L'introduction de l'analyse algébrique à Cambridge au début du 19ème siècle.

Marie-José Durand-Richard
Collège Paul Gauguin, Paris
Chercheur associé REHSEIS CNRS

Au début du 19ème siècle, l'enseignement des mathématiques à Cambridge est devenu "la gloire et l'honneur de l'université". Mais paradoxalement, il est resté figé dans une sorte de double fidélité à la géométrie euclidienne et à la forme newtonienne du calcul infinitésimal, le calcul des fluxions. Une telle crispation rend de plus en plus difficile l'assimilation des remarquables développements qu'ont connus les mathématiques sur le Continent. D'un point de vue strictement internaliste, c'est donc dans un contexte de stagnation qu'interviennent, dès 1813, les jeunes mathématiciens de l'Ecole Algébrique Anglaise pour imposer les acquis de l'analyse algébrique, tant dans le domaine de l'enseignement que dans celui de la recherche. Initiative audacieuse, qui ne saurait être évaluée comme un simple transfert de connaissances. Confrontée à la nécessité d'un renouvellement plus profond des institutions et des savoirs qui les fondent, elle débouche sur une conceptualisation du champ de l'opératoire, que Bourbaki[1] considère comme une des trois voies ayant conduit le 19ème siècle à l'élaboration de l'Algèbre Abstraite, et qui n'est pas sans produire des orientations spécifiques quant au choix des fondements de l'analyse algébrique. Et cette spécificité concerne tout autant leurs conditions d'émergence que leurs répercussions sur l'enseignement des mathématiques à Cambridge.

L'historien des mathématiques L. Novy qualifie d'Ecole Algébrique Anglaise un groupe de mathématiciens formé de Charles Babbage (1791-1871), George Peacock (1791-1858), Augustus de Morgan (1806-71), et Duncan F. Gregory (1813-44), auquel il rattache également George Boole (1815-44) et William Rowan Hamilton (1805-65), ainsi que Arthur Cayley (1821-95) et James Joseph Sylvester (1814-97) dont les travaux, bien que plus tardifs, n'en sont pas moins fortement marqués par les orientations de leurs prédécesseurs[2]. Hamilton est vraisemblablement le plus connu, sans doute parce qu'il va le plus loin sur la voie du formalisme en produisant la première structure algébrique dont la multiplication des éléments n'est pas une opération commutative : celle des quaternions. Mais, du point de vue de l'histoire de ce mouvement, il faut insister sur le fait que Hamilton n'a aucun lien direct avec l'université de Cambridge, puisqu'il est irlandais, ce qui en Grande Bretagne, représente beaucoup plus qu'une simple distinction régionale[3], et qu'il se démarque radicalement de cette école qu'il appelle Philologique, se revendiquant lui-même d'une Ecole Théorique. Boole et De Morgan sont plus connus comme logiciens que comme mathématiciens, Boole pour son algèbre, de Morgan pour les lois de dualité qui portent son nom. Gregory, mort trop jeune pour marquer les mémoires, descend d'une grande famille de mathématiciens écossais : il oriente les conceptions formalistes de Peacock, dont il est le plus proche disciple, vers des techniques sépcifiques de résolution des équations différentielles, et fonde à Cambridge en 1837 le premier journal britannique de recherche mathématique, le *Cambridge Mathematical Journal*. Babbage apparaît depuis quelques années comme le pionnier de la conception des ordinateurs, parce que sa "machine analytique", telle qu'il l'invente dans les années 1830, séparant les cinq fonctions opératoires essentielles que sont la mémoire, le calcul, le contrôle, la commande, et le transfert des nombres, fonctionne selon les mêmes principes qu'une calculatrice automatique à

---

1 Bourbaki, 1962, 74.

2 Novy, L., 1968.

3 L'histoire présente pourrait suffire à nous en convaincre, si nous ignorions la famine de 1845-51 et l'opposition religieuse entre catholiques et protestants, incarnée au 19ème siècle par l'engagement de D. O'Connell dans le mouvement pour l'émancipation des catholiques, de 1823 aux années 1840.

programme externe. C'est à Peacock que les ouvrages généraux d'histoire des mathématiques attribue la paternité de cette conception de l'algèbre comme langage du raisonnement symbolique, qu'il présente en 1833 dans son *Report on the Recent Progress and Actual State of Certain Branches of Analysis*. A Babbage et Peacock, qui forment la première génération de ce groupe de mathématiciens, il faut adjoindre J.F.W. Herschel, le fils de l'astronome William Herschel auquel on doit la découverte d'Uranus en 1781. Après des débuts prometteurs en mathématiques, John se consacrera lui aussi à l'astronomie : il établira en particulier, depuis le Cap de Bonne Espérance où il séjournera de 1833 à 1838, la carte stellaire de l'hémisphère sud.

Babbage, Herschel et Peacock sont au coeur de ce qui deviendra le "network de Cambridge"[4]. Ce réseau intellectuel ouvert aux idées libérales oeuvre à l'édification d'une conception unificatrice de la science et de l'enseignement, afin de combler le fossé qui s'est creusé entre d'un côté, les deux Universités anglaises, Oxford et Cambridge, toutes deux branches de l'Eglise Anglicane, et de l'autre, les nouvelles pratiques inventives issues de la Révolution Industrielle (1760-1830). C'est donc animés d'une volonté proprement politique de réforme qui Babbage, Herschel et Peacock veulent imposer à Cambridge une nouvelle conception des mathématiques. Et c'est bien parce qu'ils mènent de front cette réflexion sur la restructuration des enseignements et sur le rôle du symbolisme dans l'invention en mathématiques que leur conception de l'analyse algébrique est structurée par une conception générale du calcul formel plutôt que vers celle qu'induit le travail de A.L. Cauchy (1789-57) dès 1821, fondé sur la notion de limite.

I. L'enseignement des mathématiques à Cambridge au début du siècle

Dès 1802 s'engage dans le pays un vaste débat sur le rôle des Universités et sur la nature des savoirs fondamentaux qu'elles ont à dispenser pour que les classes gouvernantes soient à même de maîtriser les contradictions d'un pays qui passe en quelques décennies, d'une économie essentiellement rurale à une géographie où les ponts, les chemins de fer, les bateaux, les machines-outils affirment partout la naissance d'un pouvoir nouveau, où la production technique apparaît comme fondamentale. Dans cette visée réformatrice pointe d'ailleurs un certain nationalisme : une Angleterre dominante sur le plan industriel et militaire ne saurait être en reste dans le domaine scientifique, et les Universités anglaises, où l'enseignement est alors en déclin, souffrent de la comparaison avec les institutions nouvelles dont s'est dotée la France depuis la Révolution.

1. Les paradoxes d'un tel enseignement

Les Universités Anglaises, dont les statuts demeurent inchangés depuis 1570, sont conçues comme *seminaries of sound learning and religious education*, destinées essentiellement à la formation du clergé et à celle des classes gouvernantes traditionnelles. En 1841, Peacock estime qu'au moins la moitié des étudiants de Cambridge entrent dans les Ordres, et ce sera encore le cas du tiers d'entre eux[5] de 1850 à 1900. De fait, tant à Oxford qu'à Cambridge s'est imposé le conservatisme des Collèges, qui contrôlent à l'extérieur de vastes réseaux de patronages ecclésiastiques. A l'intérieur, ils dominent l'institution universitaire - où les *Heads of Houses* ont droit de veto sur toute décision du *Caput* - ainsi qu'une société extrêmement hiérarchisée d'étudiants aux statuts différents : *noblemen, fellow-commoners, pensioners, sizars*. Et surtout, ils gouvernent l'enseignement en choisissant les *lecturers* et les *tutors* parmi leurs *fellows*, d'autant plus qu'à l'université, les professeurs enseignent peu[6]. Celle-ci reste seulement garante de l'examen écrit, le *Senate House Examination* ou *Mathematical Tripos* [7],

---

[4] Cannon, W., 1964.

[5] Jenkins, J., & Jones, D.C., 1950.

[6] Elus ou nommés à vie, ils sont nombreux à considérer leur chaire comme une distinction plutôt que comme une charge. Leur rétribution, fixée par donation ou par charte, étant insuffisante, ils la complètent, très souvent par une cure ecclésiastique, qui les maintient hors de l'Université.

[7] Il s'appellera ainsi à partir de 1824, au moment où la création d'un *Classical Tripos* facultatif viendra le compléter.

fondé sur les mathématiques, dont la pratique s'est imposée au milieu du 18ème siècle, malgré l'absence de statut correspondant[8]. Pour les étudiants préalabement classés dans la liste des*wranglers,* c'est un examen hautement compétitif, qui servira de modèle lors de la création des autres *Tripos,* mais qui signe davantage l'accès aux privilèges afférents à la distinction qu'il représente au sein de l'Université, qu'à une carrière de recherche dont le choix est laissé à l'initiative personnelle[9]. En 1802, questions de cours (11 heures) et problèmes (7 heures), rédigés en anglais, portent sur l'arithmétique, l'algèbre, la doctrine des fluxions, la géométrie, la trigonométrie, l'hydrostatique, l'optique et l'astronomie. Jusqu'en 1839 perdurent aussi dans les Collèges un examen préalable en latin, les *disputationes* ou*viva voce examination* , survivance de la tradition scolastique, où les étudiants ont à soutenir et opposer leurs arguments sous la forme du syllogisme, sur des questions telles que "la doctrine de l'éternité de la faute est-elle inconsistante avec la doctrine de l'omnipotence de Dieu?", ou "la méthode de Newton des "raisons premières et ultimes" est-elle correcte?"[10]. A. de Morgan, 4ème *wrangler* en 1827, s'en souvient en ces termes : *"The real disputations were very severe exercises. I was badgered for two hours with arguments given and answered in Latin - or what we called Latin - against Newton's first section, Lagrange's Derived Functions, and Locke on Innate Principles. And though I took off everything, and was pronounced by the Moderator to have disputed magno honore, I never had such a strain of thought in my life."* [11]

Le *Bachelor of Arts degree* ne correspond donc pas à un contrôle des connaissances qui soit strictement le même pour tous. Plus essentiellement peut-être, les trois années d'études et de résidence obligatoire au Collège ont à garantir tout autant une formation morale et religieuse, et le diplôme n'est finalement attribué qu'à l'issue d'une cérémonie qui tient du rite, où chaque diplômé doit prononcer un serment d'allégeance à l'Eglise Anglicane[12]. Une telle cérémonie se reproduit d'ailleurs à tous les échelons de la vie universitaire, réalisant ainsi, face à toute perspective de réforme, une sorte de verrouillage idéologique obtenu par auto-culpabilisation des membres de la communauté[13]. Babbage et de Morgan s'inscrivent contre cette tradition où certitude du savoir et stabilité de l'institution se réfèrent à des valeurs dont la contestation est désormais possible : le premier s'inscrit en 1814 pour un*ordinary degree,* et non pour les *mathematical honours,* le second refuse en 1827 le serment d'allégeance à l'Eglise Anglicane.

De fait, les mathématiques enseignées à Cambridge restent attachées à une conception du savoir qui n'est pas celle d'une science autonome, mais celle d'une connaissance de l'organisation d'un monde créé une fois pour toutes. Perçues comme principes de la philosophie naturelle, elles participent d'un mode d'appréhension des connaissances qui se réfère à la théologie naturelle développée par W. Paley (1743-1805) au tournant du siècle, selon laquelle les acquis de la connaissance rationnelle confirment la religion révélée. Dans un tel système de référence, où l'homologie permet à la notion d'harmonie de légitimer l'immuabilité d'un ordre universel voulu par Dieu, les mathématiques sont au coeur de la représentation d'un monde hiérarchique

---

[8] Gascoigne, 1989.

[9] Pour les autres étudiants, préalablement classés comme *senior optimes, junior optimes,* ou *pollmen,* l'examen ressemble davantage à une formalité, tout comme leur séjour à Cambridge, essentiellement consacré à nouer des relations précieuses pour l'avenir. En 1802, le programme de l'examen des *pollmen* porte sur les deux premiers livres des *Eléments* d'Euclide, l'arithmétique des fractions, l'algèbre éléementaire, l'*Essay on the Human Understanding* de Locke, et les *Evidences of Christianity* de W. Paley.

[10] Rouse Ball, W.W., 1889, 183.

[11] "Les véritables "disputations" étaient des exercices très sévères. Je fus harcelé pendant deux heures avec des arguments donnés et contrés en latin - ou ce que nous appelons latin - sur la première section de Newton, les fonctions dérivées de Lagrange, et les principes innés de Locke. Et bien que j'aie tout surmonté, et que le *moderator* aie déclaré que j'avais disputé *magno honore,* je n'ai jamais eu une telle tension d'esprit dans ma vie". Traduction personnelle, comme toutes celles de cet article. De Morgan, A., 1915, 305.

[12] Winstanley, D.A., 1935, 197-202, 302-13.

[13] Branche de l'Eglise Anglicane, Cambridge et Oxford excluent les dissidents, non plus de l'université, où ils peuvent s'inscrire depuis peu, mais d'une qualification reconnue. J.J. Sylvester, d'origine juive, devra ainsi renoncer au diplôme de l'université de Cambridge en 1837, et obtiendra celui de Dublin en 1841. La création de l'Université de Londres en 1828, soutenue par la dissidence, la bourgeoisie, et les utilitaristes, s'inscrit dans le refus de pérenniser de telles pratiques.

et prédéterminé, que menace toute tentative de réforme. Il est alors cohérent que ce soit sous forme géométrico-euclidienne qu'elles se trouvent intégrées au cursus classique, dans la mesure où la rigueur logique de la géométrie euclidienne est plus proche de la syllogistique que l'opérativité encore mal fondée du calcul algébrico-analytique. Parce qu'elles constituent à Cambridge l'essentiel des examens, donc de l'enseignement, elles appartiennent au même cadre de référence que les structures qui servent à légitimer la permanence spirituelle et temporelle du pouvoir, fondées sur la fidélité au savoir des Anciens. Lorsque W. Whewell (1794-1866), philosophe et mathématicien, entreprendra sa défense des Collèges contre l'Université en 1836, il explicitera clairement cette volonté de maintenir un enseignement géométrique des mathématiques élémentaires qu'il identifiera à une représentation de la permanence du monde.

2. Les enjeux

The Edinburgh Review, créé en 1802, soutenu par les Whigs, est au coeur d'un vaste mouvement de contestation contre l'ordre établi[14]. En 1808, J. Playfair (1748-1819) inaugure la critique de l'enseignement dans les Universités anglaises, en arguant du fait que la fidélité à la logique scolastique exclut le recours à l'expérience et à l'observation, tout comme la curiosité ou l'esprit d'innovation, c'est-à-dire toute démarche expérimentale. Les critiques du *Edinburgh Review* s'appuient sur la philosophie utilitariste, si prégnante en Angleterre au début du 19ème siècle, et portée par les oeuvres de J. Locke (1632-1704), de W. Paley, de J. Bentham (1748-1832) et de James Mill (1773-1836), dont les mathématiciens de l'Ecole Algébrique Anglaise se démarqueront en affirmant le caractère essentiel, voire "naturellement" fondé, du symbolisme algébrique[15]. Playfair affirme : *"What is the main object of most branches of human knowledge, if it be not to minister the bodily wants of man? What is the utility of mathematics, but as they are brought to bear upon navigation, astronomy, mechanics, and so upon bodily wants? What is the object of medecine? what of anatomy? Why greater purposes have law and politics in view, but to consult our bodily wants - to protect those who minister them - and to arrange the conflicting interests and pretentions which these wants occasion? Here is an exact instance of the mischief of verbal studies. One of the greatest objects of human wisdom .. is to turn the properties of matter to the use of man. ... .What was said about the dictates of Aristotle, was not meant to his Physics, but of his Logic and his Metaphysics ... The logic of Aristotle is particularly hostile to inductive sciences. By turning the mind to the syllogistic method, it becomes a very powerful obstruction to that knowledge which is derived, by induction, from experience and observation."* [16]
Mais si la critique est véhémente, et s'adresse tout autant à l'Eglise qu'à l'Etat, en raison même de la fonction première des Universités d'Oxford et de Cambridge, elle ne conteste ni la légitimité du pouvoir spirituel, ni celle du pouvoir temporel : *"We have no doubt of the truth of the one (our religion) or of the excellence of the other (our government) and are convinced*

---

[14] Ponteil, XV, 66.

[15] Dans les années 1820, Peacock, en tant que "tutor" au Trinity College de Cambridge, compte J.M. Kemble et W.D. Conybeare parmi ses étudiants les plus proches, et tous deux sont membres du groupe des *Apostles*, célèbres à Trinity College pour leurs critiques de la théologie de Paley et de l'utilitarisme benthamien, et qui se retrouveront nombreux dans le *Broad Church Movement*. Le *Discourse on the Studies of the University* (1835) de Sedgwick est également destiné à démarquer l'enseignement universitaire à Cambridge des éléments de la philosophie de Locke qui ont pu inspirer l'utilitarisme. Durand,1985, 37-39, 291-98, 305-14.

[16] "Quel est le principal objet de la plupart des branches de la connaissance humaine, si ce n'est d'administrer les besoins matériels de l'homme? Quelle est l'utilité des mathématiques, si ce n'est qu'elles sont amenées à porter sur la navigation, l'astronomie, la mécanique, et donc sur les besoins matériels? Quel est l'objet de la médecine? celui de l'anatomie? Quels plus grands projets peuvent avoir la loi et la politique, que de pourvoir à nos besoins matériels - de protéger ceux qui les administrent - et de concilier les intérêts et les prétentions conflictuelles que ces besoins engendrent? L'un des plus grands objets de la sagesse humaine ... est d'utiliser les propriétés de la matière pour l'usage de l'homme"
"Ce qui a été dit des diktats d'Aristote ne s'adressait pas à sa Physique, mais à sa Logique et à sa Métaphysique... La logique d'Aristote est particulièrement hostile aux sciences inductives. En accoutumant l'esprit à la méthode syllogistique, elle devient une obstruction très puissante à cette connaissance qui est obtenue, par induction, à partir de l'observation et de l'expérience". Playfair, Anonyme, 1810, 161, 185.

that both will be placed on a firmer basis, in proportion as the minds of men are more trained to the investigation of truth". [17]

Lorsque Playfair ouvre le débat, c'est pour stigmatiser l'ignorance qu'ont ses compatriotes de la *Mécanique Céleste* de Laplace. Il y insiste massivement sur le fait que la théorie laplacienne confirme totalement la mécanique newtonienne, et argumente pour établir que, loin de constituer une menace pour la religion, elle confirme non seulement l'existence d'un Dessein initial, celui du Créateur, mais la doctrine des causes finales héritée d'Aristote[18]. D'où que s'énoncent les controverses sur la Réforme de l'Université, est affirmée la primauté nécessaire d'une préservation de la permanence qui est cependant investie de valeurs différentes selon les tendances qui s'affrontent.

Face à cette affirmation d'une stabilité nécessaire, se manifeste dans tout le pays, surtout autour des nouveaux centres industriels, un dynamisme et un intérêt pour la science marqué des valeurs de l'utilitarisme. Il existe en Angleterre une culture mathématique développée pendant tout le 18ème siècle par les *Philomaths* [19], dans des journaux destinés à un public non-académique[20], comme le *Ladies Diary* et le *Mathematical Repository,* ainsi que dans les académies dissidentes[21], ou dans les écoles de commerce et de navigation, comme à Newcastle on Tyne, Whitehaven, Durham ou Sanderland[22] : une part conséquente de l'enseignement y est accordée au calcul algébrique. De très nombreuses sociétés provinciales voient également le jour, dont la vitalité manifeste un décalage flagrant entre une aristocratie terrienne fidèle à la culture du 18ème siècle, où la science fait partie des loisirs du gentleman amateur, et les nouvelles élites provinciales - marchands, propriétaires de manufactures, capitalistes, ingénieurs, nouveaux juristes et médecins - en quête d'une légitimation culturelle de leur pouvoir naissant. Parce qu'ils sont conscients que l'inadaptation de l'Université ajoute aux menaces d'explosion sociale qui secouent alors le pays, les scientifiques les plus libéraux vont œuvrer à la recherche d'un nouvel équilibre permettant de dépasser les oppositions entre les "learned men", tenants d'une érudition classique traditionnelle, et les nouveaux "practical men"[23].

II. La *Société Analytique* et le renouvellement du statut de la science

En introduisant à Cambridge la notation leibnizienne dy/dx pour le calcul différentiel, en lieu et place de la notation fluxionnaire y• qui s'y était imposée depuis Newton, Babbage, Herschel et Peacock réalisent un acte de réconciliation fondamental entre les mathématiques enseignées à Cambridge et celles pratiquées sur le Continent. Un tel acte intervient après un manque de communication mathématique vieux de près d'un siècle, régulièrement attribué à la querelle de priorité qui avait si violemment opposé Newton et Leibniz au sujet de l'invention du Calcul Infinitésimal, mais qui s'enracine à l'évidence dans la sclérose des Universités anglaises[24].

---

17 "Nous n'avons aucun doute sur la vérité de l'une (notre religion) ou l'excellence de l'autre (notre gouvernement), et nous sommes convaincus qu'ils seront tous deux placés sur une base plus ferme, dès lors que l'esprit des hommes sera plus exercé à la recherche de la vérité". Ibid., 179-80.

18 Playfair, 1808, 278-79.

19 Pedersen, 1963.

20 Des exercices de mathématiques paraissent régulièrement dans le *Ladies Diary* (1704-1840), dont Thomas Simpson et Charles Hutton, tous deux professeurs au *Royal Military College* de Woolwich, seront successivement éditeurs, ainsi que dans le *Mathematical Repository* (1770-1840) de Thomas Leybourne, où les étudiants de Cambridge eux-mêmes étudient certains problèmes en vue de la préparation de leur examen. Fauvel, Ransom, Wallis, 1991, 8-9; & Panteki, 1987, 125.

21 Rogers, L., in Bos & Mehrtens & Schneider, 1981.

22 Fauvel, Ransom, Wallis, 1991, 16-19 & 27-32.

23 Ces interrogations relatives à la nature des fondements de la connaissance, qui conduisent à envisager une restructuration des mathématiques à Cambridge, conduiront de même à envisager une restructuration de la logique, qui s'exprime d'abord dans le mouvement que W. Hamilton - à ne pas confondre avec l'inventeur des quaternions - a appelé la "nouvelle analytique", avant d'aboutir à la mathématisation par Boole des lois de la pensée. Diagne, 1989; Durand-Richard, 1994a et 1994b.

24 Le phénomène est de fait beaucoup moins sensible à Dublin ou à Edinbourg.

1. Les initiatives de *The Analytical Society*

L'acte fondateur de l'Ecole Algébrique Anglaise ressemble fort à une provocation d'étudiants. En 1812, E. Bromhead, C. Babbage, et quelques amis s'inspirent des querelles entre Siméonistes, relatives à une diffusion avec ou sans commentaire de la Bible, pour créer *The Analytical Society* afin de diffuser sans commentaire la notation "d" du calcul différentiel! Mais au-delà de l'enthousiasme et de la contestation, l'unique volume des *Memoirs of the Analytical Society* , publié en 1813, formule déjà, dans une longue préface très érudite, leur futur programme de recherche : développer une conception des mathématiques fondée sur l'analyse - démarche qui est la mieux à même de théoriser les pratiques inventives - et mettre en avant les méthodes permettant d'unifier la résolution des différents types d'équations : fonctionnelles, différentielles, ou aux différences finies. Leur intérêt pour les mathématiques continentales se soutient d'une volonté politique tout à fait manifeste dans l'épreuve de force qu'ils engagent pour en hâter l'adoption. Babbage, Herschel et Peacock traduisent en 1816 le *Traité Elémentaire de Calcul Différentiel et Intégral* de S.F. Lacroix (1765-1843). Les tuteurs privés y forment d'autant plus intensément leurs étudiants que Peacock, *moderator* au *Senate House Examination* en 1817, 1819, 1821, pose systématiquement ses questions dans la notation différentielle. L'entreprise est complétée en 1820 par la parution simultanée de trois volumes d'exemples, destinés à illustrer l'utilisation de la théorie du Calcul Différentiel et Intégral par une multitude d'exercices et de résultats : les *Examples of the Functional Equations* de Babbage, les *Examples on the Calculus of the Finite Differences* de Herschel, et surtout les *Examples on the Calculus of the Applications of the Differential and Integral Calculus* de Peacock[25].

Peacock, *fellow* et tuteur de *Trinity College* de 1817 à 1836, *Lowndean Professor* jusqu'en 1839, avant d'être nommé doyen de la cathédrale d'Ely par Melbourne, consacre toute sa ténacité à inscrire dans les faits sa volonté sans cesse réaffirmée de réformer l'université : "*I assure you, my dear Herschel, that I shall never cease to exert myself to the utmost in the cause of reform, and that I will never decline any office which may increase my power to effect it. I am nearly certain of being nominated to the office of Moderator in the year 1818-19, and as I am an examiner in virtue of my office, for the next year, I shall pursue even more decided than hitherto, since I shall feel men have been prepared for the change, and will then be enabled to have acquired a better system by the publication of improved elementary books. I have considerable influence as a lecturer, and I will not neglect it. It is by silent perseverance only that we can hope to reduce the many-headed monster of prejudice, and make the University answer her character as the loving mother of good learning and science*" [26]. Mathématicien whig anglican de l'Université de Cambridge, c'est avec une ténacité et une diplomatie quasi légendaires qu'il inscrit délibérément son action institutionnelle et sa pensée mathématique dans l'histoire de la professionnalisation de l'Université et de la laïcisation de ses statuts.

2. Réforme de l'Université et institutionnalisation de la science

Faute de disposer de l'autorité suffisante pour s'attaquer directement à la réforme de l'université, Peacock participe activement à la création des structures permettant d'exprimer une conception renouvelée du savoir, qui intègre préoccupations symboliques et visées utilitaristes :

---

25 Whewell s'associe un court moment à leur entreprise. Il publie en 1819 un traité de Mécanique faisant un usaage exclusif de la notation différentielle.

26 "Je vous assure, mon cher Herschel, que je ne cesserai jamais de me consacrer le plus possible à la cause de la réforme, et que je ne déclinerai aucun rôle qui puisse me permettre d'accroître mon pouvoir de le faire. Je suis presque certain d'être nommé au poste de *Moderator* pour l'année 1818-19, et puisque je suis du même coup examinateur pour la prochaine année, je poursuivrai avec encore plus de détermination, parce que je sens que les hommes sont prêts au changement, et qu'ils ont pu acquérir une meilleure préparation grâce à la publication de meilleurs manuels. J'ai une influence considérable en tant que *lecturer*, et je ne la négligerai pas. C'est seulement par la persévérance silencieuse que nous pouvons espérer réduire l'hydre de la prévention, et conduire l'université à répondre à sa vocation de mère protectrice du vrai savoir et de la science". Royal Society Library : Herschel Papers, Hs.13.249, lettre de Peacock à Herschel du 17.03.1817.

la *Cambridge Philosophical Society* [27] en 1819, l'*Observatoire* entre 1816 et 1823, la *Pitt Press* (1831-32) et le *Fitzwilliam Museum* (1830-35), ainsi que l'extension de la bibliothèque et des locaux universitaires (1829-42). Dans ses *Observations on the Statutes of the University of Cambridge* (1841), où il confronte l'histoire des textes aux pratiques effectives, il établit une séparation radicale entre les institutions qui, au sein de l'université, doivent en symboliser la permanence, et celles qui doivent s'adpater à l'évolution des connaissances. L'ouvrage joue un rôle essentiel de catalyseur vers la Réforme des Universités Anglicanes, qui prend place dans les années 1850. Peacock est un des cinq membres de la Commission Royale d'Enquête[28] nommée à Cambridge pour l'impulser, et appartient à la Commission Exécutive qui, de 1855 à 1859, est chargée de vaincre les résistances des Collèges d'Oxford et de Cambridge à la Réforme votée en 1855 et 1856. Si les serments d'allégeance à l'Eglise Anglicane y sont supprimés pour tous les examens sauf en théologie, les membres du *Senate* et les titulaires d'une fonction universitaire doivent toujours se déclarer "bona fide" vis-à-vis de l'Eglise Anglicane[29]. Le Mathematical Tripos est séparé en 1848 entre un examen élémentaire obligatoire pour tous, avec la possibilité de soutenir ensuite un *Classical Tripos*, un *Moral Tripos*, un *Natural Sciences Tripos*, ou un *Mathematical Honors*. Et un *Board of Mathematics* est créé la même année, chargé d'assurer la corrélation nécessaire entre les cours et les sujets d'examen.

Babbage, plus radical que Peacock, mais aussi plus immédiatement reconnu socialement et intellectuellement, conduit ces projets de réforme à partir de Londres. Il crée la *Royal Astronomical Society* en 1820, et publie en 1830 une très virulente critique de la *Royal Society*, qu'il rend responsable du déclin de la science en Angleterre, parce que son fonctionnement persiste à refléter le statut de gentleman-amateur de l'homme de science[30]. Babbage en appelle à la nécessité pour cette nation "d'économistes et de calculateurs", d'établir une collaboration plus étroite entre science, industrie et pouvoir. Après l'échec que subit le network de Cambridge à tenter d'installer Herschel à la présidence de la Royal Society en1830, c'est au sein de la *British Association for the Advancement of Science*, créée en 1831, que s'élabore une conception unificatrice de la science, contribuant à l'unité idéologique de la bourgeoisie montante et de l'aristocratie au pouvoir : une science qui susceptible d'intégrer toute démarche inventive dès lors qu'elle peut être quantifiée et légitimée par les sciences déductives. A l'occasion des congrès annuels, ses membres, qualifiés désormais de *scientists* [31],parcourent le pays, des villes universitaires aux centres industriels, et la communauté ainsi formée intervient aussi bien à propos des grandes questions traditionnelles de la science[32] que de celles qui concernent l'industrialisation du pays[33]. Pendant ses 20 premières années d'existence, la *British Association* est contrôlée par un noyau stable d'une vingtaine de membres, que Morrell et Thackray appellent les *Gentlemen of Science* [34], où se retrouvent Babbage, Herschel, Peacock, et bon nombre des éléments du *network* de Cambridge.

---

27 Babbage y publiera plusieurs articles, entre 1820 et 1830, sur le rôle de la notation mathématique. De Morgan y prolongera les travaux de Peacock sur l'Algèbre symbolique.

28 La Commission Royale d'Enquête est composée de Peacock, Herschel, du naturaliste libéral Sedgwick, de son collègue Romilly, secrétaire général de l'Université de Cambridge, ainsi que de Lord Graham, évêque de Chester. Tillyard, p. 105.

29 Cette abolition des "tests" religieux avait fait l'objet d'une pétition adressée au Parlement en 1834, et signée par 64 membres de l'Université de Cambridge, dont Peacock et Babbage. Elle fut soutenue par W. Hamilton. La fin de toutes les restrictions religieuses dans les statuts de l'Université, en partsiculier l'ouverture aux non-anglicans des *fellowships* dans les Colleges et des *Professorships* à l'Université, attendra 1871.

30 Babbage, 1830, *Works*, 7.

31 C'est en 1833 à Cambridge que Whewell, qui préside le 3ème Congrès de l'Association, forge ce terme pour désigner les participants à cette espèce "d'église nationale de l'intellect", telle que la définit S.T. Coleridge. Morrell & Thackray, 2-34, p. 256-75.

32 Les débats sur la nature de la lumière, auxquels Peacock, biographe de Young, s'intéresse de près, en sont un exemple.

33 Les débats sur l'installation du chemin de fer, auxquels Babbage participe activement, en sont un autre exemple.

34 Ils sont quasiment tous de confession anglicane, politiquement proches des Whigs et des anglicans libéraux du *Broad Church Movement*, et constituent un groupe socialement intermédiaire entre les classes qu'il s'agit de réconcilier du côté du pouvoir. Morrell & Thackray, p. 21-9.

En Angleterre, la première moitié du 19ème siècle est donc marquée par une transformation du statut de la science, tant sur le plan conceptuel qu'institutionnel, transformation dans laquelle la première génération des mathématiciens de l'Ecole Algébrique Anglaise intervient très systématiquement. Et le sens d'un tel engagement - la recherche des structures ontologiquement légitimes garantissant la permanence d'un ordre qui demeure conçu comme universel - n'est pas dépourvu d'effet sur leur conception des mathématiques.

III. L'analyse algébrique à Cambridge : une algèbre de l'infini.

L'importance des interventions de l'Ecole Algébrique Angiaise dans le processus d'institutionnalisation et de laïcisation de la science ne saurait être dissociée du fait que ces mathématiciens n'ont rien renier de leur anglicanisme. Leur engagement reste partie prenante d'une conception théologique de la permanence du monde, conçue comme un ordre universel, où les mathématiques persistent, comme chez Newton, à servir de principes. Le développement des sciences au début du 19ème siècle suppose que ces principes ne régissent plus seulement les lois du mouvement, mais l'ensemble des lois opératoires que l'analyse mathématique est susceptible d'exprimer. C'est en ce sens que Peacock se livre à un travail de reformulation des résultats de l'analyse algébrique à partir de considérations philologiques issues de l'*Essay on Human Understanding* de Locke. Une telle perspective conduit à réinterroger le rapport entre discours mathématique et réalité. C'est par le biais d'une analyse des relations entre le mot, l'idée et la chose[35] que Peacock tente d'imposer comme structurelles les propriétés d'opérations fonctionnant sur des symboles, des symboles conçus comme arbitraires dans la mesure où ils ne possèdent pas de lien nécessaire à la chose désignée.

1. Les pistes ouvertes par Woodhouse

Professeur à Cambridge de 1820 à 1827, Woodhouse ne saurait être directement rattaché à l'Ecole Algébrique Anglaise dans la mesure où il n'intervient pas pour imposer institutionnellement la notation différentielle. Il est pourtant le premier à y publier ouvrages et manuels utilisant les méthodes continentales, et à proclamer l'indépendance des méthodes algébriques à l'égard du raisonnement géométrique. Il prépare la rupture épistémologique que l'Ecole Algébrique Anglaise mènera à son terme sur le plan sociologique et conceptuel.
Parce que les mathématiques sont conçues comme fondement de la connaissance, l'assimilation de l'analyse algébrique suppose que soient résolus les nombreux paradoxes liés à l'utilisation des séries infinies, et à l'extension aux variables complexes de résultats obtenus dans le domaine réel. Pour qu'une méthode perçue comme heuristique soit reconnue comme démonstrative, il faut également que lui soit transférée la conviction de vérité ou de certitude absolue attachée jusqu'ici à la géométrie. Woodhouse rappelle, pour mieux s'en démarquer, la position des détracteurs du caractère instrumental de l'algèbre, dont il est fait usage dans les institutions moins soucieuses du caractère fondamental de la connaissance (écoles militaires, écoles de commerce et de navigation), et indique du même coup sa propre perspective de travail :"*The arguments that seem to render all operations performed with impossible quantities unintelligible may be included under the following statement. Algebra is a species of short-hand-writing, a language, or system of characters or signs, invented for the prupose of facilitating the comparison and combination of ideas. Now all demonstration by signs, must ultimately rest on observations made on individual objects; and all the varieties of the transformation and combination of signs, except what are arbitrary and conventional, must be regulated by properties observed to belong to the things of which the signs are the representatives. Demonstration by signs is shewn to be true, by referring to the individual things the signs represent; and is shewn to be general, by remarking that the operation is the same, whatever is the thing signified, or, in other words, that the operation is independant of the things signified*""[36].

---

[35] ou en termes plus modernes, entre signifiant, signifié et référence.

[36] "Les arguments qui semblent rendre inintelligibles toutes les opérations effectuées avec des quantités impossibles, peuvent être contenues dans l'affirmation suivante. L'Algèbre est une espèce d'écriture abrégée, un langage, ou un système de caractères ou de signes, inventés dans le but de faciliter la comparaison et la combinaison des idées. De fait, toute démonstration effectuée sur des signes doit fianlement reposer sur des observations faites sur des objets

Ce principe philosophique le conduit à fonder l'exactitude des résultats et l'efficacité des méthodes de l'analyse algébrique sur l'existence d'une logique propre aux opérations elles-mêmes, qu'il présuppose à partir de résultats obtenus inductivement dans la pratique algébrique. De fait, cette hypothèse masque le recours à l'usage heuristique de l'analogie dont il est ici fait usage mais entre opérations sur les quantités possibles et opérations sur les quantités impossibles. Ainsi affirme-t-il pouvoir attacher une signification (*meaning*) aux symboles x et + et prouver que $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$, si a, b, c, d sont réels, en leur attribuant un sens qui puisse être contrôlé à chaque étape de la démonstration. Ce qui n'est pas possible pour $(a+b\sqrt{-1})(c+d\sqrt{-1})$, dont il peut seulement être affirmé que, c'est que si on combine ces signes de la même manière que les réels, on obtient $ac+ad\sqrt{-1}+bc\sqrt{-1}-bd$. De même,

$$e^{x\sqrt{-1}} = 1 = x\sqrt{-1} - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3}\sqrt{-1} + \ldots$$

signifie seulement que $e^{x\sqrt{-1}}$ doit être compris comme un symbole abrégé pour écrire le membre de droite, calculé selon la méthode de Lagrange appliquant le théorème du binôme à $((1+(e-1))^n)^{\frac{x}{n}}$. Dans cette équivalence, les deux membres ne sont signifiants que du point de vue symbolique, opératoire[37].

Ainsi Woodhouse parie-t-il sur la nature essentiellement rationnelle des opérations de l'esprit en revendiquant comme gage de rationalité le caractère artificiel de ces inventions que sont les symboles. C'est une telle conviction qui sous-tend sa définition de la démonstration, déjà présente chez Locke : ""*I (am) convinced in my own mind, that there can be neither paradoxes nor mysteries inherent and inexplicable in a system of characters of our own invention, and combined according to rules, the origin and extent of which we can precisely ascertain...Demonstration would be defined to be a method of showing the agreement of remote ideas by a train of intermediate ideas, each agreeing with that next it; or, in other words, a method of tracing the connection between certain principles and a conclusion, by a series of intermediate and identical propositions, each proposition being converted into its next, by changing the combination of signs that represent it, into another shewn to be equivalent to it*".[38]

Et il l'exprime avec tant de force que cette conviction peut légitimement être considérée comme le cadre général du programme de recherche que développera l'Ecole Algébrique Anglaise. "*Algebra is a universal language ... That the science of geometry was first invented is properly an accidental circumstance*" .[39]

L'algèbre ainsi conçue par Woodhouse transfère la légitimité des résultats de sa traditionnelle référence à la réalité représentée à une référence à la cohérence interne du discours. La radicalité de ce point de vue conceptuel débouche sur l'énonciation d'idées qui deviendront principielles

---

particuliers; et toutes les variétés de transformation et de combinaison des signes, sauf ceux qui sont arbitraires et conventionnels, doivent être régies par les propriétés dont on a observé qu'elles appartenaient aux choses dont les signes sont les représentants. On montre que les démonstrations faites sur des signes sont vraies, en se référant aux choses individuelles que ces signes représentent; et qu'elles sont générales, en remarquant que l'opération est la même, quelle que soit la chose signifiée, ou, en d'autres termes, que l'opération est indépendante des choses signifiées". Woodhouse, 1801, 90.

37 Cette définition de l'exponentielle d'une quantité imaginaire par son développement en série conduit au traitement spécifiquement formel de la trigonométrie, qu'il reprendra en 1809 dans son ouvrage *The Plane and Spherical Trigonometry*..

38 "Je (suis) convaincu pour ma part, qu'il ne peut y avoir ni paradoxes ni mystères intrinsèques et inexplicables dans un système de caractères de notre propre invention, et combinés selon des règles dont nous pouvons préciser l'origine et la validité...La démonstration devrait être définie comme une méthode consistant à montrer la cohérence d'idées éloignées par une suite d'idées intermédiaires, chacune s'accordant avec la suivante; autrement dit, une méthode consistant à tracer le lien entre certains principes et une conclusion, par une suite de propositions intermédiaires et identiques, chaque proposition étant convertie en la suivante, en changeant la combinaison des signes qui la représente, en une autre dont on montre ainsi qu'elle lui est équivalente". Woodhouse, 1801, 93.

39 "*L'Algèbre est un langage universel ... Que la science de la géométrie ait été inventée la première est en tout état de cause une circonstance accidentelle*" . Woodhouse, 1802, 87-89.

chez Peacock : principe de permanence des formes algébriques traduisant l'universalité des lois opératoires, dissociation entre égalité numérique - contingente - et égalité opératoire ou symbolique - nécessaire -, existence formelle des séries, subordination du fini à l'infini[40]. Le caractère de vérité absolue des mathématiques change de camp : il n'est plus attribué à la géométrie, mais à cette algèbre de l'infini en voie de légitimation, qui a si bien su rendre compte de cette loi universelle qu'est la loi newtonienne de gravitation qu'elle peut légitimement se substituer au calcul infinitésimal comme mathématiques fondamentales[41].

2. Le programme de recherche de *The Analytical Society*

En 1813, il n'est plus temps de revenir sur la querelle Newton-Leibniz. Mais, quelle que soit l'importance de la mécanique dans la constitution de l'analyse algébrique, Babbage prend soin de préciser que ses abondantes références aux travaux de Lagrange et Laplace ne se rapportent pas à la dynamique : ""*The admirable review of the* Mécanique Céleste *will still be fresh in the minds of ours readers. But il should be recollected, that the Author of that Essay confines his attention entirely to the subject of Analytical Dynamics; referring to the discoveries in the Integral Calculus merely as connected with that subject, and that too very cursorily.* Our business is exclusively with the pure Analytics"[42].

Comme en témoignent l'extrême formalisme des trois mémoires présentés, l'un par Babbage, les deux autres par Herschel, ainsi que l'historique de l'Analyse que donne cette préface[43], la réflexion de ces jeunes "analystes" est toute entière orientée vers les potentialités offertes par le travail de Laplace sur les fonctions génératrices, conçu comme un calcul exponentiel sur des opérateurs différentiels, et qui reste valide à la fois pour l'analyse finie ou infinitésimale, réelle ou imaginaire[44]. Leur ambition est d'explorer l'ensemble des méthodes générales qui gouvernent la résolution des équations aux différences, des différents types d'équations. Elle est orientée par une conception des opérations qui tend à abandonner le domaine des lois de la nature pour se rapporter de plus en plus aux méthodes du raisonnement mathématique, conçu comme inventif.

"Attentively to observe the operations of the mind in the discovery of new truths, and to retain at the same time those fleeting links, which furnish a momentary connection with distant ideas, the knowledge of whose existence we derive from reason rather than from perception, are the objects in whose pursuit nothing but the most patient assiduity can expect success. Powerful indeed, must be the mind, which can simultaneously carry on two processes, each of which requires the most concentrated attention. Yet these obstacles must be surmounted, before we can hope for the discovery of a philosophical theory of invention; a science which Lord Bacon reported to be wholly deficient two centuries ago, and which has made since that time but slight advances" 45

---

40 Durand, 1985, p. 107-53.

41 L'argument est essentiel : il est présent chez Playfair en 1808, chez Babbage en 1816, et chez Grainger Hall en 1834. Becher, p. 228; Durand, 1985, p. 124-25.

42 "L'admirable compte-rendu de la Mécanique Céleste doit être encore présent à l'esprit de nos lecteurs. Mais il faut se souvenir que l'Auteur de cet Essai restreint entièrement son travail à la Dynamique Analytique, se référant aux seules découvertes du Calcul Intégral en relation avec ce sujet, et ce de manière succincte. Le nôtre traite exclusivement d'Analyse pure". Babbage, 1813, ii, *Works*, 1, 40.

43 L'extrême érudition de cette préface, rédigée par Babbage et discutée collectivement, témoigne de l'existence chez ces jeunes auteurs d'une culture mathématique acquise hors de l'université. Les travaux de Laplace y sont particulièrement à l'honneur. Anonyme, 1813, xii-xiii, in Babbage, *Works*, 1, 50-51.

44 Grattan-Guinness, 1978, 273-403.

45 "Observer attentivement les opérations de l'esprit dans la découverte de nouvelles vérités, et retenir en même temps ces liens fugitifs, qui fournissent une connection momentanée avec des idées éloignées, dont on déduit la connaissance de leur existence plutôt à partir de la raison que de la perception, sont les objets à la poursuite desquelles on ne peut espérer le succès que grâce à la plus patiente persévérance. Quoi qu'il en soit, l'esprit doit être puissant, qui peut conduire simultanément ces deux processus, dont chacun requiert l'attention la plus soutenue. Cependant, ces obstacles doivent être surmontés, avant que nous puissions espérer la découverte d'une théorie philosophique de l'invention, une science que Lord Bacon considérait comme totalmenet déficiente il y a deux siècles, et qui n'a fait depuis que de légères avancées" . Ibid., xxi, *Works*, 1, 59.

Cette théorisation de l'invention passe par la recherche de la forme la plus générale possible des expressions littérales, par laquelle l'Ecole Algébrique Anglaise tente d'unifier les différents types de calcul : calcul sur les séries, calcul aux différences finies, calcul différentiel, calcul fonctionnel. Les premiers articles de Herschel, portant sur l'extension des notations fonctionnelles et différentielles à des indices quelconques, participent directement de cette ambition[46].

3. L'Algèbre Symbolique de Peacock.

Aussi bien dans son *Traité d'Algèbre* de 1830 que dans son *Report on the Recent Progress and Actual State of certain branches of Analysis,* présenté en 1833 à Cambridge au 3ème congrès de la *British Association for the Advancement of Science,* Peacock systématise les réflexions de *The Analytical Society* en présentant l'Algèbre symbolique, ce "langage du raisonnement symbolique", comme un système de lois de combinaisons, opérant sur des symboles arbitraires, c'est-à-dire généraux dans leur forme comme dans leur valeur, dépourvus de toute référence à quelque représentation que ce soit. De même, la vérité des propositions découle, non pas d'un quelconque critère de réalité, mais de la connexion nécessaire entre les différentes étapes de la démonstration. Ce faisant, Peacock marque radicalement la pensée mathématique de ses successeurs en distinguant fondamentalement :
- le mode d'élaboration de l'algèbre, qu'il appelle algèbre arithmétique, référée au langage ordinaire et au champ numérique, et la structuration de l'algèbre symbolique, définie par des lois opératoires posées comme telles, et dont découlent les égalités algébriques ou formes équivalentes, dont l'identité n'est qu'opératoire;
- le travail du mathématicien, opérant à l'intérieur de ce champ opératoire symbolique, et l'interprétation des résultats obtenus, qui lui reste extérieur.

Cette perspective relève d'une épistémologie génétique inspirée de la philosophie de Locke, et s'oppose à toute présentation axiomatique de l'algèbre. Peacock énonce comme fondamentales les propriétés opératoires issues de la pratique algébrique. C'est à ses successeurs qu'il reviendra de mieux les distinguer, et de pousser l'abstraction plus avant, pour envisager d'autres fonctionnements opératoires possibles. Mais c'est à Peacock qu'il revient d'avoir distinguer entre les propriétés des opérations et leur dénomination traditionnelle, qui est repoussée dans le champ de l'interprétation.
"The operations called addition and substraction are denoted by the signs + and -.They are the inverse of each other. In the concurrence of the signs + and -, in whatever manner used, if two like signs come together, whether + and +, or - and -, they are replaced by the sign +; and when two unlike signs come together, whether + and -, or - and +, they are replaced by the single sign -. When different operations are performed or indicated, it is indifferent in what order they succeed each other.
The operations called multiplication and division are denoted by the signs x and ÷, or more frequently by a conventional position of the quantities or symbols with respect to each other......
The operations of multiplication and division are the inverse of each other.
In the concurrence of the signs + and - in multiplication or division, if two like signs come together, whether + and +, or - and -, they are replaced by the single sign +; and if two unlike signs come together, whether + and -, or - and +, they are replaced by the single sign -.
When different operations succeed each other, it is not indifferent in what order they are taken." [47]

---

[46] Herschel, 1813abc, 1814, 1816.

[47] "Les opérations appelées addition et soustraction sont notées par les signes + et -. Elles sont inverses l'une de l'autre. Dans la concurrence des signes + et -, quelle que soit la manière de les utiliser, si deux signes semblables sont ensemble, soit + et +, soit - et -, ils sont remplacés par le signe +; et quand deux signes différents sont ensemble, soit + et -, soit - et +, ils sont remplacés par le signe -. Quand différentes opérations sont effectuées ou indiquées, l'ordre dans lequel elles se succèdent est indifférent.
Les opérations de multiplication et de division sont notées par les signes x et ÷, ou plus fréquemment par une position conventionnelle des quantités ou des symboles les uns par rapport les autres....
Les opérations de multiplication et de division sont inverses l'une de l'autre.

Si ce saut conceptuel n'est pas présenté axiomatiquement, il n'est pas présenté arbitrairement. Il est légitimé inductivement par le double énoncé du principe de permanence des formes équivalentes, qui fixe les conditions du transfert des résultats de l'algèbre arithmétique à l'algèbre symbolique : *"(A) : Whatever form is algebraically equivalent to another when expressed in general symbols, must continue to be equivalent, whatever those symbols denote" "(B) : Whatever equivalent form is discoverable in arithmetical algebra considered as the science of suggestion, when the symbols are general in their form, though specific in their value, will continue to be an equivalent form when the symbols are general in their nature as well as their form".* [48]

Dans cette perspective, l'algèbre symbolique n'a recours à l'infini que pour marquer l'itération sans fin d'une opération, ou l'écriture d'une division qui ne s'achève pas. Il s'agit dans les deux cas de l'infini dénombrable. Si Peacock n'ignore pas l'intervention d'une "valeur" infinie dans certains calculs, par exemple dans $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 +$ &c. lorsque x=1, il exclut ce cas de l'algèbre symbolique, qui ne traite que de l'équivalence opératoire des deux membres, et l'interprète comme "signe de l'impossibilité" pour la forme-série $1 + x + x^2 + x^3 +$ &c. d'exprimer la forme-quotient $\frac{1}{1-x}$. Il est avec 0 un signe de transition, indiquant un "changement dans la nature ou dans la forme d'une fonction, quand elle est considérée dans le cours complet de son passage par ses différents états d'existence"[49].

IV. Le refus de la notion de limite.

La séparation radicale que revendique Peacock entre une structuration strictement symbolique des propriétés opératoires et l'interprétation des résultats obtenus n'est pas sans répercussions sur la façons dont s'est trouvée enseignée la notion de limite à l'université.

1. Un choix explicite.

Une telle perspective est déjà présente en 1816, dans les distances que prennent les traducteurs à l'égard de l'exposé de Lacroix. Alors que celui-ci, dans son grand traité en 3 volumes de 1797-99, présentait le calcul différentiel selon la méthode algébrique de Lagrange, supposant que toute fonction admet un développement en série entière, il avait préféré fonder son *Traité Élémentaire* sur la méthode des limites de D'Alembert, mieux à même selon lui de concilier brièveté et exactitude"[50]. Dans leur traduction, Babbage, Peacock et Herschel se doivent de respecter cette option, mais ils déplorent, dans l'Avertissement, l'abandon de la méthode plus correcte et plus naturelle de Lagrange, et donnent une centaine de pages de matière originale qui précise leurs orientations. Herschel écrit un traité sur le calcul des différences et des séries, qui remplace l'appendice de Lacroix, et Peacock rédige 12 des 14 notes dont l'intitulé spécifie très précisément leur démarche.

Dans la note B, Peacock se démarque catégoriquement de la notion de limite, et montre comment l'exposé selon D'Alembert peut être remplacé par l'exposé selon Lagrange, à partir de développement d'une fonction en série de Taylor, en définissant la dérivée ou le coefficient différentiel comme prmier terme de ce développement. S'il reconnait à la méthode newtonienne des premières et dernières raisons, la même valeur démonstrative qu'à la méthode d'exhaustion des Anciens, il veut exclure *a priori* toute référence au mouvement dans l'exposé des premiers

---

Dans la concurrence des signes + et - dans la multiplication ou la division, si deux signes semblables sont ensemble, soit + et +, soit - et -, ils sont remplacés par le même signe +; et si deux signes différents sont ensemble, soit + et -, soit - et +, ils sont remplacés par le seul signe -". Peacock, 1833, 196-97

48 *"(A) : Toute forme qui est algébriquement équivalente à une autre quand elle est exprimée en symboles généraux doit continuer à lui être équivalente, quel que soit ce que ces symboles représentent."*
"(B) : Toute forme qui est découverte en algèbre arithmétique considérée comme science de suggestion, lorsque les symboles sont généraux dans leur forme, bien que spécifiques dans leur valeur, doit continuer à être une forme équivalente quand les symboles sont généraux dans leur nature aussi bien que dans leur forme". Peacock, 1833194.

49 Peacock, 1833, 232.

50 Lacroix, 1810, 1, xxvi.

principes : *"The consideration of motion, which is essential to the method of fluxions, is foreign to the spirit of pure Analysis, and the analogy by which the name and the properties of a fluxion are transfered to a modification of the difference of a function, is strained and unnatural. The different orders of fluxions also are involved in considerable obscurity, and we are utterly unable to comprehend the connexion which they respectively bear to their primitive function.*
In the brievity of its demonstration, and in the facility of its application, it is unquestionnably inferior to all the other methods, and the mixture of mechanical and geometrical considerations upon which it is founded, are little calculated to assist us in investigating the properties of functions which are always algebraical in their form, and generally in their nature so".[51]

Cette volonté d'algébrisation du Calcul Différentiel est guidée par l'idée de produire un calcul simple, rigoureux, et ontologiquement fondé sur l'existence d'une logique propre aux opérations. Elle s'appuie sur les travaux de Lagrange et de Laplace, ainsi que sur la méthode d'Arbogast de séparation des symboles d'opération de ceux des quantités, qui permet d'écrire le théorème de Lagrange, $\Delta u(x) = (e^{d/dt} - 1)u(x)$, auquel Peacock consacre la note E, et que Gregory rebaptisera "forme symbolique du théorème de Taylor". L'écriture finie du théorème s'appuie sur l'analogie opératoire entre le développement d'une fonction en série de Taylor : $u(z+x) = u(z) + \frac{du}{dz}\ x + \frac{d^2u}{dz^2}\frac{x^2}{2!} + \frac{d^3u}{dz^3}\cdot\frac{x^3}{3!} +$ &c., et la série qui définit l'exponentielle : $e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} +$ &c, où, $\frac{du}{dz}$ est remplacé par du, puis d séparé de u. Le théorème de Lagrange établit ainsi une relation entre opérateur différentiel et différence finie : $\Delta u = (e^{xd} - 1)\ u$, et finalement $\Delta^n u = (e^{xd} - 1)^n u$, dont Peacock attribue ici la possibilité à la notation :

"The differential notation is equally convenient for representing both operations and quantities; its symbols are distinct, and never ambiguous, it is symmetrical in all cases, and it continues equally simple, whatever be the order of the differential, or the nature of the function to which it is applied; whilst that of fluxion is deficient in nearly all the essential particulars which we have just enumerated, and in the representation of many important theorems, it absolutely fails"[52]

Effectivement, seule la notation différentielle permet de manipuler comme naturellement l'analogie entre $\frac{d^n}{dx^n}$ et la puissance $n^{ième}$ de $\frac{d}{dx}$, analogie qui est systématiquement utilisée dans la méthode de séparation des symboles d'opération et de quantité. Seule cette notation permet donc de développer l'idée d'un calcul portant directement sur les opérations, et qui constitue, aux yeux de ces mathématiciens, la véritable vocation de l'Algèbre comme structure.

2. L'opposition philosophique au point de vue de Cauchy

Cauchy adopte dès les années 1820 un point de vue plus réaliste, distinguant soigneusement l'étude des séries convergentes de celle des séries divergentes, que Peacock refuse systématiquement, aussi bien en s'adressant directement à Cauchy qu'aux analystes qu'il

---

[51] *"La considération du mouvement, qui est essentielle à la méthode des fluxions, est étrangère à l'esprit de l'Analyse pure, et l'analogie par laquelle le nom et les propriétés d'une fluxion sont transférées à une modification de la différence d'une fonction, sont forcées et non naturelles. Les différents ordres de fluxions sont également imprégnées à une obscurité considérable, et nous sommes finalement incapables de comprendre la connection qui les lie respectivement à leur fonction primitive.*
Du point de vue de sa démonstration, et de la facilité de son utilisation, elle est sans nul doute inférieure à toutes les autres méthodes, et le mélange de considérations mécaniques et géométriques sur lesquelles elle est fondée, est peu propice à nous aider dans la recherche des propriétés des fonctions qui sont toujours algébriques dans leur forme et en général aussi d&ans leur nature". Lacroix, 1816, 612.
[52] Lacroix, 1816, p. 613.

estime les plus éminents, comme Abel, Poisson ou Liouville. La distinction qu'il établit entre algèbre arithmétique et algèbre sysmbolique s'articule sur de la recherche systématique de la généralité de l'algèbre, qui est pour Peacock un des caractères essentiels du progrès de la science. La distinction entre séries convergentes et séries divergentes, retour à la multiplicité des cas, lui apparaît comme une régression.

"M. Cauchy, in his Leçons sur le Calcul Infinitésimal (published in 1823), has attempted to conciliate the direct consideration of infinitesimals with the purely algebraical views of the principles of this calculus, which Lagrange first securely established; and it may be very easily conceded that no attempt of this able analyst, however much at variance with ordinary notions or ordinary practice, would fail from want of a sufficient command over all the ressources of analysis. He considers all infinite series as fallacious which are not convergent, and that, consequently, the series of Taylor, when it takes the form of an indefinite series, is not generally true. It is very true that M. Cauchy has perfectly succeeded in dispensing with the consideration of infinite series in the establishment of most of the great principles of the differential and integral calculus; but I should by non means feel disposed to consider his success in overcoming difficulties which such a course presents as a decisive proof of the expediency of following in his footsteps. The fact is, that if the operations of algebra be general, we must necessarily obtain indefinite series, and if the symbols we employ are general likewise, it will be impossible to determine, in most cases, the convergency or divergency of the series which result. It is only, therefore, when we come to specific values that a question will arise generally respecting the character of the series : and it is only when we are compelled to deduce the function which generates the series from the application of the theory of limits to the aggregate of a finite number of its terms, that its convergency or divergency becomes important as affecting the practability of the enquiry : in short, it must be an erroneous view of the principles of algebra which makes the result of any general operation dependant upon the fundamental laws of algebra to be fallacious. The deficiency should in all such cases be charged upon our power of interpretation of such results, and not upon the results themselves, or upon the certainty and generality of the operations which produce them : in short, this rejection of diverging series from analysis, or of such series as may become divergent, is altogether inconsistent with the spirit and principles of symbolical algebra, and would necessarily bring us back again to that tedious multiplication of cases which characterized the infancy of the science". [53]

De fait, cette opposition systématique à la notion de limite s'enracine sur la philosophie des mathématiques de l'Ecole Algébrique Anglaise, dont témoigne l'affirmation réitérée de se démarquer de la dynamique. En témoignent également, *a contrario*, les arguments de leurs

---

53 "M. Cauchy, dans ses *Leçons sur le Calcul Infinitésimal* (publié en 1823), a tenté de concilier la considération directe des infinitésimaux avec les conceptions purement algébriques des principes de ce calcul, que Lagrange avait le premier solidement établi; et il peut très bien être concédé qu'aucune tentative de cet habile analyste, bien qu'elle soit très en contradiction avec la pratique ou les notions ordinaires, n'échouerait pas manque d'une maîtrise suffisante de toutes les ressources de l'analyse. Il considère *toutes les séries infinies qui ne sont pas convergentes comme erronées*, et, par conséquent, la série de Taylor comme généralement non vraie, quand elle prend la forme d'une série infinie. C'est pour cette raison qu'il la tranfère du calcul différentiel au calcul intégral, et l'exhibe comme une série formée d'un nombre fini de termes, et complétée par une intégrale définie. Il est très vrai que M. Cauchy a parfaitement réussi à éviter la considération des séries infinies pour établir la plupart des grands principes du calcul différentiel et intégral, mais je ne peux en aucun cas me sentir disposé à considérer son succès à surmonter ce type de difficultés comme une preuve décisive de l'opportunité qu'il y aurait à emboîter ses pas. Le fait est que, si les opérations de l'algèbre sont générales, nous devons necessairement obtenir des séries infinies, et si les symboles que nous employons sont également généraux, il doit être impossible de déterminer, dans la plupart des cas, la convergence ou la divergence des séries qui en résultent. C'est seulement, par conséquent, lorsque nous envisageons des valeurs spécifiques qu'une question se pose en général concernant le caractère de la série : et c'est seulement quand nous sommes amenés à chercher la fonction qui génère la série en appliquant la théorie des limites à l'aggrégat d'un nombre fini de ses termes, que sa convergence ou sa divergence devient importante car elle affecte la possibilité même de la recherche : en résumé, c'est nécessairement un point de vue erroné des principes de l'algèbre qui permet que le résultat d'une opération générale, dépendant des lois fondamentales de l'algèbre, puisse être fallacieux. Cette insuffisance doit être dans tous ces cas attribuée à notre pouvoir d'interprétation de tels résultats, et non aux résultats eux-mêmes, ou à la généralité et à la certitude des opérations qui les produisent : en résumé, le rejet des séries divergentes de l'analyse, ou de séries qui puissent devenir divergentes, est inconsistent tout à la fois avec l'esprit et les principes de l'algèbre symbolique, et nous ramènerait nécessairement à cette fastidieuse muliplication des cas qui caractérise l'enfance de la science." Peacock, 1833, 247-48 n.

opposants à Cambridge. Lorsqu'en 1819, un homonyme de Peacock, Daniel Mitford, publie *A Comparative View of the Principles of the Fluxional and Differential Calculus,* il oppose la conception de Newton :

"The view which it gives of the Genesis of Quantities is natural and explicit; its definition of a fluxion definite and philosophical; and its practical calculus purely analytical as well as geometrically true; and ... as a system, it forms a compact, consistent and harmonious whole." [54]

à celle de Lacroix :

"It endeavours to disguise rather than explicitly to set forth the Newtonian Hypothesis of genesis by motion, (... a Genesis observed by Nature herself, as Newton justly remarks..) though virtually involved in, and necessary to the clear understanding of, the principles on which the analysis is practically conducted" [55]

Son argumentation repose essentiellement sur une conception réalistico-newtonienne de la notion de fonction, et sur la conviction de la continuité des variations temporelles, qui se traduit par l'affirmation d'un principe de continuité.

"The principle of Limits necessarily implies and presupposes the notion of continuity. ... . We must contemplate Functions, not in the light of abstract numbers, but as continuous magnitudes generated by motion".[56]

Ce faisant, son argumentation reste tributaire de distinctions que les algébristes se proposent justement de dépasser : nombres concrets/nombres abstraits, quantités/grandeurs, comparaison de quantités de natures différentes, conception étroite de la notion de fonction. Pour D.M. Peacock, aucune variation n'est arbitraire : le mouvement est nécessaire à la définition d'une limite. Il refuse l'abandon de la référence au réel, considèrant le calcul leibnizien comme "une théorie visionnaire destituée de tout fondement dans la nature philosophique des choses"[57].

Ce débat sur le caractère continu des variations et sur leur genèse par le mouvement fait écho à celui qui s'étend alors bien au-delà du monde savant, en raison de ses évidentes implications théologiques. Opposant géologues uniformitaristes et catastrophistes quant à l'évolution de l'univers, il porte explicitement sur

3. Tergiversations autour du curriculum

S'il n'existe aucun texte officiel fixant le contenu du curriculum avant 1848, les manuels de référence, utilisés pour la préparation des étudiants à l'examen, indiquent clairement les luttes d'influence qui s'exercent autour de la Révolution Analytique dans les décennies 1830-40.

L'analyse algébrique a bien été adoptée dans les examens à Cambridge à partir des interventions de l'Ecole Algébrique, et notamment par l'intermédiaire de l'enseignement des tuteurs collégiaux ou privés, fort nombreux. L'utilisation de la notation leibnizienne s'est d'autant mieux imposée que, comme le soulignent y compris ses détracteurs, la pratique du calcul différentiel est la même que celle du calcul fluxionnaire : elle n'exige donc aucune modification quant au type de problèmes posés. D'autres traductions suivront, qui compléteront celle de Lacroix, notamment celles de Boucharlat et Francoeur par Blakelock.

La Révolution Analytique a cependant souffert de deux maux d'importance. Le premier provient de l'extrême généralité de l'Algèbre Symbolique. Bien que Peacock n'en introduise les principes que par induction à partir de pratiques arithmético-algébriques, son *Treatise of Algebra* apparaît davantage aux historiens comme une réflexion sur la nature de l'algèbre que

---

[54] "Elle donne de la Genèse des Quantités une conception naturelle et explicite; sa définition d'une fluxion est définie et philosophique, et son calcul pratique purement analytique aussi bien que géométriquement vrai; et ... en tant que système, elle forme un tout concis, consistant et harmonieux". Ibid., 4.

[55] "Elle entreprend de dissimuler plutôt que d'établir explicitement l'hypothèse newtonienne d'une genèse par le mouvement, qu'elle contient pourtant virtuellement, et qui est nécessaire à une compréhension claire des principes à partir desquels l'analyse est conduite pratiquement". Ibid., 6.

[56] "Le principe des limites implique et présuppose la notion de continuité. .. Nous devons considérer les Fonctions, non pas à la lumière des nombres abstraits, mais comme des grandeurs continues engendrées par le mouvement". Peacock, D.M., 1819, 10, 37.

[57] Ibid., 28.

comme un manuel d'enseignement. En rejettant la géométrie, notamment l'étude des courbes, au rang des applications ou des conséquences d'un calcul analytico-algébrique systématique, cet enseignement se heurte aux mêmes difficultés que connaîtra la réforme dite des "mathématiques modernes" au 20ème siècle. Les débats portant sur le rôle de l'abstraction sont de même nature : les étudiants ont à assimiler des structures portant sur des pratiques qu'ils ne maîtrisent pas, et sont extrêmement gênés par un niveau d'abstraction qui ne correspond pas à leur formation intiale. D'autre part, dans la mesure où toute cette école se consacre à l'étude des spécificités opératoires de toute espèce de calcul, et s'oppose au point de vue de Cauchy, la théorie des limites, quand elle est utilisée, reste fondée sur des considérations intuitives proches de celles de D.M. Peacock. La *Doctrine of Limits*, publiée par Whewell en 1838, en est un exemple d'autant plus frappant qu'elle reprend, après d'autres, le principe faux selon lequel "ce qui est vrai jusqu'à la limite est vrai à la limite", et qu'elle marque la réaffirmation du primat de la géométrie sur l'algèbre comme point de départ de l'enseignement élémentaire en mathématiques. Whewell, soupçonneux envers ce qu'il estime la trop grande autonomie que donne au mathématicien ces démarches algébriques, s'inquiète des libertés qu'il pourrait prendre envers le sentiment religieux. C'est notamment pour des raisons morales qu'il veut privilégier une formation fondée sur la géométrie plutôt que sur l'algèbre : un raisonnement qui peut et doit être contrôlé étape par étape, grâce à l'observation des figures et à la maîtrise du syllogisme, qui se réfère au langage ordinaire, est mieux à même d'affermir la discipline d'esprit nécessaire aux fonctions de pouvoir qu'auront à assumer les étudiants dans l'avenir.[58]

En 1842, lorsque M. O'Brien, d'une part, et De Morgan d'autre part, publient chacun un traité de calcul différentiel fondé sur la notion de limite, Peacock reprend la publication en deux volumes de son *Treatise of Algebra*. N'est-ce-pas là un témoignage flagrand du fait que la polémique n'est pas close?

Conclusion

Les débats portant sur l'abstraction de nature opératoire, qui sont au coeur de la la Révolution Analytique en Angleterre, traversent plusieurs niveaux de contradiction : contradiction sur le plan politique entre les valeurs traditionnelles du pouvoir aristocratique, et celles de la bourgeoisie montante; contradiction sur le plan social entre les adeptes d'un enseignement attaché aux valeurs du passé, et les réformateurs à la recherche de principes qui puissent fonder les connaissances nouvelles; contradiction dans le domaine scientifique entre la conception d'un temps porteur de continuité et d'harmonie, et celle d'un temps plus abstrait, marqué concrètement du sceau de l'arbitraire, et conceptuellement du sceau de l'automatisme; contradiction enfin quant à la philosophie des mathématiques, et la question de savoir si les principes de la philosophie naturelle sont de nature dynamique ou opératoire. Les débats relatifs à son acceptation portent sur la possibilité d'admettre qu'un raisonnement puisse n'être légitimé que par des mécanismes, des automatismes opératoires, et sur le caractère artificiel ou naturel de tels mécanismes. La perspective offerte par les travaux de l'Ecole Algébrique Anglaise porte en germe l'ensemble des questions d'aujourd'hui sur la mathématisation des lois de l'esprit, et sur la maîtrise, non plus du mouvement, mais de l'action en général.

La conviction qu'affirme l'Ecole Algébrique Anglaise de pouvoir construire l'algèbre comme une algèbre de l'infini, qui puisse suppléer aux interrogations posées par la notion de limite, ne doit pas être tenue pour un vain rêve, ou pour une persepctive sans issue. Comme tous les mathématiciens confrontés à l'invention, ils tentent de résoudre des difficultés qui feront ultérieurement l'objet de recherches distinctes. Leur conception du symbolisme algébrique modifie radicalement le statut de l'algèbre, les méthodes qu'inventent Gregory et De Morgan dans cette perspective pour la résolution des équations différentielles prendront tout leur sens dès lors que les espaces de fonctions auront été eux-mêmes structurés, et la notion de somme de série divergente trouvera une signification avec les travaux de Poisson et de Frobenius, conduisant aux généralisations e Hölder et de Cesaro[59].

---

58 Whewell, 1850, 43.

59 Kline, M., 1109-115.

Bibliographie

Sources primaires

> Babbage, C., *The Works of C. Babbage*, (eds) Campbell-Kelly, M., London, 1989, 11 volumes.
- id., 1830, *Reflections on the Decline of Science in England and some of its Causes, Works*, 7.
> Ball, W.W.R., 1889, *A History of the Study of Mathematics at the University of Cambridge*, Cambridge.
> Boucharlat, J.L., 1828, *An elementary Treatise on the Differentail and Integral Calculus*, trad. R. Blakelock, Londres.
> Cauchy, A.L., 1821, *Cours d'Analyse de l'Ecole Royale Polytechnique*, première partie : Analyse Algébrique, Paris. *Oeuvres* (II, 3), 1-331.
> De Morgan, A., 1837-42, "On the Foundations of Algebra, I, II", *Trans. of the Camb. Phil. Soc.*, 7, 173-87, 287-300.
-id., 1842, *The Differential and Integral Calculus*, London.
- id., 1844-49, "On the Foundations of Algebra, III, IV", *Trans. of the Camb. Phil. Soc.*, 8, 139-42, 241-54.
- id., (1872),1915, *A Budget of Paradoxes*, Chicago & London, D.E. Smith.
> Francœur, LB.., 1829-30, *A Complete Course of pure Mathematics*, trad. R. Blakelock, Cambridge.
> Herschel Papers, *Royal Society Library*, London.
> Herschel, J.F.W., 1813a, "On trigonometrical Series, particularly those whose terms are multiplied by the tangents, cotangents, secants, &c., of quantities in arithmetical progression, together with some singular transformations", *Memoirs of the Analytical Society*, Cambridge, .
- id., 1813b, "On Equations of Differences, and their Application to the Determination of Functions from Given Conditions", *Memoirs of the Analytical Society*, Cambridge, 64-125.
- id, 1813c, "On a Remarkable Application of Cotes' Theorem", *Phil. Trans. R.S.*, 103, 8-26.
- id., 1814, "Considerations of Various Points of Analysis", *Phil. Trans. R.S.*, 1814, 104, 440-468.
- id. 1816, "On the Developement of Exponential Functions, together with several new theorems relating to finite differences", *Phil. Trans. R.S.*, 116, 25-45.
- id., 1820, *Examples of the Calculus of the Finite Differences*, Cambridge.
> Lacroix, S.F., (1797-99), 1810, *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*, Paris, 3 vol.
> Lacroix, S.F., 1816, *An elementary Treatise on the Differential and Integral Calculus*, trad. Babbage, Herschel et Peacock, Cambridge.
> O'Brien, M., 1842, *An elementary treatise on the differential calculus, in which the method of limits is exclusively made use of*, Cambridge.
> Peacock, D. M., 1819, *A Comparative View of the Principles of the Fluxional and Differential Calculus*, Cambridge.
> Peacock, G., 1820, *A Collection of Examples on the Calculus of the Applications of the Differential and Integral Calculus*, Cambridge. 3ème partie in Babbage, *Works*, 1, 283-326.
- id., 1830, *Treatise of Algebra*, Cambridge. Réed. 2 vol.,1842-45.
- id., 1833, "A Report on the recent progress and actual state of certain branches of analysis", *Proceedings of the British Association for the Advancement of Science*, London, 185-351.
- id., 1834, *Report on the recent progress and actual state of certain branches of analysis*, Cambridge.
- id., 1845, "Arithmetic", *Encyclopaedia Metropolitana*, London, I, 369-523.
- id., 1841, *Observations on the Statutes of the University of Cambridge*, Cambridge.
> Playfair, J., Anonyme, 1808, "Traité de Mécanique Céleste, par P.S. Laplace", *The Edinburgh Review*, vol. 11, n° XXII, janv. 1808, 249-84.
> Playfair, Anonyme, 1810, *Edinburgh Review*, 16, XXXI, april 1810.
> Whewell, W., 1836, *Thoughts on the Study of Mathematics as Part of a Liberal Education*, Cambridge & London.
> Whewell, 1833, "Address", *Proceedings of the third meeting of the British Association of Science*, Cambridge.

-id., 1835, *Thoughts on the Study of Mathematics as Part of a Liberal Education*, Cambridge.
- id.,1838, *Doctrine of Limits, with its applications, namely conic sections, the first three sections of Newton, the differential calculus. A portion of university education.* Cambridge.
- id., (1845), 1850, *On a liberal education in general, and with particular reference to the leading studies in the University of Cambridge,* Cambridge.
> Woodhouse, R.,1801, "On the Necessary Truth of certain Conclusions obtained by means of imaginary quantities", *Phil. Trans.*, 91, 89-120.
- id., 1802, "On the Independance of the Analytical and Geometrical Methods of Investigation, and on the Advantages to be Derived from their Separation", *Phil. Trans.*, 92, 85-125.
- id., 1803, *Principles of Analytical Calculation*, Cambridge.
- id., 1809, *A Treatise on Plane and Sperical Trigonometry*, Cambridge.

Sources secondaires

> Bourbaki, N., 1969, *Eléments d'histoire des mathématiques*, Paris, Hermann.
> Cannon, W., 1964, "Scientists and Broadchurchmen : An Early Intellectual Network", *Journal of British Studies*, vol. IV, n° 1, 65-88.
> Diagne, S.B., 1989, *Boole, l'oiseau de nuit en plein jour*, Paris, Belin.
> Dubbey, J.M., 1978, *The Mathematical Work of Charles Babbage*, Cambridge.
> Durand, M.J., 1985, "George Peacock (1791-1858) : La Synthèse Algébrique comme loi symbolique dans l'Angleterre des Réformes (1830)", *Thèse pour le doctorat de l'E.H.E.S.S.*
> Durand, M.J., 1990, "Genèse de l'Algèbre Symbolique en Angleterre : une Influence Possible de John Locke", *Revue d'Histoire des Sciences*, 43, n°2-3, 129-80.
> Durand-Richard, M.J., 1992, "Charles Babbage (1791-1871) : De l'Ecole algébrique anglaise à la "machine analytique"", *Mathématiques, Informatique et Sciences humaines*, 118, 5-31.
- id., 1994a, "G. Boole et la mathématisation des opérations de l'esprit", *Actes de l'Université d'été des IREM du 7-13 juillet 1990.*
- id., 1994b, "l'Ecole Algébrique Anglaise : les conditions conceptuelles et institutionnelles d'un calcul symbolique comme fondement de la connaissance", à paraître dans *Mythes et Réalités de l'Europe Mathématique*, ss dir. C. Goldstein, J. Gray, J. Ritter.
> Fauvel, J., Ransom, P., Wallis P. & R., 1991, *Mathematical Tradition in the North of England,* Durham, NEBMA.
> Gascoigne, J., 1989, *Cambridge in the age of the Enlightenment, Science, religion and politics from the Restoration to the French Revolution*, Camb. Un. Press, Cambridge.
> Grattan-Guinness, I., "Laplace P.S.", *Dictionary of Scientific Biography*, ed. Gillispie, C.C., 1978, XV, 273-403.
> Jenkins, J., & Jones, D.C., 1950, "Social class of Cambridge University alumni of the 18th and 19th centuries", *British Journal of Sociology*, 1, 93-116.
> Kline, M., 1972, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times,* New-York.
> Morrell, J., & Thackray, A., 1981, *Gentlemen of Science, Early Years of the British Association for the Advancement of Science*, Oxford, Clarendon Press.
> Pedersen, O., 1963, "The "Philomaths" of the 18th century England : a Study in Amateur Science", *Centaurus,* 8, 238-62.
> Ponteil, F.,1968, "L'éveil des nationalités et le mouvement libéral", *Peuples et Civilisations,* Paris, XV.
> Rogers, L., "A Survey of Factors Affecting the Teaching of Mathematics Outside the Universities in Britain in the Nineteenth Century", in Bos & Mehrtens & Schneider, 1981, *Social History of Nineteenth Century Mathematics,* Boston-Basel-Stuttgart, Birkhaüser, 149-64.
> Tillyard, A.I., 1913, *A History of University Reform from 1800 to the Present Time, with suggestions towards a complete scheme for the University of Cambridge,* Cambridge.
> Winstanley, D.A., 1935, *Unreformed Cambridge,* Cambridge.