

- EL BOUAZZAOUI H. (1988) : *Conceptions des élèves et des professeurs à propos de la notion de continuité d'une fonction*, thèse pour l'obtention du grade de Ph. D, Université Laval, Québec.
- FREUDENTHAL H. (1983), *Didactical phenomenology of mathematical structures*, D. Reidel, Dordrecht.
- HAUCHART C., ROUCHE N. (1987) : *Apprivoiser l'infini, un enseignement des débuts de l'analyse*, Ciaco, Louvain-la-Neuve.
- KLINE M. (1972) : *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford Univ. Press.
- LAKATOS I. (1976) : *Preuves et réfutations, Essai sur la logique de la découverte mathématique*, traduit par N. Balacheff et J. M. Laborde, Hermann, Paris, 1984.
- MARTZLOFF J. Cl. (1990) : Quelques exemples de démonstrations en mathématiques chinoises. La démonstration mathématique dans l'histoire, actes du Colloque Inter-IREM Epistémologie et Histoire des Mathématiques (Besançon 1989).
- SCHNEIDER M. (1988) : *Des objets mentaux aires et volumes au calcul des primitives*, thèse de doctorat, Louvain-la-Neuve.
- SCHNEIDER M. (1991) : "Un obstacle épistémologique soulevé par des "découpages infinis" des surfaces et des solides". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 11, n°2.3, 241-294.
- SIERPINSKA A. (1985a) : Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6.1., 5-67.
- SIERPINSKA A. (1985b) : La notion d'obstacle épistémologique dans l'enseignement des mathématiques, *Comptes-rendus de la 37<sup>e</sup> rencontre organisée par la C.I.E.A.E.M. (Mathématiques pour tous à l'âge de l'ordinateur)*, Leiden, 73-95.

## HUYGENS ET LA RELATIVITE

Christiane VILAIN

Observatoire de PARIS  
Section de Meudon



### INTRODUCTION

#### Qu'est-ce qu'un principe de Relativité?

Nous distinguons aujourd'hui deux sortes de principes de relativité :

- Un principe de "physique" qui peut s'énoncer ainsi :  
"Les phénomènes physiques se produisent de la même façon dans tous les repères d'une certaine classe".
- Un principe "philosophique" qui s'énonce par contre de la façon suivante :  
"Les lois de la physique doivent avoir la même forme dans tous les repères d'une certaine classe, car elles doivent être valables pour un ensemble d'observateurs".

Si le premier énoncé entraîne le second, l'inverse n'est évidemment pas vrai, car on peut toujours construire les lois de telle façon qu'elles puissent s'écrire dans tous les repères à condition seulement d'enrichir la théorie de nouveaux objets ou concepts. De tels concepts pourraient être, par exemple, les forces d'inertie intégrées dans la loi fondamentale de la dynamique. Il ne s'agit plus alors d'une propriété des phénomènes étudiés qui reposerait d'une façon quelconque sur l'expérience, mais d'une volonté préalable de construire la théorie d'une certaine façon.

Cette distinction peut nous permettre d'amorcer une discussion de l'évolution d'un principe de relativité entre Galilée et Huygens, mais ne s'avérera pas vraiment suffisante. Une telle distinction est par ailleurs moderne et ne peut s'appliquer à un contexte dans lequel les lois physiques doivent refléter et expliquer directement les phénomènes, pour des observateurs dont les rapports ne sont pas clairement envisagés.

Il ne s'agit jamais en effet, dans le domaine de l'étude du mouvement et de ses causes, de "sauver les phénomènes" comme on a pu le faire en astronomie. Poser un cadre *a priori* pour l'étude de ces phénomènes est sans doute l'intention de Descartes, mais non pas celle de Galilée ni de Huygens. L'énoncé galiléen n'est d'ailleurs aucunement donné comme un principe, mais comme une expérience de pensée qui pourrait être réalisée et le sera partiellement. Il s'agit donc bien d'un énoncé du premier type pour des repères en mouvement uniforme les uns par rapport aux autres, mouvement rectiligne localement mais circulaire globalement.

Que l'on puisse lire chez Huygens, comme on l'a fait souvent, une démarche qui s'apparente au second type d'énoncé ne signifie pas que Huygens ait pu penser imposer un principe général de relativité aux lois de la physique indépendamment de toute expérience, bien au contraire. Il ne fait que tirer les conséquences de l'expérience galiléenne, nous verrons de quelle façon. Lorsqu'il cherche ensuite à élargir cette expérience au mouvement de rotation, il lui faut alors montrer que tout effet dynamique de la rotation, donc la force centrifuge, résulte d'un mouvement relatif intrinsèque au corps considéré. Un principe philosophique est donc ici essentiellement subordonné à un principe physique.

Une autre distinction usuelle consiste à distinguer la cinématique pour laquelle il y aurait relativité des mouvements circulaires aussi bien que rectilignes, uniformes ou non uniformes, et la dynamique pour laquelle la relativité se trouverait restreinte aux seuls mouvements rectilignes uniformes.

Une séparation analogue à la nôtre entre cinématique et dynamique existe déjà pour l'école d'Oxford du 14<sup>ème</sup> siècle, qui distingue entre les causes et les effets du mouvement, les effets étant constitués des trajectoires au cours du temps.

La relativité visuelle du mouvement, énoncée depuis toujours, permettra ensuite de défendre le système copernicien. Mais elle est limitée à un choix entre deux mouvements particuliers, ou à une alternative entre repos et mouvement. Descartes affirme alors qu'un corps a plusieurs mouvements, et non plus seulement un mouvement ou le repos. Pousser la logique jusqu'au bout, ce que ne fait pas Descartes, consisterait à dire que l'on peut attribuer n'importe quel mouvement à un corps, et Huygens sera le premier à se rendre compte que l'on ne peut plus savoir même ce qu'est un mouvement uniforme ni même un mouvement rectiligne.

Savoir si un mouvement est uniforme ou non, s'il est rectiligne ou courbe, est déjà relatif à d'autres corps ou bien tributaire de déterminations dynamiques et l'on tourne en rond. Voilà donc comment s'articulent maintenant cinématique et dynamique, tout au moins chez Huygens pour qui cette interdépendance est un véritable problème, négligé pour ses prédécesseurs.

Comment construire une dynamique, c'est-à-dire relier le mouvement à des causes, dans ces conditions? La dynamique de Huygens s'inquiète plutôt des effets que des causes du mouvement, mais il s'agit cette fois d'effets dynamiques, c'est-à-dire de forces d'inertie. Mais ces effets qui étaient conséquences dans la tradition de mouvements considérés comme absolus ne doivent plus découler que du mouvement relatif des diverses parties du système entre elles.

Ce sera le cas, par exemple, de la force centrifuge qui devra forcément, pour Huygens, indiquer un mouvement relatif des parties de la roue les unes par rapport aux autres, bien que celles-ci semblent garder leurs distances mutuelles. Il doit y avoir mouvement relatif parce qu'il y a force centrifuge, nous dira Huygens.

On voit que l'on est loin de l'énoncé d'un Principe de Relativité générale ou restreinte, mais par contre très proche de discussions contemporaines concernant la notion de repère et la détermination des repères d'inertie de façon dynamique : le repère d'inertie n'est plus en effet aujourd'hui celui dont on peut dire qu'il est en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un autre, mais celui dans lequel il n'y a pas de forces d'inertie.

#### Peut-on repérer dans l'histoire une origine au principe de relativité?

Tout le monde sait que l'on ne repère visuellement le mouvement que par rapport aux autres corps. Aristote refuse cette limitation mais se voit contraint de remonter jusqu'à l'orbe lunaire, supposée immuable, pour connaître le vrai mouvement du corps. Il existe donc bien évidemment une notion du mouvement absolu, vrai, qui est peut-être, comme la force, de nature anthropomorphique. On sait bien qu'il faut fournir un effort pour se déplacer. Il y a une différence évidente entre le repos et le mouvement, mesurée par la sueur du coureur, la fatigue de ses muscles.

C'est pourquoi le dispositif privilégié de la relativité se trouve être le navire : sans navigation, pas de relativité. Lorsqu'on roule en charrette, on sent les cahots de la route, mais il peut se faire, sur un navire, que l'on ne sente rien. Il peut véritablement arriver que l'on ne sache plus si l'on est en mouvement ou bien au repos. Il peut se faire qu'il y ait du brouillard et que repérant le mouvement par rapport à l'eau, on se trompe sur le

mouvement par rapport à la berge. Cela peut même constituer un véritable problème pratique.

On peut repérer des argumentations de type relativistes, illustrées par le navire en mouvement chez :

- ARISTOTE : *Physique IV, Traité du ciel* (ARISTOTE, p. 133)
- Guillaume de CONCHES, 11<sup>ème</sup> siècle (DUHEM, T.III, p.105)
- Nicole ORESME, 14<sup>ème</sup> siècle, *Traité du ciel et du monde* (DUHEM, T.VII, p.296)
- COPERNIC citant Virgile. *Sur les révolutions des orbites célestes*, 1543. (COPERNIC, p. 25)
- GALILEE : 2<sup>ème</sup> journée du *Dialogue...* (voir suite)
- DESCARTES : les *Principes...* (voir suite)
- HUYGENS : *De motu corporum...* (voir suite)
- NEWTON : 1<sup>er</sup> Scholie des *Principia...* (voir suite)
- LEIBNIZ enfin, lorsqu'il nous dit ceci ! : (LEIBNIZ, p. 507)

"Il est mathématiquement irréfutable, et cependant absurde d'expliquer tous les phénomènes en les rapportant à un navire fendant la mer à pleine voile".

Nous ignorerons ici ce qui se passe avant Galilée, et démarrons notre étude avec l'énoncé donné par ce dernier. Puis nous envisagerons rapidement la problématique cartésienne avant d'en venir à notre héros : Christian Huygens, chez lequel il nous faudra distinguer plusieurs périodes.

#### A) GALILEE

Galilée écrit en 1632 son premier grand texte intitulé : *Dialogue sur les deux systèmes du monde : le ptoléméen et le copernicien*.

Son but est évidemment la défense implicite du système copernicien, mais l'argumentation explicite, plus prudente, tend à montrer que l'on ne peut choisir entre les deux systèmes. Il s'agit donc d'argumentations relativistes, et nous citons ici le passage le plus important, considéré comme l'énoncé de la relativité galiléenne: (GALILEE, p. 116)

"Enfermez-vous avec vos amis dans une vaste salle, bien à couvert, au fond d'un grand navire ; munissez-vous de mouches, de papillons et d'autres animaux volants ; prenez un grand vase d'eau et mettez-y des poissons ; suspendez au plafond un petit seau dont l'eau tombe goutte à goutte dans un autre vase à col étroit posé sur le sol : le navire restant immobile, observez soigneusement comme les petits animaux volent avec des vitesses égales dans toutes les directions de la salle ; les poissons nageant indifféremment de tous côtés ; les gouttelettes tombant toutes dans le vase posé par terre ; et vous même lançant quelque chose à un ami, n'aurez pas besoin de lancer avec plus de force dans une direction plutôt que dans une autre, pour des distances égales dans tous les sens [...]

Mettez maintenant le navire en marche, aussi vite que vous voudrez. Alors, (pourvu que le mouvement soit uniforme, et non oscillant de-ci de-là) vous ne discernerez pas le moindre changement dans les effets décrits et aucun d'entre eux ne pourra nous indiquer si le navire est en mouvement ou arrêté [...] La cause de la permanence de tous ces effets est que le mouvement est commun au navire et à tout ce qu'il contient, y compris l'air.

Posons donc comme principe de notre investigation que, quelque soit le mouvement que l'on attribue à la terre, il est nécessaire que, pour nous qui sommes les habitants d'icelle et, par conséquent participant de celui-là, il reste parfaitement imperceptible et comme n'étant pas."

Il est clair qu'un grand pas est franchi par rapport aux argumentations précédentes que nous avons évoquées : il est non seulement impossible de déterminer le mouvement vrai visuellement, mais non plus physiquement. Un argument contre la rotation de la Terre consistait en effet à considérer que le mouvement de celle-ci devrait laisser en ar-

rière tous les objets situés à sa surface. L'entraînement par l'air environnant est souvent évoqué mais s'avère insuffisant car on ne voit pas l'ensemble de ces objets être entraînés lorsqu'il y a du vent.

La notion de système amorcée par Giordano Bruno inspire évidemment Galilée qui nous dit en fait ceci: le mouvement uniforme de l'ensemble du système est sans effets sur la dynamique des corps.

## B) DESCARTES

Descartes écrit en 1644 ses *Principes de Philosophie* dans lesquels il pose les bases d'une théorie physique. Bien qu'il ait eu accès à l'oeuvre de Galilée, y compris les *Discours...*, il semble s'adresser encore plus directement à Aristote qu'à Galilée. Il discute de nouveau en effet les définitions du lieu et du mouvement de la physique aristotélicienne, en rejetant le recours à l'orbite lunaire qui n'a aucune raison d'être au repos absolu.

Sa définition du mouvement est la suivante : (DESCARTES, P. 76)

*"Ce qu'est le mouvement proprement dit : le transport d'une partie de la matière ou d'un corps, du voisinage de ceux qui le touchent immédiatement, et que nous considérons comme en repos, dans le voisinage de quelques autres."*

Descartes fait ensuite remarquer *"qu'il n'est pas requis plus d'action pour le repos que pour le mouvement"*. S'il faut un effort pour mettre un corps en mouvement, il en faut également pour l'arrêter. On quitte ainsi l'anthropomorphisme qui régissait la notion de mouvement "vrai" par opposition au mouvement "vu".

Le mouvement et le repos ne sont donc que *"deux diverses façons dans le corps où il se trouve"*, sans que l'un possède un statut privilégié puisqu'on ne peut les distinguer, ni visuellement ni par les efforts.

Descartes n'échappe pas à l'exemple universel du navire en mouvement, sur lequel il place de plus un marinier qui marche sur le pont avec, à son bras, une montre ! Le mouvement des rouages de la montre constitue un mouvement propre, mais ces rouages participent, de plus, au mouvement du marinier sur le bateau, au mouvement du bateau sur l'eau, au mouvement de l'eau du fleuve sur la Terre, au mouvement de la Terre enfin (p. 80).

Un même corps possède divers mouvements.

On montrera plus loin qu'il n'est pas de corps ultime au repos par rapport auquel on puisse déterminer un véritable mouvement. Nous sommes donc dans une relativité totale.

Cela ne va pas empêcher Descartes d'énoncer un principe d'inertie en tant que Loi de la Nature: (p. 85)

*"Que tout corps qui se meut, tend à continuer son mouvement en ligne droite"*.

La ligne droite semble ainsi être donnée comme une évidence, dans un univers où tous les repères sont aussi valables les uns que les autres. Le problème du repère n'est donc pas encore posé.

Cela n'empêche pas non plus Descartes de parler de force centrifuge dans la troisième partie de ses *Principes*, sous la forme d'un "conatus", d'une "tendance" à l'éloignement (p. 131).

Mais cette tendance obéit effectivement à une relativité dynamique puisque Descartes parle de diverses tendances. On peut en effet considérer, soit que A tend vers B, "si on considère toutes les causes qui concourent à déterminer son mouvement" soit que A tend vers C, "si on ne considère que la force de son mouvement toute seule et son agitation... car il est certain que, si cette pierre sortait de la fronde elle irait de A vers C...". (voir figure 1)

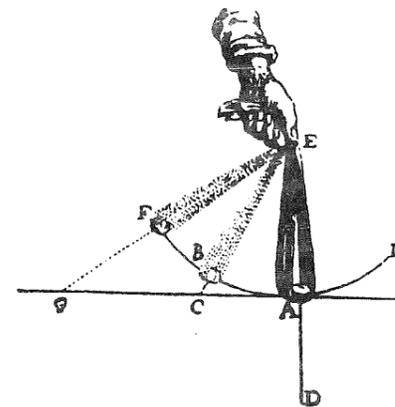


Figure 1

*"enfin si, au lieu de considérer toute la force de son agitation, nous prenons garde seulement à l'une de ses parties, dont l'effet est empêché par la fronde... nous disons que cette pierre tend seulement vers D"*.

Dernière phrase qualitative, qui semble dire tout simplement que s'il y a plusieurs mouvements, il y a plusieurs "tendances" à l'éloignement du corps. Il y a donc bien une cohérence entre la dynamique et les principes initiaux donnés par Descartes. A plusieurs mouvements correspondent plusieurs tendances. Mais il ne s'agit pas vraiment d'une dynamique dans la mesure où on ne relie pas vraiment causes et effets, c'est-à-dire dans la mesure où les rapports entre ces différents mouvements et tendances demeurent seulement intuitifs.

La relativité totale abordée par Descartes est tout de même limitée, peut-être justement par l'existence d'effets dynamiques, ou bien par un simple bon sens. Le mouvement des rouages de la montre semble en effet premier par rapport aux mouvements auxquels la montre participe. Il appartient plus en propre aux rouages que les autres mouvements que l'on peut lui attribuer. On n'attribuera d'ailleurs pas n'importe quel mouvement à un corps donné car il faudrait dans le cas contraire reconnaître une infinité de tendances dont aucune n'a plus de sens que l'autre, et on ne saurait alors les relier à d'autres quantités.

Descartes a déjà bien du mal à traiter les trois tendances de la pierre de la fronde, nous le voyons. Ce problème n'est absolument pas envisagé en termes de repères ni d'observateurs, l'observateur étant toujours implicitement unique, extérieur à tout objet, non défini.

## C) HUYGENS ET LES LOIS DES CHOCS

L'histoire de ce travail de Huygens, qui aboutira au traité intitulé : *De Motu Corporum ex Percussione* publié après sa mort en 1703, traverse en fait toute sa vie. Des brouillons et des lettres abordent le problème des chocs dès 1652. Huygens répond ensuite à un concours de la Royal Society à ce sujet, concours à l'issue duquel on lui préfère une autre solution. Il publiera cependant ses résultats dans un article du *Journal des Sçavants* en 1669, mais sans démonstrations. Huygens différait trop souvent la publication de démonstrations dont il n'était pas entièrement satisfait, ce qui devait l'engager dans plusieurs querelles de priorité.

Nous ne nous intéressons ici qu'à la première partie de ce traité, celle qui concerne les corps de même masse, la seconde faisant appel à d'autres considérations que la relativité des phénomènes des chocs.

Huygens débute son traité par l'énoncé de trois hypothèses.

La première est constituée d'un principe d'inertie proche de celui de Descartes auquel on a ajouté la mention de la constance de la vitesse, qui lui sert sans doute à s'assurer du mouvement rectiligne uniforme des corps avant et après les chocs.

La seconde reprend la première loi de Descartes pour les chocs, à savoir que lorsque deux corps égaux et de même vitesse se rencontrent, ils repartent avec des vitesses égales à leur vitesse initiale. Nous appellerons par la suite ce choc le "*choc symétrique*". Il s'agit naturellement de corps "*durs*", c'est-à-dire de corps dont les chocs sont élastiques. Descartes avait en effet établi une série de lois *a priori* pour les chocs de deux corps, affirmant que de telles lois ne devaient pas relever de l'expérimentation. Ces lois, sauf la première, seront cependant invalidées par les expérimentations de Huygens et des membres de la Royal Society, avant de l'être par la relativité de Huygens ainsi que par le principe de continuité de Leibniz.

La troisième hypothèse de Huygens est constituée par le texte suivant :

*"Le mouvement des corps, et les vitesses égales, ou inégales, doivent être entendues respectivement, comme ayant égard à leur relation avec d'autres corps qui sont supposés comme étant au repos, quoique, peut-être, ceux-ci comme ceux-là soient sujets à quelqu'autre mouvement qui leur est commun. Par conséquent, lorsque deux corps se rencontrent, quoique les deux ensemble éprouvent quelqu'autre mouvement égal, ils n'agiront pas autrement l'un sur l'autre par rapport à celui qui est entraîné par le même mouvement commun, que comme si ce mouvement accessoire fut absent dans tous".*

Il s'agit donc d'une reprise de l'énoncé galiléen, pour des chocs.

Remarquons cependant la première phrase qui nous dit que toute vitesse dont on parle est déjà relative à d'autres corps. Remarquons également que la nature du mouvement commun n'est pas précisée, sans doute parce qu'elle ne pourrait l'être que par rapport à d'autres corps et que Huygens s'en rend déjà compte. Le fait qu'il lui soit impossible d'être au départ totalement rigoureux à l'intérieur de sa propre démarche explique peut-être, et la lourdeur du texte, et sa publication différée.

La première proposition venant à la suite de ces hypothèses traite le cas du choc d'un corps en mouvement sur un corps égal au repos. Les corps échangent tout simplement leurs vitesses après le choc. Nous appellerons ce choc le "*carreau*". Huygens va simplement déduire ce choc du "*choc symétrique*" donné en hypothèse, grâce à son principe de relativité.

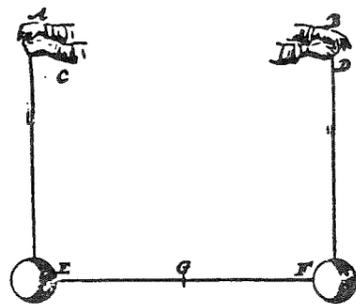


Figure 2

Imaginons un bateau se mouvant à vitesse  $v$ , et dans ce bateau un navigateur qui effectue un "*choc symétrique*" en tenant dans ses mains deux fils auxquels sont suspendus les corps, et en leur donnant cette même vitesse  $v$ . Un compagnon se tenant sur la rive place alors ses mains sur celles du navigateur, sans le perturber (voir la figure 2), et effectue alors un "*carreau*". On peut donc déduire la loi de ce deuxième choc à partir du choc initial, ainsi que les lois de chocs quelconques, en faisant varier la vitesse du navire.

Cette expérience est évidemment une expérience de pensée, et on se demande pourquoi on doit envisager ce dispositif périlleux et compliqué au lieu de se contenter de regarder le choc symétrique effectué sur le bateau depuis la rive, et d'en tirer des conclusions.

Lorsqu'on regarde les premiers brouillons de Huygens en 1652, la démonstration du carreau à partir du choc symétrique par relativité existe déjà, sans intervention aucune de personnages se tenant les mains. La "*force de collision*" sera la même, nous dit Huygens, que l'on envisage le choc symétrique dans l'espace ou dans le vaisseau en mouvement, ou bien le carreau dans l'espace extérieur. Mais Huygens n'est sans doute pas convaincu par son argumentation qui déborde véritablement l'énoncé galiléen. De ce que nous disait Galilée on ne peut en effet déduire que le résultat suivant : si on connaît la

loi d'un choc sur la rive, elle sera la même sur le bateau en mouvement. Un choc symétrique est le même sur la rive ou sur le bateau, un carreau est le même sur la rive ou sur le bateau. Mais Huygens déduit ce qui se passe sur la rive de ce qui se passe sur le bateau, et va donc plus loin.

Galilée disait implicitement : connaissant le résultat d'une expérience sur la rive, je connais le résultat de cette même expérience sur le navire en mouvement.

Huygens dit maintenant : connaissant le résultat d'une expérience particulière sur la rive, je peux en déduire le résultat d'une série d'expériences sur cette même rive.

Le navire est devenu un simple intermédiaire de la démonstration.

L'intervention ultérieure des deux personnages semble montrer qu'il lui faut s'assurer que le choc vu de la rive peut bien être considéré comme un choc ayant lieu sur la rive, ce que ne nous disait aucunement l'énoncé galiléen. L'intervention des deux compagnons évite de parler des forces de collisions et de se demander comment elles sont modifiées d'un repère à l'autre. Le compagnon situé sur la rive effectue un choc pour son propre compte. Huygens a donc montré que le "*choc symétrique*" et le "*carreau*" ne sont pas deux chocs différents mais sont le même choc vu par deux observateurs.

L'utilisation que fait Huygens de la relativité galiléenne lui permet alors de tirer un ensemble général de lois à partir d'un cas particulier. Le principe de relativité révèle alors son caractère prévisionnel, prédictif, et on comprend les scrupules de Huygens devant une telle découverte.

Des lois indépendantes du repère vont, de plus apparaître ensuite, sans être données comme telles par Huygens : conservation de la vitesse relative des deux corps au cours du choc, conservation de la force vive totale (lois déjà présentes en 1652), conservation de la quantité de mouvement dans une direction enfin, mais plus tard. Ces lois ne sont aucunement données comme principes mais constituent plutôt des résultats finaux, presque contingents. Lorsque Huygens découvre en 1669 que le centre de gravité des deux corps continue sa course rectiligne uniforme au cours du choc, il parle d'une "*loi admirable de la nature*", émerveillé par sa découverte.

L'utilisation d'un principe de relativité lui est totalement personnelle à l'époque. Elle est véritablement originale. Christopher Wren écrit en 1669 pour la Royal Society un mémoire dans lequel il résout les lois des chocs, mais il s'agit d'un principe d'équilibre et d'échange des quantités de mouvement des deux corps, principe inspiré du fonctionnement de la balance. Le mémoire envoyé par Huygens, dans lequel l'utilisation du principe de relativité est explicitée à l'aide des deux compagnons, ne sera pas publié.

Huygens pense, à cette époque, qu'il est impossible de détecter le mouvement rectiligne uniforme mais que le mouvement circulaire uniforme est attesté par la force centrifuge qui joue un rôle primordial dans sa dynamique.

Dans son traité *De Vi Centrifuga*, publié seulement partiellement à la fin de l'*Horlogium Oscillatorum* en 1673, Huygens définit la force centrifuge comme celle qui tend à faire tomber le corps sur sa trajectoire tangentielle.

Cette force est mesurée par la déviation CE repérée par rapport au centre (voir figure 3), et Huygens montre que celle-ci est proportionnelle au rayon  $R$  du cercle et inversement proportionnelle au carré de la période de rotation.

Il montre également que cette force est radiale, bien que le mouvement soit tangentiel.

Il lui suffit pour cela de faire ce que nous appellerions aujourd'hui un changement de repère, en considérant ce que voit un homme situé sur le bord de la roue selon B, E, F, tandis que le corps lâché se trouve respectivement en B, C, D.

La trajectoire du corps, vue par un tel observateur, n'est alors rien d'autre que la développée B,R,S, du cercle (voir figure 4) et Huygens retrouve alors un problème qui lui est familier, car purement géométrique.

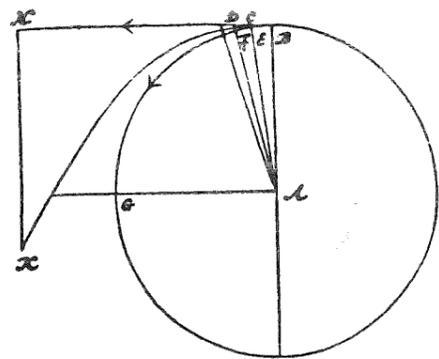


Figure 3

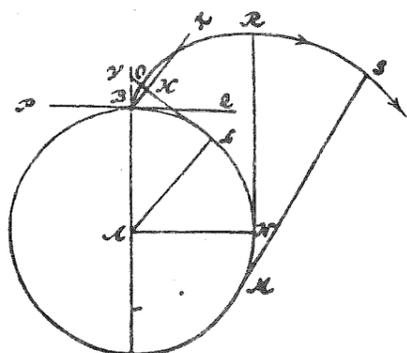


Figure 4

Il est facile de constater le pas franchi depuis les considérations cartésiennes : on passe maintenant d'une tendance tangentielle à une tendance radiale par changement de repère.

Nous avons donc vu, d'une part le rôle essentiel de la force centrifuge dans la dynamique de Huygens, et d'autre part l'utilisation faite d'un changement de repère qui montre l'importance implicite de la notion de repère dans l'oeuvre de Huygens.

C'est là peut-être son originalité, ce qui restera d'une recherche de relativité totale dans laquelle il ne parviendra pas à trouver une véritable cohérence.

Huygens va, en effet, s'engager tardivement dans une tentative d'établissement d'une relativité pour tout mouvement alors qu'il était jusqu'à présent convaincu du caractère absolu du mouvement de rotation, immédiatement après la parution de l'oeuvre de Newton : *Principes Mathématiques de Philosophie Naturelle*.

#### D) NEWTON ET L'ESPACE ABSOLU

Newton publie son oeuvre majeure, fondatrice de notre dynamique classique, en 1687.

Nous donnons ici, dans la traduction de la Marquise du Chastelet, une partie du texte du Scholie suivant les "Définitions", texte dans lequel Newton affirme l'existence d'un temps et d'un espace absolu, indépendamment de tout contenu, et donc également d'un mouvement absolu pour chaque corps par rapport à cet espace sous-jacent : (NEWTON, p. 9).

"V. Le mouvement absolu est la translation des corps d'un lieu absolu dans un autre lieu absolu, et le mouvement relatif est la translation d'un lieu relatif dans un autre lieu relatif; ainsi dans un vaisseau poussé par le vent, le lieu relatif d'un corps est la partie du vaisseau dans laquelle ce corps se trouve, où l'espace qu'il occupe dans la cavité du vaisseau; et cet espace se meut avec le vaisseau; et le repos relatif de ce corps est sa permanence dans la même partie de la cavité du vaisseau. Mais le repos vrai du corps est sa permanence dans la partie de l'espace immobile, où l'on suppose que se meut le vaisseau et tout ce qu'il contient. Ainsi, si la terre était en repos, le corps qui est dans un repos relatif dans le vaisseau aurait un mouvement vrai et absolu, dont la vitesse serait égale à celle qui emporte le vaisseau sur la surface de la terre; mais la terre se mouvant dans l'espace, le mouvement vrai et absolu de ce corps est composé du mouvement vrai de la terre dans l'espace immobile, et du mouvement relatif du vaisseau sur la surface de la terre; et si le corps avait un mouvement relatif dans le vaisseau, son mouvement vrai et absolu serait composé de son mouvement relatif dans le vaisseau, du mouvement relatif du vaisseau sur la terre, et du mouvement vrai de la terre dans l'espace absolu."

Le navire sur l'eau a maintenant un seul mouvement vrai, par rapport à l'espace absolu, et Newton rompt définitivement avec la physique cartésienne dont il avait subi l'influence dans sa jeunesse.

La relativité galiléenne n'apparaît alors pas du tout comme principe. Elle est contingente et est donnée sous forme d'un corollaire aux Axiomes et Lois du mouvement. Après ses définitions, Newton énonce en effet ses trois Lois. La première est notre Principe d'inertie, qui joue effectivement le rôle du principe de base de l'oeuvre newtonienne ; la seconde est celle qui deviendra notre  $F = m\gamma$  mais qui est encore bien autre chose :

"Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice, et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée".

Le corollaire qui nous intéresse ici est alors le suivant: (NEWTON, p. 26)

"Les mouvements des corps enfermés dans un espace quelconque sont les mêmes entre eux, soit que cet espace soit en repos, soit qu'il se meuve uniformément en ligne droite sans mouvement circulaire".

Ceci est démontré par Newton à partir de sa deuxième loi, dans la mesure où les changements dans les mouvements au cours du choc sont dits être indépendants du mouvement de l'espace quelconque dans lequel ils se trouvent. Il en est alors de même de la force, et donc de l'ensemble des mouvements des corps entre eux. La relativité est conséquence de la seconde loi, du fait que la force est la cause d'un changement du mouvement et non du mouvement lui-même, le mouvement ayant été défini préalablement comme le produit de la masse par la vitesse.

Aucune force n'est requise pour un mouvement à vitesse constante, non plus que pour le repos, c'est ce que nous dit le principe d'inertie newtonien ; mais on n'en déduit aucunement que mouvement et repos sont de même nature.

Le principe d'inertie newtonien pose les bases d'une dynamique dans laquelle, comme chez Huygens, la force, centripète cette fois, sera mesurée par la déviation entre le mouvement du corps et le mouvement tangentiel qu'il aurait s'il n'était soumis à aucune force.

Huygens réagit alors de façon étonnante par un retour au cartésianisme par rapport auquel il avait également pris ses distances. S'agit-il véritablement de cartésianisme ? Ce n'est pas sûr. Il semble bien plutôt que Huygens, choqué par les affirmations péremptives de Newton au sujet de l'espace et du temps, ne puisse accepter un tel écrasement du débat qui court depuis des siècles, et tente de le réouvrir sur de nouvelles bases.

#### E) HUYGENS ET LA RELATIVITE DU MOUVEMENT DE ROTATION

Abordant de nouveau le problème du mouvement avec le maximum de rigueur logique possible à l'époque, Huygens va se trouver confronté à l'impossibilité de maintenir une véritable relativité de l'espace pour les mouvements rectilignes uniformes tout en conservant un caractère absolu au mouvement de rotation. La relativité galiléenne entraîne en effet pour lui une certaine conception de l'espace et du temps, que nous lisons plus facilement à travers ce qui est dit de l'espace : dans le vide, il n'y a rien par lequel un point diffère d'un autre point, nous dira Huygens. Si mouvement et repos sont indistinguables, ne serait-ce que pour un mouvement particulier comme le mouvement rectiligne uniforme, alors les lieux, les points de l'espace vide sont vraiment indistinguables, et donc tout mouvement est analogue au repos, tout mouvement est relatif.

C'est là la logique profonde d'une relativité totale qui va préoccuper Huygens vers la fin de sa vie.

On en trouve des traces dans des textes inédits écrits entre 1687 et 1695, publiés aujourd'hui dans les *Oeuvres complètes* de Huygens éditées par la Société hollandaise des Sciences, ainsi que dans sa correspondance avec Leibniz, vers 1694, publiée dans la même édition.

Certains textes sont même antérieurs à 1687, attestant d'une préoccupation assez constante chez Huygens, bien que ces idées sur l'espace et la relativité n'apparaissent généralement pas dans sa correspondance usuelle. Ces textes, peu connus, sont cependant commentés rapidement par René Dugas, (DUGAS, p. 309).

Huygens y discute donc de l'indistinguabilité des points dans l'espace vide, ainsi que de l'impossibilité d'assigner un mouvement à un corps unique. Il imagine un homme seul dans l'univers poussant un corps pour le mettre en mouvement et montre que cet effort ne prouve pas que le corps soit en mouvement, sinon par rapport à celui qui l'a poussé.

Il nous montre ensuite qu'un mouvement ne peut être dit rectiligne que par rapport à d'autres corps. Il lui faudra par la suite deux corps au repos mutuel pour repérer tout mouvement d'autres corps dans un plan.

On s'intéresse ensuite au mouvement circulaire. Puisqu'il y a force centrifuge, attestée par la tension du fil de la fronde, il faut qu'il y ait mouvement véritable. S'il n'y a mouvement que relatif, le mouvement de rotation doit donc être un mouvement relatif intrinsèque.

Leibniz avait dit, dès 1675, que la tendance au mouvement tangentiel n'était pas une preuve de mouvement absolu car elle serait la même si tout tournait autour du corps considéré alors comme immobile. Affirmation qui réconcilie radicalement une relativité totale du mouvement et une dynamique des forces centrifuges, solution étonnamment moderne qui ne sera développée qu'au début du siècle par E. Mach.

Ce n'est pas la solution adoptée par Huygens qui a vraiment besoin, sans doute dans le cadre de ses modèles tourbillonnaires, d'une force centrifuge qui ne soit pas dépendante de ce qui existe à l'extérieur du corps tournant. Huygens suppose donc implicitement que la tension du fil serait la même dans le vide, et s'efforce de trouver une relativité intrinsèque interne du mouvement de rotation.

Nous pensons que les parties d'une roue en rotation sont au repos mutuel parce que leurs distances sont constantes, nous dit Huygens. Mais distances mutuelles et mouvement mutuel ne sont pas identiques.

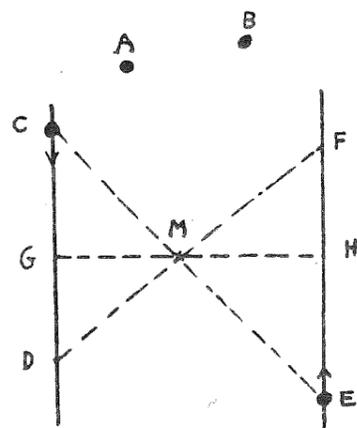


Figure 5

Considérons par exemple deux corps C et E en mouvement rectiligne uniforme par rapport à deux corps A et B au repos mutuel. Les mouvements s'effectuent de plus sur deux droites parallèles (voir Figure 5).

On voit alors que la distance CE ne varie pas uniformément au cours du temps ; elle passe par un minimum puis réaugmente.

La variation de la distance n'est donc pas un critère de l'uniformité du mouvement.

On dira donc que deux corps sont au repos mutuel lorsque leur distance est constante seulement s'ils sont libres de toute contrainte l'un envers l'autre.

Nous ne pourrions dire que les parties de la table tournante sont au repos les unes par rapport aux autres que si les globes placés librement dessus demeurent au repos.

Dans un autre passage, Huygens imagine un dispositif générateur de mouvement circulaire.

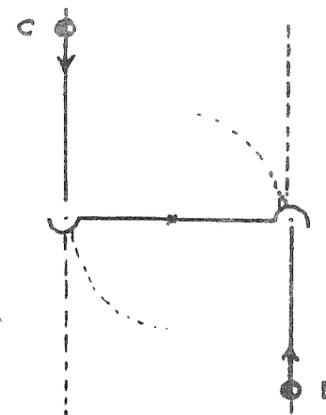


Figure 6

Deux corps en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre comme les corps C et E précédents, sont interceptés par deux coupelles reliées rigidement par un barreau qui peut tourner autour d'un axe (voir Figure 6).

Le barreau se met évidemment à tourner. Or il y avait mouvement mutuel avant, il y a donc mouvement mutuel après.

Le mouvement de rotation est donc, localement, un mouvement relatif analogue à celui de deux corps dont les trajectoires sont deux droites parallèles. C'est le mouvement des deux corps avant leur interception par les deux coupelles. C'est aussi le mouvement de deux parties de la table libérées soudain de leurs contraintes, ou bien des globes posés à la surface.

## CONCLUSION

On peut dire que Huygens, contrairement à son habitude, tombe dans un cercle logique lorsqu'il veut définir le repos relatif. Voulant montrer qu'il y a force centrifuge parce qu'il y a mouvement mutuel, il montre qu'il y a mouvement mutuel parce qu'il y a force centrifuge.

Mais ce qui nous intéresse ici n'est pas cet échec apparent. C'est au contraire un débat réussi qui nous semble poser implicitement mais profondément le problème des repères. Pour définir le mouvement mutuel de deux points de la table, il est en effet nécessaire d'associer des repères constitués de deux axes orientés à ces points. Un point ne constitue pas un repère. On oublie généralement cette nécessité parce qu'on associe automatiquement à des points de cette table des repères liés au corps rigide de la table. Mais si on veut leur associer des repères indépendants de ce corps rigide, des repères que nous considérerons comme des repères d'inertie, il nous faudra placer sur ces points des gyroscopes, et les points seront alors en mouvements mutuels par rapport aux repères formés par chacun de ces gyroscopes. Le repère d'inertie n'est en effet plus aujourd'hui dans le cadre de la Relativité Générale celui qui est animé d'un mouvement rectiligne uniforme, mais plutôt celui qui se meut librement dans le champ de force extérieur gravitationnel et est orienté par effet gyroscopique. Les globes placés par Huygens sur la table ressemblent à de tels repères dans la mesure où ils sont libres de toute contrainte. Ils désignent maladroitement les repères d'inertie qui ne peuvent être déterminés que de façon dynamique.

Cette interprétation est anachronique, bien sûr. Huygens montre d'ailleurs qu'il y a mouvement mutuel des points de la table parce qu'il y a mouvement des points de la table par rapport aux globes. Mais une telle discussion se trouve tout de même soutenue par la constante préoccupation montrée par Huygens envers la notion de repère. On en retiendra essentiellement la reformulation du principe d'inertie par rapport à d'autres corps au repos mutuel, qui seuls permettent de déterminer un mouvement uniforme en ligne droite. Huygens pourrait bien, déjà à ce moment là, se trouver confronté au problème du repère inertiel avant même d'envisager un mouvement circulaire. Mais ce n'est pas le cas, et les forces d'inertie sont plus évidentes lorsqu'il s'agit d'une rotation.

Leibniz, qui avait formulé au passage une solution véritablement relativiste, considère la plupart du temps que, s'il y a équivalence des hypothèses en astronomie, il y a un seul vrai mouvement pour chaque corps lorsqu'on s'intéresse aux forces.

On en reste donc là jusqu'au début du 19<sup>ème</sup> siècle où le problème de la relativité du mouvement ressurgira à travers celui de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'éther et la critique de E. Mach.

## BIBLIOGRAPHIE

- ARISTOTE, *Physique IV*, (Traduction Henri Carteron), Les Belles Lettres, (1983).
- DUHEM Pierre, *Les systèmes du monde*, Hermann, (1956).
- COPERNIC Nicolas, *Sur la révolution des orbés célestes*, (1543), (Traduction Jean Peyroux), Blanchard, (1987).
- GALILEE, *Galilée penseur libre*, Choix de textes par R. Zuckermann, Editions de l'union rationaliste, (1968).
- DESCARTES René, *Principes de Philosophie*, (1644, Traduction française de 1647), in *Oeuvres*, tomes VIII et IX, publiés par Adam et Tannery, Vrin, (1978).
- HUYGENS Christian, *Oeuvres complètes*, tome XVI, Editions de la Société hollandaise des sciences. .
- NEWTON Isaac, *Principes Mathématiques de Philosophie Naturelle*, (1687), (Traduction de Madame du Chastelet), Blanchard, (1966).
- LEIBNIZ G. Wilhelm, *Math. Schriften.*, tome VI, Georg Olms Verlag, Hildesheim, New York, (1971).
- DUGAS René, *La mécanique au 17ème siècle*, Editions du Griffon. Neuchatel, (1954).

## BIBLIOGRAPHIE COMPLEMENTAIRE

- GALILEE, *Dialogues et lettres choisies*, Hermann (1966).
- KOYRE Alexandre, *Du monde clos à l'univers infini*, Gallimard, (1973). *Etudes galiléennes*, Hermann, (1966).
- KUHN Thomas, *The copernician revolution*, Harvard University Press, London, (1976).
- TONNELAT M. Antoinette, *Histoire du Principe de Relativité*, Flammarion, (1971).
- COSTABEL Pierre, "Huygens et la mécanique : de la chute des corps à la cause de la pesanteur" in *Huygens et la France*, Vrin.
- GABBEY Alan, "Huygens and Mechanics" in *Studies on Christian Huygens*, Symposium Août 1979, Amsterdam. Swets and Zeitlinger, B.V., (1980).
- BALIBAR Françoise, *Galilée, Newton lus par Einstein*, P.U.F. , (1984).