

Regards échangés avec les Naturels de Colombie

Conditions de l'Ethnoéducation en langues vernaculaires

André Cauty

Université BORDEAUX 1

URA 1026 CNRS (Paris)

L'essence des mathématiques

C'est la liberté.

CANTOR

1) Introduction

1.1 Héritiers d'Euclide, adorateurs de la Raison, nous, mathématiciens occidentaux, n'avons toujours pas découvert l'Amérique des autochtones¹.

Trop souvent, en effet, nous considérons encore les oeuvres indigènes comme des curiosités exotiques ; tout justes bonnes à figurer, en marge de nos manuels scolaires, au titre de simples illustrations de pratiques archaïques qui, en contraste, font ressortir nos solutions "universelles".

1.2 C'est pourquoi il nous est si difficile de comprendre l'*Ethnoéducation contre l'ethnocide* ; ou encore que certaines organisations indigènes, par exemple en Colombie, fixent comme tout premiers objectifs à l'éducation qu'elles souhaitent développer : 1) la récupération des terres, 2) la défense de l'identité culturelle et 3) la lutte pour la survie des langues et des modes de vie indigènes.

Pour comprendre ces prises de position, il pourrait être éclairant de faire un pas de côté et regarder un instant un exemple historique qui nous est plus familier que la diffusion des Lumières en Amérique. L'exemple choisi est celui de l'Égypte hellénistique qui donna au monde la fameuse Ecole d'Alexandrie².

1.3 L'école d'Alexandrie est à coup sûr la plus célèbre école mathématique que l'Antiquité occidentale ait connue ; là, travaillaient nos premiers maîtres à "raisonner" : Euclide, vers 300 avant J.-C. ; Archimède (287-217) ; Eratosthène (284-192) ; Hipparque (190-125) ; etc.

Moins connues, peut-être, mais, à coup sûr éclairantes pour le problème qui nous occupe, sont les circonstances de la naissance et du développement, dans cette Ecole, du "miracle" grec de la raison scientifique.

¹ Descendants des tout premiers habitants d'un territoire ayant conservé, malgré les peuples venus s'approprier ce territoire, leur langue, leur culture et des modes de vie spécifiquement adaptés aux ressources de ce territoire. Communs à tous les peuples autochtones sont le sentiment irréductible de leur identité culturelle et leur tradition d'adaptation au milieu naturel. Leur drame commun est de devoir s'adapter ou disparaître, selon que les Conquistadors sont plus ou moins tolérants ou intolérants. L'ONU estime les peuples autochtones à 300 millions de personnes réparties en 5000 groupes dans 70 pays.

Actuellement, la négation des peuples autochtones commence par les mots choisis pour les désigner. De nombreux pays, la Chine notamment, tentent d'imposer le terme "minorité" qui permet, en droit international, de ne leur accorder qu'un statut subordonné et dépendant. D'autres pays proposent des termes vagues et sans valeur juridique comme "population", "groupe" ou "ethnie". Le droit international évite les termes de "peuple", "nation", "état" qui impliqueraient la reconnaissance du droit à la souveraineté, selon le principe international du "droit des peuples à disposer d'eux-mêmes", et justifieraient les revendications d'autodétermination, de récupération des terres et d'indemnisation des biens spoliés ou exploités sans royalties, parfois depuis des siècles. Les Indiens de Colombie se disent *Peuples* ou *Nations*.

² Pour plus de détails, Cf. "Monoculture coloniale et/ou ethnoéducation contre les ethnocides", à paraître dans *Cahiers de didactique des mathématiques*, Thessalonique (Grèce).

1.4.1 En 322 avant J.- C., Alexandre le Grand enlève la vallée du Nil à Darios III, roi des Perses. L'Egypte, ainsi "libérée" des «*pratiques perses du despotisme oriental*» (BRETON, 1991), tombe sous le joug des armées grecques. Alexandre, comme plus tard Cortés en Amérique, laisse croire qu'il est un dieu. Plus prosaïquement, il organise la colonisation de ce qui deviendra le grenier à blé des empires méditerranéens³. Et les ingénieurs grecs fondent et conçoivent la ville d'Alexandrie bâtie pour devenir le port d'exportation des productions coloniales de l'Egypte.

1.4.2 A la mort d'Alexandre, ses généraux attribuent l'Egypte au macédonien Ptolémée, fils de Lagos. En 306, Ptolémée se fait proclamer dieu et roi d'Egypte, fondant ainsi la dynastie des Lagides (306-30) : les Ptolémées (de I à XVI) et les Cléopâtre (de I à VII).

1.4.3 Le pouvoir absolu des Lagides s'exerce au moyen d'une administration tatillonne, au courant de tout, notant tout, mesurant tout... héritière en cela de l'administration des anciens pharaons.

Héritière aussi des connaissances des anciens scribes et autres harpédonaptes à qui, suivant l'ethnographe Hérodote (484-420), il conviendrait de reconnaître la paternité de l'invention des mathématiques⁴.

Une administration qui impose à ces *barbares* la langue et la monnaie grecques. Au nom de La "Civilisation", celle des Conquêteurs qui estiment que leur défaite est la preuve que les vaincus sont, même devant leurs dieux, des inférieurs.

1.4.4 Des êtres corvéables à merci pour constituer cette catégorie humaine que l'autorité d'Aristote (précepteur d'Alexandre) a doctement et définitivement classée juste au-dessus des animaux domestiques et des monstres, très en-dessous des artisans et, a fortiori, des hommes libres et civilisés. La catégorie toujours renaissante des *esclaves*.

Une classification de l'universelle science grecque contre laquelle ne s'éleva que la protestation religieuse des Juifs de la diaspora. Comme plus tard, en Amérique, ne s'élèvera que la protestation de Bartolomé de Las Casas, le premier prêtre catholique ordonné sur la terre d'Amérique.

1.4.5 Soumis à une exploitation coloniale esclavagiste, les paysans égyptiens se réfugient dans les marais et les déserts. C'est le phénomène de l'*anakhorêsis* (ana 'à l'écart', *khorein* 'se retirer'), du repli vers les régions inhospitalières et à l'écart de la convoitise des colons. Plus tard, ils se révolteront.

1.5.1 Cinq siècles de progrès industriel ont rendu caduque, pour les Amérindiens, cette solution du repli pour la survie. Car il n'existe plus de territoires qui ne réveille la convoitise des Blancs ni de lieux inaccessibles à la technique industrielle.

Vu du côté indien, l'inexorable "progrès" de la science et des techniques des Blancs se décline tout autrement : négation de l'identité, dédain de la culture et des modes de vie traditionnels, interdiction des langues vernaculaires, spoliation des terres, exploitation des ressources et de la force de travail, épidémies (parfois volontairement introduites) de variole, typhus, choléra..., pollution du milieu, destruction des moyens de subsistance (les Blancs massacrent les femmes, brûlent les récoltes, décident au XIX^e siècle de faire disparaître les bisons, organisent au XX^e siècle la déforestation...), déportations massives, guerres, alcoolisme, évangélisation, endoctrinement politique...

³ L'Empire romain, par exemple, en tirera jusqu'à 30 % de ses besoins en blé. De même, on peut montrer que l'Amérique des XVI^e et XVII^e siècles a largement financé la première industrialisation du nord de l'Europe (Cf. STEIN, S. and B., 1970 : *The Colonial Heritage of Latin America*, New York : Oxford University Press).

⁴ De même, pour Aristote, "l'Egypte était considérée comme étant le berceau des sciences et des techniques mathématiques" (OBENGAT, T., 1993 : Aristote et l'Egypte ancienne", *Ankh, Revue d'Egyptologie et des civilisations africaines*, N° 2, Gif sur Yvette : Khepera). Pour lui, la mathématique égyptienne n'est pas née de l'arpentage, que les prêtres ne pratiquaient pas, mais de l'étude proprement dite pour laquelle les prêtres disposaient de beaucoup de temps libre.

1.5.2 En Colombie, depuis les années cinquante, certains Indiens revendiquent le départ des Blancs, s'insurgent contre la construction des routes par où arrive le flux des colons⁵, refusent l'électricité, les écoles ou les postes de santé... Car ils ont appris ce qu'il advint de ceux qui se laissèrent aller à croire en la bonté des Blancs ainsi que la dure leçon du pot de terre et du pot de fer⁶.

1.5.3 Depuis les années quatre-vingt, certaines organisations indigènes dénoncent les missionnaires, notamment nord-américains, dont la présence accélère (volontairement ?) les processus de l'acculturation voire de l'ethnocide. De même, elles rejettent certaines campagnes humanitaires (santé, éducation, alphabétisation, développement...), qu'elles soient publiques, privées ou Non-Gouvernementales.

Pour l'excellente raison que les conséquences à moyen terme de ces campagnes vont souvent à l'encontre de leurs objectifs de lutte contre l'ethnocide. Pourquoi, par exemple, former un médecin indigène quand on a constaté qu'il abandonnera alors définitivement sa communauté et exercera en ville ?

1.5.4 Plus positivement, les organisations indigènes revendiquent le droit de parler leurs langues, de définir et maîtriser les processus de socialisation et d'éducation de leurs enfants, de décider de leurs modes de vie et des modalités de leur participation à l'économie nationale et internationale, aux échanges commerciaux et culturels...

Bref le droit d'articuler leur propre équilibre entre Tradition et Modernité. Le droit d'écrire leur propre histoire ; un droit qui passe, sans doute, par la reconnaissance internationale du principe des peuples autochtones à disposer d'eux-mêmes.

2) Principes de l'Ethnoéducation contre l'ethnocide

2.0 Etant donnée la très grande diversité des situations, il n'est pas facile pour un Occidental de lire le bouillonnement d'idées et de propositions émises par les représentants des organisations des diverses nations indigènes⁷. Avec les réserves que ce fait impose, voici les principaux "principes" de l'Ethnoéducation retenus par les ethnolinguistes de l'URA 1026 du CNRS ou du Centre Colombien d'Etudes des Langues Aborigènes.

2.1 Toute recherche de terrain, toute implantation de structures éducatives doivent répondre à une demande des communautés indigènes et leurs dirigeants doivent pouvoir en contrôler constamment tous les aspects, notamment les conséquences à moyen et à long termes.

2.2 La scolarisation et l'alphabétisation doivent être conçues et réalisées en langue vernaculaire. La langue indigène doit être étudiée tout au long de la scolarité ; toutes les disciplines (sauf, peut-être, la langue nationale et les langues étrangères) doivent être enseignées dans cette langue.

⁵ Un terme qui varie d'une manière révélatrice puisque l'usage français glissa de "colons" à "colonialistes" en passant par "coloniaux".

⁶ *«Les Tarahumaras du nord de Mexico se révoltèrent en diverses occasions. Chaque fois ils seront décimés. Ils se retirèrent alors dans des zones inhospitalières et évitèrent le contact avec les Blancs. Leurs voisins, les courageux Apaches, les traitent alors dédaigneusement de femmelettes. Les Apaches sont exterminés. Les Tarahumaras survivent et conservent une bonne part de leur vie culturelle. S'adapter ou mourir. Heures les nations à qui une telle opportunité aura été offerte car beaucoup disparurent sans parfois se rendre compte de ce qui leur arrivait»* (Traduction libre de QUEIXALOS, 1984 : "Una educación contra el etnocidio", *Chantiers Amerindia*, sup. 2 à *Amerindia* N° 9).

Il existe actuellement environ une soixantaine de langues amérindiennes parlées en Colombie, par des ethnies qui se différencient par leur degré d'organisation, par l'ancienneté et la durée du contact avec les Blancs, par leur démographie, par leur histoire, etc.

⁷ Parlée et écrite. De très nombreux problèmes de transcription sont à résoudre (choix d'un système alphabétique, syllabique, idéographique, décisions orthographiques, morphologiques, syntaxiques...). Ce qui suppose que les Indiens puissent maîtriser des pans entiers des théories linguistiques.

Inutile de souligner qu'il est essentiel d'inventer et de mettre en place les moyens susceptibles de conduire les Autochtones à créer les néologismes nécessaires à l'enseignement, tout particulièrement celui des sciences.

Réciproquement, l'enseignement de l'espagnol (langue officielle de la Colombie) ne doit pas commencer tant que persiste l'idée *fausse* que les langues vernaculaires seraient incapables d'exprimer la Modernité, la science ou les techniques... Cet enseignement devrait tout particulièrement éviter le danger d'identifier "langue des Blancs" et "langue de prestige".

2.3.1 Les livres scolaires devront refléter les réalités de la vie indigène.

2.3.2 Les curriculums doivent permettre, à long terme, à tout Indien qui le souhaiterait d'accéder aux connaissances *les plus performantes* de l'Occident et des grandes cultures. Les éléments de la culture "universelle" ne devraient être introduits que très prudemment, en commençant par les éléments déjà diffusés dans les communautés et par les éléments indispensables à la réflexion sur la nature et les fonctions de la langue, de l'écriture et, plus généralement, des systèmes de représentation.

2.3.3 Bien que ce point, particulièrement délicat, mérite de très profondes analyses, je me contenterai de rappeler qu'il semble infiniment plus efficace de présenter les grandes problématiques⁹ et de "vrais" problèmes (par exemple, celui de l'infini) que de tenter d'inculquer des solutions étrangères (emprunter la numération espagnole, par exemple) surtout si l'on ne présente pas en même temps les problèmes qu'elles ne permettent pas de résoudre (par exemple, la détermination des points d'un continu).

2.3.4 Pratiquement, il est nécessaire que les maîtres et les chercheurs (indigènes ou non) collaborent¹¹ avec les chamans et les responsables des communautés, non seulement en matière de langue, écriture, orthographe, cosmologie, médecine traditionnelle, botanique, zoologie, histoire, géographie, morale, droit, cosmovision..., mais encore en sciences et techniques.

2.4 La scolarité (rythme et progression, horaire et calendrier) doit être adaptée aux réalités de la vie des communautés et ne pas perturber la participation des apprenants (notamment les enfants) aux activités qui requièrent leur présence (une pêche collective, par exemple) et contribuent à leur socialisation.

2.5.1 La formation des maîtres indigènes ne doit pas conduire à la constitution d'une sorte de petite bourgeoisie indigène, dépendante des Blancs. L'éducation est affaire de toute la communauté.

2.5.2 Pour cela, il semble nécessaire d'organiser, dans les communautés, de véritables débats pour une authentique coopération, entre des "savants" formés à l'occidentale (un mathématicien, par exemple) et des savants indigènes (un chaman, par exemple). L'enjeu de ces confrontations étant de rendre traduisibles et transmissibles d'une culture à l'autre les principales représentations des conceptualisations les plus profondément enracinées dans les cosmovisions de l'une et l'autre.

2.5.3 Ce dialogue nécessaire, toujours sur le mode de la traduction c'est-à-dire de la confrontation de différentes façons de conceptualiser les phénomènes, est néanmoins pratiquement impossible à réaliser ; sauf peut-être à toujours reconstituer des chaînes

⁹ Ce qui implique que des discussions aient été organisées pour que les communautés indigènes saisissent, par exemple, la spécificité des raisonnements scientifiques à l'occidentale, qu'ils comprennent les enjeux des discussions épistémologiques sur la nature et la place des mathématiques, qu'ils pèsent la différence entre, par exemple, une mathématique naïvement positiviste, une mathématique rationnelle à la Euclide ou une mathématique formelle à la Hilbert...

¹⁰ Incluant notamment la réflexion sur les conditions (pratiques, méthodologiques et critiques) de recherche, de validation, de légitimation et d'unification du raisonnement, des preuves et des démonstrations.

¹¹ Par exemple selon les modalités pratiques mises en oeuvre, en Colombie, pour traduire la nouvelle Constitution politique en langues vernaculaires.

d'interlocuteurs intermédiaires particulièrement motivés pour ce travail de Sisyphe, continuellement entravé par des montagnes d'incompréhension et des siècles d'intolérance.

2.5.4 Une telle organisation, à condition que la situation politique générale ne la rende pas impossible, semble pouvoir permettre, non pas de résoudre définitivement les problèmes de l'Ethnoéducation, mais de prendre la mesure de la complexité des questions à résoudre et des principales erreurs à éviter.

2.5.5 En Colombie, la nouvelle Constitution Politique (1991), l'existence d'organisations indigènes représentatives et ayant une longue expérience (parfois près d'un demi-millénaire) du contact avec les Blancs, l'existence d'organismes comme le Centre Colombien d'Etudes des Langues Aborigènes et la longue expérience de l'équipe d'ethnolinguistique amérindienne du CNRS (URA 1026), nous ont permis de partager avec des chamans et des responsables indigènes d'importantes interrogations sur divers problèmes mathématiques et didactiques. Voici le récit¹² d'un tel dialogue dont l'objectif était la recherche d'une concrétisation, *culturellement acceptable par des Amérindiens*, de ce que nous appelons la droite réelle, modèle pour nous du corps $\mathbb{R}$ des nombres réels.

3) Concrétisation indigène de la droite réelle

3.1.1 Rappelons qu'une entité mathématique nouvelle reste toujours très difficile à concevoir, à accepter et à communiquer, tant qu'aucune "concrétisation" convenable n'a été inventée ou découverte qui permette au mathématicien de se la représenter et de la ressentir comme un objet "réel".

L'histoire fournit de nombreuses illustrations de cette difficulté et de la "libération" qu'apporte la découverte d'une structure "concrète" représentative d'une certaine axiomatique. Ce fut notamment le cas lors de l'invention d'une représentation géométrique concrétisant les "impossibles" nombres "imaginaires"¹³ comme la fameuse racine carrée de moins un.

3.1.2 L'effet de la découverte d'une "concrétisation" est toujours immédiat et provoque un changement d'attitude radical dans la communauté mathématique¹⁴ : GAUSS, par exemple, savait que sa concrétisation des "imaginaires" leur conférerait une "existence objective". *«Il y a plusieurs années que l'auteur considère cette partie importante des mathématiques à un point de vue différent, grâce auquel on peut attribuer une existence objective aux quantités imaginaires»*. La concrétisation par un modèle (les points d'un plan) avait permis ce que l'utilité indéniable de l'outil n'avait pas réussi : donner statut mathématique, et donc droit logique de cité, à des entités "impossibles".

Nous retiendrons que la découverte d'une structure interprétative est un moment essentiel de la vie d'un concept scientifique et une condition quasi-nécessaire de son acceptation et de sa transmission.

¹² Pour d'autres détails, Cf. "Regards croisés sur la droite réelle. Quelle concrétisation des ensembles de nombres pour l'éducation bilingue amérindienne", *Amerindia* N° 17, 1992.

¹³ Elle consiste (par exemple, chez Argand, Gauss ou Wessel) à interpréter l'imaginaire $i = \sqrt{-1}$ comme un opérateur géométrique, une rotation d'angle droit. Dans cette identification, tout point M du plan représente (et est représenté par) un nombre complexe z de la forme $z = x + iy$, x et y étant le couple de réels correspondant aux coordonnées du point M dans un repère convenable.

¹⁴ Les mathématiciens finirent par utiliser les nombres "imaginaires" notamment pour résoudre des équations. Mais si, au XVIII^e siècle, l'outil était accepté (comme un "sophisme"), l'entité "imaginaire", elle, ne l'était pas et on partageait toujours l'opinion de Bombelli : *«de l'avis de beaucoup, c'était une idée insensée, et moi-même je fus longtemps de cette opinion ; toute la question semblait reposer sur un sophisme plutôt que sur une réalité ; cependant, je cherchai jusqu'à ce que j'eusse prouvé que c'était bien la vérité»*.

3.2.1 En 1989 et 1990, dans la *Sierra Nevada de Santa Marta* (Colombie), j'ai eu le privilège de pouvoir animer des groupes¹⁵ de travail auxquels participaient des responsables indigènes (*mamas*¹⁶, instituteurs, responsables politiques...) des trois communautés de cette séduisante région.

L'objectif que je m'étais fixé était de rechercher, en vue d'un futur et hypothétique enseignement des mathématiques en langues amérindiennes¹⁷, une "concrétisation" *culturellement acceptable* de la structure mathématique dite du "corps des nombres réels"¹⁸.

3.2.2 La droite "réelle" est le modèle occidental le plus courant de cette structure ; l'interprétation est réalisée par une mise en correspondance des nombres x du corps R et des points M de la droite D au moyen d'un morphisme bijectif qui associe à tout point M son abscisse x_M . C'est évidemment ce modèle qui guidait mes questions et suggestions.

3.2.3 Une grave difficulté ne tarda pas à se présenter. Un *mama* me dit que cette image de la droite ne pouvait pas être retenue parce qu'elle heurtait l'image indigène du temps¹⁹. En effet, les cosmovisions occidentale et amérindienne du temps (grammatical et cosmologique) diffèrent notablement. Le futur, par exemple, est généralement imaginé par un Occidental comme étant *devant* l'observateur ; pour un Indien, il est *derrière*. Une raison indigène de mettre le passé devant soi est que, contrairement au futur, le passé est généralement connu. Donc visible...

De plus, les temps occidental et indigène s'opposent souvent comme le linéaire et le cyclique.

3.3 Il m'est impossible de rapporter les innombrables discussions²⁰ et digressions²¹ provoquées par cette prise de conscience de la divergence radicale de nos cosmovisions respectives.

Je n'avais pas plus de raisons d'abandonner le modèle occidental de la droite réelle que mes interlocuteurs n'en avaient de renoncer à leur cosmovision. La situation aurait pu en rester là. Autant que je m'en souviens, elle fut débloquée par une remarque du *mama*.

3.4.1 «Une droite est comme cette corde. Tendue ou détendue, déroulée ou enroulée, c'est toujours une corde».

Le *mama* m'emmena au centre de la maison de réunion et me fit regarder vers le toit conique : «Regarde. Tu vois cet escargot qui relie les poutres et descend du sommet. C'est aussi une corde».

¹⁵ Ces groupes de réflexion s'inscrivaient dans les "ateliers" pluriannuels organisés régulièrement depuis 1986 par la linguiste colombienne Maria TRILLOS AMAYA du Centre Colombien d'Etudes des Langues Amérindiennes de Bogota, professeur à l'Université de l'Atlantique de Barranquilla.

¹⁶ Chamans. Contrairement à la définition des dictionnaires, "chaman" n'est pas le «nom donné aux sorciers de l'Asie septentrionale et, par extension, aux sorciers de toutes les sociétés inférieures» (Grand Larousse Encyclopédique) mais désigne de véritables "bibliothèques vivantes", les sages et/ou les savants des peuples autochtones. Ceux-là même que l'on assassine en premier lieu.

¹⁷ On sait que le plus grand défi de l'Ethnoéducation est l'enseignement des sciences, notamment des mathématiques, dans des langues vernaculaires qui n'ont pas développé les vocabulaires techniques et métalinguistiques correspondants à ces disciplines "occidentales". Ainsi, une des toute premières tâches est-elle de faire créer des "jargons" scientifiques, à commencer par les néonumérations. Relever ce défi est l'un des objectifs du projet *Kwibi Urraga* (maison de la sagesse) que Maria TRILLOS AMAYA et moi-même élaborons, avec d'autres chercheurs colombiens, et surtout avec le concours des communautés indigènes.

¹⁸ Le corps R des réels comprend les entiers naturels, les rationnels (de la forme p/q) et les irrationnels (comme $\sqrt{2}$) ; mais aussi les nombres transcendants (non-algébriques) comme π (rapport de la circonférence au diamètre d'un cercle).

¹⁹ Remarque dont la profondeur mathématique est probablement inaccessible à la majorité des étudiants scientifiques de notre premier cycle universitaire.

²⁰ Coupées épisodiquement par l'arrivée d'un détachement de l'armée, d'un groupe de "muchachos" ou de quelque colon.

²¹ Sur l'attitude intolérante des linguistes-missionnaires du *Summer Institute of Linguistics* ou sur mes connaissances du calendrier maya.

Effectivement, une sorte de corde végétale descendait du sommet et reliait, en formant une sorte d'hélice logarithmique, les poutres qui constituaient la charpente et qui étaient disposées comme des droites génératrices et des sections circulaires d'une nappe de cône.

3.4.2 Plus qu'une vérité de bon sens, les remarques du mama traduisaient une propriété d'invariance importante, celle de la structure topologique définissant l'ordre²² des points de la corde.

La droite réelle peut bien être droite ou enroulée en "hélice", cela ne change en rien son aptitude à représenter les nombres réels, à servir de modèle à la structure de corps.

3.4.3 L'Indien qui refusait l'image de la droite réelle des Blancs proposait celle d'une droite enroulée sur un cône.

Le mathématicien n'y trouvait rien à redire.

3.5.1 Il ne restait plus qu'à exploiter cette concrétisation possible du corps des réels identifié à l'image de la courbe "en escargot" qui court sous le toit de la "maison de la sagesse"²³ des Indiens de la Sierra Nevada.

Ces questions n'ont pas encore été abordées dans les ateliers de la Sierra Nevada ; par contre, j'en ai longuement discuté à Bordeaux avec Rubiel Zalabata Torres, un Ika (Arhuaco), quand il était étudiant en linguistique à l'Ecole Pratique des Hautes Etudes de Paris.

3.5.2 Il ressort de nos discussions que cette concrétisation pourrait être particulièrement fructueuse dans le cadre de l'Ethnoéducation.

Ce modèle indien de la droite réelle permet, en effet, de présenter "immédiatement" et de manière "naturelle" bon nombre de questions qui paraissent "fondamentales" au mathématicien occidental. Il s'agit notamment de :

i) la possibilité d'introduire simplement le problème du concept de nombre (entier naturel) dans sa fonction première d'être un outil qui «*en dépit de l'identité que revêt pour la perception un ensemble d'objets semblables* [fondus dans l'unité d'un genre] *sera capable de faire obstacle à la fusion mentale*»²⁴

ii) la possibilité d'introduire simplement le problème de la dénombrabilité des ensembles infinis²⁵

iii) la possibilité d'introduire simplement les entiers négatifs

iv) la possibilité d'introduire simplement les décimaux ou les rationnels et d'opposer deux types d'ordre fondamentaux²⁶

v) la possibilité d'opposer les "logiques" additive des décimaux et multiplicative des rationnels²⁷

²² Ce qui est essentiel, du point de vue mathématique et comme on le sait depuis les travaux de Peano, Frege, Cantor ou encore Dedekind, pour définir les axiomatiques susceptibles de fonder et d'articuler la construction de l'ensemble des entiers et celle du continu géométrique.

²³ Kwibi Urraga. Cette expression remplace, depuis 1989 et dans certaines communautés de la Sierra Nevada, les pancartes "School" que des missionnaires du *Summer Institute of Linguistics* avaient placé dans les villages où ils s'étaient imposés.

²⁴ BRUNSCHVICG, L. (1912) *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris : Blanchard (nouvelle édition 1981) : 477.

²⁵ C'est-à-dire de rencontrer tout de suite les paradoxes de l'infini qui, tout à la fois, stimulèrent et paralysèrent la pensée mathématique occidentale depuis l'Antiquité grecque jusqu'aux travaux de Dedekind au XIX^e siècle ; problème qui pourrait être posé dès la saisie du nombre trois.

²⁶ Le type dit "oméga" des naturels ou "zêta" des entiers, le type "êta" des décimaux ou des rationnels et le type "thêta" des réels ; dans le premier type, tout élément possède un successeur unique et, entre deux éléments successifs, il n'y a aucun autre élément ; dans le type êta, un élément donné n'a pas de successeur (on l'atteint par un procédé de type limite) et on peut toujours intercaler, entre deux éléments distincts, une infinité d'éléments.

²⁷ Ce point délicat est pourtant très important pour la construction des structures numériques. Les mathématiciens, en effet, savent bien que la division n'est pas partout définie dans l'ensemble des décimaux et qu'il faut construire une théorie des "raisons" (les logoi d'Euclide) et des rapports de raisons pour pouvoir comparer et mesurer les objets des mondes du mathématicien, selon le principe fonctionnel que : a est à b comme c est à d.

vi) la possibilité d'aborder la question du rôle des systèmes de numération ainsi que celui des changements de base de numération.

3.5.3 Il reste, évidemment, à construire et à expérimenter des séquences pédagogiques précises, non pas tellement pour lancer déjà des programmes d'enseignement dans les écoles indigènes de la Sierra Nevada, mais bien plutôt pour accompagner les communautés dans la difficile tâche de saisir les tenants et aboutissants d'une "véritable" culture mathématique et, si elles le jugent utile, se lancer dans l'aventure de création lexicale²⁸, préalable indispensable à tout enseignement des mathématiques en langues amérindiennes.

Les figures suivantes mettent en évidence quelques-uns des moments possibles de cet "enseignement" :

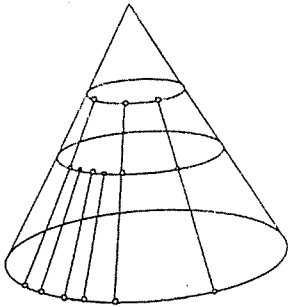


Fig. 1 : Apprentissage de l'énumération et de la numération

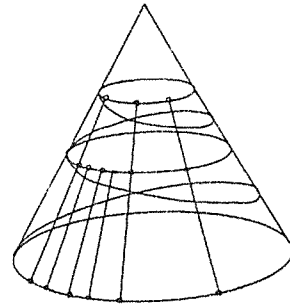


Fig. 2 : Apprentissage d'une concrétisation des corps de nombres

4) Réflexions sur l'enseignement du nombre

4.1.1 Rappelons que l'objectif est de faire comprendre le plus "naturellement" possible à de (futurs) enseignants indigènes les principaux problèmes de la construction des nombres (au sens des mathématiques d'aujourd'hui !).

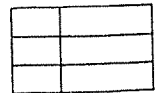
Pour cela, nous admettons un principe majeur de l'Ethnoéducation, à savoir qu'il s'agit surtout de présenter aux communautés un problème suffisamment riche pour que les principales difficultés mathématiques de cette construction puissent être naturellement discutées.

4.1.2 L'épistémologie²⁹, l'histoire des mathématiques et les discussions précédentes suggèrent de partir du *problème du repérage des points d'un continu* (concrètement, une nappe de cône) car les systèmes de nombres sont d'abord des systèmes de détermination dont une des principales fonctions est de permettre de maintenir distincts³⁰ les éléments d'un ensemble ou les parties d'un tout confondus dans l'homogénéité d'un genre.

²⁸ Par exemple selon des modalités pratiques similaires à celles que décrit Francisco QUEIXALOS dans "Autobiographie d'une néonumération", *Amerindia*, N° 11, 1986 et que je commente dans "De certaines solutions au problème de la néonumération", *Amerindia* N° 15, 1990.

²⁹ Pour plus de détails, Cf. les Actes du Colloque "Qu'est-ce que le nombre ?" (juin 1993) organisé à la Cité des sciences et de l'industrie par le Collège International de Philosophie, en particulier mon article intitulé "Un animal qui compte".

³⁰ Essayer, par exemple de dénombrer les rectangles d'une figure comme celle ci-contre ou de dire combien il y a d'éléments dans l'ensemble $\{a, a, a\}$ ou l'ensemble $\{a, b, c\}$ sans rien savoir de plus sur la nature des éléments et des ensembles considérés (condition pour pouvoir traiter d'entités absolument "abstraites" et "générales").



4.2.1 Un premier pas est réalisé par la prise de conscience de la nécessité de réaliser une sorte de "maillage" discret du continu proposé, de "quadriller" la surface du cône. Le premier référentiel est évidemment lié à l'origine déictique, au *moi-ici-maintenant* du sujet linguistique qui décide de pointer tel ou tel endroit du cône et qui tente de faire voir et saisir, à son interlocuteur, les différents points qu'il vise.

4.2.2 D'importantes conditions nécessaires apparaissent plus ou moins rapidement au cours des discussions :

- i) différents types de référentiels peuvent être mis en place
- ii) tout système de quadrillage envisagé doit comporter un nombre infini de "mailles"
- iii) un nombre infini (dénombrable) de mailles discrètes et cependant toujours insuffisant³¹ pour nombrer l'infinité (continue) des points du cône
- iv) l'infinité des mailles doit pouvoir être étiquetées : il faudra donc (commencer par ?) construire (séparément ?) le système des "étiquettes" ou des "numéros" susceptible de désigner sans ambiguïté les points du maillage.

4.3.1 La construction d'un système d'étiquettes est un problème fondamentalement linguistique et donc relativement facile à résoudre par les Indiens eux-mêmes.

Contrairement aux problèmes d'immatriculation d'objets réels, il s'agit de résoudre *le problème de la numération* (et donc celui des néonumérations) : construire un *système* d'expressions qui permette de dénommer ou désigner individuellement chacune des entités de l'*infinité* d'un ensemble de marques ou de nombres.

4.3.2 Aucune liste finie, aucun alphabet ne permet de résoudre le problème de la numération³². Il faut un système. On épuise d'ailleurs très rapidement les pseudo-solutions qui consistent à "répéter" une liste initiale en utilisant, par exemple, des signes diacritiques : après avoir épuisé *a, b, c, etc., z* ; on prend *a', b', c', etc., z''*, puis *a'', b'', c'', etc., z'''*, etc.

4.3.3 Une solution simple et générale consiste à construire le "monoïde libre engendré par un alphabet fini" c'est-à-dire utiliser l'alphabet lui-même comme ensemble de marques diacritiques : après *a, b, ..., z* prendre *aa, ab, ..., az* puis *ba, bb, ..., bz* ; ... ; jusqu'à *za, zb, ..., zz* ; puis *aaa, aab, ..., aaz* ; etc. Ce qui revient à former tous les "mots" de toutes les longueurs possibles avec les "lettres" de l'alphabet donné.

Le choix de l'alphabet initial est évidemment arbitraire. Il relève à ce titre de la seule responsabilité des communautés indigènes³³.

4.3.4 Il est facile de comprendre et faire comprendre qu'il est nécessaire, pour s'y retrouver, de définir un *ordre* sur le monoïde libre qui, à lui seul, ne fournit que l'ensemble infini des expressions nécessaires pour désigner l'infinité des points du maillage.

Les discussions ont montré qu'il est très instructif d'analyser et comparer différents types d'ordre et d'estimer leurs avantages et inconvénients respectifs.

L'ordre alphabétique ou lexicographique (celui des mots du dictionnaire) est très "naturellement" découvert. Mais il présente surtout l'avantage d'être différent de l'ordre "alpha-décimal"³⁴ ; c'est-à-dire l'ordre selon lequel sont rangées, en numération de position, les

³¹ Le fait a été démontré par Cantor.

³² On démontre d'ailleurs que la stratégie optimale de création de noms pour désigner les éléments d'une collection finie est de type "iconique" (un terme atomique par entité) ou "répétitif" (représentation analogique des entités). Pour une première approche : CAUTY A. : *L'énonciation mathématique & les numérations parlées*, thèse d'état ès-sciences, Nantes : 1987.

³³ Cela ne veut pas dire qu'il ne faut pas présenter les alphabets en usage en Occident (alphabet grec, syllabaire sanscrit, ensemble des chiffres arabes et romains, etc.) ou qu'il faut passer sous silence le fait qu'un alphabet peut se réduire à un singleton ou à une paire d'éléments.

³⁴ Selon l'ordre alphabétique ou lexicographique, le "mot" 157, par exemple, serait placé après le "mot" 1560 (bien qu'il soit plus *petit* que ce dernier) et avant le "mot" 16 (bien qu'il soit plus *grand*) car, selon les règles de ce type d'ordre, on ne commence pas (comme c'est le cas dans l'ordre alpha-décimal) par classer les "mots" selon leur longueur (c'est-à-dire le nombre de chiffres utilisés pour transcrire leur expression positionnelle).

écritures des entiers naturels ; par exemple notre écriture habituelle des nombres à l'aide des dix chiffres "arabes" (0, 1, 2, ..., 9).

4.3.5 Il est alors possible de réfléchir aux propriétés des différents types d'ordre. Un point à discuter est le fait qu'il ne suffit pas de disposer d'un monoïde libre muni d'un ordre strict total pour résoudre un problème pratique fort simple, le problème dit "du bibliothécaire". Une cotation des livres d'une bibliothèque (ou de tout autre "objets") étant réalisée, il arrive souvent que de nouveaux ouvrages viennent, par la suite, s'ajouter au stock initial et que ces volumes doivent être intercalés entre des ouvrages initialement consécutifs. Sans avoir à recommencer toute la cotation.

Tout bibliothécaire est ainsi amené à rechercher un type d'ordre particulier jouissant de la propriété qu'entre deux éléments différents on puisse toujours en intercaler un troisième, et donc une infinité d'autres. Pouvoir intercaler à volonté et sans avoir à refaire toute la cotation³⁵ : placer, par exemple, cinquante-sept nouveaux ouvrages entre les cotes successives 1492 et 1493.

4.4.1 Des discussions peuvent alors s'engager autour de la distinction des types d'ordre et, plus généralement, de la distinction du discret et du continu. Elles font apercevoir le fait que les procès (notamment linguistiques et arithmétiques) de détermination des entités d'un tout relèvent d'une unique problématique dont les solutions sont à spécialiser selon la nature (notamment discrète ou continue) du "tout" considéré.

4.4.2 Un avantage de cette "définition" épistémologique de la fonction du nombre, (comme cas particulier des procès de détermination), est de traiter, comme de nombreuses langues naturelles, de manière unifiée la question des entiers naturels (*ordinaux* : premier, second, troisième, quatr(e)-ième...) et celle des fractions de l'unité (*quantités* : unité, demi, tiers, quart, cinq(u)-ième, six-ième...) : les entiers et les quantités sont obtenus par itération d'un geste simple de détermination.

Le geste de prendre le suivant qui fournit la suite 1, 10, 100, 1000, etc. si l'on adopte une stratégie d'énumération décimale des éléments d'une collection discrète ; et qui fournit la suite 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, etc. si l'on adopte une stratégie de division dyadique d'un tout continu.

4.4.2 Les avantages mathématiques de cette approche ne seront pas traités ici. Pas plus que son intérêt pour résoudre la question de la création des néologismes indiens pour désigner les multiples concepts mis en œuvre pour construire et la notion de nombre et les systèmes de numération permettant d'en parler.

4.5.1 Un point mérite cependant d'être signalé. C'est celui des problèmes que pose l'usage "scientifique" des nombres³⁶ dans les pratiques de comptage, d'une part, et de mesure, d'autre part. Nous allons préciser le premier et le plus simple de ces deux problèmes, celui du dénombrement des collections.

Le point essentiel, me semble-t-il, est la découverte du fait que compter les éléments d'une collection (par exemple, les mailles du quadrillage réalisé sur la nappe du cône) suppose, outre la nécessité de disposer d'une numération performante, d'avoir décidé d'une stratégie d'énumération des éléments de la collection à dénombrer (ce qui revient à avoir défini une fonction successeur sur cette collection).

4.5.2.1 Pour dénombrer les points du maillage du cône de la figure 1, par exemple, deux stratégies énumératives apparaissent très "naturellement". Selon la première, le sujet décide de

³⁵ Une solution popularisée depuis Stevin consiste à inclure des échelles de plus en plus fines (en "logique" décimale on intercale des dixièmes, puis des centièmes, des millièmes...), assortie d'un mode de dénomination suffisamment commode de chaque échelle et des éléments de chacune. En arithmétique élémentaire c'est l'écriture dite des nombres décimaux (à virgule).

³⁶ En distinguant rapidement, comme le faisaient les Grecs, entre les nombres (entiers naturels) et les raisons (logoi). Dénombrer une collection X c'est définir une suite d'éléments de X sur lequel est définie par ailleurs une fonction "successeur". Mesurer c'est attribuer un nombre (les entiers naturels n'y suffisent pas !) à chacun des états d'une grandeur. "Raisonner" c'est se donner les moyens (par exemple la théorie grecque des proportions) de rendre comparables et composables des mesures différentes.

parcourir l'ensemble des points en épuisant d'abord tous ceux qui se trouvent sur une même section circulaire avant de passer aux points du cercle de l'étage suivant. Selon la seconde, il décide au contraire de descendre d'abord le long d'une génératrice du cône... et se rend compte alors qu'il est incapable de passer au premier point de la génératrice suivante car, pour cela, il aurait fallu être effectivement descendu jusqu'au point "à l'infini" de la première génératrice. Etudions plus en détails cette question.

4.5.2.2 Constatons d'abord qu'il est impossible de réaliser concrètement une mise en ordre *lexicographique* dès que l'on autorise l'écriture de mots de longueur infinie et que l'on utilise un alphabet qui comprend *au moins deux lettres distinctes*³⁷.

Soit l'alphabet $A = \{a, b\}$. Le premier mot du dictionnaire que l'on se propose d'écrire est "a". Son successeur lexicographique est "aa" lui-même suivi de "aaa", puis de "aaaa", etc. Il apparaît ainsi qu'il est impossible d'écrire un mot commençant par la lettre "b" ou, plus généralement, un mot comprenant une occurrence de la lettre "b". Il faudrait, en effet, avoir atteint et écrit *effectivement* le "dernier" des mots ne comprenant que des lettres "a". Or ce "dernier" n'existe pas car nous nous sommes autorisés à écrire des mots de longueur infinie et que, pour l'ordre oméga des systèmes de numérotation, il n'y a pas de dernier élément.

Négligeons cet interdit (tout est possible à la pensée !) et supposons avoir écrit le mot "ab". Ses successeurs lexicographiques sont : "aba", "abaa", "abaaa", "abaaaa", etc. et la même difficulté pratique se présente. Nous ne pouvons atteindre aucun mot du dictionnaire contenant une deuxième occurrence de la lettre "b".

Nous pouvons recommencer l'expérience avec l'alphabet décimal $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ et en adoptant la convention syntaxique (orthographique, si vous préférez) selon laquelle aucun mot "bien écrit" ne doit commencer par "0" ou par une chaîne de "0". On voit comme précédemment qu'il est impossible d'atteindre un mot contenant le chiffre "2" puisque l'ordre lexicographique commence par la suite infinie : «1, 10, 100, 1000, etc.» qu'il faudrait avoir effectivement parcourue jusqu'au bout avant d'atteindre un mot contenant la lettre "2".

Reprenons enfin ces expériences en étiquetant les éléments que nous cherchons à dénombrer avec des expressions rangées dans l'ordre alphaséculaire (deux mots sont rangés par longueur puis par comparaison des lettres de rang correspondant). Cette fois nous obtenons la suite : «a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb, aaaa, etc.» et la suite des écritures décimales des naturels : «1, 2, 3, ..., 9, 10, 11, 12, ..., 99, 100, 101, etc.».

4.5.2.3 Les expériences précédentes conduisent à l'idée importante pour le mathématicien que les aspects cardinal (vision du tout sans individuation de ses constituants) et ordinal (vision individuant des constituants) présentent une certaine dissymétrie.

Le même ensemble (les mailles du quadrillage du cône de la figure 1) peut être énuméré de différentes manières. Par exemple, suivant une stratégie alphaséculaire. Soit Ω le résultat de cette énumération : $\Omega = 0 \rightarrow 0 \rightarrow 0 \rightarrow \dots$

Si l'on accepte maintenant de passer outre à l'interdit *pratique* signalé précédemment, le même ensemble peut être énuméré lexicographiquement. Cette fois le résultat est une succession d'énumérations Ω , soit $\Omega + \Omega + \Omega + \dots$. On peut donc écrire, suivant Cantor, l'égalité suivante :

$$\Omega = \Omega + \Omega + \Omega + \dots$$

4.5.2.4 Cette égalité peut être interprétée en disant que tout ensemble dénombrable³⁸, par exemple les mailles du quadrillage du cône dans l'ordre alphaséculaire ou encore l'ensemble N , est équipotent à son carré cartésien, par exemple les mailles du quadrillage dans l'ordre lexicographique ou encore l'ensemble $N \times N$ ou l'ensemble Q des rationnels.

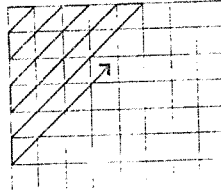
La démonstration de l'équipotence des ensembles N et $N \times N$ (ou N et Q) se fait ostensiblement en exhibant une bijection de l'un sur l'autre. Ce qui revient à montrer que l'on peut énumérer $N \times N$ c'est-à-dire étiqueter ces éléments avec les numéros de N ou encore définir un balayage "linéaire" du produit cartésien.

Par exemple, on démontre, plus généralement, que *toute réunion dénombrable d'ensembles dénombrables est elle-même dénombrable* en supposant rangé l'un sous l'autre ces ensembles

³⁷ Ce sont les conditions de construction des numérations de position (prendre une base au moins égale à 2 et pouvoir écrire des expressions de longueur arbitraire).

³⁸ Dont les éléments peuvent être numérotés par les entiers naturels.

numérotés. Les éléments forment alors un tableau et sont doublement indexés par les numéros de lignes et de colonnes. Il suffit alors de suivre un parcours "diagonal" comme le suivant :



dont la simple possibilité ainsi rendue manifeste constitue le coeur de la démonstration cherchée.

4.5.2.5 D'où la mise en évidence du fait logique que deux ensembles peuvent avoir le même cardinal sans pour autant être de même type ordinal : (N, oméga) et (Q, éta) ont même cardinal³⁹ mais ils sont de type d'ordre très différents puisque l'ordre oméga de N, contrairement à l'ordre éta de Q, jouit de la propriété que tout élément possède un successeur unique, tandis que l'ordre éta jouit de la propriété d'intercalation (il y a toujours, entre deux rationnels distincts quelconques, une infinité de rationnels).

4.5.2.6 Du point de vue épistémologique, on déduit des "expériences" précédentes que la notion de cardinal⁴⁰ conserve un résidu d'intuition sensible.

A savoir le fait d'expérience (finie) qui conduit à admettre qu'ayant une collection d'objets à dénombrer, c'est-à-dire à numérotter, nous pouvons nous y prendre de manière totalement arbitraire. D'où l'invariance d'une propriété des ensembles finis, celle de leur nombre d'éléments, par rapport aux différentes possibilités d'en énumérer les éléments.

Soit une sorte de postulat, évident pour la pensée simulante, l'abstraction idéalisante toujours attachée à l'intuition phénoménologique des référents "réels". Un postulat incertain et à remettre en chantier pour la pensée modélisante, la concrétisation réalisante seulement asservie à la critique logique des référents "imaginaires".

4.5.2.7 Cette remise sur le chantier de la critique conduit à la conclusion que les concepts de cardinal et d'ordinal ne sont les deux faces d'un même prédicat que si l'on s'astreint à ne considérer que des collections finies, à ne pas passer outre au "tabou" de l'infini⁴¹.

Dans le cas infini, il faut (par nécessité logique) préciser que seule est vraie l'implication directe : "si deux ensembles sont de même type ordinal alors ils sont de même puissance" puisque (N, oméga) et (Q, éta) constituent un contre-exemple à sa réciproque.

4.5.3 Le constat des différences qu'entraîne la décision d'utiliser telle ou telle stratégie (par exemple, la numérotation alphabétique ou alphanumérique des mailles du quadrillage du cône) conduit à d'innombrables discussions.

Des discussions qui rappellent notamment celles des sophistes de l'Antiquité grecque sur l'impossibilité du mouvement (tout potache a entendu parler du paradoxe d'Achille poursuivant, sans l'atteindre, la tortue) et sur la nature du continu⁴².

³⁹ Puisqu'on peut construire une bijection entre ces deux ensembles.

⁴⁰ Défini comme classe d'équivalence d'ensembles équipotents.

⁴¹ Confrontés aux paradoxes de l'infini, les mathématiciens adoptèrent des attitudes très différentes. Galilée, par exemple, conseillait la recherche méticuleuse et prudente, Cauchy recommandait l'évitement ; quant à Dedekind, il retourna le paradoxe de l'équipotence du tout et de la partie en définition de l'infini mathématique.

⁴² L'Histoire nous rappelle que les géomètres du XVII^e siècle durent s'affranchir de l'interdit alexandrin de spéculer sur l'infini "en acte" pour renouveler les pratiques ("méthode d'exhaustion") de quadrature et de cubature, s'attaquer à de nouveaux problèmes (tangentes, rectification) et découvrir de nouvelles méthodes (par les "indivisibles"). D'où "sortirent" de nombreux nouveaux résultats et cette nouvelle branche des mathématiques, l'Analyse des "infinitement petits" ou des "fluxions".

5) Conclusion

5.1 Les - trop rapides - analyses précédentes auront permis, je l'espère, de montrer que les enjeux de l'Ethnoéducation contre l'ethnocide sont à la mesure de l'idée que l'on se fait de la nature des mathématiques⁴³ et, plus généralement, des sciences que l'on souhaite partager avec les Amérindiens.

Si l'on pense à l'enseignement de la géométrie, par exemple, la première (et peut-être la seule⁴⁴) question, moins à résoudre qu'à proposer à la méditation des Indiens, est celle de savoir en quoi la géométrie formelle contemporaine, celle de Hilbert, par exemple, diffère⁴⁵ de celle, rationnelle, d'Euclide et, plus encore, de la géométrie dite "physique" du positivisme naïf.

5.2 Cette question se dédouble immédiatement en celle-ci : à quoi peuvent bien servir les formes abstraites (pures, vides, inutiles, insensées...) que construisent les mathématiciens ? A laquelle je répondrai, presque sans hésiter, pour doter l'homme d'un moyen intelligent⁴⁶, universellement traduisible et formellement évaluable, de construire et surtout de penser son rapport⁴⁷ à son propre environnement.

Un environnement construit *à la fois* comme un référent "réel" (spatial et/ou temporel) *et* un référent "imaginaire" (notionnel et/ou critique), comme un fruit "objectif", "évident", de ses facultés de simulation idéalisante *et* un fruit "subjectif", "certain", de ses facultés de modélisation concrétisante ; un environnement constitué de phénomènes sensibles représentés par les lois du monde et de théorèmes formels représentés suivant les structures de l'esprit.

5.3 Ces formes, voulues abstraites et que construisent les mathématiciens tout autrement que de vulgaires abstractions, ne signent nullement un refus du sensible. Ce qu'elles signent, au contraire, c'est l'articulation du sensible et de l'intelligible, le dépassement critique du sensible par et dans l'intelligible.

Un dépassement dont l'histoire et l'ethnomathématique nous enseignent à suivre, dans l'œuvre des génies qui nous précédèrent dans le temps ou dans l'espace, les multiples détours et les nombreux méandres, ainsi que les nécessaires enracinements culturels.

5.4 Une saga conceptuelle de concepts ou de prédicats logiques⁴⁸ que seules l'expérience et l'autocritique sont autorisées à réguler et à régler. C'est-à-dire une histoire de libération véritable, une bataille ou une révolution que l'on gagne, contre sa propre ignorance, à n'accepter de se soumettre qu'aux décrets de la raison "universelle" ; celle qui se construit pas à pas, pierre à pierre, lentement, comme une œuvre commune qui naît de l'obscurité et meurt de l'oubli.

⁴³ On sait que le mathématicien Georges BOOLE réfléchissait beaucoup aux propriétés syntaxiques des formes linguistiques et qu'il plaiderait pour la liberté des créations mathématiques : «il n'est pas de l'essence des mathématiques de s'occuper des idées de nombre et de quantité» (cité par BOURBAKI, *Eléments d'histoire des mathématiques*) estimant, à juste titre, que «quiconque est averti de l'état actuel de l'Algèbre sait que la validité des calculs ne dépend pas de l'interprétation des symboles mais seulement des lois combinatoires» ou encore que «toutes les interprétations sont bonnes et il peut s'agir d'arithmétique, de géométrie, de mécanique ou d'optique» (*Analyse mathématique de la logique*, 1847). Idées formelles qui n'auraient pas déplu au Leibniz des *Generales Inquisitiones de Analysis Notiorum et Veritatum* (1686).

⁴⁴ Dans la mesure où la plupart des autres questions que l'on se pose généralement au moment d'enseigner me semblent se réduire à des questions de technique et d'érudition mathématiques.

⁴⁵ Et ceci, qui est essentiel, tout en continuant et en s'articulant à elles : les mathématiques sont vraiment détachées de l'expérience et, ce qui en est la contre-partie nécessaire, profondément enracinées dans les pratiques.

⁴⁶ Et esthétiquement beau, ajouteraient les mathématiciens qui jouissent de cet immense plaisir.

⁴⁷ Nous admettons la définition réaliste et médiévale de la connaissance (rapport d'un sujet et d'un objet) et sa conséquence que la vérité n'est pas absolue mais relative au lien d'adéquation que l'esprit établit, en toute responsabilité, entre l'objet "réel" et l'objet "pensé", entre le produit de ses facultés de simulation (au sens des physiciens dont les théories réduisent simulent et idéalisent les phénomènes) et le produit de ses facultés de modélisation (au sens des mathématiciens dont les structures modélisent et concrétisent les axiomatiques).

⁴⁸ Qui va de l'obscurité des origines à l'oubli des motivations, dans les synthèses atteintes, des démarches constructives, selon des cycles de *détachement* de l'expérience, d'*autonomie* dans et par la langue et les systèmes de représentation, d'*asservissement*, enfin, aux règles et principes "universels" d'une communauté de pairs.

Une *Minga*, comme disent les Indiens de Colombie, une belle et grande œuvre, décidée en commun et pour le bien de tous, réalisée ensemble, selon les moyens de chacun, comme l'épopée de la construction de la maison commune, la maison des sciences et de la sagesse. Une grande institution que l'on partage et se partage, comme la langue, sans l'appauvrir ni s'appauvrir, bien plus intimement avec les pairs qu'avec des étrangers.

Bègles, août 1993