L'ENIGME DE LA MESURE DE L'AIRE D'UN DISQUE PAR LES ANCIENS EGYPTIENS

Michel GUILLEMOT IREM de Toulouse

Il y a deux cents ans, le 23 décembre 1790, naissait à Figeac, Jean-François CHAMPOLLION, le déchiffreur des hiéroglyphes. *La lettre à Dacier* marque le début de l'Egyptologie.

En dépit des nombreuses recherches qui ont eu lieu durant ces deux derniers siècles, quelques énigmes restent encore à résoudre. Nous nous intéressons ici à celle constituée par l'algorithme donnant la mesure de l'aire d'un disque.

Les documents

Une des principales difficultés rencontrées lors de l'étude des "mathématiques égyptiennes" est liée au trop petit nombre de documents qui nous sont parvenus : à peine une dizaine, pour une civilisation qui a duré plus de trois millénaires. Encore devons nous souligner que de nombreux textes sont réduits à des suites de calculs sans aucune explication : leur interprétation laisse le champ libre à toutes les spéculations.

Lorsqu'ils existent, les commentaires sont trop peu succincts pour que leur traduction ne pose pas de problème. Dès lors, celle-ci reflète le plus souvent la conception que son auteur se fait de la "mathématique égyptienne" : nous n'échapperons pas, nous-même, à ce phénomène inhérent à ce genre d'études.

Par exemple, il n'est pas aisé de connaître la nature exacte des "problèmes" proposés. Seul l'auteur du papyrus Rhind (le plus important document mathématique qui nous soit parvenu) précise, en introduction le but de son texte. Maurice CAVEING, la traduit comme suit : "*règles pour scruter la nature et pour connaître tout ce qui existe, chaque mystère, chaque secret*". Ceci diffère de ce que propose Sylvia COUCHOUD "*exemple de calcul, afin de sonder les choses et connaître tout ce qui est obscur... ainsi que tous les secrets*". Que le Papyrus serve de référence à ceux qui veulent mieux connaître les secrets "mathématiques" détenus par les scribes égyptiens ne doit pas nous étonner. Mais s'agit-il de "règles" ou "d'exemples de calcul ?".

La considération de la centaine de "problèmes" proposés nous amène à penser qu'il s'agit plutôt "d'exemples" ; c'est-à-dire "*d'actions, de manières d'être, considérées comme pouvant être imitées*".

En effet, en de nombreux points, le papyrus Rhind ressemble aux textes arithmétiques élémentaires, qu'ils soient très anciens ou même du début de notre siècle : le développement d'un ou plusieurs "exemples" tient lieu d'énoncé d'une règle. De plus, la procédure suivie ne doit pas être mise en oeuvre de manière impérative. Tout dépend de son contexte d'application : l'emploi de diverses unités de mesure peut ainsi, par exemple, induire des pratiques différentes.

Le "problème" 50 du papyrus Rhind

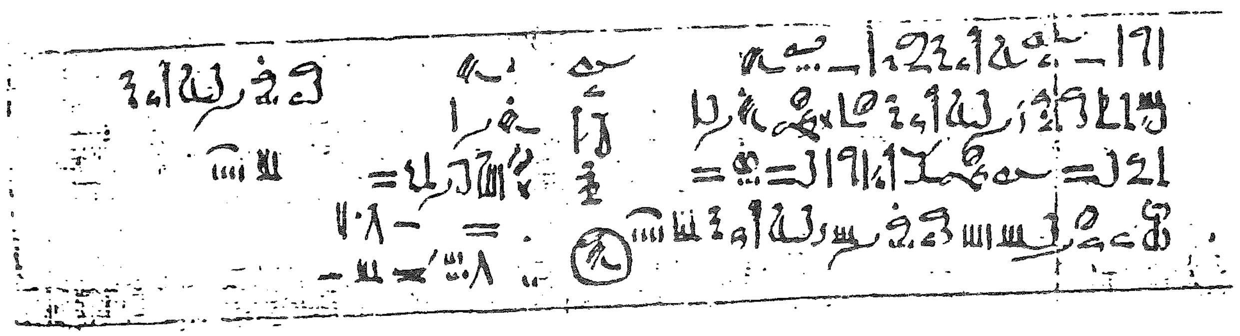
De l'ancienne Egypte nous est parvenu un seul texte traitant, explicitement, de la mesure de l'aire d'un disque : c'est le "problème" 50 du papyrus Rhind. Néanmoins, les "problèmes" 41 et 42 du même papyrus montrent l'utilisation du même algorithme. En effet, ils sont tous les deux relatifs à des calculs de mesure de volume de cylindre et la procédure suivie est classique "*produit de la mesure de l'aire du disque de base par celle de la hauteur*".

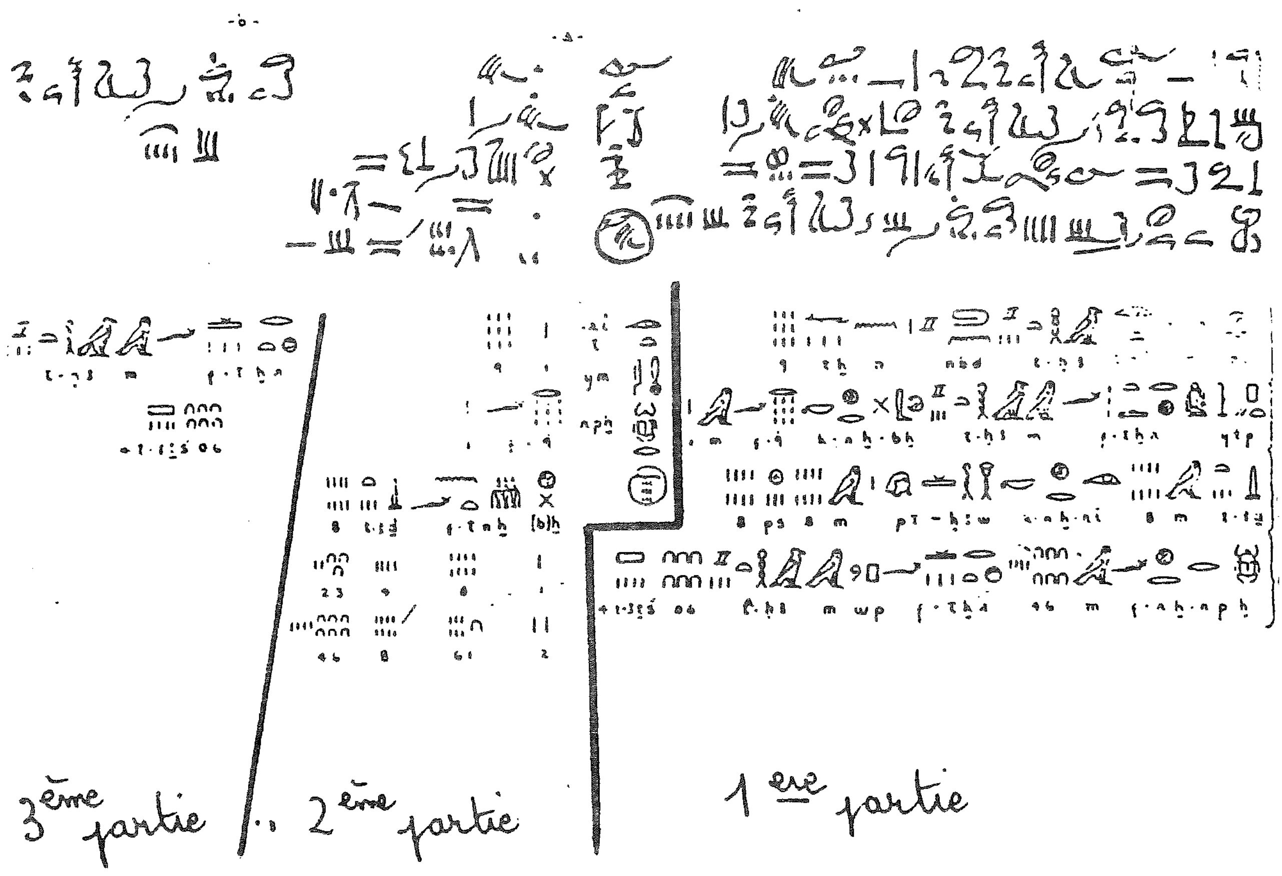
A ces trois "problèmes" nous devons ajouter le "problème" 48 de ce même papyrus : nous l'étudierons dans le prochain paragraphe.

Nous donnons ici, pour le "problème" 50 :

- sa reproduction photographique : texte écrit en hiératique,
- ses traductions hiéroglyphiques et littérales par CHACE.
  (nous avons mis en évidence certaines parties)
- notre traduction.

Notons que les écritures hiératiques et hiéroglyphiques se lisent de droite à gauche.





1ère partie

Exemple de calcul d'une aire circulaire de 9 khets.

Quelle est la mesure de son aire ? Tu soustrairas son 1/9: 1
Reste : 8. Tu multiplieras 8 par 8
Il advient 64. la mesure de son aire, c'est cela, 64 setats.

2ème partie

(verticalement) Le fait tel qu'il apparaît 9 khet

	1	9
son	1/9	1

Tu le soustrairas de lui, reste 8

1	8	4	32
2	16	8	64

3ème partie

La mesure de son aire:
64 setats

Le but de l'exemple est très clair : il s'agit de calculer la mesure de l'aire d'un disque. Ce dernier est rapporté, implicitement, à son diamètre.

En fait, c'est l'algorithme qui nous indique ou nous permet d'affirmer que "9 khets" représentent la mesure, en khets, du diamètre du disque. Notons que l'unité habituelle de mesure de longueur est la coudée et qu'un khet vaut cent coudées soit approximativement cinquante-deux mètres.

Cette introduction du diamètre à la place du rayon que nous considérons aujourd'hui ne doit pas nous surprendre. Nous pouvons, en effet, y trouver trois raisons.

La première est liée à la civilisation égyptienne : ici, il ne s'agit pas de construire un disque puis d'en calculer la mesure de son aire mais au contraire le disque est donné, et nous devons en mesurer l'aire. Dès lors, il est plus aisé d'en mesurer le diamètre que le rayon : la comptabilité très scrupuleuse des scribes égyptiens s'effectue en fait *a posteriori*!

La deuxième raison tient à la quadrature du disque : on ramène la mesure de l'aire d'un disque à celle d'un carré. EUCLIDE agit de même lorsqu'il énonce la deuxième proposition de son douzième livre des *Eléments* comme suit :

"Les cercles sont entr'eux comme les quarrés de leurs diamètres"

Enfin, la troisième raison est arithmétique : pour obtenir le côté du carré, il suffit d'enlever une fraction du diamètre. Ainsi, nous pouvons considérer que, pour un Egyptien, il est inutile de préciser que le disque est rapporté à son diamètre : c'est dans l'ordre naturel de ses habitudes.

Compte tenu de l'algorithme qui doit être mis en oeuvre le nombre choisi pour mesure du diamètre du disque, à savoir 9, est assez bien choisi. Ce nombre est aussi celui du "problème" 41, mais, dans le suivant, le scribe prend 10.

Dans chacun de ces trois "exemples" le calculateur égyptien utilise la même procédure ; ce qui nous permet d'affirmer qu'ils s'insèrent dans une certaine tradition. C'est celle qui est précisée dans la première partie du texte:

- soustraire le neuvième de la mesure du diamètre, soit ici: 1,

- prendre le reste, c'est-à-dire, ici: 8 ;
- multiplier le reste par lui-même.

Le résultat obtenu est celui de la mesure de l'aire du disque. Autrement dit, la mesure A de l'aire d'un disque de diamètre D est calculée par les anciens Egyptiens, selon un algorithme qui correspond à la relation :

$$A = (D - \frac{1}{9}D)^2$$

Dans la deuxième partie du texte, le scribe présente les opérations arithmétiques utilisées, un peu comme l'on présente parfois dans les classes élémentaires les calculs auxiliaires en marge de la résolution.

Bien entendu, la multiplication de 8 par 8 s'effectue selon le procédé habituel du doublement.

Enfin, dans la troisième partie, le scribe énonce le résultat : soixante-quatre setats. Au-delà du résultat lui-même, le lecteur est invité à mieux comprendre les liens existants entre les diverses unités de mesure. C'est une pratique constante mise en oeuvre par les scribes égyptiens : ils mettent l'accent successivement sur :

- les procédures (première partie du texte),
- les calculs arithmétiques (deuxième partie du texte)
- l'utilisation des diverses unités de mesure (troisième partie du texte).

Ici, cette dernière est immédiate. En effet, les anciens Egyptiens utilisaient principalement deux sortes d'unités d'aire :

- le setat nom donné au "khet-carré",
- le millier-de-terre correspondant à dix setats soit encore à l'aire d'un champ rectangulaire de mille coudées de long, d'où son nom, et à un khet de large.

Autrement dit, le "setat" s'introduit naturellement. Mais nous pouvons néanmoins signaler quelques subtilités liées aux écritures. Ainsi correspondant à soixante-quatre setats, nous pouvons avoir les notations suivantes :

 notation habituelle en écriture hiératique de soixante-quatre : 4 + 60

 autre écriture hiératique du nombre soixante-quatre qui peut servir à la notation en "setats". Est-ce aussi une erreur de notation ?

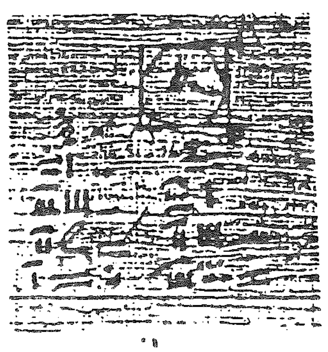
 écriture hiératique de soixante-quatre setats : le quatre est surligné

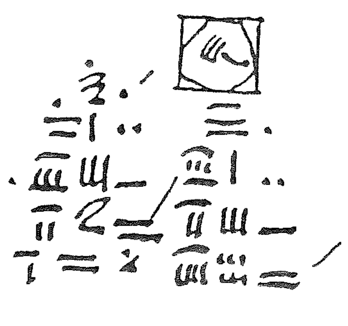
 écriture hiératique strictement additive de six millier-de-terre et quatre setats : voir le problème suivant.

Le "problème" 48 du papyrus Rhind

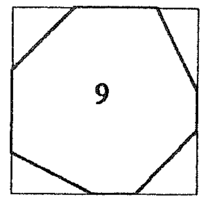
Si l'interprétation du "problème" 50 et des "problèmes" 40 et 42 ne présente pas de difficulté majeure, il n'en est pas de même du "problème" 48. Depuis sa première publication, il y a une centaine d'années, il ne cesse d'exciter la curiosité des historiens des mathématiques.

Il se présente comme suit :





La traduction est immédiate (le texte hiératique doit être lu, rappelons-le, de droite à gauche).



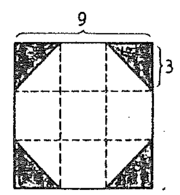
		⸝ 1	9 setats
1	8 setats	2	1 millier-de-terre 8 setats
2	1 millier-de-terre 6 setats	4	3 millier-de-terre 6 setats
4	3 millier-de-terre 2 setats	⸝ 8	7 millier-de-terre 2 setats
⸝ 8	6 millier-de-terre 4 setats	**total**	8 millier-de-terre 1 setat

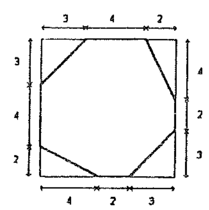
Il est clair que les opérations correspondent respectivement aux multiplications de 8 setats par 8 et de 9 setats par 9 à l'aide du procédé habituel du doublement : les résultats étant exprimés avec les unités d'aire, millier-de-terre et setat.

Par contre, les opinions commencent à diverger lorsqu'il s'agit de mettre en regard de ces calculs, la figure qui leur est associée. Nombreux sont ceux qui y voient l'inscription d'un cercle dans un carré de côté 9 (voir, par exemple, les deux derniers éditeurs du texte du papyrus RHIND: PEET et CHACE).

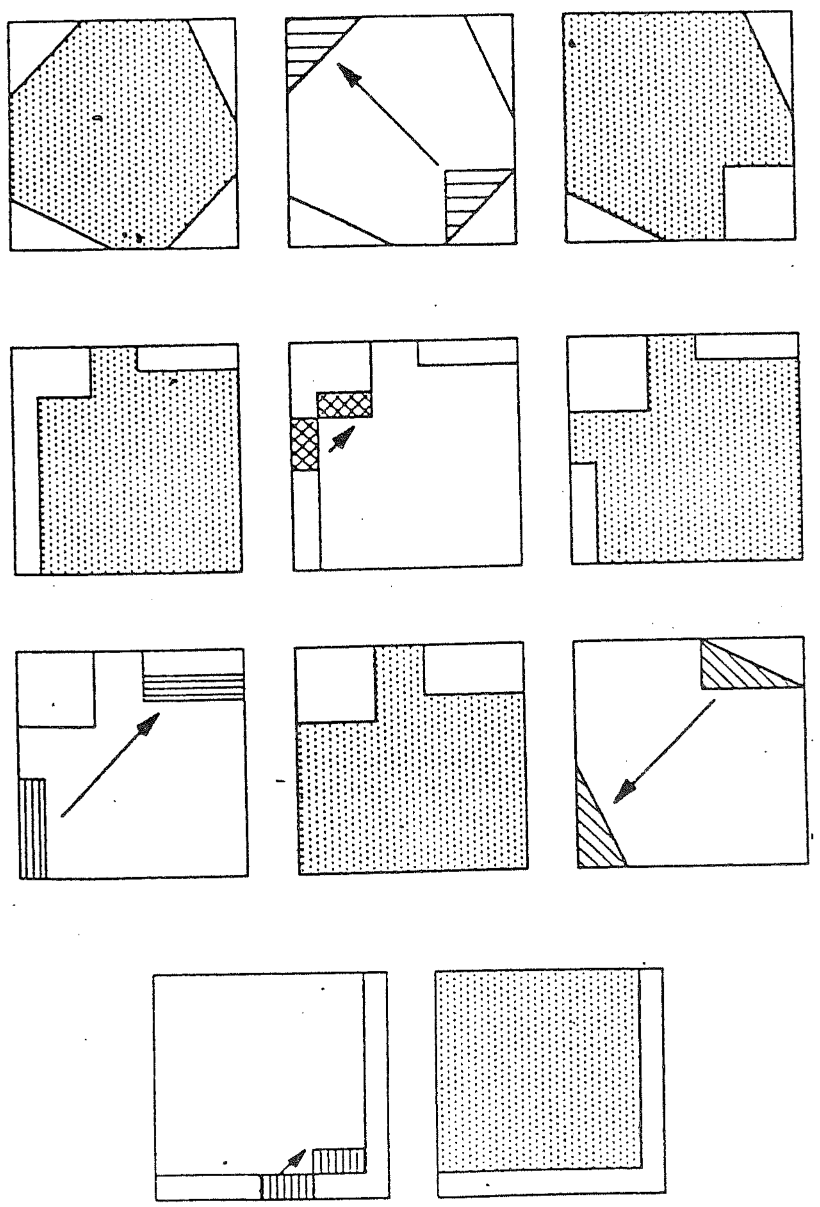
Cette interprétation ne manque pas d'argument. Le principal est relatif à l'objet des deux multiplications : ce sont les calculs relatifs aux mesures des aires respectives du disque et du carré en tenant compte de l'algorithme considéré précédemment.

Toutefois, il nous semble que nous devons aller plus loin. En effet, tous les égyptologues s'accordent pour louer les talents du scribe Ahmes qui a recopié, vers l'an 1650 avant Jésus-Christ, le papyrus. L'examen du seul "problème" 50 suffit à nous montrer, en particulier, qu'il savait parfaitement dessiner un cercle. Dès lors, Kurt VOGEL et à sa suite, Richard GILLINGS ont pu considérer que la figure inscrite était non plus un cercle mais un octogone selon le schéma ci-dessous.





Malheureusement, l'aire de cet octogone serait de soixante-trois setats ce qui paraît ôter toute signification à cette interprétation. Pour notre part, nous nous conformons plus au caractère asymétrique de la figure et nous proposons l'octogone suivant dont l'aire vaut cette fois, soixante-quatre setats! Autrement dit, l'énigme est en passe d'être résolue ! Cette nouvelle interprétation offre un avantage supplémentaire. En effet, elle nous permet de retrouver, par des décompositions successives le carré. Chaque triangle et son symétrique permet de constituer un rectangle. Par des découpages de bande on peut, ensuite, obtenir le carré de côté huit.



Certes, il s'agit là d'une reconstitution qui n'apparaît pas dans le texte et nous ne savons pas si de telles pratiques étaient en usage chez les anciens Egyptiens. Mais l'intervention, dans les calculs, des unités de mesures d'aire, setat et millier-de-terre, au lieu et place des seules notations numériques habituelles peut plaider en faveur d'une telle décomposition en bandes.

Nous avons déjà parlé du millier-de-terre unité de mesure correspondant à l'aire d'une bande rectangulaire de mille coudées de long et d'un khet de large.

Quant au setat, le surlignement hiératique qui lui est associé, correspond, hiéroglyphiquement à la représentation d'un champ irrigué ayant une forme rectangulaire. Economiquement, après les inondations du Nil, les Egyptiens ont découpé les champs alluvionnaires en bandes assez étroites.

Quoiqu'il en soit, le scribe a voulu souligner l'importance du "problème" proposé en le présentant, de manière inhabituelle, centré au milieu de la bande qui lui était réservée, et en bas de page, évidemment sans commentaire. Même si l'interprétation que nous proposons doit être soutenue avec toute la réserve nécessaire dans ce type de recherche, il nous semble qu'elle s'insère dans un processus de justification géométrique. Autrement dit, sortant du caractère calculatoire qui est traditionnellement accordé à la mathématique égyptienne, nous aborderions un nouveau champ qui pourrait justifier les dires d'HERODOTE - même si ce dernier parle de lots carrés.

"Ce roi, m'ont dit les prêtres, partagea la terre entre tous les Egyptiens par lots carrés d'égale superficie, il nous assura par là ses revenus, en imposant à leurs possesseurs une redevance annuelle. Tout homme à qui le fleuve enlevait une parcelle de son lot allait signaler la chose au roi ; Sesostris envoyait alors des gens inspecter le terrain et en mesurer la diminution pour accorder dorénavant à l'homme une réduction proportionnelle à sa redevance. Voilà, je pense, l'origine de la géométrie qui passa plus tard en Grèce".

Notons que les diminutions devaient, sans doute, correspondre à des bandes étroites ce qui peut conforter notre "reconstitution" du carré équivalent au disque.

Quelques remarques concernant l'algorithme

Le choix particulier de la longueur du côté du carré et l'asymétrie de l'octogone montrent que l'on peut raisonnablement penser que la "justification" précédente n'a pas été à l'origine de l'algorithme.

Par contre, arithmétiquement, nous savons qu'outre deux tiers, les Egyptiens utilisaient comme seules fractions, les "quantièmes" ; c'est-à-dire les inverses des entiers naturels non nuls. Dès lors, puisque le scribe remplace la mesure de l'aire d'un disque de diamètre D par celle d'un carré, le côté de ce dernier doit avoir pour mesure $(D - \frac{1}{n}D)$.

Avec nos connaissances actuelles, nous pouvons dire que n doit être choisi de telle sorte que $(1 - \frac{1}{n})^2$ soit le plus près possible de $\frac{\pi}{4}$.

Or

$$(1 - \frac{1}{8})^2 \approx 0{,}776 < \frac{p}{4} \approx 0{,}785 < (1 - \frac{1}{9})^2 \approx 0{,}790$$

Autrement dit, la valeur adoptée par les anciens Egyptiens, à savoir 9, correspond à la meilleure approximation possible, au sens des quantièmes, bien entendu. Elle correspond à "prendre pour π" la valeur $\frac{256}{81}$, soit à peu près, 3,16.

Pourtant, dans le cadre habituel du dédoublement, c'est-à-dire de la division par 2, la valeur 8 eût été préférable. Mais, elle conduit à "prendre pour π " la valeur 3,0625 qui n'est pas très éloignée de la valeur 3 adoptée par d'autres civilisations.

Néanmoins, l'adoption de 9 pose quelques problèmes arithmétiques. En effet, on doit retrancher un neuvième ce qui soulève certaines difficultés comme peut le montrer le "problème" 42 où le scribe a pris 10 comme mesure du diamètre:

$$\frac{1}{9}(10) = 1 + \frac{1}{9} \qquad\qquad 10 - \frac{1}{9}(10) = 8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

De manière générale, nous savons que les anciens Egyptiens devaient posséder les deux tiers d'un nombre. Par dédoublement, ils obtenaient le tiers et en réitérant les opérations ils pouvaient obtenir le neuvième. Ainsi, nous pouvons, aujourd'hui, écrire successivement:

$$\frac{2}{3}D = \frac{1}{2}D + \frac{1}{6}D \qquad \frac{1}{3}D = \frac{1}{4}D + \frac{1}{12}D \qquad \frac{1}{9}D = \frac{1}{12}D + \frac{1}{36}D$$

$$D - \frac{1}{9}D = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36}\right)D - \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right)D = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}\right)D = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right)D$$

Nous pouvons ainsi retrouver le résultat du "problème" 42, celui-ci n'y étant nullement expliqué.

1	$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	
2	$1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$	(par doublement)
4	$3 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	(par doublement et en utilisant $\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$)
8	$7 + \frac{1}{9}$	

total (deuxième et quatrième ligne):

$$8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} \qquad \text{(en utilisant à nouveau } \frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18})$$

Mais ceci est là encore une "reconstruction", le scribe sachant plutôt que :

$$1 - \frac{1}{9} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{9} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}\right) - \frac{1}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

Ces constatations arithmétiques mises à part, il nous reste à répondre au pourquoi de ce neuvième. Nous avons, en effet, la meilleure approximation de quelque chose qui est par ailleurs inconnu. Au lieu de "prendre pour π " la valeur élémentaire 3 les scribes introduisent des calculs forts laborieux. Nous devons replacer ceci dans le cadre de l'administration égyptienne où les scribes sont comptables de tout.

Certes, il est difficile de se rendre compte de la précision d'une mesure de l'aire d'un disque. Par contre, il est beaucoup plus aisé de mesurer avec une certaine approximation le volume d'un cylindre. Ce n'est pas un hasard si les "problèmes géométriques" du papyrus Rhind, commencent par les "problèmes" 41 et 42 relatifs à des calculs de volumes cylindriques, l'aire du disque vient bien après. En effet, dans ce cas, l'erreur commise sur la base est multipliée par la mesure de la hauteur.

Ainsi, dans le cas du cylindre du "problème" 41, nous avons respectivement pour mesure du volume :

- avec le huitième: $(9 - \frac{1}{8} \times 9)^2 \times 9$ soit approximativement 558

- avec le neuvième: $(9 - \frac{1}{9} \times 9)^2 \times 9$ soit 576

et avec notre approximation de π, à peu près 573.

Autrement dit, les différences sont cette fois assez sensibles pour que la répétition des contrôles ait permis de les repérer.

Notons, pour terminer, qu'une meilleure approximation soulèverait des difficultés assez importantes. En effet, nous avons :

$$\left(1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{375}\right)^2 \approx 0{,}785390 < \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785398 < \left(1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{376}\right)^2 \approx 0{,}785402$$

Mais d'autre part, par exemple, les relations:

$$\left(1 - \frac{1}{12} - \frac{1}{32}\right)^2 \approx 0{,}783963 \quad \text{et} \quad 1 - \frac{1}{12} - \frac{1}{32} = \frac{2}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$

montrent que $(1 - \frac{1}{12} - \frac{1}{32})$ peut être préféré à $(1 - \frac{1}{9})^2$.

Néanmoins, pour le "problème" 41, nous avons comme mesure du volume, la valeur approximative 571,5 qui ne permet peut-être pas de bien mesurer la différence avec la valeur exacte.

Conclusion

Arrivés au bout de notre enquête, pouvons-nous dire que l'énigme en est pour autant résolue ? Ici, plus que partout ailleurs, en histoire des mathématiques, chaque réponse ne soulève qu'un coin du voile et à son tour donne lieu à de nouvelles questions.

Néanmoins, avec toute la prudence qui est de mise dans ce type d'étude, nous nous permettons de formuler les conclusions suivantes.

Compte tenu du fait que, dans leurs calculs, les anciens Egyptiens utilisaient comme "fractions" seulement deux tiers et les quantièmes, ils ont considéré la meilleure approximation "simple" donnant la mesure de l'aire d'un disque de diamètre D: $(D - \frac{1}{9}D)^2$.

L'algorithme correspondant à cette formule est plusieurs fois mise en oeuvre dans le plus important document mathématique qui nous soit parvenu: le papyrus Rhind. Aussi, pouvons-nous dire qu'il est le reflet d'une certaine tradition auquel, sans aucun doute, le traité *De la mesure du cercle* par ARCHIMEDE, viendra mettre fin.

La recherche de l'origine du procédé doit être trouvée dans le contexte social de l'économie de l'ancienne Egypte où les scribes se veulent être des comptables très scrupuleux (même si parfois, ils peuvent commettre certaines erreurs, conscientes ou non: les régisseurs plus ou moins véreux ne datent pas d'aujourd'hui !). La mesure des volumes cylindriques a pu être un outil précieux pour la mise en évidence de techniques performantes.

Enfin, le "problème" 48 constitue le premier exemple de "justification" d'un algorithme. Aisée dans le cas d'une méthode arithmétique, il suffit de montrer au lecteur que le résultat convient, elle est plus difficile à mettre en oeuvre dans le cas de la géométrie. Aussi, les scribes égyptiens n'hésitent pas à braver les tabous de la symétrie du disque pour adopter un octogone asymétrique dont la mesure de l'aire correspond exactement à "l'approximation" donnée pour la mesure de l'aire du disque.

Fruits de patientes recherches, cet algorithme et sa "justification" nous montrent que la "mathématique égyptienne" n'est pas aussi pauvre que certains veulent bien le dire.

BIBLIOGRAPHIE

ARCHIMEDE — *Oeuvres* tome 1. trad. MUGLER,C Les Belles Lettres Paris 1970

CAVEING M. — *La Constitution du type mathématique de l'idéalité dans la pensée grecque* Thèse d'Etat Paris X 1977 Réimp. Presses de l'Université de Lille III 1982

CHACE A. — *The Rhind mathematical papyrus* Oberlin Ohio 1927 - 1929 Réimp. abrégée The National Council of Teachers of Mathematics Reston 1979

CHAMPOLLION Le Jeune — *Lettre à M. Dacier* Firmin Didot Paris 1822

COUCHOUD S. — *Recherches sur les connaissances mathématiques de l'Egypte pharaonique* Thèse 3è cycle Lyon II 1983

GILLINGS R. — *Mathematics in the time of the Pharaohs* reed. Dover New York 1982

GUILLEMOT M. — A propos de la "géométrie égyptienne des figures" *Actes du Colloque "La Géomérie des figures à travers les âges"* Oran 1-2-3 juillet 1989

GUILLEMOT M. — Brochure d'accompagnement au film vidéo *"Les Comptes de Bastet"* Toulouse IREM 1990

HERODOTE, THUCYDIDE — *Oeuvres complètes* trad. BARQUET La Pleiade Paris 1964 (II, 109, P 183)

PEET T.E. — *The Rhind mathematical papyrus* Hodder and Soughton London 1923 réimp. Leiden 1977

VOGEL K. — *Vorgrieschische Mathematik* I Hermann Schroedel Hannover 1958

Numéro spécial Π — Supplément au Petit Archimède n°64-65 1980

UN MEMOIRE D'ALEXIS-CLAUDE CLAIRAUT (1713-1765) :

"SUR LES COURBES QUE L'ON FORME EN COUPANT UNE SURFACE COURBE QUELCONQUE, PAR UN PLAN DONNÉ DE POSITION", ET SUR L'OMBRAGEMENT DES COURBES DU TROISIÈME ORDRE

(in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1731).

Jean-Pierre LE GOFF — IREM de Basse-Normandie

En 1704[1], Newton fait paraître en anglais un ouvrage bien connu sous le titre : *Opticks*[2]. Il est suivi de deux traités en latin, l'*Enumeratio Linearum tertii ordinis*, et le *Tractatus de Quadratura Curvarum*, qui ont sans doute été rédigés entre 1660 et 1676. Le premier de ces deux textes, le seul qui nous intéresse ici, est programmatique : il s'agit de classer les courbes du troisième ordre, l'ordre étant défini comme *le nombre de dimensions de l'équation entre les ordonnées et les abscisses*, ou encore comme le nombre maximal de points d'intersections de la courbe avec une droite[3].

Newton y donne les grandes lignes d'une marche à suivre pour effectuer cette classification, sans démonstration le plus souvent : tout d'abord il ramène l'équation générale à quatre équations particulières, suivant des considérations géométriques analogues à celles qui président à l'étude des coniques : en particulier l'usage, comme axe de coordonnées, d'un diamètre, défini comme lieu des centres de gravité des points d'intersection de la courbe avec toutes les transversales d'une direction donnée.

Voici ces quatre équations :

(i) $xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d$
(ii) $xy = ax^3 + bx^2 + cx + d$

---

1 Le texte qui suit, rédigé pour les besoins et comme trace d'un exposé à l'Université d'été de Lille (7-13 juillet 1990), est un prolongement des travaux entrepris depuis quelques années par Denis Lanier et l'auteur du présent article, sur *L'héritage arguésien*. On en trouvera les traces écrites dans *Scholies*, Actes du Séminaire Interdisciplinaire d'Histoire des Sciences du Lycée Malherbe de Caen, numéros 7 & 8 (*L'héritage arguésien*), 9 & 11 (*La perspective dans les pays anglo-saxons*), de février, juin & octobre 1989 & juin 1990 ; dans les *Cahiers de la Perspective* de l'IREM de Basse-Normandie, n° 5, juin 1991 ; ainsi que dans les *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*, Actes des colloques de Lille et Paris organisés en 1989 par le Séminaire d'*Histoire, Théorie et Pratique de la Perspective*, à paraître. Les mémoires de Clairaut et de Nicole sur les courbes du troisième ordre seront publiés en fac-similé avec introduction et commentaire critique dans la série *Analectes*, IREM de B.-N.

2 *Opticks : or, a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light. Also Two Treatises of the Species and Magnitude of Curvilinear Figures.* London, Printed for Sam. Smith, and Benj. Walford, Printers to the Royal Society, at the *Prince's Arms* in St. *Paul* 's Church-yard. MDCCIV. L'ouvrage connaîtra une seconde édition, latine pour l'optique comme pour les deux traités à la suite, en 1705. L'*Enumeratio* donnera lieu à une réédition par D. Jones, en 1711, dans laquelle.l'ordre et la numérotation des espèces de Newton sont quelque peu modifiés.

3 Il s'agit donc des courbes du troisième dégré, dont l'équation générale peut s'écrire :

$$Ax^3 + Bx^2y + Cxy^2 + Dy^3 + Ex^2 + Fxy + Gy^2 + Hx + Iy + J = 0,$$

ce qui peut s'écrire encore, en privilégiant y :

$$Dy^3 + y^2(Cx + G) + y(Bx^2 + Fx + I) + Ax^3 + Ex^2 + Hx + J = O,$$

et se ramène, moyennant diverses mutations algébriques traduisant des transformations géométriques simples, et suivant la nature des branches infinies de la courbe, étudiée par intersection d'une transversale variable, aux quatre genres définis et analysés par Newton.