des numérations parlées", in *Amerindia*, n°s 9 et 11, Association d'Ethnolinguistique Amérindienne. Paris, 1984.

- "Contribution ethnoarithmétique à l'histoire des sciences à propos de la numération maya", in *Sciences et Techniques en perspective*, Vol. X, J. Dhombres, éditeur. Nantes, 1985.

- *L'énonciation mathématique et les numérations parlées*. Thèse d'État ès-sciences, Université de Nantes. Nantes, 1987.

- "Vigilance ethnoculturelle: le cas de la numération traditionnelle nasa yuwe" (manuscrit). Partiellement traduit en espagnol dans le *Boletín de Linguística Aborigen*, n° 2, Centre Colombien d'Études des Langues Aborigènes. Bogota (Colombie), 1990.

- "L'allatif, le sociatif... et le pied. Changement de type sémiotique en numération parlée chibcha", in *Amerindia*, n° 16, Association d'Ethnolinguistique Amérindienne. Paris, 1991.

- "Un animal qui compte. Mise en signes du nombre dans la diversité des langues", in Actes du Colloque "Qu'est-ce que le nombre?", Collège International de Philosophie. Paris, 1993.

- "Un défi: enseigner les mathématiques en langues amérindiennes. Notes sur l'Ethnoéducation en Colombie", in Actes du Colloque "Les Sciences hors d'Occident au XXème siècle", ORSTOM & UNESCO, 1994. Paris (sous presse).

- "Origines "naturelles" des représentations du nombre", in Actes du Colloque de didactique des mathématiques, Safi (Maroc), École Normale Supérieure de Marrakech, Centre Pédagogique Régional de Safi (sous presse).

*
* *
*