

LES QUATRE OPÉRATIONS.

Henri PLANE¹.

Cet atelier présentait quelques techniques de calcul pour les opérations arithmétiques, qui sont succinctement décrites ci-après, en substance ou au travers d'extraits significatifs.

*
* *

La multiplication "à la russe", par duplication.

Il s'agit par exemple de calculer 23×19 .

Pour cela, on "décompose" 19 en somme de puissances de 2 : $19 = 16 + 2 + 1$, en procédant par divisions par 2, par exemple. On a donc, selon le principe de la multiplication dite parfois à la russe :

$23 \times 19 = 23 + 46 \times 9 = 23 + 46 + 92 \times 4 = 23 + 46 + 184 \times 2 = 23 + 46 + 368 \times 1$, et il ne reste plus qu'à effectuer la somme : $23 \times 19 = 23 + 46 + 368 = 437$.

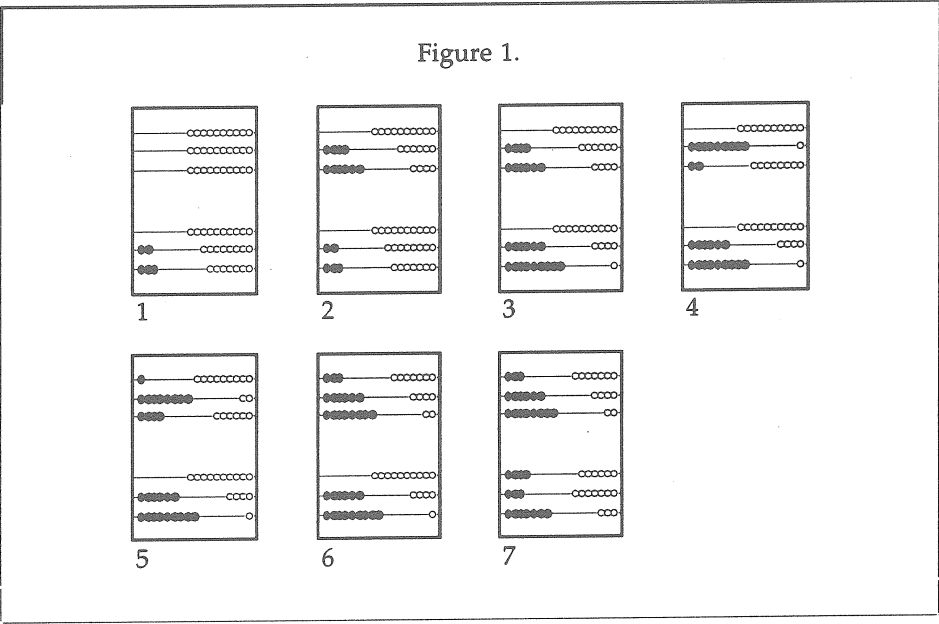
À la plume, les calculs sont disposés ainsi :

19	23	(on "garde" 23, car $19 = 2 \times 9 + 1$)	1
9	46	(on "garde" 46, car $9 = 2 \times 4 + 1$)	1
4	92	(on "écarte" 92, car 4 est pair)	0
2	184	(on "écarte" 184, car 2 est pair)	0
1	<u>368</u>	(on "garde" 368, associé à 1)	1
Total :	437.		

Si l'on note "1" la garde et "0" l'écart, on lit, de bas en haut, 10 011, qui est l'écriture binaire de 19 : $19 = 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$.

¹ L'atelier était conçu et animé par H. Plane. Le compte-rendu est de J.-P. Le Goff.

Au boulier, formé de tiges à dix boules, on effectue les duplications de 23 dans la partie haute du boulier, et en bas, les sommes cumulant les seuls multiples de 23 qui subsistent pour être associés à des quotients impairs du fractionnement par défaut de 19, par moitiés successives (voir la figure 1).



D'autres modes de multiplication.

L'une des manières d'opérer les plus répandues au Moyen-Âge est le mode *per gelosa*, qui se présente sous forme de tableaux à carreaux mi-partis par leur diagonale pour permettre l'écriture du produit de deux nombres à un chiffre, qui peut être lui-même à deux chiffres. La forme arabe est disposée sur la pointe, tandis que la forme latine anticipe sur nos "actuels" tableaux ... cartésiens ; on peut voir, dans la figure 2, comment s'opère le produit de 745 par 276, selon les deux modes.

À noter que les retenues additives ne sont pas toujours inscrites. En revanche, voici encore le produit de 441 par 2324, avec retenues de plusieurs unités dans le coin supérieur droit ; elle figure dans le *De Mathematicis Rosis* de Charles Bouelle (ou Bovellet), daté de 1509 (figure 3).

Figure 2.

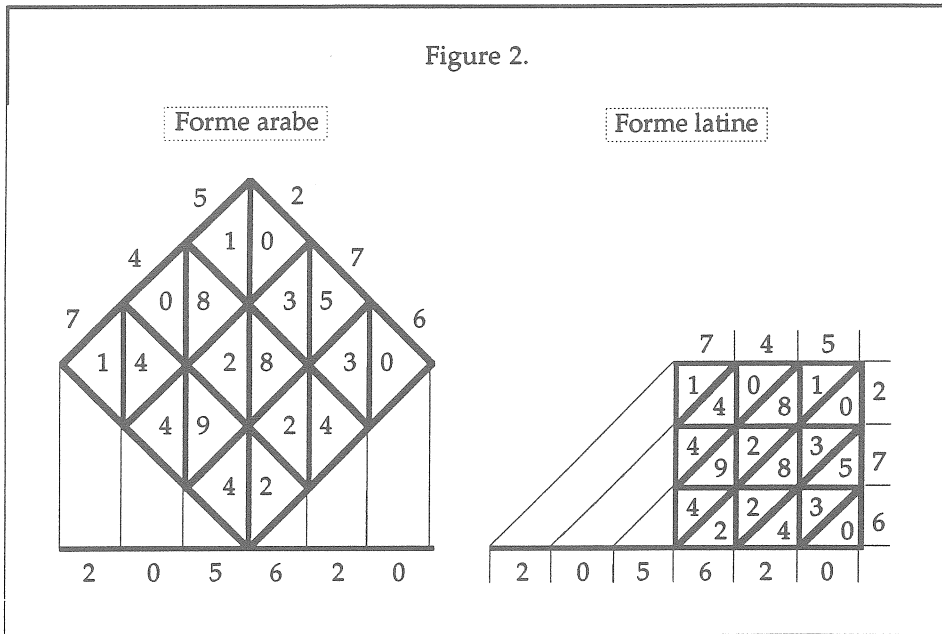
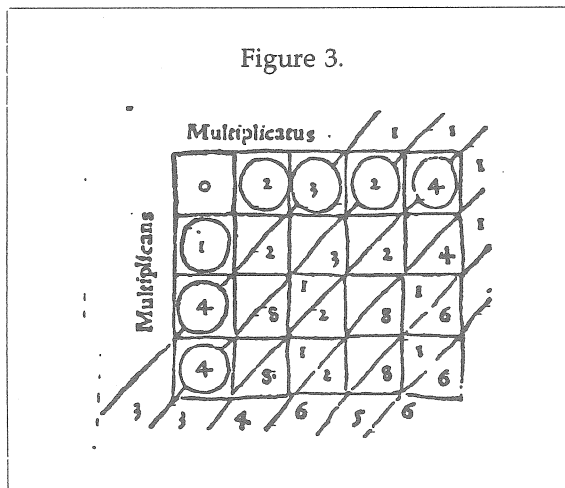


Figure 3.



La disposition des calculs à la plume est très variée. Certains procèdent *Per copa*, procédé dont les opérations successives se voient à la figure 4.

Les calculateurs utilisent aussi la "table à poussière". L'opérateur procède par effacements successifs des multiplicateurs, lorsque chacun à son tour a rempli son office (figure 5).

D'autres adoptent la disposition dite "au château", très voisine de l'actuelle procédure, puisque les lignes intermédiaires donnant les produits

selon les puissances de 10 du multiplicateur y sont en ordre inverse, pour cause de produit par ordre décroissant de ces puissances (figure 6).

Figure 4.

$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4 \\ \hline \end{array}$	(pour 2 fois 7)	$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8 \\ 0 \\ \hline \end{array}$	(pour 2 fois 4)
$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0 \\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$	(pour 2 fois 5)	$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0 \\ 0\ 1 \\ 4\ 9 \\ \hline \end{array}$	(pour 7 fois 7)
$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0 \\ 0\ 1\ 8 \\ 4\ 9 \\ 2 \\ \hline \end{array}$	(pour 7 fois 4)	$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0\ 5 \\ 0\ 1\ 8 \\ 4\ 9\ 3 \\ 2 \\ \hline \end{array}$	(pour 7 fois 5)
$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0\ 5 \\ 0\ 1\ 8 \\ 4\ 9\ 3 \\ 2\ 2 \\ 4 \\ \hline \end{array}$	(pour 6 fois 7)	$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0\ 5 \\ 0\ 1\ 8\ 4 \\ 4\ 9\ 3 \\ 2\ 2 \\ 4\ 2 \\ \hline \end{array}$	(pour 6 fois 4)
$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0\ 5\ 0 \\ 0\ 1\ 8\ 4 \\ 4\ 9\ 3\ 3 \\ 2\ 2 \\ 4\ 2 \\ \hline \end{array}$	(pour 6 fois 5)	$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 2\ 7\ 6 \\ 1\ 4\ 8\ 0\ 5\ 0 \\ 0\ 1\ 8\ 4 \\ 4\ 9\ 3\ 3 \\ 2\ 2 \\ 4\ 2 \\ \hline 2\ 0\ 5\ 6\ 2\ 0 \end{array}$	(par addition)

La disposition actuelle semble acquise à la fin du XVII^{ème} siècle, comme en témoignent les deux opérations (figure 7), portant sur des nombres entiers flanqués de nombres fractionnaires (5 286 755 et 5/6, par 1 952, puis 3439915795 et 1/3, par 12); pour multiplier 5/6 par 1 952, le calculateur effectue la division de 1 952 par 6, ce qui donne 325 avec un reste égal à 2; puis multipliant 325 par 5, et ajoutant 1 pour rendre compte des 5/6 de 2, il évalue à 1 626 le complément au total obtenu par produit des parties entières (10 319 745 760); dans la seconde multiplication, le produit de 1/3

par 12 donne 4, que le calculateur met à la suite du multiplicande décalé vers la gauche après son produit par 10.

Figure 5.

7 4 5 1 4	7 4 5 1 8 9 7 4 5 1 9 3 2 4 5
2 7 6	2 7 6
2 0 1 2 4 5	2 0 4 2 4 5
2 7 6	2 7 6
2 0 5 5 9 5	2 0 5 2 4 5
2 7 6	2 7 6
2 0 5 6 2 0	
2 7 6	

Figure 6.

745
276
1490
5215
4470
205620.

Figure 7.

$$\begin{array}{r} 1625 \\ 1625 \\ \hline 3250 \\ 1625 \\ \hline 1625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} BC FGH-5286755\frac{5}{7} \\ 1952LM \\ \hline 10573510 \\ 25433775 \\ 47586795 \\ 5286755 \\ \hline 10319745760 \\ 1626 \\ \hline 10319747386 \\ 3439915795\frac{1}{2} \\ \hline 12 \\ 6879831590 \\ 34399157954 \\ \hline 412789895445 \end{array}$$

En 1745, on trouve cependant encore une *Arithmétique par les Jetons*, à côté d'autres procédés, dans l'ouvrage de F. Le Gendre, intitulé *L'Arithmétique en sa perfection* et plusieurs fois réimprimé². Cela s'explique par le fait que cette arithmétique s'adresse plutôt à des comptables ou à des financiers, qui sont plus familiers de l'écriture en chiffres romains, en vigueur jusqu'au XVIII^e siècle dans les comptes publics, que des notations du système décimal (au sens pré-révolutionnaire) ; l'usage des jetons relève d'une arithmétique figurée plutôt que symbolique, par son côté manipulatoire qui renvoie aux origines du *calculus*. Le calculateur use d'un *Arbre de Numération*, ou *Arbre du grand Jet*, défini aux pages 499 à 501, et formé d'une colonne de gros jetons alignés de bas en haut : ceux-ci représentent, dans cet ordre, le *nombre* (le chiffre des unités), la *dixaine* (celui des dizaines), la *centaine*, le *mil*, la *dixaine de mil*, etc. Une série horizontale de petits jetons placés à droite, ou à gauche d'un grand jeton indique un nombre d'unités ou de dizaines, etc. (figure 8).

Voici les paragraphes consacrés à la multiplication :

// p. 515 //

DE LA MULTIPLICATION.

Troisième Regle.

Définition. Multiplier est trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre multiplié qu'il y a d'unités au multiolicateur.

SI on veut multiplier deux nombres ; sçavoir, six & quatre l'un par l'autre ; l'on suppose que le nombre quatre est le multiplicateur : Il est certain que le produit de cette multiplication donnera vingt-quatre ; dans ce nombre vingt-quatre, il y a quatre fois six, par conséquent autant de fois six qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre.

Pour faire cette Regle, il faut premierement placer l'Arbre de Numération, comme on a fait aux Regles précédentes. Ensuite poser le nombre à multiplier à la main gauche dudit Arbre, & proposer un nombre tel que qu'il vous plaira pour multiplicateur : On suppose que ce soit quatre ; il faut donc retenir ce nombre dans sa mémoire, ou l'écrire sur du papier, ou en tel autre endroit qu'il vous plaira, afin de s'en servir pour faire la multiplication.

² Les éditions consultées datent de 1745 et de 1754, avec approbation de Clairault pour une version augmentée de *L'Arithmétique en sa perfection*, augmentée d'un *Traité de Geometrie pratique*, d'un *Traité de l'Arpentage*, d'un *Traité du Toisé*, d'un *Abregé de l'Algèbre*, de *Plusieurs Questions sur différens sujets*, et d'un *Traité de l'Arithmétique par les Jetons*. Le Gendre traite *De la Multiplication* aux pages 515 à 522.

Figure 8.

Figure de la page 500 de l'Arithmétique de Le Gendre.

500 L'Arithmétique

Exemple. I Figure.

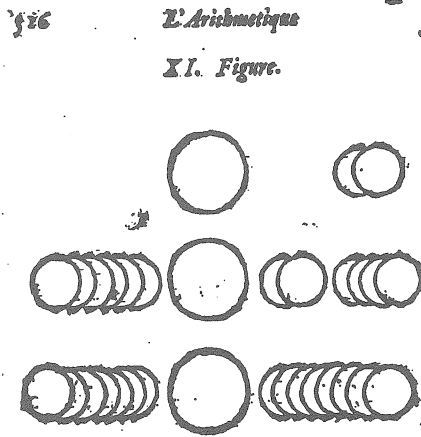
centaine de mil &c		trois-cens
dizaine de mil		quarante
mil		trois mil
centaine		quatre cent
dizaine		cinquante
nombre		trois

Arbre de Numération.

Le nombre à multiplier de cette Regle soit // p. 516 // soixante-sept, qu'on veut multiplier par le multiplicateur quatre, il faut donc commencer à multiplier les sept Jetons qui sont posez devant le degré des Nombres à gauche, par le multiplicateur quatre, & dire : Quatre fois sept font vingt-huit, dans ces vingt-huit il y a deux dizaines, il faut les poser à la droite de l'Arbre, devant le degré des dizaines, & les huit restans devant le degré des Nombres. Après cela, il faut aller aux six Jetons qui sont posez à gauche au rang des dizaines, & les multiplier par le même multiplicateur quatre, & dire : Quatre fois six font vingt-quatre, dans ces vingt-quatre il y a vingt-quatre dizaines qui valent deux-cens quarante ; il faut poser deux Jetons devant le rang des centaines pour les deux cens, &

pour les quarante restans qui valent quatre dizaines, il faut poser quatre
// p. 517 // Jetons devant le rang des dizaines, & la Regle sera faite.

XI. Figure. [page 516 de l'Arithmetique]



Il a été mis une distance entre les dizaines des deux multiplications, afin de les mieux distinguer, & remarquer que la première a produit vingt-huit, & la seconde vingt-quatre. Pour sçavoir ce que ces deux multiplications-là doivent produire au total, il faut prendre garde aux rangs où sont placez les Jetons de la Regle, & comme il y a deux Jetons devant le rang des centaines, on dira deux cens ; devant le rang des dizaines, où il y en a six, on dira soixante ; & devant le rang des nombres, où il y en a huit, on dira huit : Par conséquent, il y a dans le total de cette multiplication, deux cens soixante-huit, comme vous le voyez à la XI. Figure ; parce que le nombre soixante-sept a été multiplié par quatre, qui fait connoître que dans le nombre deux cens soixante-huit, il y a autant de fois soixante-sept, qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre, ce qu'il falloit démontrer.

Toutes les multiplications qui se feront par une seule figure, n'auront point d'autres préceptes que ceux qui viennent d'être enseignez dans cette Regle de Multiplication.

Autre Regle de Multiplication, où il y a deux figures au Multiplicateur.

Le nombre proposé à multiplier soit quarante-sept, qu'on veut multiplier par trente-quatre, qui est composé de deux figures. Pour faire cette Regle, il faut premièrement multiplier le nombre quarante-sept par le [quatre]³ du nombre trente-quatre, & dire : Quatre fois sept font vingt-huit, dans ces vingt-huit, il y a deux dizaines, qu'il faut poser vis-à-vis le rang des dizaines, & les huit restans vis-à-vis le rang des nombres ; il faut multiplier aussi les qua- // p. 518 // rante, qui valent quatre dizaines, par

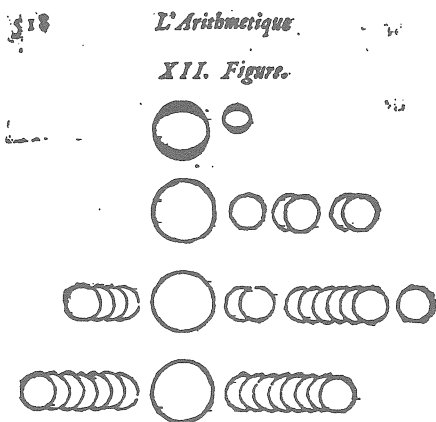
³ Le texte donne : "quart".

le même quatre, disant : Quatre fois quatre font seize, qui font autant de dixaines, qui valent cent soixante, il faut poser un Jeton, qui vaudra dix dixaines ou cent, vis-à-vis le rang des centaines, & pour les soixante restans, qui valent six dixaines, poser six Jetons vis-à-vis le rang des dixaines. Cette multiplication par le quatre de trente-quatre étant faite, il faut faire celle de la seconde figure, qui est trois ; & comme ce trois vaut trente, parce que par le rang qu'il tient, il est placé au rang des dixaines, il faut dire : Trois fois sept font vingt-un, qui produisent par cette raison vingt-une dixaines, qui valent deux cens dix ; il faut donc poser deux Jetons vis-à-vis le rang des centaines, & la dixaine restante vis-à-vis le rang des dixaines ; ensuite il faut multiplier le quatre de quarante par le même trois dont // p. 519 // on vient de se servir, & dire : Trois fois quatre font douze, qui valent par la même raison qui vient d'être expliquée ci-dessus, mille deux cens ; il faut poser un Jeton vis-à-vis le rang des mille, & les deux cens restans vis-à-vis le rang des centaines : La Regle étant faite, on trouvera pour la somme totale celle de quinze cens quatre-vingt-dix-huit, comme la XII. Figure le fait voir.

S'il y avoit trois ou quatre figures au multiplicateur, il faudroit toujours élever le produit de degré en degré, allant du rang des milles au rang des dix mille, du rang des dix mille au rang des cent mille, & de suite aux autres rangs plus hauts, si la somme de la multiplication le demandoit.

Les deux manieres ci-dessus bien comprises peuvent suffisamment conduire à de plus grandes Regles. [...]

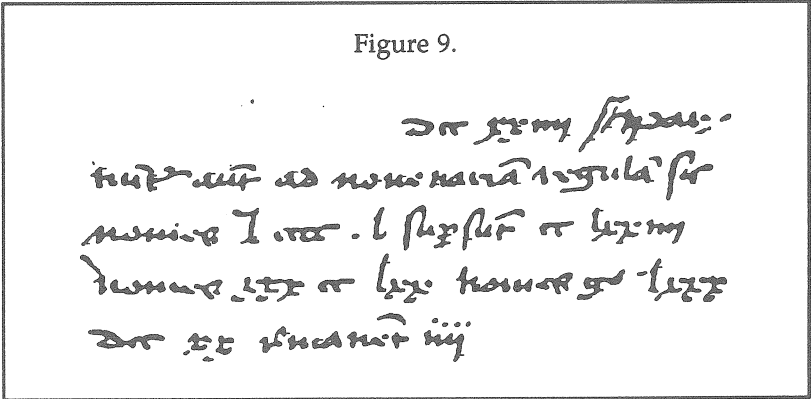
XII. Figure. [page 518 de l'Arithmetique]



La division : le règne de la diversité.

La division n'est pas chose aisée, surtout si l'on use d'un système de numération de type additif-soustractif comme celui des romains, usité en Europe jusqu'à une époque récente pour la logistique financière. Voici par exemple un extrait d'un manuscrit du XIIème siècle (figure 9), qui énonce en substance : "Dans DCCXXIIII [724], il y a 9 fois L [50], soit CCCCL [450], et restent CCLXXIIII [274]. 9 fois XXX font CCLXX [270]. Ainsi 9 fois LXXX [80] font DCCXX [720], et restent IIII". Soit encore :

$724 = 450 + 270 + 4 = 9 \times (50 + 30) + 4.$



La division que nous connaissons aujourd'hui est très différente en apparence des procédures antérieures, plus encore peut-être que ne l'est la multiplication. Voici par exemple la méthode dite "de Gerbert" (figure 10).

Soit à diviser : 9 375 par 7, puis 5 293 par 37.
Résultat : 9 375 = 1 339 × 7 + 2 et 5 293 = 143 × 37 + 2.

La procédure peut être décrite par étapes de la façon suivante : diviser par 7, c'est diviser par 10 - 3 ; c'est donc ôter le plus grand multiple possible de 10, en commençant par les ordres de grandeur les plus élevés, puis compenser cet excès de réduction en ajoutant le même multiple de 3.

1°)						
9	3	7	5	9	(0)	(0)
2	7	(0)	(0)			
3	0	(7)	(5)			

2°)						
9	3	7	5	9	(0)	(0)
2	7	(0)	(0)	3	(0)	(0)
3	0	(7)	(5)			
(+)	(9)	(0)	(0)			
(=)	9	(7)	(5)			

C'est-à-dire : 1°) $10 \times 900 = 9\,000$, que l'on retire en rayant le 9 (ce qui est noté ici ||9||), et que l'on ajuste en ajoutant $3 \times 900 = 2\,700$, ce qui donne

$2\ 700 + 375 = 3\ 075$; on vient, en somme, d'ôter $7 \times 900 = 6\ 300$, au lieu de $7 \times 1\ 000$, selon notre procédure habituelle ;

2°) $10 \times 300 = 3\ 000$, que l'on retire en rayant le 3 (i. e. : $\|3\|$), et que l'on ajuste en ajoutant $3 \times 300 = 900$, ce qui donne 975 ;

3°)

$\ 9\ $	3	7	5	9	9	(0)
2	7	(0)	(0)	3	(0)	(0)
$\ 3\ $	0	(7)	(5)			
(+)	(9)	(0)	(0)			
(=)	$\ 9\ $	(7)	(5)			
(+)	2	7	(0)			
(=)	3	4	(5)			

4°)

$\ 9\ $	3	7	5	9	9	(0)
2	7	(0)	(0)	3	3	(0)
$\ 3\ $	0	(7)	(5)			
(+)	(9)	(0)	(0)			
(=)	$\ 9\ $	(7)	(5)			
(+)	2	7	(0)			
(=)	$\ 3\ $	4	(5)			
(+)		9	(0)			
(=)	1	3	(5)			

C'est-à-dire : 3°) $10 \times 90 = 900$, que l'on retire en rayant le 9, et que l'on ajuste en ajoutant $3 \times 90 = 270$, ce qui donne $75 + 270 = 345$; on vient, en somme, d'ôter $7 \times 90 = 630$, de 975 ;

4°) $10 \times 30 = 300$, que l'on retire en rayant le 3, et que l'on ajuste en ajoutant $3 \times 30 = 90$, ce qui donne 135 ;

Figure 10.

$\ 9\ $	3	7	5	9	9	6													
2	7			3	3	2													
$\ 3\ $	0				1	1													
$\ 9\ $																			
2		7																	
$\ 3\ $		4																	
$\ 1\ $		3																	
		3																	
		$\ 6\ $																	
		1	8																
		$\ 2\ $	3																
			6																
			$\ 9\ $																
			2	13	3	9													

5	2	9	3																
1																			
$\ 1\ $	3																		
	$\ 5\ $																		
	3																		
		9																	
	$\ 4\ $	$\ 8\ $																	
		3																	
	$\ 1\ $	$\ 1\ $																	
		3																	
			6																
		$\ 3\ $	$\ 9\ $																
			2																

Ensuite (page suivante) : 5°) $10 \times 10 = 100$, que l'on retire en rayant le 1, et que l'on ajuste en ajoutant $3 \times 10 = 30$, ce qui donne $35 + 30 = 65$; on vient, en somme, d'ôter $7 \times 10 = 70$, de 135 ;

6°) $10 \times 6 = 60$, que l'on retire en rayant le 6, et que l'on ajuste en ajoutant $3 \times 6 = 18$, ce qui donne 23 ;

5°)

9	3	7	5	9	9	(0)
2	7	(0)	(0)	3	3	(0)
3	0	(7)	(5)		1	(0)
(+)	(9)	(0)	(0)			
(=)	9	(7)	(5)			
(+)	2	7	(0)			
(=)	3	4	(5)			
(+)		9	(0)			
(=)	1	3	(5)			
(+)		3	(0)			
(=)		6	(5)			

6°)

9	3	7	5	9	9	6
2	7	(0)	(0)	3	3	(0)
3	0	(7)	(5)		1	(0)
(+)	(9)	(0)	(0)			
(=)	9	(7)	(5)			
(+)	2	7	(0)			
(=)	3	4	(5)			
(+)		9	(0)			
(=)	1	3	(5)			
(+)		3	(0)			
(=)		6	(5)			
(+)		1	8			
(=)		2	3			

7°) et 8°)

9	3	7	5	9	9	6
2	7	(0)	(0)	3	3	2
3	0	(7)	(5)		1	1
(+)	(9)	(0)	(0)			
(=)	9	(7)	(5)			
(+)	2	7	(0)			
(=)	3	4	(5)			
(+)		9	(0)			
(=)	1	3	(5)			
(+)		3	(0)			
(=)		6	(5)			
(+)		1	8			
(=)		2	3			
(+)			6			
(=)			9			
(-)	7	(=)	2			

	9	9	6
(+)	3	3	2
(+)		1	1
	1	3	9

7°) Pour finir, on retire $10 \times 2 = 20$, en rayant le 2, puis on ajoute $3 \times 2 = 6$, ce qui donne 9, dont on retire 7×1 de façon directe pour les unités, puisque 10×1 est trop grand, et il reste 2 ; 8°) la sommation des quotients partiels donne le quotient 1 339.

Voici la décomposition de la seconde opération, en remarquant seulement que $37 = 40 - 3$, et que les retraits sont multiples de 40, tandis que les ajouts sont les mêmes multiples de 3 (figure 11). On retire 40×100 de 5 293, restent 1 293 auxquels on ajoute 3×100 ; de 1 593, on retirera 40×30 , puis on ajoutera au reste 393, 3×30 , d'où 483 ; 40×10 ôtés de 483, restent 83

auxquels il faut ajouter 3×10 , ce qui nous laisse 113, desquels l'on ôte derechef 40×2 , restent 33 auxquels s'ajoutent 3×2 , ce qui fait 39 ; une dernière occurrence du diviseur 37 porte le quotient à $100 + 30 + 10 + 2 + 1$, soit 143, avec un reste égal à 2.

Figure 11.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 & 9 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & & & \\ \hline 1^\circ) & = & 1 & 2 & 9 & 3 & \\ + & 3 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 1 & 5 & 9 & 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 & 9 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 1 & 2 & 9 & 3 & \\ + & 3 & 0 & 0 & & & \\ \hline 2^\circ) & = & 1 & 5 & 9 & 3 & \\ -1 & 2 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 3 & 9 & 3 & & \\ + & 9 & 0 & & & & \\ \hline & = & 4 & 8 & 3 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 & 9 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 \\ \hline & = & 1 & 2 & 9 & 3 & \\ + & 3 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 1 & 5 & 9 & 3 & \\ -1 & 2 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 3 & 9 & 3 & & \\ + & 9 & 0 & & & & \\ \hline 4^\circ) & = & 4 & 8 & 3 & & \\ - & 4 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 8 & 3 & & & \\ + & 3 & 0 & & & & \\ \hline & = & 1 & 1 & 3 & & \\ - & 8 & 0 & & & & \\ \hline & = & 3 & 3 & & & \\ + & 6 & & & & & \\ \hline & = & 3 & 9 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 & 9 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 \\ \hline & = & 1 & 2 & 9 & 3 & \\ + & 3 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 1 & 5 & 9 & 3 & \\ -1 & 2 & 0 & 0 & & & \\ \hline 3^\circ) & = & 3 & 9 & 3 & & \\ + & 9 & 0 & & & & \\ \hline & = & 4 & 8 & 3 & & \\ - & 4 & 0 & 0 & & & \\ \hline & = & 8 & 3 & & & \\ + & 3 & 0 & & & & \\ \hline & = & 1 & 1 & 3 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 & 9 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & & + & 1 & 1 \\ \hline & = & 1 & 2 & 9 & 3 & 1 & 4 & 3 \\ + & 3 & 0 & 0 & & & & & \\ \hline & = & 1 & 5 & 9 & 3 & & & \\ -1 & 2 & 0 & 0 & & & & & \\ \hline & = & 3 & 9 & 3 & & & & \\ + & 9 & 0 & & & & & & \\ \hline & = & 4 & 8 & 3 & & & & \\ - & 4 & 0 & 0 & & & & & \\ \hline & = & 8 & 3 & & & & & \\ + & 3 & 0 & & & & & & \\ \hline & = & 1 & 1 & 3 & & & & \\ - & 8 & 0 & & & & & & \\ \hline & = & 3 & 3 & & & & & \\ + & 6 & & & & & & & \\ \hline & = & 3 & 9 & & & & & \\ - & 3 & 7 & & & & & & \\ \hline & = & 2 & & & & & & \end{array}$$

Quelques exemples illustreront la diversité des autres modes opératoires.

A) la division "à l'espagnole" se pratique ainsi :
Soit à diviser 8 723 par 17. Voici l'opération posée :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 & 2 \\ 8 & 7 & 2 & 3 \\ 1 & 7 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 \\ 1 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \text{, ce qui se traduit par : } 8\,723 = 17 \times 513 + 2,$$

Les étapes intermédiaires sont les suivantes : 17 est placé sous 87 ; $5 \times 17 = 85$, ôtés de 87, donnent 2, placé au-dessus du 7 de 8 723, tandis que le chiffre 5 des centaines du quotient est placé à droite du dividende ; 17 est "placé" sous 22, c'est-à-dire 1 sous la colonne 2-7-7, et 7 sous le 2 de 8 723 ; $1 \times 17 = 17$, ôtés de 22, donnent 5, placé au-dessus du 2 de 8 723, tandis que le chiffre 1 des dizaines du quotient est placé à gauche du 5 des centaines ; 17 est "placé" sous 53, c'est-à-dire 1 sous la colonne 5-2-7, et 7 sous le 3 de 8 723 ; $3 \times 17 = 51$, qui, ôtés de 53, laissent un reste égal à 2, placé au-dessus du 3 de 8 723, tandis que les 3 unités du quotient viennent former 513.

On trouve par exemple, dans un livre d'arithmétique, une division par 1 728, réitérée, sur le nombre 41 278 989 544 comme dividende. L'auteur trouve successivement :

$$41\,278\,989\,544 = 23\,888\,304 \times 1\,728 + 232$$

et $23\,888\,304 = 13\,824 \times 1\,728 + 432$, selon les opérations suivantes (dans lesquelles les chiffres étaient rayés au fur et à mesure, figures 12 et 13) :

Figure 12.

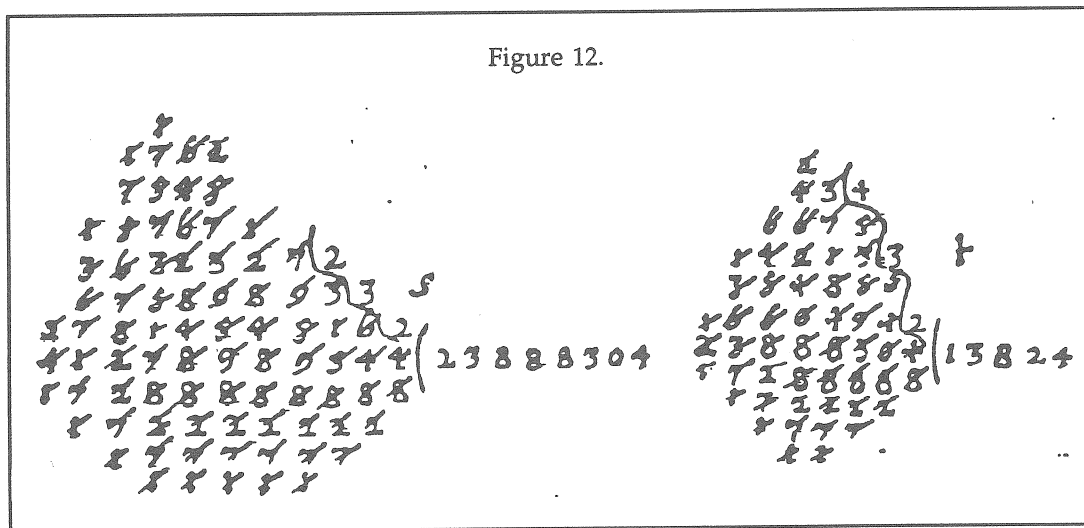
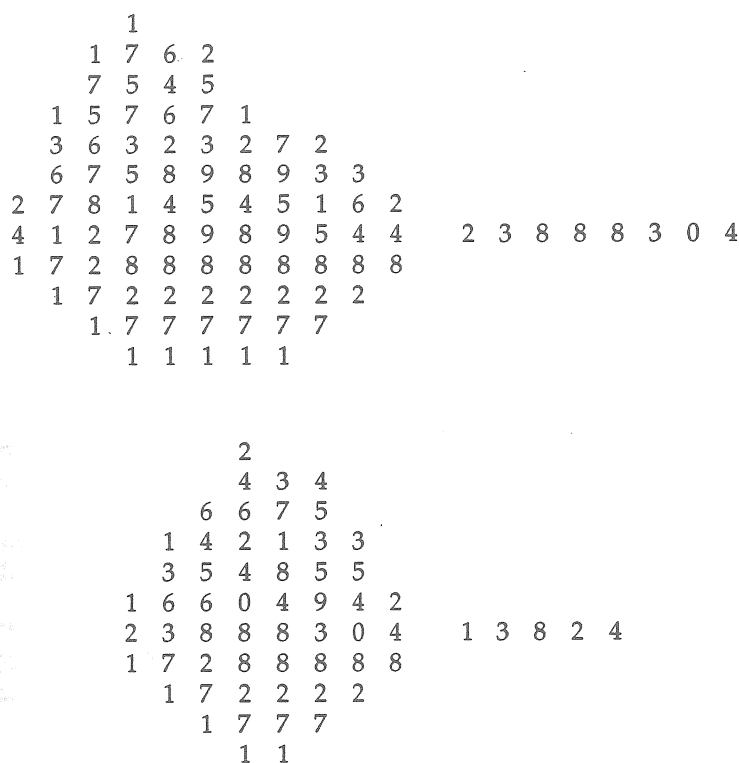


Figure 13.

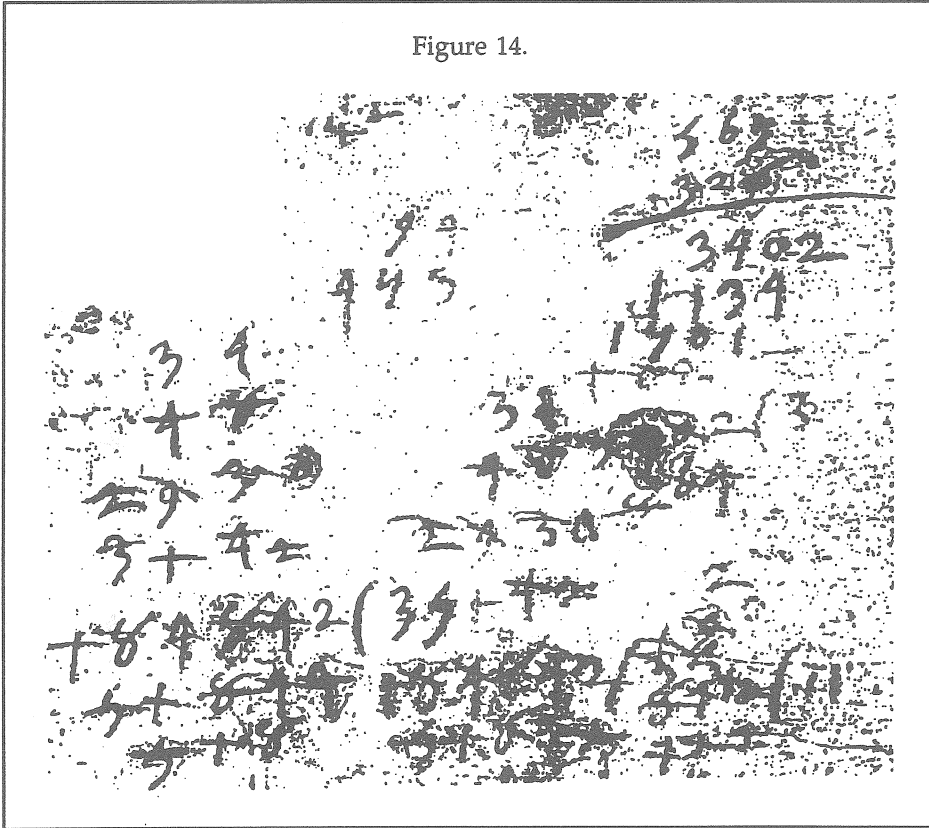


Ici la méthode à l'espagnole se complique de ce que les soustractions partielles sont à double détente, du fait des retenues ; nous n'illustrerons ces opérations que par les deux premières étapes de l'algorithme : 1°) plaçant 1 728 sous les quatre premiers chiffres, 4 127, on cherche le quotient de 4 127 par 1 728, soit 2 : 2 fois 1 font 2, que l'on ôte de 4, ce qui fait 2 ; 2 fois 7 font 14, que l'on ôte de 21, d'où le 7 placé au-dessus du 1 (de 4 127) et le fait que l'on a barré le 2 placé au-dessus du 4 (de 4 127) ; 2 fois 2 font 4, qui, ôtés de 72, font 68, placés au-dessus du 7 et du 2 de ce 72, que l'on raye ; 2 fois 8 font 16, que l'on retire de 87, ce qui donne 71, placés au-dessus des chiffres 8 et 7 de ce 87, qui sont alors barrés ; il reste donc 671 de ce premier quotient.

2°) Plaçant alors 1 728 en dessous de 6 718, formé des quatre premiers chiffres non barrés de gauche à droite, on effectue à nouveau une division euclidienne, dont le quotient est 3, et le reste 1 534.

œuvre la division de 184 842 par 5184, qui laisse un reste de 3402, et donne un quotient de 35 (figure 14).

Figure 14.



*
* *

L'algorithme de la division dans un manuel de 1895.

Voici comment Laisant et Émile Lemoine présentent la division dans leur *Arithmétique*, livre d'enseignement publié en 1895 chez Gauthier-Villars ; on notera que ces auteurs affichent et mettent ici en pratique leurs convictions, partagées par de nombreux savants regroupés dans la *Société philologique française*⁴, qu'il faudrait simplifier l'orthographe :

⁴ Cette *Société* proposa plusieurs règles établissant une nouvelle *ortographe*. Parmi celles-ci, la *supression* de tout doublement de *consone fonétiquement* inutile, avec usage éventuel de

Considérons maintenant deux nombres quelconques, soient 37 879 le dividende et 47 le diviseur ; començons par former une Table contenant les produits de 47 par 1, 2, 3, ..., 9. Dans la première colone sont inscrits les chiffres 1, 2, ..., 9, et, en regard dans la seconde, leurs produits par 47.

Prenons ensuite, à gauche du dividende, un nombre qui contienne le diviseur une fois, et moins de 10 fois, ce nombre est 398 ; divisons ce nombre 398 par 47. A l'aide de la Table que nous venons de construire, nous voyons que 398 est compris entre 376 ou 8×47 et 423 ou 9×47 , le quotient est donc 8. [...]

3	9	8	7	9	4	7	1	4	7		
3	7	6			8	4	8	2	9	4	
2	2	7	9					3	1	4	1
1	8	8						4	1	8	8
3	9	9						5	2	3	5
3	7	6						6	2	8	2
2	3							7	3	2	9
								8	3	7	6
								9	4	2	3

La suite se devine aisément, l'algorithme étant ici fort voisin du nôtre, à ceci près que les soustractions intermédiaires sont posées.

*
* *

Opérations simples, mais nombres "complexes".

Les choses se compliquent lorsqu'il s'agit de partager une somme - ici les dépouilles d'un failli -, selon une proportion donnée - ici en raison de dettes diverses -, et d'effectuer les opérations sur des "nombres complexes", c'est-à-dire sur des nombres à sous-multiples non décimaux, ce qui est le cas de la plupart des unités de mesures en cours, tant en France et Navarre qu'en tout pays d'Europe. Le sieur Barreme propose par exemple, dans son *Arithmetique* déjà citée⁵, un *Exemple pour tirer le SOL pour LIVRE*, sur lequel nous finirons, sans commentaire :

la lettre "e" accentuée en grave, en remplacement d'un "e" suivi de deux *tèles consones* ; remplacement du "ph" par "f" ou du "y" non mouillé par "i", etc.

⁵ Pp. 574-575.

// p. 574 //

AUTRE EXEMPLE
pour tirer le SOL pour LIVRE :

Un *Debiteur* doit à 3 *Creanciers* 16 400 l.

Sçavoir

Au premier	8 200 livres
Au second	4 800 livres
Au troisième	<u>3 400 livres</u>
Total	16 400 livres

Mais en tout son bien il n'a que pour payer 3 486 l.

On demande combien c'est pour livre sur le total, & combien chacun d'eux doit avoir pour sa part.

PREMIEREMENT.

Il faut reduire en Sols lesdites	3 486 l
en les doublant & y ajoûtant un zero	<u>3 486 l</u>
Cela fait	69 720 sols

Or pour sçavoir combien est de Sol pour Livre, il faut poser plusieurs fois le nombre total de 16 400 & les additionner, & en poser autant qu'il faut pour approcher de bien près desdits 69 720 sols.

Mais ayant posé 4 ou 5 fois, on voit que 4 fois c'est trop peu, & 5 c'est trop, c'est pourquoi il faut prendre partie de partie, c'est-à-dire, la moitié d'une position, ou le quart, ou la moitié dudit quart, qui est une chose assez aisée, comme on a vû à l'operation precedente, & comme on le voit à la suivante.

// p. 575 //

Ayant posé 4 fois	16 400 l
	16 400 l
	16 400 l
	16 400 l
Et ayant ajoûté un quart	<u>4 100 l</u>
Le tout montera	69 700 sols

Cela veut dire

qu'ayant posé	4 fois & un quart
il vient à chacun	4 sols & 3 deniers pour livre.

Maintenant pour sçavoir

Combien vient à chacun pour sa part, il ne faut que poser 4 fois & un quart la somme de chacun, & ayant ajoûté le produit, seront des sols, qu'il faut reduire en Livres, *en coupant, comme il a esté dit, le dernier chiffre*, & prenant la moitié des autres. Et cela est reduire des sols en livres.

	Ainsi observant	
L'Instruction & l'Operation precedente,		
Vous trouverez	Au premier	1 742 L 10 s
	Au second	1 020 L
	Au troisième	<u>722 L 10 s</u>
		3 485 Livres

Il reste encore 20 sols à partager entr'eux, parce que le bien abandonné monte 3 486 livres ; mais ces 20 sols n'étant que 960 pites, on ne les sçauroit diviser en 16 400. Ce qu'on peut faire, c'est de distribuer par jugement ; au premier à qui il est dû 8 mille livres, donner 8 sols ; au second à qui il en est dû 4, donner 4 sols ; et au dernier 3 sols qui seront 15 sols, & les 5 sols restant, 3 au premier, 2 au second, & 1 au dernier : ainsi égalier ces petits restes à discretion, étant de petite considération.

*
* *
*