
 UN STAGE EN FORMATION CONTINUE SUR LA DÉMONSTRATION
 À PARTIR DE TEXTES D'HISTOIRE ET
 DE PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES.

J. GUICHARD - IREM de Poitiers

I. PRESENTATION GENERALE DU STAGE.

Cadre : au programme des stages 92-93, proposés par l'IREM de Poitiers à la MAFPEN de Poitiers et inscrits au PAF¹, stages dits "d'offre", faisant l'objet de candidatures individuelles.

Titre : STATUT DE LA DÉMONSTRATION EN MATHÉMATIQUES

Objectif du stage : s'interroger sur les origines et l'histoire de la démonstration, pour analyser ses articulations avec la notion de *preuve*, ses différentes *fonctions*, et les perspectives didactiques qu'elles permettent d'ouvrir.

Public : enseignants de mathématiques et de philosophie.

Supports : travail à partir de textes empruntés à l'histoire et à la philosophie des mathématiques.

Durée : 12 h en deux sessions :

J1 : axé sur "LE RETOUR AUX SOURCES"

J2 : axé sur LES FONCTIONS DE LA DÉMONSTRATION
 = points de repères sur "la démonstration au fil des âges" pour balises didactiques.

Idée directrice : DÉMONSTRATION = UN TYPE DE PREUVE PARTICULIER
 (discursif, met le raisonnement en jeu) :

- qui par conséquent n'est pas le seul,
- qui a une fonction "primordiale" : justifier ce qu'on avance,
- qui a une histoire,
- qui ne va pas de soi et qui s'apprend ;

⇒ sur le plan didactique s'éclairer sur : pourquoi fait-on - et fait-on faire - des démonstrations.

¹ MAFPEN : Mission Académique à la Formation des Personnels de l'Education Nationale. PAF : Plan Académique de Formation.

J2 : FONCTIONS DE LA DÉMONSTRATION

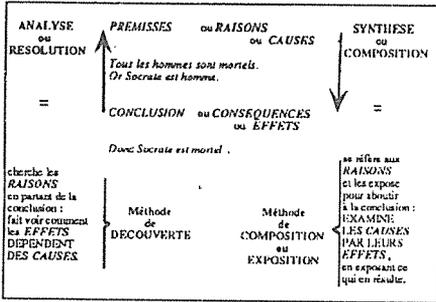
1. LE POINT sur J1 et sur les travaux inter-stage

2. DEUX GRANDS TYPES DE DÉMONSTRATION

2.1. "La manière de démontrer est double : ...analyse ou résolution, ...synthèse ou composition". DESCARTES R. *Texte 12*.

2.2. ... et le reproche de DESCARTES aux Anciens. *Texte 12*.

2.3. Retour à PAPPUS *Texte 11*, et au syllogisme scientifique d' ARISTOTE. *Texte 7*. 2 schémas



" (...) que nous connaissons. la cause par laquelle la chose est"	=	la raison qui fait que Socrate est mortel : l'attribut <i>homme</i> qu'il a en commun avec tous = moyen terme, qui est la raison de la conclusion
"que nous savons que cette cause est celle de la chose"	=	que nous établissons une relation entre la raison et la conclusion.
et "qu'en outre, il n'en est pas possible que la chose soit autre qu'elle n'est."	=	nécessité de la conclusion : exclusion de tout autre possibilité.

3. FONCTION(S) DE LA DÉMONSTRATION ?

3. 1. convaincre ou éclairer ? ... Les préoccupations "pédagogiques" du XVII^{ème} siècle : ARNAULT ET NICOLE. *Texte 13*.

3. 2. ... ou fonder le savoir mathématique ? Les préoccupations de rigueur et de fondement du XIX^{ème} siècle : B. BOLZANO. *Texte 14*.

4. DÉMONSTRATION ET AXIOMATIQUE : L'AXE D'EUCLIDE AUX TEMPS MODERNES :

4. 1. d'une axiomatique non formalisée... LES ELEMENTS D'EUCLIDE. I. - *Texte 8* - ... aux axiomatiques formalisées.

G. PÉANO. *Texte 16*. Cf. ci-contre. R. BLANCHÉ. *Texte 15*.

4. 2. axiomatisation et formalisation. L'AXIOMATIQUE. R. BLANCHÉ. *Texte 17*.

5. SYNTHÈSE : un type particulier de preuve :

Cf. Idée directrice (I.).

(pp. 1-20)
ARITHMETICÆ PRINCIPĪA.
I. De numeris et de additione.

Explicationes.

Signo N significatur numerus (integer positivus).

• 1 » unitas.

• $a + 1$ » sequens a , sive a plus 1.

• ∞ » est æqualis. Hoc ut novum signum considerandum est, et si logicus signi, figuram habet.

Axiomata.

- $1 \in N$.
- $a \in N, 0 : a = a$.
- $a, b \in N, 0 : a = b, \infty : b = a$.
- $a, b, c \in N, 0 : a = b, b = c : 0 : a = c$.
- $a = b, b \in N, 0 : a \in N$.
- $a \in N, 0 : a + 1 \in N$.
- $a, b \in N, 0 : a = b, \infty : a + 1 = b + 1$.
- $a \in N, 0 : a + 1 - 1 = a$.
- $k \in K, 1 \in k, \infty : k \in N, \infty : k = 0, \infty : + 1 \in k : 0, N \cap k$.

Definitiones.

10. $2 = 1 + 1; 3 = 2 + 1; 4 = 3 + 1; \text{ etc.}$

Theorematum.

11. $2 \in N$.

Demonstratio:

$P 1, 0 :$ $1 \in N$

$1 [a] (P 6) : 0$ $1 \in N, 0, 1 + 1 \in N$

$(1) (2) : 0 :$ $1 + 1 \in N$

$P 10, 0 \in 2 :$ $2 = 1 + 1$

$(4) : (3) : (2, 1 + 1) [a, b] (P 5) : 0 :$ $2 \in N$ (Theorematum)

Reproduction extraite de ENCYCLOPEDIA UNIVERSALIS, Paris 1972, Vol. 12, p. 651. Une page des Opere scelette, 3 vol. Rome 1957. Vol. 1.

III. INDEX des EXTRAITS de TEXTES

- 1 **LES DEUX GRENIERS.** RITTER, J. CHACUN SA VÉRITÉ. LES MATHÉMATIQUES EN EGYPTÉ ET EN MÉSOPOTAMIE. IN SERRES, M. ELÉMENTS D'HISTOIRE DES SCIENCES. Bordas, 1990, p. 42-43.
- 2 **EUCLIDE. ELEMENTS.** Livre IX, propositions 21-22, trad. PEYRARD 1819. Rééd. Blanchard 1966 p. 249, et Livre VII, définitions, p. 180.
- 3 **LES JETONS.** SZABO A. LES DÉBUTS DES MATHÉMATIQUES GRECQUES. Vrin 1977, p. 208.
- 4 **ARISTOTE. PREMIERS ANALYTIQUES.** I. 23. 41. a 25-30. Trad. TRICOT. Vrin 1966, p.121-122.
- 5 **EUCLIDE. ELEMENTS.** Livre X, Proposition CXVII. Trad PEYRARD 1819. Ed. Blanchard, p. 392-394.
- 6 **PLATON. RÉPUBLIQUE** 510 c-e. Trad. E. CHAMBRY. Ed. Les Belles Lettres 1966, p. 141.
- 7 **ARISTOTE. SECONDS ANALYTIQUES.** I. 2. 71.b 10 - 72b 4 . Trad. et notes TRICOT. Ed. Vrin 1970, p. 6-14.
ARISTOTE. TOPIQUES VIII, 3. 158 b 25 - 159 a. Trad. et notes TRICOT. Ed. Vrin 1965, p. 332-333.
- 8 **EUCLIDE. ELEMENTS.** Livre I, Définitions, Demandes, Notions et Proposition I. Trad PEYRARD 1819. Ed. Blanchard 1966, p. 1-3.
- 9 **PROCLUS. LES COMMENTAIRES SUR LE PREMIER LIVRE DES ELÉMENTS D'EUCLIDE,** traduit du grec par Paul VER EECKE. Desclée de Brouwer, 1948, p. 67-69.
- 10 **PROCLUS. LES COMMENTAIRES SUR LE PREMIER LIVRE DES ELÉMENTS D'EUCLIDE,** traduit du grec par Paul VER EECKE. Desclée de Brouwer 1948, p. 157-158.
- 11 **PAPPUS d'Alexandrie. LA COLLECTION MATHÉMATIQUE.** Livre VII. Traduit du grec par Paul VER EECKE. 2 tomes. Rééd. Blanchard 1982.
- 12 **DESCARTES R. SECONDES RÉPONSES** (aux objections faites aux Méditations Métaphysiques). In **ŒUVRES.** Editions de La Pléiade. NRF-Gallimard 1953, p. 387-389.
- 13 **ARNAULD A. et NICOLE P. LA LOGIQUE OU L'ART DE PENSER,** contenant, outre les règles communes, plusieurs observations nouvelles, propres à former le jugement. (1674). Quatrième partie. Ch. IX Ed. P.U. F. 1965, 325-328.
- 14 **BOLZANO B. DÉMONSTRATION PUREMENT ANALYTIQUE DU THÉORÈME : ENTRE DEUX VALEURS QUELCONQUES QUI DONNENT DEUX RÉSULTATS DE SIGNES OPPOSÉS SE TROUVE AU MOINS UNE RACINE RÉELLE DE L'ÉQUATION** (1817). Trad. Jan SEBESTIK. Revue d'histoire des sciences TXVII, 1964, p. 136-164. Préface, opus cité, p 137.
- 15 **R. BLANCHÉ. L'AXIOMATIQUE.** (1955). 5° éd. PUF 1970, p. 10-11 et 29-31.
- 16 **PÉANO. ARITHMÉTICES PRINCIPIA** (1889). Reproduction extraite de Encyclopædia Universalis, Vol 12 (1972) p. 651.
- 17 **R. BLANCHÉ. L'AXIOMATIQUE.** (1955). 5° éd. PUF 1970, p. 55-59.