

Préhistoire de la géométrie : l'étrange gestation d'une science d'après les sources archéologiques et ethnographiques.

PRÉSENTATION DE QUELQUES DOCUMENTS.

Olivier KELLER, Irem de Lyon.

Les mathématiques en général et la géométrie en particulier, dans leur conception actuelle, naissent incontestablement en Grèce ancienne. Mais toute naissance est précédée d'une gestation où l'embryon prend successivement des formes bizarres, avant de se transformer en foetus où l'aspect du futur nouveau-né se laisse deviner nettement. C'est cette gestation que je voudrais évoquer à grands traits, mais non sans avoir souligné au préalable deux aspects essentiels : d'abord, je ne livre ici que quelques documents à mon avis significatifs et quelques résultats probablement provisoires d'une enquête en cours, et il s'agit d'une recherche inédite, d'un coup d'essai qui comme chacun sait n'est pas nécessairement un coup de maître. Ensuite, je n'aborderai pas les questions philosophiques (ou épistémologiques) extrêmement importantes et excitantes que l'on découvre à chaque pas dans cette enquête, et que l'on peut peut-être résumer dans cette formule : la passion très répandue pour nos origines, la fascination non moins répandue pour les premières formes d'art, les spéculations sur l'évolution de la pensée de nos ancêtres et en particulier sur leurs activités géométriques n'est pas un simple passe-temps pour professeur de lycée dépressif ; si l'on admet en effet que l'évolution humaine est cyclique, au sens où nous revenons périodiquement au point de départ, mais sur une base nouvelle, supérieure, qui intègre les acquis de la période écoulée et détruit ses scories, l'étude de notre passé le plus lointain est dans un certain sens l'étude de notre avenir.

Nous procéderons de la façon suivante : marchant à reculons, nous remonterons d'abord un peu le temps pour nous convaincre qu'il y a quelque chose à découvrir, qu'il y a des indices nombreux et incontestables d'une intense activité géométrique universelle, d'un type totalement différent du type grec ou même du type égyptien et babylonien, que je range dans la catégorie des foetus

qui laissent déjà deviner le bébé euclidien¹. Nous reprendrons ensuite l'ordre chronologique en repartant des débuts de l'humanité.

I – Les traces historiques d'une géométrie préhistorique.

1 – Les formes et les proportions, moyen de l'harmonie générale.

"La proportion est le rapport que tout l'oeuvre a avec ses parties, et celui qu'elles ont séparément, comparativement au tout, suivant la mesure d'une certaine partie. Car, de même que dans le corps humain, il y a un rapport entre le coude, le pied, la paume de la main, le doigt et les autres parties, ainsi dans les ouvrages qui ont atteint leur perfection, un membre en particulier fait juger de la grandeur de tout l'oeuvre (p.27)..."

L'ordonnance d'un édifice consiste dans la proportion qui doit être soigneusement observée par les architectes. Or la proportion dépend du rapport que les Grecs appellent analogie ; et par rapport, il faut entendre la subordination des mesures au module, dans tout l'ensemble de l'ouvrage, ce par quoi toutes les proportions sont réglées ; car jamais un bâtiment ne pourra être bien ordonné s'il n'a cette proportion et ce rapport, et si toutes les parties ne sont, les unes par rapport aux autres, comme le sont celles du corps d'un homme bien formé (p.79)..."

Si donc la nature a tellement composé le corps de l'homme, que chaque membre a une proportion avec le tout, ce n'est pas sans raison que les anciens ont voulu que dans leurs ouvrages ce même rapport des parties avec le tout fût exactement observé (p.80)."²

Ainsi, les proportions des édifices ne sont ni le résultat d'une nécessité technique ni un caprice de l'art pour l'art, mais le symbole de l'harmonie avec la nature, via le corps humain. Cette soif d'harmonie globale est l'un des ressorts les plus puissants de la pensée primitive, et c'est peut-être là qu'il faut chercher la motivation profonde des premières recherches géométriques ; elle explique sans doute l'émerveillement général et le prestige des mathématiques lorsque l'on découvre, on ne sait quand ni où mais vraisemblablement de façon indépendante dans plusieurs endroits du monde, que l'analogie des formes est un rapport de nombres, rapport dont la connaissance permet de fabriquer à coup sûr cette analogie si précieuse. Elle explique aussi pourquoi de Pythagore à Platon, on a cru découvrir des secrets profonds dans les nombres et dans la théorie des proportions, et elle explique enfin la curiosité inépuisable pour les "médietés".

1 En identifiant préhistoire et gestation, et en rangeant les mathématiques égyptiennes et babyloniennes dans la catégorie des foetus, je les qualifie du même coup de *préhistoriques*, bien qu'elles soient *écrites*.

2 (Vitruve 1986)

Voici par exemple un épisode de la création du monde selon Platon (mort en -347) :

"Mais, si l'on n'a que deux choses [le feu et la terre], il est impossible de les combiner convenablement sans une troisième ; car il faut qu'il y ait entre les deux un lien qui les unisse. Or, de tous ces liens, le meilleur est celui qui... forme une unité aussi parfaite que possible, et cette unité, c'est la **proportion qui est de nature à la réaliser complètement**. Lorsqu'en effet, de trois nombres quelconques..., le moyen est au dernier ce que le premier est au moyen et qu'inversement le moyen est au premier ce que le dernier est au moyen, le moyen devenant tour à tour le premier et le dernier, et le dernier et le premier devenant l'un et l'autre les moyens, il s'en suivra nécessairement que tous les termes seront les mêmes et qu'étant les mêmes les uns que les autres, ils formeront à eux tous un tout³. Si donc le corps de l'univers avait dû être une simple surface, sans profondeur, un seul terme moyen aurait suffi pour lier ensemble les deux extrêmes et lui-même. Mais en fait, il convenait que ce fût un corps solide. Aussi, comme les solides sont toujours joints par deux médiétés, et jamais par une seule⁴, le dieu a mis l'eau et l'air entre le feu et la terre et les a fait proportionnés l'un à l'autre, autant qu'il était possible, de sorte que ce que le feu est à l'air, l'air le fût à l'eau et que ce que l'air est à l'eau, l'eau le fût à la terre..."⁵

On notera en passant l'extraordinaire amalgame fait par Platon entre l'analogie proprement mathématique (a est à b comme b est à c) et l'analogie purement verbale (chacun est tour à tour extrême et moyen), pour fabriquer son "unité aussi parfaite que possible". Voici enfin, comme en écho et comme embryon de ces spéculations platoniciennes, la plainte d'un Indien Sioux profondément malheureux que les blancs l'aient obligé à habiter dans des "boîtes carrées", bel exemple d'attachement passionnel, sentimental, à l'analogie formelle, parce qu'elle décide de l'harmonie générale :

"Vous avez remarqué que tout ce que fait un Indien est circulaire, parce que le pouvoir du monde agit toujours suivant des cercles, et que tout essaie d'être rond. Dans les temps anciens, alors que nous étions un peuple fort et heureux, tout notre pouvoir venait du cercle sacré de la nation...Le vent

³ Soient p, m, et d le premier terme, le terme moyen et le dernier terme de la proportion. Comme $p/m = m/d$, on a aussi $m/p = d/m$, ce qui fait que m, le terme moyen, devient premier et dernier terme, tandis qu'inversement p et d, les termes extrêmes, deviennent termes moyens.

⁴ Si l'on insère entre 1 et x une seule moyenne proportionnelle m, on a $1/m = m/x$, et x est une "surface" parce que $x = m^2$, et on sait construire m à la règle et au compas connaissant x. Si l'on insère deux "médiétés" entre 1 et x, c'est à dire deux nombres m et p tels que $1/m = m/p = p/x$, on obtient en multipliant $1/m^3 = 1/x$, d'où $m^3 = x$, donc x est un "solide". En particulier, on voit que le problème de l'insertion de deux médiétés entre 1 et 2 est équivalent au problème de la "duplication du cube" : construire m tel que $m^3 = 2$, ou construire l'arête d'un cube de volume double d'un cube donné. Cette construction est impossible à la règle et au compas.

⁵ (Platon 1969 p.413)

tourbillonne, les oiseaux font des nids circulaires...Le soleil se lève et se couche suivant un cercle tout comme la lune, et les deux sont ronds. Même les saisons forment un grand cercle dans leur changement, en revenant toujours là où elles étaient. La vie d'un homme est un cercle de l'enfance à l'enfance...Nos tepees étaient ronds comme des nids d'oiseaux et on les installait toujours en cercle, celui de la nation, le nid de plusieurs nids où le grand esprit nous a signifié de faire naître nos enfants." ⁶

2 – Les figures géométriques comme atomes et molécules du monde.

Chez l'Indien nostalgique du "rond", l'âme du monde est assimilée à une forme que l'on doit retrouver partout sous peine de rompre l'harmonie générale. Dans le *Timée*, Platon poursuit son récit de la création du monde, et cherche la structure intime des quatre éléments également dans des formes : l'élément de la terre est le cube, l'élément du feu est la pyramide, l'eau l'icosaèdre (20 faces formées de triangles équilatéraux) et l'air l'octaèdre (8 faces formées de triangles équilatéraux). Le dodécaèdre (12 faces formées de pentagones réguliers), "Dieu s'en est servi pour achever le dessin de l'univers"⁷.

Les quatre solides réguliers doivent être compris comme les molécules invisibles à l'œil nu des quatre éléments qui composent notre univers physique. Ces molécules sont elles-mêmes fabriquées à partir d'atomes que sont le triangle rectangle isocèle et le demi triangle équilatéral. Et voici un exemple de "chimie" platonicienne : "L'eau, divisée par le feu ou même par l'air, peut, en se recomposant, devenir un corpuscule de feu et deux d'air"⁸, en effet des 20 faces de l'icosaèdre (l'eau), 4 vont donner un tétraèdre (le feu) et les 16 restantes vont donner deux octaèdres (l'air).

On peut trouver cette spéculation débile et hausser les épaules, ou au contraire géniale comme préfiguration de la chimie moderne. Ces deux attitudes sont erronées, elles n'expliquent rien. La vérité est que Platon est un témoin du vieux monde primitif qui reconstruit sans cesse l'univers avec des symboles-objets ; la vérité est aussi que Platon montre jusqu'à quel point la pensée symbolique primitive a nourri des spéculations mathématiques et ainsi fait progresser la science. Platon est à la charnière de deux mondes : dans le monde primitif, une théorie comme la sienne aurait donné lieu à des rites, comme par exemple de fabriquer des icosaèdres et de les jeter au sol lors de cérémonies pour faire venir la pluie dans les pays chauds, puisque ce qui caractérise la pensée primitive est l'union indissoluble entre le symbole et la chose symbolisée, entre la pensée et l'action, entre le mythe et le rite. Chez Platon au contraire, *il s'agit d'une théorie, conçue comme telle, dont le but est d'expliquer et non de pratiquer*. Platon lui-même résume son attitude à cheval entre le mythe et la science en une formule extraordinaire :

⁶ (Ascher 1991 p.125)

⁷ (Platon 1969 p.433)

⁸ Id. p.435.

"Mais si nous en fournissons [des explications] qui ne le cèdent à aucune autre en vraisemblance, il faudra nous en contenter, en nous rappelant que moi qui parle et vous qui jugez nous ne sommes que des hommes et que sur un tel sujet il convient d'accepter le mythe vraisemblable, sans rien chercher au delà."⁹

3 – La construction géométrique comme rituel.

Tout le monde connaît la fameuse histoire de la duplication du cube, selon laquelle Apollon aurait demandé aux habitants de Délos de lui élever un nouvel autel cubique de volume double de l'ancien : un problème géométrique, ici la construction de la racine cubique de deux ou l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre un et deux¹⁰, prétend avoir une origine rituelle. On ne sait rien là dessus, sinon des légendes, mais on possède en revanche un extraordinaire corpus de géométrie rituelle, explicitement conçue comme telle, dans les *Sulbasutras* de l'Inde védique, textes probablement antérieurs aux *Eléments* d'Euclide, et dont les problèmes sont étrangement semblables à certains problèmes euclidiens, mais cette fois-ci avec une motivation claire et nette.

Les textes mathématiques védiques (de "veda", savoir) sont très probablement antérieurs aux *Eléments* par la date, mais surtout par leur caractère : il ne s'agit pas, comme dans le texte euclidien, d'un système autonome reposant sur ses propres bases (demandes et notions communes, définitions), avec une logique interne inflexible (démonstrations), mais d'une suite de méthodes de constructions données sans justification explicite, avec une corde et des piquets comme instruments principaux. Les textes védiques ressemblent, dans la forme — courtes procédures données sans démonstration explicite — aux textes de l'Égypte antique, de la Mésopotamie et de la Chine ancienne. Comme tels, ils appartiennent bel et bien à la période prénatale de la géométrie.

Le problème essentiel traité par les *Sulbasutras* (que l'on pourrait traduire par les "aphorismes de la corde") est la construction d'autels et de foyers sacrificiels de forme et d'aire données, et d'en agrandir certains en respectant leur forme ; les raisons de ces rituels ne peuvent être exposées dans ce cadre, mais il faut insister sur leur extrême importance sociale, due au fait que dans la pensée primitive l'action rituelle est conçue comme une action réelle ; tout sacrifice est reproduction, et non simple commémoration, du sacrifice primordial qui a donné naissance au monde. Cela signifie aussi que la construction de l'autel est reconstruction réelle du monde. Le rite est une action tout aussi indispensable et concrète, dans l'esprit de nos ancêtres, que la construction d'une maison ou le creusement d'un canal :

⁹ Id. p.411.

¹⁰ Si le premier cube a pour arête 1, le deuxième aura pour arête x tel que $x^3 = 2$; x est alors la deuxième moyenne proportionnelle insérée entre 2 et 1 puisque : $2/y = y/x = x/1$ entraîne $(x/1)^3 = (2/y) \times (y/x) \times (x/1) = 2$. On trouve un exposé détaillé des tentatives grecques de construire x et y à la règle et au compas dans (Archimède 1970)

" Et lorsque l'on offre l'oblation le matin, avant que le soleil soit levé, on engendre le soleil qui se fait lumière et, resplendissant, se lève. Mais il ne se lèverait jamais si l'on omettait d'offrir cette oblation, c'est pourquoi l'on offre cette oblation."¹¹

Un autre texte encore plus ancien qui traite de la construction d'un foyer sacrificiel, nous concerne plus directement :

"Il doit empiler mille briques dans un premier temps; ce monde est proportionné à mille; en vérité il conquiert ce monde. Il doit empiler deux mille briques, dans un deuxième temps, l'atmosphère est proportionnée à deux mille; en vérité il conquiert l'atmosphère. Il doit empiler trois mille briques; en vérité il conquiert l'au delà. Le premier empilement doit lui arriver au genou, en vérité il fabrique ce monde..."¹²

Voici enfin un exemple technique issu du *Sulbasutra* le plus ancien (-5° siècle ?) ; le foyer-autel en forme d'oiseau (fig.I), dont l'aire initiale est de 7,5 purusas carrés (un purusa vaut probablement un peu plus de deux mètres, ce qui donne une aire d'environ 30 mètres carrés), doit être agrandi en un autel de même forme, dont l'aire sera de 8,5 purusas carrés. Il ne s'agit pas de faire un nouveau dessin sur le sol avec des mesures déduites d'un calcul, mais de faire une construction géométrique non pas "à la règle et au compas", mais "à la corde et aux piquets", construction du nouvel autel à partir de l'ancien. Les savoir-faire principaux nécessaires pour la transformation sont :

- additionner deux carrés, et soustraire deux carrés (fig.II).
- transformer un rectangle en carré d'aire égale (fig.III) par l'intermédiaire d'un "gnomon"¹³.

La technique est remarquable ; le géomètre védique va construire (fig.IV) une nouvelle unité de longueur, un "nouveau purusa" que je nomme q , de telle sorte que $7,5 q^2 = 7,5$ purusas carrés + 1 purusa carré, ou encore $q^2 = 1$ purusa carré + $2/15$ purusa carré. Il divisera pour cela un carré C_1 de un purusa de côté en 15 parties égales (cinq colonnes et trois lignes), deux de ces parties seront transformées en un carré C_2 , et il additionnera enfin les carrés C_1 et C_2 , pour obtenir un carré de côté q . Il pourra maintenant construire son autel de $7,5 q^2$, qui aura bien une aire de 8,5 purusas carrés.

Il se trouve que ces manipulations de rectangles et en particulier le recours au "gnomon" (fig.III) sont un élément essentiel du Livre II des *Eléments* d'Euclide ; il se trouve aussi que l'on se demande quelles pouvaient être les

11 (Varenne 1967b)

12 (Sen and Bag 1983 p.7)

13 Le problème inverse, celui de construire un rectangle de côté donné et d'aire égale à celle d'un carré donné est la célèbre "application des aires" euclidienne ; un passage obscur des *Sulbasutras* y fait allusion mais ne résoud pas le problème, contrairement à ce que j'ai affirmé ailleurs (Keller 1995) sur la foi d'une documentation défectueuse. Par ailleurs aucune construction d'autel védique n'a besoin de la solution de ce problème.

raisons de ces manipulations euclidiennes¹⁴. Le rapprochement avec les mathématiques védiques suggère une hypothèse encore inexploitée : certaines constructions euclidiennes pourraient résulter de la systématisation d'anciennes pratiques rituelles, pratiques sans doutes oubliées et en tout cas rendues méconnaissables dans la nouvelle forme mathématique inaugurée par les penseurs grecs. Suivant cette hypothèse, les mathématiques védiques seraient beaucoup plus proches d'une partie des mathématiques euclidiennes que ne le seraient leurs consœurs égyptiennes et babyloniennes, axées sur les procédures de calcul.

Ma conclusion de ce premier paragraphe sera une sorte de *conjecture d'existence* : il existe des traces historiques d'une géométrie préhistorique essentiellement au service des grands mythes cosmologiques et des rites associés, et qui a été réellement et positivement nourrie¹⁵ par ce contexte. Les Grecs n'ont inventé ni les formes, ni leur étude, ni les problèmes de base, ni même la démonstration ; leur rôle historique est d'avoir accouché la géométrie, c'est à dire de l'avoir libérée tant du fatras des mythes que des besoins pratiques au sens actuel du terme. Ils en ont fait un domaine autonome purement intellectuel, nettement délimité par les célèbres notions communes (axiomes), demandes (postulats) et définitions, débarrassé de tout autre souci que de son propre développement fondé sur la loi de la démonstration. Cela fut, *dans le contexte de l'époque*, un pas en avant décisif que nous devons à la naissance de la philosophie.

II – Epoques paléolithiques inférieure et moyenne (de – 2 millions à – 40000 ans environ) : la création des formes et des symétries, en dimension 3.

Les hommes de ces périodes sont les homo erectus et les homo sapiens neandertalis dont il ne reste aucun exemplaire de nos jours; nous n'avons, pour étudier leur géométrie, que les traces matérielles qu'ils nous ont laissées, et principalement leurs outils lithiques, dont nous donnons quelques éléments typiques dans les figures V à XV¹⁶.

Les spécialistes des outils lithiques considèrent généralement ces éléments comme ceux d'une *série évolutive*. Les choppers et les chopping-tools sont vieux de plus de 1,4 millions d'années, les bifaces règnent de –1,4 millions d'années à –100000 ans ; les boules polyédriques sont aussi vieilles que les choppers et on

¹⁴ On trouvera un exposé clair et détaillé de cette question dans les commentaires de B.Vitrac; voir (Euclide 1990 p.366-385)

¹⁵ Contrairement à l'ésotérisme mathématique moderne qui vit en parasite sur le dos de la science, bien incapable de la nourrir en quoi que ce soit, mais dont le succès vient d'une *poignante nostalgie* de la grande unité "cosmologique" primitive que la science devra retrouver sous une forme nouvelle.

¹⁶ Ces figures sont reprises de (Bordes 1988)

connaît des sphères presque parfaites, paraît-il, dans des gisements chinois vieux de 600000 ans. Les aspects saillants de l'évolution sont à mon sens les suivants :

– La recherche du plan et de la ligne droite est inséparable de la recherche de la symétrie de l'objet ; tout se passe comme si la volonté de symétrie conduisait à la création du plan, avec des bifaces dont le profil semble converger uniformément vers un plan, dans une démarche inverse de la définition actuelle de la symétrie *par rapport à un plan*.

– Le plan et la ligne droite sont donc des conquêtes pénibles et tardives de la sculpture lithique, fruits de plus d'un million d'années d'efforts, alors que par exemple des boules remarquablement sphériques apparaissent très tôt. Le parallélisme est intéressant avec les premières traces d'habitat toujours rondes, sinon circulaires ; l'habitat rectangulaire n'apparaît que très tardivement au 9^e millénaire au Moyen-orient.

– Les éléments "droits" des outils lithiques ne sont pas dûs dans un premier temps à l'automatisme d'un geste, mais au contraire *laborieusement forgés point par point* par des enlèvements de matière de plus en plus fins et précis. Ce n'est qu'à la fin du Paléolithique inférieur et au Paléolithique moyen que l'on découvrira la fameuse "technique Levallois" qui permet d'obtenir d'un seul coup, au moyen d'une frappe bien placée, des éclats de formes prédéterminées (fig.XII).

– Le progrès technique manuel est inséparable d'un progrès intellectuel considérable : lorsque l'homo habilis se décide à tailler un chopper (fig.V), son cerveau ne prévoit dans le galet dont il se saisit qu'une forme finale très peu différente de la forme initiale. L'homo erectus qui s'apprête à sculpter un magnifique biface triangulaire (fig.X) a dans son cerveau une image toute abstraite puisqu'il s'agit d'une forme qui n'a plus grand chose à voir avec la forme initiale du galet. La complexité de l'image intellectuelle préalable, parallèle à la complexification de la *chaîne opératoire*, fait un bond en avant¹⁷ avec la technique Levallois : elle n'est plus seulement constituée d'une seule forme correspondant à l'*outil unique* que l'on va sculpter par enlèvement de matière, mais d'un grand nombre de formes variées qui composent idéalement le galet avant de se matérialiser dans une foule d'outils sur éclats. C'est ainsi que le cerveau a *appris* à décomposer mentalement un objet en sous-objets déterminés, aptitude durement conquise en pliant la matière à sa volonté, et non en la copiant ; c'est grâce à cette aptitude acquise qu'il pourra être question plus tard de géométrie.

– Tout se passe ensuite comme si, une fois les formes découvertes sous l'empire de la symétrie, on s'émancipait de la dictature de cette dernière, en agençant plus librement les formes, comme on le voit dans les "raclours" de la fin du Paléolithique inférieur et du Paléolithique moyen et dans d'autres outils moustériens¹⁸ (fig.XIII et XIV).

¹⁷ C'est dans ce sens que je comprends l'appréciation suivante de Leroi-Gourhan : "les Moustériens ont fait la révolution technique la plus importante, peut-être, de toute l'histoire humaine, en donnant la solution du nucleus à éclats de forme pré-établie, car après eux l'évolution se poursuit par aménagements mineurs du dispositif d'extraction." (Leroi-Gourhan 1964 p.193)

¹⁸ Le Moustérien est une autre appellation du Paléolithique moyen.

– Le cerveau humain se montre nettement ici comme une machine à transformer la nature, et non à la copier. A l'anarchie des formes naturelles il substitue progressivement, après des centaines de milliers d'années d'efforts, la standardisation, la régularité, ses propres combinaisons de formes simples¹⁹. C'est bien l'artifice humain, artifice dû aux efforts inséparables de la main et du cerveau, qui a produit dès le Paléolithique inférieur les formes abstraites, leurs combinaisons et leurs décompositions, fondements de toute géométrie.

III – Epoque paléolithique supérieure (de –40000 à –10000 environ) primitifs chasseurs-cueilleurs : découverte et exploitation des formes pures, par la représentation sur une surface.

Le processus de sculpture des formes se poursuit et se diversifie, mais nous entrons dans une période qualitativement nouvelle, où la création des formes et leur agencement voient s'ouvrir une carrière immense grâce à la représentation en dimension deux. Au lieu de dégager seulement des formes par enlèvement de matière, on les dessinera également sur un support, éventuellement plan. La forme se détache de l'objet fabriqué, et deviendra à son tour un objet, mais un objet symbolique.

De plus, il existe ou il a existé récemment des groupes primitifs, dits "chasseurs cueilleurs", dont le mode de vie est analogue à celui de nos ancêtres européens du Paléolithique supérieur²⁰, et qui peuvent par conséquent nous éclairer sur les conceptions sous-jacentes aux représentations.

1 – Perfectionnement de la sculpture des formes.

Les bâtons percés (fig.XVI)²¹ apparaissent à l'Aurignacien (–33000 à –26000). On les utilisait sans doute pour redresser à chaud les sagaies d'os, si l'on en juge d'après les Esquimaux et les Indiens d'Amérique. Le jugement de rectitude se fait par la méthode bien connue qui consiste à placer la sagaie droit devant soi, à hauteur d'œil, et d'utiliser la définition spontanée suivante : est droit ce qui, vu sous un certain angle, se réduit à un point. La définition d'Euclide est la suivante : "Une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elle". Est-ce la même ? D'autre part l'un des modes de percement de l'orifice d'un bâton percé produit des stries circulaires

¹⁹ André Leroi-Gourhan s'est livré à un calcul dont les résultats illustrent de façon saisissante la progression : dans les outils lithiques, le tranchant par kilogramme de matière passe de 60 cm pour les chopping-tools à 120 cm pour les premiers bifaces, à 5 mètres pour les éclats Levallois et à 100 mètres pour les microlithes qui apparaissent à la fin du Paléolithique supérieur. La longueur de tranchant par kilogramme de matière me paraît constituer un excellent indice du degré de domination de la matière brute par des formes artificielles, intellectuellement préconçues. Voir (Leroi-Gourhan 1964)

²⁰ Cette affirmation un peu brutale résulte de ce que l'on appelle aujourd'hui le comparatisme ethnographique. Le comparatisme est l'objet de vives polémiques, et il est en particulier rejeté par le courant des ethnomathématiciens. Voir par exemple (Ascher 1991)

²¹ Figure extraite de (Piel-Desruisseaux 1990)

concentriques : serions-nous ici devant un cas où l'automatisme d'un geste est responsable non seulement de la découverte d'une figure, le cercle, mais également de cercles de plus en plus petits qui se réduisent à un point, son centre ?

Feuilles solutréennes (fig.XVII)²² : -20000 à -16000. Les préhistoriens n'hésitent pas à les qualifier de "parfaitement aplaties". Le rapport épaisseur/hauteur, qui était de 16,3% pour le "beau" biface triangulaire de la fin du paléolithique inférieur (fig.X), est ici de 4,6% environ. Le processus de "symétrisation" décrit plus haut atteint ici son terme, dans la mesure où les feuilles solutréennes se réduisent presque à des plans, toujours obtenus "point par point".

Les *rectangles* (fig.XVIII)²³ sont de la fin du Magdalénien (-16000 à -10000) ; la ligne droite est obtenue ici comme l'arête d'une lame, elle même issue d'un débitage "automatique", avec retouche ultérieure des bords.

Les *microlithes géométriques* (fig.XIX)²⁴ apparaissent également à cette époque, et prendront ensuite une ampleur considérable pour devenir caractéristiques de l'époque suivante. Ils sont sculptés à partir d'éclats ; les préhistoriens affirment qu'ils ont une forme parfaitement déterminable, à savoir triangulaire, trapézoïdale, rectangulaire ou en segment de cercle. Les formes les plus fréquentes sont les trapèzes et les triangles. Ils furent probablement fabriqués en grande série, pour être insérés ou collés sur des sortes de harpons.

De la même époque on a les remarquables *rondelles centrées* (fig.XXI)²⁵ en os — à vrai dire on ne sait pas s'il s'agit d'outils ou d'objets décoratifs —, qui témoignent incontestablement de la première véritable connaissance géométrique en Europe de l'ouest : le disque a un centre, il s'agit d'une propriété interne d'une figure, et pas simplement de la création d'une forme et de l'agencement symétrique ou non de plusieurs formes.

Il faut faire une place à part à la *culture pavlovienne* (Europe de l'est, de -30000 à -23000), qui, sauf erreur dans les datations, fait preuve d'au moins dix mille ans d'avance sur l'Europe de l'ouest : on trouve de très nombreuses rondelles centrées en pierre ou en os (fig.XX et XXII)²⁶ et des pierres polies de formes rectangulaires impeccables.

2 – En dimension deux : art pariétal et mobilier.

Nous abordons un phénomène qualitativement nouveau dans l'histoire humaine, puisque d'une part les formes sont dessinées sur un support, ce qui veut dire que l'on passe à la géométrie en dimension deux, géométrie sur une surface, et que d'autre part ces formes sont là comme symboles, géométrie comme représentation du monde et action sur le monde, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant. Un autre phénomène nouveau est celui de

22 Id.

23 Figure extraite de (Demars and Laurent 1989)

24 Figure extraite de (Piel-Desruisseaux 1990)

25 Figure extraite de (Jelinek 1978)

26 Id.

la différenciation géographique, puisqu'en Europe de l'est, nous voyons un art mobilier très abstrait et aucun art pariétal, alors qu'à l'ouest nous avons un art pariétal et mobilier florissants, avec une étroite association, semble-t-il, des représentations animales et des symboles abstraits à caractère géométrique.

Europe de l'est :

– vers –30000 à Malta (Sibérie), plaquette d'ivoire de mammoth (fig.XXIII)²⁷ ornée d'un côté de spirales. La spirale a connu depuis une fortune extraordinaire et durable. Elle est un élément central chez les peuples africains, où elle symbolise l'élan vital, dans l'art rupestre du Sahara, dans l'art crétois et mycénien etc...

– vers –25000 à Soungir (Russie) (fig.XXIV)²⁸, rondelles d'ivoire perforées, sortes de "roues" à rayons, au moins 20000 ans avant l'invention de la roue. Le centre et les rayons du disque sont matérialisés.

– vers –20000 à Kostenki (Russie), motifs gravés sur sagaies (fig.XXV)²⁹ qui montrent une sophistication accrue des jeux de symétries, en opposition à la simple réflexion, avec des symétries centrales et des symétries glissantes (réflexion suivie d'une translation dont le vecteur dirige l'axe de réflexion).

– entre –15000 et –13000, à Mézine (Ukraine), un bracelet d'ivoire décoré (fig.XXVI)³⁰ en motif de "grecque" pourrait-être le résultat de savantes symétries glissantes.

Europe de l'ouest :

Il faut attendre le Solutrén (à partir de –20000) pour que l'on voie apparaître autre chose que des simples points, bâtonnets et de vagues contours³¹. Je laisse de côté ici la question des représentations animales et les problèmes géométriques qu'elles posent, en particulier celui de la "perspective tordue"³², qui est absolument typique de l'art préhistorique et primitif. D'après André Leroi-Gourhan, l'art pariétal et mobilier de l'ouest européen évolue en deux sens contraires, à partir d'une sorte de racine commune faite de signes — points, bâtonnets, cupules, chevrons, ébauches de contours animaux — que l'on qualifie, faute de mieux, de signes abstraits : accentuation du réalisme des figures d'une part et accentuation de l'abstraction des signes d'autre part, signes qui vont

²⁷ Figure extraite de (Anati 1989)

²⁸ Figure extraite de (Jelinek 1978) et (Koslowski 1992)

²⁹ Figure extraite de (Koslowski 1992)

³⁰ Id.

³¹ Cette datation doit être affinée, après les découvertes des grottes Cosquer et Chauvet richement ornées et antérieures au Solutrén.

³² C'est le cas par exemple des animaux vus de profil alors que leurs cornes sont dessinées comme si elles étaient vues de face ou de trois-quart. Ultérieurement, à l'époque post-glaciaire, on a ce que les préhistoriens appellent la "perspective étalée" où tous les éléments sont peu ou prou rabattus sur un même plan. Il reste à analyser cela de près, et en particulier le vocabulaire : est-il correct de parler de perspective, comme s'il y avait une mise en espace des objets dessinés ?

aboutir, comme le dit Leroi-Gourhan, au "géométrie pur"³³. La figure XXVII³⁴ présente quelques signes géométriques pariétaux ; les grottes dont il s'agit sont datées grosso modo de -18000 à -10000, avec des incertitudes considérables³⁵ ; dans une même grotte, on pourrait avoir affaire à des œuvres distantes de milliers d'années !

Les aspects géométriques que je retiens dans les signes pariétaux³⁶ sont les suivants : fréquente organisation symétrique des figures, domination des segments de droites et de l'angle droit, et découverte du rectangle, non plus simplement comme forme extérieure — forme extérieure des outils lithiques —, mais comme figure que l'on peut paver avec des figures analogues ; cette découverte fondera, beaucoup plus tard selon toute vraisemblance, la mesure des surfaces. Je crois qu'elle est due à l'aptitude intellectuelle de décomposition idéale d'un objet acquise lors de l'utilisation de la technique Levallois et de ses suites.

3 - Les formes géométriques porteuses de symboles : l'exemple des aborigènes australiens.

Le cas des aborigènes australiens est très intéressant, à condition d'admettre, comme je le ferais ici sans discuter, que leur mode de vie de "chasseurs-cueilleurs" peut nous renseigner avec exactitude sur le mode de vie et le mode de pensée de nos ancêtres du paléolithique supérieur.

En premier lieu, leurs outils ressemblent à ceux du début du paléolithique supérieur européen en ce que leur "géométrie" est relativement pauvre : pointes de javelots symétriques, et javelots droits redressés à chaud, leur rectitude étant estimée à l'oeil comme je l'ai décrit plus haut. En second lieu, leurs rituels sont des gros consommateurs de formes géométriques variées en nombre et en combinaisons, infiniment plus riches que celles qui découleraient de leurs besoins techniques au sens que nous donnons actuellement à ce mot, formes qui n'ont donc pour eux aucune utilité autre que rituelle.

Ce qui doit être bien compris ici, c'est que les symboles, dans la pensée primitive, n'ont pas du tout la même fonction que dans la pensée contemporaine ; les symboles primitifs sont tout à la fois l'essence de la chose et la chose elle-même. Je l'ai déjà dit plus haut, et il faut le répéter encore : on ne conçoit pas le symbole comme séparé de l'être réel, la pensée comme séparée de l'action, un monde naturel comme séparé d'un monde surnaturel. Du même

³³ (Leroi-Gourhan 1992)

³⁴ Id.

³⁵ "La cause est entendue. Les archéologues préhistoriens n'ont pas de critères chronologiques valables pour dater les œuvres d'art. Hormis de très rares cas (d'autant plus précieux) de datations absolues, il faut recourir aux méthodes des historiens d'art, admettre une valeur esthétique justiciable d'écoles d'art, sans valeur chronologique rigoureuse." (Nougier 1993 p.117)

³⁶ Le rapprochement avec les primitifs actuels montre que toute tentative d'interprétation des ces signes est vouée à l'échec. Les Bambaras d'Afrique utilisent par exemple une figure (fig.XXVIII) très analogue aux fameux rectangles de Lascaux ; sa signification réelle est celle d'un mythe d'une extrême complexité strictement impossible à deviner d'après le seul aspect du dessin. (Dieterlen 1988 p.155)

coup, il est impensable de différencier mythe et science, et l'action rituelle est tout aussi pratique, tout aussi vitale même, que la fabrication des armes de chasse pour nourrir la communauté.

Les dessins que je montre ici (fig.XXIX et XXX) sont appelés "guruwari" par le peuple Walbiri ; représentés sur le corps des danseurs, gravés sur la pierre ou sur des planches, peints sur des boucliers cérémoniels, dessinés sur la terre avec du duvet rouge et blanc, ils *sont* les ancêtres et le pouvoir des ancêtres qui ont créé le monde. Comme tels, ils sont la propriété de groupes déterminés de la tribu et il n'y a pas pire affront envers quelqu'un que de lui voler son motif, ou de l'utiliser sans son accord. Le contact physique avec les dessins assure un contact réel avec les ancêtres, et le danseur au corps peint est l'ancêtre qui recrée effectivement le monde. Une fois exécuté et utilisé dans un rituel, le dessin peut être jeté au rebut — cas des dessins sur écorce —, détruit — cas des dessins sur le corps —, ou recouvert — cas des peintures pariétales³⁷.

La manipulation des symboles est donc la manipulation du monde ; mais dans cet immense réseau fluide de correspondances qu'est le mythe primitif, dans la conception primitive du monde où le symbole lui-même est variable, il serait contradictoire de rechercher un lien biunivoque *fixe* entre le symbole et la chose symbolisée, d'autant plus qu'il peut figurer un concept abstrait aussi bien que la trace réelle d'une chose sur le sol : "Les cercles figurent aussi bien des arbres, des fruits divers, des camps, des sites, des étoiles etc...les lignes droites, outre la pluie, peuvent désigner des gens couchés, des lances, des bâtons à fouir ou des itinéraires"³⁸. Les figures elles-mêmes n'échappent pas à ce flou, lorsque par exemple les cercles concentriques ou les spirales sont pris indifféremment l'un pour l'autre, phénomène également constaté en Afrique noire. C'est pourquoi les tentatives d'interprétation des symboles géométriques nombreux dans les grottes ornées de la préhistoire européenne, comme nous l'avons vu plus haut, sont d'avance vouées à n'être que des affabulations ; la seule chose certaine, et c'est déjà beaucoup, c'est que les figures géométriques de base sont les symboles privilégiés de la conscience mythique et de l'action rituelle.

Le trait saillant du paléolithique supérieur est la représentation sur une surface, donc en dimension deux.

Il en découle, d'un point de vue géométrique, deux aspects contradictoires :

– d'un côté, la forme vide peut être remplie ou fractionnée sans être détruite, contrairement au cas de la sculpture ; un rond peut être rempli de ronds, concentriques ou non, un rectangle partagé en rectangles. Le galet transformé en outil ou en plusieurs outils était seulement idéalement vu comme un ensemble de sous-objets ; il ne restait plus rien du galet après le travail. Dans le dessin au contraire, le tout et la partie coexistent après le travail graphique, ce qui facilite et accélère sans aucun doute l'aptitude à l'analyse des figures, ainsi que l'aptitude à

³⁷ L'œuvre d'art au sens actuel acquiert une existence sociale après sa fabrication, à partir du vernissage. Les œuvres primitives au contraire trouvent leur justification sociale pendant leur fabrication qui est un rituel, et sont mises au rebut ou détruites une fois celle-ci accomplie. On pourra consulter là dessus l'excellent (Caruana 1994)

³⁸ (Glowczewski 1991 p.304)

leur décomposition et inversement à leur composition dans des symétries de plus en plus raffinées. On constate que le rond est devenu cercle avec un centre et peut-être un rayon, les pavages rectangulaires sont fréquents de même que les lignes parallèles.

– de l'autre, les formes sont essentiellement là comme symboles pour l'action et non pour fabriquer une ressemblance. De là une indifférence de principe pour nos problèmes de perspective et de similitude, indifférence qui se poursuit jusque tard dans le néolithique.

La représentation est véritable création de doubles, qui se résolvent pour une part en formes géométriques simples utilisées pour le rituel, usage qui présente lui aussi, quant à ses effets, un double caractère :

– d'un côté, il grave dans l'esprit de tous les formes de base et en fait des objets universels. Ainsi les enfants Walbiri "doivent retenir en relation à chaque Rêve³⁹...des centaines de vers, des dizaines de motifs à peindre sur le corps ou les objets rituels, ainsi que des figures de danses sans connaître au départ le sens de ce qu'ils traduisent. Par cette assiduité rituelle, un homme ou une femme approchant la quarantaine devrait être à même de déchiffrer...les diverses associations symboliques."⁴⁰

– de l'autre, si les formes géométriques sont ainsi mises à l'honneur, leur développement est entravé par le fatras des mythes dont elles sont le support, car la création de figures nouvelles n'a de sens qu'associée à un "Rêve" nouveau, pour reprendre l'exemple des Walbiri, rêve qui doit être approuvé après de longues négociations par l'ensemble de la communauté, et même des "négociations inter-claniques qui peuvent durer des années"⁴¹.

IV – Néolithique, premiers agriculteurs-éleveurs : premiers pas vers la spéculation géométrique pure.

La pensée mythique fait, au néolithique, un pas en avant décisif qui, d'une certaine façon, prépare la révolution philosophique à venir : contrairement à l'époque précédente, le symbole n'est plus simplement la représentation immédiate de la chose, manipulable comme la chose elle-même, mais il acquiert une certaine autonomie dans un monde "invisible". Il peut avoir une vie propre, quelque fois explicitement associée à la vie souterraine de la semence avant l'éclosion de la plante. Lorsque les symboles sont des figures géométriques, cette vie propre s'exprime par des transformations de figures qui donnent lieu à des rituels tâtilons de constructions, et qui préfigurent les constructions de l'Inde védique et les spéculations platoniciennes du "Timée".

Un autre pas en avant décisif de la période est, semble-t-il, la découverte des points cardinaux formant comme une croix qui reflète le mouvement apparent

³⁹ Il est très difficile de définir ce qu'est un "rêve", tout à la fois ordre général du monde, période de la création, actes et traces des ancêtres créateurs ; il s'agit d'un concept global qui relie en un même tout les vivants et les morts, le passé et le présent, la création et la recréation.

⁴⁰ (Glowczewski 1991 p.69)

⁴¹ Id. p.34.

du soleil. C'est peut-être de là que vient l'association très fréquente de la terre et du carré. En tout cas la terre ou l'univers entier, c'est loin d'être toujours clair, acquièrent une forme, et par là deviennent finis et *mesurables*. Dans des mythes aussi éloignés dans le temps et dans l'espace que les mythes dogon et maya, on voit des ancêtres prendre possession du monde en le parcourant et, du même coup, en le mesurant. La mesure est également un élément déterminant du mythe védique, comme en témoigne par exemple cet étrange et beau passage qui joue sur l'analogie entre le mètre poétique et la mesure des grandeurs :

"Déposant ici bas leurs traces secrètes, les poètes ont consacré
Le Ciel et la Terre pour la domination : ils ont avec leurs mesures
Mesuré ces deux vastes mondes, ils les ont contenus, ils les ont séparés,
Ces deux grands corps conjoints, pour qu'ils se tiennent stables."⁴²

Voici deux exemples africains de figures mises en mouvement pour refléter des mythes de création. Dans une société d'initiation bambara l'éducateur trace des dessins successifs (fig.XXXI)⁴³ : le premier tableau est celui de l'univers seul, de forme un peu ovale ; la spirale centrale est le tourbillon initial qui, dans le néant originel, a donné naissance aux signes. C'est un processus très compliqué et qui connaît de nombreuses variantes, comme toujours dans les mythes, mais qui tourne autour d'une idée centrale : le vide originel (baptisé esprit de dieu) tourbillonne et s'arrondit en boule, puis, selon les ethnologues, il "trace enfin les limites de l'univers en tournant aux confins de sa pensée qui, de ronde, s'étire en carré"⁴⁴. D'une certaine façon la création est donc associée à la transformation du rond —les cercles concentriques, la spirale du mouvement vital, la gestation encore mystérieuse— en carré —le mesurable, l'orienté, le compréhensible—. Bien sûr la quadrature du rond se fait ici sans aucune recherche de rigueur. Le deuxième et le troisième tableau marquent la domination progressive du droit et de l'angle droit. Dans le deuxième, l'espace seul est au centre, avec les spirales créatrices, séparé de ce qui semble être le ciel, en haut, et la terre, en bas. Le troisième est principalement constitué des sept ciels et des sept terres rectangulaires.

Un autre exemple, chez les Dogons cette fois-ci, est celui de la transformation des deux carrés de la création, induits par le mouvement apparent du soleil — le carré nord-est-sud-ouest et le carré nord ouest-nord est-sud est-sud ouest, respectivement appelés par les Dogons "angles quatre" et "côtés quatre" — en tortue, parce que la tortue était une des représentations du monde : la carapace supérieure est le ciel, l'inférieure la terre. Et voici la "construction" (fig.XXXII)⁴⁵ : le triangle de la tortue restant étalé, "Amma (l'être créateur) posa dessus...le triangle plié en deux du soleil levant puis le triangle plié en quatre du soleil de midi, enfin le triangle plié en deux du soleil couchant."⁴⁶. Ce serait du

42 (Varenne 1967a p.115)

43 Figures extraites de (Dieterlen and Cisse 1972)

44 (De Ganay and Zahan 1978 p.154)

45 Figure extraite de (Griaule and Dieterlen 1991)

46 Id. p.197.

pédantisme grotesque que de s'amuser à relever les incohérences géométriques ou même astronomiques ; ce qui est important ici, c'est uniquement l'association de la création du monde et du mouvement de figures, par décompositions, recompositions et transformations.

Grâce au symbolisme *spéculatif* des premiers agriculteurs, par opposition au symbolisme *primaire* des chasseurs-cueilleurs, on se transporte pour un temps, comme nous venons de le voir, dans un monde abstrait de manipulations formelles diverses qui font avancer la connaissance des figures. Mais il ne peut encore être question d'aller jusqu'au bout, c'est à dire de "lâcher" le monde réel, ou supposé tel, pour ne s'intéresser qu'à la figure abstraite. Le mythe est la seule motivation : le "prêtre" dogon ne décompose pas les carrés en triangles pour en découvrir des propriétés, comme par exemple que le "côté quatre" a une aire double de "l'angle quatre", mais parce qu'il faut à tout prix assurer une cohérence formelle entre les carrés de la création et l'image de la tortue.

Conclusion : j'ai voulu montrer à l'aide de quelques exemples comment l'humanité préhistorique a lentement ébauché les figures de base de la géométrie élémentaire, puis les a analysées et mises en mouvement. Tout se passe comme si, grâce à un immense travail de deux millions d'années, de la sculpture des outils lithiques à l'usage mythique rituel des formes simples, celles-ci s'étaient génétiquement incrustées dans le cerveau humain comme des objets de pensée évidents : préalable indispensable à toute géométrie spéculative de type euclidien. Un rôle capital dans ce processus doit être attribué, me semble-t-il, aux mythes et rituels primitifs en tant que volonté humaine grandiose de comprendre et de recréer le monde. Dans la pensée primitive, il n'y a pas de différence entre cette géométrie-là, dont la forme la plus achevée est celle des Sulbasutras, et la géométrie pratique que l'on peut trouver chez les Egyptiens, les Babyloniens et les Chinois de l'antiquité. Les deux sont en effet "mondaines", je veux dire par là motivées par l'action réelle ou supposée telle.

Le scalpel de la philosophie grecque coupera le cordon ombilical qui reliait encore la géométrie au monde, le monde comme conception globale (le mythe) aussi bien que le monde comme objet d'action quotidienne (la pratique), pour donner naissance à un chef-d'œuvre impérissable : les *Eléments* d'Euclide.

-oOo-

Références bibliographiques.

- Anati, Emmanuel. 1989. *L'origine de l'art et la formation de l'esprit humain*. Paris: Albin Michel.
- Archimède. 1970. *Œuvres, Tome IV : Commentaires d'Eutocius et fragments*. Trad. Charles Mugler. Paris: Les Belles Lettres.
- Ascher, Marcia. 1991. *Ethnomathematics. A Multicultural View of Mathematical Ideas*. Pacific Grove: Brooks and Cole Publishing Company.
- Bordes, François. 1988. *Typologie du paléolithique ancien et moyen*. 5^e ed. Paris: Presses du CNRS.
- Caruana, Wally. 1994. *L'art des aborigènes d'Australie*. Trad. Luc Bessière. Londres: Thames & Hudson.
- De Ganay, S., et D. Zahan. 1978. *Un enseignement donné par le Komo*. In *Systèmes de signes*. Paris: Hermann.
- Demars, P.Y., et P. Laurent. 1989. *Types d'outils lithiques du paléolithique supérieur européen*. Paris: Editions du CNRS.
- Dieterlen, Germaine. 1988. *Essai sur la religion bambara*. 2^e ed. Bruxelles: Edition de l'université de Bruxelles.
- Dieterlen, Germaine, et Y. Cisse. 1972. *Les fondements de la société initiatique du Komo*. Paris: Mouton.
- Euclide. 1990. *Les Eléments. Volume 1. Introduction générale, livres I à IV*. Trad. Bernard Vitrac. Paris: PUF.
- Glowczewski, Barbara. 1991. *Du rêve à la loi chez les aborigènes*. Paris: PUF.
- Griaule, Marcel, et Germaine Dieterlen. 1991. *Le renard pâle*. 2^e ed. Paris: Institut d'ethnologie.
- Jelinek, Jan. 1978. *Encyclopédie illustrée de l'homme préhistorique*. Trad. Cathaly. 4^e ed. Paris: Gründ.
- Keller, Olivier. 1995. "Préhistoire de la géométrie. Premiers éléments d'enquête, premières conclusions." *Sciences et Techniques en Perspective* 33:1-80.
- Koslowski, Janusz. 1992. *L'art de la préhistoire en Europe orientale*. Paris: Editions du CNRS.
- Leroi-Gourhan, André. 1964. *Le geste et la parole. Technique et langage*. Paris: Albin Michel.
- Leroi-Gourhan, André. 1992. *L'art pariétal, langage de la préhistoire*. Paris: Jérôme Millon.
- Nougier, Louis-René. 1993. *L'art de la préhistoire*. Paris: Le Livre de Poche.

- Piel-Desruisseaux, J.L. 1990. *Outils préhistoriques. Forme, fabrication, utilisation.* Paris: Masson.
- Platon. 1969. *Timée.* In *Sophiste, Politique, Philèbe, Timée, Critias.* Paris: Garnier-Flammarion.
- Sen, S.N., et A.K. Bag. 1983. *The Sulbasutras of Baudhayana, Apastamba, Katyayana and Manava.* New Dehli: Indian National Science Academy.
- Varenne, Jean. 1967a. *Le Veda.* Textes réunis, traduits et présentés sous la direction de Jean Varenne. Paris: Les Deux Océans.
- Varenne, Jean. 1967b. *Mythes et légendes extraits des Brahmanas.* Trad. J. Varenne. Paris: Gallimard.
- Vitruve. 1986. *Les dix livres d'architecture.* Trad. Claude Perrault. Paris: Errance.

-oOo-

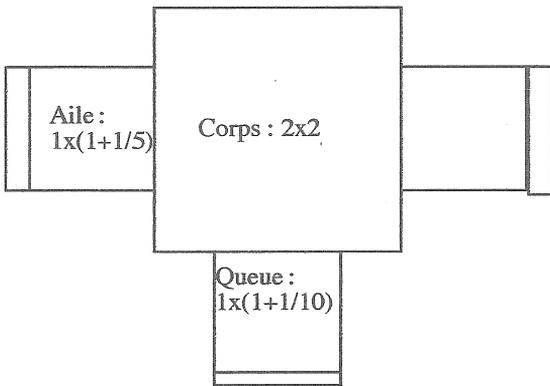


Fig. I : Autel védique en forme d'oiseau.

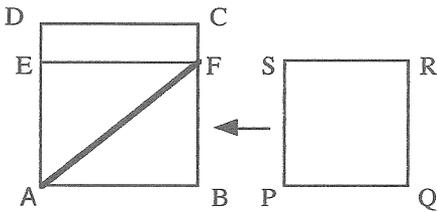
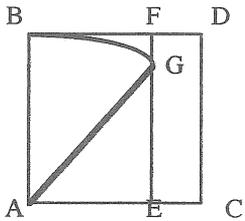


Fig. II : addition des carrés ABCD et PQRS : SPQR est translaté en EABF, et AF est le côté du carré égal à la somme des deux carrés de départ.



Soustraction du carré ABCD et du carré de côté AE : $AB^2 - AE^2 = AG^2 - AE^2 = GE^2$. GE est donc le côté du carré cherché.

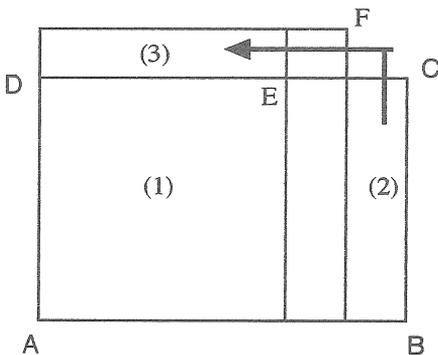
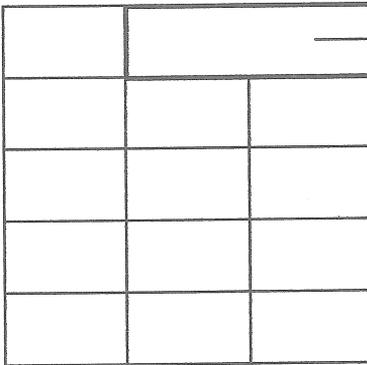


Fig.III : Transformer le rectangle ABCD en carré : on construit le carré (1) de côté AD, puis on divise EC en deux parties égales. Le rectangle (2) est transféré en (3) : le rectangle initial est devenu un "gnomon", c'est à dire la différence entre le carré de diagonale AF et le carré de diagonale EF. Cette différence est exécutée par la méthode de la fig.II.



Carré C_1 de côté un purusa carré, divisé en 15 rectangles égaux.



Carré C_2 d'aire $2/15 p^2$.

Fig.IV : construction du "nouveau purusa", qui est le côté du carré $C_1 + C_2$. Cette somme est effectuée par la méthode de la figure II.

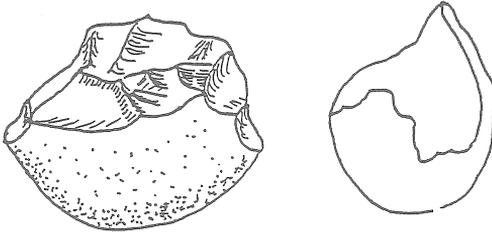


Fig.V : Chopper.

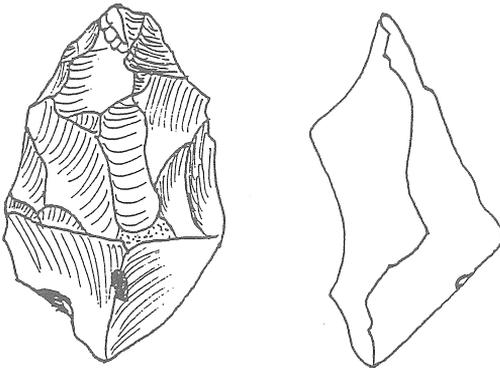


Fig.VI : Biface abbevillien.

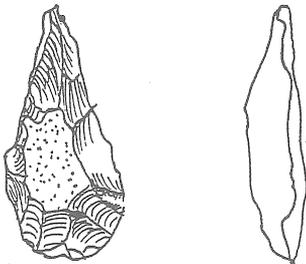


Fig.VII : Ficron

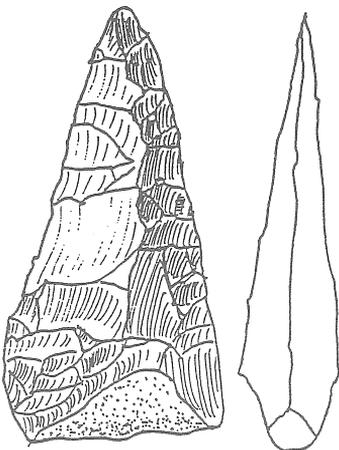


Fig.VIII : Biface lanceolé.

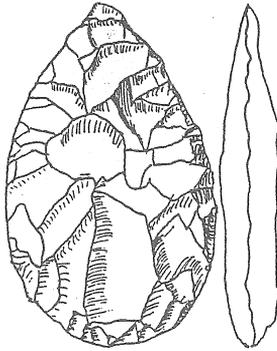


Fig. IX : Biface ovulaire.

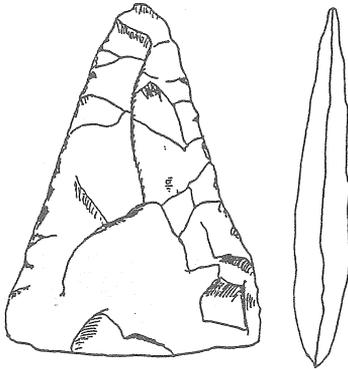


Fig. X : Biface triangulaire.

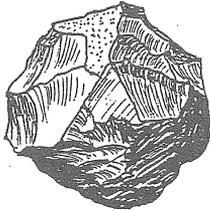


Fig. XI : Boule polyédrique.

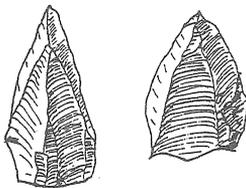


Fig. XII : Pointes Levallois.

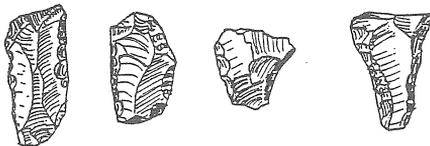


Fig. XIII : Racloirs.

Double droit. Double droit-convexe. Double droit-concave. Double bi-concave.

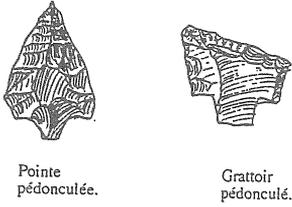


Fig. XIV : Outils moustériens.

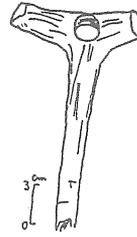


Fig. XVI : Bâton percé.

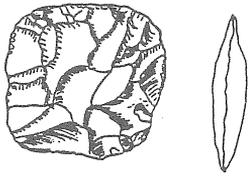


Fig. XV : Biface carré.

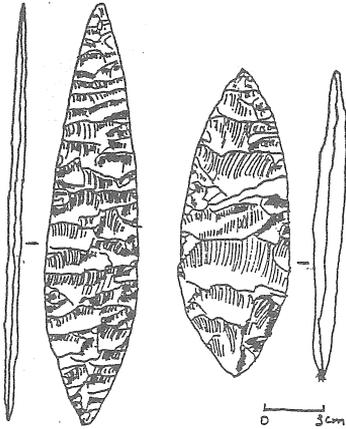


Fig. XVII : Feuille solutréenne.

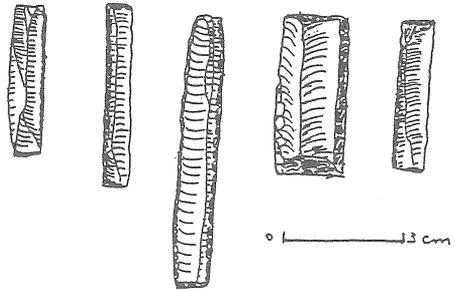
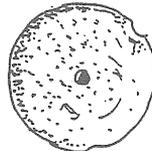


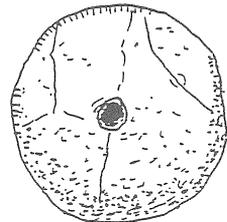
Fig. XVIII : Rectangles.



Fig. XIX : Microlithes géométriques.



Disque en pierre.



Disque en os, percé au milieu.

Fig. XX : Disques pavloviens.

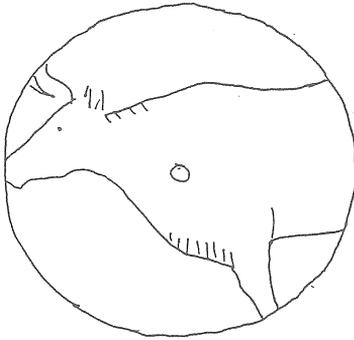


Fig. XXI : Rondelle magdalénienne.

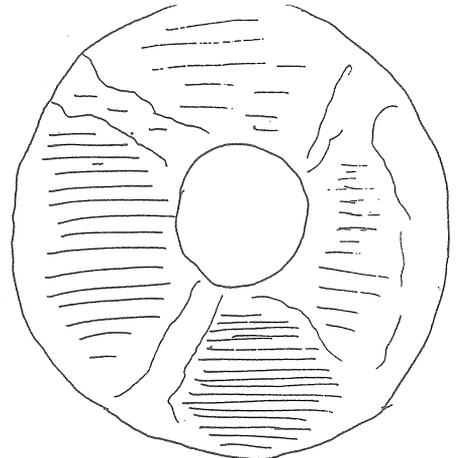


Fig. XXII : Rondelle plate pavlovienne.

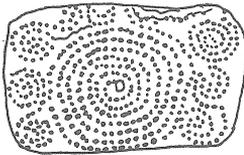


Fig. XXIII : Plaquette d'ivoire.

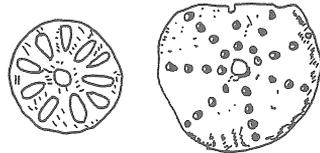


Fig. XXIV : Rondelles de Sungir.

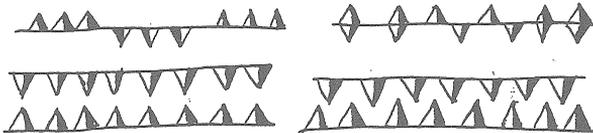


Fig. XXV : Motifs kostienkiens.

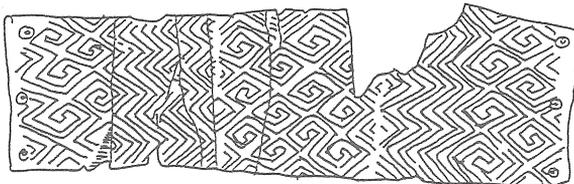
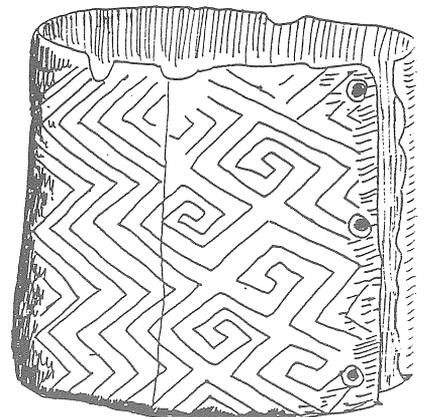


Fig. XXVI : Le bracelet de Mézine.



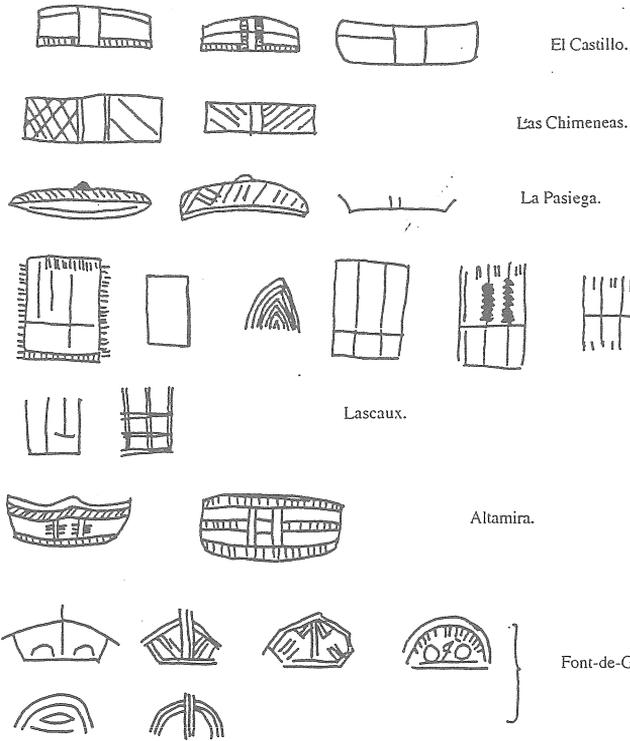


Fig. XXVII : Signes géométriques pariétaux.

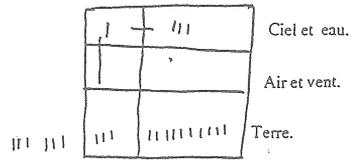


Fig. XXVIII : Rectangle mythique bambara.

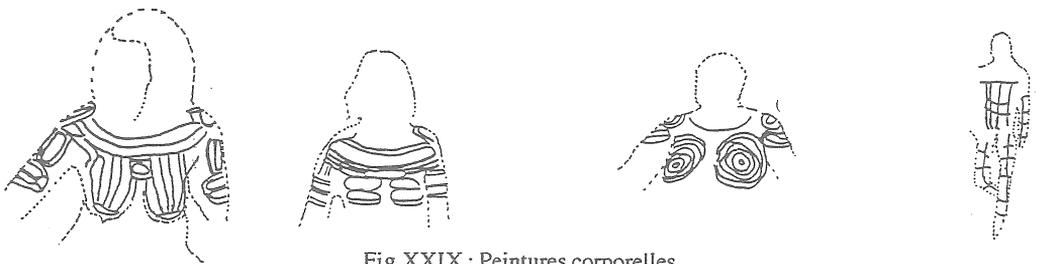


Fig. XXIX : Peintures corporelles Walbiri.

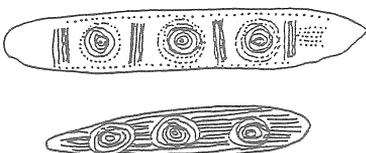


Fig. XXX : Churinga couvert de motifs.

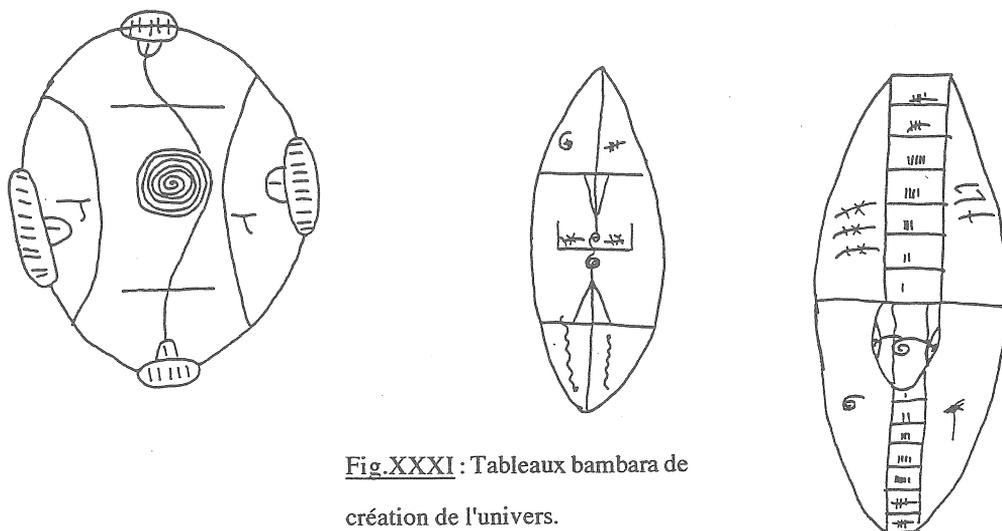


Fig. XXXI : Tableaux bambara de création de l'univers.

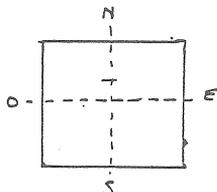


Figure dite "côtés quatre".

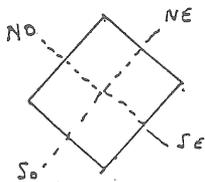
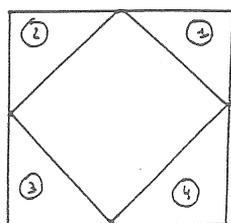


Figure dite "angles quatre".



- 1 : Triangle de la tortue.
- 2 : Triangle du soleil couchant.
- 3 : Soleil de midi 4 : Soleil levant.



La tortue.

Fig. XXXII : Construction de la tortue.