

- > S.B. Diagne, *Philosophie symbolique et Algèbre de la logique*, Thèse de doctorat d'Etat, Paris, Sorbonne, 1988.
- > S.B. Diagne, *Boole, l'oiseau de nuit en plein jour*, Paris, Belin, 1989.
- > ss dir. J. Dieudonné, *Abrégé d'histoire des mathématiques*, Paris, Hermann, 1978.
- > J.M. Dubbey, *The Mathematical Work of Ch. Babbage*, Cambridge, 1978.
- > M.J. Durand, G. Peacock, la Synthèse algébrique comme loi symbolique dans l'Angleterre des Réformes (1830)", *Thèse pour le Doctorat de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales*, Paris, 1985.
- > M.J. Durand, "Genèse de l'Algèbre Symbolique en Angleterre : une influence possible de J. Locke", *Revue d'Histoire des Sciences*, 1990, XLIII/2-3, pp. 129-180.
- > G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, 1971, trad. et introduction C. Imbert.
- > I. Grattan-Guinness, "Psychology in the foundations of logic and mathematics : the cases of Boole, Cantor and Brouwer", *Psicoanalisi e Storia delle Scienze*, Firenze, 1983.
- > I. Grattan-Guinness, "The Correspondence between G. Boole and S. Jevons, 1863-64", *History and Philosophy of Logic*, 12 (1991), pp. 15-35.
- > D.F. Gregory, "On the real Nature of Symbolical Algebra", *Trans. of the Royal Society of Edinburgh*, 1840, vol. 14.
- > W. Hamilton, *Lectures on Logic and Metaphysics*, vol. IV, appendice VI. Edimbourg & London, 2ème éd., 1860.
- > E.H. Koppelman, "The Calculus of Operations and the Rise of Abstract Algebra", *Archive for the History of Exact Sciences*, vol. 8, n° 3, 1971; E.H. Koppelman : *Calculus of Operations : French Influence on the British Mathematics in the first half on the nineteenth century*, 1969, Ph. D. Diss., John Hopkins University.
- > J.L. Lagrange, "Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables", *Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres*. 1772. Oeuvres. 3. pp 441-476.
- > J. Locke, *Essai philosophique sur l'entendement humain*, trad. frçse P. Coste, Paris, 1755.
- > J. Merleau Ponty, "Laplace, un héros de la science normale", *La Recherche*, vol 10, n° 98, 1979, pp. 251-258.
- > L. Novy, "L'Ecole algébrique anglaise", *Revue de Synthèse*, III° série, n° 49-52, 1968, pp. 211-222.
- > G. Peacock, *Report on the recent progress and actual state of certain branches of analysis*, Cambridge, 1834.
- > G. Peacock, *A Treatise of Algebra*, Cambridge, 1830, p. 184.
- > J. Playfair, "On the Arithmetic of Impossible Quantities", *Phil. Trans.*, 1778, 68, pp. 318-343.
- > A. Sedgwick, *A Discourse on the Studies of the University*, Cambridge, 1834.
- > R. Woodhouse, "On the Necessary Truth of certain Conclusions obtained by means of imaginary quantities", *Phil. Trans.*, 1801, 91, pp. 89-120.
- > R. Woodhouse, "On the Independance of the Analytical and Geometrical Methods of Investigation, and on the Advantages to be Derived from their Separation", *Phil. Trans.*, 1802, 92, pp. 85-125.
- > R. Woodhouse, *Principles of Analytical Calculation*, Cambridge, 1803.

LE THEOREME DE GÖDEL ENJEUX ET SIGNIFICATION

Gilles FERREOL

Institut de Sociologie,
Université de Lille I

En 1931 paraissait dans une revue scientifique allemande un article d'une trentaine de pages, intitulé "Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme" (Sur les propositions formellement indécidables des *Principia Mathematica* et des systèmes apparentés). Son auteur - un jeune mathématicien viennois : Kurt Gödel - mettait alors en évidence l'incomplétude de tout système axiomatique contenant la théorie des nombres¹.

Ce théorème, relatif aux limitations internes des formalismes, a fait l'objet de nombreuses discussions. Les principales interrogations sont d'ordre à la fois théorique (critique du programme de Hilbert) et philosophique (problématique du fondement). La compréhension des controverses ainsi mises à jour prendra appui sur différentes contributions².

QUELQUES RAPPELS

Né à Brno (en Moravie) et naturalisé autrichien en 1929, Kurt Gödel (1906-1978) émigra aux Etats-Unis en 1940 pour s'établir à Princeton, rejoignant entre autres Einstein et Von Neumann à l'*Institute for Advanced Study*. Ses recherches, pour la plupart inédites, se rapportent à différents champs du savoir : logique mathématique, cosmologie relativiste, histoire, théologie... Mais ce qui fait de Gödel "le plus grand logicien depuis Aristote" (l'expression est de Von Neumann), c'est incontestablement son théorème de 1931 : "Si une théorie *T* est non contradictoire, et si les axiomes de l'arithmétique sont des théorèmes de *T*, alors *T* n'est pas complètement formalisable, c'est-à-dire traduisible dans un système formel où seuls les moyens finis ou finitaires sont permis".

Autre présentation : "Dans tout système formel consistant contenant une théorie des nombres finitaires relativement développée, il existe des propositions indécidables, la consistance d'un tel système ne pouvant être démontrée à l'intérieur de ce système". Ces théorèmes d'incomplétude (cf. également l'antinomie du menteur ou le paradoxe de Richard) remettent en cause l'idéal hilbertien de la "codification" ("*n* est richardien si et seulement si *n* n'est pas richardien", de sorte que le jugement "*n* est richardien" est vrai et faux à la fois).

Résumons : "Une arithmétique non contradictoire ne peut constituer un système complet et comporte nécessairement des énoncés indécidables. L'affirmation de la non-contradiction du système figure précisément parmi ces énoncés indécidables".

Pour R. Blanché, "ce résultat apparemment négatif, obtenu par des méthodes formelles strictes, et bientôt corroboré par des résultats analogues sur des problèmes connexes, a une grande portée. Il est plus qu'un simple épisode dans l'histoire de la métamathématique. Celle-ci reprenait, sous une forme neuve, le vieil idéal d'une démonstration absolue, en visant à constituer un formalisme qui fût susceptible de s'achever en se refermant, en quelque sorte, sur lui-même. Un terme est mis maintenant à cet espoir. Même dans la science formelle par excellence, à savoir la mathématique axiomatisée, il faut se résigner à la séparation qu'on pensait avoir effacée, entre vérité et démontrabilité. La première notion déborde la seconde"³.

Explicitons cette dernière affirmation : "Puisque l'une des plus élémentaires des théories mathématiques comporte déjà non seulement des propositions indécidées mais aussi des propositions essentiellement indécidables (i.e. pour lesquelles on peut établir que sont également indémonstrables l'énoncé *p* et l'énoncé contradictoire non-*p*), puisque

¹S.G. Shanker, 1988.

²Celles -notamment- de Ladrière, Nagel/Newman ou J-Y. Girard

³R. Blanché, 1970, pp. 68-69.

- d'autre part - le principe du tiers exclu assure que de deux propositions contradictoires l'une est nécessairement vraie, même si nous ne pouvons savoir laquelle : il faut bien conclure qu'il y a là, à l'intérieur d'une mathématique axiomatisée, du vrai non prouvable⁴. Conclusion jugée tout à la fois "stupéfiante" et "attristante" car les méthodes employées possèdent certaines limites internes qui excluent la possibilité de formaliser entièrement ne serait-ce que l'arithmétique ordinaire des entiers.

La nouveauté des procédés de démonstration utilisés (concept de projection, numérotation spécifique) mérite, par ailleurs, d'être soulignée : lorsqu'en 1952 Gödel se voit décerner le titre de docteur *honoris causa* de l'Université de Harvard, sa nomination mentionne le travail effectué comme "l'un des apports les plus importants à la logique moderne".

Afin de faire le point sur ces différents enjeux, trois étapes seront privilégiées : réflexion sur la notion de système formel, discussion du programme de Hilbert, réexamen des théorèmes de limitation.

LA NOTION DE SYSTEME FORMEL

Au-delà du rôle des personnalités créatrices et des contingences de la recherche, le devenir des mathématiques est *endogène* et correspond, par le biais d'opérateurs, à une exigence interne de dépassement. Conformément au projet initial des logiciens, il s'agit - de façon plus abstraite - d'étendre la production et le champ de validité des inférences, de telle manière que l'essence du raisonnement reste indépendant du contenu particulier des propositions émises.

Définissons avec J. Ladrière un *système formel* comme une entité idéale qui engendre, selon des procédures canoniques, à partir de certains objets posés comme "valables", d'autres objets qui seront également reconnus comme "valables"⁵. Le but de la formalisation est donc de permettre une étude rigoureuse et systématique des aspects structuraux (purements "formels") des théories scientifiques.

Quelle que soit la perspective retenue (syntaxique ou sémantique), on fera appel à des "axiomes", des "symboles" ou des "propositions". Des règles de formation ou de dérivation complètent ce dispositif. Sont en outre imposées des *conditions d'effectivité*. Rappelons ici, à la suite de Church, qu'"une propriété effective est une propriété que l'on peut représenter au moyen d'une fonction récursive d'entiers"⁶. Les valeurs de cette fonction (songeons à l'addition) peuvent être calculées de proche en proche, de telle sorte que, pour chaque valeur de l'argument, on soit en mesure de déterminer en un nombre fini d'étapes la valeur correspondante de la fonction (cf. la machine de Turing). On exigera ainsi que l'ensemble des théorèmes du système soit "récursivement énumérable" (un ensemble d'entiers est dit récursivement énumérable s'il existe une fonction récursive dont les valeurs, pour les entiers successifs 1, 2, 3..., sont précisément les éléments de cet ensemble).

Il y a donc bien "auto-monstration du formel dans son effectivité, et non description d'une forme qui serait donnée ailleurs et par avance". D'autant que la formalisation impose aux différents modèles certaines conditions relatives à leur cardinalité, leur type d'ordre ou leur structure algébrique. Conséquence immédiate : lorsque nous élaborons une axiomatique, nous n'agissons pas de manière totalement arbitraire car nous sommes généralement guidés par la visée d'une certaine interprétation. C'est, en effet, à partir de la connaissance que l'on possède déjà d'un certain domaine d'investigation que l'on construit progressivement une formalisation adéquate⁷.

Tout système formel précontient, à cet égard, une grande variété de structures dont les potentialités interprétatives permettent d'éclairer certaines situations longtemps insoupçonnées. C'est ainsi par exemple qu'il a été possible de découvrir l'existence de systèmes de nombres tout à fait singuliers, baptisés pour la circonstance "non normaux",

⁴Ibid. p. 69.

⁵J. Ladrière, 1967, p. 312.

⁶A. Church, 1944.

⁷J. Ladrière, 1957.

i. e. des systèmes d'objets obéissant, comme les nombres entiers, aux axiomes de Peano mais dotés par ailleurs d'autres propriétés ordinales. Retenons de cette première discussion que le formalisme appartient au domaine de l'opérateur : il est "opération incessante", "matrice infinie de transformations"⁸.

LA PHILOSOPHIE FORMALISTE ET LE PROGRAMME DE HILBERT

Les mathématiques, dans cette optique, doivent être conçues comme une activité d'un genre particulier : il s'agit, un peu comme dans un jeu d'échecs, au moyen de règles formelles fixées à l'avance, de construire certains assemblages de symboles (les énoncés mathématiques et leurs démonstrations).

Pour Hilbert⁹, l'"ontologie formaliste" peut être envisagée à un triple niveau :

- les seuls objets qui existent sont des objets *finitistes* (ou encore *élémentaires*), essentiellement des entiers ;

- parmi les propriétés mathématiques, il en est certaines (toutes celles qui se rapportent à des entités de "second rang") qui n'ont pas de sens, et d'autres qui ont une signification (et que l'on appellera - selon les cas - "réelles", "basiques" ou "protocollaires"). Ces énoncés doués de sens, Hilbert propose de les considérer comme des *identités*, à savoir des égalités qui ont lieu pour toute valeur des variables ;

- les principes utilisés dans les démonstrations doivent être eux-mêmes "directs" ou "immédiats".

On notera que les mathématiques (et, notamment, celles du XX^e siècle) sont loin de se réduire à ce noyau délimité par Hilbert. Pensons notamment aux objets *abstraites* ou *idéaux* (ultrafiltres, magma, espaces complexes...). Cette "tentation mécaniste" repose sur la conviction suivante : il est possible, en théorie du moins, de recourir à des procédés strictement élémentaires et de se passer d'objets ou d'énoncés abstraits. "Vrai" signifie "démonstrable", "faux" est utilisé pour "réfutable". Dans ces conditions, la "solution finale du problème de la consistance" passe par l'adoption d'un programme "finitiste" (principe de la "pureté des méthodes", Hauptsatz). Selon cette conception, il importe - à chaque étape du raisonnement - de ne se référer qu'aux expressions ou aux axiomes préalablement définis. D'où l'idéal d'"objectivation" ou de "complétude"¹⁰.

Qu'il s'agisse de la thèse de l'extensionnalité, du critère de vérification ou de la pertinence du "rasoir d'Occam", l'influence des *Principia Mathematica* et - plus généralement - du Cercle de Vienne est ici manifeste¹¹.

LES THEOREMES DE LIMITATION

Prenons comme grille d'analyse la distinction syntaxique/sémantique :

TYPE DE LIMITATION	THEOREMES ASSOCIES
Syntaxique	Gödel (1931), Church (1936), Kleene (1943)...
Sémantique	Löwenheim (1915), Skolem (1933-1934), Henkin (1950) ...

Considérons tout d'abord la *version syntaxique*. Le théorème de Gödel (proposition 6 du Mémoire de 1931) s'inscrit dans cette perspective et s'applique à tout

⁸J. Ladrière, 1967, pp. 312-314.

⁹1862, Königsberg ; 1943, Göttingen.

¹⁰J.-Y. Girard *et alii*, 1983.

¹¹G. Ferréol, 1989.

formalisme satisfaisant aux conditions d'effectivité indiquées ci-dessus. On peut alors affirmer qu'il existe des propositions indécidables (qui ne sont ni dérivables ni réfutables). Church, de son côté, fait valoir que le problème de la décision est insoluble pour la logique des prédicats du premier ordre et, *a fortiori*, pour des systèmes plus puissants. Il est clair que le théorème de Church a un contenu plus étendu que celui de Gödel, et que ces deux approches peuvent être généralisées de diverses manières¹².

Examinons, à présent, la variante sémantique. Les travaux de Tarski ont mis en avant la propriété d'irréflexivité : pour toute structure assez vaste (contenant au moins une représentation de l'arithmétique ordinaire), la notion de vérité ne peut être formalisée à l'intérieur du cadre conceptuel initial¹³. Avec Löwenheim puis Skolem et Henkin, la non-catégoricité est à l'honneur¹⁴ : il est donc impossible de formaliser adéquatement la théorie "naïve" des ensembles, telle qu'elle a été formulée par Cantor (axiomatique de Zermelo-Fraenkel ou de Von Neumann-Bernays-Gödel).

Il y a, entre les différentes sortes de limitation, des rapports étroits¹⁵. Ce n'est pas par hasard. Les difficultés rencontrées découlent de certaines propriétés inhérentes aux formalismes. Tous ces théorèmes font ainsi intervenir le célèbre *argument de la diagonale* (utilisé par Cantor pour montrer que l'ensemble des parties d'un ensemble a une puissance supérieure à celle de cet ensemble). Mais en agissant de la sorte, la pensée opératoire "laisse échapper ce qu'il y a de proprement illimité dans l'infini, tout en conservant cependant quelque chose de cette puissance mystérieuse par laquelle cet infini transgresse irrésistiblement toute limite". Conclusion : "On ne peut parler adéquatement de la transcendance dans le langage de l'effectuable, c'est-à-dire du fini"¹⁶.

Malgré toutes ces critiques, l'approche formaliste n'a pas totalement démerité et recueille encore de nombreux suffrages. Pour J-Y. Girard, "il n'y a rien d'étonnant à ce que le Programme de Hilbert ait survécu à son éreintement par Gödel : Hilbert donnait des réponses simples et définitives aux principaux questionnements relatifs à l'activité mathématique, et la simplicité d'une réponse l'emporte de beaucoup sur sa plausibilité"¹⁷. Ce qui est par contre plus inattendu, c'est que la poursuite de ce programme a donné des résultats très féconds (cf. les recherches de J. Herbrand ou G. Gentzen).

Signalons, par ailleurs, un certain nombre d'incompréhensions. Les théorèmes d'incomplétude ne signifient pas que la science ne puisse se penser elle-même. Ce genre d'extrapolation pose problème et doit être dénoncé. Que penser, en effet, du raisonnement suivant : "Du jour où Gödel a démontré qu'il n'existait pas de démonstration de consistance de l'arithmétique de Peano formalisable dans le cadre de cette théorie, les politologues avaient les moyens de comprendre pourquoi il fallait momifier Lénine et l'exposer aux camarades "accidentels" sous un mausolée au centre de la communauté nationale"¹⁸ ? S'il semble justifié d'appliquer les résultats obtenus au domaine de la pensée mécanique (ordinateurs, jeux...), la référence aux activités humaines est à proscrire.

Il convient toutefois de ne pas dramatiser à l'excès, l'introduction du *calcul des séquents* permettant d'établir la cohérence des constructions les plus usuelles. La "sémantique des règles sans coupures" se révèle fort utile et donne naissance à de nouveaux langages de programmation (Prolog, notamment). Certains problèmes subsistent néanmoins : "Si l'univers mathématique se résume à un sous-univers élémentaire, ce dernier n'est pas plus simple que l'univers tout entier"¹⁹.

Contrairement à ce qu'avançaient Frege et Russell, la notion de vérité (ou d'évidence) ne peut se réduire à des aspects purement formels. Pour reprendre le vocabulaire de Husserl, l'axiomatique ne constitue pas un système "nomologique". La "raison" n'est

¹²S.C. Kleene, 1971, chap. 5 et 6.

¹³A. Tarski, 1956.

¹⁴L. Henkin, 1950.

¹⁵R. Fraïssé, 1975, chap. 5.

¹⁶J. Ladrière, 1967, pp. 331-332.

¹⁷J-Y. Girard, 1989, p. 161.

¹⁸R. Debray, 1980, p. 70.

¹⁹J-Y. Girard et alii, 1983, p. 47.

plus ce rocher (*rockbottom*) sur lequel prennent appui les fondements de la démonstration²⁰.

Ainsi que le soulignent Nagel et Newman, "il ne faut pas interpréter le théorème de Gödel comme une invitation au désespoir, ni y trouver excuse pour s'entourer de mystère. La découverte de l'existence de vérités arithmétiques formellement indémonstrables ne veut pas dire qu'il y ait des vérités qui nous resteront à jamais inconnues, ni qu'il faille remplacer une démonstration rigoureuse par une intuition mystique". Un tel constat n'implique pas que le progrès des connaissances comporte des limites insurmontables : il signifie plutôt que l'"on ne peut pas axiomatiser entièrement les ressources de l'entendement" et que "de nouveaux principes attendent encore d'être inventés et découverts". Dès l'instant où "la structure et les capacités de l'intelligence humaine sont bien plus complexes et subtiles que celles de n'importe quelle machine conçue jusqu'ici, l'oeuvre de Kurt Gödel - loin de nous inciter au découragement - devrait nous apprendre à estimer encore davantage la richesse de la raison créatrice"²¹.

D'où le jugement de J-Y. Girard : "Formulée comme un programme de type Jivaro - réduire, réduire, réduire -, une partie de la tradition hilbertienne a sombré dans le ridicule mais, débarrassée de ses exagérations, qui sont - dans une large mesure - le fruit de l'époque, il reste l'idée d'objectiver, de géométriser les manipulations logiques, et cet aspect n'a pas fini de porter ses fruits"²².

Deux remarques pour conclure :

- "L'incomplétude n'a pas eu des conséquences profondes en mathématiques. Les mathématiciens ont décidé très tôt (avec un certain bonheur) d'ignorer les problèmes de fondement. Le résultat de Gödel était considéré comme une bizarrerie : "Bien sûr, il y a des énoncés indécidables, mais pas dans les mathématiques de tous les jours". La critique était pertinente (...). C'est seulement à la fin des années soixante-dix que Paris et Harrington ont pu exhiber un énoncé combinatoire très naturel qui ne peut pas se démontrer dans l'arithmétique de Peano; depuis, beaucoup d'autres résultats du même genre ont suivi. L'incomplétude est, pour ainsi dire, descendue sur terre"²³.

- "La *gödelite* est une maladie non reconnue par la Sécurité sociale" mais dont les ravages demeurent préoccupants : n'est-il pas regrettable de voir Gödel "ramené au rôle d'un sous-Lewis Carroll" ? "Comment, dès lors, vulgariser sans être vulgaire ? That is the question"²⁴.



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BLANCHE R. (1970) : *L'Axiomatique*, Paris, P.U.F.

CHURCH A. (1944) : *Introduction to Mathematical Logic, I*, Princeton, Princeton University Press.

DEBRAY R. (1980) : *Le Scribe. Genèse du politique*, Paris, Grasset.

FERREOL G. (1989) : "Le Cercle de Vienne", *Bulletin de liaison de la Commission Inter-Irem Histoire et Epistémologie des Mathématiques*, n° 6, pp. 211-215.

FRAÏSSÉ R. (1975) : *Cours de logique mathématique*, Tome 3, Paris, Gauthier-Villars.

²⁰C. Roche, 1984, p. 1049.

²¹E. Nagel et J.R. Newman, 1989, pp. 94-95.

²²J-Y. Girard, 1984, p. 163.

²³*Ibid.*, p. 165.

²⁴*Ibid.*, pp. 167 et 170.

GIRARD J.-Y., BOULEAU N. et LOUVEAU A. (1983) : *Cinq Conférences sur l'indécidabilité*, Paris, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

GIRARD J.-Y. (1989) : "Le champ du signe ou la faillite du réductionnisme", in *Le Théorème de Gödel* (ouvrage collectif), Paris, Seuil, pp. 145-171.

GÖDEL K. (1931) : "Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme I", in *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol.38, pp. 173-198.

HENKIN L. (1950) : "Completeness in the theory of types", *Journal of Symbolic Logic*, vol. 15, pp. 81-91.

KLEENE S.C. (1971) : *Logique mathématique*, Paris, Armand Colin (version originale : New York, Wiley and Sons, 1967).

LADRIERE J. (1957) : *Les Limitations internes des formalismes*, Paris-Louvain, B. Nauwelaerts.

LADRIERE J. (1967) : "Les limites de la formalisation", in *Logique et connaissance scientifique* (sous la direction de J. Piaget), Paris, Encyclopédie de la Pléiade, Gallimard, pp. 312-333.

NAGEL E. et NEWMAN J.R. (1989) : "La démonstration de Gödel", in *Le Théorème de Gödel*, op. cit. pp. 13-103.

ROCHE C. (1984) : "Kurt Gödel", in *Dictionnaire des philosophes* (sous la direction de D. Huisman), Tome I, Paris, P.U.F., pp. 1047-1049.

SHANKER S.G. (sous la direction de) (1988) : *Gödel's Theorem in Focus*, Londres, New York, Sydney, Croom Helm.

TARSKI A. (1956) : *Logic, Semantics, Metamathematics*, Oxford, Oxford University Press.

LE TEMPS CIRCULAIRE D'ARISTOTE

Gaston FRAYSSE

Il s'agit de rendre compte d'un texte d'Aristote¹ (cf. Appendice), en lequel se trouve répétée l'affirmation qui remonte aux Milésiens, que "le temps paraît être le mouvement de la sphère", que "le temps paraît être un certain cercle", "qu'il y a un cercle du temps", la dernière affirmation étant à prendre en un sens existentiel autant que cosmique. Dire que le temps est un cercle, "qu'il y a un cercle du temps", c'est énoncer qu'on ne peut en sortir, que les "affaires humaines" sont un cercle². C'est bien ce double aspect qui nous intéresse : la nature du temps et l'existence dans le temps, deux points de vue qu'Aristote ne sépare pas. Surprenant pour nous, modernes, qui nous donnons du temps une représentation linéaire, comme d'une droite, et qui valorisons l'avenir, en lieu du présent, en héritiers du christianisme que nous sommes, ce même christianisme qui a cru que le temps pouvait s'abolir et s'abîmer dans l'éternité : "praeterit figura hujus mundi", elle passe la figure de ce monde³. Entendez : elle change comme un décor de théâtre.

LES MILESIENS

Si l'on veut comprendre quoi que ce soit à cette conception du temps, il faut remonter aux Milésiens, à Thalès (-625, -547) et à Anaximandre (-610, -540), le premier pour avoir mis en place un schéma de la sphère céleste qui ne variera plus jusqu'à Aristote, le second pour avoir introduit le gnomon. Thalès divise la sphère céleste en cinq cercles : l'arctique, le tropique d'été, l'équinoxial, le tropique d'hiver, l'antarctique, le premier cercle étant encore nommé le "toujours apparent", le dernier "l'invisible" (selon Aetius⁴). Thalès est encore connu pour avoir mis en place le cercle du zodiaque, celui qu'on nomme cercle oblique (*loxos kuklos*) en raison de son inclinaison de 23°27' sur l'équateur céleste (l'équinoxial). Le cercle du zodiaque intercepte l'équateur en deux points, les deux équinoxes, et rencontre tangentiellement les deux tropiques en un solsticial d'été et un solsticial d'hiver. Ce cercle sera dit plus tard écliptique, car c'est dans sa bande que se situent les éclipses.

Anaximandre, est, dit-on, l'inventeur du gnomon⁵, le style planté perpendiculairement en terre (*kata gnômona* signifie "selon la perpendiculaire"), ce qui permet de déterminer sur une même ligne horaire, l'ombre la plus longue et l'ombre la plus courte, soit les deux solstices, et par bissection de l'angle formé par ces deux points et le sommet du style, au point de rencontre de la bissectrice et de la ligne horaire, le point équinoxial ; de construire la méridienne par le tracé de la bissectrice de l'angle formé, à partir du pied du style, par deux ombres égales un même jour, avant midi et après midi ; de s'orienter, puisque la méridienne, ou ligne des XII, correspond à l'axe Nord-Sud. Mais surtout, et avant tout, le gnomon nous fait connaître l'heure diurne, comme douzième partie du cours diurne du Soleil, concrétisée au sol par chaque ligne horaire, le tracé de l'extrémité de l'ombre étant une conique, une hyperbole, tandis que les lignes horaires à partir du pied du style constituent en termes projectifs un faisceau. Le mouvement circulaire du ciel s'inscrit donc à même le sol en quelques figures simples, selon une triple périodisation : journalière, saisonnière, annuelle.

Comment fonctionne cette machinerie cosmique dont nous est donné le dessin projectif ? D'abord la rotation de la sphère des fixes d'Est en Ouest en 24 heures, ce mouvement premier qui entraîne non seulement les fixes, mais le Soleil et les planètes, ce qui rend compte du circuit journalier du Soleil. Ensuite une remontée annuelle en sens inverse, d'ouest en est, le long du cercle du zodiaque, du soleil et des planètes, le soleil demeurant un mois en chacun des douze signes, dont les noms sont empruntés aux

¹Aristote, *Physique*, IV, 223b 21 - 224a

²Aristote, *Physique*, IV, 223b 21

³St Paul, *Corinthiens*, I, 7, 31

⁴Dumont et al., *Les Présocratiques*, Bibliothèque de la Pléiade, Gallimard, Paris 1988, p.17

⁵*Les Présocratiques*, p. 25