UN PAE D'HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE EN CLASSE DE SECONDE

Astronomie au fil des ans: de Thalès à Hubble

Anne BOYE IREM de Nantes

Si vous avez l'envie de vous plonger dans l'histoire des mathématiques, réfléchissez bien ! Vous ne pourrez plus jamais enseigner comme avant ; votre vision des mathématiques recevra sûrement quelques chocs; vous serez vite gagné par une passion si débordante que vous voudrez la communiquer à vos collègues et à vos élèves.

Bien sûr, vous bouleverserez vos cours, vous raconterez à vos élèves des histoires de mathématiques et de mathématiciens, vous construirez des problèmes et des exercices vraiment inédits.

Puis un jour, vous voudrez faire plus encore et vous vous lancerez dans un PAE d'histoire des mathématiques. C'est l'aventure dans laquelle je me suis lancée depuis plusieurs années ; en voici le dernier épisode.

UN PAE D'HISTOIRE DES MATHEMATIQUES, POURQUOI ?

Un PAE permet de sortir du cadre scolaire pur, est une occasion privilégiée de travailler en interdisciplinarité, sera peut-être un de ces moments si rares où vous montrerez que la culture mathématique est aussi communicable .

C'est un des paradoxes de notre enseignement et de notre société : l'accent est mis sur la formation scientifique, sur la prédominance des technologies, des mathématiques...mais la culture scientifique ne suit pas. Combien d'émissions scientifiques de bon niveau à la radio, à la télévision? ...s'il s'agit de mathématiques c'est proche de rien.

Au lycée, les élèves des classes non scientifiques se croient incapables d'écouter tout discours mathématique ou en ont déjà été dégoûtés depuis longtemps. Ceux des classes scientifiques sont trop souvent absorbés par le "programme" pour vraiment réfléchir sur leur matière ; pourtant si l'habitude n'est pas prise, la réflexion ne viendra jamais ou trop tard.

Le PAE peut permettre aux uns et autres de trouver une autre relation aux mathématiques. Par le biais de l'interdisciplinarité, ils pourront concevoir que les mathématiques font partie aussi de l'histoire des hommes, des sociétés. Autre aspect non négligeable : en travaillant différemment, en décloisonnant les matières, le visage des différents enseignements sera renouvelé et les professeurs formeront vraiment une équipe.

Les élèves auront aussi dans ce cadre l'occasion de s'initier à la recherche de documents, à la lecture de textes anciens (même scientifiques!) , de découvrir différentes revues scientifiques et enfin d'apprendre à présenter les fruits de leur travail, puisque tous les PAE ont trouvé leur aboutissement dans une exposition.

COMMENT PROCEDER ?

La première difficulté, en général, est de constituer une équipe; il n'est pas si facile d'embarquer des collègues littéraires dans une aventure scientifique. L'expérience montre qu'ils y prennent goût...paradoxalement plus que des physiciens : la première équipe comptait un collègue de physique qui n'a pas renouvelé l'expérience et qui n'a pas été remplacé. Notre dernière équipe comptait un professeur d'histoire, un professeur de français-latin, la documentaliste et moi-même.

Il faut ensuite choisir un sujet à la portée de tous, ni trop démesuré, ni trop pointu; ce n'est pas si simple. Ce dernier PAE fut centré sur l'histoire de l'astronomie. Il se prêtait assez bien au programme d'histoire de seconde, le professeur de français pouvait y trouver son compte, il y avait de nombreuses possibilités mathématiques.

Il faut enfin organiser le travail. Les horaires au lycée sont déjà lourds, nous sommes tributaires des transports scolaires et la confection de l'emploi du temps est déjà un travail d'acrobate. Aussi nous pouvons difficilement exiger de nos élèves une pré-

sence en dehors des heures de cours et nous avons abandonné depuis longtemps l'idée d'un aménagement spécial de notre horaire.

Pour ce dernier PAE, l'équipe de collègues s'est retrouvée périodiquement, puis chacun dans son cours a introduit un aspect du sujet.

En histoire, il suffisait d'insister sur certaines parties du programme. En français, les élèves par exemple étudièrent Micromégas de Voltaire. En latin, furent traduits des textes de Pline l'ancien. En mathématiques, nous avons travaillé sur des calculs d'Eratosthène, d'Aristarque, sur le cercle, sur la géométrie de l'ellipse, sur le calcul vectoriel pour la composition des forces... vous trouverez quelques documents en annexe.

Vers la fin du premier trimestre, les élèves reçurent un document d'une vingtaine de pages qui faisait à la fois le point sur ce qui avait déjà été abordé et offrait de nouveaux axes de réflexion. Puis ils furent invités à choisir une période et un thème particulier. Ils se partagèrent en petits groupes qui avaient chacun un centre d'intérêt. Une séance de TP de mathématiques par mois environ a été consacrée au PAE. C'était le moment de la synthèse et de la confection des panneaux d'exposition.

LE CONTENU DU PAE HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE

1) L'antiquité grecque ou "comment le monde devient raisonnable et mathématique"

Quelques textes importants furent étudiés :

- ceux de Platon qui expliquent que la terre est sphérique au moins autant pour des raisons "mathématiques" de symétrie ou d'équilibre, parce que c'est la forme parfaite, que pour les observations que l'on a pu faire.

- Ceux de Pline l'ancien qui comptent les progrès, les découvertes, les explications "scientifiques" de la conception antique du monde.

Les élèves découvrirent avec surprise les prédécesseurs antiques de Galilée, beaucoup moins connus, mais aussi maltraités, que furent Anaxagore et surtout Aristarque.

Les calculs, sur cette époque, sont assez simples, mais amenèrent de nombreuses questions sur les mesures , l'invention de la trigonométrie, le calcul d'erreurs.

2) Ptolémée et l'Almageste

Le groupe qui choisit cette période eut tout de même quelques peines, mais se sortit finalement assez bien des épicycles et des équants. C'était une occasion idéale de faire de la géométrie, mais ce fut surtout la découverte que penser que la terre est le centre du monde n'est pas forcément une conception naïve, ni celle de gens un peu arriérés sur le plan scientifique ; qu'au contraire c'était une compréhension très complexe et mathématisée à l'extrême, qui permettait finalement assez bien de prévoir les phénomènes.

3) Le XVI° et le XVII° siècles

Grande période, s'il en fut, pour l'astronomie, puisque la Terre se mettra à tourner autour du soleil et les orbites des planètes deviendront elliptiques.

Ce fut l'occasion de voir les liens très serrés entre inventions techniques, inventions mathématiques et capacité intellectuelle d'aller contre l'ordre établi; l'occasion aussi de redécouvrir de grands inconnus comme Giordano Bruno, voire Copernic et Tycho-Brahé.

Le passage du géocentrisme à l'héliocentrisme s'avéra une étude difficile, mais très formatrice tant sur le plan mathématique par les transformations géométriques en jeu que sur le plan de la relativité de la vision de l'univers. Il faut cependant signaler que, bien sûr, en seconde on ne peut tout faire; en particulier, les élèves eurent du mal à entrevoir le grand tournant de l'époque: passage de la description à l'explication physique.

4) Newton et le XVIII° siècle

L'histoire de la pomme était évidemment dans toutes les têtes. Aller au delà n'était pas si facile. Se présentait d'abord une difficulté technique pour manipuler les forces, comprendre les détails du calcul. Les élèves eurent en main quelques pages de Newton, mais, bien sûr, toute l'étude fut faite sous une forme modernisée et simplifiée. Cependant ce fut l'occasion de faire vraiment des mathématiques et les élèves furent presqu'étonnés d'avoir pu aller si loin tout seuls.

L'autre difficulté, au moins aussi grande, était celle de comprendre combien le point de vue de Newton était novateur, comment il s'opposait au point de vue cartésien, pourquoi, au bout du compte, à la fin du 18°siècle il fut accepté universellement, après de nombreuses batailles d'idées.

Nous apprîmes aussi que les choses évoluent lentement ; que les livres d'astronomie jusqu'au milieu du XVIII°, en France, mentionnaient à peine le nom de Newton, mais présentaient à égalité les systèmes de Ptolémée, de Tycho Brahé, de Copernic...en se gardant bien de choisir.

EINSTEIN, L'ASTRONOMIE CONTEMPORAINE

La difficulté du sujet n'a pas rebuté le groupe qui s'y est attaqué ; finalement nous avons appris beaucoup de choses ensemble, même si d'évidence l'étude est restée largement superficielle. Une surprise nous attendait: ce qu'écrivait Einstein était souvent beaucoup plus simple que ce que d'autres ont écrit sur son travail.

La toute dernière partie rejoignait l'actualité : le big bang, Hubble, Voyager. Il s'agissait de dépouiller journaux et revues ; et l'on s'apercevait que, plus on connaît l'univers, plus l'étendue de notre ignorance apparait; que toujours progrès techniques, mathématiques peuvent remettre en question ce qui semble le mieux établi ; que les scientifiques contemporains, comme les grecs anciens, interprètent le monde en fonction du contexte culturel dans lequel ils se trouvent.

LE BILAN

1) L'exposition

Les élèves ont eu à coeur de réaliser du "beau travail". A peu d'exceptions près, ils y ont mis beaucoup de soin et sont fiers de leur oeuvre.

Ils ont, signalons-le, bénéficié de l'expérience de l'équipe professeurs-documentaliste ; après plusieurs expositions et un stage, nous avons acquis de la technique.

La mise en forme de l'exposition fut l'occasion de mettre le doigt sur ce qui était resté flou ou mal compris, d'apprendre à expliquer de façon claire et précise.

Il reste des maladresses, des naïvetés ; les élèves tiennent souvent à leur façon de dire ; après tout, c'est leur oeuvre, non celle des professeurs. Parfois, par exemple, certains calculs faits en classe leur semblaient trop simples pour être exposés ; ils en choisissaient d'autres même moins exemplaires.

2) L'impact culture scientifique

Il y eut de grands moments de discussions, de grandes trouvailles dans des revues; c'était des instants d'excitation intellectuelle dans la classe...cela restera sans doute dans les mémoires.

Tous purent lire et utiliser des revues comme "Ciel et espace", "la Recherche", "Pour la science" qu'ils retrouveront un jour sans doute.

Tous aussi ont, je crois, gardé le souvenir du travail en groupe, de l'échange d'informations, du dynamisme que cela apporte.

Enfin la présentation toute récente de l'exposition aux parents, aux autres acteurs de l'établissement, à la presse, fut aussi une occasion de parler de "sciences" et ce n'est pas si habituel.

BIBLIOGRAPHIE

1) Références de base

Histoire de l'Astronomie (J.P. VERDET)
Point Sciences (S62)

Histoire de l'Astronomie (L.M. CELNIKIER)
Petite coll. d'Hist. des Sciences (Lavoisier Tec et doc)

25 siècles de cosmologie (J. CHARON)
Ed. du Rocher

Ciel passé présent (G. WALUSINSKI)
Coll. Axes, Ed. Etudes Vivantes

En route vers l'infini (R. GOMBERT)
C.N.D.P.

A la découverte de l'Astronomie
Encyclopédie Atlas du Ciel

2) Références plus "spécialisées"

Les débuts de la science grecque (G.E.LLOYD)
Textes à l'appui, Maspero

Les oeuvres de Platon
Garnier-Flammarion

Les sciences exactes dans l'Antiquité (O. NEUGEBAUER)
Actes Sud

Les systèmes planétaires dans la Grèce Antique de Thalès à Ptolémée
IREM de Haute-Normandie

Théon de Smyrne - Oeuvres
Culture et Civilisation (trad J.DUPUIS) Bruxelles

Comment la Terre devint ronde (J.P. MAURY)
Découvertes Gallimard

Le ciel ordre et désordre (J.P. VERDET)
Découvertes Gallimard

Galilée le messager des étoiles (J.P. MAURY)
Découvertes Gallimard

Galilée (B. KOUZNETSOV)
Ed. Mir Moscou

Nicolas Copernic
BT n° 775

Exposition du système du monde (LAPLACE)
Corpus des oeuvres de philosophie Fayard

Cosmos (Carl SAGAN)
Ed Mazarine

Le calcul, l'imprévu (I.EKELAND)
Points Science S53

Galilée, Newton lus par Einstein (F.BALIBAR)
PUF

Découverte de l'univers
Revue du Palais de la Découverte

Larelativité (A. EINSTEIN)
Payot

3) Revues

Ciel et Espace

La Recherche

Pour la Science

ANNEXE I : La vision et la compréhension de l'Univers de Thalès à Voyager. (PAE Seconde)

1- en début de séance:

a) prendre connaissance du document d'astronomie pour avoir une vision d'ensemble du sujet.

b) prendre des notes ou consigner des questions sur la partie que vous avez choisie plus particulièrement.

2- au cours de la séance

a) ne pas oublier, à chaque fois que vous consultez un document qui vous semble intéressant, de consigner de façon précise les références (titres, cote le cas échéant, page) pour le retrouver facilement.

b) noter au fur et à mesure les idées de recherche qui vous viennent; le tri se fera après.

c) si un texte vous semble intéressant, une citation précise peut être utile, mais la plupart du temps il ne faut pas recopier mais en garder le sens précis.

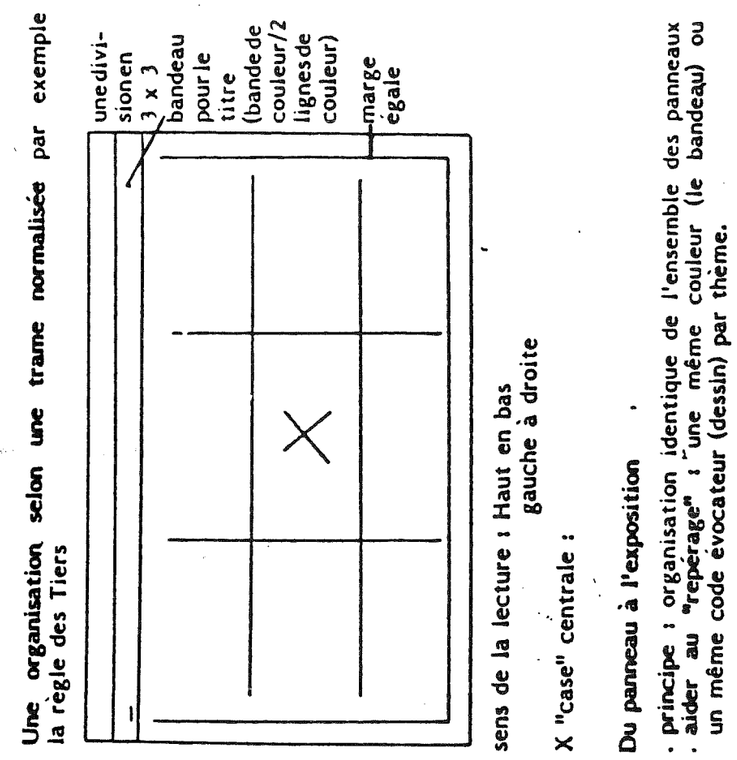
3- à la fin de la séance

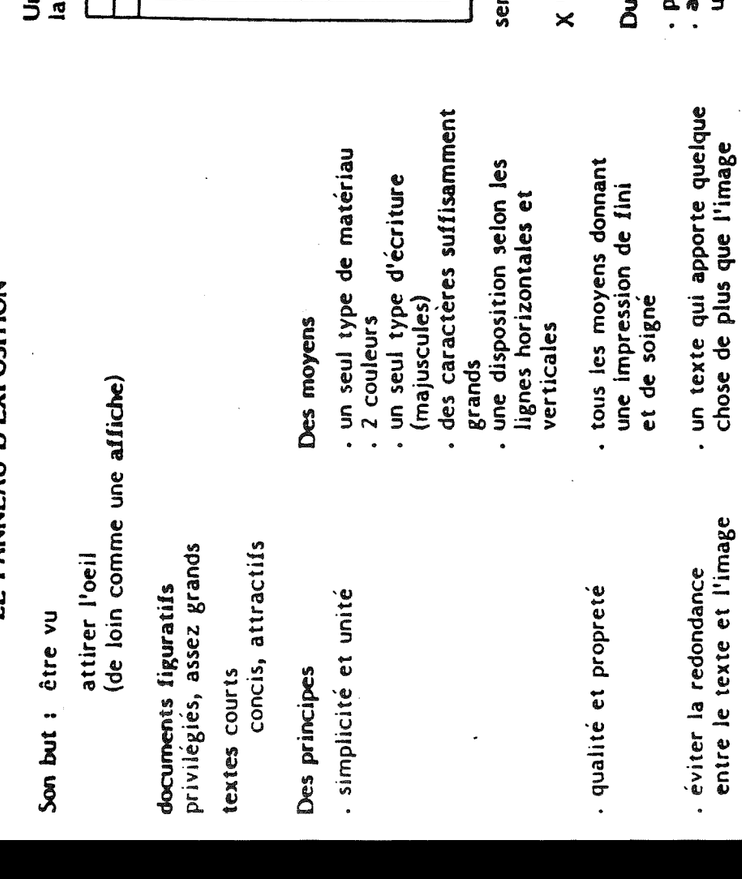
remettre la feuille jointe dûment remplie et bien noter le travail que vous compter faire d'ici la prochaine séance.

ANNEXE II: feuille à remettre en fin de séance

Noms des membres du groupe
Partie que vous avez choisi de traiter
Avez-vous des idées d'exposition possible? détail des idées
Photocopies désirées: références précises
Documents supplémentaires souhaitées
Travail prévu pour la prochaine séance

ANNEXE III





ANNEXE IV

Pline l'Ancien : Histoire Naturelle

LIVRE II

La sphère céleste.

I. (1) Le monde, cet ensemble qu'on n'est plus à appeler d'un autre nom, « le ciel », dont la voûte couvre la vie de tout l'univers, doit être tenu pour une divinité, éternelle, immense, sans commencement comme sans fin. Scruter ce qui est en dehors de lui n'importe pas à l'homme et échappe aux conjectures de l'esprit humain. Le monde est sacré, éternel, immense, tout entier dans le tout, ou plutôt il est lui-même le tout ; infini et paraissant fini, déterminé en toutes choses et paraissant indéterminé ; au-dedans, au-dehors embrassant tout en lui, il est à la fois l'œuvre de la nature et la nature elle-même. C'est folie d'avoir songé, comme certains, à calculer ses dimensions et osé même les faire connaître, ou encore d'avoir, comme d'autres, qui ont pris occasion de leur recherche ou la leur ont donnée, enseigné l'existence d'une quantité innombrable de mondes, ce qui obligerait d'admettre un nombre égal de natures, ou, même si une seule les embrassait tous, autant de soleils, de lunes et de tous les autres astres, déjà immenses et innombrables dans un seul monde ; comme si les mêmes questions ne devaient pas toujours, en fin de compte, se présenter à la pensée, dans son désir de trouver quelque limite, ou — s'il est possible d'attribuer cette infinité à la nature créatrice de toutes choses — comme si cette immensité n'était pas plus facile à concevoir dans une seule œuvre, surtout quand elle est aussi vaste ! C'est folie, oui, pure folie de vouloir sortir du monde et, comme si tout l'intérieur en était déjà parfaitement connu, sonder l'extérieur, comme si l'on pouvait mesurer un objet quand on ignore sa propre mesure ou l'esprit de l'homme voir des choses que le monde lui-même ne comprend pas !

II. (2) Sa forme est arrondie et a l'aspect d'un globe parfait, comme le montre d'abord le nom de globe que les hommes s'accordent à lui donner, mais aussi le témoignage des faits : car non seulement une telle figure est le lieu de convergence de toutes ses parties et doit être son propre support ; non seulement elle se maintient d'elle-même close et cohérente, sans avoir besoin d'aucune charpente et sans connaître ni fin ni commencement en aucune de ses parties ; non seulement une telle figure est la mieux adaptée au mouvement de rotation dont nous la verrons bientôt animée sans relâche ; mais les yeux aussi confirment cette idée, puisque de quelque point qu'on regarde le monde il apparaît comme une voûte vue de son centre, ce qui est impossible avec toute autre figure.

III. (3) Donc ce monde sphérique, dans une révolution éternelle et indassable, tourne sur lui-même avec une rapidité indicible en vingt-quatre heures : le lever et le coucher du soleil ne permettent pas d'en douter. Le bruit produit par la rotation continuelle d'une si grande masse est-il énorme et dépasse-t-il la sensibilité de l'ouïe ? Pour ma part, je ne saurais le dire et pas davantage, ma foi, si le son que rendent les astres entraînés dans cette révolution et dérivant leurs propres orbes est une suave harmonie d'une douceur inouïe. Pour nous qui demeurons à l'intérieur, le monde glisse jour et nuit dans le même silence.

Il s'y trouve gravées en foule innombrable des figures de tous les animaux et de toutes les choses, et le monde n'est pas, comme on le constate pour les œufs des oiseaux, un corps lisse au poli uniforme, ce que d'illustres maîtres ont soutenu : les témoignages terrestres le montrent, puisque les germes de toutes choses qui en tombent donnent naissance à des formes d'êtres innombrables, surtout dans la mer, et généralement monstrueuses, parce qu'ils se mélangent ; la vue aussi en fournit la preuve : ici apparaît l'image d'un ours, là celle d'un taureau, ailleurs celle d'une lettre et au milieu un cercle blanc passant par le zénith. (4) Pour ma part, je ne suis pas moins frappé par l'unanimité des peuples : les Grecs lui ont donné le nom de « parure »[1] et nous celui de « monde »[2] à cause de son élégance parfaitement pure. Quant au ciel (« caelum ») nous l'avons sûrement appelé ainsi parce qu'il est ciselé (« caelatum »), selon l'explication de Marcus Varron ; explication confirmée par l'ordre de l'univers, avec le cercle appelé zodiaque qui se divise en douze figures d'êtres animés, et par la régularité, immuable depuis tant de siècles, avec laquelle le soleil les parcourt.

1. « Κόσμος » signifie à la fois « univers » et « parure ».
2. L'adjectif *mundus* veut dire « net, pur, élégant » ; comme κόσμος, le substantif *mundus* signifie aussi « parure ».

sa place quand il sera question de la terre, puisque cette théorie tout entière la concerne. Seulement je ne différerai pas davantage la mention des découvertes touchant le zodiaque. Selon la tradition, c'est Anaximandre de Milet qui, le premier, reconnut son obliquité et ouvrit en quelque sorte les portes de l'univers, dans la 58e Olympiade (548-5 av. J.-C.) ; ensuite Cléostrate y trouva les constellations, à commencer par le Bélier et le Sagittaire ; la sphère avait été découverte longtemps auparavant par Atlas.

Caractéristiques des planètes supérieures.

Laissons à présent le corps même de la sphère étoilée et occupons-nous de ce qui se trouve entre le ciel et la terre. Il est certain que l'astre appelé Saturne est le plus élevé et paraît en conséquence le plus petit ; qu'il décrit la plus vaste orbite et qu'au bout de trente ans il revient à son point de départ précis ; quant au mouvement de toutes les planètes, parmi lesquelles le soleil et la lune, il se fait en sens inverse de celui de la sphère céleste, c'est-à-dire vers la gauche, tandis que la sphère décline toujours du côté droit. Et bien que sa rotation continuelle et extrêmement rapide les élève pour les précipiter ensuite vers le couchant, chacune chemine sur sa route propre dans la direction opposée. C'est ce qui fait que l'air, au lieu d'être roulé dans le même sens par la révolution éternelle du monde et réduit par l'engourdissement à l'état de masse inerte, garde sa fluidité grâce aux chocs opposés des astres, qui le divisent et le dispersent. Cependant Saturne est une planète froide et glacée. Bien au-dessous se trouve l'orbite de Jupiter, dont la révolution, par conséquent plus rapide, s'accomplit en douze ans. Au troisième rang, Mars, appelé par certains Hercule, doit au voisinage du soleil

l'éclat du feu et à une période d'environ deux ans. Aussi Jupiter, placé entre la chaleur excessive de Mars et le froid glacial de Saturne, subit leur influence combinée, qui fait de lui un astre bienfaisant. Ensuite vient le soleil, dont l'orbite se divise bien en 360e : mais pour que, sur le cadran, l'ombre revienne au repère initial, on ajoute cinq jours à chaque année ; on y joint même un quart de jour en plus, ce qui entraîne l'addition d'un jour intercalaire tous les quatre ans, afin d'accorder le calendrier avec le trajet du soleil.

Caractéristiques des planètes inférieures.

Au-dessous du soleil tourne une planète énorme appelée Vénus, qui se déplace alternativement dans les deux sens et que ses surnoms mêmes font la rivale du soleil et de la lune. De fait, quand Vénus surgit la première et se lève avant l'aube, elle reçoit le nom de Lucifer, comme un autre soleil qui hâte l'arrivée du jour ; lorsque au contraire elle brille après le coucher du soleil on l'appelle Vesper, car elle prolonge la durée du jour et joue le rôle de la lune. Cette propriété fut reconnue pour la première fois par Pythagore de Samos, vers la 42e Olympiade, qui répond à l'an 142 de Rome (612 av. J.-C.). Pour la grandeur, elle surpasse tous les autres astres et son éclat est tel qu'elle est le seul dont les rayons produisent de l'ombre. Aussi y a-t-il concurrence entre beaucoup de noms pour la désigner : les uns l'ont appelée Junon, d'autres Isis, d'autres Mère des dieux. C'est par son influence que tout s'engendre sur la terre. En effet, répandant une rosée fécondante à son lever du matin ou à son apparition du soir, non seulement elle accomplit les germinations au sein de la terre, mais encore elle stimule la reproduction de tous les êtres animés. Elle parcourt le zodiaque en 348 jours et, selon Timée, ne s'écarte jamais du soleil de plus de 46e.

Soumis aux mêmes lois, mais bien différent par la grandeur et la puissance, Mercure, que certains nomment Apollon, est l'astre le plus proche de Vénus ; sa révolution sur un cercle situé au-dessous est plus courte de neuf jours et il brille tantôt avant le lever du soleil, tantôt après son coucher, sans jamais s'en éloigner de plus de 22e, au dire de Cidenas et Sosigène. La théorie de ces deux planètes est donc spéciale et n'a rien de commun avec celle des premières, que l'on voit séparées du soleil par le quart ou même le tiers du ciel et souvent placées en opposition. D'ailleurs toutes les planètes ont, dans leurs mouvements complets, d'autres révolutions plus importantes, dont il sera traité dans la théorie de la Grande Année.

D'après Posidonius, il y a moins de 40 stades de la terre jusqu'à la hauteur où atteignent brouillards, vents et nuages ; au-dessus règne un air pur et limpide, baigné d'une lumière que rien ne trouble ; mais de la région troublée à la lune il y a, selon cet auteur, deux millions de stades, de la lune au soleil cinq cents millions, et c'est l'éloignement qui l'empêche, malgré son énormité, de consumer la terre. Toutefois plusieurs auteurs ont avancé que les nuages montaient jusqu'à une hauteur de 900 stades. Tout cela est obscur et inextricable, mais doit être publié pour l'avoir déjà été ; dans ces questions il existe pourtant une méthode, celle du raisonnement géométrique qui ne trompe jamais, la seule acceptable pour qui voudrait poursuivre ces recherches plus à fond, sans songer à une mesure exacte (car cette prétention entraînerait un usage de ses loisirs presque insensé), mais en se bornant à des évaluations conjecturales. Comme il apparaît en effet d'après la révolution du soleil que le cercle parcouru par son disque comprend environ 300 parties et comme le diamètre d'un cercle mesure toujours le 1/3 et un peu moins du 1/21 de la circonférence, il apparaît qu'on retranchant la moitié de ce diamètre à cause de la situation centrale de la terre, la hauteur du soleil a pour mesure 1/6 environ de l'immense espace décrit par cet astre autour de la terre, tel que l'embrasse notre esprit ; quant à la lune, sa hauteur est égale au 1/12 de cet espace, puisque sa révolution est 12 fois plus courte ; elle se trouve ainsi à mi-distance entre le soleil et la terre.

Le degré de démesure où parvient l'esprit humain, encouragé par quelque pauvre petit succès, me remplit d'étonnement : c'est ainsi que l'on voit, par exemple dans les questions indiquées ci-dessus, la raison donner occasion à l'impudence ; après avoir osé deviner la distance de la terre au soleil, on reporte cette distance pour atteindre le ciel, sous prétexte que le soleil est au milieu, de sorte que la mesure du ciel même peut se calculer sur les doigts ; le diamètre en effet est égal aux 7/22 de la circonférence ; comme si la mesure du ciel dépendait simplement d'un fil à plomb ! Le calcul égyptien, publié par Pétosiris et Néchepso, infère que dans l'orbite lunaire, qui est, comme nous l'avons dit, la plus petite, chaque degré mesure un peu plus de 33 stades ; le double, dans l'orbite de Saturne, qui est la plus grande ; dans celle du soleil, qui est, comme nous l'avons dit, à mi-distance, la moyenne des deux. Cette évaluation est pleine d'effronterie, puisqu'en ajoutant au cercle de Saturne la distance qui le sépare du zodiaque lui-même, on obtient une multiplication qui dépasse tout calcul.

La surface terrestre : Ier Preuves de sa rotondité.

LXIV. (64) Cependant voyons d'abord sa forme, dont décide le consentement unanime. Nous parlons avec certitude de la sphère terrestre et nous convenons que le globe est compris entre les pôles. De fait ce n'est pas une sphère parfaite, avec l'immense élévation des montagnes et l'immense étendue horizontale des plaines, mais son ensemble, si l'on embrasse la totalité de ses accidents dans le tracé des grands cercles, offre la figure d'une sphère parfaite, ce qu'exige la nature elle-même, pour des raisons différentes de celles que nous avons apportées pour le ciel. En effet, la courbure du ciel étant creuse converge sur elle-même et s'appuie de toute part sur son centre, c'est-à-dire sur la terre ; celle-ci étant compacte et ramassée se soulève comme si elle enflait et tend à l'expansion. Le monde obéit à une force centripète, la terre à une force centrifuge ; et la rotation perpétuelle du monde autour d'elle impose à son globe immense la forme sphérique.

Les Belles Lettres
1959

101 **LXV. (65) Ici s'élève un violent débat entre la science et le vulgaire : pour la science, les hommes sont répandus tout autour de la terre et opposés par les pieds ; la verticale[1] est semblable pour tous et partout on foule pareillement la terre en son milieu. Le vulgaire demande pourquoi les hommes habitant aux antipodes ne tombent**

1. Littéralement : « la direction du zénith ».

pas, comme s'il n'était pas facile de répondre qu'eux aussi peuvent s'étonner que nous ne tombions pas. Une opinion intermédiaire, acceptable même pour la foule si rebelle à l'instruction, veut que la terre ait la forme d'un globe irrégulier, semblable à une pomme de
102 pin, et soit néanmoins habitée de toutes parts. Mais quel est l'intérêt de cette discussion, quand surgit une nouvelle merveille : la terre elle-même est suspendue et ne tombe pas en nous entraînant dans sa chute ? Comme si la force de l'air, surtout enfermée dans le monde, était douteuse ! Comme si la terre pouvait tomber quand la nature s'y oppose et lui refuse tout lieu où tomber ! En effet, de même que le domaine des feux est seulement dans les feux, celui des eaux seulement dans les eaux, celui de l'air seulement dans l'air, de même pour la terre, contenue par l'ensemble des autres éléments, il n'y a de place qu'en elle-même. Cependant on s'étonne qu'elle ait la forme d'un globe, avec l'immense étendue horizontale de la mer et des plaines. Mais cette conception trouve son défenseur en Dicéarque, savant de premier ordre, qui, pour satisfaire une curiosité royale, mesura des montagnes. Il a écrit que la plus haute d'entre elles, le Pélion, avait 1.250 pas d'élévation verticale, en ignorant que ce n'était rien en comparaison de la courbure totale du globe. Cette conjecture me paraît douteuse, car je n'ignore pas que certains sommets des Alpes s'élèvent par une longue pente qui n'a pas moins de 50.000 pas.

103 Mais ce qui répugne surtout au vulgaire, c'est d'être obligé de croire que même les eaux forment une masse arrondie. Et pourtant rien dans la nature n'est d'une évidence plus sensible ; ainsi, partout les gouttes suspendues s'arrondissent en petites boules et, jetées sur la

poussière ou déposées sur le duvet des feuilles, elles apparaissent d'une rondeur parfaite ; dans une coupe pleine, le liquide est bombé au milieu, phénomène plus facile à saisir pour la raison que pour la vue, étant donné l'inconsistance de l'eau et la tendance de ce fluide à s'étaler. Et, chose encore plus étonnante, lorsqu'on ajoute la moindre goutte de liquide dans une coupe déjà pleine, l'excédent déborde ; le contraire se produit si l'on ajoute des poids jusqu'à concurrence souvent de 20 deniers ; la raison en est évidemment que les corps introduits à l'intérieur du liquide le soulèvent en dôme, tandis que l'excédent versé sur le sommet de l'arrondi
104 tombe. La même cause explique pourquoi l'on ne voit pas du pont d'un navire la terre visible du haut des mâts et pourquoi, lorsqu'un bâtiment s'éloigne, un objet brillant attaché à la cime d'un mât semble descendre peu à peu et finit par être caché. Enfin l'océan qui de notre propre aveu est à l'extrémité des terres, quelle autre forme pourrait assurer sa cohésion et l'empêcher de tomber, puisque aucun bord ne le retient au delà ?

Mais on est ramené en pleine merveille par la question de savoir comment la mer bien qu'arrondie ne tombe pas à son extrémité. Eh bien ! au contraire, même si les mers étaient planes et de la forme qu'elles offrent à la vue, ce serait impossible : les chercheurs grecs l'enseignent à leur grande joie et à leur grande
105 gloire, par les subtilités de la géométrie. En effet, étant donné que les eaux se portent de haut en bas, que cette propriété leur est reconnue et que personne ne doute que sur n'importe quel rivage elles n'avancent aussi loin que le permet la pente du sol, il apparaît sans le moindre doute que plus un point est bas, plus il est proche du centre de la terre et que toutes les lignes

menées du centre à la partie des eaux la plus voisine sont plus courtes que celles qui vont du fond où commencent les eaux jusqu'au bord extrême de la mer.

Par conséquent, les eaux dans leur ensemble comme dans chacune de leurs parties convergent vers le centre et, si elles ne tombent pas, c'est parce qu'elles tendent vers l'intérieur de la terre.

106 **LXVI. Il faut croire que cette organisation a été voulue par la nature créatrice pour permettre à la terre, qui, aride et sèche, ne pourrait subsister par elle-même et sans humidité, et à l'eau qui ne pourrait en revanche se maintenir sans l'appui de la terre, de s'unir par un mutuel entrelacement : la terre ouvre son sein, l'eau l'irrigue tout entière à l'intérieur comme à l'extérieur, au-dessus comme au-dessous, par les veines qui la parcourent comme autant de lions, et fait irruption même sur les sommets, où poussée par le souffle vital et exprimée par le poids de la terre elle jaillit à la manière des siphons, courant si peu le risque de tomber qu'elle s'élance jusqu'aux cimes les plus élevées. Cela explique avec évidence pourquoi l'afflux quotidien de tant de fleuves ne fait pas croître les mers. (66) Le globe entier est donc ceint par la mer, qui coule tout autour selon un grand cercle ; et il n'est point besoin de chercher à prouver par des arguments ce qui est déjà connu par l'expérience.**

170 ***Géographie astronomique : 1° Les aspects du ciel.***

LXIX. (69) La terre est au milieu de l'univers, c'est un fait établi par des preuves indubitables, dont la plus claire est l'égalité du jour et de la nuit à l'équinoxe ; si en effet elle n'était pas au milieu, il ne pourrait y avoir des jours et des nuits égaux. Les dioptres aussi ont révélé cette situation et ils en apportent la preuve formelle : en période d'équinoxe, on voit le lever et le coucher du soleil sur la même ligne, comme le lever solsticial en été et le coucher solsticial en hiver se voient selon une autre ligne commune. Or cela serait absolument impossible, si la terre n'était pas située au centre.

177 **LXX. (70) D'autre part trois cercles intercalés entre les zones du ciel mentionnées plus haut marquent les inégalités des saisons : le Tropique d'été, passant par le point du zodiaque qui pour nous est le plus élevé, du côté du Nord, et à l'opposé, vers l'autre pôle, le Tropique d'hiver ; enfin, coupant le zodiaque selon un diamètre commun, l'Équateur.**

182 ***2° Gnomonique et durée du jour.***

LXXIV. (72) De plus, les mêmes cadrans solaires ne servent pas partout, car au bout de 300 ou 500 stades au plus les ombres portées par le soleil changent. C'est pourquoi l'ombre du style, appelé gnomon, à midi, le jour de l'équinoxe, mesure en Égypte un peu plus de la moitié du gnomon ; à Rome, il ne lui manque que 1/9e du gnomon ; dans la ville d'Ancône, elle est plus longue que lui de 1/35e ; dans la partie de l'Italie appelée Vénétie, au même moment, l'ombre est égale au gnomon.

183 **LXXV. (73) De même, on rapporte qu'à Syène, ville située à 5.000 stades au sud d'Alexandrie, le soleil ne projette aucune ombre le jour du solstice d'été à midi et qu'un puits, creusé pour en fournir l'expérience,**

y est tout entier éclairé. D'où il résulte évidemment que le soleil est alors à la verticale de ce lieu, ce qui se produit aussi, à la même époque, dans l'Inde, au delà du fleuve Hypasis, d'après Onésicrite. Il est certain qu'à Bérénice, cité des Troglodytes, et à Ptolémaïs, ville située à 4.820 stades de là, dans le même pays, et fondée sur les bords de la mer Rouge pour les premières chasses aux éléphants, le même phénomène se produit quarante-cinq jours avant le solstice d'été et autant de jours après et que, durant ces quatre-vingt-dix jours, les ombres sont
184 projetées vers le Midi. De même à Méroé, île du Nil habitée et capitale du peuple éthiopien, à 5.000 stades de Syène, les ombres disparaissent deux fois par an, lorsque le soleil se trouve au 18e degré du Taureau et au 14e degré du Lion. Dans l'Inde, chez les Orites, il est une montagne nommée Malée, près de laquelle les ombres sont projetées vers le Sud en été, vers le Nord en hiver ; la Grande Ourse n'y est visible que pendant quinze nuits. Encore dans l'Inde, à Patala, port très fréquenté, le soleil
185 se lève à droite, les ombres tombent du Midi. Quand Alexandre y séjournait, on a noté que la Grande Ourse n'y était visible que dans la première partie de la nuit. Onésicrite, un de ses généraux, a écrit que la Grande Ourse n'est pas visible dans les lieux de l'Inde où il n'y a pas d'ombre ; qu'on nomme ces lieux « asciens » et qu'on n'y divise pas le temps en heures.

247 **Voilà ce que je crois digne d'être rapporté sur la longueur et la largeur de notre terre. Pour la circonférence totale du globe, Ératosthène, homme d'une habileté incomparable dans toutes les finesses de la science, en tout cas pour celle-ci, et que je vois universellement approuvé, a donné le nombre de 252.000 stades, qui en unités romaines vaut 31.500 milles : hardiesse impudente, mais appuyée sur un raisonnement si ingénieux qu'on rougirait d'être incrédule. Hipparque, aussi admirable dans sa critique d'Ératosthène que dans toutes ses autres**
248 **recherches, ajoute à cette mesure un peu moins de 26.000 stades. (109) Dionysodore n'inspire pas la même confiance (car je ne veux pas passer sous silence le plus bel exemple de la vanité grecque). C'était un Mélien célèbre pour ses connaissances en géométrie ; il mourut de vieillesse dans sa patrie, les derniers devoirs lui furent rendus par des parentes à qui revenait son héritage. Ces femmes accomplissaient, les jours suivants, les cérémonies d'usage, lorsqu'elles trouvèrent, dit-on, dans le tombeau une lettre signée « Dionysodore » et adressée aux gens de ce monde : elle disait que de son tombeau il était arrivé au fond de la terre et que la distance était de 42.000 stades. Et il ne manqua pas de géomètres pour expliquer ce que cela signifiait : la lettre avait été envoyée du centre de la terre, qui est à la fois le point le plus éloigné de la surface vers le bas et le centre du globe. Le calcul utilisant cette donnée les amena à proclamer la circonférence égale à 252.000 stades.**

CXIII. La règle de proportion, qui oblige la nature à être en harmonie avec elle-même, ajoute à ce calcul 12.000 stades et fait de la terre la 96e partie du monde entier.

En finiſſant ce Chapitre & l'explication des differens ſyſtêmes du Monde, il faut avertir ceux qui aiment l'Aſtronomie de ne pas trop s'embaraſſer à déterminer quel eſt le veritable : car quoique les ſyſtêmes de Copernic, de Tycho & de Martianus Capella diffèrent entr'eux, ils s'accordent neanmoins en ce qu'ils donnent tous la même ſolution, c'eſt-à-dire qu'ils expliquent parfaitement bien les phenomenes ou aparences tant du premier que du ſecond

mouvement des Aſtres, quoiqu'il y en ait qui les démontrent plus facilement les uns que les autres, comme eſt celui de Copernic ; c'eſt juſqu'où la connoiſſance humaine peut aller : car il eſt impoſſible de découvrir & de montrer de quelle maniere le Createur du Monde a fait mouvoir les Aſtres quand il les a tirez du neant, & quel eſt l'ordre & la diſpoſition qu'il leur a donnée dans le ſyſtême qu'il en a fait, pouvant diverſifier en une infinité de manieres ; il eſt impoſſible, dis-je, de ſçavoir lequel eſt celui qui eſt en uſage dans la nature ; cela fait qu'il faut ſe contenter de ce que l'on en peut ſçavoir, & entre ces ſyſtêmes chacun peut choiſir celui qui lui revient le mieux : & même plaçant immobile au centre du Monde telle Planete qu'on voudra ſuppoſer, & faiſant tourner toutes les autres autour d'elle, on fera autant de ſyſtêmes qu'il y a de Planetes differentes, leſquelles quoique fort diſſemblables, pourroient tous donner le même lieu des Planetes dans le Ciel, & expliquer également bien toutes les apparences des mouvemens celeſtes.

quelques pages de "L'usage des globes
céleste et terreste, et des sphères
suivant les différents systèmes du
Monde"

par le Sieur Bion,

PARIS. 1739.

Raiſons qu'on peut apporter pour prouver le mouvement de la Terre.

IL faut ou que tous les Corps celeſtes tournent en 24. heures autour de la Terre, ou que la Terre tournant ſur elle-même attribuë ce mouvement aux Corps celeſtes. Examinons lequel des deux eſt le plus vraiſemblable.

Toutes les Planetes font leurs grandes revolutions autour du Soleil, mais ces revolutions ſont inegales entr'elles ſelon les diſtances où les Planetes ſont du Soleil. Les plus éloignées font leurs cours en plus de tems, ce qui eſt fort naturel. Cet ordre s'obſerve même entre les Planetes ſubalternes qui tournent autour d'une grande. Les quatre Satellites de Jupiter, les cinq de Saturne font leurs cercles en plus ou moins de tems autour de leur grande Planete, ſelon qu'elles en ſont plus ou moins éloignées.

De plus les Aſtronomes ont remarqué que les Planetes ont des mouvemens ſur leur centre. Ces mouvemens ſont encore inégaux. On ne ſçait pas bien ſur quoi ſe regle cette ingalité, ſi c'eſt ſur la differente groſſeur des Planetes, ou ſur la differente viteſſe des Tourbillons particuliers qui les renferment, & des matieres fluides où elles ſont portées ; mais enfin l'inégalité eſt certaine, & en général tel eſt l'ordre de la nature, que ce qui eſt commun à pluſieurs choſes, ſe trouve en même-tems varié par des differences particulieres.

Or ſi les Planetes tournoient autour de la Terre, elles tourneroient en des tems inégaux ſelon leurs diſtances, ainſi qu'elles font autour du Soleil. Leurs diſtances inégales à l'égard de la Terre, leurs differentes groſſeurs, & la differente viteſſe des Tourbillons particuliers où elles ſont renfermées, devroient produire des differences dans ce mouvement prétendu autour de la Terre, auſſi-bien que dans tous les autres mouvemens ; & les Etoiles fixes, qui ſont ſi prodigieuſement éloignées de la Terre, ſi fort élevées au-deſſus de tout ce qui pourroit prendre autour de nous un mouvement général, du moins ſituées en lieu où ce mouvement devroit être affoibli ; n'y a-t-il pas bien de l'apparence qu'elles ne tournent pas autour de nous en 24. heures, comme pourroit faire la Lune qui en eſt ſi proche ? Les Cometes qui ſont étrangeres dans notre Tourbillon, qui y tiennent des routes ſi differentes les unes des autres, qui ont auſſi des viteſſes ſi differentes, ne devroient-elles pas être diſpenſées de tourner autour de nous dans ce même tems de 24. heures ?

Tout bien conſideré, cette inégalité ſi exacte qui nous paroît dans le mouvement diurne de tous les Corps celeſtes, eſt un grand préjugé à faire croire que c'eſt plûtôt la Terre qui tournant ſur elle-même en 24. heures, leur attribuë ce mouvement.

A quoi nous ajoûterons, que ſi les Cieux tournent en 24. heures autour de la Terre, la viteſſe de leur mouvement eſt inconcevable, puiſque ſuivant les diſtances de la Terre aux Planetes, rapportée ci-devant, le Soleil feroit en une heure de tems 8250000.

MUSIQUE ET MATHEMATIQUES

Anne BOYE

IREM de Nantes

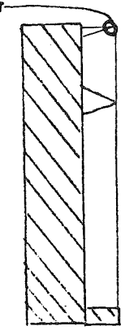
Il s'agit ici à travers quelques textes d'esquisser une brève approche de la construction des gammes et de la théorie des consonances dans la musique occidentale, de donner quelques clés à ceux qui voudraient par la suite approfondir ce domaine.

Il est acquis à la plupart d'entre nous sans doute que musique et mathématiques sont liées, au moins sur le plan théorique. La lecture de ces textes permettra de mesurer quel fut le cheminement commun de ces deux "arts", comment se sont mêlées au cours des temps les considérations physiques, esthétiques, philosophiques et mathématiques et, pour reprendre d'Alembert, comment la musique a été considérée sous le double point de vue "de l'art qui a pour objet l'un des principaux plaisirs des sens et de la science par laquelle cet art est réduit en principes".

Le premier texte *La division du Canon* que l'on peut trouver en annexe des *Livres arithmétiques d'Euclide* traduits et commentés par Jean Itard, va nous permettre d'aborder quelques aspects de la musique grecque antique. Il n'est pas bien sûr ici question d'étudier au plein sens du terme cette musique, mais de donner quelques points de départ pour une étude plus approfondie.

Le texte d'Euclide se présente comme tout autre texte mathématique et les propositions énoncées sont l'exacte réplique de certains des éléments arithmétiques, si ce n'est le vocabulaire ; l'axiome de départ indique que sont consonants les sons qui ont entre eux un intervalle multiple ou superparticulier (un nombre superparticulier est un nombre formé de l'unité plus une fraction de l'unité comme 1 + 1/2, 1 + 1/3, etc). A partir de là, il s'agit de comparer et de composer les intervalles pour savoir comment obtenir des consonances.

Ce petit texte est dans l'exacte tradition de la musique pythagoricienne, qui a fixé la musique sur des bases numériques. La musique a d'évidence une base expérimentale, un instrument de musique très répandu et très privilégié pour l'étude des sons et leur théorisation est le monocorde, simple corde tendue sur un chevalet (ou canon harmonique, d'où le titre division du canon).



A l'aide du curseur, on peut faire varier la longueur de la corde et étudier la différence de hauteur de sons qui en résulte et l'on constate qu'il existe une correspondance entre la hauteur des sons et la longueur de la corde. Les longueurs des sons sont inversement proportionnelles aux intervalles des sons . Puis on fera varier la tension de la corde grâce au poids. Ce qui ressort, essentiellement, c'est que l'étude des sons revient à l'étude de rapport de nombres.

Certains rapports simples se mesurent facilement. Ainsi quand la longueur est multipliée par deux, on obtient le même son plus grave. Et l'intervalle obtenu de 2 à 1 s'appelle octave. Si l'on prend une fois et demi la longueur de corde initiale, on obtient