PLATON, LES NOMBRES ET ARISTOTE.

Michel CRUBELLIER.

Le traité d'arithmétique qui occupe les livres VII, VIII et IX des *Éléments* d'Euclide s'ouvre sur les définitions de l'unité et du nombre. Celui-ci est défini [VII, déf. 2] comme "*une multiplicité¹ composée d'unités*"; et l'unité est "*ce selon quoi chaque chose est dite «une»*" [déf. 1]. On peut légitimement être perplexe devant cette définition. Il est vrai qu' "*il n'y a rien de plus faible que le discours de ceux qui veulent définir ces mots primitifs*"² : nous savons que ces définitions initiales ne peuvent en réalité être ni rigoureuses ni entièrement claires. On admet généralement qu'elles ne se proposent pas d'autre but que de suggérer intuitivement une représentation qui donne un point d'appui à l'imagination du lecteur, en attendant que le déroulement des propositions lui permette de concevoir plus exactement l'objet en question. On peut dire, par exemple, que la définition du point comme "*ce qui n'a pas de parties*" [I, déf. 1] remplit assez bien ce rôle. Mais précisément de ce point de vue, la définition de l'unité est étrange : elle paraît inutilement compliquée et ne suggère aucune image.

C'est qu'elle a une histoire. Elle condense en quelques mots les résultats de réflexions et de débats qui ont eu lieu dans les siècles précédant Euclide sur la nature des nombres et leur signification pour la connaissance et l'explication du monde. L'un des moments importants de cette tradition de philosophie du nombre a été, au quatrième siècle avant notre ère, la doctrine platonicienne des nombres-idées et sa critique par Aristote ; et nous verrons que la façon dont Euclide définit l'unité revient à se ranger au point de vue d'Aristote.

¹ On peut avoir l'impression que l'idée de «multiplicité» n'est claire qu'à partir de celle de nombre, de sorte que cette définition serait circulaire ; mais ce n'est pas le cas : voir plus loin la note 8.

² Pascal, *De l'esprit géométrique*.

Dans l'exposé qui va suivre, je voudrais donc explorer la préhistoire des deux définitions euclidiennes. Je dois avertir que l'exposé de la doctrine des nombres-idées que l'on trouvera ici est pour l'essentiel une reconstruction, et qu'elle se fonde principalement sur les textes d'Aristote.

*
* *

I.

L'intérêt de Platon pour les mathématiques est bien connu. L'époque de sa vie (427-347 avant notre ère) est celle du premier essor des sciences mathématiques en Grèce. Dans la *République*, il insiste sur l'importance de la formation mathématique pour les futurs philosophes (c'est-à-dire pour les futurs dirigeants de l'État), et il a attiré de nombreux mathématiciens dans l'institution d'enseignement et de recherche - l'Académie - qu'il avait fondée à Athènes. À son nom, les traditions anciennes associent surtout la géométrie ; mais on a des indices de ce que les nombres ont joué un rôle essentiel dans sa philosophie. Il est vrai que nos informations sur cet aspect du platonisme sont peu nombreuses et délicates à interpréter. Les écrits de Platon (les Dialogues) n'accordent pas aux nombres une place prééminente ni même un intérêt spécialement marqué. Dans un passage célèbre du livre VII de la *République*, Socrate tente de déterminer la nature particulière du nombre arithmétique - mais comme il le fait pour les objets des autres sciences mathématiques - ; ailleurs, l'arithmétique lui fournit çà et là un exemple banal de savoir. Il n'y a que deux textes dans lesquels le nombre semble être considéré pour lui-même :

- dans le dialogue énigmatique intitulé *Parménide*, un passage³ où l'on entreprend d'engendrer tous les nombres à partir de la seule supposition que "l'Un est" ;

- le *Timée*, qui décrit la constitution du monde sous la forme d'un mythe, et dans lequel Platon écrit, par exemple, que le Dieu donne aux éléments "leur configuration à l'aide des formes et des nombres" [53c].

Par contre, il existe plusieurs textes d'Aristote - en particulier les livres M ("Mu") et N ("Nu") de la *Métaphysique*, et le chapitre 9 du livre A ("Grand Alpha") -, qui entreprennent de réfuter les deux propositions suivantes :

[1] Les nombres jouent le rôle de causes vis-à-vis des autres choses (nous aurons à revenir sur la signification exacte du terme de «cause» dans cet énoncé) ;

³ *Parménide*, 143b-144a. Pour le *Parménide*, voir la nouvelle traduction (avec introduction et notes) de Luc Brisson, Paris (Garnier-Flammarion), 1994.

[2] Les principes et éléments des nombres sont les principes et éléments de toutes choses

- deux thèses qu'Aristote attribue explicitement à Platon. Il est vrai que ce témoignage d'Aristote est lui-même difficile à déchiffrer : en effet, s'il développe de nombreux arguments contre les thèses platoniciennes, il n'expose pas systématiquement la conception d'ensemble à laquelle elles pouvaient se rattacher ; à cela s'ajoute le fait qu'il discute en même temps plusieurs autres thèses, qu'il présente comme des variantes de la même position fondamentale, et qui étaient apparemment celles des successeurs de Platon à la tête de l'Académie, Speusippe et Xénocrate ; de sorte qu'il n'est pas toujours facile de déterminer ce qui revient à l'un ou à l'autre. Ainsi, la question du rôle des nombres dans la philosophie de Platon se rattache à ce que l'on appelle aujourd'hui le problème des « doctrines non écrites » : certaines traditions anciennes rapportent en effet que Platon n'aurait pas exposé la totalité de ses conceptions philosophiques dans ses Dialogues, mais en aurait réservé une partie (la plus importante et la plus difficile) pour son enseignement oral. Diverses tentatives ont été faites depuis le XIX^{ème} siècle pour reconstruire le contenu de cet enseignement, mais aucune n'a rencontré un accord suffisamment large parmi les spécialistes⁴.

*
* * *

II.

Une des questions qui reviennent le plus souvent dans les *Dialogues* de Platon est : "Qu'est-ce que savoir ? qu'est-ce que connaître ?" Il s'agit de définir le savoir véritable par opposition aux prétentions de certaines fausses sciences (dont Platon voit le modèle dans l'enseignement des Sophistes), mais aussi de le distinguer de la connaissance routinière de la vie quotidienne, qui se satisfait d'identifier des objets et de les manier avec succès. Platon, en un sens, est à l'origine de la conception - qui jouera un grand rôle dans l'histoire des sciences en Occident - selon laquelle la science représente un discours doté d'une valeur et d'une autorité supérieure. Il propose trois critères principaux pour définir un tel savoir : son exactitude, sa nécessité, et la possibilité de rendre raison de ce que l'on affirme (par

⁴ En 1945, H. Cherniss a proposé de tirer la leçon de ces échecs en concluant que les doctrines non-écrites ne sont qu'un mirage et que le témoignage d'Aristote, en particulier, n'est pas fiable. Voir *L'Enigme de l'ancienne Académie*, trad. française, Paris (Vrin), 1993. Ce point de vue a connu une grande diffusion et une grande influence, en particulier dans les pays anglo-saxons. En sens inverse, on a vu paraître depuis la fin des années 1950 divers travaux qui tentent de reconstruire et de réhabiliter les doctrines non-écrites, en Allemagne avec l'école de Tübingen (H. J. Krämer, K. Gaiser et Th. A. Szlezák) et en Italie autour de G. Reale. On trouvera une présentation d'ensemble de la question et un exposé des thèses de l'école de Tübingen dans : M. D. Richard, *L'enseignement oral de Platon*, Paris (Cerf), 1988.

opposition au caractère inévitablement aléatoire et approximatif du savoir tiré de l'expérience). Or il existe à cette époque un corps de connaissances qui répond à ces exigences : ce sont les sciences mathématiques (qui comprennent, à côté de la géométrie et de l'arithmétique, au moins l'astronomie et l'acoustique). Elles se caractérisent par une démarche progressive qui est celle des traités d'*Éléments*. Le terme *stoicheion* («élément») désigne originellement les lettres de l'alphabet : de même que la combinaison des lettres en syllabes et des syllabes entre elles permet d'écrire tous les mots et toutes les phrases, les traités d'*Éléments* reconstruisent l'ensemble du savoir mathématique à partir d'un petit nombre de termes et de propositions ; l'expression peut donc signifier quelque chose comme «le B-A-BA». Les premiers traités composés sur ce modèle datent du début du IV^{ème} siècle avant notre ère ; c'est dans un texte de Platon que l'on trouve la plus ancienne présentation de leur démarche :

“Tu sais, je pense, que ceux qui s'occupent de géométrie, de calcul et d'autres sciences du même genre, supposent le pair et l'impair, les figures, trois espèces d'angles et d'autres choses analogues suivant l'objet de leur recherche ; qu'ils les traitent comme choses connues, et qu'ils estiment qu'une fois qu'ils les ont supposés, ils n'ont plus à en rendre aucun compte ni à eux-mêmes ni aux autres parce qu'elles sont évidentes à tout le monde ; et qu'en partant de ces hypothèses ils parcourent aussitôt ce qui suit, et aboutissent logiquement à la proposition qu'ils s'étaient mis en tête de chercher.”

[République, VI, 510 cd].

Un savoir véritable doit donc pouvoir se comparer aux sciences mathématiques sous le rapport de la rigueur déductive et de la clarté - en fait, nous verrons qu'il doit faire mieux encore. Mais remarquons d'abord que pour Platon la question : “*Qu'est-ce que savoir ?*” en engage une autre : “*Qu'est-ce qui est réel ?*” En effet, l'objet d'un tel savoir est nécessairement différent, sous des aspects essentiels, de ce que l'expérience courante nous présente comme objets, c'est-à-dire des phénomènes multiples, changeants et confus. L'objet de la science, au contraire, doit être immuable, simple et unique ; il doit être purement ce qu'il est sans mélange d'autre chose (une ligne droite parfaitement droite, une justice sans mélange de calcul ou d'intérêt égoïste, par exemple) :

“Donc tu sais aussi qu'ils se servent des figures visibles et que leurs discours se réfèrent à elles, quoique ce ne soit point à elles qu'ils pensent, mais à d'autres auxquelles celles-ci ressemblent. Par exemple c'est du carré lui-même et de la diagonale elle-même qu'ils veulent parler, et non de la diagonale qu'ils tracent, et de même pour toutes les autres figures”. [République, VI, 510d, suite du texte précédent].

Pour Platon, "le carré lui-même" ou "la diagonale elle-même" existent de façon absolue : ce sont des êtres (*ousiai* : des «substances» dans la terminologie scolastique), c'est-à-dire des objets qui existent par eux-mêmes, qui n'ont pas besoin d'autre chose pour être ce qu'ils sont (à la différence d'une couleur, par exemple : le blanc ne peut exister que s'il existe quelque chose d'autre - un mur, un cygne, de la neige - qui soit blanc). Cela implique que ces objets appartiennent à un ordre de réalité distinct de ce que la perception nous donne à connaître, et à certains égards plus réel. Platon appelle de tels objets «formes» ou «idées»⁵. Il considère la simplicité, la perfection et l'immutabilité comme des critères de réalité, de sorte que l'objet idéal sera plus réel que les objets de l'expérience sensible. Comme exemple de ce type d'objets, les dialogues citent fréquemment des valeurs (le juste, le beau) et des notions mathématiques - par exemple l'Égal en soi - :

"[Socrate :] - Nous disons qu'il existe un certain «égal» - je ne veux pas dire un morceau de bois égal à un autre morceau de bois, ni une pierre égale à une autre pierre, etc., mais, à côté de tous ces objets, quelque chose de distinct d'eux, l'égal lui-même - : dirons-nous que c'est quelque chose, ou non ?

- Nous le dirons bien sûr, répondit Simmias, incontestablement.

- Ne savons-nous pas ce qu'il est exactement ?

- Tout à fait, dit-il."

[Phédon, 74 a-b]⁶.

Il en va de même pour les nombres - avec cependant une difficulté supplémentaire qui concerne leur constitution. On a l'habitude de dire que ce que les anciens Grecs appelaient *arithmos* est un entier naturel ; mais pour être plus précis, c'est "un certain nombre (*Anzahl*) de certaines choses"⁷. L'allemand *Anzahl* désigne la collection ou la quantité⁸, par opposition à *Zahl*, le nombre (par exemple 2, 3, 496) pensé en lui-même, soit comme élément de la comptine numérique, soit comme nombre abstrait. Dans les langues occidentales, les noms de nombre sont des adjectifs (l'«adjectif numéral cardinal» des livres de grammaire), c'est-à-dire des termes incomplets qui ne reçoivent leur sens plein qu'associés à un nom : «deux hommes», «trois kilos», «cinq francs», «sept péchés capitaux». Mais

⁵ Sur la distinction entre les *idées* proprement dites et les objets des sciences mathématiques, voir plus loin, section V.

⁶ La suite du passage (jusqu'en 76b) établit que cette connaissance que nous avons de l'égal lui-même est nécessairement un savoir inné : c'est la célèbre «doctrine de la réminiscence».

⁷ Selon la formule de J. Klein, "Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra" I, *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, B 3 (1934) ; trad. anglaise : *Greek mathematical thought and the origin of algebra*, Cambridge, Mass. (The MIT Press), 1968, p. 7.

⁸ Il correspond à peu près au mot grec *plethos*, que l'on rend par «multiplicité» dans la définition euclidienne du nombre (voir ci-dessus, p. 1xxx). *Plethos* contient l'idée générale d'une quantité discrète ; cette notion est donc plus générale que celle de nombre. Il existe des multiplicités déterminées quant à la nature des objets en cause (une foule, une forêt), mais non quant à leur nombre. D'autres comportent des déterminations qui sont étrangères au nombre, par exemple des déterminations de structure interne (un tas, une rangée).

l'arithméticien s'intéresse à des propriétés du nombre entier qui sont précisément indépendantes de la nature des objets comptés. C'est pourquoi il dit : "Deux", "Trois", "Quatre-Cent-Quatre-Vingt-Seize", employant ces termes comme si c'étaient des noms (une sorte particulière de noms propres). Il est essentiel, pour comprendre le sens des discussions qui vont suivre, de bien se convaincre du caractère singulier de cette façon de parler du mathématicien d'aujourd'hui, et de son étrangeté par rapport à la grammaire ordinaire. Pour les anciens Grecs, si «deux» ou «dix-sept» sont des nombres, ils doivent représenter une certaine quantité d'objets d'une certaine sorte. Ils appelaient ces objets des «unités», c'est-à-dire des objets dont nous ne savons rien d'autre, sinon qu'ils sont indivisibles, et qu'ils sont distincts les uns des autres, sans être pour autant différents :

"[...] Des nombres [...] dans lesquels se trouve l'un tel que vous [i. e. les arithméticiens] jugez qu'il est, à savoir que chaque un est égal à tout autre et n'en diffère pas le moins du monde, et ne contient pas de parties."
[Platon, République, VII, 526a]⁹.

Aristote appelle un tel nombre le "nombre monadique" (de *monas*, «unité» ; [Métaphysique, M 6, 1080b 30-31 ; M 7, 1082b 5-7]) ; nous dirions volontiers aujourd'hui le nombre «pur», «abstrait» ou «idéal» ; c'est celui qui sera défini par Euclide au début du livre VII.

*
* *

III.

Mais l'éloge des sciences mathématiques par Platon ne va pas sans réserve ; les mathématiques ont leur point faible, qui tient lui aussi à leur méthode hypothétique : les géomètres "traitent [leurs hypothèses] comme choses connues, et ils estiment [...] qu'ils n'ont plus à en rendre aucun compte ni à eux-mêmes ni aux autres". Or si les hypothèses sont fausses, ou même simplement si elles contiennent quelque chose d'obscur ou de confus, cette fausseté ou cette confusion affectera nécessairement les conséquences que l'on en tire :

"Les autres arts, qui, avons-nous dit, saisissent quelque chose de la réalité, c'est-à-dire la géométrie et les arts qui en dépendent, nous voyons que cette réalité leur apparaît comme en rêve, mais il ne leur est pas possible de la voir d'une vue éveillée, aussi longtemps qu'ils ne

⁹ Voir aussi *Philèbe*, 56 d-e, 57 d.

toucheront pas aux hypothèses dont ils se servent, alors qu'ils sont incapables d'en rendre raison. Or l'accord sur quelque chose dont le point de départ n'est pas connu, et dont la fin et les étapes intermédiaires sont tissées d'inconnu, par quel moyen cela peut-il devenir une science ?" [République, VII, 533 bc].

La plupart des modernes s'arrêteraient là : ils admettraient qu'il n'est pas possible de remonter en deçà des hypothèses, de sorte que le mathématicien doit se résigner à "ne pas savoir de quoi il parle, ni si ce qu'il dit est vrai" selon la formule célèbre de Russell ; il semble que ce soit le prix à payer pour l'exactitude des énoncés et la rigueur des démonstrations. Cependant Platon estime qu'il est possible d'aller plus loin grâce à une discipline qui est la dialectique¹⁰, et qui vise deux objectifs : [1] apprécier la valeur d'une hypothèse en examinant si celle-ci ne conduit pas à une contradiction lorsque l'on en développe méthodiquement les conséquences [Phédon, 101d 2-5] - mais cela ne suffit pas encore à rendre raison de l'hypothèse ; pour cela il faut, [2], tenter de la ramener à des hypothèses "plus élevées" (c'est-à-dire, probablement, plus générales et plus simples). On finirait par aboutir "au terme même de l'intelligible" [République, VII, 532b], c'est-à-dire à des notions suffisamment claires par elles-mêmes pour échapper à l'objection précédente ; qui ne seraient plus des hypothèses, mais des principes (*archai*), des «commencements» absolus¹¹.

Dans la *République*, ce terme ultime de la recherche est désigné simplement comme "cela même qui est le bien" [532 a-b], sans que sa relation aux sciences mathématiques soit davantage explicitée. On peut cependant se faire une idée de ce que pouvait être cette relation, en examinant comment Platon présente les diverses sciences mathématiques au livre VII, lorsqu'il expose le plan des études supérieures destinées aux futurs philosophes - hauts fonctionnaires. Il mentionne cinq disciplines, dans l'ordre suivant :

1. arithmétique,
2. géométrie (à deux dimensions),
3. stéréométrie (géométrie à 3 dimensions),
4. astronomie,
5. harmonique.

¹⁰ La dialectique tire apparemment son nom de l'art du dialogue, ce qui peut surprendre à première vue. Il s'agit d'un dialogue qui a pour fonction l'examen des opinions en vue de découvrir le vrai et le faux, (sous les formes de la contradiction / non contradiction interne), et qui représente la seule stratégie possible dans une situation où l'on ne possède aucune certitude concernant le domaine en question - ce qui est nécessairement le cas lorsqu'il s'agit de remonter en amont d'une science pour en découvrir les premiers principes.

¹¹ Cela a pour conséquence que Platon estime que les mathématiciens auraient besoin, pour aboutir, d'un directeur qui les oriente dans leurs travaux (*République*, VII, 528b) ; et il est clair qu'il se verrait assez bien dans ce rôle de directeur.

Cette série révèle un ordre dans les objets eux-mêmes^{12, 13}. Elle va du simple au complexe : les sciences antérieures sont celles dont les vérités se retrouvent dans les autres¹⁴. Aristote dira dans le même sens qu'une science est sous-jacente à une autre lorsqu'elle peut donner les raisons ou le «pourquoi» de propositions que l'autre science se contente d'affirmer [*Seconds Analytiques*, I, 13], et que la science qui connaît à la fois le fait et le pourquoi est "plus exacte" (ou : "plus rigoureuse") que celle qui ne connaît que le fait [*Seconds Analytiques*, I, 27]. On peut donc analyser les objets d'une science donnée dans les termes de la science immédiatement antérieure, de sorte qu'il existe une relation correspondante entre les objets eux-mêmes :

"On appelle «antérieur» et «postérieur» par nature ou selon l'être, des termes tels que les uns [les termes postérieurs] ne peuvent pas être sans les autres, alors que ceux-ci peuvent être sans ceux-là ; c'est en ce sens que Platon employait cette distinction."

[Aristote, *Métaphysique*, Δ 11, 1019a 1-4].

Il s'agit cette fois d'une hiérarchie ontologique, c'est-à-dire que les termes antérieurs seront considérés comme les plus réels ; Aristote rapporte dans la *Métaphysique* une analyse de ce genre :

"La difficulté qui fait suite à celle-là est de savoir si les nombres, et les volumes, les figures planes et les points sont ou non des êtres. S'ils n'en sont pas, on ne voit pas ce que peut être la réalité, ni ce que sera l'être des choses. En effet les propriétés, mouvements, relations, dispositions et rapports, ne semblent pas représenter l'être de quoi que ce soit (tous se disent d'un certain substrat, et aucun d'eux n'est un «ceci»). Ce qui pourrait tout particulièrement apparaître comme des êtres, l'eau, la terre, le feu et l'air, dont sont constitués les corps composés, n'étant en fait rien d'autre que la chaleur, le froid, et autres propriétés semblables dont sont affectés les corps composés, il ne reste que le corps qui en est affecté, qui soit une chose et un être. Mais le corps est moins un être que la face, la face moins que le côté, et le côté moins que le point. En effet, le corps est défini par ces termes, et ceux-ci peuvent exister sans le corps, alors qu'il est impossible que le corps soit

¹² Le fait que l'ordre n'est pas seulement accidentel, mais a au contraire une signification en lui-même, révélé par un incident dans la marche du dialogue : après la géométrie plane, Socrate commence par mentionner l'astronomie, puis se reprend et dit : "nous allions oublier une science", la stéréométrie [527d - 528b].

¹³ Jusqu'à ce point, je n'ai fait que reprendre les données des textes de Platon et en particulier des livres VI et VII de la *République*. La suite, comme je l'ai dit, est une reconstruction.

¹⁴ La série n'est pas purement linéaire : l'harmonique, qui se préoccupe principalement de calculer les rapports correspondant aux intervalles musicaux, ne dépend pas apparemment de la géométrie ni de l'astronomie, mais directement de l'arithmétique. D'autre part, les premières sciences de la série sont celles dont l'objet est le plus purement intelligible, alors que les dernières sont en quelque sorte mêlées de sensible.

sans eux. C'est pourquoi la plupart des philosophes, à savoir tous les Anciens, ont estimé que ce qui est, c'est le corps, et que tout le reste représente des propriétés du corps, si bien que les principes des corps sont les principes des choses ; et les Modernes, qui pensent être plus habiles, estiment que ce sont les nombres."

[*Métaphysique*, B 5, 1001b 26 - 1002a 12].

Aristote ne cite pas de noms, mais il est raisonnable de penser que les "Modernes" qui sont visés ici sont les Platoniciens. Le principe sur lequel repose cette analyse est le suivant : les termes qui servent à définir ou à décrire un objet sont nécessairement plus simples, mieux connus, et finalement plus réels, que ce qu'ils servent à définir. Si par exemple je définis le triangle comme formé de trois lignes, ou si je le désigne au moyen de ses trois sommets, ces termes («trois», «lignes», «points») sont nécessairement antérieurs à la notion de triangle, ou à ce triangle particulier¹⁵. Ici l'analyse s'arrête aux points, mais la mention des nombres, au début et à la fin du passage cité, suggère qu'elle devait être poursuivie plus loin. On peut y arriver sans trop de difficulté au moyen d'une relation, souvent mentionnée par Aristote, entre le point et l'unité : "le point est une unité ayant une certaine position, l'unité est un point sans position" (cf. par exemple [*Seconds Analytiques*, I 27, 87a 36-37]). Les nombres seront donc ce qu'il y a de plus réel, c'est-à-dire que toutes les autres choses se ramèneront à des nombres ou à des arrangements de nombres.

Le mouvement qui remonte ainsi des solides jusqu'aux nombres n'est pas le fait du mathématicien, mais du dialecticien. Et si l'on peut remonter encore en deçà de l'arithmétique et découvrir les principes des nombres eux-mêmes, on aura par là même atteint les principes, non seulement des mathématiques, mais de tout discours rationnel, c'est-à-dire des principes communs aux mathématiques, à la cosmologie et à la science politique ou à la morale ("le bien lui-même" dans la *République*). Ici encore, on peut regretter que le témoignage d'Aristote ne soit pas plus explicite ; mais il donne quand même des indications suggestives. Il dit que les nombres sont engendrés à partir de deux termes primitifs, «l'Un» qui est un principe d'unité et d'identité, et le «Deux indéfini» qui est un principe de multiplicité. Ces deux principes, en dépit de leurs noms, ne sont pas des nombres, mais quelque chose de plus fondamental que les nombres. Si l'on

¹⁵ Les "définitions" géométriques sont le plus souvent des descriptions. Or la définition (au sens de la logique d'Aristote, qui est une logique des classes) et la description sont deux démarches différentes. L'une et l'autre ont pour effet de faire apparaître qu'un objet, donné dans l'expérience ou le langage courant comme une unité, est en réalité un complexe formé d'unités d'une autre sorte, et plus intelligibles que l'objet lui-même parce que plus simples et mieux ordonnées. Mais la définition dégage, dans l'objet, les traits qu'il peut posséder en commun avec d'autres, et les ordonne en une série qui va du plus universel au plus particulier ; alors que la description y dégage des parties, isolables physiquement ou du moins par la pensée, et fait apparaître les relations constantes qui existent entre elles. Il n'est pas sûr que Platon ait vu cette différence ; ou peut-être l'a-t-il jugée négligeable.

considère¹⁶ qu'un objet en général résulte de l'union d'une forme et d'une matière (la matière se voyant imposer une forme, ou la forme s'incarnant dans la matière), on pourra dire que l'Un est analogue à la forme, et le Deux indéfini à la matière. Si donc le nombre est une multiplicité composée d'unités, on peut se représenter qu'une unité donnée initialement soit reproduite par la puissance multiplicative du Deux ; ou au contraire que la multiplicité, conçue d'abord comme une sorte de tendance à l'expansion illimitée¹⁷ soit unifiée et pour ainsi dire contenue dans les limites d'une valeur déterminée, de sorte que le nombre, multiplicité finie, apparaît comme une sorte d'intermédiaire ou de mixte entre l'identité absolue de l'Un, et la différence absolue représentée par l'infini¹⁸.

*
* *

IV.

À vrai dire, cet aspect de la doctrine platonicienne des principes (qui correspond à la proposition [2] ci-dessus) ne nous concerne pas directement ici. Plus importante est l'autre conséquence des analyses précédentes, qui aboutit à la proposition [1] :

Si les nombres sont ce qu'il y a de plus simple et de plus universel, ils doivent donc permettre d'expliquer tout le réel.

Cette thèse se trouve exprimée par Aristote sous une forme plus abrupte : *"les idées sont des nombres"*, ou : *"les nombres sont des idées"*. Cela ne signifie pas seulement qu'il y a des idées de nombres (comme par exemple le Trois du mathématicien est une forme intelligible qui se retrouve dans les diverses collections particulières de trois objets sensibles, tout en étant différente de chacune d'elles), mais aussi que toute idée est un nombre - y compris les idées correspondant aux objets naturels ou aux valeurs morales et politiques. Cette affirmation a généralement été jugée étrange ; au point que l'on a pensé qu'elle traduisait simplement une incompréhension d'Aristote, ou encore qu'il s'agissait de sa part d'une interprétation délibérément malveillante, visant à ridiculiser ses adversaires. Elle a cependant un précédent¹⁹ célèbre, et au moins aussi

¹⁶ Selon un schéma d'analyse employé très fréquemment par Aristote ; mais il n'est pas sûr que ce schéma se trouve déjà chez Platon, de sorte que l'assimilation de l'Un à une forme et du Deux indéfini à une matière pourrait être une interprétation d'Aristote.

¹⁷ Voir ci-dessus note 8.

¹⁸ Une idée analogue est d'ailleurs exprimée par Platon dans le *Philèbe*, 16d - 19a.

¹⁹ Il n'est pas facile de déterminer si le rapprochement entre les deux doctrines est le fait d'Aristote, ou si des philosophes de l'Académie ont effectivement invoqué les Pythagoriciens

étrange, celui des Pythagoriciens dont Aristote résume la doctrine²⁰ par la phrase : "les choses sont nombre", ou : "sont des nombres" - des nombres qui ne sont pas réellement "monadiques", puisque les unités dont ils se composent ont une grandeur²¹. On passe de la conception pythagoricienne à celle de Platon en substituant aux choses du monde physique les structures formelles qui le rendent intelligible, ce qui devrait atténuer le paradoxal, puisque les nombres semblent *a priori* plus proches de telles structures que des choses que nous voyons et touchons.

Ce qui nous choque malgré tout, c'est que nous nous attendons à trouver dans l'idée une certaine *représentation* de la chose dont elle est l'idée ; or il ne nous semble pas que les nombres puissent représenter les êtres naturels, ou les normes morales, d'une façon qui soit intellectuellement satisfaisante. Les caractères que l'on attribue ordinairement aux nombres (et à la série qu'ils forment) semblent l'interdire : constitués d'unités abstraites toutes semblables entre elles, et engendrés selon une loi simple, ils semblent présenter une uniformité et une simplicité de structure qui reste très en deçà de la complexité des êtres naturels²². C'est ainsi qu'Aristote objecte aux Pythagoriciens qu'en affirmant que les choses sont nombres, ils entreprennent de constituer ce qui a pesanteur ou légèreté à partir d'éléments qui n'ont ni pesanteur ni légèreté, "de sorte qu'ils ont l'air de parler d'un autre univers et d'autres corps, mais pas de ceux que nous percevons" [*Métaphysique*, N 3, 1090a 32-35]. Cette difficulté est probablement moins aiguë pour les Platoniciens, puisque, en accord avec leur épistémologie idéaliste, ils se réfèrent uniquement à la forme intelligible des objets, de sorte que l'on puisse y repérer un ordre, et distinguer l'essentiel de l'accidentel ; mais elle ne disparaît pas entièrement : quel nombre pourrait exprimer la forme de l'homme, par exemple, ou celle de la justice ? Cela explique sans doute que les historiens modernes, lorsqu'ils ne rejettent pas purement et simplement le témoignage d'Aristote, soient enclins à voir dans le "nombre-idée" une représentation simplement symbolique de l'objet correspondant - interprétation qui peut d'ailleurs se prévaloir de l'opinion de nombreux auteurs de l'Antiquité

comme leurs précurseurs. Platon lui-même cite peu les Pythagoriciens, et ne mentionne nulle part cette doctrine. D'une façon générale, nous ne connaissons guère le Pythagorisme ancien en-dehors du témoignage d'Aristote. - Les historiens de la philosophie semblent s'accommoder assez bien de cette doctrine bizarre attribuée aux Pythagoriciens, alors qu'ils sont très réticents à admettre que Platon ait pu professer que les idées sont des nombres.

²⁰ *Métaphysique*, N 3, 1090a 20-23 ; A 5, 985b 32 - 986a 3.

²¹ *Métaphysique*, M 6, 1080b 19-20 et b 30-31.

²² Il est vrai qu'en-dehors de leurs propriétés purement quantitatives, les nombres présentent des propriétés qu'Aristote appelle "*qualitatives*", et qui donnent à chacun une sorte de physionomie propre ; en particulier leurs propriétés multiplicatives (pair ou impair, premier ou composé, carré), etc. Il semble que l'arithmétique pythagoricienne avait exploité ces possibilités, par exemple avec la doctrine des nombres figurés. Mais même ainsi, il semble que l'on reste bien en deçà de la complexité et de la diversité des formes naturelles. En outre, cela revient à prendre en considération non pas les nombres eux-mêmes, mais des relations entre plusieurs nombres - ce qui donne lieu à une objection importante de la part d'Aristote, voir plus loin, fin de la section V, p. 15xxx.

tardive, qui ont en effet cherché à interpréter de façon allégorique ou symbolique les propriétés arithmétiques des nombres (en particulier de ceux qui vont de deux à dix).

Il me semble que l'on peut éviter ce détour par le symbole - une notion qui présente l'inconvénient d'être vague et largement arbitraire - en prenant appui sur l'affirmation que les nombres sont *causes* des choses.

*
* * *

V.

L'idée, considérée dans sa relation aux objets dont elle est l'idée, se caractérise par quatre traits essentiels :

[a] elle est unique, alors que ses objets sont multiples ;

[b] elle est purement ce qu'elle est, sans aucun mélange des propriétés contraires ou même de quoi que ce soit d'étranger ; il s'ensuit en particulier qu'elle est immuable, dans la mesure où changer, c'est perdre un caractère que l'on possède ou acquérir un caractère nouveau. De son objet, l'idée ne possède que les traits essentiels : en ce sens on pourrait être tenté de dire qu'elle le représente ou qu'elle le schématise ; mais les Platoniciens diraient plutôt qu'elle en est le modèle ; en effet :

[c] elle est cause de ses objets - c'est-à-dire qu'ils sont ce qu'ils sont parce qu'ils "ressemblent" à l'idée ou qu'ils "en participent" -,

et [d] elle est un être à proprement parler, c'est-à-dire qu'elle ne se réduit pas à une forme universelle répandue ou répartie dans les objets sensibles particuliers, mais elle existe par elle-même.

Si les idées sont des nombres, alors de tels nombres devront eux aussi être des êtres, c'est-à-dire exister par eux-mêmes. C'est, nous l'avons vu, le cas du nombre mathématique. Mais les nombres mathématiques ne peuvent pas être uniques : l'arithméticien a constamment besoin de poser des nombres qui tout en étant égaux, c'est-à-dire indiscernables en un sens, sont cependant des nombres distincts²³. Platon est ainsi amené à poser une distinction entre deux types de nombres radicalement distincts, les nombres mathématiques et les nombres-idées : il y a un seul nombre-idée de chaque sorte (un seul Trois, un seul Quatre) alors qu'il peut exister autant qu'on voudra de nombres mathématiques égaux entre eux. Il semble que Platon se

²³ Euclide écrit, par exemple : "Si autant de nombres qu'on voudra sont successivement proportionnels et si du second et du dernier on retranche un nombre égal au premier", etc. (IX, 35). Il ne s'agit pas du premier nombre lui-même, parce qu'il se trouve engagé dans deux soustractions différentes.

représente le nombre mathématique comme une collection prélevée *ad libitum* dans un ensemble (virtuellement infini) d'unités toutes équivalentes. Il peut être produit par l'addition de plusieurs nombres mathématiques, ce qui paraît difficilement concevable, ou même impossible, pour le nombre-idée :

"Est-ce que [une fois instruit de la doctrine des idées] tu ne te garderais pas de dire que, lorsque un a été ajouté à un, c'est cette adjonction qui est cause de l'existence du Deux ; ou encore, si un tout a été divisé en deux, de dire que c'est cette division qui est cause ? Tu t'exclamerais que tu ne connais pas d'autre manière, pour un objet, d'être, que de participer de l'être propre de ce dont il participe ; c'est-à-dire que, dans les cas en question, tu ne connais pas d'autre cause de l'existence du Deux que sa participation au Deux idéal."

[Phédon, 101 bc].

Il pose donc que le nombre-idée se distingue du nombre mathématique par le fait que les unités dont il est constitué sont incomparables avec celles de tout autre nombre-idée : les unités du Trois idéal n'existent que comme "unités-du-Trois-idéal", et sont essentiellement différentes des unités du Cinq idéal. On pourrait représenter la différence entre les deux types de nombres au moyen des formules suivantes, dans lesquelles chaque lettre figure une unité :

- nombres mathématiques : *u, uu, uuu, uuuu, etc.* ;
- nombres-idées : *a, bb, ccc, dddd, etc.*

Chaque nombre-idée est ainsi un type original d'unité de la multiplicité. On peut supposer que le Cinq idéal est le modèle par référence auquel nous reconnaissons tous les autres Cinq (mathématiques ou empiriques) comme des Cinq, ou ce que nous reconnaissons comme en image à travers les Cinq mathématiques, mais aussi à travers tous les objets dont le nombre 5 est un trait essentiel.

Cela pose un problème dont on ne voit pas clairement comment Platon l'a résolu, celui de l'engendrement de ces nombres idéaux. Etant donné que leurs unités ne sont pas de la même espèce, il n'est pas possible qu'ils soient produits par la répétition de l'opération « + 1 ». Peut-être faut-il admettre que les nombres-idées ne sont pas engendrés, ou qu'ils sont engendrés, non pas à partir de nombres, mais à partir des principes (voir ci-dessus, section III, p. 9xxx). Certains textes suggèrent un engendrement qui privilégie la multiplication²⁴. Pour bien apprécier l'importance de ce point, il faut voir que la multiplication n'est pas conçue comme une addition abrégée. Pour les anciens Grecs, le multiple n'est pas une quantité homogène et pour ainsi dire amorphe, comme celui qui résulte de l'addition, mais une structure composée de plusieurs "plis" ou "rangées"

²⁴ Le passage déjà cité du *Parménide* [143b - 144a], et divers passages de la *Métaphysique* (en particulier [M 7, 1081b 10-29]). La forme la plus simple de la multiplication est la duplication, qui est la fonction du Deux indéfini.

(cela s'entend peut-être encore dans le français «multi-plier»), dont chacune est une réplique du nombre original (le multiplicande). La multiplication peut être pensée au moyen d'une analogie : le multiple est *par rapport* au multiplicande *comme* le multiplicateur par rapport à l'unité. Ce n'est pas, comme l'addition, une opération portant sur la matière des nombres, mais elle consiste dans l'application d'une forme à une autre forme. Ainsi, Aristote indique²⁵ que les Platoniciens désignaient la proportion caractéristique d'un mélange au moyen d'un produit de termes. Si une matière donnée (par exemple un tissu vivant, de l'os ou du sang) est composée de "trois parties d'eau et deux parties de feu", ils noteraient un tel mélange par la formule «deux fois trois» ; à quoi Aristote objecte, avec beaucoup de bon sens, qu'il s'agit de quantités à ajouter l'une à l'autre, et non pas de multiplication. Mais cette formule est loin d'être absurde, si on l'interprète en un sens géométrique. Elle signifie que toute partie d'os ou de sang, si petite soit-elle, présentera cette même proportion, de même que tous les rectangles dont les côtés sont dans le rapport $\frac{2}{3}$ ont la même forme.

Cela implique que le feu et l'eau sont conçus l'un et l'autre comme des formes, et que dans le cas du mélange, ils informent conjointement une matière qui se réduit à être un continu indéterminé (le *Timée* indique d'ailleurs que c'est ainsi que Platon concevait la matière). Mais pour expliquer la genèse des nombres, l'inconvénient de ce modèle multiplicatif est qu'il laisse de côté les nombres premiers.

D'autre part, les nombres-idées devront être les causes des choses et des phénomènes naturels. La doctrine des formes, telle qu'on la trouve dans les Dialogues, signifie entre autres que les formes sont les causes des objets qui portent le même nom, et qui sont ce qu'ils sont du fait qu'ils "ont part" à l'idée :

"Il est clair pour moi que, s'il existe quelque chose d'autre qui soit beau en-dehors du beau lui-même, cela n'est beau pour aucune autre raison sinon que cela participe de ce beau ; et j'en dis autant pour toute chose." [Phédon, 100c].

La notion de "cause" doit être précisée. Il ne s'agit pas ici d'une relation entre deux objets du même ordre (une chose cause d'une chose, ou un événement cause d'un événement), mais de la façon dont une donnée observable peut être expliquée par une structure plus abstraite et plus générale²⁶ ;

²⁵ *Métaphysique*, N 6, 1092b 30 - 1093a 1.

²⁶ On pourrait comparer cela avec la notion de légalité dans la physique moderne : si tel objet tombe maintenant, c'est parce qu'il a été déplacé ou que son support a été détruit, etc. ; mais la forme générale du phénomène de la chute s'explique, en un autre sens, par la loi de la gravitation universelle.

c'est ce qu'Aristote appelle la "causalité formelle". Il écrit par exemple que le rapport $\frac{2}{1}$ est la cause de l'octave²⁷.

Si les nombres sont des idées, ils seront de la même façon les causes des êtres et des phénomènes auxquels ces nombres appartiennent par nature et régulièrement. L'application de ce principe général se heurte à l'objection que nous avons déjà rencontrée : même en posant la règle (très raisonnable) que pour expliquer un phénomène naturel il convient de l'épurer et de le styliser (comme le fait le physicien lorsqu'il néglige les forces de frottement ou se place arbitrairement dans des conditions fixées de température et de pression), il n'existe pas de phénomènes naturels qui se réduisent à un nombre. Il semble bien que les Platoniciens ont été conscients de ce fait, et qu'ils ont proposé des explications mettant en jeu des complexes de nombres, comme dans les exemples des mélanges ou des intervalles musicaux. Aristote fait allusion à deux reprises²⁸ à cette possibilité, en demandant si cela implique que les choses soient elles-mêmes des nombres, ou qu'elles soient des rapports de nombres. La seconde solution serait sans doute la plus satisfaisante ; mais Aristote objecte à bon droit que dans une telle perspective les nombres ne constituent plus à proprement parler la forme de la chose considérée : d'une part il doit exister "un être unique dont ils sont des rapports" (c'est-à-dire que ces nombres indiqueront par exemple des proportions d'ingrédients, ou des longueurs de cordes vibrantes), et d'autre part la forme ainsi décrite par un complexe de nombres n'est plus un nombre au sens grec du mot (un *arithmos*). Notre nombre rationnel $\frac{2}{3}$ est ainsi une forme qui se retrouverait identique dans $\frac{8}{12}$ ou dans $\frac{34}{51}$. Enfin, les nombres qui peuvent ainsi entrer dans des relations de proportionnalité ne peuvent être que les nombres mathématiques, formés d'unités comparables les unes avec les autres, et non pas les nombres-idées, spécifiquement distincts.

*
* *

²⁷ Aristote, *Physique*, II 3, 194b 26-29. Ce n'est pas une pure tautologie, comme le sera par exemple la "vertu dormitive" qui explique que l'opium fasse dormir (dans le ballet final du *Malade imaginaire*). Cela signifie par exemple que l'égalité arithmétique $\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{1}$ rend raison du fait (harmonique) qu'une quarte plus une quinte égale une octave.

²⁸ *Métaphysique*, A 9, 991b 9-21 ; N 5, 1092b 8-23.

VI.

À cette conception de la causalité des nombres, Aristote oppose des objections qui relèvent de la philosophie de la nature et d'autres qui sont plus spécialement arithmétiques.

Pour être une idée, et la cause formelle des phénomènes, le nombre doit être un universel, c'est-à-dire une structure intelligible qui se retrouve identique dans toute une classe de faits, et qui manifeste une parenté réelle entre les objets - comme c'est le cas par exemple de la forme humaine dans tous les êtres humains, et en général des formes qui définissent les espèces animales. Il ne suffit donc pas d'établir que plusieurs phénomènes présentent les mêmes constantes numériques pour que l'on puisse affirmer qu'ils ont la même cause. En fait, il est inévitable que se produisent dans la nature des coïncidences, et il est assez évident qu'elles ne sauraient être de ce seul fait significatives :

"Et s'il faut nécessairement que toutes choses aient part au nombre, il est inévitable que beaucoup soient les mêmes, c'est-à-dire que le nombre soit le même pour celle-ci et pour cette autre. Est-ce donc cela qui sera la cause, c'est-à-dire ce par quoi la chose est, ou bien est-ce un fait insignifiant ? Par exemple, il y a un certain nombre qui s'applique aux mouvements du soleil, un nombre pour les mouvements de la lune, et pour la vie et l'âge de chaque animal. Qu'est-ce donc qui empêche que certains de ces nombres soient des carrés, certains des cubes, certains égaux et certains doubles ? En fait rien ne l'empêche ; au contraire, il serait inévitable que l'on retombe sur les mêmes nombres, si toutes choses participent du nombre. [...]

Mais pourquoi ces propriétés seront-elles causes ? - Il y a sept voyelles, sept notes dans l'étendue de l'octave, les Pléiades sont sept, à sept ans les enfants perdent leurs dents (certains du moins ; d'autres non), et il y avait sept chefs contre Thèbes. Est-ce donc parce que le nombre est justement celui-là, est-ce pour cela que les chefs étaient sept ou que la Pléiade est composée de sept étoiles ? Ou ne faut-il pas dire que ceux-là étaient sept à cause des sept portes de la ville, ou pour quelque autre cause, et que la Pléiade a sept étoiles parce que nous comptons ainsi (et de fait, la Grande Ourse a douze étoiles) alors que d'autres pourraient en compter davantage ?"

[*Métaphysique*, N 6, 1093a 1-19].

Cette discussion soulève au passage un problème épistémologique important : celui de la valeur des constructions théoriques que nous élaborons pour rendre raison des phénomènes : à quelles conditions - et dans quelle mesure - pouvons-nous être certains qu'elles nous révèlent quelque chose des structures cachées de la réalité ? La réponse d'Aristote est

que les propriétés numériques, considérées en elles-mêmes, ne sauraient fournir une raison suffisante et se substituer à l'indication d'une cause proprement dite. Son argument peut être décrit comme une *réduction au paradoxe*, c'est-à-dire qu'il place son adversaire devant l'alternative de devoir soutenir une thèse invraisemblable, ou de renoncer à sa propre position. La série d'exemples qu'il énumère à propos du nombre 7 est certainement forgée de toutes pièces, non pas dans une intention simplement satirique - le procédé serait un peu gros - mais pour faire remarquer que la conception adverse ne permettrait pas d'éliminer de telles absurdités. Commentant ce texte, Syrianus (un auteur platonicien du cinquième siècle de notre ère) proteste que de tels exemples ne prouvent rien ; qu'on pourrait d'ailleurs en accumuler beaucoup d'autres, mais qu'ils ne permettent pas d'exclure que *certaines* régularités numériques soient significatives. Ce disant, il a exactement la réaction attendue : si le nombre est cause *en tant que tel*, pourrait répondre Aristote, il n'y a pas de raison de refuser ces spéculations autour du nombre sept ; si vous les refusez, il vous faudra donner un critère pour distinguer les coïncidences pertinentes de celles qui ne le sont pas, et ce critère devra nécessairement être une cause, distincte du nombre et liée à la nature propre des phénomènes en question.

On me permettra d'illustrer cela au moyen d'un exemple qui à vrai dire n'est pas numérique. La ressemblance frappante entre le dessin des côtes du Brésil et celles du golfe de Guinée a certainement été remarquée par des milliers d'écoliers avant Wegener. Mais pour qu'elle soit autre chose qu'un motif de rêverie émerveillée et permette de donner naissance à une hypothèse scientifique (la dérive des continents), il faut admettre tout un corps de propositions (les unes fermement établies, les autres présentées comme des hypothèses de recherche) sur la structure de l'écorce terrestre et les mouvements dont elle est animée. C'est-à-dire que pour pouvoir prendre au sérieux une coïncidence formelle et en faire un problème scientifique, il faudra prendre une option sur les causes réelles du phénomène.

D'autre part, Aristote remarque à maintes reprises que de tels «nombres» ne sont pas des nombres ; car ils entrent en contradiction avec quelques-uns des faits fondamentaux qui constituent notre expérience du nombre entier et qui conditionnent la possibilité de l'arithmétique :

1. *Les unités sont par définition équivalentes* et ne peuvent présenter aucune différence qualitative ni quantitative :

"D'une façon générale, affirmer que les unités sont différentes, de quelque façon que ce soit, est bizarre et artificiel (j'appelle artificiel ce qui gauchit la réalité pour la faire accorder avec l'hypothèse). En effet, nous ne voyons jamais une unité différer d'une autre unité, ni selon la quantité ni selon la qualité ; et il faut nécessairement qu'un nombre soit, ou bien égal, ou bien inégal - tous les nombres, mais tout

particulièrement le nombre pur : de sorte que s'il n'est ni plus grand ni plus petit qu'un autre, il lui est égal ; et dans le domaine des nombres, nous posons par hypothèse que des termes égaux et équivalents à tous points de vue sont identiques." [Métaphysique, M 7, 1082b 1-9]²⁹.

2. Deux nombres peuvent être comparés ; un nombre est plus grand qu'un autre lorsqu'il contient, comme une de ses parties, un nombre égal à celui-ci :

"Si l'on affirme que le nombre du Trois lui-même n'est pas plus grand que celui du Deux, ce sera tout à fait invraisemblable ; si au contraire il est plus grand, il est clair qu'il contiendra un nombre égal au Deux, de sorte que ce nombre sera équivalent au Deux en soi." [Métaphysique, M 7, 1082b 19-22].

Mais ce n'est pas possible si les unités sont toutes différentes : le nombre { cc } extrait du Trois en soi ne sera donc pas comparable au Deux en soi { bb }.

3. On compte par l'addition répétée d'une unité :

"Si bien qu'ils sont contraints de dire que lorsque nous comptons ainsi : «un, deux, ...», nous ne comptons pas par adjonction d'une unité au nombre préexistant ; car s'ils admettaient cela, la genèse du nombre ne se fera pas à partir du Deux indéfini, et le nombre ne peut pas être idée : car une idée sera contenue dans une autre, et toutes les idées seront des parties d'une seule. [...] Ils soutiennent qu'il y a de la difficulté même en cela : lorsque nous comptons en disant : «un, deux, trois, ... », comptons-nous par adjonction d'une unité, ou énumérons-nous les parties d'un tout ? - Nous faisons l'un et l'autre ; aussi il est ridicule d'accorder autant d'importance à cette différence, et d'en faire une distinction essentielle." [Métaphysique, M 7, 1082b 28-37].

Du point de vue platonicien, "on compte en énumérant les parties d'un tout" dans le cas des nombres-idées, c'est-à-dire que le comptage ne peut être pensé qu'à l'intérieur d'un nombre donné, et ne doit pas nous faire passer d'un nombre à l'autre, faute de quoi on serait tenu d'admettre qu'une idée (celle qui correspond au Trois par exemple) est une partie d'une autre (celle qui correspond au Quatre).

4. On peut compter aussi loin que l'on veut, et il n'existe pas de plus grand nombre. Mais si l'on admet avec les Platoniciens que les nombres sont des êtres qui existent réellement et en acte, ils doivent pouvoir être comptés. De sorte que l'on se trouve devant l'alternative de soutenir, soit que le nombre de tous les nombres est un nombre fini (10 par exemple) ce qui apparaît immédiatement absurde, soit qu'il existe un nombre infini, qui

²⁹ Voir aussi [M 8, 1083a 1-17].

se trouvera doté de propriétés paradoxales (par exemple, il ne sera ni pair ni impair)³⁰. Pour Aristote au contraire, il est essentiel aux nombres d'être infinis. Mais rien ne peut être infini qu'en puissance. Donc les nombres n'existent qu'en puissance.

*
* *

VII.

Pour Aristote, les nombres - et les objets mathématiques en général - ne sont pas des êtres existant par eux-mêmes. Il décrit l'abstraction constitutive des objets mathématiques en disant qu'elle consiste à "*poser comme distinct ce qui en fait n'est pas distinct*", c'est-à-dire à isoler certains traits formels des choses qui les possèdent et à les traiter comme si c'étaient des objets de plein droit.

Dans le cas des nombres, Aristote compare le comptage d'un ensemble de choses à une mesure, et par conséquent l'unité constitutive du nombre à une unité de mesure :

"Que «un » signifie la mesure, c'est clair. Et en toute chose il y a quelque chose d'autre qui est sous-jacent : par exemple dans l'octave le demi-ton, dans la grandeur le doigt ou le pied ou quelque chose du même genre, dans la prosodie le temps ou la syllabe, et de même aussi pour la pesanteur un certain poids défini ; et de la même façon pour toutes choses : dans les qualités une certaine qualité et dans les quantités une certaine quantité. Et la mesure est indivisible, dans certains cas selon sa forme, dans certains cas pour la perception, de sorte que l'un n'est pas un être existant par soi. Et c'est raisonnable : en effet «un» signifie la mesure d'une certaine pluralité, et «nombre» une pluralité mesurée ou une pluralité de mesures ; d'où l'on peut conclure raisonnablement que Un n'est pas un nombre ; car «la mesure» n'est pas non plus la même chose que «des mesures», mais la mesure, ou l'Un, est un principe. Or il faut toujours qu'un même prédicat s'applique à toutes les choses dénombrées, à savoir la mesure : si par exemple la mesure est «un cheval», on comptera des chevaux, et si c'est «un homme», des hommes ; et si c'est un homme ou un cheval ou un dieu, ce sera sans doute «un vivant», et le nombre de ces êtres sera un nombre de vivants ; si c'est «homme», «blanc» et «marchant», c'est à peine s'il y a un nombre de ces termes, du fait qu'ils appartiennent tous à un même sujet, numériquement un ; on pourra

³⁰ Cet argument est développé en détail au chapitre M 8 de la *Métaphysique*. La doctrine de l'infini en puissance se trouve dans la *Physique* au livre III, chapitres 4 à 8.

dire cependant que leur nombre est un nombre de classes, ou une autre appellation de ce genre. [Métaphysique, N 1, 1087b 33 - 1088 a 14].

Pour pouvoir compter réellement, il faut savoir ce que l'on compte : on ne peut compter des objets qu'à travers la médiation d'un certain concept³¹. C'est ce qu'Aristote appelle le "nombre nommé" et qu'il distingue des nombres "au moyen desquels nous comptons", c'est-à-dire les termes de la comptine numérique : «un», «deux», «trois», etc. C'est en ce sens qu'il peut définir le temps, d'une façon tout à fait étrange à première vue, comme "le nombre du mouvement" - il précise en fait : "le nombre du mouvement selon l'avant et l'après", c'est-à-dire un certain point de vue abstrait que je peux prendre sur le mouvement. Quand le physicien entreprend de déterminer des grandeurs mesurables (par exemple la température d'un corps ou l'intensité d'un courant électrique), il définit très exactement ce qu'Aristote appelle des "nombres nombrés".

Mais il s'agit ici de nombres physiques. L'unité de l'arithméticien est quant à elle encore plus abstraite : elle ne conserve de l'unité physique (unité de comptage ou unité de mesure) que la forme, à savoir l'indivisibilité. Il ne s'agit pas d'une indivisibilité physique comme celle des atomes de Démocrite ; c'est la propriété d'une chose en général, en tant qu'elle est pensée sous un concept. À vrai dire, il n'y a pas non plus de concept général de l'unité (l'unité "n'est pas un genre", dirait Aristote). Mais l'arithmétique énonce des propositions qui valent pour tous les nombres (quelles que soient les unités dont chacun est constitué), de sorte que l'arithméticien peut parler comme s'il existait des unités qui ne soient rien d'autre que des unités.

À partir de cette analyse de la notion d'unité par Aristote, nous pouvons revenir à la définition euclidienne. Nous y reconnaitrons deux thèses métaphysiques :

- d'une part, et à l'opposé de ce que disait Platon, l'unité n'y est pas présentée comme un sujet (un être, une substance), mais comme un prédicat ("ce selon quoi chaque chose est dite «une»"). Il n'existe pas un objet qui soit «l'Un lui-même» ; l'unité est quelque chose qui est dit de quelque chose, comme «rouge» ou «grand» ;

- d'autre part, ce prédicat n'est attribué que moyennant un certain point de vue ("ce selon quoi") pris sur l'objet.

*
* *
*

³¹ On se trouve ici au plus près de la célèbre définition de Frege, qui fait du nombre une propriété d'un concept ([*Les fondements de l'arithmétique*, §§ 46-54], pp. 175-182 de la traduction française, Paris (Le Seuil) 1969). Mais Frege est «platonicien» en un sens, puisqu'il se représente aussi le nombre arithmétique comme un objet singulier existant réellement ; alors que pour Aristote c'est une sorte d'objet virtuel ou fictif.