GEOMETRIE OU GEOMETRIES ANTIQUES

Joelle DELATTRE

IREM de Lille

L'idée de ce travail résulte de la discussion animée par R. Bkouche, Professeur de mathématiques à l'Université de Lille I, lors d'une séance mémorable du groupe *Histoire des mathématiques*, qui s'est tenue en juin 1989 à l'IREM de Lille (Université de Lille I).

Elle s'est ensuite enrichie grâce aux collègues passionnés par la lecture de textes anciens, et que la curiosité avait poussés à participer à notre atelier lors de l'Université d'été de juillet 1990 à Lille.

Enfin la réflexion s'est précisée, et rectifiée parfois, grâce à l'aide efficace et précieuse de J.-P.Dumont, Professeur d'histoire de la philosophie à l'Université de Lille III. La traduction inédite du petit traité de Sextus Empiricus, *Contre les géomètres*, qu'il nous a aimablement communiquée et permis de reprographier, son article *Mos geometricus,mos physicus*[1], de 1978, et surtout son admirable traduction des fragments des *Présocratiques*, en collaboration avec D. Delattre et J. L. Poirier dans la bibliothèque de la Pléiade, ont été pour nous des outils inestimables. Nous l'en remercions très chaleureusement.

Qu'il nous permette aussi de nous réjouir d'avoir pu lire et discuter avec lui point par point cet essai quelque peu provocateur: il s'agissait surtout pour nous d'inaugurer une plus étroite collaboration entre historiens des mathématiques et historiens de la philosophie à l'IREM de Lille: puisse celle-ci devenir vraiment effective et féconde!

Voici quel était le sujet de discussion de notre groupe de travail: l'un d'entre nous affirmait le caractère récent et moderne de la conception selon laquelle *la pensée géométrique serait une vue par l'esprit*, une *"pensée visuelle"* ou encore une sorte de représentation ou d'intuition intellectuelle purifiée de ses attaches sensibles; et il liait cette conception à l'émergence de *la notion moderne d'un espace homogène et infini propre au XVII^e^ siècle*.

Une protestation véhémente s'est alors élevée: une telle conception nous semblait être déjà au centre du débat des Anciens sur la géométrie[2].

Le projet de cette étude sera donc de justifier notre protestation et de fonder une impression, formulée sur le moment, dans le vif de la discussion, en nous appuyant sur la lecture scrupuleuse des textes anciens. Ce qui retiendra surtout notre attention, sera *le mode de connaissance ou d'appropriation à l'oeuvre dans la pensée géométrique, en tant qu'il pose problème et qu'il est, et a été, matière à débat philosophique*.

Il nous a paru tout d'abord indispensable de renvoyer le lecteur à un tableau chronologique des philosophes et des écoles philosophiques de l'Antiquité que nous proposons en annexe II, ainsi qu'à un tableau chronologique synoptique des mathématiciens anciens, du VI^e^ siècle avant J. C. au VI^e^ siècle après J. C., proposé en annexe III[3]. En

---

[1] *Mos geometricus,mos physicus*, in *Les stoïciens et leur logique* (voir bibliographie)

[2] Entendons-nous bien : il n'est pas question d'attribuer aux Anciens une pensée pascalienne ou leibnizienne de l'espace, même si, comme le font remarquer A. Dahan et J. Peiffer dans leur *Histoire des mathématiques: Routes et Dédales*, on ne peut isoler l'achèvement de la pensée cosmologique des Ioniens (Thalès, Anaximandre) du *"modèle politique présidant à l'organisation par la cité d'un espace homogène autour du centre privilégié de l'agora, lieu des assemblées du peuple"*. Et on ne peut pas non plus isoler *"l'avènement de la pensée abstraite"* en quoi consiste la géométrie euclidienne, de *"la mise en place du principe de liberté et de souveraineté du peuple"*, le savoir devenant *"à travers les débats publics, le bien commun de l'ensemble de tous les citoyens"* (o.c. p. 45)

[3] Pour l'annexe II, nous nous sommes inspirée du tableau que propose R. Genaille, au début de sa traduction française des *Vies* de Diogène-Laërce et nous avons tenté de le compléter au fur et à mesure de notre enquête à travers *Les Présocratiques* dont le *"Catalogue des auteurs"* nous a été très utile. Le tableau chronologique que R.D. Hicks présente dans *Stoïcs and epicureans* (Londres 1910, réimp. New-York, 1962) m'a également bien aidée. Cette représentation est évidemment schématique, et ne peut fournir qu'un cadre général. Prétendre en effet indiquer la totalité des influences réciproques rendrait le tableau tout à fait illisible. Pour une meilleure compréhension des filiations entre les écoles philosophiques de l'Antiquité,

effet la transmission des textes est parfois très mouvementée, et compliquée par des rebondissements de siècle en siècle qu'il ne sera pas inutile de percevoir clairement pour mesurer correctement la valeur des témoignages que nous aurons à lire.

Nous nous intéresserons d'abord aux origines de la tradition géométrique euclidienne, des pythagoriciens à Platon en passant par la sophistique, avant de nous demander *si tous les mathématiciens grecs postérieurs à Euclide l'ont vraiment suivi* : c'est ici surtout que le témoignage de Sextus Empiricus nous sera précieux.

A/ LES ORIGINES DE LA TRADITION EUCLIDIENNE

Personne n'ignore la double origine, à la fois pythagoricienne et sophistique, de l'enseignement dispensé à l'Académie de Platon au IV^e siècle avant notre ère, où *"nul n'entr[ait] s'il n'[était] géomètre"*.

Permettons-nous une petite digression sur cette formule célèbre. Nous ne disposons pas, concernant la fameuse inscription de Platon, de témoignages antérieurs à celui d'un scholiaste anonyme du IV^e siècle après J.C., et à une allusion dans un discours de l'empereur Julien, daté habituellement de 362. D. H. Fowler, au chapitre VI de sa *Nouvelle reconstruction des Mathématiques de l'Académie de Platon*, renvoie à l'excellente analyse faite par H. D. Saffrey de tous les témoignages antérieurs à la source traditionnelle du XII^e siècle : J.Tzetzes, dans ses *Chiliades*[4].

Voici la traduction du célèbre quatrain par H. D. Saffrey :

> *"Sur son portail, Platon avait fait graver cette inscription:*
> *Nul ne doit entrer sous mon toit, s'il n'est géomètre ;*
> *C'est-à-dire, nul ne doit s'introduire ici, s'il n'est juste ;*
> *Car la géométrie est égalité et justice."*

La formule habituelle en Grèce de ce genre d'inscription au fronton des demeures ayant été, semble -t-il, *"nul n'entre ici s'il est **anisos et adikos**"*, c'est-à-dire *"anti-égalitaire et injuste"*, l'auteur de l'inscription aurait remplacé les adjectifs traditionnels par *"agéométrètos"*, non géomètre ou inapte à la géométrie, terme qui n'est pas employé par Platon mais que l'on trouve chez Aristote au sens de *"qui n'est pas géomètre"*[5]. Néanmoins, H. D. Saffrey argumente de manière très convaincante, en s'appuyant en particulier sur le sens que le terme *agéomérètos* a pris au II^e siècle après J. C. chez le philosophe platonicien Taurus[6]: *"non cultivé"*.*"Tout cela*, nous dit-il, *ressemble bien plutôt à un procédé de la rhétorique hellénistique qu'à une tradition historique rapportant un fait réel"*. En effet les textes parlent aussi d'une formule d'admission au Lycée d'Aristote, et d'une inscription-programme à l'entrée du Jardin d'Epicure, sans que celles-ci aient eu la même fortune.

Toujours est-il que D. H. Fowler tire de cette étude de la fameuse inscription platonicienne un conseil de prudence élémentaire, que nous garderons à l'esprit tout au long de notre travail :

"Concernant les développements spectaculaires des mathématiques jusqu'à la fin du IV^e siècle avant J. C., il est évident que beaucoup de témoignages ne peuvent remonter plus tôt que cinq, six, sept, ou même huit cents ans après l'événement, et nous n'avons souvent que peu d'indications sur leur authenticité et leur fidélité".

---

nous renvoyons le lecteur à la remarquable introduction écrite spécialement par J.-P. Dumont pour le volume "Folio" : *Les Ecoles présocratiques* (Gallimard, Paris 1991). Quant à l'annexe III, la première partie de ce second tableau s'appuie sur le catalogue de Proclus, dans son "Prologue" au *Commentaire des Eléments d'Euclide*, pour la période antérieure à Euclide. Ensuite nous avons eu recours aux informations données par M.-N. Bouillet, *Dictionnaire d'histoire et de géographie* (Paris, 1886), et par A.Dahan-Dalmedico et J. Peiffer, (o.c.). Enfin, nous avons complété ce tableau au fur et à mesure de la lecture de A. Rey (o.c.) et P. Tannery (o.c.)

[4]Voir *Chiliades* VIII 974-977.

[5]Voir Aristote, *Seconds analytiques* II 12 77b 12-13.

[6]Cité par Aulu-Gelle, *Nuits attiques* I 9 8.

Souvent nous n'avons sur un auteur que le témoignage d'un doxographe ou d'un commentateur tardif, qui parfois ne connaît déjà plus lui-même l'oeuvre originale et n'en parle qu'à travers un intermédiaire. Par exemple, Proclus (V^e s. après J. C.) se serait servi de Geminus (I^{er} siècle avant J. C.) pour accéder à l'histoire de la géométrie d'Eudème (fin du IV^e s. avant J. C.)[7], afin de rédiger ses *Commentaires des Eléments d'Euclide* si précieux pour nous[8]. Mais revenons maintenant aux origines de la tradition euclidienne.

a - Les origines pythagoriciennes

On peut caractériser, en un sens, le pythagorisme par une sorte de mystique des nombres[9] et par la recherche quasi-religieuse d'*"une explication globale symbolisant la totalité du cosmos"*, selon l'expression de Dahan et Peiffer[10]. Il est vrai que le pythagorisme arithmétique faisant usage du concept d'idée-nombre, on a tendance à considérer que c'est ce qui le caractérise le mieux. Néanmoins, comme J.-P. Dumont nous l'a expliqué, lors d'une séance récente (juin 1990) de notre groupe de travail, les Eléates, élèves de Pythagore, notamment par Zénon, auteur de quarante *Paradoxes*, vont être à l'origine d'une autre forme de pythagorisme, une variante du pythagorisme qu'on pourrait appeler *"pythagorisme géométrique"*, parce qu'on y trouve une pensée géométrique de la grandeur *"à la fois une et multiple"*[11], parallèle en quelque sorte à la pensée arithmétique du nombre. S'appuyant sur deux textes d'Aristote[12], qui rapprochent la pensée des pythagoriciens de celle de Démocrite à propos de la constitution de notre âme, notre conférencier en est arrivé à définir un *"pythagorisme atomiste et géométrique où la cause du mouvement se trouve rapportée à de petits éléments géométriques"*, polyèdres réguliers, comme dans le *Timée* de Platon, ou atomes sphériques du feu et de l'âme symbolisés par les poussières en suspension dans l'air selon l'image du *Traité de l'âme* d'Aristote.

Et sans doute faut-il, comme nous y invite J.-P. Dumont, distinguer *deux traditions pythagoriciennes*, l'une arithmétique, à laquelle se réfère la géométrie d'Euclide, l'autre géométrique, usant de la notion de grandeur indivisible (=atome) concourant à la figure des éléments corporels, et à laquelle se rapporterait une autre géométrie, géométrie des corps, ou étude des propriétés des corps physiques. Voilà donc l'hypothèse que la lecture attentive des textes que nous allons maintenant entreprendre devrait nous permettre de confirmer ou d'infirmer.

Si l'on en croit le témoignage d'Eutocius, reprenant lui-même celui d'Eudème[13], Archytas de Tarente avait ingénieusement proposé une *construction mécanique des moyennes proportionnelles de deux lignes données*. Voici la solution de l'illustre Tarentin du V^e siècle avant J. C.; le commentateur du VI^e siècle après J. C. nous dit la donner dans les termes où la rapportait Eudème à la fin du IV^e siècle avant J. C.!

---

[7]Voir P. Tannery, o.c., ch.1: Proclus et Geminus.

[8]Proclus de Lycie, *Les Commentaires sur le Premier Livre des Eléments d'Euclide* (traduit par Paul Ver Eecke), Desclée de Brouwer, Bruges 1948.

[9]o.c. p. 46 à 49, où se trouve illustrée la devise pythagoricienne: *"Toutes choses sont des nombres"*.

[10]o.c. p.47.

[11]Voir les témoignages d'Aristote, Simplicius (citant Eudème à travers Alexandre) et Sénèque, in *Les Ecoles présocratiques*: Zénon A XXI pp. 371 à 373.

[12]*Les Ecoles présocratiques* : p. 320, Ecole pythagoricienne B XL et pp. 396-397, Leucippe A XXVIII. *Traité de l'âme* I ii 404 a 1 et I ii 404 a 16.

[13]*Commentaire sur De la sphère et du cylindre d'Archimède*, cf. II Archytas A XIV, in *Les Ecoles présocratiques*, p.281 eté 282 ; voir aussi les notes sur ce témoignage p.837-838. Signalons aussi l'édition , dans la C. U. F.(Budé), du *Commentaire* d'Eutocius traduit par Ch. Mugler, au tome IV des *Oeuvres* d'Archimède.

"*Soit les deux droites données AD et F, il faut trouver entre AD et F deux moyennes proportionnelles. Traçons le cercle ABDZ ayant pour diamètre AD qui est la plus grande [des deux droites]; et inscrivons [la droite] AB, de grandeur égale à F, que l'on prolonge jusqu'à ce qu'elle rencontre en P la tangente au cercle en D. Menons [en B] la droite BEZ parallèle à PDO, et concevons qu'un demi-cylindre s'élève perpendiculairement sur le demi-cercle ABD, et que s'élève sur AD un demi-cercle perpendiculaire reposant sur le parallélogramme du demi-cylindre.*"

Eutocius poursuit :

"*Quand ce demi-cercle est mû de D en B, l'extrémité A du diamètre demeurant immobile, il coupera la surface cylindrique en [effectuant son] mouvement, et tracera sur elle une certaine courbe. Puis, si AD demeure immobile, et si le triangle APD pivote [autour de sa base AD] selon un mouvement opposé à celui du demi-cercle, il produira une surface conique au moyen de la droite AP qui, au cours de son mouvement, rencontrera la courbe [tracée] sur le cylindre en un certain point. Et en même temps, B décrira un demi-cercle sur la surface du cône.*"

Puis il ajoute :

"*Faisons alors prendre, en correspondance avec le point de rencontre des courbes, au demi-cercle mû [de D en B] la position D'KA, et au triangle mû selon un mouvement opposé la position DLA; soit K le point de rencontre dont nous avons parlé, et soit BMZ le demi-cercle décrit à partir de B; soit encore BZ sa section commune avec le cercle BDZA; si l'on abaisse à partir de K une perpendiculaire au plan du demi-cercle BA, elle tombera sur la circonférence du cercle étant donné que le cylindre est droit. Abaissons-la et [appelons-la] KI; la droite partant de I pour rejoindre A rencontrera BZ en O, tandis que AL [coupe] en M le demi-cercle BMZ, et que KD, MI et MO se trouvent jointes.*"

Eutocius continue alors :

"*Puisque donc chacun des demi-cercles D'KA et BMZ est perpendiculaire au plan horizontal, leur section commune MO est perpendiculaire au plan du cercle, de telle sorte que MO est aussi perpendiculaire à BZ. Donc le [rectangle] formé par BOZ, c'est-à-dire le [rectangle] formé par AOI, est égal au [carré] élevé sur MO. Le triangle AMI est donc semblable à chacun des triangles MIO et MAO, et L'[angle] IMA est droit. Quant à l'[angle] D'KA, il est droit lui aussi. Donc KD' et MI sont parallèles et sont proportionnelles, de sorte que D'A est à AK ou encore KA est à AI ce que IA est à AM, en vertu de la similitude des triangles. Donc les quatre droites DA, AK, AI, et AM forment une proportion continue. Et AM est égale à F, puisqu'elle est égale à AB. Donc, les deux droites AD et F étant données, deux moyennes ont été trouvées, AK et AI.*"[14]

"*Ce sont les éditeurs modernes qui distinguent, pour des raisons de clarté, D' de D. Mais ce qu'on gagne en clarté est gagné aussi en fixité et perdu en mouvement. Or l'imagination d'Archytas n'a rien de statique*", nous fait remarquer (en note) le traducteur. Et d'ajouter que ce qu'on pourrait prendre pour maladresse d'une expression peu scientifique ne correspond en fait qu'à "*l'insistance avec laquelle Archytas sollicite l'imagination*"! Il s'agit bien de faire "*voir*" la solution en volume, même si la figure qui accompagne traditionnellement ce texte est, conformément à l'usage antique, une figure plane[15].

---

[14]Voir Archytas A XIV, o.c. traduction D. Delattre.

[15]R. Baccou propose deux figures différentes de celles que l'on trouve dans le volume des *Présocratiques*, (p. 526 et 1373), et une transciption modernisée de la démonstration (pp. 255 et 256) dont voici les dernières lignes: "*Supposons que le demi-cercle mobile* AD *se trouve dans la position* DKA. *Il est alors coupé par le demi-cercle engendré, dans la formation du cône, par la révolution de* EB *en* EZ. *Comme ces deux demi-cercles sont perpendiculaires au plan* ABD, *leur ligne d'intersection est elle-même perpendiculaire à ce plan. Or* BMZ *est rectangle (comme inscrit dans un demi-cercle), et l'on a:* $MT^2 = BT \times TZ$.

On peut certes s'étonner, comme R. Baccou, à la fin du dernier chapitre de son *Histoire de la science grecque*, du génie d'Archytas appliquant des notions mathématiques complexes comme celle de "*lieu dans l'espace*" à l'étude de problèmes mécaniques, et y reconnaître "*l'apogée scientifique de l'Ecole pythagoricienne*". Mais ce qui nous paraît plus étonnant encore, c'est que Plutarque, au Ier siècle, puisse reprocher à Archytas de "*perdre irrémédiablement le meilleur de la géométrie*", en recourant à ce "*moyen irrationnel*" et bricolé. En effet, il voyait dans le procédé d'Archytas, et dans celui de Ménechme dont Eutocius nous parle aussi, une "*régression au niveau des sensibles*"[16]. Nous avons approfondi l'étude de cette énigme dans un autre travail sur "*la géométrie et le mouvement dans l'Antiquité*" que R. Bkouche nous a permis d'entreprendre[17].

Or, un autre texte de Plutarque, dans la *Vie de Marcellus*[18] nous a été signalé par J.-P. Dumont. Il raconte comment Archimède avait été prié par le roi Hiéron de "*révoquer un petit la géométrie de la spéculation des choses intellectives à l'action des corporelles et sensibles, et faire que la raison démonstrative fût un peu plus évidente et plus facile à comprendre au commun peuple, en la mêlant par expérience matérielle à l'utilité de l'usage.*"

C'est dans ce contexte qu'Archimède aurait ébloui le roi en parvenant à soulever et tirer seul des charges extrêmement lourdes,"*étant assis à son aise, sans s'efforcer aucunement, en tirant tout bellement avec la main le bout d'un engin à plusieurs roues et poulies.*" Amyot, voyant dans cet exploit la "*preuve de l'excellence de la géométrie*", ajoute en note en marge du texte: "*subtilité appuyée sur les proportions géométriques est plus forte que toute force humaine!*"

Or, interrompant son récit, Plutarque est amené à dire ceci:"*cet art de dresser instruments et engins, qui s'appelle la Méchanique ou Organique, tant aimée et prisée de toutes sortes de gens, fut premièrement mise en avant* ***par Archytas et par Eudoxe*** *en partie pour réjouir et embellir un peu la science de la géométrie par cette gentillesse, et en partie aussi pour étayer et fortifier par exemple d'instruments matériels et sensibles, aucunes propositions géométriques, dont on ne peut trouver les démonstrations intellectives par raisons indubitables et nécessaires, comme est la proposition qui enseigne à trouver*

Mais: $BT \times TZ = TI \times AT$ *(produits des segments de deux cordes se coupant à l'intérieur d'un cercle). Donc:* $MT^2 = TI \times AT$. *On en conclut que l'angle* AMI *est droit. Mais l'angle* AKD *l'est aussi (comme inscrit dans un demi-cercle). On a donc:* AD/AK = AI/AM (1). *Et d'autre part la similitude des triangles* AKD *et* AKI *(rectangles ayant un angle aigu égal) nous fournit la relation:* AD/AK = AK/AI (2). *En égalant* (1) *et* (2) il *vient que:* AD/AK = AK/AI = AI/AM . *Or* AD = q *et* AM = AB = b. AK *et sa projection* AI *sont donc bien les moyennes proportionnelles cherchées.*" Et R. Baccou ajoute: "*On voit qu'Archytas utilise une courbe à double courbure, intersection des surfaces latérales du cylindre, du cône et du tore. C'est un problème assez complexe, que nous résoudrions aujourd'hui à l'aide de la géométrie analytique en posant les trois équations :*

$$x^2 + y^2 = ax \qquad \textit{Cylindre}$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = a\sqrt{x^2 + y^2} \qquad \textit{Tore}$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2x^2/b^2. \qquad \textit{Cône}$$

Et la résolution de ce système montrerait que les deux moyennes sont égales à

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt[3]{ab^2} \qquad \textit{et} \qquad \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt[3]{a^2b}$$

(voir Annexe IV).

[16]Voir *Les Ecoles présocratiques* : Archytas A XV p.283. Le fragment A XV (texte de Plutarque) se trouve p. 527 dans*Les Présocratiques*. Il s'y exprime clairement la tradition platonicienne concernant la géométrie telle que nous la définirons plus loin.

[17]In *Histoires de problèmes, Histoire des mathématiques*, ouvrage collectif de la Commission Inter-Irem Epistémologie, Ellipses, Paris 1993, où nous démontrons que le témoignage de Plutarque pourrait bien être tendancieux, comme le suggère P. Tannery (o.c. pp. 79-80).

[18]Voir Plutarque, *Vie de Marcellus*. Traduction d' Amyot (Paris, 1587), pp. 301-302, ou bien dans la collection de la Pléiade, tome I, p.679.

deux lignes moyennes proportionnelles, laquelle ne se peut prouver par raison démonstrative, et néanmoins est un principe et fondement nécessaire à beaucoup de choses qui se mettent en portraiture."

Et voici ensuite ce que Plutarque ajoute, toujours dans la traduction du XVIe siècle:

"L'un et l'autre l'a réduite à la manufacture de quelques instruments qui s'appellent Mésolabes ou Mésographes, qui servent à trouver ces lignes moyennes proportionnelles, en tirant certaines lignes courbes et sections transversantes et obliques. Mais depuis ***s'étant Platon courroucé à eux****, en leur maintenant, qu'ils corrompaient et gâtaient la dignité et ce qu'il y avait d'excellent en la géométrie, en* ***la faisant descendre des choses intellectives et incorporelles aux choses sensibles et matérielles****, et lui faisant user de manière corporelle, où il faut trop vilement et trop bassement employer l'oeuvre de la main: depuis ce temps-là dis-je, la Mechanique ou art des ingénieurs, vint à être séparée de la géométrie, et étant longuement tenue en mépris par les philosophes, devint l'un des arts militaires."*

Comme si les solutions proposées par Archytas et Eudoxe étaient des procédés purement mécaniques et instrumentaux, sans valeur géométrique! Nous laisserons le lecteur juger, en relisant attentivement le texte d'Eutocius, si le procédé d'Archytas est plutôt mécanique que géométrique, sachant que celui d'Eudoxe a été laissé volontairement de côté par le commentateur, parce que, *"tout en prétendant dans sa préface avoir trouvé la solution au moyen de lignes courbes, non seulement [il] ne fait aucun usage de lignes courbes dans sa démonstration, mais [il] fait intervenir comme si elle était continue une proportion discontinue qu'il a trouvée..."*[19]

Mais venons-en aux origines sophistiques de la tradition euclidienne.

b - Les origines sophistiques

Les sophistes, quant à eux, se distinguaient par l'affirmation provocatrice suivante: *"Il n'existe rien d'autre pour la raison qui puisse être saisi en dehors de la réalité matérielle et phénoménale"*[20]. Ils s'efforçaient de ramener sur terre les philosophes amoureux du savoir, et de les convaincre que la raison n'est autre que la mesure, la proportion ou le dosage introduit par l'homme dans la rencontre de ses sens avec les qualités (et quantités) des êtres sensibles. J.-P. Dumont, dans sa thèse[21], propose de prêter aux sophistes cette identification étroite et physique de la raison avec la proportion ou la mesure du mélange, ou mixte, en quoi consiste le phénomène matériel. C'est ainsi, dit-il, reprenant une expression aristotélicienne, que *les sophistes conduisaient les opérations géométriques* ***"de manière physique et non pas mathématique"****, c'est-à-dire par bricolage et manipulation, plutôt que par raisonnement.* Ainsi en est-il de la résolution empirique de la quadrature du cercle par Antiphon, de la trisection de l'angle par construction de la courbe quadratrice d'Hippias , ou encore de la tangence de la sphère au plan que Protagoras refusait d'identifier à un point.

Etudions d'abord le problème d'Antiphon.

Aristote, au livre I de sa *Physique*[22], nous dit que, *"si la réfutation de la quadrature du cercle obtenue par la méthode des segments doit revenir au géomètre, tel n'est pas le cas de celle proposée par Antiphon"*.

Or, nous avons deux témoignages concernant la méthode du sophiste, dissemblables et semblables à la fois: l'un de Thémistius (IVe siècle après J. C.), l'autre de Simplicius (Ve siècle après J. C.), deux commentateurs de la *Physique* d'Aristote. Thémistius nous dit ceci:

[19]*Commentaire sur De la sphère et du cylindre* II, C. U. F., p. 45 de la traduction de Ch. Mugler.
[20]Voir J.-P. Dumont, *Le Scepticisme et le phénomène* , p. 223.
[21]*Ibid.*, p.223
[22]Voir *Physique* I 2, 185 a 14 et Antiphon, B XIII, in *Les Présocratiques*, p.1099; voir aussi les notes à ce témoignage, p.1560.

"La géométrie n'aura rien à objecter à Antiphon, qui, en inscrivant dans le cercle un triangle équilatéral et en construisant sur chacun de ses côtés un triangle isocèle ayant son sommet sur la circonférence du cercle et en répétant sans cesse l'opération, pensait que viendrait un moment où le côté du dernier triangle, quoique étant une droite, s'appliquerait à la circonférence. Cette méthode suppose qu'on n'admette pas la possibilité de diviser à l'infini, hypothèse qui au contraire est adoptée par les géomètres."[23]

Simplicius nous dit quant à lui, qu'Antiphon inscrivait non pas un triangle mais un carré qui par divisions successives du cercle à l'aide de triangles donnait un octogone, puis un polygone à 16 côtés ....*"et, en continuant toujours à ce faire... un polygone, dont les côtés grâce à leur petitesse, s'appliqueraient à la circonférence du cercle..."*[24]

On voit bien ici comment la méthode du sophiste met en question la possibilité géométrique de diviser à l'infini. En fait, il se situe dans une perspective voisine de celle des *Paradoxes* de Zénon que nous avons évoquée plus haut.

Ou bien l'on pense la figure géométrique sur le modèle d'une idée pure capable par glissement d'un point sans dimension d'engendrer des grandeurs à une seule puis à deux dimensions, puis d'engendrer des solides. C'est de cette seule manière, en effet, qu'une ligne continue peut être divisée à l'infini par un point immatériel.

Ou bien l'on pense un indivisible géométrique, physique et étendu, nécessaire pour que la somme des unités ne produise pas une grandeur nulle; alors la division sera réelle et ne pourra se faire à l'infini[25]. La remarque d'Aristote citée plus haut devient ainsi plus claire, le géomètre se situant dans la première option, ne peut concevoir que la division du cercle s'arrête et donc qu'un polygone puisse s'appliquer exactement au cercle. Par contre Antiphon, se situant dans l'autre option, procède à une division réelle du cercle, et c'est "physiquement" que le polygone inscrit devient égal au cercle en s'y appliquant exactement!

Concernant la quadratrice et la solution donnée par Hippias, nous renvoyons le lecteur à l'excellente notice des *Présocratiques*, et au texte de Pappus dans les *Collections mathématiques*[26], lequel transmet en particulier la critique de Sporus. Nous avons été amenée à étudier de manière plus détaillée l'histoire de ce problème dans notre travail sur *"la géométrie et le mouvement"* signalé plus haut. Ce que nous en retiendrons pour notre présent propos, c'est que, aussi bien pour le problème de la trisection de l'angle que pour celui de la construction de la quadratrice, la méthode d'Hippias se caractérise par une technique et non une théorie, *"un ensemble de manipulations opérées au moyen d'instruments"*, comme si on résolvait les problèmes *"avec des outils, non avec des raisonnements"*[27].

Qu'il s'agit là d'une démarche de sophiste, nous allons pouvoir l'apprécier en en venant au cas de Protagoras.

C'est encore un témoignage d'Aristote qui nous permettra d'appréhender la position du grand sophiste :

"Il n'est pas vrai que l'arpentage se rapporte à des grandeurs sensibles et corruptibles: car il se corromprait avec leur corruption. Et certes il ne se rapporte pas plus à des grandeurs sensibles que l'astronomie au ciel que nous voyons. Et ***les lignes sensibles ne sont pas celles dont parle le géomètre****. Car aucune ligne sensible n'est droite ou courbe aux termes de sa définition : en effet ce n'est pas par un point que la règle et le*

[23]Voir Antiphon B XIII, in *Les Présocratiques*, p.1100, traduction J. L. Poirier.
[24]*Ibid*, p.1099, traduction J. L. Poirier.
[25]Leçons inédites de J.- P. Dumont sur Zénon d'Elée à l'Université de Lille III (janv.-fév. 1991).
[26]Voir *Les Présocratiques*, p. 1552 à 1554 et *Les Ecoles présocratiques*, p. 946 à 950. On peut trouver le texte de Pappus dans I. Thomas, *Greek Mathematics*, I, p.336 et suiv. ou alors dans la traduction de Ver Eecke, *Collections Mathématiques* IV 30 à 35.
[27]Voir la notice sur Hippias de J.-L. Poirier, o.c. p. 946.

cercle sont tangents, mais de la manière définie par Protagoras lorsqu'il réfute les géomètres"[28].

En réfutant les géomètres, Protagoras nie l'existence d'objets géométriques non sensibles et intelligibles, c'est dans une telle perspective que la tangente sensible *"n'est pas tangente en un point, mais sur toute une longueur"*; et, par exemple, une boule peinte déposée sur un plan, y laissera une trace colorée dont la dimension est sensible et matérielle. Preuve physique, manipulation évidente, deux armes redoutables de sophiste !

Toutefois, le débat sur la qualité sensible ou intelligible des objets géométriques nous amène tout naturellement aux origines platoniciennes et aristotéliciennes de la tradition euclidienne.

c - Les origines platoniciennes et aristotéliciennes

En effet, tous ces problèmes sont repris au sein de l'Académie, où l'on tente d'en donner une solution vraiment mathématique qui rejette toute démarche empirique comme insuffisante ou inexacte. L'idée platonicienne d'une réalité propre aux objets mathématiques, ayant une plus grande valeur pour la recherche scientifique que la réalité changeante et trompeuse des objets fabriqués ou naturels, sous-tend bien entendu cette démarche.

Pourtant, à y regarder de près, l'allégorie géométrique de la ligne, à la fin du livre VI de la *République*, n'est pas si simple à interpréter; et sa division proportionnelle inégale-égale[29] est à ce point mystérieuse qu'on a pu supposer que toute la tradition platonicienne, et néo-platonicienne, d'une coupure et d'une séparation entre monde dit sensible et monde dit des idées aurait pu n'être qu'une longue erreur, et peut-être un contresens sur la pensée de Platon dont des textes comme le *Philèbe* par exemple, montrent qu'elle est plus proche de la pensée sophistique du mixte et du mélange proportionnel qu'on a souvent voulu le faire croire...

Toujours est-il qu'Euclide et toute la géométrie dite classique s'apparentent à cette démarche consistant à tourner le dos à la réalité sensible pour en découvrir, par un effort d'abstraction, les principes géométriques.

La principale conséquence de cette appartenance à l'école platonicienne des grands mathématiciens grecs, signalée par A.Dahan et J.Peiffer[30], serait *"l'usage exclusif du raisonnement déductif... même si les méthodes d'investigation diffèrent des méthodes de démonstration"*. Les raisonnements par analogie et par induction vont être considérés comme incertains parce qu'ils recourent à l'expérience ; et seuls la déduction et le syllogisme seront retenus comme modèles de raisonnement mathématique. On peut objecter à

[28]Voir *Métaphysique* B II 997 b 32 et fragment B VII de Protagoras, in *Les Présocratiques*, p.1001, traduction J. L. Poirier. Voir aussi Aristote, *Premiers analytiques*, I, 41-49 b 35 et *Seconds analytiques*, I, 10. 76 b 39.

[29]Voir *République* VI, à partir de 509 d. La ligne doit être divisée ainsi : AC/CB = AD/DC = CE/EB . Or il s'ensuit que DC = CE. Cela peut signifier que les notions mathématiques mesurent exactement les objets vus ou visibles, mais aussi que *la pensée mathématique discursive consiste à penser l'égal comme inégal* !

A — D	D — C	C — E	E — B
	considérés comme images	considérés comme objets réels	
images	êtres vivants	objets	idées
ombres reflets	objets fabriqués	mathématiques	dialectiques
IMAGINATION	CROYANCE	PENSEE DISCURSIVE	PENSEE NOETIQUE
le lieu vu ou visible		le lieu pensé ou intelligible	

[30]o.c. p. 52.

cela, comme le fait R. Bkouche, que ce type de raisonnement est bien plus aristotélicien que platonicien. Et aucun texte à notre connaissance ne permet de décider si Euclide fut plutôt platonicien ou aristotélicien; on peut sans risque d'erreur, nous semble-t-il, considérer que le mathématicien connaissait les deux doctrines, et que la théorie aristotélicienne du syllogisme a pu être à la fois un outil et un modèle pour la rédaction des *Eléments*. De même, la théorisation de la démarche par l'absurde, telle qu'on la trouve dans les Analytiques[31] n'a pu manquer d'avoir quelque influence.

Rappelons, pour clore notre enquête sur les origines, comment Quintilien, au premier siècle de notre ère, dans son *Institution oratoire*[32], fait l'éloge de la rigueur démonstrative de la géométrie en lui reconnaissant une grande valeur pour l'éducation des futurs orateurs. Un orateur cultivé se devra de connaître et pratiquer la géométrie: l'évolution du sens initial de *"agéométrètos"* se perçoit clairement.

B/ MAIS LES MATHEMATICIENS GRECS ONT-ILS VRAIMENT TOUS SUIVI EUCLIDE ?

Les travaux de l'école d'Alexandrie, dès la fin du IVe siècle avant J.C., semblent résulter directement de ceux de l'Académie et du Lycée; et Archimède, Héron et Diophante se rattachent sans difficulté à Euclide.

Toutefois, connaît-on bien tout ce qu'il advint de l'enseignement géométrique, du IIIe siècle avant au IIIe siècle après notre ère?

a - Y a-t-il eu une géométrie stoïcienne?

La mise en cause par Sextus Empiricus, dans son *Contre les Géomètres*, de la cohérence des principes de la géométrie ne semble pas se référer uniquement à la géométrie d'Euclide. Cela amène J.-P. Dumont, dans un article intitulé: *"Mos geometricus, mos physicus"*[33], à proposer l'hypothèse de l'existence d'une géométrie stoïcienne concurrente de celle d'Euclide, et comportant ses propres théorèmes. Il s'interroge, en particulier, sur l'absence de démonstration géométrique chez les stoïciens, et se demande de quelle manière sont connus les êtres et opérations géométriques dans la perspective stoïcienne. Pour cela, il recourt d'abord au témoignage de Plutarque[34].

Il s'agit du problème de Démocrite dont l'énoncé nous est conservé au *fragment* B CLV : *"Dans la division des cônes par des plans parallèles à la base, les surfaces des sections sont-elles égales ou inégales?"*. Chrysippe, le stoïcien du IIIe siècle avant notre ère, critique la question de Démocrite, la jugeant, selon Plutarque, *"plus empirique que géométrique"*, et arguant que *"les surfaces ne sont ni égales ni inégales, mais que ce sont les corps qui sont inégaux par le fait que les surfaces ne sont ni égales ni inégales"*.

On trouve de ce problème une démonstration rigoureuse, due à Eudoxe, au livre XII des *Eléments* d'Euclide; mais ce qui va nous intéresser ici, c'est la critique de la question de Démocrite par Chrysippe. En effet, pour Chrysippe, ainsi que J.-P. Dumont nous invite à le remarquer, il y a *"cohérence entre l'exigence de divisibilité à l'infini des corps, et le caractère indéfiniment imperceptible de la différence entre les surfaces séparées par la section du cône"*.

Chrysippe croit pouvoir trouver une justification d'ordre physico-dialectique à l'affirmation non démontrée de Démocrite: il y a, selon lui, *"empilement de cercles égaux-inégaux par le diamètre et la surface, parce qu'ils se correspondent élément par élément du fait de leur division à l'infini"*. Tout se passe comme si le concept (platonicien ?) d'égal-inégal, ou bien de ni égal ni inégal, introduisait l'inégalité, tout en rejetant la notion euclidienne de surface limite. Quant au refus de la surface limite, la surface étant pensée comme un corps pourvu d'une épaisseur minimale, nous le trouvons formulé, par

[31]Voir *Seconds analytiques* I 26.

[32]I, 10.

[33]Voir notre Bibliographie.

[34]Voir *De comm. not.*, 39, p. 1079 D-E, cité dans *Les Présocratiques*, Démocrite B CLV, p. 884 (traduction de J. P. Dumont).

exemple, dans le *Contre les géomètres*, aux §§ 78 et 79, à l'aide de l'amphore et du vin "*Supposons que deux amphores soient accolées l'une à l'autre: ou bien, la poterie sera en contact avec la poterie, ou bien le vin avec le vin, ou bien la poterie avec la poterie et en même temps le vin avec le vin*", etc.

On voit bien ici comment c'est l'imagination, la représentation du corps physique qui sert de modèle, d'outil pour la compréhension de la notion de limite. C'est la même imagination qui permet de comprendre comment une seule goutte de vin se mélange à toutes les gouttes d'eau de la mer!

Il faut rappeler l'effort des stoïciens pour définir la "*représentation compréhensive*" (*phantasia kataleptikè*), c'est-à-dire leur critère de la vérité ou de la connaissance vraie. Il s'agit d'une imagination ou représentation fondant "*la certitude de notre perception*"[35], parce que, d'une part, elle se moule sur les particularités et les différences dernières des choses[36] (et nous rend ainsi capables d'appréhender les choses réelles), mais parce que aussi d'autre part, elle résulte d'une habileté et d'un art d'accomplir tout avec méthode grâce à une capacité de compréhension exercée[37]. Nous reviendrons plus loin sur les caractéristiques de cette compréhension stoïcienne; reprenons auparavant la lecture de l'article intitulé "*Mos geometricus, mos physicus*".

Un autre témoignage est proposé par J.-P. Dumont: celui de Stobée[38]. Il fait état de la déclaration de Chrysippe selon laquelle "*les corps sont divisibles à l'infini, mais aussi les choses qui leur ressemblent comme surface, ligne, lieu, vide, temps*"; mais une fois qu'ils sont divisés, il n'y a pas reconstitution (le processus n'est pas réciproque). Les corps physiques ne peuvent être engendrés par une opération géométrique. Nous sommes là, à l'opposé d'une pensée de type néo-platonicien où la réalité de degré supérieur, par une sorte de générosité gratuite, donne naissance à la réalité inférieure ...

Pas d'autre réalité ici que celle des corps, même si, nous le verrons ensuite, il faut recourir pour l'exprimer ou la comprendre à un intermédiaire incorporel!

Enfin, c'est à Proclus que la parole est donnée[39]. En commentant la Proposition 35 du livre I des *Eléments* d'Euclide: "*les parallélogrammes établis sur la même base et sur les mêmes parallèles sont égaux entre eux*", il nous fournit l'information suivante:

"*Chrysippe, comme le rapporte Géminus, assimilait les théorèmes de cette sorte à des idéaux. En effet, de même que ceux-ci enferment la génération des choses indéfinies dans les limites déterminées, la perception des choses indéfinies dans des lieux déterminés se produit dans ces théorèmes aussi, et c'est en raison de cette équivalence que cette détermination se manifeste; car si la hauteur des parallèles restant la même, on imagine indéfiniment des parallélogrammes sur la même base, ils se révèlent tous équivalents entre eux.*"

Dans une interprétation remarquable de la "*vision chrysippienne du problème*" J.-P. Dumont[40] propose de traduire plutôt: "*il s'y produit la saisie des infinis dans des lieux définis*", car ou bien l'on considère que la surface du parallélogramme est engendrée par le glissement d'une droite, ou bien on perçoit le contour géométrique quadrilatère comme enfermant une infinité d'éléments constituants (lignes en nombre infini constituant la surface). On se trouve en fait devant "*une sorte de contour géométrique variable*", et, nous dit-il, "*tout se passe comme si la déformation que l'on fait subir à la figure ne changeait pas l'espace de la figure, donc la saisie enveloppante de cet espace par un contour malléable et articulé sur les parallèles*". Supposons une pile de tablettes de cire qu'on bousculerait par rapport à la verticale, leur dimension n'en serait nullement modifiée; telle aurait

---

[35]Voir *Adv. Math.* VII, 258.

[36]Voir Alain, o.c. p. 45.

[37]Voir Olympiodore, *Commentaire au Gorgias de Platon*, pp. 53-54, cité par von Arnim, S.V.F. I, pp. 21 et 110.

[38]Voir Stobée, *Eclogae* I 142, 2 éd. Wasch. et H. Diels, *Aetii placita*, 315, 8.

[39]Voir Proclus, *In Euclid*, 35, 25, p. 395 éd. Friedlein, cité par von Arnim, *Stoïcorum Veterum Fragmenta* (SVF) II, p. 123 (voir aussi traduction de P. Ver Eecke: p. 338).

[40]Voir "*Mos geometricus, mos physicus*".

pu être en effet la démonstration physique et évidente par le Stoïcien permettant la saisie compréhensive de ce théorème euclidien.

On se trouve donc devant un genre de démonstration par l'évidence (*apophasis*), et non par l'enchaînement des propositions; et c'est alors une simple fonction opératoire qui est donnée à l'objet géométrique. Une telle démonstration par l'évidence se retrouve aux §§ 26 et 27 du *Contre les géomètres* de Sextus que J.-P. Dumont propose de rapprocher d'un autre passage de Plutarque[41], concernant la tangence de la sphère au plan par un point immatériel ou "*signe*" (*séméïon*), concept tout à fait stoïcien, nous dit-il. Dans les deux cas, il s'agit de mettre en cause le caractère sans dimension, ni réalité corporelle du "*point-signe*". Voici le texte de Sextus[42]:

"*Et surtout, disent-ils, la droite tendue à partir du centre, trace, avec sa propre limite, un cercle, par rotation dans le plan. Donc puisque l'extrémité de cette droite est un point, et que sa révolution mesure la circonférence, il sera ce qui concourt à achever la totalité de la circonférence. Or la circonférence a de la dimension. Donc le signe qui concourt à l'achever a une certaine dimension.*"

Sextus ajoute:

"*Et il en va de même de la sphère dont on pense qu'elle est tangente au plan en un point, et qui en roulant sur ce plan produit une ligne, étant donné évidemment que la chute en cascade des points sur le plan concourt à construire la ligne tout entière. Si donc le signe concourt à achever la totalité de la grandeur de la ligne, il devra lui-même avoir de la grandeur.*"

Quant à Plutarque, voici ce qu'il écrit, et la "*tradition stoïcienne*" est ici évidente:

"*Si une sphère touche un plan par un point, il est évident que cette sphère en roulant est entraînée selon ce point par le plan; et si elle est enduite de vermillon sur sa propre surface, elle laissera sur le plan un trait de vermillon; si elle est échauffée, elle échauffera le plan. Or il est contraire au sens commun de dire qu'un incorporel a une couleur, ou qu'un corps est échauffé du fait d'un incorporel.*"

Il est clair ici que *le débat porte sur le statut de l'objet géométrique dans son rapport à l'espace géométrique et physique à la fois*. Les arguments de Protagoras, évoqués plus haut semblent donc avoir été repris par les stoïciens pour des raisons doctrinales de matérialisme aisées à concevoir.

Si on lit un peu plus avant le commentaire par Proclus de la Proposition 35, on trouve ceci :

"*Ce théorème et le suivant sont au nombre de ceux qu'on appelle paradoxaux dans les mathématiques; car les mathématiciens ont également cultivé le lieu dit paradoxal comme les stoïciens l'ont cultivé dans leurs arguments et ils mettent le présent problème aussi parmi ceux qui sont paradoxaux. La plupart sont donc étonnés du fait que, la base restant la même, l'augmentation considérable de la longueur ne détruise pas l'équivalence des aires.*"[43]

Ce passage confirme bien le contexte stoïcien déjà induit, à la page précédente, par la référence à Géminus, habituellement présenté comme un astronome stoïcien; mais il nous intéresse aussi en ce qu'il permet d'établir une sorte de filiation, par le moyen du "*paradoxe*", entre les critiques sophistiques comme celles de Protagoras, les attaques de

---

[41]Voir *De comm. not.*, 40, p. 1081 A.

[42]Traduction de J.-P. Dumont, in *Mos geometricus, mos physicus*.

[43]Commentaire de la Proposition 35 (traduction de P. Ver Eecke p.339).

Zénon d'Elée à propos de la division à l'infini, et la présentation par Chrysippe du théorème des parallélogrammes.

Proclus ajoute encore que c'est dans la démonstration de ce théorème qu'Euclide fait pour la première fois mention des trapèzes, car, nous dit-il, *"l'auteur des* ***Eléments*** *a démontré la proposition en choisissant le cas le plus difficile"*. En effet, il existe une manière *"immédiate"* de démontrer que les parallèlogrammes ABCD et BCDE établis sur la même base sont équivalents, en s'arrangeant pour que la diagonale CD du premier soit côté du second; alors la droite DE est côté du premier et diagonale du second. Chacune divisant en deux chaque parallélogramme, on perçoit directement que le triangle DCB est égal à la moitié de chaque quadrilatère[44].

Comment ne pas reconnaître qu'ici Proclus suit un traité de géométrie stoïcienne, qui propose des démonstrations plus évidentes (naturelles ou physiques) que les démonstrations euclidiennes, puisqu'il reproche même au géomètre alexandrin d'avoir choisi le cas le plus difficile? P. Tannery qui soupçonne lui-même Proclus de larges emprunts à Géminus ne nous contredirait sans doute pas. Mais reprenons plutôt notre étude du *"point-signe"*.

b - Qu'est-ce que le signe ?

En effet cette notion, si nous en croyons le témoignage de Sextus Empiricus fut au centre des querelles entre écoles philosophiques adverses. En particulier, au livre VIII du *Contre les mathmaticiens*[45], Sextus expose et critique la théorie des *"séméia"*, en la présentant comme un grave sujet de polémique entre les doctrines stoïcienne et épicurienne. Voici un tableau récapitulatif des points de désaccord :

[44] *Ibid*, p. 341. (voir les figures dans l'annexe IV)

[45] Voir *Adv. Math.* VIII, 177. L'opinion épicurienne est critiquée aux §§ 215 et suiv., et celle des stoïciens aux §§ 244 et suiv.

EPICURIENS	STOICIENS
Le signe est sensible.	Le signe est intelligible.
Ce sont les choses évidentes et apparentes (*"phénomènes"*) qu'il faut prendre et comprendre comme signes en les "regardant globalement d'un seul coup d'oeil" (*synthéorein*).	Ce sont des jugements (*"axiomes"*) dont le fondement est le "sens exprimé" (*lekton*). En particulier, ils jouent le rôle d'antécédents dans la prémisse hypothétique (implication stricte). *La pensée du signe est donc liée à la notion de conséquence.*
C'est par une *"projection de la pensée" vers l'objet* que nous appréhendons les signes scientifiquement, dans *"une vue de près"* distincte et actuelle[46]. Ainsi, le rayon de soleil et la poussière qui s'y agite me signifient le vrai mouvement des atomes, contrairement à l'opinion sans fondement qui imagine le mouvement des atomes identique à celui des corps constitués.	La représentation logique ou rationnelle, reçue directement par l'intelligence, ne peut s'imprimer que par l'activité de l'esprit. Et, le *"sens exprimé" est une sorte de moyen terme entre l'objet de pensée et l'objet réel*: intelligible et incorporel, il est la limite, ou encore le "milieu", l'intermédiaire permettant d'entrer en contact avec les corps, les toucher, les pénétrer ou s'y mélanger.
Pensée toute empirique, recourant à un processus de vérification empirique: "Observer scrupuleusement toutes choses selon les sensations et selon les appréhensions présentes (*épilobaï*) et aussi selon les affections existantes, afin d'avoir quelque chose à partir de quoi *penser par signes l'objet en attente de confirmation, et l'objet invisible*[47].	Il permet au corps de l'âme d'entrer en contact avec tous les autres corps, depuis les objets sensibles qui se présentent jusqu'à l'air sonore de la voix, et de les pénétrer aussi profondément qu'elle le désire pour en avoir l'intelligence et la compréhension la plus exacte[48].
	C'est à cette condition seulement que la *"représentation compréhensive" (ou cataleptique) sera autant logique que sensible.*

Revenons maintenant au *Contre les géomètres*; ce traité renfermerait, si nous en croyons J.-P. Dumont, des théorèmes stoïciens. Celui de la révolution d'une droite dans un plan, que nous avons déjà rencontré au paragraphe 26, est repris d'une tout autre manière au paragraphe 65:

"Il leur paraît bon de dire que la ligne droite, ainsi que nous le disions plus haut,[49] *trace en tournant des cercles avec toutes ses parties.* ***Avec ce théorème très riche en conséquences entre en conflit le fait que la ligne est une longueur dépourvue de largeur.*** *Poursuivons la mise en doute zététique de la manière suivante: si, en*

[46] Voir Lucrèce, *De rerum natura*, II v. 127-8. "to paron èdè" (le désormais présent) se dit aussi bien pour la perception par les sens que pour la pensée scientifique. Voir C. Bailey, o.c., Appendice III, p. 571: *"Ce qui est en question dans l'enquête scientifique est comme la vue à distance, en attente de confirmation: opposée à cela, il y a la vue de près (near view). Si ces choses n'étaient pas nettement distinguées, la science comme la vie quotidienne se confondraient avec l'opinion sans fondement"*.

[47] Voir Diogène Laerce, *Vies*, X, 38.

[48] Voir J.-P. Dumont, *L'âme et la main - signification du geste de Zénon*: *"L'intelligence est l'âme qui va parler et dire, en l'exprimant par le corps de la voix, ce qui est imprimé dans le corps de l'âme"*.

[49] Cette expression, selon J.-P. Dumont, *"ne peut que renvoyer aux paragraphes 26 et 27"*, et confirme qu'il s'agit bien d'une *"séquence stoïcienne"* (in *Mos geometricus, Mos physicus*).

effet, selon eux, toute partie de la ligne comporte un signe, et si la rotation du point trace un cercle, il faudra, selon eux, que lorsque la ligne droite, en tournant et en traçant des cercles avec toutes les parties qui sont les siennes, mesure (un nombre entier) de fois la distance comprise entre le centre et la circonférence la plus externe, (il faudra, dis-je, que) les cercles tracés concentriquement soient en fait continus les uns par rapport aux autres, ou séparés les uns des autres par un intervalle."

La mise en doute de Sextus se poursuit, portant d'abord sur l'intervalle puis sur le continu; puis Sextus compose la réfutation suivante:

"Nous leur répliquerons en disant que, si la ligne droite construit naturellement d'elle-même le cercle, la ligne n'est pas une longueur dépourvue de largeur. Or, assurément, la ligne droite traçant un cercle construit d'elle-même le cercle, ainsi qu'ils l'affirment; donc la ligne n'est pas une longueur dépourvue de largeur, ce qui, ainsi que nous le ferons apprendre, dérive de leurs [principes]".[50]

Laissons de côté le problème de la sphère tangente au plan rencontré au paragraphe 27, et dont nous avons déjà parlé.

Deux autres théorèmes sont énoncés aux paragraphes 75 et 76 concernant la tangence du cylindre au plan, et la nature du plan. Voici le texte:

"Ils affirment encore que ***le cylindre*** *est tangent au plan selon une ligne droite, et qu'****en roulant, il mesure le plan par l'application (sur lui), partie par partie, de ses droites, les unes après les autres****, alors, en tout état de cause, le plan est formé de droites, et en même temps la surface du cylindre doit être remplie de droites. D'où (il suit que) puisque le plan, et de la même manière, la surface du cylindre comportent une largeur, et par conséquent ne sont pas dépourvus de largeur, (et que puisque) ce qui produit la largeur doit nécessairement aussi comporter lui-même une largeur, il est donc évident que,* ***les lignes droites, étant donné qu'elles sont ce qui remplit la largeur, comportent nécessairement une largeur****, de telle sorte que la longueur sans largeur n'existe pas, et que pour cette raison la ligne non plus"*[51].

Sextus critique encore par la suite trois autres définitions et théorèmes[52]. Nous n'étudierons ces derniers qu'ensuite, car ils ne nous paraissent pas pouvoir être tenus pour stoïciens.

Dans tous ces cas, il ne s'agit pour Sextus que de montrer l'impossibilité d'engendrer une figure corporelle ou un être géométrique corporel auquel il manque une dimension. Du point sans dimension, impossible de passer à la ligne dont l'unique dimension ne permet pas de passer à la surface, dont les deux seules dimensions ne peuvent engendrer un solide à trois dimensions. En fait, *Sextus semble combattre surtout le rôle assigné à la géométrie comme mode de pensée ou comme méthode pour acquérir la connaissance véritable*, c'est-à-dire, dans la perspective stoïcienne, le pouvoir de passer de propositions incorporelles, simples vérités éparses, au corps systématique ou constitué de la science. Le passage du point à la surface est aussi inconcevable que peut l'être, pour lui, la représentation cataleptique, "*volontaire et involontaire à la fois*"[53], passive et active selon le modèle de la lumière qui en s'éclairant elle-même éclaire aussi les objets. C'est la prétention d'atteindre les choses invisibles qui est dénoncée par le sceptique comme inacceptable, prétention qu'il dénonce aussi dans les *Hypotyposes pyrrhoniennes*, texte célèbre repris avec brio par Montaigne dans les *Essais*. Comme le dit J.-P. Dumont dans sa thèse[54], ce que combat Sextus, c'est "*la prétention de Chrysippe à vouloir dépasser le*

---

[50]Traduction inédite de J.-P. Dumont

[51]*Ibid.*

[52]Il s'agit des §§ 94 (définition de la ligne droite), 100 (définition de l'angle) et 105 (espèces d'angles).

[53]Voir Sextus, *Adv. Math*, VII, 397, cité par Von Arnim *S.V.F.* II, p. 30.

[54]o.c. p. 122. C'est à cette occasion qu'il rappelle le lien avec le texte des *Hypotyposes* (voir aussi ibid., p.44 à 46.)

phénoménisme en remontant de la conscience de l'image à la reconstitution par la conscience de la cause de cette image".

Voici ce qu'il écrit, aux paragraphes 51 et 52 du *Contre les géomètres*:

"Cependant les géomètres tentent de riposter vaillamment et de leur mieux à ces réfutations si évidentes, (en objectant) que la longueur dépourvue de largeur est conçue selon (le mode de) l'étirement par tension. Ainsi, appréhendant une longueur quelconque pourvue d'une certaine quantité de largeur, ils disent que nous diminuons cette longueur selon l'étirement par tension en l'amincissant de plus en plus par cet étirement, si bien qu'après, nous disons que la conception nouménale formée selon (le mode de) l'étirement par tension est une longueur dépourvue de largeur. En effet si, selon (le mode de) l'étirement par tension, la longueur est petit à petit diminuée, elle en arrivera à un moment au (stade de) la longueur dépourvue de largeur, l'opération de concevoir touchant ici à son terme."[55]

Ainsi, J.-P. Dumont nous invite à le constater , "*ce n'est pas tant la construction de la figure linéaire qui est en cause, que la construction de son concept*". ***Il ne s'agit pas de produire l'objet géométrique*** (par la cascade de points ou de signes), ***mais d'analyser comment peu à peu nous nous en faisons une représentation*** : la tension opérée sur l'objet produit une diminution au terme de laquelle on atteint le "*noème*" d'une longueur dépourvue de largeur...

Il y a passage d'un corps à quelque chose d' incorporel, simple "*sens exprimé*", dont l'existence est comme garantie par l'acte même qui a permis sa conception et sa compréhension. Plus besoin, dès lors, de preuve ni de démonstration!

Mais si la tâche du géomètre "*se réduit à indiquer la marche que la pensée doit suivre pour parvenir à la saisie d'une réalité incorporelle*", et ne consiste pas du tout à "*construire dans un espace géométrique un objet compatible avec ses propriétés*", peut-on encore parler de géométrie?

A moins d'entendre par "*géométrie*", une sorte de méta-géométrie ou de didactique?

c - Y a-t-il eu une anti-géométrie épicurienne?

"*Nous nous efforcerons de faire apprendre*", dit Sextus à deux reprises dans le traité[56]. La perspective est très clairement didactique, mais il s'agit d'enseigner non pas la géométrie, mais que "*les géomètres ne sont pas capables de construire ou de démontrer un théorème*", pas plus qu'ils ne sont capables de justifier leurs principes[57].

Or Sextus écrit encore ceci:

"Mais ils se condamnent à une absurdité plus grande en proposant une définition comme celle-ci : "droite est celle qui tourne également quant à ses limites", ou comme "celle qui, en tournant autour de ses limites, est tangente au plan par toutes ses parties". Car premièrement ces expositions tombent dans les difficultés que nous avons déjà dites; ensuite, ***à ce que disent les épicuriens****, la droite (formée de ce qui est) vide est droite, mais elle ne tourne pas, du fait que (ce qui est) vide même n'admet aucun mouvement ni totalement ni quant à ses parties"*[58].

Le seul incorporel pour Epicure étant le vide, si la droite est formée de signes incorporels, elle est donc "*formée de vide*". Les propositions énoncées comme définitions de la droite au paragraphe 98 sont présentées comme des absurdités, et l'on voit Sextus recourir directement aux arguments épicuriens pour les réfuter. De même, au paragraphe 100, la référence à l'angle, et à l'"*infiniment petit*" (*elachiston*) pourrait bien être une réfé-

---

[55]Voir *Mos geometricus, mos physicus*, p. 128.

[56]Voir §§ 18 et 93.

[57]Voir § 93.

[58]Traduction inédite J.-P. Dumont.

rence à l'oeuvre d'Epicure intitulée, dans le catalogue des oeuvres perdues donné par Diogène Laërce: *De l'angle dans l'atome*[59].

"D'autre part, le raisonnement qui s'applique à l'angle sera, lui aussi, du même type que celui qui s'applique à la droite. En effet, là encore, quand, dans leur description [de l'angle], ils disent que "l'angle, c'est le "minimum" (élachiston) qui - lorsque deux droites ne sont pas alignées- est constitué par leur inclinaison", ce qu'ils appellent "minimum", c'est ou bien le corps dépourvu de parties [= indivisible, autrement dit, étymologiquement, l'atome], ou bien ce qu'ils appellent "signe", c'est-à-dire le point. Mais ils ne diront pas que le "minimum", c'est le corps dépourvu de parties, alors que l'angle est, selon eux, coupé à l'infini (et d'ailleurs, ils affirment l'existence d'angles grands et d'angles petits). Or rien n'est plus réduit que le "corps minimum", sinon le "minimum" ne sera plus le [corps sans parties], mais cette autre chose! Il reste donc à dire que, selon eux, c'est le "signe" [qui est le "minimum"]. Et c'est précisément là qu'est la difficulté. En effet, si le "signe" est, de toutes les façons, dépourvu de dimension, l'angle ne pourra être divisé, et assurément il n'y aura pas plus de grand angle que de petit angle, car dans les [êtres] qui n'ont aucune dimension, il ne peut y avoir de différence de grandeur"[60].

C'est sans aucun doute la fameuse théorie des *"minima"* d'Epicure qui est l'objet du débat; et il est bien évident que celle-ci n'est pas compatible avec les axiomes de la géométrie du continu d'Euclide.

En partant de l'assertion célèbre d'Epicure que *"la géométrie tout entière est fausse"*, on a voulu faire croire qu'Epicure et les épicuriens rejetaient toute géométrie. Or, il y a eu des mathématiciens épicuriens, tel Polyène dont Cicéron nous parle dans les *Seconds académiques*[61]. Et Démétrius Lacon, à la fin du IIe siècle avant J. C., fut l'auteur d'un traité *De la géométrie*, ainsi que d'un ouvrage intitulé *Sur [?] les apories de Polyène*. Proclus, d'autre part, se fait l'écho de la polémique de Zénon de Sidon contre Euclide et même de sa réfutation par Posidonius[62]. En fait, si nous en croyons Proclus, les épicuriens proposaient de réfuter *"les seuls principes géométriques"* ...

Aussi le paragraphe 108 du *Contre les géomètres* de Sextus doit-il retenir notre attention:

"Mais afin que nous ne passions pas pour de quelconques sophistes et que nous ne paraissions pas ne consacrer la totalité de notre effort de réfutation qu'aux seuls principes de la géométrie, poursuivons donc notre chemin ainsi que nous l'avions promis, et faisons porter l'examen sceptique sur les théorèmes qui font suite à leurs principes"[63].

Outre l'ironie dans l'effort, peu convaincant (huit paragraphes avant la fin du traité!), pour échapper à la sophistique, on y perçoit *une claire référence à la réfutation épicurienne des principes de la géométrie*. D'autre part, les théorèmes examinés ensuite portent surtout sur l'impossibilité de couper la ligne, ou de lui soustraire quelque chose; ils sont présentés sous la forme d'apories dont le contexte ne paraît plus particulièrement stoïcien. Nous proposerons plutôt de reconnaître ici des apories épicuriennes (peut-être celles de Polyène?). Mais les six fragments du rouleau (*PHerc.* conservés à Naples) ayant contenu l'ouvrage de Démétrius Lacon sont en très mauvais état, et très peu lisibles, comme en témoigne leur récente publication dans les *"Cronache ercolanesi"*[64].

---

59 o.c. X, 28. Nous rappellerons ici l'origine démocritéenne de ces préoccupations: c'est Démocrite qui définissait la sphère comme un angle.

60 Paragraphes 100 à 102 (traduction D. Delattre).

61 Voir *Lucullus*, 33, 106, cité par Usener, *Epicurea*, p. 172. Voir aussi *De finibus*, I, 20.

62 Voir Proclus, *In Euclidem*, p. 199, éd. Friedlein.

63 Voir A. Angeli et T. Dorandi, o.c. p. 101 et 103. Sur le problème de savoir s'il a existé ou non une mathématique épicurienne, voir également les articles de J. Mau et de D. Sedley, signalés dans notre bibliographie.

64 o.c. p. 89 et notes 11 et 12. Heiberg (dans sonouvrage *Quelques papyrus traitant de mathématiques*, "Oversigt over det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger" 1900), convaincu qu'il s'agissait

Pourquoi ne pas reconnaître, dans le traité de Sextus, la méthode qui lui est chère, et qui consiste à opposer entre eux les arguments des écoles dogmatiques pour mieux en montrer l'insuffisance ou l'absurdité?

Voici en effet ce qu'il écrit encore, tel que l'a traduit J.-P. Dumont :

"Lorsqu'ils disent qu'ils couperont en deux la droite donnée, ou bien ils disent qu'ils coupent celle qui se présente sur le tableau, ou bien la droite nouménale, conçue par transfert à partir de celle-ci. Or, ils ne diront pas qu'ils coupent en deux celle qui se présente sur le tableau; car celle-ci est représentée comme comportant une longueur et une largeur sensibles; or selon eux la ligne droite est une longueur dépourvue de largeur, de telle sorte que, en n'étant pas une selon eux, la ligne sur le tableau ne sera pas coupée en deux en tant que ligne."

Nous nous trouvons ici dans le contexte précédemment étudié de la problématique stoïcienne. Mais continuons de lire:

"Mais (ce ne sera pas) non plus évidemment (la ligne nouménale) conçue par transfert à partir de celle-ci. Car, que l'on suppose, pour la commodité du raisonnement, qu'elle se trouve composée de neuf points, quatre étant dénombrés à partir d'une extrémité, quatre à partir de l'autre, et un point placé au milieu des deux groupes de quatre; si, n'est ce pas, la totalité de la ligne est coupée en deux, le sécant s'appuiera ou bien sur les cinq points et les quatre points, ou bien sur le cinquième, de sorte qu'il le divisera lui-même en deux."

Cette fois, les points sont envisagés dans leur identité comme des *"atomes"*(*indivisibles*): et Sextus de montrer que, de cette supposition, résultent deux absurdités, ou bien la division produit deux segments inégaux, ou bien elle divise un point en deux, ce qui contredit à la fois l'idée de point-signe dépourvu de dimension, et celle de point-atome de grandeur.

"Ainsi donc, conclut Sextus, *l'argument touchant le sécant conduit à l'aporie..."* Et, un peu plus loin: *"aucune de ces opérations* [à savoir la division du cercle étudiée au paragraphe 112, et la soustraction des lignes du paragraphe 116] *ne va sans apories."*

Sextus aurait-il à l'esprit ou peut-être même sous les yeux le texte de Démétrius Lacon?

Il nous reste à justifier plus amplement l'existence d'une anti-géométrie épicurienne ... non euclidienne! Or, les *"Cronache ercolanesi"* ont publié en 1987 un article de A. Angeli et T. Dorandi, intitulé *"Il pensiero matematico di Demetro Lacone"*, qui me paraît confirmer quelque peu l'hypothèse que nous venons d'émettre. Cet article donne les neuf colonnes les plus lisibles du traité *Sur la géométrie* de Démétrius Lacon, avec leur traduction en italien (nous en proposons une traduction française en annexe I). Ce papyrus est lui aussi très endommagé, et l'ensemble reste assez décevant. Les auteurs de l'article ont adopté l'interprétation selon laquelle il s'agirait d'un écrit épicurien (et non pas aristotélicien[65]) entreprenant la discussion de certains points, difficilement compatibles

---

là d'un texte péripatéticien, y voyait *"le noyau de l'argumentation d'une défense des principes mathématiques contre la théorie épicurienne des* ***elachista****"* : le passage des *Eléments* d'Euclide (I, 10) concernant les grandeurs indivisibles, aurait été confirmé par l'examen de I, 1 et I, 9, que présuppose I, 10, ainsi que par celui des postulats I et III, et de la Définition 15, sur laquelle se fonde *Eléments* I, 1, sans oublier les Propositions 3 et 8 qu'utilise I, 9. Crönert(*Kolotès und Menedèmos*, Leipzig, 1906), à qui revient le mérite de l'attribution épicurienne de ce traité, a surtout mis l'accent sur la relation entre I, 10 et I, 1: en effet, si on identifie à la première Proposition le problème rappelé au début de la col. XVI, il s'ensuivrait, selon Crönert, que Démétrius Lacon, en démolissant *Eléments* I, 1, montrait du même coup que les autres problèmes, et parmi eux I, 10, étaient sans fondement" (A. Angeli, o.c. p. 96).

65 Le rapprochement avec le texte parallèle de Sextus (que j'avais moi-même songé à opérer) a été établi par M. Gigante dans *Scetticismo e Epicureismo* (Naples, 1981), p. 214. Il y réfute la thèse de Crönert, selon laquelle Sextus se serait servi, à travers Aenésidème, directement d'un traité *De la géométrie* de Zénon de Sidon, et écrit: *"La source directe ou indirecte présente dans le livre* ***Contre les géomètres*** *de Sextus me semble, selon toute probabilité, un livre* ***Sur les Apories de Polyène*** *de Démétrius Lacon, peut-être bien celui sur la piste duquel le* ***PHerc.*** *1647 nous a lancés"*.

avec l'épicurisme, des *Eléments* d'Euclide. A. Angeli et T. Dorandi sont en particulier amenés à proposer la correspondance suivante:

Eucl., Elm.	Dem. Lac., De geom.	Sext., Adv. geom.
I, Déf. 15	Col. IX	§ 107
I,10	Col. XIII.XIV	§ 109.112

Ce rapprochement est longuement justifié, et paraît tout à fait satisfaisant. De plus, l'article nous fournit d'autres noms de mathématiciens épicuriens ayant vécu sans doute aux IIIe-IIe siècles avant notre ère: Basilide, Philonide, Protarque de Bargilia... Philonide, en particulier, aurait écrit un commentaire à la doctrine d'Epicure concernant le ""minimum"; car selon les auteurs, les fondements géométriques de l'explication de la théorie des "minima" sont nécessairement d'une autre nature que ceux de la géométrie d'Eudème[66].

Que pouvons-nous retenir de tout cela? Beaucoup d'incertitudes subsistent concernant l'histoire de la géométrie et de la mécanique dans l'antiquité, et ce travail doit se poursuivre encore. Une chose en tout cas est certaine: la géométrie d'Euclide ne s'est pas enseignée facilement du IIIe siècle avant au IIIe siècle après J. C. Ses détracteurs nombreux et habiles, autant que les textes nous ont permis d'en juger, montrent surtout à quel point *l'enjeu du débat était, pour les Anciens, la compréhension du mode de pensée ou de représentation géométrique*.

Dès les origines pythagoriciennes et sophistiques, nous avons perçu que ce problème était posé avec deux entrées possibles: par l'idée-nombre ou par l'idée-grandeur, selon que, tournant le dos aux réalités sensibles, on cherchait à atteindre l'intelligibilité pure des idées géométriques, ou que, affrontant résolument l'existant corporel dans sa matérialité mobile, on voulait percer le mystère de son fonctionnement et de son organisation. Or, si douze siècles de géométrie et de mécanique grecques traversés de querelles philosophiques interminables n'ont pas permis de sortir de cette alternative, peut-être est-il sage que nous conclusions à l'existence non pas d'une géométrie unique dont le modèle euclidien serait l'expression, mais d'une pluralité d'approches géométriques plus ou moins compatibles et philosophiquement fondées.

Quant à l'enseignement de la géométrie dont Sextus était si soucieux, il nous paraît qu'il doit retirer de cette étude le souci primordial de la pluralité des démarches géométriques, en particulier dans la prise en considération des erreurs des élèves.

[66] *Ibid*, p. 91

BIBLIOGRAPHIE

ALAIN, *La Théorie de la connaissance des stoïciens*,(Paris, 1964). [J'avais pu apprécier la pertinence et la richesse de cet écrit de jeunesse en rédigeant mon propre mémoire de maîtrise (inédit) sur "*La théorie de la connaissance des épicuriens et des stoïciens*" en 1969].

A. ANGELI et T. DORANDI, "Il Pensiero matematico di Demetrio Lacone", *Cronache ercolanesi*, XVII (1987), p. 89 à 103.

R. BACCOU, *Histoire de la science grecque. De Thalès à Socrate*, Aubier, Paris, 1951.

C. BAILEY, *The Greek atomists and Epicurus*, Oxford, 1928, réimp. New-York, 1964.

A. DAHAN-DALMEDICO et J. PEIFFER, *Une Histoire des mathématiques : Routes et dédales*, Le Seuil, Paris,1986.

DIOGENE LAERCE, *Vie, doctrines et sentences des philosophes illustres* [traduction R.Genaille], Paris, 1933, rééd. Paris, 1965)

J.-P. DUMONT, *Le Scepticisme et le phénomène* (thèse, Paris, 1972).
"Mos geometricus, mos physicus" in *Les Stoïciens et leur logique* (édité par J. Brunschwig), Paris, 1978.
"L'âme et la main - signification du geste de Zénon", *Bulletin des Professeurs de Philosophie*, mai 1969.
Les Présocratiques, Paris, 1988 et *Les Ecoles présocratiques*, Paris, 1991.
Sextus Empiricus, ***Contre les Géomètres*** (*Adversus mathematicos III*), traduction inédite.

D. H. FOWLER, *Les mathématiques de l'Académie de Platon*. Nouvelle reconstruction, Oxford, 1987.

J. MAU, "Was there a special Epicurean Mathematics ?" *Phronesis*, suppl vol. I, 1973, p. 421 à 430.

A. REY, *L'apogée de la science technique grecque. L'essor de la mathématique*, Paris, 1948.

H. D. SAFFREY, "AGEOMETRETOS MHDEIS EISITW, Une inscription légendaire", *Revue des études grecques* tome LXXXI, 1968, pp.67 à 87.

D. SEDLEY, "Epicurus and the Mathematicians of Cyzicus", *Cronache Ercolanesi* VI, 1976, p. 23 à 54.

P. TANNERY, *La géométrie grecque*, Paris, 1887, réimpression,1988.

I. THOMAS, *Greek mathematical works*, Loeb Classical Library,1980.

P. VER EECKE, *PROCLUS de Lycie, Commentaires sur le premier livre des Eléments d'Euclide*. Traduction et notes, Bruges,1948.

ANNEXE I

Nous proposons ci-dessous une traduction en français du texte grec établi par A. ANGELLI et T. DORANDI, décalquée sur leur traduction italienne.

1. DEMETRIUS LACON, *Sur la géométrie* (*PHerc.* 1061, col. VIII-XVI)

col. VIII [Divisibilité à l'infini]

... (mais même si) nous divisions la droite donnée et la moitié de celle-ci, et à nouveau la moitié de la demi-droite, et cela à l'infini,(l'aporie) pourrait se dénouer; en effet, comme la diminution se fait à l'infini, la division sera à l'infini ...

col. IX [Définition du cercle: Euclide, *Eléments*, I, Déf. 15]

... le cercle est une figure plane enveloppé par une seule ligne: toutes les droites qui, partant d'un point unique situé à l'intérieur du cercle, et qui tombent sur la circonférence, sont égales; en effet les géomètres le définissent ainsi ...

col. X [Discussion d' *Eléments*, I, 9]

... il est possible de diviser en deux l'angle donné. Pour ce qui est de diviser en deux l'angle donné, (les géomètres) affirment que, étant donné deux droites inégales, il est possible d'ôter de la plus grande une droite égale à la plus petite, et d'autres choses du même genre ...

col. XI

... soit, disent-ils, l'angle donné A, compris entre les côtés AB et AG, et un point D sur le côté AB. Il faut soustraire (du côté AB) une longueur AD suffisante ...

col. XII

... donc, puisque le côté AD est égal à AE et que AZ est commun, donc le couple des lignes AZ et AD est égal au couple des lignes AZ et AE, et la base DZ est égale à EZ, parce que c'est un triangle équilatéral qui se trouve constitué; de ce triangle, les lignes ZD et ZE ...

col. XIII [Discussion d'*Eléments*, I, 10]

... sur une droite donnée MN, disent-ils, qu'on construise un triangle équilatéral ... diviser en deux la droite donnée ... En effet, s'il est possible de diviser en deux la droite donnée, ...

col. XIV

... puisqu'en effet le côté XM est égal au côté XN, l'angle O est égal à l'angle p; en effet, c'est en deux qu'a été divisée la droite MN, ainsi ...

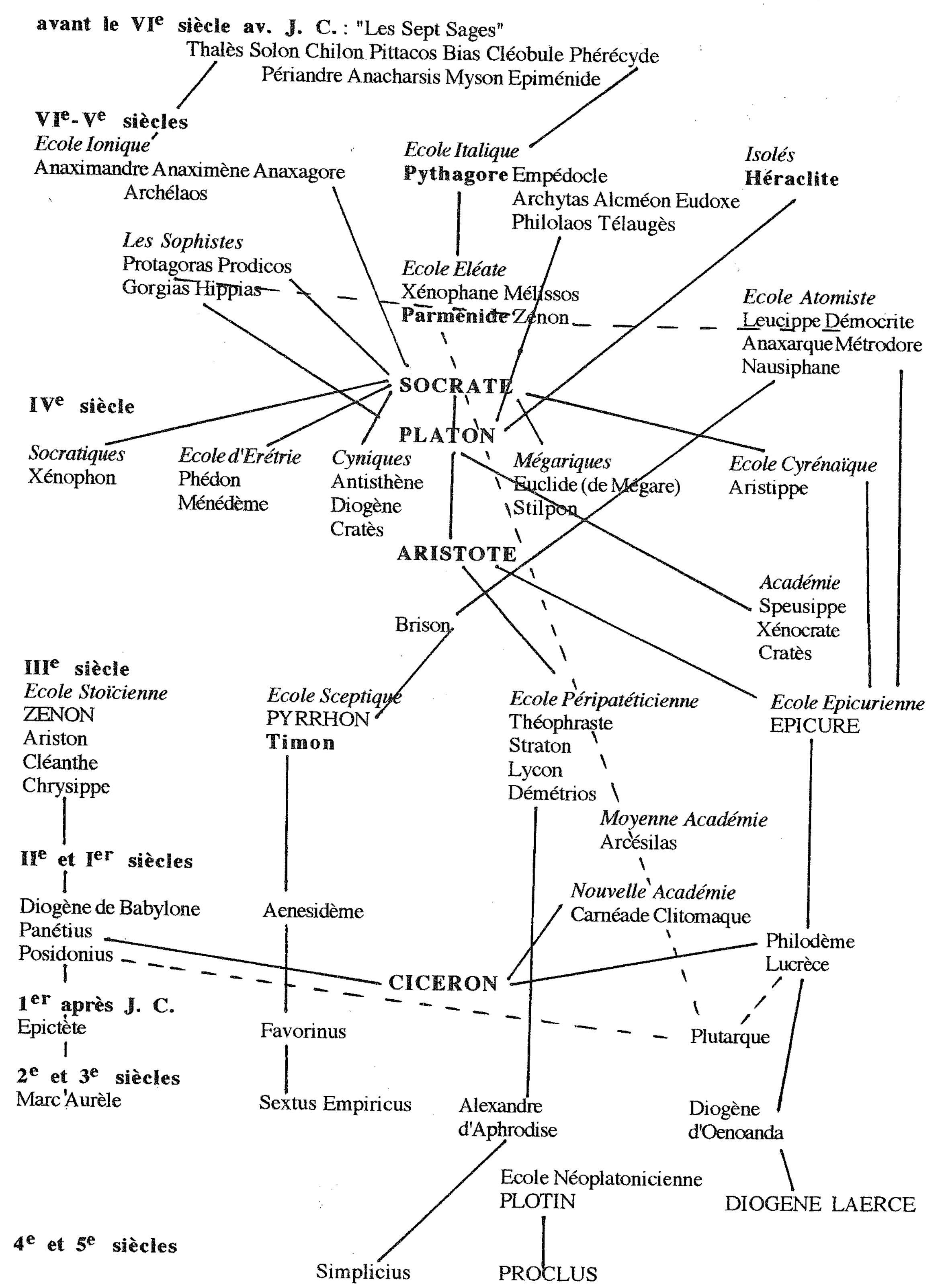
col. XVI

... telles sont les remarques sur ce problème; puisque nous n'avons pas présenté tous les détails afin d'éviter que (le propos) soit interminable, ...

2. DEMETRIUS LACON, *Apories de Polyène* V (*PHerc.* 1429 [seul fragment suivi])

... les premiers livres contenant aussi des arguments de genres différents. Quant à nous, puisque nous visons aussi bien à la brièveté qu'à une résolution facile des apories, nous avons rangé ensemble les apories de même genre pour que les solutions en soient plus faciles à trouver, et plus réduites en nombre. Qu'ils cessent donc, ceux qui veulent faire du tort, par tous les moyens, aux hommes qui, au lieu de porter sur eux leurs regards, visent leur propre bien-être ...

ANNEXE II



ANNEXE III

DOUZE SIECLES DE MATHEMATIQUES GRECQUES

VI^{e} avant J.C.
THALES
PYTHAGORE (fin VIe)
Anaxagore
Hippias
Oenopide
Hippocrate de Chio (quadrature de la lunule)
Théodore de Cyrène
DEMOCRITE

V^{e} Archytas de Tarente
Léodamas
IV^{e} Théétète d'Athènes
PLATON
{sauve les phénomènes
{sphères homocentriques
{augmente le nb de théorèmes
$\boxed{\text{L'ACADEMIE}}$ – Eudoxe
ARISTOTE
Amyclas d'Héraclée
Menechme et Dinostrate (sections coniques)
Aristée (lieux solides)

III^{e} EUCLIDE
(perfectionne Eudoxe
et Théétète)
Calippe (astronomie)
Eudème (histoire de la géométrie)
Dioclès
Eratosthène
ARCHIMEDE
Nicomède
APOLLONIUS DE PERGE
Persée (spiriques)
Aratos (astronome)
Ctésibios (mécanicien)
ZENON
Chrysippe
EPICURE
Polyène (*Apories*)

II^{e}
Denys de Cyrène
HERON d'Alexandrie (Métriques, Catoptriques)
Posidonius (Météorologiques)
réfutation de Zénon de Sidon
Zénon de Sidon
(contre la certitude
géométrique)
Démétrius Lacon

I^{er} av. J. C.
Géminus
Diodore

1er ap. J. C.
Vitruve (*Architecture*)
Nicomaque de Gérase (abandon de la rigueur d'Euclide)
DIOPHANTE d'Alexandrie

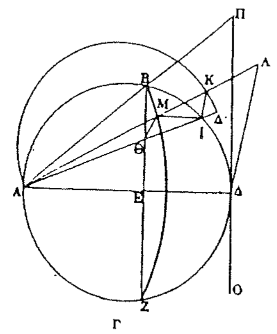
2^{e}
Théon de Smyrne (mathématiques pour lire Platon)
Anatolios d'Alexandrie
Claude PTOLEMEE

3^{e}
Porphyre (commentaires sur les *Harmoniques* de Ptolémée)
Pseudo-Jamblique (*Théologoumènes arithmétiques*)

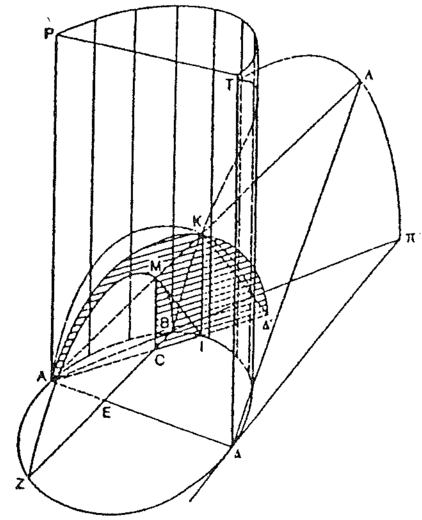
4^{e}
PAPPUS d'Alexandrie (*Collections mathématiques*)
Théon d'Alexandrie (commentaire des *Eléments* d'Euclide)
Hypatie

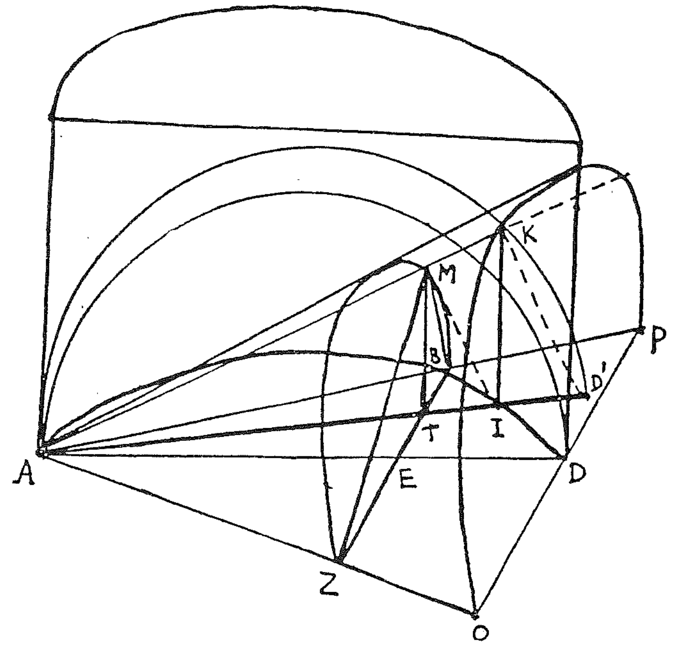
5^{e}
PROCLUS (*Sur Euclide*)
EUTOCIOS (*Sur la sphère et le cylindre d'Archimède*)
BOECE (*Geométrie*)

ANNEXE IV



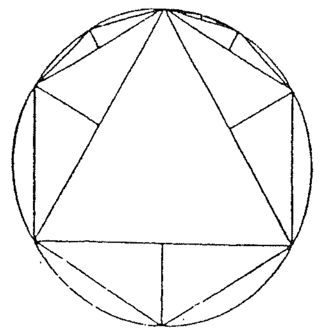
ARCHYTAS DE TARENTE



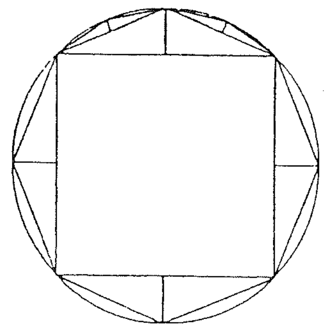


ANTIPHON

Quadrature du cercle selon Thémistius.



Quadrature du cercle selon Simplicius.



CHRYSIPPE ET GÉMINUS