

Viète (1540-1603) et l'*Algèbre* (1644) de Durret

Jacques LEFEBVRE
Département de mathématiques
Université du Québec à Montréal

Le présent texte comporte une brève introduction à la méthode analytique ou nouvelle algèbre de François Viète. Il décrit ensuite les grandes lignes d'un essai de traduction, adaptation, vulgarisation de cette oeuvre magistrale par un petit maître: l'*Algèbre* (1644) de Noël Durret. On identifie ensuite les extraits choisis pour l'atelier et on indique le fonctionnement de celui-ci.

On trouvera en annexe des extraits de la traduction par Durret du *Effectio num Geometricarum Canonica Recensio*, extraits portant sur la résolution géométrique effective des équations du second degré, qui ont paru les plus riches aux yeux des participants, nous semble-t-il, et qui sont peu connus. Le lecteur est invité à se reporter à la section *Pour en savoir davantage* pour des sources de compléments d'information sur Viète ou sur l'*Algèbre* de Durret ou pour recevoir l'ensemble des textes (30 pages) remis aux participants de l'atelier.

1. L'analyse ou la nouvelle algèbre de Viète

Viète exposa son programme dans l'*Isagoge* (1591) et en développa la réalisation dans d'autres ouvrages.

L'intention principale de Viète était de réhabiliter, de restaurer et d'améliorer l'analyse des Anciens, c'est-à-dire la démarche partant de l'inconnu ou du cherché ou de ce qui est à établir et remontant vers le connu ou le déjà établi. Viète distinguait trois parties ou fonctions de l'art analytique que l'on pourrait résumer ainsi :

- (i) la mise en équation sous une forme ordonnée qui permette de trouver une proportion correspondante (Zététique);
- (ii) la vérification de la validité de (i), c'est-à-dire la vérification que l'on puisse faire la démarche, en sens inverse, appelée synthèse (Poristique);
- (iii) la résolution effective du problème, sous forme numérique ou géométrique selon le cas (Exégétique dite aussi rhétorique).

De plus, Viète recourait à ce qu'il appelait la logistique spécifique, ou calcul sur des symboles, par opposition à la logistique numérique ou numéreuse

portant sur des valeurs particulières. Il exprime sa fierté tout particulièrement à propos de cette logistique spécifique et des contributions qu'il dit avoir faites à l'Exégétique.

L'intention, les méthodes et le vocabulaire de Viète n'étaient manifestement pas faciles à saisir pour une partie de la communauté mathématique, même quelques décennies après sa mort. En France, en particulier, sur une période d'une quinzaine d'années (1630-1645), paraissent de nombreuses traductions ou adaptations de certains ouvrages de Viète.

Deux traductions françaises de l'ouvrage-programme *Isagoge* sont publiées en 1630, l'une due à Vasset, l'autre à Vaulézard. Ce dernier, très critique à l'égard de Vasset, publie aussi une traduction des *Zeteticorum* la même année. Les ouvrages de Vaulézard sont plus que des traductions. Il ajoute des commentaires, des explications, des contre-parties géométriques à des passages plutôt logistiques, etc. Quant à James Hume, son ouvrage de 1636 se réclame de Viète mais est loin de consister en une traduction scrupuleuse. Le titre même indique déjà une distance et une volonté d'explication-adaptation-correction-vulgarisation : *Algèbre de Viète, d'une méthode nouvelle, claire et facile. Par laquelle toute obscurité de l'Inventeur est ostée, & ses termes pour la plupart inusités, changez es termes ordinaires des Artists*. La lecture du Hume éloigne, à bien des égards, de la pensée et de la façon de faire de Viète, tout en les accommodant à une autre approche.

2. L'Algèbre (1644) de Durret

C'est dans ce contexte de traduction, d'adaptation et de transformation des oeuvres de Viète que se situe *L'ALGÈBRE EFFECTIONS Geometriques, & partie de l'Exegetique nombreuse de l'Illustre F. Viète. Traduites de Latin en François, ou est adjouté des notes & Commentaires, & quantité de Problemes Zetetiques*, publié en 1644, par Noël Durret.

Durret fut un petit maître en son temps, assez obscur auprès de la postérité. La *Nouvelle bibliographie générale* de Firmin Didot Frères, éditeurs, en son tome quinzième (1856), lui consacre une notice de 27 lignes. La partie biographique de la notice comprend huit lignes : "Durret (Noël), astronome français, né à Montbrison, en 1590, mort vers 1650. Il obtint une pension du cardinal de Richelieu et le titre de cosmographe du roi. Par un privilège daté du 24 mars 1637, il avait la permission de faire imprimer toutes sortes de livres mathématiques, en tel nombre, par tels libraires et aussi souvent qu'il lui plairait". Cinq des six ouvrages (dont deux en latin) que cette notice attribue à Durret sont reliés à l'astronomie (théorie, tables, éphémérides). L'autre est un "Traité de la Géométrie et des Fortifications régulières et irrégulières" (Paris, 1643). Nulle mention n'y est faite de sa traduction-adaptation d'ouvrages de Viète ni du "plus ample traicté" qu'il envisageait dans son Avertissement.

On peut résumer de la façon suivante les grandes lignes de l'*Algèbre* de Durret:

- 1) *In Artem Analyticen Isagoge* : traduction (*Introduction en l'art analytique*), commentaires, explications et exemples ajoutés. Il s'agit de l'oeuvre-programme de Viète.
- 2) *Effectio-num Geometricarum Canonica Recensio* : traduction. Il s'agit de la résolution géométrique effective des équations du second degré ainsi que d'autres opérations géométriques.
- 3) *De Numerosa Potestatum Purarum atque Adfectarum ad Exegesin Resolutione* : sélection des trois problèmes d'équations du second degré ayant les trois termes (et omission des puissances pures, ainsi que des puissances affectées des autres degrés que l'on retrouve chez Viète, $n = 3, 4, 5, 6$), traduction, ajouts de problèmes et de commentaires, changement de notations, etc. Il s'agit de la résolution numérique des équations.
- 4) *Zeteticorum libri quinque* : choix de problèmes ça et là, ajout de problèmes, limitation aux degrés un et deux (et à des problèmes menant à des équations de degré trois de type pur, $x^3 = \text{constante}$), liens avec la littérature mathématique (Viète et Diophante surtout, mais aussi d'autres auteurs), connotations concrètes de plusieurs problèmes (âge, profits, monnaie), etc.

Nous porterons maintenant de brefs jugements sur chacune des quatre sections disparates de cette *Algèbre* de Durret. Pour leur justification, nous référons le lecteur à Lefebvre (1994).

La traduction par Durret de l'*Isagoge* ou *Introduction en l'art analytique* portait à la connaissance de cette partie du public français qui était intéressé aux mathématiques et ignorait le latin une oeuvre-programme importante dans l'histoire des mathématiques. Durret ne fait aucune mention des précédentes traductions françaises de cet ouvrage. Sa traduction nous paraît rester plus latinisante et, à l'occasion, plus obscure que celle de Vaulézard. De plus, une disposition graphique difficile et souvent fautive pour les expressions algébriques et de nombreuses autres imperfections de forme déparent la présentation et compliquent la compréhension. Cela est d'autant plus regrettable que le contenu de l'*Introduction en l'art analytique* de Viète était, semble-t-il, difficile à maîtriser pour le public auquel Vaulézard et Durret s'adressaient, puisqu'ils font des commentaires, ajoutent des exemples, etc., en vue de lui rendre Viète plus accessible.

Dans la deuxième section, Durret offre une traduction française, fidèle, complète, quasi-littérale et sans commentaires, du *Effectio-num Geometricarum Canonica Recensio* de Viète. Utile et assez bien réussie pour faire comprendre cette partie de l'oeuvre de Viète, la traduction de Durret fut, de fait, inutilisée par lui dans la suite de son ouvrage et devint, presque en même temps qu'elle était publiée, inutile à la dynamique et à l'essor de la nouvelle mathématique. L'interprétation cartésienne des opérations, la dynamique de la géométrie des

coordonnées et la notation nouvelle menaient au dépassement et à l'abandon de cette forme de géométrie algébrique.

Le *De Numerosa* n'avait pas encore, alors, été traduit intégralement en français. Durret entreprit une oeuvre potentiellement utile mais circonscrite en exposant les résultats du second degré. Sa notation aurait même pu faciliter l'apprentissage et la compréhension des techniques de résolution. Pour diverses raisons (trop grande concision ou mutisme théorique, disposition graphique déficiente, etc.), il est fort douteux que Durret ait aidé considérablement le lecteur praticien. Et Durret lui-même, dans les problèmes zététiques qui suivent la section sur l'exégétique nombreuse, emploiera une autre méthode pour la résolution par l'exégétique, avant d'exposer la manière vulgaire qui n'exige, de fait, que l'extraction de racines carrées pures, en plus des quatre opérations usuelles, et qui correspond à notre

$$\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

La dernière section est celle où Durret prend le plus de libertés. Il s'agit, comme le dit Durret, des problèmes zététiques (il n'est pas superflu de rappeler que Viète se contente du terme *Zeteticum* pris substantivement et n'y utilise pas le mot problème). Ces problèmes sont classés dans trois sous-sections correspondant à ce que nous nommerions le premier degré, le second degré et le troisième degré. La construction de l'ouvrage est assez bancal dans ces sous-sections. Quant à la nature des problèmes, elle montre aussi variété et désordre. La notation n'est pas plus constante que la forme des énoncés ou que la méthode de solution. Il y a de très nombreuses coquilles, erreurs typographiques, et même conceptuelles peut-être (l'imprimeur inconnu a beau dos, mais il ne convient sans doute pas de tout lui imputer). Mais, dans ses *Problèmes zététiques*, Durret fait parfois montre d'un dépassement de ses modèles.

Globalement, l'*Algèbre* de Durret participe de plusieurs courants et traditions.

On y trouve de l'*arithmétique*. Cela inclut, bien sûr, au sens noble, les travaux d'un Diophante fréquemment cité, mais aussi des problèmes de marchands, transformés certes par le jeu et l'idéalisation mathématiques.

Il y a aussi de la *géométrie*, discipline mathématique par excellence depuis si longtemps. Le langage de certaines propositions et, surtout, la traduction intégrale du *Effectio Geometricarum Canonica Recensio* en attestent la présence dans l'ouvrage de Durret. Ce ne semble cependant pas essentiel puisque dans l'assez longue section des problèmes zététiques le souci de résoudre prend plutôt la forme numérique et Durret n'y recourt pas aux méthodes géométriques pourtant précédemment exposées dans la section des *Effectioes géométriques*.

Le langage des *proportions* était dans la tradition euclidienne l'outil d'expression mathématique le plus général et Viète en est tout imprégné. Mais

Viète indiquait déjà l'équivalence capitale entre les proportions et les équations. Durret, comme Viète, utilise les deux types d'expressions.

Ce qui frappe aussi c'est, cinquante ans après la publication de l'*Isagoge*, la place accrue du *langage symbolique* et les modifications qu'il est en voie d'encourir. Durret indique consciemment qu'il s'inspire de Harriot et il cite aussi Descartes et recourt tantôt à des "aa" pour le "Aq" de Viète, tantôt à des "ac" ou "1c" pour notre a^3 . Pas encore fixée, la notation algébrique prend des formes, chez ce petit maître, qui vont être développées plus vers les formes canoniques qui ont cours aujourd'hui que selon la terminologie et la notation encombrantes du grand maître François Viète.

Quant aux coquilles ou erreurs techniques, elles sont plutôt la règle que l'exception, tout au long de l'ouvrage, dès que la moindre complication se présente et même dans les plus simples expressions.

L'*Algèbre* de Durret témoigne d'une volonté de diffusion et de vulgarisation de l'oeuvre de Viète. Elle en traduit deux courts traités et une partie d'un troisième, donne une série de problèmes et leurs solutions et apporte même quelques contributions mineures. Mais force est de constater que cet ouvrage a une composition bancal. Il juxtapose des sections sans les relier, expose des méthodes de solution sans s'en servir le moment venu, passe de l'ultra-théorique à l'arithmétique marchande, etc. Peut-être y aurait-il lieu, comme le fait Dhombres (1994) pour Grégoire de Saint-Vincent, d'accoler à Durret le qualificatif de baroque en opposition au classicisme d'un Descartes et, à certains égards, d'un Viète : ceux-ci construisent, ordonnent, et choisissent alors que Durret retient et empile, en une sorte de bric-à-brac conceptuel et technique. Il y a mise en proximité, voire rencontre, de la mathématique savante et de la mathématique vulgaire dans l'*Algèbre* de Durret, sans réelle fusion ou intégration. L'absence de grandeur et d'originalité véritable de la pensée a empêché une synthèse, ou une nette dominance d'un des éléments. Le reproche, si reproche il y a, pourrait s'adresser à la plupart des ouvriers de la communauté mathématique au fil des siècles. Parlons plutôt d'un regret, teinté d'ailleurs du plaisir de lire, peut-être autant dans ce petit maître que chez les grands génies, l'état d'une communauté mathématique diversifiée, cherchante et parfois déconcertée.

3. Choix des textes et fonctionnement de l'atelier

Les textes choisis illustraient les méthodes d'exégétique géométrique, d'exégétique numérique et de zététique, pour reprendre les termes de Viète.

Ils comprenaient d'abord, dans la traduction de Durret, les propositions 3 et 9 à 13 de la *Recension canonique* construisant géométriquement les proportions requises pour résoudre les équations de second degré. On trouvera ces propositions en annexe.

Puis, pour l'exégétique numérique, c'est-à-dire la solution numérique des équations, nous avons voulu ne pas trop compliquer la tâche des participants. Aussi avons-nous fourni des textes dans la belle traduction française publiée par l'IREM de Poitiers: le cas d'un carré pur, $x^2 = 2\ 916$ écrivions-nous, puis un cas du second degré affecté, nous écrivions $x^2 + 7x = 60\ 750$. Ce n'est que par après que nous souhaitions aborder ce dernier problème dans la version, plus difficile, de Durret.

Enfin, quelques (problèmes) zététiques: les problèmes XI et XII de Durret, de type mercantile (ce qui est très peu viétien), menant à une équation du premier degré; le problème XVI, aussi de type mercantile, menant à un système de deux équations du premier degré, où Durret se vante d'avoir plus de généralité que Pelletier et Clavius; enfin, le long problème I de la section du second degré, que Durret présente très nettement sous ses trois formes équivalentes: proportionnelle, numérique, géométrique.

Il y eut dix participants lors de la séance de deux heures du mardi après-midi 11 juillet 1995 et neuf le lendemain, lors de la séance de trois heures. Compte tenu du nombre de participants à l'Université d'été et du nombre d'ateliers en parallèle, il s'agit d'un groupe d'une taille moyenne. Les participants avaient des degrés très variables de connaissances antérieures sur le sujet.

Le premier jour, après que nous nous fussions présentés et que j'eusse décrit l'essentiel de ce qu'il convenait de savoir sur Viète et Durret, nous étudiâmes la résolution géométrique des équations du second degré. Ce sous-ensemble des textes fournis connut un grand succès.

Le second jour fut surtout consacré aux résolutions géométriques d'équations (dans la traduction publiée par l'IREM de Poitiers). Le temps ne permit pas que chacun se fasse, en séance, une opinion personnelle à propos des différences entre la version Viète et la version Durret. De plus, en tant qu'animateur, je crus devoir indiquer les points saillants des autres textes.

L'ensemble constituait un tout trop abondant pour qu'une lecture personnelle attentive puisse se faire complètement dans le temps alloué. Tout de même, au total, comme il sied dans ces circonstances, il y eut plus de lectures, de travail individuel ou en sous-groupes, et de discussions que d'exposés magistraux. Merci au groupe!

4. Pour en savoir davantage

Sur Viète

L'article de Witmer dans la revue *Plot* et la notice biographique de Busard dans le *DSB* sont deux sources facilement accessibles. Pour plus de détails, voir François Ritter (1895), en particulier pp. 354-415 pour l'analyse des oeuvres de Viète. Voir aussi, plus près de nous, la thèse de J. Grisard (1969). On trouvera

une présentation du programme et de la méthode de l'algèbre nouvelle selon Viète dans Charbonneau et Lefebvre (1992). Aussi, pour une analyse partielle de leur application dans les *Zététiques*, voir Charbonneau et Lefebvre (1991). Sur la publication des travaux et la diffusion des idées de Viète, voir Borowczyk (1993).

Sur l'*Algèbre* (1644) de Durret

Nous avons fait une analyse plus complète de cet ouvrage dans *l'Algèbre* (1644) de Noël Durret: une contribution bancaire à la diffusion de l'Art analytique de Viète en France (1994). Les Actes de la SCHPM n'étant guère diffusés en dehors de cette Société, il nous fera plaisir d'envoyer une copie de cet article aux personnes qui nous en feront la demande.

Sur la résolution numérique des équations

Un exemple du cinquième degré affecté de deux termes, l'un additif, l'autre soustractif,

$$x^5 - 5x^3 + 500x = 7\,905\,504$$

est reproduit de Viète (en traduction française) et analysé dans *Histoire d'algorithmes* (1994), pp. 243-248. Tout le *De Numerosa ...* (1600) de Viète a été reproduit (version latine et traduction française côte à côte) par l'IREM de Poitiers, réalisation de J. Borowczyk (1989).

Pour se procurer l'ensemble des textes remis aux participants de l'atelier ou une copie de mon article sur Durret, il suffit de m'écrire à l'adresse suivante:

Jacques Lefebvre
Département de mathématiques
UQAM
Case postale 8888, succursale Centre-ville
Montréal, Québec, Canada H3C 3P8

5. Remerciements

Cette partie de mes travaux est faite dans le cadre d'une équipe de recherche sur l'émergence de l'algèbre, subventionnée par le fonds québécois FCAR (91ER0716 et 95ER0716). Cette subvention est administrée par le Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation (CIRADE, UQAM).

Je remercie mon collègue Louis Charbonneau, de l'UQAM, de m'avoir mis en contact avec l'ouvrage de Durret et avec d'autres textes de l'époque ou portant sur l'époque. Je le remercie aussi pour nos échanges et ses encouragements.

Je remercie enfin les organisateurs de l'Université d'été pour leur accueil et leur hospitalité et les participants de l'atelier pour ces cinq heures si vite passées.

6. Bibliographie des ouvrages cités

- BOROWCZYK, J. (1993). *Enseignement et diffusion de l'Algèbre nouvelle de François Viète*, dans Diffusion du savoir et affrontement des idées 1600-1770, Festival d'histoire de Montbrison, 30 septembre au 4 octobre 1992, pp. 287-309.
- BUSARD, H. L. (1976). *Viète, François*, dans Dictionary of Scientific Biography, Gillispie C.C. (sous la dir.), Scribner, New York, t. XIV, pp. 18-25.
- CHARBONNEAU, L., LEFEBVRE, J. (1991). *Une lecture de Viète, l'Introduction à l'art analytique, Cinq livres des Zététiques*, Rapport technique, Centre interdisciplinaire de recherches sur l'apprentissage et le développement en éducation (CIRADE), Université du Québec à Montréal, 72 pages.
- CHARBONNEAU, L., LEFEBVRE, J. (1992). *L'Introduction à l'art analytique (1591) de François Viète : programme et méthode de l'algèbre nouvelle*, in I. Kleiner et al. (ed.), *Proceedings of the Seventeenth Annual Meeting of the Canadian Society for the History and Philosophy of Mathematics*, Kingston, May 27-29, 1991, Toronto, pp. 103-116.
- DHOMBRES, J. (1994). *Les mathématiques comme reflet d'une culture*, dans Choix de conférences du 7e Congrès international sur l'enseignement des mathématiques, Québec, 17-23 août 1992, sous la dir. de Robitaille, D. F. et al., Presses de l'Université Laval, Sainte-Foy (Québec), Canada, 1994, pp. 89-106.
- DURRET, N. (1644). *L'ALGÈBRE EFFECTIONS Geometriques, & partie de l'Exegetique nombreuse de l'Illustré F. Viète. Traduite de Latin en François, ou est adjouté des notes et Commentaires, & quantité de Problemes Zetetiques*, à frais d'auteur, Paris, Bibliothèque Nationale de Paris, V 2177.
- HOEFER (sous la dir.) (1856). *Nouvelle bibliographie générale*, t. quinzième, notice sur Noël Duret, colonnes 457-8, Firmin Didot Frères, Éditeurs, Paris.
- HUME, J. (1636). *ALGÈBRE DE VIETE, d'une methode nouvelle, claire et facile Par laquelle toute obscurité de l'Inventeur est ostée, & ses termes pour la plupart inusités, changez es termes ordinaires des Artists*, Louys Boulanger, Paris.
- GRISARD, J. (1969). *François Viète, mathématicien de la fin du seizième siècle*, thèse inédite, Paris (EPHE, VIe section), (exemplaire du Centre Alexandre-Koyré, th. 17).
- LEFEBVRE, J. (1994). *L'Algèbre (1644) de Noël Durret: une contribution bancale à la diffusion de l'Art analytique de Viète en France*, dans *Proceedings of the Canadian Society for the History and Philosophy of Mathematics / Société canadienne d'histoire et de philosophie des mathématiques*, Vol. 7, Twentieth Annual Meeting, University of

- Calgary, June 8-10, 1994, Edited by Jim Tattersall, Providence College and U.S.M.A, pp. 89-108.
- RITTER, F. (1895). *II - Analyse des oeuvres de Viète*, Revue occidentale philosophique, sociale et politique, deuxième série, 10 (1895), pp. 354-415.
- VASSET, A. (1630). *L'algèbre nouvelle de M. Viète*, Paris.
- VAULEZARD, J. L. (1630). *Introduction en l'art analytic ou nouvelle algèbre de François Viète et Les cinq livres des Zététiques de Francois Viète*, Julian Jacquin, Paris. Ces deux ouvrages ont été réédités en un volume, *La nouvelle algèbre de M. Viète, précédée de Introduction en l'art analytique*, texte revu par J.-R. Armogathe, Fayard, Paris, 1986.
- VIÈTE, F. (1646). *Opera mathematica*, éd. par F. van Schooten. Réimpression, avec une préface en allemand de J. E. Hofmann, Georg Ohms Verlag, New York, 1970.
- VIÈTE, F. (1600). *De numerosa potestatum ad Exegesim Resolutione*, éd. par M. Ghetaldi, imprimé par David Le Clerc, Paris. Réédition en fac-similé avec une traduction en français, réalisation de J. Borowczyk, IREM de Poitiers, 1989.
- WITMER, (T.) R. (1990). *Francois Viète et l'art analytique*, Plot, numéro 53, déc. 1990, pp. 23-28, traduction en français de l'introduction aux traductions en anglais, par Witmer (1983), d'ouvrages de Viète.

7. Extraits de l'Algèbre (1644) de Durret

L'ALGÈBRE
EFFECTIONS
Geometriques, & par-
tie de l'Exegetique
nombreuse de l'Illu-
stre F. Viète.

*Traduites de Latin en Fran-
çois; on est adjouté des notes
& Commentaires, &
quantité de Problemes Ze-
tetiques.*

Par N. DURRET, Cosmogra-
phe ordinaire du Roy.



A PARIS.

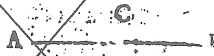
Aux despens de l'Auteur, chez le-
quel ils se vendent, & chez Cernais
Alliot, au Palais, près la Chapelle
S. Michel, & chez la Reine Mo-
teau rue S. Jacques au Globe.

M. DCXLIV

Avec Privilege du Roy.

Prop. 2.

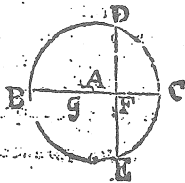
Oster vne ligne droite donnée
d'une plus grande ligne droite
donnée.


C'est la pratique de la soustraction.
Soient données deux lignes droi-
tes inégales AB, BC. Il faut oster
la moindre de la plus grande AB.
Soit retranché BC, de AB. le dy
qu'on a fait ce qui estoit proposé.
Car la difference entre AB, & BC,
est AC.

Prop. 3.

Descire trois lignes droites
proportionnelles.

Du centre A,
de quelcon-
que inter-
ual'esoir dé-
crit vn cer-
cle, & soit
mené le dia-
mètre BAC.

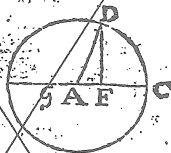


Soient prises en parties contraires
les arcs égaux CD, CE, & que DE
conjointe coupe BC en F. le dy
qu'on a fait ce qu'il a fallu. Car BF,
FD, FC sont proportionnelles.

Prop. 4.

Descire vn triangle rectangle.

Ayant repri-
se la constru-
ction superieure, soit jointe
AD. le dy
qu'on a fait ce
qui a esté pro-
posé : Car le triangle AFD est re-
ctangle, d'autant que l'angle AFD
est droit, comme il est démontré
es elements Geometriques.



Prop. 5.

Estant données deux ligne

essence la perpendiculaire FD sur
AC, laquelle coupe la circonferen-
ce en D, & soit menée AD. le dy
qu'on a fait ce qu'il a fallu. Car
DF est le costé requis, compren-
nant l'angle droit au triangle AFD,
dont les autres costez AB, & AD,
c'est à dire AC, ont esté donnez.

Prop. 9.

S'il y a trois lignes droites pro-
portionnelles, le quarré de
la moindre extreme adjoit
au rectangle sous la diffe-
rence des extremes & la
mesme mineure extreme est
égal au quarré de la moyen-
ne.

Soit exposée la figure canonique
des trois lignes droites propor-
tionnelles, & soit entendue FC la
moindre extreme, à laquelle soit
mise égale BG, dont la difference
entre la majeure extreme BF, &

BG, c'est à dire FC la mineure ex-
treme, soit FG.

le dy que le quarré de CF adjoit
au rectangle sous CF, FG, est
égal au quarré de DF. Car le
quarré de CF, autrement est fait
de CF en GB. Parquoy ces deux
produits de CF en GB, & de CF
en FG valent le produit de CF en
FB, auquel produit sont les extre-
mes est par consequent égal le
quarré de DF moyenne entre les
extremes.

Conséquence pour la mecha-
nique du quarré affecté de
l'addition d'un plan sous
le costé

Parquoy quand on proposera
a quarré, plus b en a esté é-
gal à d quarré, on entendra d
moyenne entre les extremes, b
la difference d'icelles. Et de la
moyenne & difference des ex-
tremes on cherchera les extre-

mes, dont la moindre dont est question sera.

Comme icy estant données GF, FD, on construira les proportionnelles BF, FD, FC, & FC sera la moindre requise. Comme on peut voir les Zeteticques, & que maintenant la figure Geometrique le demontre par la synthese, ou composition.

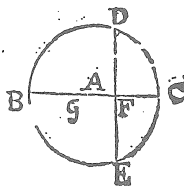
Prop. 10.

S'il y a trois lignes droites proportionnelles, le quarré de la mai eure extreme diminue du rectangle sous la difference des extremes, & sous la mesme mai eure extreme, est egal au quarré de la moyenne.

Soit repetée la prochaine construction antecedente. le dy que le quarré de BF, moins le rectangle sous BF, GF, est egal au quarré de DF.

Car

Car le quarré BF vaut le produit de EF en DF, & enco de BF BG.



Donc du quarré de

BF soit osté le produit de BF en FG, il reste le produit de BF en FB, c'est à dire par la construction en C, auquel produit sous les extremes est par conséquent egal le quarré de DF moyenne entre les extremes.

Conséquence pour la mécanique du quarré affecté de l'addition d'un plan sous le costé

Parquoy quand on proposera aq — ba ég. dy, on entendra d moyenne entre les extremes, & la difference d'icelles, & de la moyenne & difference.

I

ce des extremes on cherchera les extremes, desquelles la mai eure, dont est question sera.

Comme icy estant données GF, FD on construira les proportionnelles BF, FD, FC. Et BF sera la mai eure requise. Ainsi qu'on peut voir par les Zeteticques, & que maintenant la figure Geometrique le demontre par la synthese.

Prop. 11.

S'il y a trois lignes droites proportionnelles, le rectangle sous la composée des extremes, & de l'une de celles-cy mai eure, ou mineure diminu du quarré de la mesme extreme, est egal au rectangle sous les extremes.

Soit prise la figure preced.

Soit exposée la figure canonique des trois proportionnelles. le dy que le rectangle sous BG, FC moins le quarré de FC est egal au quarré de DF.

Car d'autant que BC est composée de BF, FC, pource le produit de BC en FC vaut le produit de BF en FC, & FC en FC, c'est à dire le quarré de FC. Parquoy quand on oster le quarré de FC du produit de BC en FC, il restera le produit de BF en FC, auquel produit sous les extremes est par conséquent egal le quarré DF moyenne entre les extremes. Et cela soit pour la premiere partie.

Semblablement d'autant que BC est composée de CF, FB, pource le produit de BC en BF, & de BF en BF, vaut le produit de CF en BF, & de BF en BF, c'est à dire le quarré de BF. Parquoy ostant le quarré de BF du produit de BC

I ij

100 *Effections*
 en BF, il restera le produit de CF
 en BF. Auquel produit sous les
 extremes, est par conséquent egal.
 le quarré de DF moyenne entre
 les extremes. Ce qu'il falloit de-
 monstrer en second lieu.

Conséquence pour la me-
 chanique du plan nié du
 quarré sous le costé.

Parquoy quand on propose-
 ra ba — aq ég. dq, on en-
 tendra d moyenne entre les
 extremes, b l'aggrégé des mes-
 mes. Et de la moyenne & ag-
 grégé des extremes on cher-
 chera les extremes, desquelles
 l'une ou l'autre dont est que-
 sion sera a. Comme on peu
 voir par les Zetériques, & que
 maintenant la figure Geometri-
 que le demonstre par la synthése.

de F. Viète. 101

Prop. 12.

*Estant donnée la moyenne
 des trois proportionnelles, &
 la difference des extremes,
 trouver les extremes.*

Soit prise la fig. de la prop 10.
*Mechanique du quarré affecté
 sous le costé.*

Soit donnée FD, la moyenne
 des trois proportionnelles, & GF
 la difference des extremes, il faut
 trouver les extremes.

Soient inclinées GF, FD à an-
 gles droits, & soit coupée GF en
 deux également en A. Et du cen-
 tre A, de l'intervalle AD, soit dé-
 crit un cercle, à la circonférence
 duquel soient prolongez AG, AF,
 les points B, C. le dy qu'on a fait
 ce qui a esté requis. Car les ex-
 tremes qu'il falloit trouver sont
 BF, FC, entre lesquelles la moy-
 enne proportionnelle est FD. Et cel-
 les BF, FC different de la lon-

I iij

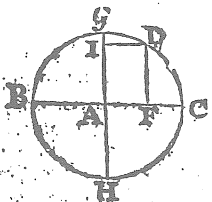
102 *Effections.*
 gueur de FG, puisque AB & AG,
 ont esté construites égales. Par-
 quoy ostant les égales AG, AF
 des égales AB, AC, les restes BG,
 FC sont égales. Et GF est la dif-
 férence entre BF, & BG, ou FC.
 Ce qu'il falloit démonstrer.

Prop. 13.

*Estant donnée la moyenne
 des trois proportionnelles, &
 l'aggrégé des extremes trou-
 ver les extremes.*

*Mechanique du plan nié du
 quarré sous le costé.*

Soit dan-
 née E la
 moyenne
 des trois
 propor-
 tionnelles.
 Et BG
 l'aggrégé
 des extre-
 mes, il faut trouver les extremes.



de F. Viète. 103

Soit coupée BC, en deux égale-
 ment en A. Et du centre A, de
 l'intervalle AB ou AC soit décrit
 un cercle. Mais qu'un autre dia-
 metre GAH coupe le diamètre
 BAC à angles droits, & de AG,
 soit retranché AI, égale à la ligne
 donnée E. Et par I, soit menée la
 droite ID parallèle à BC, coupant
 la circonférence au point D, du-
 quel soit abaissée la ligne DF
 perpendiculaire à BC, égale &
 parallèle à IA.

le dy qu'on a fait ce qui a esté
 requis. Car les extremes requises
 sont BF, FC, dont la composée
 est BC, donnée. Et se fait DF ou
 IA moyenne entre les propor-
 tionnelles.

Prop. 14.

*Le quarré de la moyenne
 proportionnelle entre l'hypo-
 thenuse du triangle rectangle &
 le perpendiculaire du mesme, est
 proportional entre le quarré*

I iiij