à l'intérieur de la "Suite naturelle", avec le nombre cantorien désigné par ω, dans **Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre** (Leipsig, 1883). Par contre, certains rapprochements peuvent être faits avec les développements récents de l'analyse non standard.

30 - **Elémens**, 30-31.

31 - **Ibid.**. 31-

32 - **Ibid.**, 35. Dans les paragraphes précédents, Fontenelle a bien précisé à l'aide d'exemples ce qu'il faut entendre par "ordres d'infinis".

33 - Galilée, **Discours**, première journée; Louis Couturat, **De l'infini mathématique** (Paris, 1896, rééd. Blanchard 1973), 445-446.

34 - **Elémens**, 59

35 - **Ibid.**, 59

36 - **Ibid.**, 61.

37 - **Ibid.**, 63.

38 - **Ibid.**, 63-64. Dans sa lettre à Jean Bernoulli en date du 22 avril 1725, Fontenelle raisonne à partir des infiniment petits, voir supra,

39 - **Elémens**, 64.

40 - Fontenelle emploie lui-même ici le terme de "paradoxe" pour caractériser la conclusion à laquelle il est parvenu, **Ibid.**, 64.

41 - Fontenelle donne en fait 7 arguments qui se recoupent pour l'essentiel.

42 - Voir supra.

43 - **Elémens**, 65.

44 - Ibid., 66.

45 - Ibid., 66-67.

46 - Ibid., 74 et 82.

47 - **UB Basel** MS LIa 676, fol. 114-118.

48 - **Op. cit.** note 26, 244.

49 - La Section IV de la première partie est intitulée: "De la grandeur infiniment petite". Cette Section occupe les pages 116 à 146.

50 - **Elémens**, 146.

51 - Cette Section occupe les pages 184 à 244.

52 - **Ibid.**, 243.

53 - **Ibid.**, 243.

54 - **Ibid.**, 243.

55 - Cette Section occupe les pages 271 à 310.

56 - **Ibid.**, 310.

57 - Cette Section occupe les pages 311 à 352.

58 - La Section XII est consacrée à la "Règle générale pour déterminer par le calcul différentiel, la courbure des courbes" (pages 353 à 392). Vient ensuite la seconde partie des **Elémens** intitulée: "Différentes applications ou remarques". Cette seconde partie se compose de 8 Sections.

Evolution du concept d'infiniment petit aux 18ème et 19ème siècles

Gert Schubring
Université de Bielefeld

L'intérêt pour l'histoire des quantités infiniment petites, qu'on peut remarquer depuis quelques années, est apparu avec la création d'une *nouvelle* théorie mathématique, l'*analyse non-standard* (NSA). Bien que l'accueil et le développement de cette théorie soient largement redevables à un objectif didactique, au souci tout-à-fait classique de "ne pas rebuter les commençants", d'applanir les entrées dans l'analyse, et donc de supprimer l'appareil technique embarrassant de l'analyse standard pour le remplacer par des notions accessibles intuitivement - bien qu'on pourra donc qualifier la NSA de théorie "didactique", ses promoteurs se sont proposés de trouver les origines historiques de leur programme. Il s'agit donc largement d'un intérêt visant une légitimation, et une grande partie des études historiques entreprises s'inscrivent dans une perspective finaliste qui n'est pas toujours favorable à un approfondissement historique. Ce n'est pas par hasard que la recherche de ses "racines" par la NSA se concentre sur Cauchy - mathématicien tellement fameux qu'il pourra bien servir comme précurseur légitimant la théorie ou même comme père direct de cette théorie.[1]

Pour entreprendre une analyse historique approfondie du concept d'infiniment petit, je souhaite qu'on se libère des contraintes finalistes et qu'on étudie l'évolution de la signification de ce concept dans son contexte historique *contemporain*. Un tel programme de recherche historique implique deux dimensions :

- premièrement, il ne faut pas seulement regarder un concept isolé, comme c'était en général le cas chez ceux qui analysaient le concept de convergence uniforme chez Cauchy, mais il faut plutôt étudier tout un "champ conceptuel" (selon G. Vergnaud), et cela veut dire, pour le concept d'infiniment petit, qu'il faut analyser le système

---

[1] Pour une discussion de cette finalité je peux recommander le livre de Teun Koetsier (*Lakatos' Philosophy of Mathematics*, Amsterdam, 1991), où les textes de Cauchy sont analysés soigneusement et comparés avec les prétentions des adhérents de la NSA.

des concepts fondamentaux du calcul différentiel et intégral et son évolution,

- et, deuxièmement, il ne faut pas se restreindre aux contributions des grands génies mathématiques, mais il faut considérer les contributions d'une communauté mathématique élargie.

ad 1. Comme concepts les plus pertinents pour le champ conceptuel des fondements de l'analyse concernant les infiniment petits, on peut nommer : les concepts de nombre, de variable, du limite, de fonction, de continuité et de convergence.

Pour tous ces concepts, on peut constater[2] qu'il y a eu pendant longtemps des discussions sur leurs significations, entre de nombreux participants et entre "précurseurs" (arrivant à des contributions significatives), et que ces discussions dépassent largement le cercle des quelques mathématiciens fameux qu'on cite d'habitude.

Par exemple, pour le concept de convergence des séries, on trouve déjà au 18e siècle, avant Gauss et Cauchy, des contributions intéressantes pour éclaircir sa signification au-delà de celle d'une série décroissante, en particulier chez Bougainville (1754) et A. da Cunha (1790). Pour le concept de continuité, la discussion était encore plus étendue; mais elle est pas bien connue en histoire des mathématiques parce qu'elle était menée largement comme débat métaphysique dans la mécanique, sur l'admissibilité du "choc dur". En outre, il faut tenir compte que le principe de continuité, énoncé par Leibniz, avait deux significations. La première est qu'il n'y a pas de sauts dans des processus naturels, mais il y avait aussi la deuxième qui est un principe de permanence : les lois et qualités valables dans le domaine fini restent valables après passage à l'infini. Cette pensée, qui est par exemple caractéristique chez Simon L'Huilier (qui avait emporté le prix de l'Académie de Berlin 1784 sur la question de l'infini), semble avoir encore influencé Cauchy.

Une autre dimension, qui montre que le développement conceptuel de la continuité n'était pas encore achevé au temps de Cauchy, concerne la distinction conceptuelle de la continuité : dans le cas où il existe aussi, pour un concept donné, la négation de ce concept, on peut exploiter cette négation pour analyser l'extension et la signification du concept originel. Dans notre cas, la discontinuité peut servir comme outil pour étudier les éléments de signification de la continuité. Chez Cauchy, il y a peu d'explicitation sur la notion de

2 Une étude approfondie de ces développements conceptuels est en préparation.

discontinuité, mais chez Ampère, qui a alterné avec Cauchy comme enseignant d'analyse à l'Ecole Polytechnique, on trouve (avant et après la publication du cours d'analyse de Cauchy), comme explication de la discontinuité, qu'il s'agit d'une "rupture de la continuité". Cela veut dire que la discontinuité n'est essentiellement qu'une autre forme de continuité : une continuité pièce par pièce. Cela confirme que, dans le contexte français, la signification de continuité était celle d'une continuité sur un intervalle et pas de continuité en un point - contrairement au cas de Bolzano, et cela signifie que la différentiation du concept de continuité n'etait pas encore assez évoluée pour étudier toutes sortes de comportements locaux de fonctions.

Concernant un troisième concept fondamental du champ conceptuel de l'analyse, le concept de nombre, il est pertinent, vis à vis de l'existence prétendue d'une signification non-standard des infiniment petits, d'analyser s'il est possible de détecter une conception des quantités non-archimédiennes dans les communautés mathématiques du 18e siècle ou de la première moitié du 19e siècle.

Euclide, dans son livre V sur la théorie des grandeurs, a exclu les quantités non-archimédiennes, et les temps modernes en Europe ont hérité de cette conception. Le seul endroit où Euclide se permet de considérer des quantités non-archimédiennes concerne les angles : il peut y avoir des angles curvilignes qui ne sont pas comparables avec les angles rectilignes. Pour les angles corniculaires, F. Klein a démontré qu'ils constituent un modèle de quantités non-archimédiennes, mais aux 17e et 18e siècles, où on a souvent discuté de ces angles (sous le nom d'angles de contingence), on les utilisait dans le but de clarifier la notion de courbure et on n'essayait pas d'approfondir le concept de nombre à partir d'eux.

Même pour l'utilisation des infiniment petits dans l'analyse elle-même, dont le caractère non-archimédien semble s'imposer, on ne trouve aucune réflexion sur leur statut par rapport au concept de nombre. Parce que l'axiome d'Archimède est équivalent à la supposition de continuité, qui est sous-jacente à toute l'analyse de cette époque, on peut conclure que des quantités non-archimédiennes restaient en dehors de l'horizon des mathématiciens contemporains.Une première réflexion sur une connection entre elles et le champ conceptuel des nombres est explicitée chez O. X. Schloemilch, un auteur important des manuels en Allemagne et un des propagateurs les plus actifs de Cauchy en Allemagne : il remarque dans un manuel de 1845 que l'équation $\infty + a = \infty$, un des énoncés majeurs de la méthode infinitésimale, est en contradiction avec les principes de la doctrine des nombres et des quantités, et ajoute qu'on pourra écarter cette contradiction en établissant une définition plus générale de la quantité, mais, comme il le souligne, personne ne s'est occupé de cela.

On peut dire, en général, que les débats dans le champ conceptuel des fondements de l'analyse n'étaient pas restreints aux mathématiques mais constituaient une interaction des mathématiques avec la mécanique et la philosophie.

Pour passer à la deuxième dimension de mon approche, **l'analyse des contributions de la communauté mathématique élargie**, j'ai choisi comme outil d'analyse les manuels, parce qu'ils correspondent mieux au niveau des connaissances et des conceptions d'un public plus large que les cercles restreints des académiciens.

Selon ce point de vue, les manuels qui exposent le calcul différentiel et le calcul intégral, en France au 18^{e} siècle, présentent un changement notable en ce qui concerne les publics visés :

- d'abord, il a fallu (comme le disait un auteur de la deuxième "génération" des manuels) enseigner la nouvelle théorie aux savants eux-mêmes [1.];
- puis, on peut remarquer la constitution presque parallèle de deux traditions différentes [2.] :
-- des manuels composés dans le contexte universitaire [2a], et
-- des manuels dans le contexte du système des écoles militaires [2b];
- après, on trouve une nouvelle génération qui marque une ouverture vers un public général [3.], et qui constitue une préparation au
- nouvel âge d'instruction publique dès la Révolution [4.].

L'existence de ces diverses générations (et différents publics) s'exprime et se traduit par des changements et des évolutions du cadre théorique et épistémologique du calcul différentiel et intégral.

Pour les premiers manuels, adressés à des "savants", on peut remarquer qu'ils sont imprégnés par la tradition des *indivisibles* : on utilise la notion de quantités infiniment petites pour justifier qu'on néglige des termes, mais il est bien clair qu'on conçoit les infiniment petits plutôt selon le caractère statique des indivisibles. L'Hôpital (1696) parle d'une "*portion* infiniment petite" d'une quantité, et le mathématicien suisse Crousaz parle dans un traité de 1721 d'un "filet" de la quantité. Et Varignon, appartenant comme L'Hôpital à "l'école" de Malebranche, conçoit les infiniment petits comme une "portion indéfiniment petite" de la quantité.[3]

Manuels d'analyse en France

1.	
L'Hôpital	1696
Varignon	1725
Fontenelle	1727
2a.	
Reyneau	1708/1739
La Caille	1758
Sauri	1770
J. Fr. Marie	1770
Beguin	1774
Martin	1781
2b.	
Deidier	1740
Bezout	1769
Bossut	1797
3.	
Cousin	1777/1796
Lacroix (grand traité)	1797
4.	
Prony	1795
Lagrange	1797/1806
Lacroix (traité élém.)	1802
Desponts	1804
Du Bourguet	1810
Garnier	1811
Boucharlat	1813
Servois	1814
Poinsot	1815
Cauchy	1821

Le dernier manuel dans la première génération, les *Elements de la Géométrie de l'infini* de Fontenelle, représente déjà une première approche purement formelle : un calcul n'englobant pas seulement les infiniment petits, mais aussi les infiniment grands.

Dans l'étape suivante, où l'analyse commence à n'être pas seulement enseignée aux "savants", deux courants différents de manuels vont s'établir : d'une part, ceux des universités, c'est-à-dire

3 La première controverse sur les infiniment petits a eu lieu dans les années 1701/02 à l'Académie de Paris. Ce débat, principalement entre Rolle et Varignon comme opposants, a été lumineusement documenté par Jeanne Peiffer (Bernoulli, 1988). Contrairement à la controverse en Angleterre entre Berkeley et les disciples de Newton, cette controverse portait plutôt sur les résultats du nouveau calcul que sur des questions métaphysiques.

des collèges, où il y a un certain enseignement des mathématiques dans les cours terminaux de philosophie, et ceux des écoles militaires, créées à partir des années 1740, d'autre part.

Les manuels dans le contexte militaire sont bien connus, parce que les auteurs étaient des examinateurs permanents, donc un groupe connu et pas du tout nombreux. La production des manuels dans le secteur universitaire, en revanche, n'a pas été vraiment étudiée et le seul qui a entrepris de telles recherches, Brockliss, n'a pas établi une liste complète.

En comparant la production respective de ces deux courants, on peut remarquer une différence qui s'accentue. Bien qu'on parte d'abord, de façon identique, de la notion d'infiniment petit comme justification du calcul différentiel, on s'exprime, de façon différente, à propos de la méthode analytique et de la méthode synthétique. Les deux courants se sentent obligés de réfléchir sur la généralité des méthodes et sur leur relations avec les méthodes connues : les méthodes géométriques. Il est très révélateur que la méthode synthétique est identifiée dans ces débats avec la *construction géométrique* tandis que la méthode analytique est, en général, identifiée avec le calcul.

Tandis que les partenaires universitaires commencent à s'exprimer, d'abord avec précaution mais de plus en plus d'une façon ferme, en faveur des méthodes analytiques et pour la généralité dans les méthodes, les manuels militaires soulignent la valeur de la géométrie et présentent l'analyse comme un simple outil de la géométrie. Assez caractéristique est Bezout qui s'excuse presque de faire précéder sa mécanique par des principes du calcul infinitésimal et assure qu'il n'a pas du tout l'intention d'assujettir la mécanique à ces calculs : il déclare qu'on peut traiter la mécanique aussi sans ce secours et que le lecteur pourra donc passer ces parties.[4]

La troisième génération, des manuels pour un public élargi, enseigne pour la première fois la méthode des limites. En fait, c'est l'académicien Cousin qui utilisa en 1777 en premier cette méthode comme fondement d'un manuel - sur l'incitation de D'Alembert qui avait proposé cette méthode dans l'Encyclopédie comme la seule

[4] Quelques-uns des manuels font exception dans ces deux courants. Bossut (1797), par exemple, est lié au système de formation militaire mais sa conception correspond au renouvellement des mathématiques d'après la Révolution : il utilise comme concept de base un calcul algébrique des différences finies. D'autre part, il y a des manuels universitaires "sans méthode", exposant seulement une série des règles pratiques (La Caille et son successeur Marie).

fondée sur une bonne métaphysique.[5] Cousin déguisa son innovation comme un renouvellement: de la méthode des "Anciens", des Grecs, donc de la méthode d'exhaustion.

L'autre important manuel de cette génération est le grand traité de Lacroix : c'était le premier à exposer non seulement *une* méthode mais les trois méthodes principales de son temps, les quantités infiniment petites, les limites et le développement en séries. Son projet datait déjà d'avant la Révolution, mais les volumes furent publiés quelques années après. On a souvent reproché à Lacroix de présenter trois méthodes simultanément, mais il faut voir qu'il voulait donner accès, avec son grand traité, à toutes les recherches actuelles à un public général, ce qui constitue une innovation importante pour le style mathématique.

Cette intention explique aussi l'approche différente de son traité élémentaire qui était destiné à un public assez précis, les élèves de l'Ecole Polytechnique, où on adopta ce traité comme manuel classique pendant de nombreuses années : ici, Lacroix se décide raisonnablement pour une seule méthode, la méthode des limites.

Ce choix de Lacroix n'était pas évident parce que les débuts de l'enseignement de l'analyse à l'Ecole Polytechnique, dès 1794 (et c'est-à-dire faisant partie de la quatrième génération de l'enseignement des mathématiques dans l'instruction publique), sont caractérisés par une rupture profonde avec les traditions et courants existants. L'enseignement était dominé, pour la première fois, par la méthode analytique, et par le souci de généralisation. Pour le calcul différentiel et intégral, cette domination par l'analytique s'exprimait par l'adoption d'une quatrième approche, entièrement algébrique : fondée sur le calcul des différences finies (où la transposition des résultats du fini à l'infini était entendu comme évidente). Le représentant le plus actif de cette approche (liée au programme combinatoire en Allemagne et au calcul algébrique des dérivations d'Arbogast) était, fait remarquable, un ingénieur qui fut dans les premières années professeur d'analyse à l'Ecole Polytechnique : Gaspard Riche de Prony [6] . Cette approche algébrique ne domina pas seulement à l'Ecole Polytechnique, de nombreux manuels, composés

[5] Chez D'Alembert, on peut la regarder comme une transformation de la méthode newtonienne des premières et dernières raisons.

[6] A part sa biographie (voir Bradley, 1984), son oeuvre mathématique n'a pas encore été étudiée de plus près.

dans l'esprit de ce programme, ont été publiés, entre autre pour le public des écoles centrales.[7]

Mais une nouvelle rupture, effectuée au centre de l'enseignement scientifique, à l'Ecole Polytechnique en 1810/11, bouleversa la dominance de la méthode analytique : par un "retour du réfoulé", comme je l'ai appelé, la méthode synthétique retrouvait et gagnait la prédominance. Ce bouleversement était causé par des pressions de plus en plus fortes de la part des corps des ingénieurs de l'artillerie et du génie qui envisagèrent d'abord de réduire le programme algébrique-analytique et enfin de le supprimer. J'ai étudié l'évolution de ces pressions bien précisément; elles commencent à concerner les méthodes de l'enseignement en valorisant la mécanique rationnelle comme discipline majeure et aboutissent, en 1810, quand l'Ecole Polytechnique se trouva restreinte à la seule formation des ingénieurs (plutôt militaires!), où l'enseignement était donc mis sous la tutelle des champs d'applications et des corps d'ingénieurs respectifs.

L'expression majeure de la nouvelle domination par la méthode synthétique consiste, dans la décision du Conseil de Perfectionnement de l'Ecole Polytechnique du 13.7.1811, à substituer, dans le programme du calcul différentiel, la méthode des infiniment petits à celle des limites. Le conseil essayait de réclamer pour la méthode des infiniment petits un caractère "aussi analytique", mais cela constitue plutôt un moyen pour résister un peu aux pressions extérieures et pour maintenir le souci de rigueur. En fait, le Conseil ordonnait que les professeurs puissent "faire voir, dans les cas les plus simples, l'accord de cette méthode avec celles des limites ou du développement en série". Cette issue correspondait un peu à l'approche du grand traité de Lacroix où il exposait toutes les méthodes.[8] Mais, bien qu'on ait réussi à pratiquer cette sorte de compromis, le contexte de l'enseignement ne permettait plus de continuer à avoir le souci d'établir des fondements rigoureux des mathématiques.[9] Et le fameux énoncé de Cauchy (dans le préface de ses leçons sur le calcul différentiel de 1829) sur son intention de

[7] Il y a beaucoup à dire sur le rôle des conceptions de L. Carnot dans cette période. Je vais exposer mes recherches sur ces conceptions et leurs changements dans l'étude mentionnée au no. 2. Je remarque ici seulement que l'insistance de Carnot sur la loi de continuité a été utilisée par Lacroix pour son programme de modernisation de l'enseignement de l'analyse.

[8] Le traité de Boucharlat, publié en 1813 pour les élèves de l'Ecole Polytechnique, reprend cette approche et expose les trois méthodes.

[9] Servois avertissa en 1814 des conséquences néfastes pour le développement des mathématiques en France, car l'usage de la méthode des infiniment petits retardera le progrès des sciences mathématiques.

concilier la rigueur avec la simplicité "que produit la considération directe des quantités infiniment petites" n'est pas seulement un moyen pour dissiper la critique de ses essais de refonte des fondements, il est aussi une expression de la formule sous-jacente du compromis entre l'intention originelle de l'Ecole Polytechnique et les pressions sociales postérieures.

Un texte assez revélateur sur cette situation complexe est le programme de Poinsot de 1815 pour son cours d'analyse. En apparence, il s'exprime en faveur de la méthode des infiniment petits, mais ses arguments montrent qu'au fond il adhère à la méthode des limites. L'autre trait important est qu'il laisse entendre qu'il y a deux conceptions bien différentes des infiniment petits :

- la première correspond à la tradition des indivisibles : ici, les infiniment petits sont conçus comme des grandeurs moindres que tout ce qu'on peut assigner;[10] de plus, les éléments des quantités ne sont pas homogènes avec ces quantités, mais sont d'une autre nature (voir dimension). Ainsi, des points sont entendus comme les éléments des lignes, etc.

- la seconde peut être appelée la moderne et a été promue par Carnot. Ici, les infiniment petits sont conçus comme des variables. En outre, ils sont vus comme homogènes aux quantités en question.

Il est bien clair, que la conception de Cauchy des infiniment petits est en accord avec cette deuxième position. L'analyse du contexte mathématique et du développement de la signification conceptuelle amène donc à exclure que Cauchy a élaboré un concept de nombre infinitésimal, hyperréel.

Pourtant, si on cherche des précurseurs de la NSA, S. D. Poisson est un candidat bien plus adapté. Il était un partisan des infinitésimaux comme des quantités réelles et s'agitait beaucoup pour faire partager cette conception.

Des débats sur l'admissibilité et la nature des infiniment petits se sont longtemps poursuivis, en France et en Allemagne, tout au long du 19e siècle. La domination de la méthode ε-δ date seulement du 20e siècle.

[10] Pour le 18e siècle, on peut nommer Deidier comme représentant de cette conception et pour le 19e siècle Poisson.

Un argument important reste à être analysé : est-ce-que les infiniment petits sont vraiment indispensables dans les applications? Lagrange est toujours cité ici comme témoin, mais il ne l'a prétendu que dans la première édition de sa mécanique (1788), tandis que sa théorie des fonctions analytiques avait, comme un de ses buts explicites, de bannir les infiniment petits aussi bien dans l'application de l'analyse à la géométrie et à la mécanique. Et : sont ils vraiment plus simples dans les applications ? Je veux ici seulement mentionner que ceux qui étaient en dehors du système de l'Ecole Polytechnique, ont toujours contesté cette assertion et maintenu que la méthode des infiniment petits n'est pas du tout plus simple ou plus brève si on explicite les notions implicites ou sous-jacentes.

REFERENCES

Johann Bernoulli, *Der Briefwechsel von Johann I Bernoulli. Band 2. Der Briefwechsel mit Pierre Varignon, erster Teil: 1692-1702*. Bearbeitet und kommentiert von Pierre Costabel und Jeanne Peiffer. Basel: Birkhäuser, 1988.

Margaret M. Bradley, *Gaspard-Clair-François-Marie Riche de Prony: His Career as Educator and Scientist*. Ph.D. thesis Coventry Polytechnic 1984.

Laurence W. B. Brockliss, *French Higher Education in the Seventeenth and Eighteenth Century: a Cultural History*. Oxford: Clarendon Press, 1987.

Felix Klein, *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Band 2: Geometrie*. Reprint Berlin: Springer 1968.

Les infinitésimaux dans l'enseignement au XIXème siècle

Martin Zerner
UFR Sciences
Université de Nice

Outre que nous limiterons à la France, c'est à travers les traités que nous étudierons l'évolution de l'enseignement du calcul différentiel et intégral au XIXème siècle; comment faire autrement[1]? La matière est d'ailleurs particulièrement riche puisque la Révolution venait au début du siècle de doter la France d'institutions scientifiques originales, puissantes et bien organisées, tout particulièrement l'Ecole Polytechnique et ses classes préparatoires. La plupart des cours d'analyse de Polytechnique sont publiés; à partir des années 1860 on trouve aussi bien des cours des facultés des sciences; d'autres traités sont destinés à la formation des ingénieurs civils (c'est-à-dire en première approximation non polytechniciens, par la suite, ce sera d'eux qu'il s'agira quand on parlera simplement d'ingénieurs).

Ces traités ne s'adressent pas à des débutants complets mais à des gens qui ont eu un premier contact au moins avec les notions de limite et de dérivée dans les classes de mathématiques spéciales. Il est d'ailleurs très difficile de savoir ce qu'on enseignait dans ces classes pendant la première moitié du siècle. Ensuite on peut se faire une idée sans doute assez juste en consultant les dix-huit éditions successives du cours de Briot (1855).

Deux livres ont été utilisés pendant tout le siècle ou presque, il s'agit du *Traité élémentaire du calcul différentiel et du calcul intégral* de Lacroix (à ne pas confondre avec le *Traité* tout cours) et les *Elémens de calcul différentiel et de calcul intégral* de Boucharlat. Ils ont eu 9 éditions chacun, le premier de 1802 à 1881, le second de 1813 à 1891 mais avec une réimpression en 1926[2]! C'est ce que j'appelle la première génération. Les fondements de l'analyse n'y posent pas problème. Après une définition rapide des fonctions, la

1 La plus grande partie de cet exposé est un résumé succinct de séminaires antérieurs (Zerner 1986 et 1989) et d'un article plus complet à paraître.

2 Tous les livres dont le lieu d'édition n'est pas donné ont été publiés à Paris.