MATHÉMATIQUES DANS LA VIE QUOTIDIENNE DE PAYSANS CHILIENS : STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DE PROPORTIONNALITÉ[1]

Isabel SOTO[2]

1. Problème

A l'origine de la problématique où nous avons situé cette étude, il y avait fondamentalement trois idées.

- la constatation, établie par quelques chercheurs et par nos propres observations sur le terrain [au Chili], que les paysans adultes, peu ou pas scolarisés, et les enfants travailleurs, ont une **pratique mathématique quotidienne**, mais assez méconnue.
- une **remise en question de la conception des mathématiques enseignées comme une science achevée** avec des caractéristiques propres et incontestables.
- le besoin de regarder ce qui se passe en dehors de l'école, en ce qui concerne les pratiques spontanées des mathématiques, pour mieux comprendre ce qui se passe dans l'école au niveau des apprentissages en mathématiques.

Le problème de notre recherche s'inscrit dans le cadre général de l'enseignement des mathématiques, et, en particulier, de leur enseignement aux adolescents et aux adultes des secteurs populaires paysans qui demeurent en dehors du système scolaire formel.

Lorsqu'on veut approcher ce problème, on doit tenir compte du fait que les adultes ont besoin des mathématiques pour réaliser leurs travaux et, d'une manière plus générale, pour comprendre la réalité sociale, économique et politique.

Pour aboutir à certaines lignes de didactique des mathématiques pour les paysans, il nous semble fondamental de connaître d'abord quelles sont les mathématiques qu'ils font, le contexte où ils envisagent des problèmes mathématiques et comment ils les résolvent.

Dans cette étude avons essayé d'explorer le champ du savoir mathématique développé en dehors ou d'une manière plus ou moins indépendante de l'expérience scolaire formelle, c'est-à-dire lié à l'apprentissage quotidien du travail.

2. Objectif de cette recherche

Nous nous sommes donc proposé d'approcher la pratique quotidienne et spontanée des paysans adultes dans le but de

---

1 Nous présentons ici une partie d'une recherche plus large mené par l'auteurs dans le cadre de son programme de doctorat - chez Nicolas Rouche et Jean-Marie De Ketele, à l'UCL.

2 L'auteur est chercheur du Centre de Recherche et Développement de l'Education (CIDE) au Chili.

- décrire les pratiques des mathématiques des paysans chiliens.
- analyser tant les problèmes mathématiques qu'ils rencontrent que les procédures de résolution des problèmes et des opérations arithmétiques qu'ils utilisent,

à partir de l'observation de leurs activités de travail quotidien et d'interviews approfondies

3. La démarche sur le terrain

Le processus de récolte d'information s'est déroulé en deux étapes :

- la première étape était centrée sur
  - la constitution de l'échantillon
    * 12 hommes - 6 femmes
    * âgés d'entre 28 et 59 ans
    * 15 ayant moins de 4 ans de scolarité, dont 5 analphabètes
  - et l'observation directe de leurs travaux

- la deuxième étape : interviews

nous avons interviewé chacun des **18 sujets, entre 2 et 5 fois, réalisant un total de 64 heures d'enregistrement** (plus de 1.000 pages transcrites).

4. Les trois thèmes analysés

A partir de l'ensemble de l'information analysée, nous avons repris, en suivant les critères de fiabilité, toutes les situations visant

- la **proportionnalité**,
- celles où les sujets résolvaient des **opérations arithmétiques**
- et celles où ils réalisaient des **estimations des surfaces des terrains**.

Nous allons présenter par la suite, un peu plus en détail, nos analyses et trouvailles par rapport aux problèmes de proportionnalité

5. Proportionnalité

Lorsque, même d'une manière rapide et sommaire, on passe en revue les problèmes ou situations mathématiques - attachés généralement aux mathématiques élémentaires - que nous trouvons quotidiennement dans notre vie professionnelle, familiale, politique ou sociale, on constate que le concept de proportionnalité joue un rôle fondamental, "ses applications sont innombrables et présentes dans tous les secteurs d'activité humaine". [Dupuis et Pluvinage, 1981, p.167].

L'apprentissage scolaire de ce concept a changé plusieurs fois, passant de la "règle de trois" des "mathématiques traditionnelles" aux fonctions linéaires des "mathématiques modernes", puis aux tableaux de proportionnalité des "mathématiques concrètes" [Dupuis et Pluvinage, 1981, p.167]. D'autre part, il n'est pas certain que l'apprentissage du concept de proportionnalité et de ses applications soit efficace dans la population scolaire.

5.1. Description de la méthodologie d'analyse

Pour l'analyse des problèmes de proportionnalité, nous avons considéré les situations proposées et résolues par quatre sujets :

Manuel, 59 ans, sans scolarité, analphabète;

Luis, 53 ans, études jusqu'à la 2ème.primaire, lit et écrit;

Joel, 56 ans, études jusqu'à la 6ème.primaire, lit et écrit avec difficulté;
Nelson, 49 ans, études jusqu'à la 4ème.primaire, lit et écrit avec difficulté.

Pour analyser l'ensemble de problèmes de proportionnalité résolus par les sujets, nous avons mis à point, à partir de l'analyse de bout à bout d'un des cas, un modèle comprenant les pas suivants :

A.- Analyse d'un cas

1 **rédaction de l'énoncé du problème** : tel qu'il a été énoncé par le sujet, contenant les données explicitées par le sujet.;

2 **identification de la procédure de résolution utilisée par le sujet** : transcription de la procédure orale en respectant sa chronologie et l'orientation des opérations;

3 **réalisation du schéma de la procédure** : chaque procédure a été évaluée sous la forme d'un schéma où on indique
- les éventuelles **décompositions du problème en sous-problèmes**,
- **les résultats intermédiaires**,
- la **direction de la procédure** et
- **le résultat final.**

Nous avons créé un instrument - les schémas à flèches, que nous verrons tout de suite - qui permettent non seulement de **dégager et de "visualiser"** les procédures, mais aussi de **les analyser du point de vue des rapport** utilisés par le sujets au cours du processus de résolution. Ce sont ces schémas qui nous ont permis d'**observer les passages d'un domaine de grandeurs à un autre domaine de grandeurs** et l'isomorphisme de leurs structures. ;

4 **mise en relation des situations du même type** : après avoir analysé toutes les situation, chez un sujet, nous avons mis en relation les situations du même type, afin d'établir tant les points communs que les différences
ou particularités par rapport aux procédures, aux opérateurs, au type de décomposition du problème, aux rapports établis et utilisés.

Nous avons pu identifier **quatre types de problèmes de proportions** [situations du type S_1, S_2, S_3, et S_4].

B.- Analyse globale

Finalement, suite à un processus semblable sur chaque sujet, nous avons fait l'**analyse globale** comprenant **tous les cas et toutes les situations.**

5.2. Description des différents types de situations-problèmes

S 1 <u>Problèmes de changement d'unités</u>.Exemple d'une telle situation :
calculer le poids en kilos de 50 quintaux, sachant implicitement qu'un quintal fait 100 kg.

S 2 <u>Problèmes simples sur des grandeurs de deux sortes</u>. Ce sont des situations où il s'agit de calculer -à partir de la valeur d'une unité ou d'une quantité différente de l'unité- soit le prix d'une quantité d'un produit, soit le rendement d'une surface déterminée de terrain, etc. Par problème simple nous entendons un problème dont l'énoncé ne comporte pas de sous-problèmes. Par exemple, calculer le coût de 3 sacs d'engrais, si un sac coûte $6.764.

S 3 Problèmes composés sur des grandeurs de deux ou trois sortes. Il s'agit de problèmes variés de calculs de prix, de rendement de la production, de paiement de la main d'oeuvre, etc. Par problème composé nous entendons un problème dont l'énoncé comporte implicitement ou explicitement un sous-problème. Par exemple :
calculer le coût de la moisson de 1 1/2 ha de maïs, étant donné que pour 1 ha on paye 2 1/2 quintaux et que le prix pour 1 quintal est $4.500.

S 4 Problèmes de calcul de pourcentage. Il s'agit soit du calcul direct d'un pourcentage d'un nombre (15% de $624, par exemple), soit du calcul d'un prix final, étant donné tant le pourcentage à ajouter au prix brut que le prix brut (par exemple, calcul d'un prix "TVA comprise" à partir du prix hors TVA).

5.3. Analyse détaillée

5.3.1 Situations de changement d'unité (S1)

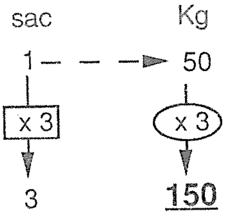
Première constatation, on observe deux procédures : l'une **sans décomposition du problème**, et une autre où **les sujets décomposent le problème en sous-problèmes**.

Exemple sans décomposition du problème :

Manuel

Problème : calculer le poids en kilos de 3 sacs, sachant implicitement que 1 sac fait 50 kg

Schéma de la Procédure[3] :



Manuel établit un **rapport interne** (entre les sacs), puis il applique ce rapport comme un opérateur sur les kilos. On observe donc ici la **conservation des rapports internes** dans le passage d'une unité à une autre.

3 Significations des symboles utilisés dans ce schéma et les suivants :
: relation entre les données
: direction de la procédure de traiter
: rapport établ
: opérateı
: addition

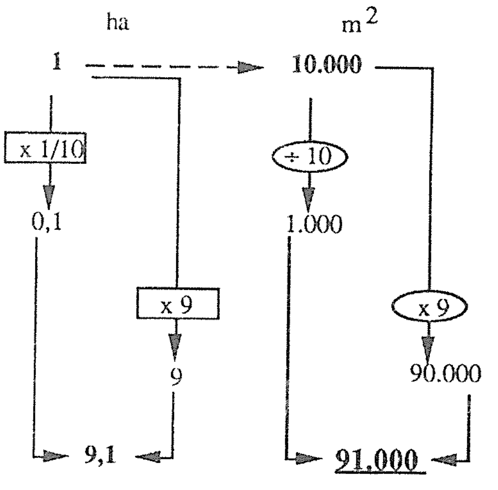
Il est à remarquer que dans ce cas il ne suit pas la procédure habituelle de changement d'unité, qui utilise le rapport externe (la nouvelle unité est 50 fois plus petite, donc le nouveau poids s'exprime par un nombre 50 fois plus grand). En termes d'opérations, il dit "3 fois 50" et non pas "50 fois 3".

Exemple avec décomposition :

Luis

Problème : calculer l'équivalent en mètres carrés de 9,1 ha, sachant implicitement que 1 ha fait 10.000 m^2

Schéma de la procédure :



Observons que les **rapports** que l'on peut établir entre les données sont, l'un **entier** (le rapport externe d'un hectare à un mètre carré : 10.000) et l'autre **non entier** (le rapport interne entre les aires: 9 et un dixième). **Luis** passe par des rapport internes et contourne la difficulté du rapport non entier 9 et un dixième en décomposant le problème.

La **procédure** utilisée peut se caractériser comme suit : on décompose le nombre dont on doit trouver l'équivalent dans la seconde unité (dans notre cas 9,1) pour établir des rapports internes simples; puis on compose la donnée. Ceci se passe dans la colonne de la première unité (les hectares). Ensuite, on utilise la même décomposition dans la colonne de l'autre unité (les mètres carrés) et on y applique les mêmes opérateurs et on compose la réponse finale du problème. On aperçoit nettement l'isomorphisme entre les deux colonnes.

Dans son premier calcul (d'un dixième d'hectare) **Luis** utilise un rapport non entier, mais qui est un sous-multiple de 10. Effectivement, la division par dix et ses multiples, ainsi que la multiplication, ne lui posent aucune difficulté. Puis le calcul des 9 ha restant se fait en utilisant le rapport entier 9. Remarquons que **Luis** utilise dans les sous-problèmes le diviseur 10 et le multiplicateur 9, ce qui est évidemment beaucoup plus simple que d'appliquer un opérateur tel que 9,1 directement.

D'autre part, bien qu'il aurait pu effectuer le calcul en utilisant le passage par le rapport externe (10.000), cela aurait peut-être affecté le **sens** du problème. Le passage par une proposition telle que "si j'ai 1 ha j'ai 10.000 mètres carrés, alors pour 9,1 hectares j'ai 10.000 fois...." fait problème. Qu'obtient-on? Des mètres carrés? Comment fais-je pour obtenir des mètres carrés lorsque j'agrandis 9,1 hectares 10.000 fois? Alors qu'un raisonnement du type "si j'ai 1 ha, j'ai 10.000 mètres carrés, alors, si j'ai 2 hectares (ou 9,1) hectares j'ai 2 (ou 9,1) fois plus de mètres carrés" semble être beaucoup plus proche de ce que l'on peut imaginer ou même voir naturellement dans le comportement des phénomènes.

Sur les 10 problèmes de changement d'unité que nous avons analysés [I. Soto, 1992], 8 ont été résolus en utilisant uniquement des rapports internes, et 2 (résolus par Manuel dans des cas où le rapport externe valait 100) sont passés par le rapport externe.

Ainsi, le plus souvent les rapport internes sont utilisés spontanément, même lorsque le rapport proposé dans les données est non entier. Le sens, la réalité du problème déterminent la procédure, même lorsque le rapport envisagé est difficile. Les difficultés opératoires sont contournées par des procédures variées de décomposition en sous-problèmes.

5.3.2. Problèmes simples sur des grandeurs de deux sortes (S2)

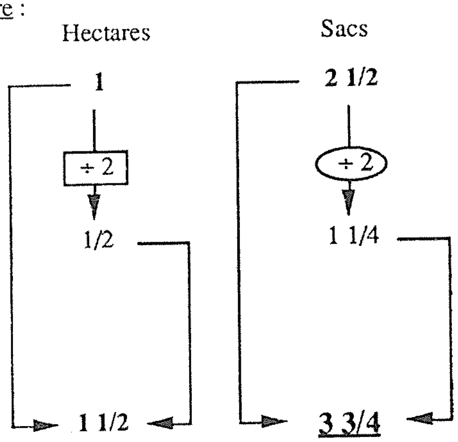
Les situations-problèmes du type S2 (en tout, 24 situations) proposées et résolues par les quatre sujets présentent, comme dans le cas de S1, deux types de procédures; celle où le sujet ne décompose pas le problème en sous-problèmes, et celle où il le décompose.

Les procédures sans décomposition sont quasiment identiques dans les problèmes des types S1 et S2. C'est pourquoi nous ne retenons ici que deux exemples avec décomposition. Voici un premier cas. Il s'agit d'un problème posé en termes de fractions.

Joel

<u>Problème</u> : calculer les sacs de semences nécessaires pour $1\frac{1}{2}$ hectare, si pour chaque hectare il faut avoir $2\frac{1}{2}$ sacs

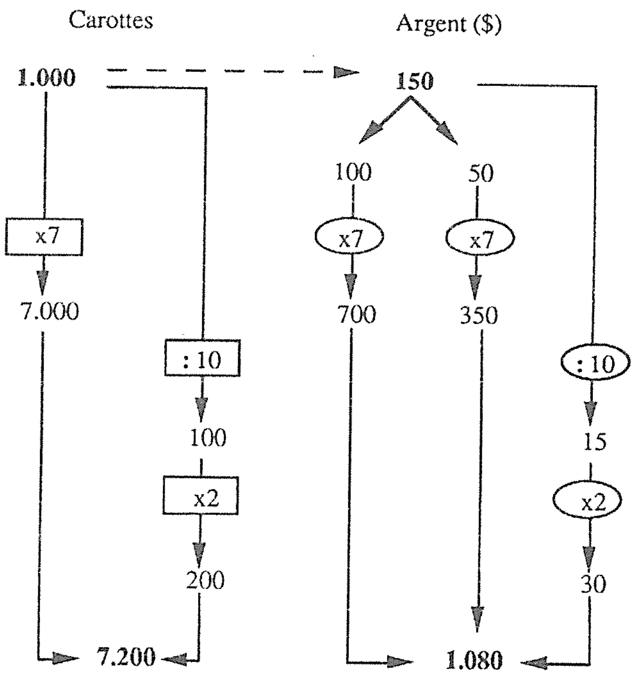
<u>Schéma de la procédure</u> :



Que l'on passe par le rapport interne ou par le rapport externe, on ne peut éviter des opérations avec des fractions. Joel choisit le passage par des rapports internes et utilise la décomposition naturelle de $1\frac{1}{2}$ en 1 et $\frac{1}{2}$, évitant ainsi la fraction $\frac{3}{2}$. L'addition finale est alors réalisée sans peine sur les parties entières, puis sur les parties fractionnaires $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$.

Voici une deuxième situation analogue à la précédente (rapports interne et externe non entiers) et qui fait voir une grande souplesse de procédure.

Manuel
Problème : calculer la valeur de la récolte de **7.200** carottes, si la récolte de **1.000** carottes coûte **$150**
Schéma de la procédure :



Dans ce cas, **Manuel** n'établit pas directement le rapport entre 1.000 et 7.200; il le contourne et procède comme on l'a déjà décrit (reconstitution de 7.200 à l'aide des rapports très simples établis à partir de 1.000). Mais il éprouve aussi, semble-t-il, des difficultés avec le produit de 150 et 7. Et il fait encore une décomposition du problème en calculant le prix de 7.000 carottes en supposant que le prix est $100 et puis $50 (c'est comme cela qu'il l'exprime). La décomposition des problèmes en sous-problèmes pour les simplifier atteint dans le cas présent un degré de souplesse étonnant. Il est frappant de constater la capacité de Manuel à mémoriser les résultats intermédiaires.

5.3.3. Problèmes composés sur des grandeurs de deux ou trois sortes (S3)

Dans ce type de situations, le schéma comporte trois colonnes, deux d'entre elles pouvant correspondre à une même sorte de grandeur. Un sous-problème consiste à mettre en relation les deux premières colonnes, le problème lui-même impliquant le passage de la deuxième à la troisième.

Nous constatons , comme dans les situations précédentes (S1 et S2), que le passage par des rapports internes est privilégié par les sujets, et qu'ils utilisent des procédures avec et sans décompositions (quoique pour ces dernières dans deux cas sur sept).

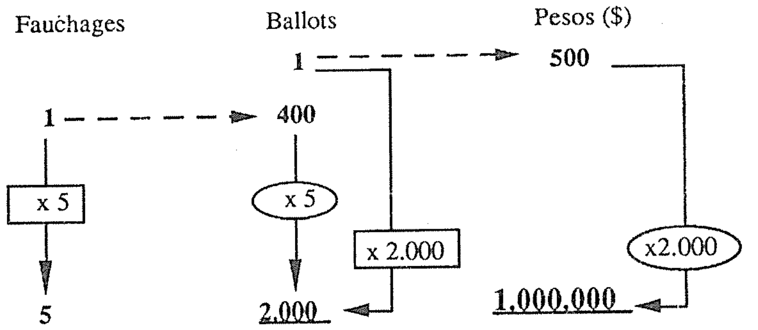
L'analyse détaillée nous a permis d'observer une grande souplesse des procédures. En effet, dans la majorité des cas, les sujets ont utilisé des procédures différentes lors du passage de la première à la deuxième colonne, et du passage de la deuxième à la troisième. Ils ont donc travaillé en réalisant des schémas de même structure dans la première et la deuxième et **ensuite** dans la deuxième et la troisième.

Voyons un problème où le sujet à procédé sans décomposition, mais néanmoins a utilisé deux procédures différentes.

Joel

Problème : Calculer les rentrées que l'on peut obtenir de la vente de fourrage, si on fauche 5 fois le même pré, sachant qu'à chaque fois on obtient 400 ballots, et que le prix d'un ballot est $500

Schéma de la procédure :



Joel appuie ses procédures sur la conservation des rapport internes et passe par un sous-problème correspondant aux deux premières colonnes. Il calcule d'abord la production totale, puis le prix total à partir de ce résultat. Il aurait pu calculer le prix d'un fauchage (à partir du prix d'un ballot) et puis le prix de 5 fauchages. Mais, s'il avait utilisé cette procédure, il aurait dû effectuer deux multiplication (500 x 400 et 2.000 x 5) et non une seule (500 x 2.000). D'autre part, la question à laquelle il voulait répondre - et qui n'apparaît pas dans le problème - c'était les rentrées de toute l'année, c'est-à-dire que, dans la réalité Joel n'était pas intéressé au prix de chaque fauchage. C'est peut-être aussi un élément qui détermine sa procédure.

Dans les situation résolues suivant des procédures de décomposition nous avons aussi observé - sauf pour un cas - l'utilisation de décompositions différentes, c'est-à-dire que les sujets ont utilisé une décomposition pour le passage de la première à la deuxième colonne, et une autre pour le passage de la deuxième à la troisième. On observe à nouveau que le choix des procédures est influencé par les difficultés opératoires, d'une part, et par la réalité, le sens du problème, d'autre part.

Voici maintenant une situation-problème illustrant cette analyse. Il s'agit d'un problème où le passage se fait entre domaines de grandeurs d'espèces différentes : de surfaces à poids, puis à l'argent.

Luis

Problème : Calculer le coût de la moisson de 1 1/2 hectare de maïs, étant donné que pour 1 hectare, on paie 2 1/2 quintaux et que le prix pour 1 quintal est \$4.500

Schéma de la procédure 1 (premier sous problème) :

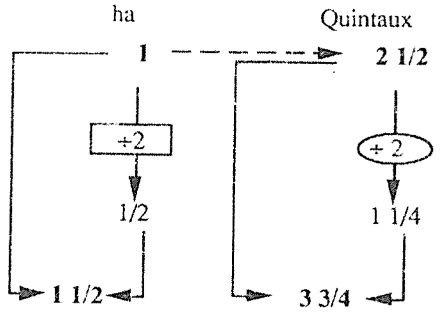
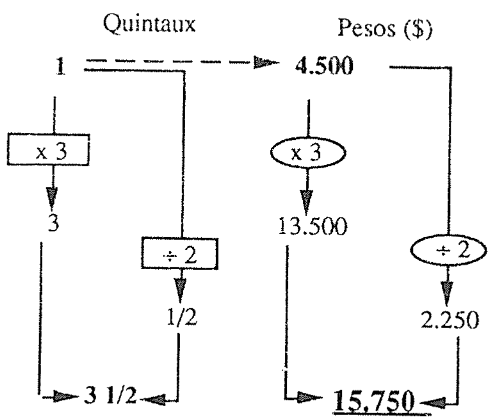


Schéma de la procédure 2 : (deuxième sous problème)



Signalons que dans la première partie (calcul du paiement en quintaux, Schéma 1) le rapport interne n'est pas entier (c'est $\frac{3}{2}$), et que **Luis** l'exprime comme $1 + \frac{1}{2}$. Le rapport externe n'est pas entier non plus (c'est $\frac{5}{2}$). On observe que **Luis** utilise le rapport interne et fait une décomposition qui suit l'interprétation naturelle : un sac plus un demi sac. Cette décomposition est la même qu'il avait déjà utilisée dans un problème antérieur.

Lorsque **Luis** arrive au calcul du paiement en argent ($), il ne prend pas comme point de départ le rapport interne entre $2\frac{1}{2}$ quintaux et $3\frac{3}{4}$. Il transforme d'abord cette solution en une solution réelle ("on ne paie pas le quart, c'est trop peu et en plus si le travailleur avait mangé chez moi..."), et il va prendre par la suite 3 quintaux et demis.

Ensuite **Luis** revient sur la relation initiale entre les données (1 quintal coûte $4.500, Schéma 2) et effectue le calcul à ce moment en établissant cette fois deux rapports successifs à l'unité. Ces rapport sont récupérés comme opérateurs dans l'ensemble d'arrivée et on peut observer la symétrie des structures dans les deux ensembles. Par contre, les trois colonnes ne sont pas du tout de même structure.

Nous pouvons déjà esquisser une conclusion : les paysans interviewés éprouvent quelques difficultés à l'égard de la notation formelle des fractions et dans les opérations formelles avec des fractions. Mais il font des "lectures" correctes des fractions et il créent des procédures opératoires adéquates. Par exemple, lorsque **Luis** divise $2\,\frac{1}{2}$ par 2; il divise d'abord l'entier 2 et puis la fraction $\frac{1}{2}$. Pour l'addition il fait de même : addition des entiers, puis addition des fractions. Chez d'autres sujets, nous avons observé cette même procédure d'exécution des opérations avec des fractions.

5.3.4. Problèmes de calcul de pourcentage

Il nous a parut intéressant d'observer dans les calculs de pourcentages, d'une part, comme ci-dessus la flexibilité des procédures et, d'autre part, l'expression de la notion de pourcentage. Etant donné qu'une des caractéristiques fondamentales de ce type de problème est la référence à une norme (à savoir 100), nous nous sommes demandé si les sujets utilisent des procédures semblables à celles décrites précédemment (S1, S2 et S3) ou si leurs procédures sont plus proches des procédés scolaires traditionnels.

Une première constatation : des quatre sujets repris dans cette analyse, l'un applique, dans 5 des 6 problèmes, directement une formule apprise.

Voici un exemple.

Joel.

Problème : calculer le prix d'un article plus TVA, étant donné que le prix brut est de $450 et la TVA de 18%

Procédure : on multiplie par 18 et divise par 100

$$450 \times 18 = 8.100$$
$$8.100 \div 100 = 81$$

Addition : 450 + 81 = 531 (faite mentalement de même que la multiplication par 18 où il à utilisé une décomposition en facteurs)

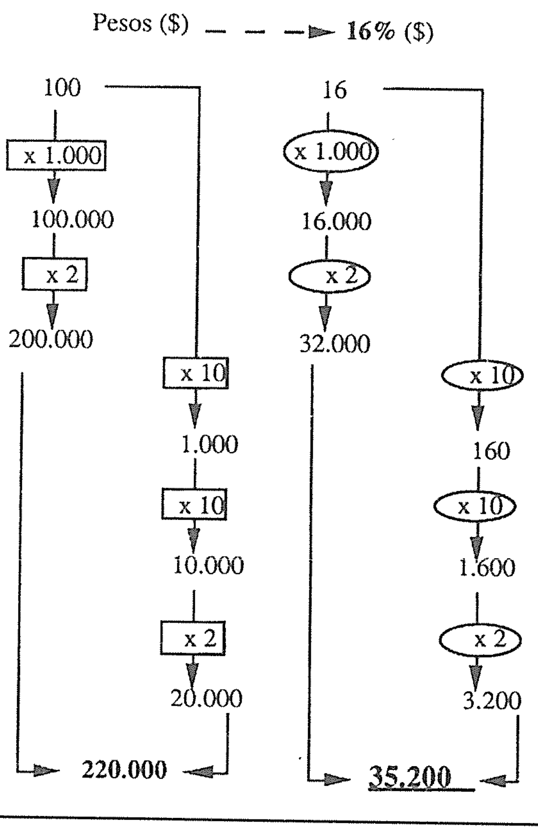
Effectivement, Joel multiplie par 18 et divise par 100, tout en expliquant qu'il procède ainsi parce que le rapport "est difficile, donc on le fait comme dans la calculette". Par contre, dans un problème où il devait calculer 8% de 700, il trouve la rapport entre 100 et 700 (7) et l'applique comme opérateur sur 8. Cette procédure montre que Joel comprend bien la notion de pourcentage.

Dans tous les autres cas, les sujets utilisent le rapport interne que l'on peut établir dans les colonnes. Voici un exemple.

Nelson

Problème : Calculer la TVA (16%) correspondant à une vente de $220.000 (TVA non comprise)

Schéma de la procédure :



Comme on l'observe dans le schéma, Nelson procède à une très longue décomposition du nombre sur lequel il doit calculer 16%, tout en disant qu'il faut calculer d'abord 16% de 100.000, puis de 200.000 et ainsi de suite.

Dans ce problème il est clair que les décompositions déterminant la procédure dépendent de la complexité du rapport. En effet, **Nelson** éprouve quelques difficultés pour établir certains rapports. Lorsqu'il établit le rapport entre 100 et 100.000, il le fait directement. Mais, le rapport entre 100 et 10.000 passe par une décomposition de ce dernier nombre. En effet, il établit d'abord le rapport entre 100 et 1.000, puis entre 1.000 et 10.000. On peut penser qu'il y a pour **Nelson** des rapports en quelque sorte "plus naturels", qui découlent directement du langage.

Nelson, comme tous les sujets repris dans cette analyse, prend comme point de départ la notion de pourcentage, puis il établit des rapports internes dans la première colonne et les applique comme des opérateurs sur les données de la deuxième colonne. Nous n'avons trouvé qu'un cas exceptionnel où Manuel résout une des situations en passant tant par des rapports internes qu'externes. Il s'agit d'une décomposition tout-à-fait semblable à celle analysée dans la Section 4.2. On peut penser que Manuel utilise des rapports externes pour contourner la difficulté présente dans les deux cas d'opérer avec le nombre 15 (calcule du prix de 7.200 carottes si le prix de 1.000 carottes est **$150**; ici il s'agissait de calculer **15%** de 30).

A notre avis, il est clair que la flexibilité des procédures et de leur application est en relation avec de la complexité des opérations. On constate que dans la majorité des situations-problèmes proposées par les quatre sujets repris dans cette analyse, ils utilisent une procédure qui prend comme **point de départ la notion de pourcentage**. En effet, ils expriment avant tout ce que veut dire "x%" par rapport à la norme 100, tout en démontrant clairement sa signification. Dès lors, c'est à partir de ce premier résultat que les **rapports** qu'ils établissent **dans l'ensemble de départ** entre 100 et le nombre sur lequel on doit calculer un certain pourcentage vont avoir du sens et vont pouvoir se transformer en **opérateurs** qui agissent **sur des éléments** de **l'ensemble d'arrivée** (ensemble des résultats).

C'est ainsi que cette notion - si mystérieuse pour tant des nos élèves à l'école - trouve chez ces sujets une signification assez concrète et réelle, tout-à-fait compréhensible et utile.

6. Conclusion

Nous avons décrit et analysé un très large ensemble de problèmes de proportions proposés et résolus par quatre paysans, dans le but de mettre en évidence leurs procédures.

Pour cela, nous avons d'abord fait une analyse complète d'un des quatre cas (Manuel), laquelle a servi de modèle tant pour analyser globalement l'ensemble des situations que pour chacune d'elles. C'est ainsi que nous avons pu identifier quatre structures différentes sous-jacentes aux problèmes (situations des type S_1, S_2, S_3, et S_4).

D'autre part, nous avons créé un **instrument - les schémas à flèches** - qui permettent non seulement de dégager et de "visualiser" les procédures, mais aussi de les analyser du point de vue des rapports utilisés au cours du processus de résolution. Ce sont ces schémas qui nous ont permis d'observer les passages d'un domaine de grandeurs à un autre (d'une colonne à une autre) et l'identité de structure entre colonnes.

Une analyse détaillée des procédures **a montré qu'elles sont assez éloignées des algorithmes scolaires formels**. En effet, nous avons constaté dans les quatre types de situations que les sujets utilisent notamment deux procédures :

- le passage par des **rapports internes**, c'est-à-dire qu'ils opèrent sur un domaine de grandeurs - le domaine de départ - et qu'ils reproduisent ces rapports dans le domaine d'arrivée, construisant ainsi des structures de calcul identiques;

- et la **décomposition du problème** en sous-problèmes.

Les problèmes de linéarité peuvent être résolus de diverses façons en passant par des rapports internes ou externes. **Les paysans interrogés saisissent la structure complexe de ces problèmes et trouvent une voie inspirée par la recherche du moindre effort opératoire et passant le plus souvent par des rapports internes.**

Dans le cas des **procédures de décomposition**, nous observons que **les sujets cherchent à simplifier tant les rapports que les opérations.** On voit en effet que, dans toutes les procédures de décomposition, il y avait un rapport non entier et/ou des opérations complexes (avec des opérateurs de plus d'un chiffre, par exemple).

L'utilisation des rapports internes permet de constater que les sujets comprennent et maîtrisent très bien la linéarité, dont une des lois est la conservation des rapport internes entre grandeurs. D'autre part, elle nous renvoie aux questions sur le sens du problème. Si l'on suit le **raisonnement oral**, on voit que **les sujets restent toujours attachés au sens original du problème.** On "voit" tout le temps les hectares, les sacs, les kilos, etc. En d'autres termes, même en passant par la décomposition des problèmes, le fait d'établir des rapports internes dans le domaine de grandeurs de départ permet aux sujets d'arriver à des résultats intermédiaires qui ont du sens et de conserver le sens général du problème d'origine.

Au delà des constatations et conclusions relatives aux procédures particulières, répétons que, même s'ils éprouvent des difficultés opératoires, **ils n'ont pas de difficultés au niveau de la proportionnalité en tant que structure mathématique complexe.** Cela nous semble une constatation très importante pour la formulation des programmes d'enseignement des mathématiques, en particulier ceux orientés vers les adultes des secteurs populaires.

Elle met en question les manières traditionnelles de sélectionner les contenus mathématiques et les séquences où on va habituellement des contenus simples aux plus complexes. Mais les définitions de "simple" et "plus complexe" répondent à des analyses internes à la discipline mathématique, qui ne prennent pas en compte les expériences et les acquis des sujets qui vont "subir" ces programmes.

Traditionnellement, on commence par les nombres, ensuite on introduit les opérations, et beaucoup plus tard on arrive à la résolution de problèmes de linéarité.

Dans le cas des paysans, tout au moins de ceux qui ont participé à cette étude, il ne serait pas exclu de travailler, par exemple, l'apprentissage et la formalisation des opérations élémentaires à partir des problèmes de proportionnalité. Ce qui est "le plus complexe" du point de vue d'une analyse strictement mathématique des contenus , n'est pas nécessairement le plus complexe ou le plus mal connu pour les sujets adultes ayant une pratique mathématique quotidienne.

D'autre part, il nous semble que ces procédures orales décrites et analysées, qui montrent que les individus ont une grande compréhension de la structure sous-jacente aux problèmes, et qui permettent de garder toujours présent à l'esprit le sens du problème, peuvent être fort utiles non seulement dans l'enseignement en dehors de l'école, mais aussi dans des situations scolaires formelles chez les enfants.

Les problèmes mathématiques sont résolus par les sujets dans leur contexte quotidien. Donc, chacun des problèmes mathématiques qu'ils résolvent tiennent une place importante dans la prise des décisions. C'est là que les problèmes spécifiques et leur résolution prennent leur sens.

Ce qui est le plus important pour l'éducation populaire autant que pour la didactique des mathématiques, c'est de

- déclencher des processus d'apprentissage des mathématiques à partir des problèmes réels, comme celui de l'optimisation de la relation semences/production ou celui du contrôle administratif-comptable,

- où l'introduction des certains contenus mathématiques serait non seulement nécessaire mais pertinente

- et où l'apprentissage pourrait effectivement s'appuyer sur les pratiques, connaissances et intuitions des sujets.

En effet, habituellement on apprend un seul algorithme. On fait suivre l'écriture des données "d'un calcul routinier qui ne tient pas compte du sens" [Nunés, 1991, p.120]. On pourrait proposer des situations où les élèves cherchent, inventent leurs propres chemins variés de résolution, et dans une analyse postérieure chercher des pistes pour la formalisation mathématique. Faire des mathématiques, nous l'avons déjà remarqué, n'est pas trouver l'unique bonne réponse par l'unique bonne méthode.

Enfin, il y a encore quelques question dont on devrait chercher quelques réponses.

- Comment les sujets ont-ils appris les mathématiques orales qu'ils pratiquent?

- Les sujets peuvent-ils résoudre n'importe quel problème - de proportionnalité, par exemple - dans n'importe quel contexte?

- Dans des contextes différents, vont-ils utiliser le même type de procédure?

- Qu'est-ce qu'on sait des étudiants - d'école élémentaire, secondaire et universitaires - par rapport à l'utilisation des stratégies "non formelles" de résolution de problèmes mathématiques?

- Comment pourrions nous tenir compte de ces stratégies dans les processus scolaires d'apprentissage des mathématiques, c'est-à-dire, dans leurs processus de "faire de maths" à l'école?